

**Министерство образования и науки Украины**  
**Запорожский национальный технический университет**  
**Радиоприборостроительный факультет**

## **Статистическая радиотехника**

**Методические указания**  
**к лабораторным (практическим) занятиям**

**для студентов специальности**  
**"Радиотехника"**

**2009**

Методические указания к лабораторным (практическим) занятиям с использованием ЭВМ (ПК) по дисциплине "Статистическая радиотехника" для студентов специальности 7.090701 ("Радиотехника") / Сост. Б.Н. Бондарев – Запорожье, ЗНТУ, 2009. - 44 с.

Составитель: доц., к.т.н. Б.Н. Бондарев

Ответственный за выпуск: доц., к.т.н. Б.Н. Бондарев

Утверждено  
на заседании кафедры радиотехники  
Протокол № 4 от 07.10.2009

Рецензент: проф., д.т.н. Д.М. Пиза

## СОДЕРЖАНИЕ

стр.

### ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

1 Законы распределения дискретных случайных величин.....	4
2 Законы и функции распределения случайных процессов .....	7
3 Вычисление интервальных вероятностей .....	10
4 Корреляционные функции детерминированных сигналов.....	13
5 Корреляционные функции сложных (широкополосных) сигналов.....	18
6 Двумерные функции автокорреляции .....	25
7 Расчет помехоустойчивости оптимального когерентного обнаружителя.....	28
8 Моделирование оптимального приемника.....	32
Приложение 1. Сложные (широкополосные) сигналы .....	35
Приложение 2 Двумерные автокорреляционные функции.....	41
Приложение 3. Таблица значений функций $w(x)$ и $V(x)$ для нормального закона распределения.....	44

# **1 ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДИСКРЕТНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН**

## **1.1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ**

Изучение (повторение) законов распределения дискретных случайных величин (биномиальное распределение и распределение Пуассона) и основных теорем теории вероятностей.

## **1.2 ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ**

Изучить по указанной литературе материал в соответствии с приведенными ниже контрольными вопросами.

## **1.3 РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

- 1 Любой учебник по теории вероятностей.
- 2 Кловский Д.Д. Теория передачи сигналов. - М.: Связь, 1973.- 376с.
- 3 Кловский Д.Д., Шилкин В.А. Теория электрической связи. Сборник задач и упражнений. - М.: "Сов. Радио", 1990. - 280с.
- 4 Зюко А.Г., Кловский Д.Д., Назаров М.В., Финк Л.М. р. Теория передачи сигналов. М.: Связь, 1980-288с.
- 5 Бондарев Б.Н. Статистическая радиотехника. Конспект лекций. Часть I. Запорожье, ЗГТУ, 2000-71с.
- 6 Бондарев Б.Н. Статистическая радиотехника. Конспект лекций. Часть II. Запорожье, ЗНТУ, 2002-84с.

## **1.4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

- 1 Сформулируйте и поясните теоремы (формулы) сложения вероятностей несовместимых и совместимых событий.
- 2 Сформулируйте и поясните теоремы (формулы) умножения вероятностей независимых и зависимых событий.
- 3 Охарактеризуйте статистическую (вероятностную) ситуацию (модель), из которой следует биномиальный закон распределения.

4 Записать формулу для биномиального закона распределения и нарисовать примерный его график при разных (малых, больших) значениях вероятностей  $p$ .

5 Охарактеризуйте ситуации, при которых биномиальный закон становится предельным для нормального закона распределения и распределения Пуассона.

## 1.5 ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При выполнении работы используется программа "Статистика" из программного пакета "NUMERI", которая позволяет моделировать различные законы распределения для дискретных и непрерывных случайных величин и выводить на экран графики и таблицы дифференциальной  $f(x)$  и интегральной  $F(x)$  функций распределения.

В данной работе из программы "Статистика" используется подпрограммы "Функции распределения" и "Случайные числа".

В используемых программах управление осуществляется последовательным нажатием цифровых клавиш и клавиши Esc, ввод числовых параметров осуществляется с клавиатуры.

## 1.6 ЛАБОРАТОРНОЕ ЗАДАНИЕ

1. Запустить подпрограммы "Функции распределения" и "Биномиальный закон распределения" (закон Бернулли), который определяется выражением

$$p_n(k) = C_n(k) \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}, \quad k=0, \dots, n.$$

2. Просмотреть и зарисовать дифференциальные функции распределения (плотности вероятностей)  $f(x)$  биномиального закона при разных значениях числовых параметров:

$$\begin{aligned} n = 5, \quad p = 0.9; 0.5; 0.1; 0.01; 0.001, \\ n = 25, \quad p = 0.9; 0.5; 0.1; 0.01; 0.001. \end{aligned}$$

(при большом числе составляющих можно показать только "огibaющую" распределения пунктиром).

Дать краткие пояснения к полученным кривым.

3 Запустить подпрограмму "Закон Пуассона", который определяется выражением

$$P_n = \lambda^k \cdot \frac{\exp(-\lambda)}{k!}, \quad k > 0$$

(в программе "NUMERI" k обозначено через "x", параметр  $\lambda = np$ ).

Просмотреть и зарисовать функции распределения  $f(x)$  закона Пуассона при значениях числовых параметров:

$$n = 5, \quad p = 0.5; 0.1,$$

$$n = 25, \quad p = 0.5; 0.1.$$

4 Запустить подпрограммы "Случайные числа" и "Закон Пуассона". Просмотреть и попытаться приближенно зарисовать последовательности случайных чисел (реализации случайных процессов) в условиях п.5.1.

## **2 ЗАКОНЫ И ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ**

### **2.1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ**

Изучение вероятностных и числовых характеристик (моментных функций) случайных процессов.

### **2.2 ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ**

Изучить по указанной литературе материал в соответствии с приведенными ниже контрольными вопросами.

### **2.3 РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

1 Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы.- М.: "Сов. Радио", 1994. - 482с.(1986, - 512с.).

2 Кловский Д.Д. Теория передачи сигналов. - М.: Связь, 1973.- 376с.

3 Кловский Д.Д., Шилкин В.А. Теория электрической связи. Сборник задач и упражнений. - М.: "Сов. Радио", 1990. - 280с.

4 Зюко А.Г., Кловский Д.Д., Назаров М.В., Финк Л.М. р. Теория передачи сигналов. М.: Связь, 1980-288с.

5 Бондарев Б.Н. Статистическая радиотехника. Конспект лекций. Часть I. Запорожье, ЗГТУ, 2000-71с.

6 Бондарев Б.Н. Статистическая радиотехника. Конспект лекций. Часть II. Запорожье, ЗНТУ, 2002-84с.

### **2.4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1 Дать пояснения понятию "Случайный процесс".

2 Дать пояснения понятию "Реализация случайного процесса".

3 Дать пояснения понятию "Интегральная функция распределения случайного процесса".

4 Дать пояснения понятию "Плотность вероятностей".

5 Привести примеры законов распределения.

6 Записать выражение для плотности вероятностей нормального закона распределения и пояснить смысл имеющихся в нем параметров.

7 Дать пояснения понятию "Стационарный случайный процесс".

8 Дать пояснения понятию "Числовые характеристики случайных процессов".

9 Пояснить вероятностный и физический смысл понятия "Математическое ожидание".

