

Міністерство освіти і науки України
**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ЗАПОРІЗЬКА ПОЛІТЕХНІКА»**

**Індивідуальні завдання
для самостійної роботи з дисципліни
«Вища математика.
Математичний аналіз»**

**для студентів денної форми навчання галузі знань
12 «Інформаційні технології»
(Частина 1)**

2022

Індивідуальні завдання для самостійної роботи з дисципліни «Вища математика. Математичний аналіз» для студентів денної форми навчання галузі знань 12 «Інформаційні технології» (Частина 1) / Укл. Коротунова О. В. – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2022. – 66 с.

Укладач: Коротунова О.В., доцент, к.т.н.

Експерт: Табунщик Г. В., доцент, к.т.н.

Рецензент: Мастиновський Ю.В, професор, к.т.н.

Відповідальний за випуск: Коротунова О. В., доцент, к.т.н.

Затверджено на засіданні
кафедри прикладної математики
Протокол № 8 від 16.02.2022 р.

Рекомендовано до видання
НМК факультету комп'ютерних наук і технологій
Протокол № 7 від 22.02.2022 р.

ЗМІСТ

1. Диференціальне числення функції однієї змінної	4
1.1. Завдання № 1.1	4
1.2. Завдання № 1.2	11
1.3. Завдання № 1.3	16
1.4. Завдання № 1.4	17
1.5. Завдання № 1.5	24
1.6. Завдання № 1.6	26
1.7. Завдання № 1.7	28
1.8. Завдання № 1.8	30
2. Функції кількох змінних	31
2.1. Завдання № 2.1	31
2.2. Завдання № 2.2	33
2.3. Завдання № 2.3	34
2.4. Завдання № 2.4	36
2.5. Завдання № 2.5	37
2.6. Завдання № 2.6	39
2.7. Завдання № 2.7	41
2.8. Завдання № 2.8	43
2.9. Завдання № 2.9	45
2.10. Завдання № 2.10	46
3. Інтегральне числення функції однієї змінної	48
3.1. Завдання № 3.1	48
3.2. Завдання № 3.2	59
3.3. Завдання № 3.3	63
3.4. Завдання № 3.4	64
Література	66

1. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ

1.1. Завдання № 1.1

Обчислити границі функцій, не використовуюючи правило Лопітала.

- № 1.** а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 6x - 1}{3 - x^2 + 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 5x + 6}$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2\sqrt{x}}{x^2 + 4x - 5}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-5} \right)^{6x-5}$;
- д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\sin 4x}$.
- № 2.** а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - x - 1}{3x^2 + 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4x - 12}{x^2 - 4}$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x}}{x^2 - x - 2}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{2+x} \right)^{3x}$;
- д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \cdot \operatorname{tg} x}$.
- № 3.** а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - x^2 - 1}{x + x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 2x - 8}$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x^2 + 7x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x^2}{x^2} \right)^{2x^2-1}$;
- д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 1}{\sin 6x}$.
- № 4.** а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 6x - 1}{x^3 - x^2 + 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 6x + 5}{x^2 - 1}$;

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{6-x}}{x^2 + 4x - 12}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{3x-2} \right)^{5x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\arcsin x}.$$

№ 5.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 2x^2 - 2x}{x^2 + x + 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + x - 20}{x^2 - 16};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{x^2 + x - 2}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x+3}{7x-2} \right)^{4x-1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-2x)}{\operatorname{arctg} \frac{x}{3}}.$$

№ 6.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x - 1}{5 - 6x^3 + 2x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - \sqrt{6-x}}{x^2 + 2x - 8}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+7} \right)^{3-x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 4^x}{\operatorname{arctg} x}.$$

№ 7.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1-x^2}{3-x+2x^2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 16};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 + 4x - 5}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2}{x^2 - 4} \right)^{3x^2+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 6x}{\ln(1+2x)}.$$

№ 8.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - x + 2}{x - x^3}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 + x - 2}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7 + 2x}{6 + 2x} \right)^{3x-1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\arcsin 3x \cdot \ln(1 - 2x)}.$$

$$\text{№ 9. } \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 6x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 5x + 4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x^2 + x - 12}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 1} \right)^{2x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{\ln(1 - 6x)}.$$

$$\text{№ 10. } \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 1}{3 - x^2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 9};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - \sqrt{x+2}}{x^2 + x - 6}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+6} \right)^{x+2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 3x}{\sin 5x}.$$

$$\text{№ 11. } \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 1}{x + 1 - 3x^2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{2}}{x^2 - x - 2}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+2}{5x-3} \right)^{6x-1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x \cdot \sin x}.$$

$$\text{№ 12. } \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 2}{x - 3x^2 - 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 6x - 7}{x^2 - 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x^2 - 7x}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x+2}{6x-1} \right)^{5x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \ln(1-x)}{1 - \cos 2x}.$$

№ 13.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x + 1}{x + 3x^3 - 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 9};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3+x} - \sqrt{1-x}}{x^2 + x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+6}{x-2} \right)^{4x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \arcsin x}{1 - \cos 4x}.$$

№ 14.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 2x - 1}{3x^2 - 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{\sqrt{x+5} - 2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+2} \right)^{4x+5};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{\sin 6x}.$$

№ 15.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + x + 2}{x^3 - 2x + 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{4 - x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 5x - 6}{\sqrt{x+3} - 2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+8}{3x-1} \right)^{x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 8x}{\ln(1-6x)}.$$

№ 16.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - x^2 + 2}{7x^2 - 2x + 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 5x - 24}{9 - x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 5x + 4}{\sqrt{x+3} - \sqrt{2}};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x+8}{7x-3} \right)^{5x+2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 3x}{\arcsin 8x}.$$

- № 17.** а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 1}{5 - 6x^2 - 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{1 - x^2}$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{\sqrt{x+2} - \sqrt{6-x}}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+8} \right)^{5x-2}$;
- д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{\ln(1-4x)}$.
- № 18.** а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - x^3 + x}{3x^3 - 6x^2 - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 7x - 30}{9 - x^2}$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 6x - 16}{\sqrt{x+2} - 2}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+1}{5x-8} \right)^{3x-1}$;
- д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{x \cdot \operatorname{arctg} 5x}$.
- № 19.** а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 6x + 1}{x - 5x^2 + 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 7x + 10}{4 - x^2}$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - 3}{x^2 + x - 12}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{10x+3}{10x-8} \right)^{x-1}$;
- д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+6x)}{\arcsin 12x}$.
- № 20.** а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x^2 - x - 1}{1 + x + x^2 - 2x^3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{1 - x^2}$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 + x - 20}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x-1}{7x+3} \right)^{4x-8}$;
- д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 7x - 1}{x \cdot \sin 5x}$.
- № 21.** а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 1}{1 - x - 5x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 4}$;

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4}-3}{x^2+2x-35};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-2}{5x+1} \right)^{6x-3};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-6x)}{\sin 7x}.$$

$$\text{№ 22. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x-x^3+x^2+1}{6x-3x^2+7x^3};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2+x-42}{x^2-36};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{6}}{x^2-x-20};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3-2x}{6-2x} \right)^{x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-2x)}{\arctg 8x} ..$$

$$\text{№ 23. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-4}{5-x+3x^2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+5x-14}{4-x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8}-3}{x^2+3x-4};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-x}{5-x} \right)^{7-x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x-1}{x \cdot \arctg 2x}.$$

$$\text{№ 24. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-x^3}{6+5x+3x^3};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-x-20}{25-x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7}-3}{x^2+3x-10};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{8+5x}{5x-4} \right)^{2x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{tg} 12x}{\ln(1-12x)}.$$

$$\text{№ 25. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2+3x-1}{5-x+5x^2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2-5x-24}{64-x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1}-2}{x^2-4x-5};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3-6x}{5-6x} \right)^{2x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \ln(1-2x)}{1 - \cos 3x}.$$

$$\text{№ 26. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - x - x^2}{4 + 3x^2 - x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 6x - 7}{x^2 - 49};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - 3}{x^2 + x - 56};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x+1}{7x-8} \right)^{5x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{arctg} 6x}{\cos 2x - 1}.$$

$$\text{№ 27. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 5x^2 - x^3}{2x^3 - x^2 + 7x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^{2x-1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{4x^2 - 1}{\arcsin(1-2x)}.$$

$$\text{№ 28. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 5}{x + 3x^2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-2x}}{x + x^2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{\frac{x+1}{3}};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x)}{\sin 2x}.$$

$$\text{№ 29. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3x^2}{x^2 + 7x - 2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{x^2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{\operatorname{tg}^2 3x}.$$

$$\text{№ 30. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + x - 1}{x - 3x^2 + 2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 8x + 12}{x^2 - 4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{\sqrt{x+2} - \sqrt{6-x}}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x^3}\right)^{3+x^3};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{1 - \cos 5x}.$$

1.2. Завдання № 1.2

Дослідити функції на неперервність та встановити тип точок розриву, якщо вони є. Для завдання «а» схематично побудувати графік функції $f(x)$.

$$\text{№ 1. а) } f(x) = \begin{cases} x-1, & x \leq 0; \\ x^2 - 1, & 0 < x \leq 1; \\ 4x-2, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 3^{\frac{1}{x+2}}.$$

$$\text{№ 2. а) } f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq -1; \\ 2x+1, & -1 < x < 0; \\ -x^2 + 2, & x \geq 0. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 5^{-\frac{1}{x}}.$$

$$\text{№ 3. а) } f(x) = \begin{cases} 3x+1, & x \leq 0; \\ x^2 + 1, & 0 < x \leq 1; \\ 4-x, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 4^{\frac{1}{x-3}}.$$

$$\text{№ 4.} \quad \text{a) } f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0; \\ \sqrt{x}, & 0 < x < 4; \\ 1, & x \geq 4. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 6^{\frac{1}{3-x}}.$$

$$\text{№ 5.} \quad \text{a) } f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0; \\ x^2, & 0 < x \leq 2; \\ x+1, & x > 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 2^{\frac{1}{3+x}}.$$

$$\text{№ 6.} \quad \text{a) } f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0; \\ x^2 + 1, & 0 < x \leq 1; \\ 2, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 9^{\frac{1}{x+5}}.$$

$$\text{№ 7.} \quad \text{a) } f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0; \\ x^2 + 1, & 0 < x < 1; \\ x, & x \geq 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 5^{\frac{1}{1-x}}.$$

$$\text{№ 8.} \quad \text{a) } f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0; \\ \operatorname{tg} x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{4}; \\ 2, & x > \frac{\pi}{4}. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = e^{\frac{1}{x+3}}.$$

$$\text{№ 9.} \quad \text{a) } f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0; \\ -(x-1)^2, & 0 < x < 2; \\ x-3, & x \geq 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 3^{\frac{1}{x-2}}.$$

$$\text{№ 10. a) } f(x) = \begin{cases} -(x+1), & x \leq -1; \\ (x+1)^2, & -1 < x \leq 1; \\ x, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 2^{\frac{1}{x-5}}.$$

$$\text{№ 11. a) } f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1; \\ x^2+1, & -1 < x \leq 1; \\ -x+3, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 7^{\frac{1}{x+1}}.$$

$$\text{№ 12. a) } f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0; \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi; \\ x-2, & x > \pi. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 5^{\frac{2}{x+7}}.$$

$$\text{№ 13. a) } f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1; \\ x^2+2, & -1 \leq x < 1; \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 13^{\frac{1}{x+9}}.$$

$$\text{№ 14. a) } f(x) = \begin{cases} 3, & x \leq -1; \\ x^2+1, & -1 < x \leq 0; \\ x+1, & x > 0. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 8^{\frac{1}{3-x}}.$$

$$\text{№ 15. a) } f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0; \\ 2x^2+1, & 0 < x \leq 1; \\ 4, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 3^{\frac{1}{4-x}}.$$

$$\text{№ 16. a) } f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x \leq -1; \\ 2, & -1 < x \leq 1; \\ 3x+1, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 7^{\frac{1}{2x-4}}.$$

$$\text{№ 17. a) } f(x) = \begin{cases} 4x-3, & x < 1; \\ x^2, & 1 \leq x \leq 2; \\ 5, & x > 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 4^{\frac{1}{x+2}}.$$

