

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»



МЕХАНІКА. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ч. 1

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

з дисципліни „Фізика”
для студентів машинобудівного факультету
денної та заочної форми навчання

Механіка. Молекулярна фізика. ч. 1. Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни „Фізика” для студентів машинобудівного факультету денної та заочної форми навчання / Укладачі: С.В. Лоскутов, А.В. Єршов, М.І. Правда, С.В. Сейдаметов. – Запоріжжя: Національний університет „Запорізька політехніка”, 2026. – 61 с.

Укладачі: С.В. Лоскутов, д-р фіз.-мат. наук, професор
А.В. Єршов, д-р техн. наук, професор
М.І. Правда, канд. фіз.-мат. наук, доцент
С.В. Сейдаметов

Рецензент: С.П. Лушин, канд. фіз.-мат. наук, доцент

Експерт: С.І. Дядя, зав. кафедри «Технології машинобудування»,
канд. техн. наук, доцент

Відповідальний
за випуск: А.В. Єршов, д-р техн. наук, професор

Затверджено
на засіданні кафедри фізики
Протокол № 8 від 08.08.2025 р.

Рекомендовано до видання НМК
Машинобудівного факультету
Протокол № 1 від 26.08.2025 р.

ЗМІСТ

Вступ	5
1 Елементи теорії похибок	6
1.1 Основні поняття теорії похибок	6
1.2 Похибки засобів вимірювання	10
1.3 Похибки табличних величин	11
1.4 Правила округлення і виконання наближених обчислень	11
1.5 Похибки прямих вимірювань	13
1.6 Похибки непрямих вимірювань	14
1.7 Графічне відображення експериментальних результатів	15
Контрольні запитання	15
2 Лабораторна робота № 1. Визначення густини тіл	17
2.1 Вступ	17
2.2 Вимірювання і визначення похибок	21
Контрольні запитання	24
3 Лабораторна робота № 2. Визначення модуля Юнга металів	26
3.1 Вступ	26
3.2 Опис установки	28
3.3 Порядок виконання роботи	29
Контрольні запитання	31
4 Лабораторна робота № 3. Визначення коефіцієнта внутрішнього тертя методом Стокса	32
4.1 Опис установки	32
4.2 Теорія методу Стокса	32
4.3 Порядок виконання роботи (завдання 1)	33
4.4 Порядок виконання роботи (завдання 2)	35
Контрольні запитання	36
5 Лабораторна робота № 4.1 Пружний удар куль	37
5.1 Коротка теорія пружного удару	37
5.2 Порядок виконання роботи	40
Контрольні запитання	42
6 Лабораторна робота № 4.2. Пружний і непружний удари куль	43
6.1 Основні положення	43
6.2 Порядок виконання роботи	47
Контрольні запитання	49
7 Непружний удар тіл	50
7.1 Лабораторна робота № 4.3.1	50

7.1.1 Коротка теорія непружного удару.....	50
7.1.2 Порядок виконання роботи № 4.3.1.....	53
Контрольні запитання.....	54
7.2 Лабораторна робота № 4.3.2.....	55
7.2.1 Методика вимірювання.....	55
7.2.2 Порядок виконання роботи № 4.3.2.....	56
Контрольні запитання.....	58
Перелік джерел посилання.....	59
Інструкція з охорони праці № 129 при виконанні робіт в лабораторії кафедри фізики.....	60

ВСТУП

Збірник містить лабораторні роботи для студентів усіх спеціальностей.

Основна спрямованість методичних вказівок з дисципліни «Фізика» – дати можливість студентам за допомогою досліду вивчити важливі фізичні явища. Опис лабораторних робіт не претендує на те, щоб створити у студентів повне уявлення про явища, які вивчаються. Таке уявлення може виникнути лише внаслідок опрацювання лекцій та підручників.

Велика увага в методичних вказівках з фізики для студентів технічних спеціальностей приділяється обробленню результатів вимірювання. Для успішного виконання робіт необхідна попередня самостійна підготовка, в першу чергу теоретична.

Кожна лабораторна робота розрахована на дві академічні години занять у лабораторії. Перед заняттям студент повинен підготувати протокол лабораторної роботи, вивчивши відповідний теоретичний матеріал.

Під час заняття студенти проводять необхідні виміри, виконують розрахунки, доводять звіт до висновку. Результати вимірювання обговорюються з викладачем і затверджуються.

Повністю оформлений звіт по лабораторній роботі потрібно подати викладачу до кінця заняття. Він повинен містити: титульний лист, номер лабораторної роботи та її назву, перелік приладів і приладдя, мету роботи, схему установки, розрахункові формули, таблицю результатів вимірів і розрахунки, висновки за результатами роботи. Графіки повинні бути виконані на міліметровому папері.

Якщо студент не встигає захистити лабораторну роботу до кінця заняття, дозволяється оформити звіт (графіки) з використанням комп'ютерних програм (Excel, Origin) до наступного заняття.

Лабораторна робота вважається виконаною після успішно проведеного захисту шляхом співбесіди студента з викладачем (захист звіту + оцінка за теоретичний матеріал).

Захист звіту: мета роботи + експериментальна методика + висновки.

Теоретичний матеріал: знання фізичних явищ, які вивчалися у даній лабораторній роботі (закони, формули).

1 ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ПОХИБОК

1.1 Основні поняття теорії похибок

Числове значення будь-якої фізичної величини знаходять шляхом виміру, або розрахунку. Вимірювання це процес відшукування значення фізичної величини дослідним шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів. Виміряти безпосередньо якусь фізичну величину це означає порівняти її з деякою іншою однорідною з нею величиною, взятою за одиницю виміру. Отримане число показує, у скільки разів величина, що вимірюється, більше або менше обраної одиниці виміру. Отриманому числу приписується таке ж найменування, як і обраній одиниці.