10 Пояснить вероятностный и физический смысл понятия "Дисперсия случайного процесса".

## 2.5 ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При выполнении работы используется программа "Статистика" из программного пакета "NUMERI", которая позволяет моделировать различные законы распределения для дискретных и непрерывных случайных величин и выводить на экран графики и таблицы дифференциальной  $f(x)$  и интегральной  $F(x)$  функций распределения.

В данной работе из программы "Статистика" используются подпрограммы "Функции распределения" и "Случайные числа".

Выведенную на экран дисплея последовательность случайных чисел можно рассматривать как последовательность отсчетов реализации случайного процесса с соответствующим законом распределения.

В используемых программах управление осуществляется последовательным нажатием цифровых клавиш и клавиши Esc, ввод числовых параметров осуществляется с клавиатуры.

## 2.6 ЛАБОРАТОРНОЕ ЗАДАНИЕ

1 Запустить подпрограмму "Функции распределения". Просмотреть и зарисовать дифференциальные функции распределения (плотности вероятностей)  $f(x)$  при двух выбранных значениях числовых параметров для законов распределения:

- нормального, 
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right], \quad -\infty < x \leq \infty;$$

- экспоненциального, 
$$f(x) = h \cdot \exp(-h x), \quad x > 0;$$



- Релея (хи-квадрат распределение при  $N = 4$ ),

$$f(x) = \frac{x}{\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \quad x \geq 0;$$

- Пуассона,  $P_n(k) = a^k \cdot \exp(-a) / k!$ ,  $k > 0$ .

2 Запустить подпрограмму "Случайные числа". Просмотреть и попытаться приближенно зарисовать реализации случайных процессов для нескольких условий п.5.1.

### 3 ВЫЧИСЛЕНИЕ «ИНТЕРВАЛЬНЫХ» ВЕРОЯТНОСТЕЙ

#### 3.1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Приобретение навыков вычисления вероятностей пребывания случайных величин в заданных интервалах ("интервальные" вероятности).

#### 3.2 ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Изучить по указанной литературе материал в соответствии с приведёнными ниже контрольными вопросами.

#### 3.3 РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 1 Любой учебник по теории вероятностей.
- 2 Кловский Д.Д. Теория передачи сигналов. - М.: Связь, 1973.- 376с.
- 3 Кловский Д.Д., Шилкин В.А. Теория электрической связи. Сборник задач и упражнений. - М.: "Сов. Радио", 1990. - 280с.
- 4 Зюко А.Г., Кловский Д.Д., Назаров М.В., Финк Л.М. р. Теория передачи сигналов. М.: Связь, 1980-288с.
- 5 Бондарев Б.Н. Статистическая радиотехника. Конспект лекций. Часть I. Запорожье, ЗГТУ, 2000-71с.
- 6 Бондарев Б.Н. Статистическая радиотехника. Конспект лекций. Часть II. Запорожье, ЗНТУ, 2002-84с.

#### 3.4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дать пояснения понятию "Закон распределения".
2. Дать пояснения понятию "Ряд распределения".
3. Дать пояснения понятию "Интегральная функция распределения случайной величины (случайного процесса)".
4. Дать пояснения понятию "Плотность вероятностей".
5. Привести примеры законов распределения.
6. Записать выражение для вероятности пребывания случайной величины с заданным законом распределения в заданном интервале  $x_1 \dots x_2$ .

7. Дать пояснения понятию "Стационарный случайный процесс".
8. Дать пояснения понятию "Числовые характеристики случайных процессов".
9. Пояснить вероятностный и физический смысл понятия "Математическое ожидание".
10. Пояснить вероятностный и физический смысл понятия "Дисперсия случайного процесса".

### 3.5 ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При выполнении работы используется программа "Статистика" из программного пакета "NUMERI", которая позволяет моделировать различные законы распределения для дискретных и непрерывных случайных величин и выводить на экран графики и таблицы дифференциальной  $f(x)$  и интегральной  $F(x)$  функций распределения.

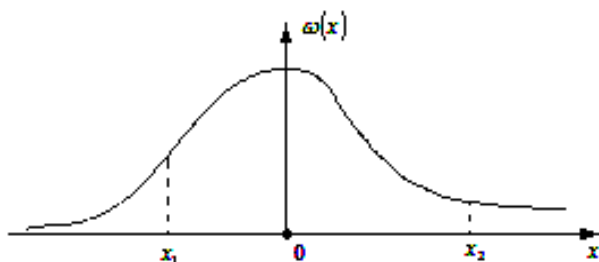
В данной работе из программы "Статистика" используется подпрограмма "Функции распределения".

В используемых программах пакета "NUMERI" управление осуществляется последовательным нажатием цифровых клавиш и клавиши "Esc", ввод числовых параметров осуществляется с клавиатуры.

Для вычисления вероятностей пребывания случайной величины в заданном интервале ("интервальные" вероятности) необходимо пользоваться либо графиками, либо таблицами интегральной функции для заданного закона распределения. Математически эта величина (вероятность) определяется выражением:

$$P(x_1 < x \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \omega(x) dx = F(x_2) - F(x_1),$$

где  $F(x) = \int_{-\infty}^x \omega(x) dx.$



### 3.6 ЛАБОРАТОРНОЕ ЗАДАНИЕ

1. Запустить подпрограмму "Функции распределения" (клавиша 1) и выбрать из таблицы (меню) два (любых) дискретных и три (любых) непрерывных законов распределения. Записать выражения для плотности вероятности этих законов и их графики.

2. Запустить подпрограмму конкретного закона и установить числовые характеристики.

3. Вывести на экран последовательно графики и таблицу  $F(x)$  для заданного закона.

4. Вычислить вероятности:

$$P\{x \leq x_1\},$$

$$P\{x_1 < x \leq x_2\},$$

$$P\{x > x_2\}.$$

5. Повторить вычисления для остальных выбранных законов. Значения  $x_1, x_2$  – произвольные, с учётом интервала существования для данного закона.

## **4 КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ**

### **4.1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ**

Изучение основ корреляционной теории случайных процессов и наблюдение (расчет) на ПК корреляционных и взаимокорреляционных функций некоторых простейших сигналов.

### **4.2 ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ**

Изучить по указанной литературе материал в соответствии с приведенными ниже контрольными вопросами.

### **4.3 РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

1. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. - М.: "Сов. Радио", 1994. - 482с.(1986,- 512с.).

2. Кловский Д.Д. Теория передачи сигналов. - М.: Связь, 1973.- 376с.

3. Кловский Д.Д., Шилкин В.А. Теория электрической связи. Сборник задач и упражнений. - М.: "Сов. Радио", 1990. - 280с.

4. Зюко А.Г., Кловский Д.Д., Назаров М.В., Финк Л.М. Теория передачи сигналов. - М.: Связь, 1980. - 288 с.

5. Бондарев Б.Н. Статистическая радиотехника. Конспект лекций. Часть I. Запорожье, ЗГТУ, 2000-71с.

6. Бондарев Б.Н. Статистическая радиотехника. Конспект лекций. Часть II. Запорожье, ЗНТУ, 2002-84с.

### **4.4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. Запишите определение автокорреляционной функции по двумерной плотности вероятностей случайного процесса.

2. Запишите определение автокорреляционной функции сигнала по его временной функции.

3. Пояснить математический, вероятностный и физический смысл корреляционных функций.