$$\text{№ 18. a) } f(x) = \begin{cases} -x-1, & x \leq -1; \\ x^2+1, & -1 < x < 1; \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 6^{\frac{2}{x+5}}.$$

$$\text{№ 19. a) } f(x) = \begin{cases} 4, & x \leq -2; \\ x^2, & -2 < x < 2; \\ x-2, & x \geq 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 11^{\frac{1}{1-x}}.$$

$$\text{№ 20. a) } f(x) = \begin{cases} 3x-2, & x \leq 0; \\ 4, & 0 < x < 2; \\ 2x, & x \geq 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = e^{\frac{3}{x-5}}.$$

$$\text{№ 21. a) } f(x) = \begin{cases} x-3, & x \leq 2; \\ -1, & 2 < x < 3; \\ x^2-5, & x \geq 3. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 7^{\frac{1}{x+4}}.$$

$$\text{№ 22. a) } f(x) = \begin{cases} \sin x, & x < 0; \\ x^2, & 0 \leq x \leq 1; \\ 2, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 8^{\frac{1}{3+x}}.$$

$$\text{№ 23. a) } f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0; \\ x^2+1, & 0 < x < 1; \\ 2-x, & x \geq 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 4^{\frac{1}{x-6}}.$$

$$\text{№ 24. a) } f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & x \leq 0; \\ \cos x, & 0 < x < \frac{\pi}{2}; \\ 2, & x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 4^{\frac{1}{1-x}}.$$

$$\text{№ 25. a) } f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq -1; \\ x, & -1 < x < 1; \\ 2, & x \geq 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 8^{\frac{1}{x+2}}.$$

$$\text{№ 26. a) } f(x) = \begin{cases} 2, & x \leq 0; \\ x^2 + 2, & 0 < x \leq 1; \\ 3-x, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 9^{\frac{1}{x-2}}.$$

$$\text{№ 27. a) } f(x) = \begin{cases} 2, & x < -1; \\ 2-2x, & -1 \leq x \leq 1; \\ \ln x, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 5^{\frac{2}{x-4}}.$$

$$\text{№ 28. a) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\sqrt{4-x}, & x < 0; \\ \cos 2x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}; \\ -x, & x > \frac{\pi}{4}. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 7^{\frac{2}{x+5}}.$$

$$\text{№ 29. a) } f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x}, & x < -2; \\ x, & -2 \leq x < 0; \\ 1-x, & x \geq 0. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 6^{\frac{1}{x+3}}.$$

$$\text{№ 30. а) } f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & x < -2; \\ 3x + 2, & -2 \leq x \leq 2; \\ 12 - x^2, & x > 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 8^{\frac{2}{x-7}}.$$

1.3. Завдання № 1.3

Знайти та схематично побудувати асимптоти графіка функції $y = f(x)$.

$$\text{№ 1. } y = \frac{x^2 - 4}{16x}.$$

$$\text{№ 10. } y = \frac{x^2 - 1}{3x}.$$

$$\text{№ 2. } y = \frac{x^2 - 1}{x}.$$

$$\text{№ 11. } y = \frac{x^3 + 8}{x^2}.$$

$$\text{№ 3. } y = \frac{x^3 + 4}{x^2}.$$

$$\text{№ 12. } y = \frac{2}{x^2 - 1}.$$

$$\text{№ 4. } y = \frac{1}{x^2 + 1}.$$

$$\text{№ 13. } y = \frac{x}{x^2 + 1}.$$

$$\text{№ 5. } y = \frac{2x}{x^2 + 1}.$$

$$\text{№ 14. } y = \frac{x^3}{x^2 - 4}.$$

$$\text{№ 6. } y = \frac{x^3}{x^2 - 1}.$$

$$\text{№ 15. } y = \frac{x^2}{2(x-3)}.$$

$$\text{№ 7. } y = \frac{x^2}{2(x-1)}.$$

$$\text{№ 16. } y = \frac{x^2 - x}{x - 2}.$$

$$\text{№ 8. } y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}.$$

$$\text{№ 17. } y = \frac{1 - x^3}{x^2}.$$

$$\text{№ 9. } y = \frac{x^2 - 9}{x}.$$

$$\text{№ 18. } y = \frac{x^2}{2(x+1)^2}.$$

$$\text{№ 19. } y = \frac{x^4}{x^3 - 1}.$$

$$\text{№ 25. } y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}.$$

$$\text{№ 20. } y = \frac{2x^2 + x}{x + 1}.$$

$$\text{№ 26. } y = 2x - 1 + \frac{1}{x - 1}.$$

$$\text{№ 21. } y = \frac{x^3}{x^2 - 3}.$$

$$\text{№ 27. } y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}.$$

$$\text{№ 22. } y = \frac{x^3}{1 - x^2}.$$

$$\text{№ 28. } y = \frac{3 - x^2}{x}.$$

$$\text{№ 23. } y = \frac{x^2}{(x + 1)^2}.$$

$$\text{№ 29. } y = x^2 + \frac{1}{x^2}.$$

$$\text{№ 24. } y = \frac{x - 1}{x^2 - 2x}.$$

$$\text{№ 30. } y = \frac{3 - x^2}{x + 2}.$$

1.4. Завдання № 1.4

Обчислити похідні заданих функцій.

$$\text{№ 1. } \quad \text{а) } y = (x^3 + 1)\sin 3x; \quad \text{б) } y = \arctg(\sin x) - 5^{\ln x};$$

$$\text{в) } e^{xy} + x^2 + y^2 = 0; \quad \text{г) } y = x^{\sin x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \cos 2t, \\ x = \sin 2t. \end{cases}$$

$$\text{№ 2. } \quad \text{а) } y = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}; \quad \text{б) } y = 3^{\arctg \sqrt{x}} - \log_2(x^3 - 5x);$$

$$\text{в) } xy + y^2 = x + y; \quad \text{г) } y = x^{\frac{x}{2}};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = e^t \cos t, \\ x = e^t \sin t. \end{cases}$$

$$\text{№ 3. а) } y = \frac{\sin 2x}{2x+1};$$

$$\text{б) } y = x \arcsin \sqrt{x} + \log_3 \sqrt{1+x^2};$$

$$\text{в) } \ln x + \ln y = x + y; \quad \text{г) } y = (x^2 + 1)^x;$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = t + \sin t, \\ x = 2 - \cos t. \end{cases}$$

$$\text{№ 4. а) } y = (x^2 + 1) \cos 3x; \quad \text{б) } y = \ln \arccos 2x + \operatorname{tg} \sqrt[3]{1+x^3};$$

$$\text{в) } y + \sin x = x + \cos y; \quad \text{г) } y = x^{x^2+1};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \frac{1}{t}, \\ x = \frac{1}{1+t^2}. \end{cases}$$

$$\text{№ 5. а) } y = \frac{\cos x}{x^2}; \quad \text{б) } y = \sqrt{\ln(\sqrt{x} + \sqrt{x+1})};$$

$$\text{в) } y \cdot \sin x + \cos y = \cos y; \quad \text{г) } y = (\arcsin x)^{x^2};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \sin t, \\ x = \frac{1}{\cos t}. \end{cases}$$

$$\text{№ 6. а) } y = (x^2 + 6x - 1)e^{2x}; \quad \text{б) } y = \ln \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}};$$

$$\text{в) } 5y = \operatorname{tg}(xy); \quad \text{г) } y = (\sin x)^x;$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \sqrt{t}, \\ x = \sqrt{1-t}. \end{cases}$$

$$\text{№ 7. а) } y = \frac{4 \ln x}{1 - \ln x};$$

$$\text{б) } y = 3^{\operatorname{ctg} x} \cdot \cos \sqrt[8]{x};$$

$$\text{в) } x^2 + y = y^2 + x;$$

$$\text{г) } y = (x)^{\arcsin x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \sqrt{t-1}, \\ x = \frac{1}{\sqrt{t-1}}. \end{cases}$$

$$\text{№ 8. а) } y = \frac{4 \sin 3x}{x^2 - 4x + 1};$$

$$\text{б) } y = \ln^2(x + \operatorname{tg} x);$$

$$\text{в) } e^x + y = e^y + x;$$

$$\text{г) } y = (\cos x)^{x^3};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = t^2 - 1, \\ x = \ln t. \end{cases}$$

$$\text{№ 9. а) } y = (x-1)\cos 2x;$$

$$\text{б) } y = 3^{\ln(1+4x^2)};$$

$$\text{в) } 2x^2 + y = x - y^2;$$

$$\text{г) } y = (\operatorname{arctg} x)^{\sin x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = t^2 + t, \\ x = t^2 - t. \end{cases}$$

$$\text{№ 10. а) } y = (3x-1)e^x;$$

$$\text{б) } y = \ln \sin \frac{2x+4}{x};$$

$$\text{в) } x^2 + y^2 = 2x + 3y;$$

$$\text{г) } y = (\cos x)^{x^3};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = t^3 - 3t, \\ x = t^2 - 2t. \end{cases}$$

№ 11. a) $y = \frac{\cos 3x}{x^3 + x^2 + 1}$; б) $y = \ln \ln^2 \ln^3 x$;

в) $e^{xy} - x^2 + y^2 = 0$; г) $y = x^{\frac{2}{x}}$;

д) $\begin{cases} y = \sin t - t \cos t, \\ x = \cos t - t \sin t. \end{cases}$

№ 12. a) $y = \frac{\ln x}{3x^2 + 1}$; б) $y = \arcsin \ln \frac{1}{3x - 2}$;

в) $x \sin y - y \cos x = 0$; г) $y = x^{ctgx}$;

д) $\begin{cases} y = \ln t, \\ x = t^2 - t. \end{cases}$

№ 13. a) $y = (x^2 + 1)tg4x$; б) $y = \ln \cos e^{-4x}$;

в) $x = y^2 + \arctg \frac{y}{x}$; г) $y = x^{\arccos x^2}$;

д) $\begin{cases} y = t - \sin t, \\ x = 2 + \cos t. \end{cases}$

№ 14. a) $y = \frac{5x + 1}{\arctg 2x}$; б) $y = \ln \arcsin \sqrt{x} - \cos^3 5x$;

в) $e^{x+y} = \sin \frac{y}{x}$; г) $y = (tgx + 1)^{2x}$;

д) $\begin{cases} y = \cos t, \\ x = \ln \sin t. \end{cases}$

№ 15. a) $y = \frac{3x^2}{tg 2x}$; б) $y = \ln \cos \frac{2x + 3}{3x + 2}$;

$$\text{в) } xy + \ln y - 2 \ln x = 0; \quad \text{г) } y = 2x^{\sqrt{x}};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \cos t + t \sin t, \\ x = \sin t - t \cos t. \end{cases}$$

$$\text{№ 16. a) } y = (x^2 - 8) \cos 3x; \quad \text{б) } y = \ln^3(1 + \operatorname{tg} 2x);$$

$$\text{в) } y \sin x + \cos(x - y) = \cos y;$$

$$\text{г) } y = x^{1+3x^2};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = e^t, \\ x = e^{2t+1}. \end{cases}$$

$$\text{№ 17. a) } y = e^{-x} \sin 2x; \quad \text{б) } y = \ln \sqrt{\frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x}};$$

$$\text{в) } \cos(xy) = \frac{y}{x}; \quad \text{г) } y = x^{\sin(x^2)};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \ln(\operatorname{arctg} t), \\ x = \frac{1}{1+t^2}. \end{cases}$$

$$\text{№ 18. a) } y = (x^2 + 8) \sqrt{2x + 1}; \quad \text{б) } y = 5^{\arcsin 2x} - \log_5(x^2 - 7x);$$

$$\text{в) } (x + y)^2 = (x - 2y)^3; \quad \text{г) } y = (\operatorname{arctg} 2x)^{\sin x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = t^2 + 4t - 1, \\ x = 3t^3 + t. \end{cases}$$

$$\text{№ 19. a) } y = \frac{3x}{\sin 2x}; \quad \text{б) } y = \ln^2 \operatorname{tg} \frac{x}{2};$$

$$\text{в) } y \ln x - x \ln y = x + y; \quad \text{г) } y = (\sin 3x)^{\sqrt{x}};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \ln \operatorname{tg} t, \\ x = ct \operatorname{tg} t. \end{cases}$$

$$\text{№ 20. а) } y = \frac{\arcsin x}{1 + 2 \cos x};$$

$$\text{б) } y = e^{\operatorname{arctg} \sqrt{1 + \ln(2x+3)}};$$

$$\text{в) } x^3 y^3 - 2xy + 3 = 0;$$

$$\text{г) } y = x^{-\cos 4x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = t(1 - \cos t), \\ x = t \sin t. \end{cases}$$

$$\text{№ 21. а) } y = \frac{1 - \sin x}{1 + \cos x};$$

$$\text{б) } y = \operatorname{arctg} \left(\sqrt{e^{\sin x} - 1} \right);$$

$$\text{в) } x^2 y^3 - \sin y + 3 = 0;$$

$$\text{г) } y = (\operatorname{tg} 7x)^{x^3};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \sin^2 t, \\ x = \sin 2t. \end{cases}$$

$$\text{№ 22. а) } y = \frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x};$$

$$\text{б) } y = \cos^2 \ln x + \ln^2 \sin x;$$

$$\text{в) } \cos(xy) - 2x = 0;$$

$$\text{г) } y = (2x + 3)^{\sin x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} x = \cos \frac{t}{2}, \\ y = t - \sin t. \end{cases}$$

$$\text{№ 23. а) } y = \frac{\operatorname{ctg} 5x}{x^2 + \sin 3x};$$

$$\text{б) } y = \operatorname{arctg} \ln \operatorname{ctg} x;$$

$$\text{в) } x^2 y^3 + x \ln y = 0;$$

$$\text{г) } y = (\sin x)^{\cos x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} x = t^2 - 5t, \\ y = 2 \cos 3t. \end{cases}$$