Прямі виміри здійснюються або шляхом безпосереднього порівняння фізичної величини, що вимірюється, з одиницями міри, як це має місце при вимірах довжини лінійкою, штангенциркулем, мікрометром і т.п., або приладами, градуйованими у визначених одиницях, наприклад амперметрами, вольтметрами і т.п.

В багатьох випадках значення фізичної величини визначають за допомогою обчислень, використовуючи при цьому значення безпосередньо вимірянних величин. Це трапляється тоді, коли відома функціональна залежність даної величини від безпосередньо вимірянних величин. Наприклад, для визначення об'єму циліндра використовують функціональну залежність від діаметра d та висоти h :

$$V = \pi \cdot d^2 \cdot h / 4 .$$

При *непрямих вимірах*, величину y знаходять по відомій функціональній залежності $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ від величин $x_1, x_2, \dots, x_n$, значення котрих знаходять прямими вимірами.

Вимірне значення фізичної величини завжди відрізняється від істинного тому, що при вимірюваннях завжди виникають похибки. При вимірюваннях необхідно знайти не тільки наближене значення фізичної величини, але й обчислити відхилення цього значення від істинного. Цим питанням займається теорія похибок.

Всі вимірювання можуть бути виконані тільки з визначеним ступенем точності. Похибка вимірювань визначається як відхилення результату виміру від істинного значення величини.

Як показує теорія і практика, до істинного значення вимірюваної величини найближче підходить середнє арифметичне значення багатьох вимірювань. Якщо якусь величину x виміряли n раз і отримали ряд значень $x_1, x_2, \dots, x_n$, то найбільш ймовірне значення вимірюваної величини x знаходять як середнє арифметичне результатів окремих вимірів:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (1.1)$$

Похибки вимірів бувають систематичними, випадковими і промахами.

Систематична похибка – це складова частина похибки виміру, що залишається сталою, або такою, що закономірно змінюється при повторних вимірах однієї та тієї ж величини.

Випадкова похибка – це складова частина похибки вимірювань, що змінюється випадково при повторних вимірах однієї та тієї ж величини.

Промач – це такий результат виміру, значення якого набагато відрізняється від очікуваної похибки в даних умовах. Наприклад, ці похибки можуть бути отримані, якщо прилад несправний або якщо експериментатор неуважний.

Похибки вимірювань бувають абсолютними і відносними. *Абсолютною похибкою* вимірювання називається похибка, виражена в одиницях величини, що вимірюється, вона визначається формулою

$$\Delta x = x - X, \quad (1.2)$$

де x – значення, здобуте при вимірюванні; X – справжнє значення величини, що вимірюється (найбільш ймовірне).

Середня арифметична абсолютна похибка n вимірювань дорівнює

$$\langle \Delta x \rangle = \sum_{i=1}^n |\Delta x_i| / n. \quad (1.3)$$

Величина $\langle \Delta x \rangle$ визначає інтервал, у межах якого з певною ймовірністю знаходиться істинне значення вимірюваної величини. За визначенням

$$x - \Delta x \leq X \leq x + \Delta x, \quad (1.4)$$

де Δx – абсолютна похибка вимірювань x . Чим більша ширина інтервалу $2\Delta x$, тим більшою буде ймовірність того, що точне значення вимірюваної величини належить цьому інтервалу.

Відносною похибкою вимірювання називається відношення абсолютної похибки вимірювання до справжнього значення величини що вимірюється

$$E = \frac{\Delta x}{\bar{x}}, \quad (1.5)$$

як правило, визначається у відсотках

$$E = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\% . \quad (1.6)$$

Знайти істинне значення фізичної величини x неможливо. Можна тільки вказати на інтервал $(x_{\min}, x_{\max})$, в якому з ймовірністю α знаходиться значення досліджуваної величини.

Приклад: поглядом вимірюють зріст студента в сантиметрах. Ми можемо припустити, що зріст студента може бути визначений між 1,5 м і 2,0 м з ймовірністю 0,9. Тоді ми можемо стверджувати, що зріст студента може бути визначений між 1,6 м і 1,8 м з меншою ймовірністю 0,6 і так далі. Цей інтервал називають *довірчим інтервалом*. На рис.1.1 зображено довірчий інтервал досліджуваної величини x , де $\bar{x}$ – найбільш ймовірне значення виміряної величини; Δx – півширина довірчого інтервалу для заданого α . Тому, істинне значення вимірюваної величини може бути визначене як

$$x = \bar{x} \pm \Delta x, \quad (1.7)$$

з ймовірністю α , або

$$x - \Delta x \leq x \leq x + \Delta x . \quad (1.8)$$

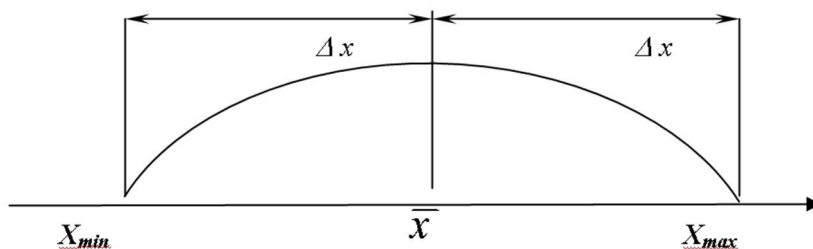


Рисунок 1.1 – Довірчий інтервал досліджуваної величини x

Ймовірність знаходження істинного значення вимірюваної величини в інтервалі $\pm \Delta x$ залежить від кількості вимірювань n . Якщо $n \rightarrow \infty$, то ймовірність наближається до 1. Якщо ж n дорівнює кільком одиницям, то ймовірність не досягає й 0,6. Тому для малої кількості вимірювань згаданий інтервал розширюють, збільшуючи Δx . Для цього знаходять середньоквадратичну похибку середнього арифметичного