4. Основные свойства автокорреляционной функции.

- 5 Интервал корреляции случайного процесса.
- 6 Приведите примеры автокорреляционных функций.
- 7 Корреляционные функции периодических сигналов.
- 8 Взаимокорреляционные функции.

#### 4.5 ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При выполнении работы используется программа "Корреляция" из программного пакета "NUMERI", которая позволяет рассчитывать и выводить на экран дисплея функции авто- и взаимной корреляции различных сигналов.

Управление программой осуществляется с помощью цифровых клавиш в следующем порядке.

После запуска пакета (numer1.exe) на экране высвечивается меню программ (обозначим как меню 1):

- .....
- 5.....
- 6.....
- 7 Корреляция

При нажатии клавиши 7 на экране высвечивается меню 2:

- 1 Обработка 1-го и 2-го набора данных
- 2 Вычисление корреляции во временной области
- 3 .....
- 4 .....

При нажатии клавиши 1 на экране высвечивается меню 3:

- 1 Обработка набора 1
- 2 Обработка набора 2
- 3 Установка параметров шума

При нажатии клавиши 1 на экране высвечивается меню 4:

- 1 Создание данных
- 2 Обработка данных
- 3 Зашумление данных
- 4 .....

При нажатии клавиши 1 на экране высвечивается меню 5:

- 1 Данные из интерпретатора формул
- 2 Данные из файла на диске/дискете
- 3 Ввод данных с клавиатуры
- 4 Генерация стандартных сигналов
- 5 .....

При выполнении работы рекомендуется ввод данных из интерпретатора формул (аналитическая запись формул), с клавиатуры (цифровое задание функции по точкам) и из генератора стандартных сигналов.

При нажатии клавиши 1 меню 5 (данные из интерпретатора формул) на экране высвечивается :

$y(x) = \dots\dots\dots$

от  $x =$

до  $x =$

число опорных точек ...(рекомендуется 128;256; 512)

шаг по  $x$  (устанавливается автоматически)

В нижней строке - F10 (далее, т.е. расчет).

При нажатии клавиши 2 меню 5 (ввод данных с клавиатуры) на экране высвечивается:

число пар значений ...

шаг по  $x$  ...

начальное значение  $x$ ...

В нижней строке - F10 (далее- ввод значений  $y$ ).

Далее -F10 (расчет).

После ввода данных необходимо последовательным нажатием клавиши "Esc" вернуться в меню 2 и цифровой клавишей 2 включить подпрограмму вычисления корреляционных функций во временной области.

При этом высвечивается "Меню зашумления", которое "отключается" клавишей F10. При этом на экране высвечивается меню, которое обозначим как меню 6:

1 Временные сигналы 1,2

2 Автокорреляционные функции 1,2

3 Корреляционная функция (взамокорреляционная функция сигналов 1 и 2).

При последующем нажатии какой-либо из клавиш (1,2,3) на экране высвечивается меню (назовем его меню 7):

- 1 График....
- 2 Таблица....

Для вычисления и наблюдения автокорреляционной функции другого сигнала необходимо вернуться в меню 3 и после нажатия клавиши 2 (обработка набора 2) провести аналогичные манипуляции.

Для наблюдения взаимокорреляционных функций 2-х сигналов необходимо полностью провести все операции по вычислению 2-х автокорреляционных функций, вернуться в меню 2, нажать клавишу 2 (вычисление корреляции во временной области) и в появившемся меню 7 нажать клавишу 3 (корреляционные функции).

**Примечание.** В используемой программе вычисляются корреляционные функции в периодическом режиме, т.е. для периодически повторяющегося введенного сигнала.

#### 4.6 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1 Используя генератор стандартных сигналов программы (клавиша 4 в меню 5), просмотреть и зарисовать для любых двух сигналов:

- автокорреляционную функцию одного сигнала,
- автокорреляционную функцию другого сигнала,
- взаимную корреляционную функцию этих сигналов.

2 Используя интерпретатор формул (клавиша 1 в меню 5), просмотреть и зарисовать:

- автокорреляционную функцию симметричного экспоненциального импульса

$$y(x) = \exp(-\text{abs}(x)), \quad -3 < x < 3;$$

- автокорреляционную функцию колокольного импульса;
- взаимокорреляционную функцию указанных выше сигналов.

3 Используя клавишу 3 меню 5 (ввод данных с клавиатуры), просмотреть и зарисовать:

- автокорреляционную функцию кода Баркера +1+1+1-1+1;



- автокорреляционную функцию циклического сдвига на две позиции кода Баркера (+1-1+1+1+1),
- взаимокорреляционную функцию указанных выше сигналов.

4 Пользуясь любым способом ввода данных, повторить операции п.2 (или п.3) для выбранных самостоятельно двух сигналов (функций).

**Примечание.** Используемая в работе программа имеет следующие недостатки:

1 При вводе данных с клавиатуры по точкам (как например, для кода Баркера) корреляционные функции вычисляются для последовательности прямоугольных импульсов(т.е. правильно), а сам введенный сигнал на экране изображается при соединении соседних точек кратчайшими (прямыми) линиями (неправильно).

2 На экране высвечивается один период периодической корреляционной функции.

Автокорреляционная функция всегда функция чётная (симметричная) относительно начала координат.

## **5 КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ СЛОЖНЫХ (ШИРОКОПОЛОСНЫХ) СИГНАЛОВ**

### **5.1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ**

Изучение основных видов сложных (составных, широкополосных, шумоподобных) сигналов и наблюдение (расчет) на ПК их корреляционных и взаимокорреляционных функций.

### **5.2 ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ**

2.1 Изучить по указанной литературе материал в соответствии с приведенными ниже контрольными вопросами.

2.2 Рассчитать одну из М-последовательностей для п.6.3 лабораторного задания.

### **5.3 РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

1 Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. - М.: "Сов. Радио", 1994. - 482с.(1986,- 512с.).

2 Кловский Д.Д. Теория передачи сигналов. - М.: Связь, 1973.- 376с.

3 Кловский Д.Д., Шилкин В.А. Теория электрической связи. Сборник задач и упражнений. - М.: "Сов. Радио", 1990. - 280с.

4 Зюко А.Г., Кловский Д.Д., Назаров М.В., Финк Л.М. Теория передачи сигналов. - М.: Связь, 1980. - 288 с.

5 Бондарев Б.Н. Статистическая радиотехника. Конспект лекций. Часть I. Запорожье, ЗГТУ, 2000-71с.

6 Бондарев Б.Н. Статистическая радиотехника. Конспект лекций. Часть II. Запорожье, ЗНТУ, 2002-84с.

7 Приложение1. Сложные широкополосные сигналы.

### **5.4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1 Запишите определение автокорреляционной функции сигнала по его временной функции.

2 Пояснить математический, вероятностный и физический смысл корреляционных функций.

3 Основные свойства автокорреляционной функции.

- 4 Интервал корреляции случайного процесса.
- 5 ЛЧМ-сигнал и его спектр.
6. Автокорреляционная функция ЛЧМ-сигнала.
- 7 Коды Баркера и их автокорреляционные функции.
- 8 Двоичные псевдослучайные последовательности (M-последовательности).
- 9 Автокорреляционные функции M-последовательностей.
- 10 Формирование (генерация) M-последовательностей.
- 11 Взаимокорреляционные функции M-последовательностей.
- 12 Пояснить разницу в корреляционных функциях, вычисленных для апериодического (АФАК, АФВК) и периодического (ПФАК, ПФВК) режимов.