№ 24. а) $y = \frac{1 - \cos 4x}{x + \sin 3x}$;

б) $y = \lg \ln \operatorname{ctg} x^3$;

в) $\operatorname{tgy} - xy^2 = 0$;

г) $y = x^{\frac{1}{x^2}}$;

д) $\begin{cases} y = t^3 + 3t + 1, \\ x = t^3 - 3t + 1. \end{cases}$

№ 25. а) $y = \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$;

б) $y = \ln \arccos \sqrt{1 - e^{4x}}$;

в) $\sin y - xy^2 + 4 = 0$;

г) $y = e^{\sin^3 x}$;

д) $\begin{cases} x = \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + t, \\ y = \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{t}. \end{cases}$

№ 26. а) $y = \sin 8x \cdot \operatorname{ctg} 3x$;

б) $y = \ln(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}})$;

в) $y = 1 + xe^y$;

г) $y = x^{1+3x^2}$;

д) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = 5 \cos t^2. \end{cases}$

№ 27. а) $y = e^{-x} \cos x$;

б) $y = \operatorname{arcctg} \sqrt{\ln \frac{1}{x^2 + 1}}$;

в) $y^3 + e^{xy} = 0$;

г) $(\ln x)^{2x-1}$;

д) $\begin{cases} x = t + \ln 2t, \\ y = t - \ln 2t. \end{cases}$

№ 28. а) $y = x^5 \ln x$;

б) $y = \log_3 \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \cos x}}$;

$$\text{в) } x^3 + y^3 - 3xy = 0; \quad \text{г) } y = x^{\frac{1-x}{1+x}};$$

$$\text{д) } \begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t. \end{cases}$$

$$\text{№ 29. а) } y = (2x-1)\operatorname{arctg} 3x; \quad \text{б) } y = \ln \frac{\ln x}{\sin \frac{1}{x}};$$

$$\text{в) } xy + e^y = 0; \quad \text{г) } y = x^{\cos^2 x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} x = t^2 + t + 1, \\ y = t^3 + t. \end{cases}$$

$$\text{№ 30. а) } y = \frac{2^{5x}}{x + \sqrt{1+x^2}}; \quad \text{б) } y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}};$$

$$\text{в) } x^4 + y^4 = x^2 y^2; \quad \text{г) } (\cos x)^{3+x^3};$$

$$\text{д) } \begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos^2 t. \end{cases}$$

1.5. Завдання № 1.5

Скласти рівняння дотичної та нормалі до заданої кривої $y = f(x)$ в точці x_0 .

$$\text{№ 1. } y = \frac{3x-4}{3-x}, \quad x_0 = 1.$$

$$\text{№ 3. } y = \frac{1}{2}(x^2 - 3), \quad x_0 = 1.$$

$$\text{№ 2. } y = \frac{1}{4}x^2 - 1, \quad x_0 = 1.$$

$$\text{№ 4. } y = \frac{x-4}{1+x}, \quad x_0 = 1.$$

$$\text{№ 5. } y = \frac{1}{3}x^2 - 2, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 6. } y = \frac{1}{6}(x^2 + 3), x_0 = 1.$$

$$\text{№ 7. } y = \frac{3x-4}{3-x}, x_0 = 0.$$

$$\text{№ 8. } y = \frac{1}{4}x^2 - 2, x_0 = -1.$$

$$\text{№ 9. } y = \frac{1}{2}(x^2 + 1), x_0 = 2.$$

$$\text{№ 10. } y = \frac{3x+1}{2-x}, x_0 = 0.$$

$$\text{№ 11. } y = \frac{1}{3}x^2 + 2, x_0 = -1.$$

$$\text{№ 12. } y = \frac{1}{6}(x^2 - 3), x_0 = 1.$$

$$\text{№ 13. } y = \frac{2x+1}{2-x}, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 14. } y = \frac{1}{4}x^2 + 1, x_0 = -1.$$

$$\text{№ 15. } y = \frac{1}{2}(1 - x^2), x_0 = 2.$$

$$\text{№ 16. } y = \frac{3x-2}{3-x}, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 17. } y = \frac{1}{8}x^2 + 3, x_0 = -1.$$

$$\text{№ 18. } y = \frac{1}{6}(3 - x^2), x_0 = 1.$$

$$\text{№ 19. } y = \frac{x-4}{3-x}, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 20. } y = 3 - \frac{1}{4}x^2, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 21. } y = \frac{1}{2}(3 - x^2) - 1, x_0 = 2.$$

$$\text{№ 22. } y = \frac{x+2}{x-5}, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 23. } y = 1 - \frac{1}{3}x^2, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 24. } y = 2 - \frac{1}{4}x^2, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 25. } y = \frac{2x-4}{1-x}, x_0 = 0.$$

$$\text{№ 26. } y = 4 - \frac{1}{8}x^2, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 27. } y = 3 - \frac{1}{8}x^2, x_0 = -1.$$

$$\text{№ 28. } y = \frac{3x-4}{3-x}, x_0 = -1.$$

$$\text{№ 29. } y = 2 - \frac{1}{3}x^2, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 30. } y = 6 - \frac{1}{4}x^2, x_0 = 1.$$

1.6. Завдання № 1.6

Обчислити границі функції за правилом Лопіталя.

$$\text{№ 1. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{x^2}.$$

$$\text{№ 2. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{\sin x}.$$

$$\text{№ 3. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1 - x^2}{\sin^6 2x}.$$

$$\text{№ 4. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^2}.$$

$$\text{№ 5. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{x^2 + 3x}.$$

$$\text{№ 6. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{1 + 2 \ln \sin x}.$$

$$\text{№ 7. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin 4x}.$$

$$\text{№ 8. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x}{x^2}.$$

$$\text{№ 9. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x - 7 \sin x}{x^2}.$$

$$\text{№ 10. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\sin x}.$$

$$\text{№ 11. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}.$$

$$\text{№ 12. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\cos 3x - e^{-x}}.$$

$$\text{№ 13. } \lim_{x \rightarrow 1} (x-1) \operatorname{ctg} \pi(x-1).$$

$$\text{№ 14. } \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + e^{-x} - 2) \operatorname{ctg} x.$$

$$\text{№ 15. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - 4 \sin^2 \frac{\pi x}{6}}{1 - x^2}.$$

$$\text{№ 16. } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x^2 - 8)}{2x^2 - 5x - 3}.$$

$$\text{№ 17. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{10} - 10x + 9}{(x-1)^2}.$$

$$\text{№ 18. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}.$$

$$\text{№ 19. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{1 - \sin \frac{\pi x}{2}}.$$

$$\text{№ 20. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2 - \sin x^2}.$$

$$\text{№ 21. } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + x^3 - 3x^2 - 5x - 2}{x^4 + 2x^3 - 2x - 1}.$$

$$\text{№ 22. } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 9x - 4}{3x^4 + 5x^3 + 3x^2 + 3x + 2}.$$

$$\text{№ 23. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 7x - 5}{x^3 + 2x^2 - 9x + 6}.$$

$$\text{№ 24. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x}{\ln(1+x)}.$$

$$\text{№ 25. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 3x^2 + 7x - 5}{x^4 - 5x + 4}.$$

$$\text{№ 26. } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xe^{2x}}{x + e^{2x}}.$$

$$\text{№ 27. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin 3x \cos x}.$$

$$\text{№ 28. } \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\cos 7x}{\cos 5x}.$$

$$\text{№ 29. } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 15x}{\sin 9x}.$$

$$\text{№ 30. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x}.$$

1.7. Завдання № 1.7

Знайти найменше та найбільше значення функції $y = f(x)$ на замкненому проміжку.

$$\text{№ 1. } y = x^3 - 3x^2 + 3, \quad [1, 3].$$

$$\text{№ 2. } y = x^3 - 6x^2 + 2, \quad [-2, 2].$$

$$\text{№ 3. } y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1, \quad [-2, 4].$$

$$\text{№ 4. } y = -2x^3 - 9x^2 + 6, \quad [-2, 1].$$

$$\text{№ 5. } y = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 5, \quad [0, 3].$$

$$\text{№ 6. } y = x^3 - 18x + 7; \quad [0; 4].$$

$$\text{№ 7. } y = x^5 - 6x^4; \quad [-1; 1].$$

$$\text{№ 8. } y = x^3 - 3x^2; \quad [-2; 2].$$

$$\text{№ 9. } y = x^4 - 81x; \quad [-4; 1].$$

$$\text{№ 10. } y = x^5 - 4x^4; \quad [-2; 2].$$

№ 11. $y = x^6 + x^7$; $[-3; 3]$.

№ 12. $y = x^4 + 20x$; $[-4; 1]$.

№ 13. $y = e^{-x^2} + 2x^2$, $[-1, 1]$.

№ 14. $y = 2x^2 - \sqrt{x} + 1$, $[0, 1]$.

№ 15. $y = x + \frac{2}{x} - 3 \ln x$, $[1, 4]$.

№ 16. $y = xe^{-2x^2}$, $[0, 1]$.

№ 17. $y = x^3 + 3 \ln x$, $[1/2, 2]$.

№ 18. $y = x^2 e^{-x}$, $[-1, 2]$.

№ 19. $y = 4 \arctg x - 2x + 1$, $[0, 1]$.

№ 20. $y = \sqrt{x^3 - x^2 - x + 5}$, $[0, 3]$.

№ 21. $y = x^4 + 4x$; $[-2; 2]$.

№ 22. $y = x^4 + 12x$; $[-3; 1]$.

№ 23. $y = x^5 + 12x$; $[-2; 2]$.

№ 24. $y = x - 2 \sin x$, $[0, \pi/2]$.

№ 25. $y = x + 2 \cos x$, $[-\pi/4, \pi/3]$.

№ 26. $y = \frac{2x+1}{x^2+6}$, $[-3, 4]$.

№ 27. $y = \frac{4x-1}{x^2+3}$, $[-1, 3]$.

№ 28. $y = \frac{x+1}{x^2+3}$, $[0, 3]$.