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n(n-1)}}, \quad (1.9)$$

і збільшують її в t раз (t – так званий коефіцієнт Стюдента), таблиця 1.1. Цей коефіцієнт було введено в 1908 році англійським математиком та хіміком В.С. Госсетом). Величину

$$\Delta x_i = \bar{x} - x_i, \quad (1.10)$$

називають *випадковим відхиленням*. Середнє квадратичне похибка результату серії вимірювань, викликана випадковими відхиленнями Δx_i , визначається як

$$\Delta x_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n(n-1)}}. \quad (1.11)$$

Таблиця 1.1. Коефіцієнти Стюдента

$n \backslash \alpha$	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
2	0,73	1,00	1,38	2,0	3,1	6,3
3	0,62	0,82	1,06	1,4	1,9	2,9
4	0,58	0,77	0,98	1,3	1,6	2,4
5	0,57	0,74	0,99	1,2	1,5	2,1
6	0,56	0,73	0,92	1,2	1,5	2,0
7	0,55	0,72	0,91	1,1	1,4	1,9
8	0,55	0,71	0,90	1,1	1,4	1,9
9	0,54	0,71	0,89	1,1	1,4	1,9
10	0,54	0,70	0,88	1,1	1,4	1,8
20	0,58	0,69	0,86	1,1	1,3	1,7
∞	0,52	0,67	0,84	1,0	1,3	1,6

Множимо знайдене значення коефіцієнта Стюдента t (коефіцієнт Стюдента, залежить від α і кількості вимірів n) на середню квадратичну похибку середнього значення, знаходимо випадкову похибку $\Delta x_{\text{вип.}}$ результатів прямих вимірювань

$$\Delta x_{\text{вип.}} = t_n \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n(n-1)}} . \quad (1.12)$$

1.2 Похибки засобів вимірювання

До засобів вимірювань належать вимірювальні прилади та установки. Кожен прилад дає похибку, так як його неможливо зробити ідеальним. Похибка засобів вимірювання не перевищує деякої величини. Цю величину називають *межею основної допустимої похибки вимірювального приладу* (МОДП). МОДП на засоби вимірювання встановлюється державними стандартами і визначається у вигляді абсолютних, відносних та приведених похибок.

Абсолютна похибка приладу δ – це є різниця

$$\delta = a - X , \quad (1.13)$$

де a – показання приладу, X – справжнє значення вимірюваної величини. Взагалі δ дорівнює ціні найменшої поділки інструмента. Наприклад: для лінійки $\delta=1$ мм. Відносна похибка вимірів – це відношення

$$\varepsilon = \frac{\delta}{X} . \quad (1.14)$$

Як правило, вона визначається у відсотках

$$\varepsilon = \frac{\delta}{X} \cdot 100 \% . \quad (1.15)$$

Приведена похибка вимірювання або клас точності визначається відношенням

$$\gamma = \frac{\delta}{D} \cdot 100 \% , \quad (1.16)$$

і визначається у відсотках. D – максимальне значення шкали інструмента. Наприклад: сила струму вимірюється амперметром з діапазоном $0 \div 1$ А, клас точності 0,5. Це означає, що $X_n = 1$ А; $\gamma = 0,5\%$ і

$$\delta = \frac{\delta \cdot D}{100} = \frac{0,5 \cdot 1 \text{ А}}{100} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ А}.$$

Якщо амперметр показує 0,3 А, тоді

$$\varepsilon = \frac{5 \cdot 10^{-3} \text{ А}}{0,3 \text{ А}} \cdot 100\% = 1,7\%.$$

1.3 Похибки табличних величин

1. Похибка табличної величини визначається за формулою

$$\Delta x_{\text{табл}} = \alpha \cdot v, \quad (1.17)$$

де α – довірча ймовірність; v – половина ціни розряду останньої залишеної цифри табличної величини. Наприклад: величина π дорівнює 3,14. В цьому випадку $v = 0,005$ і

$$\Delta x_{\text{табл}} = \alpha \cdot 0,005.$$

Якщо величина π дорівнює 3,141 і $v = 0,0005$, то

$$\Delta x_{\text{табл}} = \alpha \cdot 0,0005.$$

2. При користуванні вимірювальними приладами виникають похибки відліку. Типово, похибка відліку дорівнює половині ціни поділки шкали приладу. Наприклад: лінійка має похибку відліку $v = 0,5$ мм.

1.4 Правила округлення і виконання наближених обчислень

Точність обчислень завжди повинна відповідати точності вимірів. Зайва арифметична точність обчислень не позитивна якість, а недолік в роботі. Наприклад, якщо середнє арифметичне значення товщини пластинки після розрахунку було взято рівним 2,2543 мм при абсолютній похибці вимірів 0,03 мм, то при цьому показане лише невміння виконувати арифметичні дії з наближеними числами. Щоб не витратити даремно часу для одержання сумнівної арифметичної точності, необхідно всі отримані величини перед підстановкою в формули округляти, залишаючи в них на одну значущу цифру більше, ніж у самої з наближених величин (з найменшим числом знаків). При

округленні наближеного числа необхідно відкидати останні цифри, якщо перша з цифр, що відкидаються, менша 5, і додавати одиницю до попередньої цифри, якщо перша з цифр, що відкидаються, 5 або більше.

За написаним числом, що виражає результат виміру або обчислення, можна говорити про ступінь точності.

Значущі цифри – це усі цифри, крім нулів, що стоять перед числом, і нулів, поставлених наприкінці записаного результату замість відкинутих цифр при округленні.

Десяткові такі числа – це усі цифри, розміщені праворуч від коми. Наприклад, число 25,002 має п'ять значущих цифр, а десяткових знаків три; число 0,0034 має дві значущі цифри, але чотири десяткових знаки.

Якщо обчислення за наближеними даними проводяться у декілька дій, то в проміжних діях треба зберігати на одну значущу цифру більше в порівнянні з точністю визначуваних величин у даному досліді (тобто дві сумнівні цифри). У всіх арифметичних діях над наближеними числами в остаточному результаті треба уберігати стільки десяткових знаків, скільки їх мають наближені дані з найменшим числом десяткових знаків.