## 5.5 ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При выполнении работы используется программа "Корреляция" из программного пакета "NUMERI", которая позволяет рассчитывать и выводить на экран дисплея функции авто- и взаимной корреляции различных сигналов.

Управление программой осуществляется с помощью цифровых клавиш в следующем порядке.

После запуска пакета (numer1.exe) на экране высвечивается меню программ (обозначим как меню 1):

- 6 .....
- 7 Корреляция

При нажатии клавиши 7 на экране высвечивается меню 2:

- 1 Обработка 1-го и 2-го набора данных
- 2 Вычисление корреляции во временной области
- 3 Вычисление корреляции через спектр
- 4 .....

При нажатии клавиши 1 на экране высвечивается меню 3:

- 1 Обработка набора 1
- 2 Обработка набора 2
- 3 Установка параметров шума

При нажатии клавиши 1 на экране высвечивается меню 4:

- 1 Создание данных

- 2 Обработка данных
- 3 Зашумление данных
- 4 .....

При нажатии клавиши 1 на экране высвечивается меню 5:

- 1 Данные из интерпретатора формул
- 2 Данные из файла на диске/дискете
- 3 Ввод данных с клавиатуры
- 4 Генерация стандартных сигналов
- 5 .....

При выполнении работы рекомендуется ввод данных из интерпретатора формул (аналитическая запись формул), с клавиатуры (цифровое задание функции по точкам) и из генератора стандартных сигналов.

При нажатии клавиши 1 (данные из интерпретатора формул) на экране высвечивается :

$y(x) = \dots\dots\dots$

от  $x =$

до  $x =$

число опорных точек ...(рекомендуется 128;256; 512)

шаг по  $x$  (устанавливается автоматически).

В нижней строке - F10 (далее, т.е. расчет).

При нажатии клавиши 2 (ввод данных с клавиатуры) на экране высвечивается:

число пар значений ...

шаг по  $x$  ...

начальное значение  $x\dots$

В нижней строке - F10 (далее- ввод значений  $y$ ).

Далее -F10 (расчет).

После ввода данных необходимо последовательным нажатием клавиши "Esc" вернуться в меню 2 и цифровой клавишей 2 включить

подпрограмму вычисления корреляционных функций во временной области.

При этом высвечивается "Меню зашумления", которое "отключается" клавишей F10. При этом на экране высвечивается меню, которое обозначим как меню 6:

- 1 Временные сигналы 1,2
- 2 Автокорреляционные функции 1,2
- 3 Корреляционная функция (взаимокорреляционная функция сигналов 1 и 2).

При последующем нажатии какой-либо из клавиш (1,2,3) на экране высвечивается меню (назовем его меню 7):

- 1 График....
- 2 Таблица....

Для вычисления и наблюдения автокорреляционной функции другого сигнала необходимо вернуться в меню 3 и после нажатия клавиши 2 (обработка набора 2) провести аналогичные манипуляции.

Для наблюдения взаимокорреляционных функций 2-х сигналов необходимо полностью провести все операции по вычислению 2-х автокорреляционных функций, вернуться в меню 2, нажать клавишу 2 (вычисление корреляции во временной области) и в появившемся меню 7 нажать клавишу 3 (корреляционные функции).

Для вычисления спектров (амплитудных или мощности) введенных сигналов и вычисления корреляции через спектр необходимо вернуться в меню 2 и нажать клавишу 3 (вычисление корреляции через спектр). При этом выводится меню "Зашумления", которое "отключается" клавишей F10. После этого высвечивается меню 8:

- .....
- 2 Автокорреляционные функции 1,2
  - 3 Корреляционная функция (ФВК)
  - 4 Спектр 1
  - 5 Спектр 2
  - 6 Спектральная плотность мощности (СПМ 1,2)

При нажатии любой из клавиш на экране высвечивается меню:

- 1 График
- 2 Таблица
- .....

#### **ПРИМЕЧАНИЯ.**

1. В используемой программе вычисляются корреляционные функции в периодическом режиме (ПФАК), т.е. для периодически повторяющегося введенного сигнала (см. "Приложение 1").

2. В программе при вычислениях спектров используется дискретное преобразование Фурье. Поэтому на экране высвечивается линейчатый спектр. Его огибающая определяет спектр ЛЧМ-сигнала.

### **5.6 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ**

1. Используя интерпретатор формул программы (клавиша 1 в меню 5), ввести для анализа широкополосный ЛЧМ-сигнал

$$S(x) = \sin(\omega_0 + b * x) * x, \quad x = 0 \dots 2P, \quad \omega_0 = 5 - 10,$$

где  $\omega_0$  - несущая частота,  $b$  - девиация частоты,  $P$  - число пи.

Рекомендуемые значения параметра  $b$ : 0.5; 1; 2.

Запустить программу, посмотреть временные графики и зарисовать (для трех рекомендуемых значений параметра  $b$ ):

- амплитудные спектры сигналов (клавиша 4 в меню 8),
- спектры мощности сигналов (клавиша 6 в меню 8),
- автокорреляционные функции сигналов.

2 Используя клавишу 3 меню 5 (ввод данных с клавиатуры), посмотреть и зарисовать:

- периодическую автокорреляционную функцию (ПФАК) кода Баркера +1+1+1-1+1;
- периодическую автокорреляционную функцию (ПФАК) циклического сдвига на две позиции кода Баркера (+1-1+1+1+1),
- периодическую взаимокорреляционную функцию (ПФВК) указанных выше последовательностей.

**ПРИМЕЧАНИЕ.** Используемая в работе программа имеет один недостаток. При вводе данных с клавиатуры по точкам (как, например, для кода Баркера) корреляционные функции вычисляются для последовательности прямоугольных импульсов (правильно), а сам введенный сигнал на экране изображается при соединении соседних точек кратчайшими (прямыми) линиями (неправильно).

3. Воспользовавшись методикой, изложенной в "Приложении 2", вычислить элементы  $M$ -последовательности для порождающего полинома  $P_1(X)$  четвертой степени.

Начальный блок  $d_1 d_2 d_3 d_4$  должен представлять собой двоичную запись порядкового номера (1...15) студента в групповом журнале.

При номере, большем 15-ти, его нужно привести по модулю 15 (mod15), т.е. вычесть из него число 15.

4. Запустить программу и зарисовать:

- автокорреляционную функцию (ПФАК) последовательности, рассчитанной в п.6.3.

- автокорреляционную функцию (ПФАК) последовательности, полученной из рассчитанной путем циклической перестановки на 3-4 элемента,

- взаимную корреляционную функцию (ПФВК) этих двух последовательностей.

5. Рассчитать (аналогично п.6.3)  $M$ -последовательность для порождающего полинома  $P_2(X)$  четвертой степени.

6. Повторить операции п.6.4 для последовательности, полученной в п.6.5.

7. Прodelать необходимые операции и зарисовать:

- взаимную корреляционную функцию последовательностей (ПФВК), полученных в п.6.3 и п.6.5,

- взаимную корреляционную функцию (ПФВК) последовательности из п.6.3 и последовательности из п.6.5, циклически сдвинутой на 3-4 элемента.