№ 29. $y = \frac{3x+4}{x^2+1}$, $[-1, 4]$.

$$\text{№ 30. } y = \frac{2x+3}{x^2+4}, \quad [-2, 2].$$

1.8. Завдання № 1.8

Визначити інтервали монотонності і екстремуми функції $y = f(x)$.

$$\text{№ 1. } y = \frac{x^3+4}{x^2}.$$

$$\text{№ 12. } y = \frac{x^3-32}{x^2}.$$

$$\text{№ 2. } y = \frac{2}{x^2+2x}.$$

$$\text{№ 13. } y = \frac{3x-2}{x^3}.$$

$$\text{№ 3. } y = \frac{12x}{9+x^2}.$$

$$\text{№ 14. } y = \frac{x^3-x+1}{x-1}.$$

$$\text{№ 4. } y = \frac{4-x^3}{x^2}.$$

$$\text{№ 15. } y = \frac{4x^2}{3+x^2}.$$

$$\text{№ 5. } y = \frac{2x^3+1}{x^2}.$$

$$\text{№ 16. } y = \frac{x^2-3x+3}{x-1}.$$

$$\text{№ 6. } y = \frac{x^2}{(x-1)^2}.$$

$$\text{№ 17. } y = \frac{x^2-4x+1}{x-4}.$$

$$\text{№ 7. } y = \frac{-8x}{x^2+4}.$$

$$\text{№ 18. } y = \frac{(x-1)^2}{x^2}.$$

$$\text{№ 8. } y = \frac{3x^4+1}{x^3}.$$

$$\text{№ 19. } y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2.$$

$$\text{№ 9. } y = \frac{8(x-1)}{(x+1)^2}.$$

$$\text{№ 20. } y = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2.$$

$$\text{№ 10. } y = \frac{4}{x^2+2x-3}.$$

$$\text{№ 21. } y = \frac{4x}{(1+x)^2}.$$

$$\text{№ 11. } y = \frac{1}{x^4-1}.$$

$$\text{№ 22. } y = \frac{1-2x^3}{x^2}.$$

$$\text{№ 23. } y = \frac{4}{3+2x-x^2}.$$

$$\text{№ 24. } y = \left(\frac{x}{x+2} \right)^2.$$

$$\text{№ 25. } y = \frac{(x+1)^2}{x^2+2x+4}.$$

$$\text{№ 26. } y = \frac{x^3-27x+54}{x^3}.$$

$$\text{№ 27. } y = -\frac{x^2+4x+1}{x+4}.$$

$$\text{№ 28. } y = -\frac{1+2x}{(x+1)}.$$

$$\text{№ 29. } y = \frac{2x^2+4x-4}{x-3}.$$

$$\text{№ 30. } y = \frac{2-2x-x^2}{x+3}.$$

2. ФУНКЦІЇ КІЛЬКОХ ЗМІННИХ

2.1. Завдання № 2.1

Знайти та зобразити на площині область визначення функції $z = f(x, y)$.

$$\text{№ 1. } z = \sqrt{2x+y} + \sqrt{x-2y}$$

$$\text{№ 2. } z = \sqrt{1-x^2-y^2}$$

$$\text{№ 3. } z = \ln(x^2+y)$$

$$\text{№ 4. } z = \lg(x^2-4y^2) - \sqrt{x^2+y^2-4}$$

$$\text{№ 5. } z = \arccos x + \arcsin y$$

$$\text{№ 6. } z = \sqrt{4x^2+9y^2-36}$$

$$\text{№ 7. } z = \arcsin \frac{x}{y}$$

$$\text{№ 8. } z = \frac{1}{\sqrt{y - \sqrt{x}}}$$

$$\text{№ 9. } z = \sqrt{x^2 - y^2 - 1}$$

$$\text{№ 10. } z = \ln(x + y) - \ln(x - y)$$

$$\text{№ 11. } z = \ln(xy)$$

$$\text{№ 12. } z = \sqrt{\sin(x^2 + y^2)}$$

$$\text{№ 13. } z = \frac{\sqrt{x - y}}{x + y}$$

$$\text{№ 14. } z = \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{y^2 - 4}$$

$$\text{№ 15. } z = \sqrt{-(x - y)^2}$$

$$\text{№ 16. } z = \lg(y - x - 2) + \sqrt{\frac{1}{x} - y}$$

$$\text{№ 17. } z = \arccos \frac{x}{x + y}$$

$$\text{№ 18. } z = \frac{x}{\ln(x^2 + y^2)}$$

$$\text{№ 19. } z = \text{ctg}(\pi(x + y))$$

$$\text{№ 20. } z = \arccos\left(\frac{3x}{y}\right)$$

$$\text{№ 21. } z = \log_x y$$

$$\text{№ 22. } z = \sqrt{8x^2 - 2x - y}$$

$$\text{№ 23. } z = \ln(6 - 3x - 2y) + \sqrt{2x - y}$$

$$\text{№ 24. } z = \ln(-x^2 - y^2 - 2y)$$

$$\text{№ 25. } z = \frac{1}{\sqrt{4x^2 - y^2}}$$

$$\text{№ 26. } z = \lg(x^2 + y^2 - 2)$$

$$\text{№ 27. } z = \sqrt{2 - |x| - |y|}$$

$$\text{№ 28. } z = \ln\left(y - \frac{1}{x}\right) - \sqrt{y}$$

$$\text{№ 29. } z = \lg(4x^2 + 9y^2 - 36)$$

$$\text{№ 30. } z = \frac{1}{\sqrt{y^2 - |x|}}$$

2.2. Завдання № 2.2

Обчислити границю функції.

$$\text{№ 1. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \left(1 + \frac{1}{x^2 + y^2}\right)^{xy}$$

$$\text{№ 2. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(x^2 + y^2)\cos(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$$

$$\text{№ 3. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

$$\text{№ 4. } \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow \infty}} \left(1 + \frac{1}{xy}\right)^{-\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\text{№ 5. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{2\arcsin(x^2 - y^2)}{x + y}$$

$$\text{№ 6. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{x + y}{x^2 - xy + y^2}$$

$$\text{№ 7. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \left(\frac{xy}{x^2 + y^2}\right)^{x^2}$$

$$\text{№ 8. } \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\ln(x + e^y)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\text{№ 9. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow 3}} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{x^2}{x+y}}$$

$$\text{№ 10. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x + y) \sin \frac{1}{x} \sin \frac{1}{y}$$

$$\text{№ 11. } \lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow +\infty}} (x^2 + y^2) e^{-(x+y)}$$

$$\text{№ 12. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2} - 1 - 1}$$

$$\text{№ 13. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 2}} \frac{\sin(xy)}{x}$$

$$\text{№ 14. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{x^2 y^2 + 1} - 1}{x^2 + y^2}$$

$$\text{№ 15. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1 - \cos(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)x^2 y^2}$$

$$\text{№ 16. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (1 + 2xy)^{\frac{5}{xy}}$$

$$\text{№ 17. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (1 + x^2 y^2)^{\frac{1}{x^2 + y^2}}$$

$$\text{№ 18. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{xy} - x}{\sin(\sqrt{x} - \sqrt{y})}$$

$$\text{№ 19. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin 3x^2}{\sin 5y^2}$$

$$\text{№ 20. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{(x^2 - 1)(xy + 1)}{x^2 y^2}$$

$$\text{№ 21. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{\sqrt{xy + 1} - 1}$$

$$\text{№ 22. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow 2}} \left(1 + \frac{y}{x}\right)^x$$

$$\text{№ 23. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + 2x - xy - 2y}$$

$$\text{№ 24. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + x^2 y^2}}{x^2 + y^2}$$

$$\text{№ 25. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{(y^2 + 3x + 4)x}{y^2(2x^3 + 1 - x)}$$

$$\text{№ 26. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{xy} - 2\sqrt{x}}$$

$$\text{№ 27. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{x + y}{x^2 + y^2}$$

$$\text{№ 28. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{1 + x + y} - 1}{x + y}$$

$$\text{№ 29. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{e^{-\frac{1}{x^2 + y^2}}}{x^4 + y^4}$$

$$\text{№ 30. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$$

2.3. Завдання № 2.3

Побудувати лінії рівня функції $z = f(x, y)$.

$$\text{№ 1. } z = \sqrt{xy + 2}$$

$$\text{№ 2. } z = x^2 - 2x + y^2$$

№ 3. $z = x + y$

№ 4. $z = \frac{y}{x^2}$

№ 5. $z = x^2 - y^2$

№ 6. $z = 1 - |x| - |y|$

№ 7. $z = \frac{2x}{x^2 + y^2}$

№ 8. $z = \ln(x^2 + y)$

№ 9. $z = x^2 + y^2$

№ 10. $z = \arcsin(xy)$

№ 11. $z = \frac{1}{4 - x^2 - y^2}$

№ 12. $z = x \cdot y$

№ 13. $z = \frac{x}{y}$

№ 14. $z = 4x^2 - y$

№ 15. $z = x^2 \cdot y$

№ 16. $z = 2y^2 - x$

№ 17. $z = \frac{1}{(x-1)^2 + (y-1)^2}$

№ 18. $z = 2x + y$

№ 19. $z = y^2 + x - 2y + 1$

№ 20. $z = x^2 - 4x + 8y - 4$

№ 21. $z = \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4}$

№ 22. $z = \frac{\sqrt{x}}{y}$

№ 23. $z = \sqrt{xy}$

№ 24. $z = \frac{y^2}{25} - x^2$

№ 25. $z = x^2 + 2y + y^2$

№ 26. $z = x^2 - 4x + y$

№ 27. $z = \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9}$

№ 28. $z = x^2 + y^2 + 6x - 6y + 14$

№ 29. $z = \frac{x^2}{y}$

№ 30. $z = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}}$

2.4. Завдання № 2.4

Знайти диференціали першого та другого порядків функції $z = f(x, y)$.

№ 1. $z = \sin^2(2x + y)$

№ 2. $z = 3 \sin(x^3 + y^2) - 5x^3y - 7$

№ 3. $z = 8 \ln(xy^2) + 10xy^2 - 8x$

№ 4. $z = 2e^{3x+y^2} - 2x^2y^2 + 9y$

№ 5. $z = 8 \cos(xy) - 3x - 12x^4y$

№ 6. $z = 3\sqrt{x^2 + y^2} - 5xy^3 + 8y$

№ 7. $z = x \sin(xy) + 5x^2y^2 - 7x$

№ 8. $z = 0,5 \ln(x^3 + y^2) - 9x^3y + 2x$

№ 9. $z = 8e^{x+y^3} - 3xy^3 + 7x - 3$

№ 10. $z = 8 \ln(x^2 + y^2) - 6x^2y^3 + 8x - 1$

№ 11. $z = \frac{x - y}{x + y}$

№ 12. $z = \frac{x^2}{y^2}$

№ 13. $z = x^2 \cdot \ln(x + y)$

№ 14. $z = (x + 2y)^2$

№ 15. $z = e^{x+y^2}$

№ 16. $z = \sin(xy^2)$

№ 17. $z = 3xy^3 + \sqrt{xy}$

$$\text{№ 18. } z = \sqrt{\frac{2x^3}{y}}$$

$$\text{№ 19. } z = \sqrt[3]{x^2 + 2y^2}$$

$$\text{№ 20. } z = (\sqrt{x} - 2y)^2$$

$$\text{№ 21. } z = \frac{x + y}{x + y + 1}$$

$$\text{№ 22. } z = x^2 y^3 - \sqrt{x + y}$$

$$\text{№ 23. } z = \ln(2x^2 - y^2)$$

$$\text{№ 24. } z = x \cdot e^{\frac{\sin x}{y}}$$

$$\text{№ 25. } z = \operatorname{arctg} \frac{x + y}{1 - xy}$$

$$\text{№ 26. } z = e^{xe^y}$$

$$\text{№ 27. } z = \arcsin\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$\text{№ 28. } z = y^{\ln x}$$

$$\text{№ 29. } z = \frac{1}{3} \sqrt{(x^2 + y^2)^3}$$

$$\text{№ 30. } z = \ln \operatorname{tg}\left(\frac{x}{y}\right)$$

2.5. Завдання № 2.5

Знайти частинні похідні z'_x , z'_y неявно заданої функції.