Округлення чисел у процесі обчислення призводить до систематичної похибки. Відносна похибка, яку знаходять в результаті обчислень, має бути приблизно на порядок (тобто у 10 разів) менша за похибку результату непрямих вимірювань.

У записі результату вимірювань залишають одну (максимум дві) сумнівні цифри. Похибку вимірювань округляють до однієї значущої цифри, якщо ця цифра не «1». Якщо ж ця цифра «1», то у похибці залишають дві значущі цифри, в записі результату вимірювань – дві сумнівні цифри. Сумнівними називаються значущі цифри в записі результату вимірювань, десяткові розряди яких збігаються з десятковими розрядами значущих цифр у записі похибки цього результату.

Розряди останніх цифр Δx і x мусять співпадати. Для цього округляють x або приписують до нього невисначаючі нулі справа. E округляють по тим же правилам, що і Δx . Спочатку округляють Δx , $\Delta x = 0,3$ мм. Розряд останньої цифри Δx – десяті долі, а $\bar{x}$ – соті долі. Округляємо $\bar{x}$ до десятих долів. Маємо $x = 73,6$ мм.

Знаходимо E :

$$E = \frac{\Delta X}{X} \times 100\% = \frac{0,3}{73,6} \times 100\% = 0,393\% = 0,4\%$$

Кінцевий результат $x = 173,6 \pm 0,3$ мм, $\alpha = 0,7$, $E = 0,4\%$

1.5 Похибки прямих вимірювань

Похибки прямих вимірювань визначаються за формулою

$$\Delta x = \sqrt{\left(t_{\infty} \cdot \frac{\delta}{3}\right)^2 + (\alpha \cdot v)^2}, n = 1, \quad (1.18)$$

якщо деяку величину виміряти один раз.

Якщо вимірювання виконувались n раз, то

$$\Delta x = \sqrt{\left(t_{\infty} \cdot \frac{\delta}{3}\right)^2 + (\Delta x_{\text{сун.}})^2}, n > 1. \quad (1.19)$$

В цих рівняннях t_{∞} – коефіцієнт Стюдента для заданого α при необмеженому числі вимірів; δ – похибка приладу; v – похибка відліку, $v = \delta / 2$.

Наприклад: довжина тіла була виміряна 3 рази:

n	x, мм	Δx_i , мм	$(\Delta x_i)^2$
1	12,8	0,446	0,217
2	13,6	0,334	0,111
3	13,4	0,134	0,018
$\bar{x} = 13,2$		$\sum (\Delta x_i)^2 = 0,3$	

$$\Delta x = \sqrt{\left(t_{\infty} \cdot \frac{\delta}{3}\right)^2 + (\Delta x_{\text{сун.}})^2} = \sqrt{\left(1 \cdot \frac{1}{3}\right)^2 + 1,4^2 \cdot \frac{0,346}{3 \cdot 2}} = 0,473 \text{ мм}$$

Відносна похибка дорівнює

$$E = \frac{0,473}{13,266} \cdot 100\% = 3,56\%$$

Кінцевий результат: $x = (13,3 \pm 0,3)$ мм; $\alpha = 0,7$; $E = 3,6\%$.

1.6 Похибки непрямих вимірювань

Якщо y – величина, що вимірюється посередньо, її розраховують за відомою залежністю $y=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ від змінних $x_1, x_2, \dots, x_n$, які вимірюють безпосередньо.

1. Похибки непрямих вимірів визначаються за формулою:

$$\Delta y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \right)^2}, \quad (1.20)$$

якщо функціональна залежність досліджуваної величини є багаточлен.

2. Похибки непрямих вимірів можна визначати

$$E = \frac{\Delta y}{\bar{y}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \right)^2}, \quad (1.21)$$

$$\Delta \Pi = \sqrt{\left[\left(\frac{V^2}{2} + g \cdot h \right) \cdot \Delta m \right]^2 + (m \cdot V \cdot \Delta V)^2 + (m \cdot h \cdot \Delta g)^2 + (m \cdot g \cdot \Delta h)^2}.$$

якщо функціональна залежність досліджуваної величини є одночлен і потім знаходимо Δy як: $\Delta y = E \cdot \bar{y}$. Наприклад:

1. Якщо залежність функції $\Pi = \frac{m \cdot V^2}{2} + m \cdot g \cdot h = f(m, V, g, h)$, тоді

$$\frac{\partial f}{\partial m} = \frac{\partial}{\partial m} \left(\frac{m \cdot V^2}{2} + m \cdot g \cdot h \right) = \frac{V^2}{2} + g \cdot h,$$

$$\frac{\partial f}{\partial V} = \frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{m \cdot V^2}{2} + m \cdot g \cdot h \right) = m \cdot V,$$

$$\frac{\partial f}{\partial g} = \frac{\partial}{\partial g} \left(\frac{m \cdot V^2}{2} + m \cdot g \cdot h \right) = m \cdot h,$$

$$\frac{\partial f}{\partial h} = \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{m \cdot V^2}{2} + m \cdot g \cdot h \right) = m \cdot g$$

Тоді

$$\Delta \Pi = \sqrt{\left[\left(\frac{V^2}{2} + g \cdot h \right) \cdot \Delta m \right]^2 + (m \cdot V \cdot \Delta V)^2 + (m \cdot h \cdot \Delta g)^2 + (m \cdot g \cdot \Delta h)^2}.$$

2. Якщо залежність функції: $\Pi = m \cdot g \cdot h = f(m, g, h)$,

$$\ln \Pi = \ln m + \ln g + \ln h$$

$$\frac{\partial \ln \Pi}{\partial m} = \frac{1}{m}$$

$$\frac{\partial \ln \Pi}{\partial g} = \frac{1}{g}$$

$$\frac{\partial \ln \Pi}{\partial h} = \frac{1}{h}$$

Тоді

$$E = \frac{\Delta \Pi}{\bar{\Pi}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2},$$