8. Вычислить "вручную" аperiodическую функцию автокорреляции (АФАК) одной из  $M$ -последовательностей (см. пример вычисления для кода Баркера в "Приложении 2").

## **6 ДВУМЕРНЫЕ ФУНКЦИИ АВТОКОРРЕЛЯЦИИ (ФУНКЦИИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ)**

### **6.1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ**

Изучение двумерных автокорреляционных функций (ДАКФ), функций и тел неопределенности и их сечений.

### **6.2 ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ**

2.1 Изучить по указанной литературе материал в соответствии с приведенными ниже контрольными вопросами.

### **6.3 РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

- 1.Чердынцев В.А. Радиотехнические системы. – Минск: Высшая школа, 1988. –370с.
- 2.Радиотехнические системы. Под ред. Казаринова Ю.М. – М.: Высшая школа, 1990. – 498с.
- 3.Приложение2 (см. ниже).
- 4.Бондарев Б.Н. Статистическая радиотехника. ЧастьI. Запорожье, ЗГТУ, 2000.-71с.

### **6.4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

- 1 Запишите определение автокорреляционной функции сигнала (отдельной реализации случайного процесса) по его временной функции.
- 2 Запишите выражение для двумерной автокорреляционной функции сигнала.
- 3 Поясните математический и физический смысл двумерных автокорреляционных функций.
- 4 Поясните математический и физический смысл различных сечений двумерных автокорреляционных функций.
- 5 Основные свойства автокорреляционной функции.
- 4 Интервал корреляции случайного процесса.
- 5 ЛЧМ-сигнал и его спектр.
6. Автокорреляционная функция ЛЧМ-сигнала.



## 6.5 ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При выполнении работы используется программа "DAKF".

Управление программой осуществляется клавишами управления курсором (вверх, вниз), Пробел, ENTER и ESC.

Программа запускается файлом "Runme.exe". При этом высвечивается меню 1:

- 1 Ввод формулы
- 2 Помощь (F1)
- 3 Выход (Esc).

После установки курсора в положение 1 (Ввод формулы) и нажатия клавиши ENTER на экране высвечивается приглашение "Введите функцию  $s(t)$ ".

После ввода функции и нажатия клавиши ENTER на экране высвечивается приглашение «Введите длительность импульса».

После ввода длительности сигнала (импульса) и нажатия клавиши ENTER на экране высвечивается меню 2:

- 1 Изменить длительность импульса
- 2 Вычислить двойной интеграл
- 3 Построение трехмерного графика
- 4 Построение графика сигнала
- 5 Построение графика в сечениях
- 6 Возвращение в предыдущее меню (ESC).

Проверка правильности ввода функции осуществляется при установке курсора в положение 4 (построение графика сигнала) и нажатии клавиши ENTER.

В лабораторной работе выполняются все задания (позиции) меню 2, кроме вычисления двойного интеграла.

## 6.6 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

6.1 В порядке освоения программы провести ввод данных и наблюдения для сигнала в виде прямоугольного импульса единичной амплитуды и единичной длительности. Зарисовать графики сигнала и сечений двумерной автокорреляционной функции.

Отметить масштабы на осях времени и частоты .

Просмотреть процесс построения графика двумерной функции автокорреляции.

Уменьшить длительность сигнала (импульса) в два раза и повторить все наблюдения. Отметить изменения масштаба по осям.

6.2 Используя принятые в программе обозначения (см.F1), выполнить задание п.6.1 для 3-х других (произвольных) форм сигналов (импульсов) при двух значениях длительности.

## **7 РАСЧЕТ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ОПТИМАЛЬНОГО КОГЕРЕНТНОГО ОБНАРУЖИТЕЛЯ**

### **7.1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ**

Изучение основ теории потенциальной помехоустойчивости и расчет кривых обнаружения оптимального когерентного обнаружителя с использованием ПК.

### **7.2 ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ**

Изучить по приведенной литературе материал в соответствии с приведенными ниже контрольными вопросами.

### **7.3 РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

1 Чердынцев В.А. Радиотехнические системы. - Минск: Высшая школа, 1988. - 370 с.

2 Дымова А.И., Альбац М.И., Бонч-Бруевич А.М. Радиотехнические системы.- М.: Сов.Радио, 1975, -440с.

3 Радиотехнические системы. Под ред. Казаринова Ю.Л. - М.: Высшая школа, 1980, - 446 с.

4 Зюко А.Г., Кловский Д.Д., Назаров М.В., Финк Л.М. р. Теория передачи сигналов. М.: Связь, 1980-288с.

5 Бондарев Б.Н. Статистическая радиотехника. Конспект лекций. Часть I. Запорожье, ЗГТУ, 2000-71с.

6 Бондарев Б.Н. Статистическая радиотехника. Конспект лекций. Часть II. Запорожье, ЗНТУ, 2002-84с.

### **7.4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1 Прием сигналов как статистическая задача.

2 Статистические критерии приема дискретных сигналов.

3 Критерий отношения прав доподобия.

4 Критерий Неймана-Пирсона.

5 Алгоритм работы оптимального приемника (обнаружителя) при полностью известных сигналах.

6 Структурная схема оптимального приемника (обнаружителя) при полностью известных сигналах.

7 Алгоритм работы корреляционного приемника (обнаружителя) при полностью известных сигналах.

8 Потенциальная помехоустойчивость оптимального обнаружителя при полностью известных сигналах (кривые обнаружения).

9 Особенности приема сигналов с неизвестной фазой.

## 7.5 РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При выполнении работы используется программный пакет NUMERI (программа "Статистика", подпрограмма "Функции распределения").

При расчетах предполагается оптимальный когерентный прием (обнаружение) видеоимпульсного сигнала с амплитудой  $S$  на фоне нормальной флуктуационной помехи с дисперсией  $\sigma^2$ . Для удобства можно положить  $\sigma^2 = 1$ . Тогда отношение  $h = S/\sigma \Rightarrow S$  будет представлять собой отношение сигнал/шум (по напряжению).

В пакете NUMERI рассчитываются дифференциальная  $w(x)$  и интегральная  $F(x)$  функции распределения для различных законов распределения. Эти функции могут быть выведены либо на экран дисплея в виде графиков или таблиц. При выполнении работы необходимо пользоваться таблицами для функции  $F(x)$  нормального закона распределения (в принципе при выполнении работы можно воспользоваться соответствующими таблицами из любого справочника, учебника или "Приложения 3», приведенного ниже).

Расчетные формулы можно получить из нижеприведенного графика, на котором через  $x_0$  обозначен пороговый уровень.

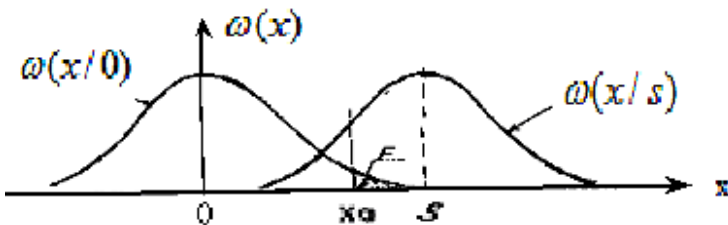


Рис. 7.1.