$$\text{№ 1. } x^2 + z^2 - 2y^2 - 5x^z + 10z^3 - 5 = 0$$

$$\text{№ 2. } x^3 + 2y^3 + z^3 - 3xy - 2y + 3 = 0$$

$$\text{№ 3. } x \cos y + y \cos z + z \cos x = 1$$

$$\text{№ 4. } x^2 + y^2 - z^2 - xy = 0$$

$$\text{№ 5. } x + y + z = \operatorname{tg} \frac{z}{x^2 - y^2}$$

$$\text{№ 6. } x + y + z = e^{-(x+y+z)}$$

$$\text{№ 7. } z^2 = \sqrt{x^2 - y^2} \cdot e^z$$

$$\text{№ 8. } z^3 - 3xyz = x^3$$

$$\text{№ 9. } z = x + \operatorname{arctg} \frac{y}{z - x}$$

$$\text{№ 10. } \frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y} + 1$$

$$\text{№ 11. } x^3 - 2x^2y + 4x^3z + z^2 + 4 = 0$$

$$\text{№ 12. } x^2 - y^2 + xy^2 - xz^2 + z^3 - 1 = 0$$

$$\text{№ 13. } xz + xy - yz + xyz + 8 = 0$$

$$\text{№ 14. } \ln(z + 3) = xz - yx^2 + 3z$$

$$\text{№ 15. } x^3y + 3xyz - z^3 = 27$$

$$\text{№ 16. } e^{xy-1} = y \ln z - z^2x + 2y$$

$$\text{№ 17. } \sqrt{x^2 + y^2 + 2z^2} - y^3z - \frac{x^2}{z} = 0$$

$$\text{№ 18. } 2x^2 - y^2 + z^2 - 4z + y - 12 = 0$$

$$\text{№ 19. } x^2 - y^3 + z^2 - 2xy - 2xz - yz - 15 = 0$$

$$\text{№ 20. } 3x^2y^2 + 2xyz^2 - 2x^3z + 4y^3z - 4 = 0$$

$$\text{№ 21. } x^3 + y^3 + z^3 + xyz - 6 = 0$$

$$\text{№ 22. } x^2 + y^2 - z^2 + 6xy - z - 8 = 0$$

$$\text{№ 23. } xyz^2 + 2y^2 + 3yz + 4 = 0$$

$$\text{№ 24. } x^2 + z^2 - xz - yz + 5 = 0$$

$$\text{№ 25. } x^3 + 5y^2 - xy + 2z^2 + xz = 29$$

$$\text{№ 26. } 6xy^4z^2 - yzx^4 - 2xyz - 7 = 0$$

$$\text{№ 27. } \frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y} + 1$$

$$\text{№ 28. } z = x + \operatorname{arctg} \frac{y}{z-x}$$

$$\text{№ 29. } x^2yz + 2x^2z - 3xyz^2 - 5y^2z^3 + 2 = 0$$

$$\text{№ 30. } xz = ye^{\frac{x}{z}}$$

2.6. Завдання № 2.6

Користуючись правилом диференціювання складної функції, знайти

$$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \text{ якщо } z = z(u; v), u = u(x; y), v = v(x; y).$$

$$\text{№ 1. } z = u^2 \cdot \ln v; \quad u = 2x + y; \quad v = x - y^3.$$

$$\text{№ 2. } z = \frac{u^2}{v}; \quad u = \sqrt{x} + 2y; \quad v = xy.$$

$$\text{№ 3. } z = \frac{v^2}{u}; \quad u = \sqrt{x} + 2y; \quad v = x^2y.$$

$$\text{№ 4. } z = \ln \frac{u}{v}; \quad u = x + \sqrt[3]{y}; \quad v = x^2 y.$$

$$\text{№ 5. } z = e^{u+v}; \quad u = \sin x + \sqrt[3]{y}; \quad v = xy.$$

$$\text{№ 6. } z = \ln \frac{u^2}{v}; \quad u = xy; \quad v = x^2 + y^3.$$

$$\text{№ 7. } z = \cos \frac{u^3}{v}; \quad u = xy; \quad v = 3x + y^4.$$

$$\text{№ 8. } z = \ln(u^2 + v^2); \quad u = x^3 y^2; \quad v = 6x + 2y.$$

$$\text{№ 9. } z = \sin \frac{u^2}{v}; \quad u = xy; \quad v = x^2 + 2y.$$

$$\text{№ 10. } z = \ln(u^2 + v^2); \quad u = \frac{x}{2y}; \quad v = x^2 + 2y.$$

$$\text{№ 11. } z = e^{uv}; \quad u = x^3 + \cos y; \quad v = xy^2.$$

$$\text{№ 12. } z = 2^{u+v}; \quad u = \sin(xy); \quad v = \cos(xy).$$

$$\text{№ 13. } z = \operatorname{arctg} \frac{u}{v}; \quad u = x^2 - y; \quad v = y^2 - x.$$

$$\text{№ 14. } z = u^2 v - v^2 u; \quad u = x \sin y; \quad v = y \cos x.$$

$$\text{№ 15. } z = u^2 \ln v; \quad u = \frac{y}{x}; \quad v = x^2 + y^2.$$

$$\text{№ 16. } z = e^{u-v}; \quad u = \frac{2y}{x+y}; \quad v = x^2 - 3y.$$

$$\text{№ 17. } z = u^3 v - v^2 u; \quad u = x \cdot \operatorname{tg} y; \quad v = \operatorname{ctg}(x + y).$$

$$\text{№ 18. } z = u^2 + \ln(u + v^2); \quad u = \cos x \cdot \sin y; \quad v = e^{x^2 - y^2}.$$

$$\text{№ 19. } z = \frac{v}{u^2}; \quad u = \cos y \cdot \sin x; \quad v = xe^{y^2}.$$

$$\text{№ 20. } z = \arctg(3uv - 5u); \quad u = \frac{x}{y}; \quad v = 5 - 2xy.$$

$$\text{№ 21. } z = \ln(uv^2 - u + 1); \quad u = \cos x \cdot y^2; \quad v = 3xy - 5.$$

$$\text{№ 22. } z = \sqrt{u^3 + v^2 - 3}; \quad u = \arcsin(3x - y); \quad v = 5x^2 - y^3.$$

$$\text{№ 23. } z = \arcsin \frac{u}{v^2}; \quad u = e^{x^2 - y^2}; \quad v = \arctg(xy).$$

$$\text{№ 24. } z = \frac{uv}{v+1}; \quad u = x^2 \sin y; \quad v = \ln(x+y).$$

$$\text{№ 25. } z = \cos u \cdot \sin v + v \cdot u^2; \quad u = e^{2x+y}; \quad v = x^2 + y^2.$$

$$\text{№ 26. } z = \arccos(3u - 4v); \quad u = e^{xy}; \quad v = 3x^2 + \sqrt{2y}.$$

$$\text{№ 27. } z = \frac{u+v}{\sin u + 1}; \quad u = \frac{x}{y}; \quad v = x^2 + y.$$

$$\text{№ 28. } z = 2u^2 - \sqrt{v}; \quad u = \arccos(x+y) + y^2; \quad v = e^{3xy}.$$

$$\text{№ 29. } z = 5u^2 - v^2; \quad u = xy + \sqrt{y}; \quad v = y^3 + \arcsin x.$$

$$\text{№ 30. } z = \ln^2(4u - 5v); \quad u = \sin^2 x \cdot \cos y; \quad v = \cos^2 y \cdot \sin x.$$

2.7. Завдання № 2.7

Скласти рівняння дотичної площини та нормалі до поверхні

$$z = f(x, y) \text{ в точці } A. \text{ Знайти } \frac{\partial z(A)}{\partial l}, \text{ grad } z(A), |\text{grad } z(A)|.$$

$$\text{№ 1. } z = x^2 - xy + 2y^2 + 3x + 2y + 1; \quad A(1; 2); \quad \vec{l} = 2\vec{i} + \vec{j}.$$

$$\text{№ 2. } z = x^2 + xy + y^2; \quad A(1;1); \quad \vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j}.$$

$$\text{№ 3. } z = 2x^2 + 3xy + y^2; \quad A(2;1); \quad \vec{l} = 3\vec{i} - \vec{j}.$$

$$\text{№ 4. } z = \ln(5x^2 + 3y^2); \quad A(1;1); \quad \vec{l} = 3\vec{i} + 2\vec{j}.$$

$$\text{№ 5. } z = 3x^2y^2 + 5xy^2; \quad A(1;1); \quad \vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j}.$$

$$\text{№ 6. } z = 5x^2 + 6xy; \quad A(2;1); \quad \vec{l} = \vec{i} + 2\vec{j}.$$

$$\text{№ 7. } z = \text{arctg}(xy^2); \quad A(2;3); \quad \vec{l} = 4\vec{i} - 3\vec{j}.$$

$$\text{№ 8. } z = \arcsin\left(\frac{x^2}{y}\right); \quad A(1;2); \quad \vec{l} = 5\vec{i} - 12\vec{j}.$$

$$\text{№ 9. } z = \ln(3x^2 + 4y^2); \quad A(1;3); \quad \vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j}.$$

$$\text{№ 10. } z = 3x^4 + 2x^2y^3; \quad A(-1;2); \quad \vec{l} = 4\vec{i} - 3\vec{j}.$$

$$\text{№ 11. } z = \ln(5x^2 + 4y^2); \quad A(1;1); \quad \vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j}.$$

$$\text{№ 12. } z = \text{arctg}\frac{x}{y}; \quad A(1;1); \quad \vec{l} = -4\vec{i} + 3\vec{j}.$$

$$\text{№ 13. } z = \arcsin\frac{x}{x+y}; \quad A(1;1); \quad \vec{l} = 4\vec{i} + 3\vec{j}.$$

$$\text{№ 14. } z = \ln(8x^2 + 3y); \quad A(1;4); \quad \vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j}.$$

$$\text{№ 15. } z = 3xy^3 + 5y^2x^2; \quad A(1;1); \quad \vec{l} = \vec{i} + 2\vec{j}.$$

$$\text{№ 16. } z = 2y^4 + 6y^2x^3; \quad A(-2;0); \quad \vec{l} = -2\vec{i} - 2\vec{j}.$$

$$\text{№ 17. } z = \text{arctg}(x^2 + y^2); \quad A(1;-1); \quad \vec{l} = -5\vec{i} + 3\vec{j}.$$

$$\text{№ 18. } z = \arcsin\frac{x}{y^2}; \quad A(1;2); \quad \vec{l} = -\vec{i} - \vec{j}.$$

$$\text{№ 19. } z = \ln(x^2 - y^2); \quad A(5;1); \quad \vec{l} = 2\vec{i} - 3\vec{j}.$$

- № 20. $z = \ln(x^2 y^2)$; $A(1; 2)$; $\vec{l} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$.
- № 21. $z = x^2 + xy + y^3$; $A(1; 1)$; $\vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j}$.
- № 22. $z = \ln(x^2 + 2y^3)$; $A(1; 1)$; $\vec{l} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$.
- № 23. $z = 2x^2 + 5xy - y^3$; $A(2; 1)$; $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.
- № 24. $z = \ln(5x^2 + 4y^2)$; $A(1; 1)$; $\vec{l} = 2\vec{i} + \vec{j}$.
- № 25. $z = 5x^2 + 6xy + y$; $A(2; 1)$; $\vec{l} = \vec{i} - \vec{j}$.
- № 26. $z = \arctg(xy)^3$; $A(2; 3)$; $\vec{l} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$.
- № 27. $z = x^2 + 4xy + 2y^3$; $A(1; 1)$; $\vec{l} = \vec{i} + \vec{j}$.
- № 28. $z = \ln(3x^2 + 4y^3)$; $A(2; 1)$; $\vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j}$.
- № 29. $z = 3x^4 + 2x^2 y^3$; $A(-1; 1)$; $\vec{l} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$.
- № 30. $z = 3x^2 y^2 + 5xy^3$; $A(1; -1)$; $\vec{l} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$.

2.8. Завдання № 2.8

Дослідити на екстремум функцію $z = f(x, y)$.