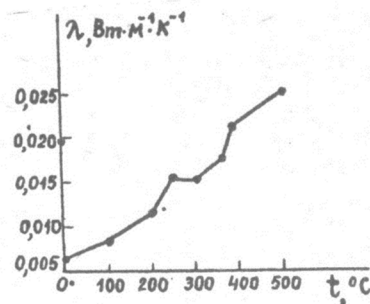
$$\Delta \Pi = E \cdot \bar{\Pi}.$$

У результаті отримуємо

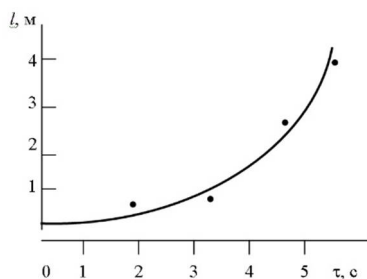
$$\Pi = \bar{\Pi} \pm \Delta \Pi, \alpha, E.$$

1.7 Графічне відображення експериментальних результатів

Графік будується на міліметровому папері. На рисунках нижче можна побачити приклади графіків.



невірно



вірно

Рисунок 1.2 – Приклади побудови графіків

Експериментальна крива проходить крізь експериментальні точки.

Контрольні запитання

1. Дати визначення прямих і непрямих вимірів. Приклади.
2. За допомогою якої формули знаходять найбільш ймовірне значення виміряної величини?
3. Що таке відносна похибка?
4. Що називається випадковим відхиленням?
5. За якою формулою знаходять середнє квадратичне значення або похибку, викликану випадковими відхиленнями?
6. За якою формулою знаходять похибки засобів виміру.
7. За якою формулою знаходять похибки табличних величин та відліку.
8. Сформулюйте правила округлення.
9. Запишіть формули обчислення похибок при прямих вимірах.
10. Запишіть формули обчислення похибок при непрямих вимірах.

Доповнення і редагування:

доцент кафедри фізики, канд. фіз.-матем. наук В. Г. Корніч;
професор кафедри фізики, д-р. фіз.-матем. наук С. В. Лоскутов.

Затверджено на засіданні кафедри фізики ЗНТУ, протокол № 3
від 01.12.2008 р.

2 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1. ВИЗНАЧЕННЯ ГУСТИНИ ТІЛ

Мета роботи: знайти густину металевого тіла з відомою масою, вимірюючи лінійні розміри тіла. Одержане значення густини порівняти з довідковим і визначити, з якого металу виготовлене тіло. Навчитися визначати похибки прямих і непрямих вимірювань.

Прилади і знаряддя: штангенциркуль, металеве тіло.

2.1 Вступ

Густиною ρ є величина, що визначається для однорідної речовини (тіла) її масою в одиниці об'єму. Тобто для однорідного тіла знаходимо

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (2.1)$$

де m – маса тіла, V – об'єм тіла. Масу тіла в лабораторній роботі визначають як табличне значення.

Для обчислення густини тіла правильної геометричної форми проводимо вимірювання його лінійних розмірів. Далі обчислюємо об'єм за вимірними значеннями лінійних розмірів та відповідною формулою для тіла правильної геометричної форми. Нижче наведено формули об'ємів найпростіших геометричних фігур. Якщо це циліндр, то

$$V = \frac{1}{4} \pi \cdot a^2 \cdot h, \quad (2.2)$$

де a – діаметр, h – висота циліндра. Для конуса

$$V = \frac{1}{12} \pi \cdot a^2 \cdot h, \quad (2.3)$$

де a – діаметр основи, h – висота, $\pi = 3,14$. Для паралелепіпеда

$$V = a \cdot b \cdot c, \quad (2.4)$$

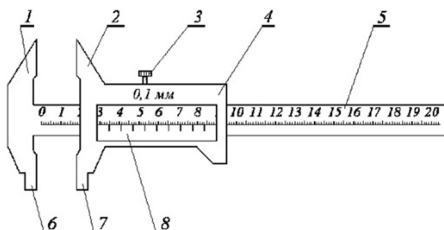
де a , b , c три його ребра. Підставити в (2.1) відповідний об'єм і записати кінцеву робочу формулу

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Найпростішим інструментом для вимірювання лінійних розмірів є лінійка. Її найменша поділка дорівнює 1 мм. Точність вимірювання за допомогою лінійки буде дорівнювати половині ціни поділки, тобто 0,5 мм. Для вимірювань із більш високою точністю використовують штангенциркуль

та мікрометр. Підвищення точності досягається завдяки використанню допоміжної шкали – ноніуса.

Штангенциркуль зображено на рисунку 2.1. Він складається з основної металевої лінійки 5 з міліметровими поділками. На початку її розміщені нижня 6 та верхня 1 губки. Повзунок 4, нижня 7 та верхня 2 губки є одним цілим. Вони можуть переміщуватись уздовж основної лінійки 5 і фіксуватися в потрібному положенні за допомогою гвинта 3. На нижній частині повзунка 4 нанесені поділки ноніуса 8. Коли губки 6 і 7 стикаються, нуль лінійки і нуль ноніуса повинні збігатися.



1, 2 – верхні губки; 3 – фіксуючий гвинт; 4 – повзунок; 5 – лінійка;
6, 7 – нижні губки; 8 – ноніус.

Рисунок 2.1 – Штангенциркуль

Другий тип штангенциркуля зображено на рис. 2.2.



Цілі міліметри відраховуємо по основній шкалі до нульової риски шкали ноніуса. Долі міліметра зчитуємо по шкалі ноніуса по рисці, яка співпадає з будь-якою рисою основної шкали.