Плотность вероятности нормального закона распределения в общем случае записывается в виде

$$w(n) = w(x/0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right).$$

Вероятность ложной тревоги определяется по плотности вероятности помехи в отсутствии сигнала ( $S = 0$ )

$$P_{лт} = F = \int_{x_0}^{\infty} w(x/0) dx = 1 - \int_{-\infty}^{x_0} w(x/0) dx = 1 - F(x_0/0).$$

Вероятность правильного обнаружения определяется по плотности вероятности смеси сигнала с помехой  $w(x/S)$

$$D = P_{пр.обн} = \int_{x_0}^{\infty} w(x/S) dx = F(x_0/S).$$

## 7.6 ЛАБОРАТОРНОЕ ЗАДАНИЕ

Рассчитать и построить кривые обнаружения оптимального когерентного обнаружителя  $D = f(h)$  при  $F = 1E-k$  ( $k = 1; 2; 3; 4; 5$ ), задаваясь значениями  $h = 1; 2; 3; 4; 5; 6$ .

## 7.7 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1 Запустить подпрограмму расчета для нормального закона распределения. Ввести параметры распределения: среднее квадратичное значение  $\sigma = 1$ , математическое ожидание ( $S$ ) = 0.

Вывести на экран таблицу значений функции  $F(x/0)$ .

Перемещая таблицу, для заданных значений  $P_{лт} = F = 1E-k$ , учитывая выражение (1), определить соответствующие им значения  $X_{oi}$ .

2 Установить значения  $S \Rightarrow S = 1 (h=1)$ .

Вывести на экран таблицу значений  $F(x/1)$ . Перемещая таблицу, для определенного выше ряда значений  $X_{oi}$  определить соответствующий им ряд значений  $D_i = F(X_{oi}/1)$ .

3 - 6 Повторить п.6.2 для значений  $S = 2; 3; 4; 5; 6 (h=2...6)$

Результаты вычислений свести в таблицу(ы).

7 Построить на одном графике зависимости  $D(h)$  при  $F=\text{const}$  (кривые обнаружения).

## **8 МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПРИЕМНИКА**

### **8.1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ**

Изучение теории потенциальной помехоустойчивости и определение помехоустойчивости оптимального приемника методом моделирования на ЭВМ (ПК).

### **8.2 ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ**

Изучить по приведенной литературе материал в соответствии с приведенными ниже контрольными вопросами.

### **8.3 РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

1 Чердынцев В.А. Радиотехнические системы. - Минск: Высшая школа, 1988. - 370 с.

2 Пенин П.И., Филиппов Л.И. Радиотехнические системы передачи информации. - М.: Радио и связь, 1984, - 256 с.

3 Кловский Д.Д. Теория передачи сигналов.- М.: Связь,1973,- 376 с.

4 Радиотехнические ситемы передачи информации. Под ред. Калмыкова В.В. - М.: Радио и связь, 1990, - 304 с.

5 Зюко А.Г., Кловский Д.Д., Назаров М.В., Финк Л.М. Теория передачи сигналов. - М.: Связи, 1980 (1986), - 288 с.

6 Бондарев Б.Н. Статистическая радиотехника. Конспект лекций. Часть I. Запорожье, ЗГТУ, 2000-71с.

7 Бондарев Б.Н. Статистическая радиотехника. Конспект лекций Часть II. Запорожье, ЗНТУ, 2002-84с.

### **8.4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

- 1 Прием сигналов как статистическая задача.
- 2 Статистические критерии приема дискретных сигналов.
- 3 Критерий идеального наблюдателя.
- 4 Критерий среднего риска.
- 5 Критерий отношения правдоподобия.

6 Алгоритм работы оптимального приемника Котельникова при полностью известных сигналах.

7 Структурная схема оптимального приемника Котельникова при полностью известных сигналах.

8 Алгоритм работы корреляционного приемника при полностью известных сигналах.

9 Потенциальная помехоустойчивость приемника при полностью известных сигналах.

10 Сравнение помехоустойчивости различных систем сигналов.

11 Особенности приема сигналов с неизвестной фазой.

12 Особенности приема сигналов с неизвестными (флуктуирующими) амплитудой и фазой.

## 8.5 ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При выполнении работы используется программа PRM-ОПТ, которая моделирует алгоритм работы приемника, оптимального по критерию идеального наблюдателя (критерию Котельникова) при наличии помех типа белого шума.

Процесс моделирования для каждой рабочей точки повторяется три раза. На экран выводятся результаты в виде трех вероятностей (частотей) ошибок и вычисленного по ним среднего значения вероятности.

Длительность процесса моделирования задается количеством бит информации (до 2000), которое ограничивается быстродействием ПК.

При моделировании используются три вида сигналов: с пассивной паузой (АМн), ортогональные (ЧМн) и противоположные (ФМн).

Необходимые значения отношения сигнал/шум "h" (по напряжению) устанавливаются в интервале 0...3.

Ввод данных и управление процессом моделирования при использовании программы производятся с помощью цифровых клавиш.



## 8.6 ЛАБОРАТОРНОЕ ЗАДАНИЕ

1 Снять зависимость вероятности ошибок от отношения сигнал/шум  $p = f(h)$  для сигналов АМн.

Число рассчитываемых точек исследуемой зависимости установить равным 5-6.

Значения отношения с/ш выбрать равными 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; 3.

Записать (зарисовать) все, что высвечивается на экране.

2 Повторить измерения п.5.1 для сигналов ЧМн.

3 Повторить измерения п.5.1 для сигналов ФМн.

4 Построить графики полученных зависимостей, используя по оси  $h$  линейный масштаб, по оси  $p$  - логарифмический (линейный относительно отрицательной степени у значения  $p = xE-y$ ).

5 Провести расчеты теоретических зависимостей  $p(h)$  для исследуемых сигналов по формуле

$$p = 0.5 * [1 - \Phi(kh)],$$

где  $k = 0,707$  для сигналов АМн,  $k = 1$  для сигналов ЧМн и  $k = 1.41$  для сигналов ФМн.

При расчетах воспользоваться таблицами интеграла вероятностей для нормального закона распределения, приводимого в литературе (см. также приложение 3).

6 Построить графики рассчитанных в п.5.5 зависимостей и сравнить их с построенными в п.5.4.

## СЛОЖНЫЕ (ШИРОКОПОЛОСНЫЕ) СИГНАЛЫ

В радиотехнических системах различного назначения могут использоваться различные классы (системы) сложных сигналов, которые также называют составными, широкополосными, шумоподобными, псевдослучайными.

Систему сложных сигналов можно охарактеризовать следующими параметрами.

1 Правило (закон, алгоритм) формирования.

2 Общее число различных сигналов (ансамбль)  $N_s$  при некоторой базе сигналов  $B_s$ .

3 Вид двумерной функции автокорреляции  $R(\tau, \omega)$  и ее сечений вдоль временной ( $\omega = 0$ ) и частотной ( $\tau = 0$ ) осей. Величины боковых выбросов.

4 Взаимокорреляционные свойства ансамбля сигналов. Число квазиортогональных (близких к ортогональным) сигналов  $N_{ko}$  ( $N_\varepsilon$ ).

5 Вид спектра  $F_s(j\omega)$ .

6 Сложность генерации ШПС и устройств их приема.