- № 1. $z = 2xy - 6x^2 - y^2 + 4y$
- № 2. $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y - 2$
- № 3. $z = 3x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 2y + 3$
- № 4. $z = 2x^2 + xy + y^2 - 7x + 5y + 2$
- № 5. $z = x^2 - 3xy + y^2 - 4x + 6y + 1$
- № 6. $z = 3x^2 + xy + 6y^2 - 6x - y + 9$
- № 7. $z = x^2 - 3xy + 2y^2 - 4x + 6y - 2$

$$\text{№ 8. } z = 4x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 4y + 1$$

$$\text{№ 9. } z = 0,5x^2 + xy + y^2 - x - 2y + 8$$

$$\text{№ 10. } z = 8x^2 - xy + 2y^2 - 16x + y - 1$$

$$\text{№ 11. } z = 2x^2 + 3y^2 - 2xy + 2x - 16y + 3$$

$$\text{№ 12. } z = 6xy - 2x^2 - y^2 - 14x + 5$$

$$\text{№ 13. } z = 2x^2 + y^2 + 3xy - 2x + 7y + 6$$

$$\text{№ 14. } z = 10xy - 3x^2 - 2y^2 - 26x + 18y - 1$$

$$\text{№ 15. } z = 3x^2 + 2y^2 - 2xy - 14x + 8y - 1$$

$$\text{№ 16. } z = 3 - 3x^2 - 5y^2 - 8xy + 4x + 26$$

$$\text{№ 17. } z = 2x^2 + 3y^2 - 2xy + 8x + 10y - 6$$

$$\text{№ 18. } z = 5x^2 + 3y^2 + 2xy - 18x - 10y + 4$$

$$\text{№ 19. } z = 5 - 7x^2 - 5y^2 + 2xy - 34x + 34y$$

$$\text{№ 20. } z = 2x^2 + 3y^2 + 2xy - 10x + 16y - 7$$

$$\text{№ 21. } z = x^2 - xy + y^2 - 9x - 6y + 20$$

$$\text{№ 22. } z = x^2 - xy + y^2 - 2x + y$$

$$\text{№ 23. } z = x^2 - 2y^3 - 2x + 6y$$

$$\text{№ 24. } z = x^2 + y^2 + xy - 6x - 9y$$

$$\text{№ 25. } z = x^2 - 2xy + y^2 + 4x + 5$$

$$\text{№ 26. } z = x^2 + y^2 - xy + x + y$$

$$\text{№ 27. } z = x^3 - 3xy + y^2 + 4$$

$$\text{№ 28. } z = 2x^3 - 6xy + 2y^3 + 5$$

$$\text{№ 29. } z = x^3 - 6xy + 8y^3 - 2$$

№ 30. $z = 3x^3 - xy^2 - y^2$

2.9. Завдання № 2.9

Знайти найбільше та найменше значення функції $z = f(x, y)$ на замкненій множині D . Зробити рисунок заданої області.

№ 1. $z = (x - 2)^2 + 2y^2$; $D: \{x \geq 0, y \leq 2 - x, y \geq 0, x \leq 1\}$

№ 2. $z = 1 + x + 12y$; $D: \{x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$

№ 3. $z = x^2 y$; $D: \{x^2 + y^2 \leq 1\}$

№ 4. $z = x^3 + y^3 - 3xy$; $D: \{0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 2\}$

№ 5. $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$; $D: \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$

№ 6. $z = x^2 + y^2 - 12x + 16y$; $D: \{x^2 + y^2 \leq 25\}$

№ 7. $z = x^2 - xy + y^2$; $D: \{|x| + |y| \leq 1\}$

№ 8. $z = x^2 - y^2$; $D: \{x^2 + y^2 \leq 4\}$

№ 9. $z = e^{-x^2 - y^2} (2x^2 + 3y^2)$; $D: \{x^2 + y^2 \leq 4\}$

№ 10. $z = x^2 y (2 - x - y)$; $D: \{x \geq 0, x + y \leq 6, y \geq 0\}$

№ 11. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x$; $D: \{x \leq 3, y \leq x + 1, y \geq 0\}$

№ 12. $z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4$; $D: \{x \geq -1, x + y \leq 1, y \geq -1\}$

№ 13. $z = x^2 + 2y^2 + 4xy + 1$; $D: \{-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$

№ 14. $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x + 5$; $D: \{x \geq 0, x + y \leq 3, y \geq 0\}$

№ 15. $z = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8$; $D: \{x \geq 0, x + y \leq 1, y \geq 0\}$

№ 16. $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$; $D: \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$

№ 17. $z = 3x + 6y - x^2 - xy - y^2$; $D: \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$

№ 18. $z = \frac{1}{2}x^2 - xy$; $D: \{y \leq 8, y \geq 2x^2\}$

№ 19. $z = xy - 3x - 2y$; $D: \{0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 4\}$

№ 20. $z = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy$; $D: \{x \geq 0, y \leq 4, y \geq x^2\}$

№ 21. $z = x^2 + y^2 - 9xy + 27$; $D: \{0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3\}$

№ 22. $z = x^2 + 2y^2$; $D: \{x \geq 0, x + y \leq 3, y \geq 0\}$

№ 23. $z = 3 - 2x^2 - y^2 - xy$; $D: \{x \leq 1, y \leq x, y \geq 0\}$

№ 24. $z = x^2 + 3y^2 + x - y + 2$; $D: \{x \geq 1, x + y - 1 \leq 0, y \geq -1\}$

№ 25. $z = x^2 + 2y^2 + 2xy$; $D: \{-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$

№ 26. $z = 6 - 3x^2 + x - 3xy$; $D: \{x \leq 2, xy \geq 2, y \leq 2\}$

№ 27. $z = -x^2 + 2xy + 10$; $D: \{0 \leq y \leq 4 - x^2\}$

№ 28. $z = x^2 + xy$; $D: \{-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3\}$

№ 29. $z = x^2 - y^2 + 2xy + 4x$; $D: \{x \leq 0, x + y + 2 \geq 0, y \leq 0\}$

№ 30. $z = x^2 + xy - 2$; $D: \{4x^2 - 4 \leq y \leq 0\}$

2.10. Завдання № 2.10

Знайти екстремуми функції $z = f(x, y)$ за умови, що $g(x, y) = 0$.

№ 1. $z = e^{xy}$; $g = x + y - 1$.

№ 2. $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$; $g = x + y - 2$.

№ 3. $z = x + y$; $g = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} - \frac{1}{2}$.

№ 4. $z = x + 2y$; $g = x^2 + y^2 - 5$.

№ 5. $z = xy$; $g = x + y - 1$.

№ 6. $z = x^2 + 12xy + 2y^2$; $g = 4x^2 + y^2 - 25$.

№ 7. $z = x^2 + y^2$; $g = \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1$.

№ 8. $z = xy$; $g = x^2 + y^2 - 2$.

№ 9. $z = x^2 + y^2$; $g = x^2 + y^2 - 6y$.

№ 10. $z = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$; $g = x + y - 12$.

№ 11. $z = x^2 + 2y^2$; $g = x^2 + y^2 - 2y$.

№ 12. $z = 2x^2 + y - y^2$; $g = x - y + 1$.

№ 13. $z = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8$; $g = y + x - 1$.

№ 14. $z = xy - \frac{x^2}{2}$; $g = y - 2x^2$.

№ 15. $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1$; $g = y + x - 3$.

№ 16. $z = x^2 + xy - 2$; $g = y - 4x^2 + 4$.

№ 17. $z = x^2 + 2xy + 5$; $g = y - x^2 + 4$.

№ 18. $z = 3x^2 + 3y^2 - 2x - 2y - 2$; $g = y + x - 1$.

№ 19. $z = x^2 - 2xy - y^2 + 4x + 1$; $g = y + x + 1$.

№ 20. $z = x^2 - y^2 + 2xy - 4x$; $g = y - x - 1$.

№ 21. $z = 4 - 2x^2 + y^2$; $g = y + x - 1$.

№ 22. $z = x^2 + 2xy - y^2 + 4x$; $g = y + x + 2$.

№ 23. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 2x + 2y$; $g = y - x$.

№ 24. $z = 4x - 4y - x^2 - y^2$; $g = x - 2y - 4$.

№ 25. $z = 4x - 4y - x^2 - y^2$; $g = x + 2y - 4$.

№ 26. $z = 2x^2 + 2xy - 4x - \frac{y^2}{2}$; $g = y - 2x$.

№ 27. $z = x y^2$; $g = x + 2y - 1$.

№ 28. $z = 4x - 2y$; $g = x^2 + xy + 3$.

№ 29. $z = x + y - 3$; $g = 2x^2 + y^2 - 6$.

№ 30. $z = 7 - x^2 - 2y^2$; $g = x - y - 3$.

3. ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ

3.1. Завдання № 3.1

Обчислити інтеграли.

№ 1. а) $\int \frac{dx}{\cos^2 \frac{x}{2}}$

б) $\int \frac{dx}{x\sqrt{4 - \ln^2 x}}$

в) $\int (4 - 3x) \cdot e^{-3x} dx$

г) $\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$

д) $\int \frac{x-4}{(x-2)(x-3)} dx$

е) $\int \sin^3 \frac{x}{2} dx$

$$\text{ж) } \int \frac{dx}{2 + \sqrt{x+1}}; \quad \text{з) } \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^2}}.$$

$$\text{№ 2. а) } \int e^{\frac{x}{3}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\arcsin^2 x dx}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$\text{в) } \int (3-16x) \cdot \sin 4x dx; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+29}};$$

$$\text{д) } \int \frac{3x^2+2x-3}{x^3-x} dx; \quad \text{е) } \int \frac{dx}{\sin^4 x};$$

$$\text{ж) } \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x-2}}; \quad \text{з) } \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{3-x^2}}.$$

$$\text{№ 3. а) } \int \frac{dx}{\sin^2(3x-2)}; \quad \text{б) } \int \frac{dx}{(2x+1)\sqrt[3]{\ln^2(2x+1)}};$$

$$\text{в) } \int (3x+4) \cdot e^{3x} dx; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{x^2-6x+13};$$

$$\text{д) } \int \frac{x+2}{x^3-2x^2} dx; \quad \text{е) } \int \cos^3 2x dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{dx}{x\sqrt{x+2}}; \quad \text{з) } \int \frac{dx}{x^2\sqrt{1+x^2}}.$$

$$\text{№ 4. а) } \int 2^{3x-1} dx; \quad \text{б) } \int \frac{e^{2-\operatorname{tg} x} dx}{\cos^2 x};$$

$$\text{в) } \int (4x+3) \cdot \sin 5x dx; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+3}};$$

$$\begin{array}{ll} \text{д)} \int \frac{2x^2 - 5x + 1}{x^3 - 2x^2 + 3x} dx; & \text{е)} \int \frac{dx}{\cos^4 x}; \\ \text{ж)} \int \frac{x + 2}{x\sqrt{x-1}} dx; & \text{з)} \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{9 + x^2}}. \end{array}$$

№ 5.

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \int \sin \frac{x}{3} dx; & \text{б)} \int \frac{x^2}{\sqrt[3]{9 - 2x^3}} dx; \\ \text{в)} \int (1 - 6x) \cdot e^{2x} dx; & \text{г)} \int \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}; \\ \text{д)} \int \frac{2x^2 + x + 4}{x^3 + x^2 + 4x + 4} dx; & \text{е)} \int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx; \\ \text{ж)} \int \frac{dx}{3 + \sqrt{x}} & \text{з)} \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 - 2}}. \end{array}$$

№ 6.

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \int e^{-2x} dx; & \text{б)} \int x \cdot 3^{2-x^2} dx; \\ \text{в)} \int (1 - 8x) \cdot \sin 3x dx; & \text{г)} \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}; \\ \text{д)} \int \frac{7x - 15}{x^3 - 2x^2 + 5x} dx; & \text{е)} \int (1 + 3\cos 2x)^2 dx; \\ \text{ж)} \int \frac{dx}{\sqrt{x}(x-1)}; & \text{з)} \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 - 4}}. \end{array}$$

№ 7.