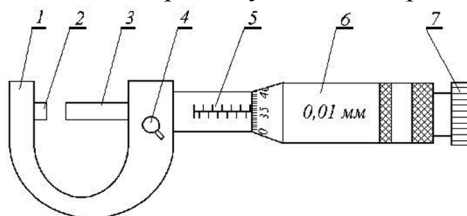
Рисунок 2.2 – Штангенциркуль

Для того щоб виміряти довжину предмета B , його розміщують між губками 6 і 7 і закріплюють гвинтом 3. Після цього проводять відлік по лінійці і ноніусу й обчислюють довжину предмета L за формулою (2.9).

Для більш точного вимірювання розмірів предметів застосовуються мікрометричні гвинти з малим і точно витриманим кроком. Такі гвинти

використовуються в мікрометрах. Мікрометр використовують для вимірювання зовнішніх розмірів із точністю до 0,01 мм.

Мікрометр (див. рис. 2.3) складається зі скоби 1, що має на лівому кінці нерухому п'яту 2 (перша вимірювальна поверхня), а з іншого боку – втулку 5, всередині якої встановлено мікрометричний гвинт (шпиндель) 3 з кроком 0,5 мм. Торець цього гвинта 3 і є другою вимірювальною поверхнею. На зовнішній поверхні втулки 5 проведена осьова лінія, уздовж якої нанесені поділки лінійної шкали. Верхні і нижні штрихи лінійної шкали зміщені один відносно одного на півміліметра. Цифри проставлені тільки для поділок нижньої шкали, тобто вона є звичайною міліметровою шкалою. На втулку 5 надіто барабан 6, на скошену кільцеву поверхню якого нанесено шкалу ноніуса із 50 поділками. На голівці мікрометричного гвинта 3 є пристрій 7, що забезпечує сталість тиску на вимірювальний об'єкт. Цей пристрій 7 називається тріскачкою. Для фіксування положення мікрометричного гвинта використовується стопорний гвинт 4.



- 1 – скоба; 2 – нерухома п'ята; 3 – торець мікрометричного гвинта;
 4 – стопорний гвинт; 5 – втулка з міліметровою шкалою;
 6 – барабан зі шкалою ноніуса; 7 – тріскачка.

Рисунок 2.3 – Мікрометр

Для того щоб виміряти довжину предмета, його розміщують між п'ятою 2 і торцем мікрометричного гвинта 3. Мікрометричний гвинт обертають, використовуючи тріскачку 7. При цьому мікрогвинт 3 та барабан 6 обертаються та переміщуються поступально відносно лінійної шкали на втулці 5. Обертання продовжується до зіткнення поверхонь вимірюваної деталі з вимірювальними поверхнями мікрометра 2 та 3, після чого тріскачка починає тріскати, а поступальний рух припиняється. Далі фіксують положення мікрогвинта 3 стопорним гвинтом 4. Зверніть увагу: обертати мікрометричний гвинт потрібно тільки користуючись тріскачкою 7.

Інакше мікрометричний гвинт буде зірвано, мікрометр ушкоджено, вимірювання буде неправильним. Числове значення довжини вимірюваної деталі знаходять із формули:

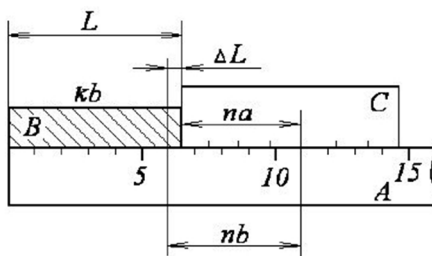
$$L = kb + nh / m, \quad (2.5)$$

де k – кількість поділок нижньої і верхньої лінійної шкали втулки, що відкриваються барабаном; b – відстань між сусідніми верхніми та нижніми поділками цієї шкали (0,5 мм); n – номер тієї поділки барабана, що у момент відліку збігається з осью лінійної шкали втулки; h – крок гвинта (0,5 мм); m – кількість всіх поділок (100) на шкалі ноніуса (барабана). Зверніть увагу: не можна починати вимірювання мікрометром, не перевіривши його початкове показання! Початкове показання мікрометра (тобто без вимірюваного тіла) повинне бути нульовим. Однак трапляються випадки, коли початкове показання мікрометра не дорівнює нулю. В такому разі потрібно визначити поправку до нульового значення (вона може бути як від'ємною, так і додатною величиною) і враховувати її під час вимірювань.

Лінійний ноніус – це невелика лінійка C (рис. 2.4) із шкалою, m поділок якої дорівнюють $(m - 1)$ поділкам основної шкали масштабної лінійки A . Звідси випливає, що ціна поділки основної лінійки b та ціна поділки ноніуса a пов'язані між собою співвідношенням

$$am = (m - 1)b. \quad (2.6)$$

Величину $b - a = b / m$ називають точністю ноніуса, вона дорівнює точності вимірювання.



A – основна шкала; B – тіло, довжина якого вимірюється;

C – шкала лінійного ноніуса.

Рисунок 2.4 – Схема застосування ноніуса для вимірювання довжини тіла

Процес вимірювання полягає у такому. До нульової поділки шкали основної лінійки прикладають один кінець вимірюваного тіла B , а до іншого кінця тіла B – ноніус C . Тоді, як свідчить рисунок 2.4 шукана довжина тіла B буде дорівнювати

$$L = kb + \Delta L, \quad (2.7)$$

де розмір ΔL визначається з співвідношення (див. рис. 2.4):

$$\Delta L = nb - na = n(b - a) = nb / m. \quad (2.8)$$

Тут k – ціле число поділок масштабної лінійки; n – номер поділки ноніуса C , яка збігається з поділкою основної шкали A . Тоді з формул (2.7) і (2.8) отримуємо

$$L = kb + nb / m. \quad (2.9)$$

Таким чином, довжина вимірюваного тіла дорівнює сумі двох величин: довжині k поділок основної шкали A , що розміщені зліва від нульової поділки ноніуса, та довжині, що дорівнює добутку точності ноніуса b/m на номер поділки ноніуса n , що збігається з поділкою основної шкали.