Число возможных сигналов  $N_s$  при заданной базе  $B_s$  определяет ансамбль сигналов, которые можно использовать для создания многоканальной (многоадресной) системы, для сменности сигналов. Из общего ансамбля сигналов лишь только  $N_{ko} \ll N_s$  сигналов могут оказаться ортогональными или квазиортогональными.

Большинство ШПС не являются ортогональными при произвольном временном сдвиге, а лишь квазиортогональными (в точках). Степень ортогональности оценивается уровнем (абсолютным или относительным) максимальных боковых выбросов функции взаимной корреляции.

В настоящее время известно большое число сложных (широкополосных) сигналов. Наиболее известными (и прстейшими) из них являются ЛЧМ-сигналы (сигналы с внутриимпульсной линейной частотной модуляцией). Более широкое применение и возможности обеспечивают следующие широкополосные радиосигналы:

- фазокодомодулированные сигналы на основе различных линейных рекуррентных последовательностей (Хаффмена, Циллера, Геймюллера, Пейли-Плоткина);

- многофазные фазоманипулированные ШПС на основе различных многопозиционных последовательностей (Велти, Кузнецова, Фрэнка);

- сигналы, построенные на основе частотно-временной матрицы (ЧВМ).

Здесь кратко рассмотрим два вида сложных сигналов: коды Баркера и псевдослучайные последовательности максимальной длины (последовательности Хаффмена или М-последовательности).

### КОДЫ БАРКЕРА

Кодами (последовательностями) Баркера называют двоичные последовательности из элементов +1 и -1, обладающие почти идеальными автокорреляционными функциями (имеющие минимально возможный уровень боковых лепестков). Такие сигналы существуют лишь при длине их 2, 3, 4, 5, 7, 11 и 13 элементов. Кратко (условно) они записываются в виде:

$$+- (n = 2); \quad +- - (n = 3); \quad + + - + (n = 4); \quad + + + - + (n = 5);$$

$$+ + + - - - - (n = 7); \quad + + + - - - + - - - - (n = 11);$$

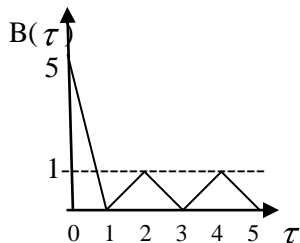
$$+ + + + + - - + + - - - + (n = 13).$$

Автокорреляционная функция сигнала  $S(t)$  длительностью  $T$  определяется в общем случае выражением

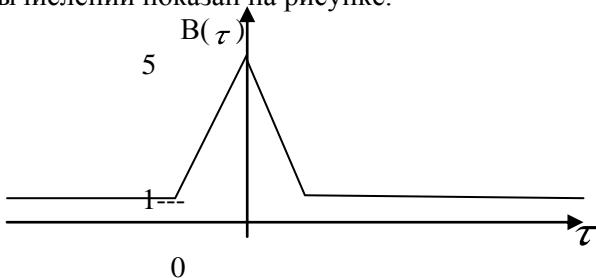
$$B(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T S(t) \cdot S(t + \tau) dt.$$

Вычислим в качестве примера автокорреляционную функцию последовательности при  $n = 5$ . Процесс вычислений схематично (по точкам) можно проиллюстрировать следующей таблицей

S(t)	+++ - +	S(t)*S(t+τ)	
S(t)	+++ - +	+++++	=> 5
S(t+1)	+++ -	++--	=> 0
S(t+2)	+++	++	=> 1
S(t+3)	++	-+	=> 0
S(t+4)	+	+	=> 1
S(t+5)	-	-	=> 0



Вычисленную таким образом функцию автокорреляции называют аперiodической и обозначают АФАК. Используют также понятие периодической функции автокорреляции (ПФАК), которая соответствует сигналу, полученному путем периодического повторения исходной последовательности. Процесс вычислений аналогичен вышепоказанному (с суммированием-интегрированием на интервале T) – результат вычислений показан на рисунке.



### М - ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

Полное название М-последовательностей (последовательностей Хаффмена) - двоичные линейные рекуррентные последовательности максимального периода (длины). В таких последовательностях значение каждого последующего символа dj зависит в общем случае от m предыдущих символов и определяется правилом

$$d_j = \sum_{i=1}^m a_i * d_{j-i} = a_1 d_{j-1} \oplus a_2 d_{j-2} \dots \oplus a_m d_{j-m},$$

где сложение производится по модулю 2, символы  $d_j = 1$  или 0, а коэффициенты  $a_i$  (1 или 0) являются коэффициентами так называемых неприводимых примитивных двоичных многочленов (полиномов) степени  $m$  (аналог простых чисел в обычной арифметике). Эти многочлены сведены в таблицы. В качестве примера можно привести следующие многочлены:

- третьей степени

$$P_1(X) = X^3 + X + 1 \Rightarrow 1011 \quad (a_3 = a_1 = 1),$$

$$P_2(X) = X^3 + X^2 + 1 \Rightarrow 1101 \quad (a_3 = a_2 = 1);$$

- четвертой степени

$$P_3(X) = X^4 + X + 1 \Rightarrow 10011 \quad (a_4 = a_1 = 1),$$

$$P_4(X) = X^4 + X^3 + 1 \Rightarrow 11001 \quad (a_4 = a_3 = 1).$$

Количество элементов в последовательности равно  $n = 2^m - 1$ .

Если записать последовательность в виде

$$d_1 d_2 \dots d_m \dots d_j \dots d_n,$$

то первые  $m$  элементов можно назвать начальными комбинациями (блоками), число которых также равно  $n$ . Таким образом, на основе одного порождающего полинома можно сформировать  $n$  различных последовательностей длиной  $n$  элементов (их можно получить также из одной последовательности путем последовательных циклических сдвигов).

Проиллюстрируем процесс формирования  $M$ -последовательности на основе порождающего полинома  $P_1(X)$  четвертой степени, для которого

$$a_4 = a_1 = 1 \quad (a_3 = a_2 = 0).$$

В этом случае

$$d_j = a_1 * d_{j-1} \oplus a_4 * d_{j-1} \oplus d_{j-4}$$

Зададимся начальным блоком

$$d_1 d_2 d_3 d_4 \Rightarrow 1000.$$

Тогда

$$d_5 = a_1 * d_4 + a_4 * d_1 = d_4 \oplus d_1 = 0 + 1 = 1.$$

$$d_6 = d_5 + d_2 = 1 \oplus 0 = 1,$$

.....

$$d_{15} = d_{14} + d_{11}.$$

Вычисления последующих элементов показывают, что последовательность начинает периодически повторяться с периодом, равным 15.

Схемотехническое формирование (генерация) М-последовательностей осуществляется переключаемыми схемами на основе сдвигающих регистров с обратными связями. При этом коэффициенты порождающего полинома  $a_i$  означают наличие (1) или отсутствие (0) обратной связи в данном разряде.

М - последовательности являются псевдослучайными в том смысле, что удовлетворяют следующим трем критериям случайности.

1 Свойство уравновешенности. В каждой последовательности количество "единиц" отличается от количества "нулей" не более чем на единицу.

2 Свойство серий. В каждой последовательности половина серий "1" и "0" имеет длину 1, одна четверть серий - длину 2, одна восьмая - длину 3 и т.д.

3 Свойство корреляции. Если последовательность поэлементно сравнить с любым ее циклическим сдвигом (перестановкой), то число совпадений будет отличаться от числа несовпадений не более, чем на единицу.