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \int \cos(3x - 5) dx; & \text{б)} \int \frac{(1 + 4 \ln x)^4}{x} dx; \\ \text{в)} \int (5x - 2) \cdot e^{3x} dx; & \text{г)} \int \frac{dx}{x^2 + 3x + 3}; \end{array}$$

$$\text{д) } \int \frac{3x^2 + 2x + 1}{(x+1)^2(x^2+1)} dx; \quad \text{е) } \int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{\sqrt{x}}{x+2} dx; \quad \text{з) } \int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^4} dx.$$

$$\text{№ 8. } \text{а) } \int 3^{10x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\sqrt[5]{\ln^2(x+1)}}{x+1} dx;$$

$$\text{в) } \int (4x-3) \cdot \cos 2x dx; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{\sqrt{1-2x-x^2}};$$

$$\text{д) } \int \frac{1}{x^3+4x} dx; \quad \text{е) } \int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{dx}{2+\sqrt[3]{x-1}}; \quad \text{з) } \int \frac{\sqrt{9+x^2}}{x^4} dx.$$

$$\text{№ 9. } \text{а) } \int \frac{dx}{(2x-7)^3}; \quad \text{б) } \int \sqrt[6]{1-7x^3} \cdot x^2 dx;$$

$$\text{в) } \int \ln(x^2+4) dx; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{9x^2-6x+2};$$

$$\text{д) } \int \frac{11x+16}{(x-1)(x+2)^2} dx; \quad \text{е) } \int \sin^3 \frac{x}{2} \cdot \cos^5 \frac{x}{2} dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{xdx}{2+\sqrt[3]{x-1}}; \quad \text{з) } \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx.$$

$$\text{№ 10. } \text{а) } \int e^{-3x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{dx}{(1-x)\sqrt[3]{\ln^2(1-x)}};$$

$$\text{в) } \int \frac{x}{\sin^2 x} dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{\sqrt{9x^2 - 6x + 2}};$$

$$\text{д) } \int \frac{5x - 8}{x^3 - 4x^2 + 4x} dx;$$

$$\text{е) } \int (1 + 2 \sin 3x)^2 dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{x+1}{\sqrt[3]{x+2}} dx;$$

$$\text{з) } \int \frac{\sqrt{3-x^2}}{x^2} dx.$$

№ 11. а) $\int \frac{dx}{\cos^2(1-x)};$

б) $\int \frac{dx}{x(3+5 \ln^2 x)};$

в) $\int (2-9x) \cdot e^{-3x} dx;$

г) $\int \frac{dx}{x^2 - 2x + 5};$

д) $\int \frac{dx}{x(x+1)^2};$

е) $\int \cos^3 2x \cdot \sin^5 2x dx;$

ж) $\int x \cdot \sqrt{4-x} dx;$

з) $\int \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2)^3}}.$

№ 12. а) $\int (1-2x)^{10} dx;$

б) $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{8-3x^8}};$

в) $\int \frac{x}{\cos^2 x} dx;$

г) $\int \frac{dx}{\sqrt{5-4x-x^2}};$

д) $\int \frac{dx}{(x+1)(x+2)(x+3)};$

е) $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx;$

ж) $\int \frac{x-1}{\sqrt{2x-1}} dx;$

з) $\int \frac{dx}{\sqrt{(3+x^2)^3}}.$

- № 13.** а) $\int \sin(8x-7)dx$; б) $\int 5^{\frac{1}{x}+3} \frac{dx}{x^2}$;
- в) $\int \frac{x+4}{e^{2x}} dx$; г) $\int \frac{dx}{x^2+4x+29}$;
- д) $\int \frac{dx}{x^3+x^2+2x+2}$; е) $\int (1+2\sin x)^3 dx$;
- ж) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}-1}} dx$; з) $\int \frac{\sqrt{(1-x^2)^3}}{x^6} dx$.
- № 14.** а) $\int 3^{4-2x} dx$; б) $\int \frac{dx}{e^x \cdot \sin^2(e^{-x})}$;
- в) $\int \ln(4x^2+1)dx$; г) $\int \frac{dx}{\sqrt{3-2x-x^2}}$;
- д) $\int \frac{5x-14}{x^3-x^2-4x+4} dx$; е) $\int \frac{dx}{\sin^4 \frac{x}{2}}$;
- ж) $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} dx$; з) $\int \frac{\sqrt{(4-x^2)^3}}{x^6} dx$.
- № 15.** а) $\int \cos(10-3x)dx$; б) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$;
- в) $\int (3-4x) \cdot \sin 2x dx$; г) $\int \frac{dx}{4x^2-4x+17}$;

$$\text{д) } \int \frac{x^2 - x + 14}{(x-4)^2(x-2)} dx; \quad \text{е) } \int \frac{\cos^5 \frac{x}{2}}{\sin^2 \frac{x}{2}} dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{x}{\sqrt[3]{x+1}} dx; \quad \text{з) } \int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{1+x^2}}.$$

№ 16. а) $\int (1-2x)^{1/3} dx;$ б) $\int \frac{dx}{e^x(7-4e^{-2x})};$

в) $\int (2x-5) \cdot \sin 4x dx;$ г) $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2-4x+17}};$

д) $\int \frac{dx}{x(x^2+3)};$ е) $\int (1-2\cos 2x)^3 dx;$

ж) $\int \frac{x+1}{x \cdot \sqrt{x-2}} dx;$ з) $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{2+x^2}}.$

№ 17. а) $\int \cos\left(\frac{x}{4}-7\right) dx;$ б) $\int \frac{dx}{(2-3\operatorname{tg} x)\cos^2 x};$

в) $\int \frac{2x^2+5x+5}{(x+1)^2(x+3)} dx;$ г) $\int \frac{dx}{9x^2-6x+2};$

д) $\int \frac{x-4}{(x-2)(x-3)} dx;$ е) $\int \frac{\sin^5 2x}{\cos^2 2x} dx;$

ж) $\int \frac{dx}{3+\sqrt{x+2}};$ з) $\int x^2 \cdot \sqrt{4-x^2} dx.$

- № 18.** а) $\int 7^{1-3x} dx$; б) $\int \frac{\sqrt{3+5e^{-x}}}{e^x} dx$;
- в) $\int (2x+1) \cdot \cos \frac{x}{2} dx$; г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+5}}$;
- д) $\int \frac{5x^2-2x+3}{x(x-3)(2x+1)} dx$; е) $\int \sin^2 x \cdot \cos^4 x dx$;
- ж) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x+3}}$; з) $\int x^2 \cdot \sqrt{5-x^2} dx$.
- № 19.** а) $\int \frac{dx}{\sin^2(2x+3)}$; б) $\int \frac{e^{2\arcsin x} dx}{2\sqrt{1-x^2}}$;
- в) $\int (2+5x) \cdot e^{-4x} dx$; г) $\int \frac{dx}{3-2x-x^2}$;
- д) $\int \frac{x^2-4}{(x+1)^2(x-1)} dx$; е) $\int \sin^4 2x dx$;
- ж) $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{x-3}}$; з) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}}$.
- № 20.** а) $\int \frac{dx}{\left(\frac{x}{3}-2\right)^3}$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{x} \cdot \cos^2 \sqrt{x}}$;
- в) $\int \ln(2x^2-3) dx$; г) $\int \frac{x+5}{\sqrt{3-6x-x^2}} dx$;
- д) $\int \frac{2x^3-2x^2+5}{(x-1)^2(x^2+4)} dx$; е) $\int \frac{dx}{\cos^4 \frac{x}{2}}$;

$$\text{ж) } \int \frac{x-1}{x \cdot \sqrt{x+3}} dx; \quad \text{з) } \int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^4} dx.$$

$$\text{№ 21. а) } \int \left(\frac{x}{2} + \frac{10}{7} \right)^{10} dx; \quad \text{б) } \int \frac{dx}{\cos^2 x (2 - \operatorname{tg} x)};$$

$$\text{в) } \int x \cdot \operatorname{arctg} x dx; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{9x^2 + 6x + 2};$$

$$\text{д) } \int \frac{2x^2 + 41x - 91}{(x-1)(x+3)(x-4)} dx; \quad \text{е) } \int \cos^2 x \cdot \sin^4 x dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{dx}{4 - \sqrt{x}}; \quad \text{з) } \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{4+x^2}}.$$

$$\text{№ 22. а) } \int \cos \left(2 - \frac{x}{5} \right) dx; \quad \text{б) } \int \frac{x dx}{5 + 2x^4};$$

$$\text{в) } \int (4x-3) \cdot e^{-2x} dx; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 13}};$$

$$\text{д) } \int \frac{7x+1}{(x+1)(x-2)(x+3)} dx; \quad \text{е) } \int \cos^4 \frac{x}{2} dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{dx}{\sqrt{x} \cdot (x+4)}; \quad \text{з) } \int \frac{dx}{x \sqrt{x^2 - 3}}.$$

$$\text{№ 23. а) } \int (2x-5)^{\frac{1}{5}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\arcsin^2 x dx}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$\text{в) } \int (2x-5) \cdot \cos 4x dx; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{x^2 + 2x + 3};$$

$$\text{д) } \int \frac{x}{(x+1)(2x+1)} dx; \quad \text{е) } \int \sin^2 3x \cdot \cos^2 3x dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{\sqrt{x}}{x-5} dx; \quad \text{з) } \int \frac{\sqrt{5-x^2}}{x^2} dx.$$

$$\text{№ 24. a) } \int e^{2x-0.5} dx; \quad \text{б) } \int \frac{1-(2 \ln x)^4}{x} dx;$$

$$\text{в) } \int (x+5) \cdot \sin 3x dx; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{\sqrt{9x^2+6x+2}};$$

$$\text{д) } \int \frac{x^2-3x+2}{x(x^2+2x+1)} dx; \quad \text{е) } \int \frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}} dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{dx}{3+\sqrt[3]{x+2}}; \quad \text{з) } \int \frac{dx}{\sqrt{(2+x^2)^3}}.$$

$$\text{№ 25. a) } \int \frac{dx}{1-4x}; \quad \text{б) } \int \frac{dx}{x(4 \ln^2 x - 9)};$$

$$\text{в) } \int (8-3x) \cdot \cos 5x dx; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{4x^2+4x+17};$$

$$\text{д) } \int \frac{dx}{x^4-x^2}; \quad \text{е) } \int \text{tg}^2 5x dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{xdx}{\sqrt{2x-1}+2}; \quad \text{з) } \int \frac{\sqrt{(9-x^2)^3}}{x^6} dx.$$

№ 26. а) $\int (1-7x)^{\frac{2}{3}} dx;$

б) $\int \frac{x^2 dx}{4+5x^6};$

в) $\int (2-3x) \cdot \sin 2x dx;$

г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+3x+3}};$

д) $\int \frac{x^2 dx}{1-x^4};$

е) $\int \frac{\cos^3 x}{\sqrt{\sin x}} dx;$

ж) $\int \frac{x-2}{\sqrt[3]{x+1}} dx;$

з) $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{4+x^2}}.$

№ 27. а) $\int \frac{dx}{(3-5x)^{10}};$

б) $\int \frac{\sin 2x}{4-3\cos 2x} dx;$

в) $\int (4x+7) \cdot \cos 3x dx;$

г) $\int \frac{dx}{4x^2+4x+17};$

д) $\int \frac{x}{(x+1)^2(x-1)} dx;$

е) $\int \operatorname{ctg}^2 3x dx;$

ж) $\int x \cdot \sqrt{3+x} dx;$

з) $\int x^2 \cdot \sqrt{3-x^2} dx.$

№ 28. а) $\int 5^{-\frac{x}{2}} dx;$

б) $\int \frac{x^4 dx}{\sqrt{2+x^{10}}};$

в) $\int x^2 \cdot \ln x dx;$

г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+3x+3}};$

д) $\int \frac{dx}{x^3+4x^2};$

е) $\int \sin^5 x \cdot \sqrt{\cos x} dx;$

ж) $\int \frac{x+2}{\sqrt{2x-3}} dx;$

з) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{2-x^2}}.$

- № 29.** а) $\int \frac{3dx}{2^{5x}}$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}(1+3\arcsin x)}$;
- в) $\int (3x-2) \cdot \cos 5x dx$; г) $\int \frac{4x+8}{4x^2+6x-13} dx$;
- д) $\int \frac{x-1}{x^3+x^2} dx$; е) $\int \sin^3 2x \cdot \cos^3 2x dx$;
- ж) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{2x+1}+2}$; з) $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{5+x^2}}$.
- № 30.** а) $\int \sin(1-3x) dx$; б) $\int \frac{e^{2x} dx}{e^{4x}+5}$;
- в) $\int (5x+6) \cdot \sin 2x dx$; г) $\int \frac{3x-7}{\sqrt{x^2-5x+1}} dx$;
- д) $\int \frac{x^2+3x+4}{(x+1)^2(x-1)} dx$; е) $\int \frac{7+6\sin x-5\cos x}{1+\cos x} dx$;
- ж) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x}-4}$; з) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-5}}$.

3.2. Завдання № 3.2

Обчислити інтеграли.