2.2 Вимірювання і визначення похибок

1. Висоту циліндра, конуса, або два ребра паралелепіпеда виміряти один раз.

2. Діаметр основи циліндра (конуса) або третє ребро паралелепіпеда виміряти три рази. Результати занести в таблицю 2.1.

Таблиця 2.1

№ варіанту	d , мм	h , мм	m , г
1	25,1±0,05	30	146
2	28,2±0,05	30	172
3	30,3±0,05	30	214
4	31,4±0,05	30	226
5	32,3±0,05	35	268
6	33,5±0,05	35	290
7	34,6±0,05	35	320
8	35,7±0,05	35	338
9	36,8±0,05	40	396
10	37,5±0,05	40	405

3. Знайти середнє значення, величини діаметра, або ребра, а також відхилення від середнього значення для кожного вимірювання.

4. Розрахувати по одержаній робочій формулі густину даного тіла, підставляючи середні значення вимірних величин, і записати результат в кг/м^3 .

5. Визначити похибку прямих вимірювань діаметра або ребра за формулою:

$$\Delta a_{\text{вин}} = t_n \sqrt{\frac{\sum (\Delta a_i)^2}{n(n-1)}}, \quad (2.10)$$

де t_n – коефіцієнт Ст'юдента, n – число вимірювань, Δa_i – відхилення від середнього значення i -го вимірювання.

Таблиця 2.2

Циліндр (Конус)	d_i , мм	Δd_i , мм	$(\Delta d_i)^2$, мм ²	h , мм
1				
2				
3				
	$\bar{d} =$		$\sum (\Delta d_i)^2 =$	

Таблиця 2.3

Паралелепіпед	a_i , мм	Δa_i , мм	$(\Delta a_i)^2$, мм ²	b , мм	c , мм
1					
2					
3					
	$\bar{a} =$		$\Sigma(\Delta a_i)^2 =$		

6. Півширина довірчого інтервалу величини d і a , яка вимірюється декілька разів, визначається виразом:

$$\Delta d = \Delta a = \sqrt{(\Delta a_{\text{вин}})^2 + \left(t_{\infty} \frac{\delta}{3}\right)^2}, \quad (2.11)$$

де $\delta = 0,05$ мм – границя основної допустимої похибки штангенциркуля.

7. Півширина довірчого інтервалу одноразових вимірювань висоти (циліндра, конуса) або ребер (паралелепіпеда) визначається виразом:

$$\Delta b = \Delta c = \Delta h = \sqrt{\left(t_{\infty} \frac{\delta}{3}\right)^2 + (\alpha \cdot v)^2}, \quad (2.12)$$

де α – довірча ймовірність, v – похибка відліку, $v = 0,05$ мм.

Довірчий інтервал Δm і $\Delta \pi$ необхідно визначити як для довідкових величин. Для цього довірчу ймовірність помножують на п'ять одиниць найменшого відкинутого розряду табличного числа.

8. Відносна похибка для циліндра та конуса розраховується за формулою:

$$E = \frac{\Delta \rho}{\bar{\rho}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{\bar{m}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \pi}{\bar{\pi}}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta d}{\bar{d}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{\bar{h}}\right)^2}, \quad (2.13)$$

для паралелепіпеда:

$$E = \frac{\Delta \rho}{\bar{\rho}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{\bar{m}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{\bar{a}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{\bar{b}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c}{\bar{c}}\right)^2}, \quad (2.14)$$

9. Визначити півширину довірчого інтервалу

$$\Delta \rho = E \cdot \bar{\rho}. \quad (2.15)$$

10. Записати кінцевий результат (висновок), застосувавши правила округлення.

11. Порівняти одержаний результат з табличними значеннями густини і визначити з якого матеріалу виготовлено зразок.

Висновок: експериментально визначена густина металевого зразка, яка дорівнює $\rho = (\bar{\rho} \pm \Delta \rho) \text{ кг/м}^3 =$,

с довірчою ймовірністю $\alpha =$, відносною похибкою $E =$ % .

Визначено, що зразок виготовлено із

Таблиця 2.4 – Коефіцієнти Стюдента

Число вимірювань, n	Довірча ймовірність, α					
	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9

3	0,62	0,82	1,06	1,4	1,9	2,5
5	0,57	0,74	0,99	1,2	1,5	2,1
∞	0,52	0,67	0,84	1,0	1,3	1,6

Таблиця 2.5 – Густина твердих тіл

Речовина	$\rho \cdot 10^3, \text{ кг/м}^3$
Плексиглас	1,2
Алюміній	2,7
Цинк	7,1
Залізо	7,7÷7,9
Латунь	8,4 ÷ 8,7
Мідь	8,9
Срібло	10,5
Вольфрам	19,1

Контрольні запитання

1. Як Ви розумієте поняття вимірювання фізичної величини?
2. Які вимірювання називають прямими, а які непрямыми?
3. В якому вигляді зазвичай записують результати вимірювань?
4. Яку інформацію має абсолютна похибка?
5. Що таке відносна похибка?
6. Які похибки відносять до систематичних?
7. Які похибки відносять до випадкових?
8. Які похибки відносять до грубих?
9. Яку інформацію має коефіцієнт Стюдента, від яких параметрів він залежить?
10. Запишіть та поясніть формулу для абсолютної похибки випадкових похибок прямих вимірювань?
11. Запишіть та поясніть формулу для абсолютної похибки непрямих вимірювань?
12. Якою величиною характеризується точність приладів? Дайте цій величині визначення, пояснення.
13. Поясніть, скільки цифр треба залишати у записі середнього значення фізичної величини, скільки цифр треба залишати у записі абсолютної похибки?
14. Що називають густиною тіла?