Заметим, что при одном и том же значении  $m$  имеется несколько неприводимых полиномов, т.е. несколько семейств (типов) М-последовательностей или правил кодирования (кодообразования).

Двумерная апериодическая функция автокорреляции ДАФАК (функция неопределенности) для любой последовательности имеет основной выброс (пик) при  $\tau = 0$  и  $\Omega = 0$  и множество боковых выбросов на плоскости  $\tau, \Omega$ . Величины боковых выбросов различны как для одной последовательности, так и для различных последовательностей. По отношению ко всему ансамблю значения боковых выбросов можно рассматривать как случайную величину с определенными числовыми характеристиками.

Сечение ДАФАК вдоль оси  $\Omega(\tau = 0)$  определяет функцию автокорреляции по частоте

$$R(0, \Omega) = \sin(\Omega T_i/2) / (\Omega T_i/2).$$

## Двумерные автокорреляционные функции

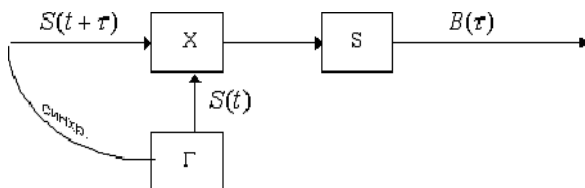
В статистической радиотехнике и электросвязи очень важными являются понятия корреляции и корреляционных функций. Одномерная автокорреляция функций (АКФ) сигнала  $S(t)$  определяется выражением

$$B(\tau) = \frac{1}{T} \int_{\tau} S(t)S(t + \tau)dt, |\tau| \leq T.$$

По форме записи корреляционную функцию можно трактовать:

- с математической точки зрения – как интеграл свёртки;
- с точки зрения теории электрических цепей – как интеграл Дюамеля.

В теории потенциальной помехоустойчивости показывается, что оптимальными методами приёма (обработки) сигналов при нормальных флуктуационных помехах являются корреляционные методы. Одним из способов реализации корреляционного метода обработки является использование так называемого коррелятора (см. рисунок).



В приведенных выше формуле и схеме  $\tau$  представляет временную задержку сигнала в линии связи, в общем случае неизвестную. Поэтому  $B(\tau)$  показывает зависимость уровня сигнала на выходе коррелятора от величины задержки (временного сдвига)  $\tau$ . В системах передачи информации величина  $\tau$  должна быть скомпенсирована подсистемой синхронизации по времени.

В системах радиолокации величина  $\tau$  зависит от расстояния и подлежит измерению. От точности измерения будут зависеть уровни сигнала на выходе коррелятора.

В некоторых радиотехнических системах (радиолокационных, системах связи с подвижными объектами) наблюдается эффект Доп-

плера, т.е. некоторое изменение несущей частоты, т.е. спектра принимаемого сигнала относительно передаваемого на некоторую величину  $\Omega$ . В этом случае сигнал на выходе коррелятора будет зависеть не только от временной задержки сигнала  $\tau$ , но и от величины частотно-го сдвига  $\Omega$ . Для данной ситуации необходимым оказывается понятие двумерной автокорреляционной функции (ДАКФ), которую определяют выражением

$$\Psi(\tau, \Omega) = \frac{1}{2E} \int_0^T \dot{S}_0(t) \dot{S}_0^*(t - \tau) \exp^{-j\Omega(t - \tau)} dt,$$

где  $\dot{S}_0(t)$  - комплексная огибающая сигнала, звёздочка означает комплексно-сопряжённую величину,  $E$  - энергия сигнала.

Функция

$$\rho_n(\tau, \Omega) = |\Psi(\tau, \Omega)|$$

называется функцией неопределённости сигнала.

Поверхность, определяемая функцией неопределённости, называют поверхностью неопределённости.

Геометрическое тело, ограниченное поверхностью неопределённости и плоскостью  $\rho_n = 0$ , называют телом неопределённости.

Форма тела неопределённости зависит от вида сигнала. Его можно представить в виде некоторой “шляпы” сложного фасона.

Тело неопределённости построенное для функции  $\rho_n^2(\tau, \Omega)$  обладает следующими важными свойствами:

-при  $\tau = \Omega = 0$  функция неопределённости принимает своё наибольшее значение

$$\rho_n^2(0, 0) = 1,$$

-объём числа неопределённости  $\rho_n^2(\tau, \Omega)$  не зависит от вида сигнала, т.е.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_n^2(\tau, \Omega) d\tau d\Omega = 2\pi.$$

Горизонтальные сечения тела неопределённости плоскостями  $\rho_n = const$  образует кривые, называемые эллипсами неопре-



делённости. Эти сечения позволяют судить об основных свойствах тела неопределённости на уровнях сильной ( $\rho_n = 0.5$ ) и слабой ( $\rho_n = 0.1$ ) корреляции.

Сечение тела неопределённости вертикальной плоскостью при  $\Omega = 0$  представляет собой модуль автокорреляционной функции сигнала (точнее, его комплексной огибающей)

$$\rho_n(\tau, 0) = \frac{1}{2E} \left| \int_0^T \dot{S}_0(t) \dot{S}_0(t - \tau) dt \right|.$$

Сечение тела неопределённости вертикальной плоскостью при  $\tau = 0$  даёт функцию

$$\rho_n(0, \Omega) = \frac{1}{2E} \left| \int_0^T |\dot{S}_0(t)|^2 \exp(-j\Omega t) dt \right|,$$

которая определяет модуль спектральной плоскости для квадрата огибающей сигнала.

Функция неопределённости используется при оценке параметров принимаемых сигналов и разрешающей способности системы по времени и частоте.

Нормальный закон распределения. Таблица значений функций

$$w(x) = \exp(-x^2 / 2) / \sqrt{2\pi} \text{ и } V(x) = 0,5 [1 - \Phi(x)]$$

X	W(X)	V(X)	X	W(X)	V(X)
0,00	0,3989	0,5000	2,50	0,0175	0,00621
10	3966	4602	55	0155	00539
20	3910	4207	60	0136	0466
30	3814	3821	65	0119	0403
40	3683	3446	70	0104	0347
50	3521	3085	75	0091	0298
0,60	0,3332	0,2743	2,80	0,00792	0,00255
70	3122	2420	85	688	00219
80	2897	2119	90	595	0187
90	2661	1841	95	515	0159
1,00	2418	1587	3,00	443	0135
1,10	0,2178	0,1357	3,05	0,00386	0,00114
20	1942	1151	10	327	00097
30	1714	0968	15	277	0082
40	1498	0808	20	238	069
50	1295	0668	25	204	058
1,60	0,1109	0,0548	3,30	0,00172	0,000483
70	0940	0446	35	146	0404
80	0789	0359	40	123	0337
90	0656	0287	45	104	0280
2,00	0539	0227	50	087	0233
2,05	0,0488	0,0201	3,55	0,00073	0,000193
10	0440	0179	60	061	0159
15	0396	0158	65	051	0131
20	0355	0139	70	042	0108
25	0317	0129	75	035	0088
2,30	0,0283	0,0107	3,80	0,00029	0,000072
35	0252	0099	85	024	059
40	0224	0082	90	020	049
45	0198	0071	95	017	039
50	0175	0062	4,00	013	032



