

УДК 534.1

Кружнова С.Ю.¹, Фурсина А.Д.²

¹ старш. викл. НУ «Запорізька політехніка»

² доц. НУ «Запорізька політехніка»

ПРИМЕНЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИХ ПОЛИНОМОВ В ТЕОРИИ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Рассматривается применение асимптотических полиномов Q_n в теории нелинейных колебаний автономных систем с одной степенью свободы. Асимптотические полиномы Q_n позволяют осуществить идею практического использования полиномов наилучшего приближения (Чебышева) в теории нелинейных колебаний. С увеличением номера n эти полиномы приближаются к наилучшим, но уже Q_2 дает хорошее приближение.

Полином Q_2 строится сравнительно просто. В случае нечеткой функции $f(x)$ имеет место формула

$$f(x) \approx ax, \quad a = \frac{2}{3A} \left[f(A) + f\left(\frac{A}{2}\right) \right] \quad (1)$$

Здесь A - радиус сегмента линеаризации.

В задачах теории колебаний функция $f(x)$ должна быть монотонной в сегменте линеаризации $|x| \leq A$, это всегда выполняется в некоторой окрестности точки $x = 0$, так как функция является нечетной.

Пользуясь полиномом Q_2 , линеаризуем уравнение

$$\ddot{x} + \phi(x, \dot{x} + k^2 x + f(x)) = 0, \quad (2)$$

где $f(x)$ - нечетная функция, $\phi(x, \dot{x})$ - четная от x и нечетная от $\dot{x}$, обе функции являются непрерывными от своих аргументов.

Можно получить алгебраическое уравнение, действительные положительные корни которого приближенно равны амплитудам установившихся колебаний. Соответствующие частоты зависят от амплитуд. Выводится удобный критерий устойчивости установившихся колебаний.

Несмотря на простоту, предлагаемый способ дает в первом приближении результаты высокой точности. Однако, если $\phi(x, \dot{x})$ является четной функцией от $\dot{x}$, или $f(x)$ - четной функцией от x , то встречаются дополнительные трудности. [1,4]

Применение асимптотического полинома Q_2 привело к разработке способа интегрирования уравнения (2) с четными нелинейностями. Получена формула для частоты приближенного периодического решения. Отдельно можно рассмотреть случай $\phi(x, \dot{x}) = \varphi(x) \cdot \dot{x}^2$, представляющий практический интерес. Следует отметить, что для получения решения предлагаемым методом требуется значительно меньше вычислений, чем в известных методах, не теряя при этом в точности.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Моисеев, М.Н. Асимптотические методы нелинейной механики [Текст] / М.Н.Моисеев // 2-е изд. перераб. – М.: Наука, 1981. – С. 400.

2. Войлоков, В.И. Периодические решения нелинейных колебательных систем с одной степенью свободы [Текст] / В.И. Войлоков // Изд. вузов. Математика. – 1964. - №1. - С. 19-27.