- № 1.** а) $\int_1^3 \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}} dx$ б) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (x-1) \cos 3x dx$
- № 2.** а) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^4 x \cos x dx$ б) $\int_1^e \ln x dx$

$$\text{№ 3. a) } \int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}$$

$$\text{б) } \int_0^1 \operatorname{arctg} x dx$$

$$\text{№ 4. a) } \int_0^1 (1+e^{3x})^2 e^{3x} dx$$

$$\text{б) } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{xdx}{\sin^2 x}$$

$$\text{№ 5. a) } \int_1^{\sqrt{3}} \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$\text{б) } \int_0^1 xe^{-x} dx$$

$$\text{№ 6. a) } \int_0^1 x \sin(x^2+3) dx$$

$$\text{б) } \int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx$$

$$\text{№ 7. a) } \int_0^3 x \cdot \sqrt[5]{9-x^2} dx$$

$$\text{б) } \int_{-1}^2 3x \ln(x+2) dx$$

$$\text{№ 8. a) } \int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{5-x^2}}$$

$$\text{б) } \int_0^{\pi/2} x \sin \frac{x}{2} dx$$

$$\text{№ 9. a) } \int_1^3 \frac{1}{x^2} 2^{\frac{1}{x}} dx$$

$$\text{б) } \int_0^1 (x-1)e^{-x} dx$$

$$\text{№ 10. a) } \int_0^1 x^2 \sqrt{x^3+1} dx$$

$$\text{б) } \int_1^e x \ln x dx$$

$$\text{№ 11. a) } \int_1^e \frac{2 \ln x + 1}{x} dx$$

$$\text{б) } \int_0^{\pi/4} x \cos x dx$$

$$\text{№ 12. a) } \int_4^9 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x-1}}$$

$$\text{б) } \int_{\pi/6}^{\pi/3} x \arccos x dx$$

$$\text{№ 13. a) } \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}} dx}{\sqrt{x}}$$

$$\text{б) } \int_0^3 \ln(3x+1) dx$$

$$\text{№ 14. a) } \int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$$

$$\text{б) } \int_0^{1/2} \arcsin 2x dx$$

$$\text{№ 15. a) } \int_0^{\pi/4} \frac{(2 + \operatorname{tg} x)^6 dx}{\cos^2 x}$$

$$\text{б) } \int_1^2 (2-x) e^{\frac{x}{2}} dx$$

$$\text{№ 16. a) } \int_1^2 x^2 \cdot \sqrt[5]{2+3x^3} dx$$

$$\text{б) } \int_1^{e-1} \ln(x+1) dx$$

$$\text{№ 17. a) } \int_0^{\pi/3} \frac{\sin x}{\sqrt{2-\cos x}} dx$$

$$\text{б) } \int_0^2 \operatorname{arctg} \frac{x}{2} dx$$

$$\text{№ 18. a) } \int_0^{\pi/6} \frac{\cos x dx}{3-\sin^2 x}$$

$$\text{б) } \int_{\pi/3}^{\pi/2} (2x+1) \sin x dx$$

$$\text{№ 19. a) } \int_1^{e^2} \frac{(1-\ln x)^{10} dx}{x}$$

$$\text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x dx}{\cos^2 x}$$

$$\text{№ 20. a) } \int_0^3 \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}}$$

$$\text{б) } \int_0^1 \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$$

$$\text{№ 21. a) } \int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{5-x^3}}$$

$$\text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{3}} x \cos 3x dx$$

$$\text{№ 22. a) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \sqrt[3]{\cos x} \cdot dx \quad \text{б) } \int_{-1}^0 (2x+3)e^{-2x} dx$$

$$\text{№ 23. a) } \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1+5\operatorname{tg}x}{\cos^2 x} dx \quad \text{б) } \int_{-1}^1 2x \operatorname{arctg} x dx$$

$$\text{№ 24. a) } \int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} dx \quad \text{б) } \int_0^{0.5} x \arcsin x dx$$

$$\text{№ 25. a) } \int_1^3 \frac{x dx}{\sqrt{x^2+3}} dx \quad \text{б) } \int_1^{e-1} \ln(x+1) dx$$

$$\text{№ 26. a) } \int_1^{e^3} \frac{\sqrt{1+2\ln x} dx}{x} \quad \text{б) } \int_1^2 (2-x)e^{\frac{x}{2}} dx$$

$$\text{№ 27. a) } \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt[3]{2-x^3}} dx \quad \text{б) } \int_1^e x \ln x dx$$

$$\text{№ 28. a) } \int_0^1 \frac{\ln^2(2x+3) dx}{2x+3} \quad \text{б) } \int_{\pi/6}^{\pi/3} x \arccos x dx$$

$$\text{№ 29. a) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^2 x dx \quad \text{б) } \int_0^1 \ln(x+1) dx$$

$$\text{№ 30. a) } \int_0^1 (e^x + 1)^{10} e^x dx \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x-1) \sin 2x dx$$

3.3. Завдання № 3.3

Дослідити на збіжність невласні інтеграли.

$$\text{№ 1. } \int_0^{\infty} \frac{\arctg(2x) dx}{\pi(1+4x^2)}$$

$$\text{№ 2. } \int_e^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^3}$$

$$\text{№ 3. } \int_0^{\infty} x^2 e^{-x^3} dx$$

$$\text{№ 4. } \int_0^{\infty} (x+1) \cos 2x dx$$

$$\text{№ 5. } \int_1^{\infty} \frac{xdx}{(x^2+2)^3}$$

$$\text{№ 6. } \int_{e^2}^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x-1)^2}$$

$$\text{№ 7. } \int_0^{\infty} \frac{\arctg^5 x dx}{1+x^2}$$

$$\text{№ 8. } \int_e^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$$

$$\text{№ 9. } \int_0^{\infty} \frac{x}{\cos^2(x^2)} dx$$

$$\text{№ 10. } \int_0^{\infty} \frac{x^2}{1+x^6} dx$$

$$\text{№ 11. } \int_1^{\infty} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$$

$$\text{№ 12. } \int_0^{\infty} x e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

$$\text{№ 13. } \int_{\pi/6}^{\infty} \frac{\cos x dx}{\sqrt[6]{(1-\sin x)^5}}$$

$$\text{№ 14. } \int_1^{\infty} \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$$

$$\text{№ 15. } \int_{-\infty}^0 x \sin(x^2) dx$$

$$\text{№ 16. } \int_0^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt[3]{x^2+1}}$$

$$\text{№ 17. } \int_{\pi}^{\infty} \frac{\sin(3x) dx}{\sqrt[7]{\cos^2(3x)}}$$

$$\text{№ 18. } \int_1^{\infty} \frac{e^x dx}{\sqrt{e^x-1}}$$

$$\text{№ 19. } \int_e^{\infty} x \ln x dx$$

$$\text{№ 20. } \int_{\pi^2}^{\infty} \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

$$\text{№ 21. } \int_{-\infty}^{\pi/2} \sin x \cdot \cos^2 x dx$$

$$\text{№ 22. } \int_e^{\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}$$

$$\text{№ 23. } \int_1^{\infty} \frac{4dx}{x(1+\ln^2 x)}$$

$$\text{№ 27. } \int_{\pi/4}^{\infty} \frac{\operatorname{tg} x dx}{\cos^2 x}$$

$$\text{№ 24. } \int_0^{\infty} x \sin x dx$$

$$\text{№ 28. } \int_{-\infty}^0 \frac{xdx}{x^2+3}$$

$$\text{№ 25. } \int_{-\infty}^2 \frac{xdx}{1-x^4}$$

$$\text{№ 29. } \int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$$

$$\text{№ 26. } \int_2^{\infty} \frac{\ln x}{x} dx$$

$$\text{№ 30. } \int_0^{\infty} \frac{e^{\operatorname{tg} x} dx}{\cos^2 x}$$

3.4. Завдання № 3.4

Обчислити площу фігури, що задана лініями.

$$\text{№ 1. } y = \frac{1}{x}, y = x, y = 0, x = 4.$$

$$\text{№ 2. } xy = 1, y = \sqrt{x}, y = 4.$$

$$\text{№ 3. } xy = 1, x = 4, y = 4, x = 0, y = 0.$$

$$\text{№ 4. } y = x^2 + 5x + 6, 2x - y + 6 = 0.$$

$$\text{№ 5. } y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{7}{6}x - 1, x - 2y - 2 = 0.$$

$$\text{№ 6. } x = (y+1)^2, x^2 = y+1.$$

$$\text{№ 7. } y = (x-1)^2, y = x-1.$$

$$\text{№ 8. } xy = 8, y = 8x^3, y = 27.$$

$$\text{№ 9. } y = x^2, y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = 0, x = 3.$$

$$\text{№ 10. } y = (x-1)^2, y^2 = x-1.$$

$$\text{№ 11. } y = x^2, y = \sqrt{x}.$$

$$\text{№ 12. } y = \frac{3}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 2, \quad x - y - 1 = 0.$$

$$\text{№ 13. } y = x^2 - x, \quad y^2 = 2x.$$

$$\text{№ 14. } x = 4 - y^2, \quad x = y^2 - 2y.$$

$$\text{№ 15. } y = \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 1, \quad 3x - 2y + 1 = 0.$$

$$\text{№ 16. } y = x^2, \quad y = 2x, \quad y = x.$$

$$\text{№ 17. } x = (y - 1)^3, \quad x = 9y - 9.$$

$$\text{№ 18. } y = \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 1, \quad x - y + 2 = 0.$$

$$\text{№ 19. } y = x^2, \quad y = 2x, \quad y = x.$$

$$\text{№ 20. } y = 2x^2 - \frac{2}{3}x - 1, \quad 2x - 3y + 5 = 0.$$

$$\text{№ 21. } y = \frac{5}{6}x^2 - \frac{11}{2}x + 1, \quad 3x - 2y - 3 = 0.$$

$$\text{№ 22. } y = -x^2 + 2x + 1, \quad x - y - 1 = 0.$$

$$\text{№ 23. } y = x^2 + 5x + 6, \quad 2x - y + 6 = 0.$$

$$\text{№ 24. } y = x^2 + x, \quad x - y + 1 = 0.$$

$$\text{№ 25. } y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 2, \quad 2x - y - 3 = 0.$$

$$\text{№ 26. } y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 1, \quad x - 2y - 1 = 0.$$

$$\text{№ 27. } y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 2, \quad 2x - y - 3 = 0.$$

$$\text{№ 28. } y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 1, \quad 3x - 2y + 1 = 0.$$

$$\text{№ 29. } y = x^2, \quad y = \sqrt{-x}.$$

№ 30. $y = x^2$, $y = \frac{x^3}{3}$.

ЛІТЕРАТУРА

1. Вища математика: Підручник. У 2-х кн. – Кн. 1. Основні розділи / За ред. Г.Л. Кулініча. – К.: Либідь, 2003. – 400 с.
2. Вища математика: Підручник. У 2 ч. Ч. 1: Лінійна і векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне і інтегральне числення / П. П. Овчинников [та ін.] – К.: Техніка, 2003. – 600 с.
3. Герасимчук В. С. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: Навчальний посібник для студ. технічних і технологічних спец. вищих навч. закладів: затв. МОНУ / В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. – К.: Книги України ЛТД, 2009. – 577 с.
4. Ковтонюк І. Ю. Вища математика: Навч. посібник: рек. МОНУ. Модуль 6. Інтегральне числення функцій однієї змінної / І. Ю. Ковтонюк, Є. Ю. Корнілович, Т. І. Олешко; за заг. ред. Т. І. Олешко. – Київ: Книжкове вид-во НАУ, 2005. – 112 с.
5. Коновалюк В. С. Вища математика: Навч. посібник. Модуль 3. Вступ до математичного аналізу / В. С. Коновалюк, Т. І. Олешко, В. П. Петрусенко; за заг. ред. Т. І. Олешко. – Київ: Книжкове вид-во НАУ, 2005. – 140 с.
6. Ластівка І. О. Вища математика: Навчальний посібник. Модуль 4. Диференціальне числення функцій однієї змінної / І. О. Ластівка, Т. А. Левковська, Т. І. Олешко; за заг. ред. Т. І. Олешко. – Київ: Книжкове вид-во НАУ, 2005.– 120 с.
7. Мазур К. І. Вища математика: Навчальний посібник. Модуль 5. Диференціальне числення функцій багатьох змінних / К. І. Мазур, Т. І. Олешко, В. І. Трофименко; за заг. ред. Т. І. Олешко. – Київ : Книжкове вид-во НАУ, 2005. – 104 с.