15. До якого виду похибок відносять похибку штангенциркуля?
16. У чому полягає процес вимірювання за допомогою ноніуса?
17. Як побудований штангенциркуль?
18. Розкажіть, як проводити вимірювання за допомогою штангенциркуля.
19. Яку будову має мікрометр?
20. Розкажіть, як проводити вимірювання за допомогою мікрометра.
21. Для чого використовують у мікрометрі тріскачку?
22. Як знайти абсолютну похибку при вимірюванні маси?
23. Яка мета лабораторної роботи? Розкажіть про порядок виконання роботи.
24. Чому в лабораторній роботі потрібно проводити вимірювання діаметра, висоти одним і тим самим інструментом щонайменше три рази?
25. За якою формулою знаходять півширину довірчого інтервалу прямого вимірювання, виконаного декілька разів?
26. За якою формулою знаходять півширину довірчого інтервалу, якщо пряме вимірювання зроблено один раз?
27. Як знайти півширину довірчого інтервалу для табличної величини?
28. Як одержати формулу відносної похибки, виходячи з робочої формули для густини?
29. Як знайти випадкові відхилення для прямого вимірювання?

Інструкцію склав доцент кафедри фізики Корніч В.Г.

Рецензент: доцент кафедри фізики Манько В.К.

Затверджена на засіданні кафедри фізики, протокол № 3 від 01.12.2008 р.

3 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2. ВИЗНАЧЕННЯ МОДУЛЯ ЮНГА МЕТАЛІВ

Мета роботи: перевірити закон Гука; дослідним шляхом визначити модуль Юнга металевго дроту.

Прилади і знаряддя: штангенциркуль, індикатор видовження, набір вантажів, дрiт.

3.1 Вступ

Під впливом прикладених зовнішніх сил будь-яке реальне тіло деформується, тобто змінює свої розміри та форму. Якщо після припинення дії зовнішніх сил тіло відновлює початкові розміри та форму, то така деформація тіла називається пружною. При пластичній деформації форма і розміри тіла не відтворюються після зняття навантаження [3]. Пружні деформації спостерігаються в тому випадку, коли зовнішня сила, що обумовлює деформацію, не перевищує деякої певної межі – границі пружності. При пружних деформаціях під впливом прикладеного навантаження відбувається тільки незначна зміна відстаней між атомами, або повороти блоків кристалу. При розтягуванні кристалу атоми віддаляються, а при стискуванні наближаються один до одного. При такому зміщенні атомів з положень рівноваги порушується баланс сил притягування та відштовхування, тому після зняття навантаження зміщені атоми завдяки дії сил притягування, або відштовхування повертаються в початковий стан рівноваги і кристали приймають свою первинну форму та розміри.

Прикладемо до твердого закріпленого з одного кінця стержня довжиною l зовнішню силу F (рис. 3.1). Нехай під впливом цієї сили стержень подовжиться на Δl . Відношення сили F до площі поперечного перерізу S

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S}, \quad (3.1)$$

називається механічним напруженням σ . У випадку циліндричного зразка (дроту) діаметром d площа перерізу дорівнює:

$$S = \pi \frac{d^2}{4},$$

тому

$$\sigma = \frac{4mg}{\pi \cdot d^2}. \quad (3.2)$$

Величина

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}, \quad (3.3)$$

називається відносною деформацією – це відношення абсолютного видовження Δl до початкової довжини l .

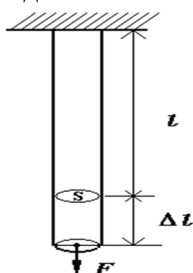


Рисунок 3.1 – Розтягування стержня під дією сили F

Експеримент показує, що в області пружних деформацій між величинами σ та ε має місце лінійна залежність. На рис. 3.2 OA – область пружної деформації, де виконується закон Гука [3]:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (3.4)$$

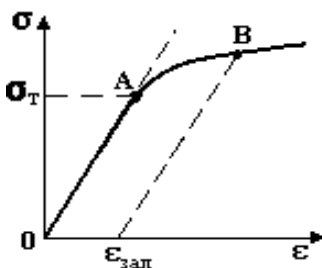


Рисунок 3.2 – Діаграма деформування

В області AB – мають місце пластичні деформації, тобто при $\sigma > \sigma_t$ після припинення дії зовнішніх сил в тілі виникають залишкові деформації $\varepsilon_{\text{зал}}$. Напруження σ_t називається межею пружності матеріалу.

Залежність (3.4) відображає закон Гука, де E називається модулем пружності, або модулем Юнга, який характеризує пружні властивості матеріалу. Він дорівнює механічній напрузі, при якій довжина стержня (дроту) подвоюється. Величина модуля Юнга головним чином визначається типом кристалічної ґратки, тобто силами міжатомного зв'язку. Для деяких матеріалів величина E приведена в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Довідкові значення модуля Юнга

№	Матеріал	$E \cdot 10^9$, Па
1	Сталі леговані	206
2	Сталі вуглецеві	195 ÷ 205
3	Чавун ковкий	150
4	Ti	116
5	Cu	101
6	Ag	83
7	Al	71
8	Mg	44
9	Скло	49 ÷ 78
10	Целулоїд	1.7 ÷ 1.9

3.2 Опис установки

Схема експериментальної установки показана на рис. 3.3.

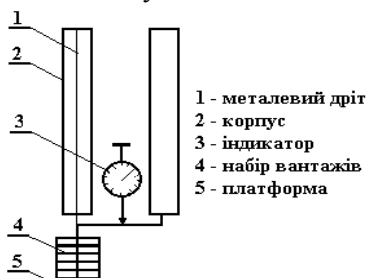


Рисунок 3.3 – Схема експериментальної установки

Дріт 1 закріплений у корпусі 2. До кінця дроту прикріплена платформа 5, на яку поміщуються вантажі 4. Видовження дроту вимірюється індикатором 3.

3.3 Порядок виконання роботи

1. Для вирівнювання дроту навантажити його двома-трьома вантажами з набору. Обертаючи шкалу індикатора, встановити його показання на нуль.

2. Навантажуючи дріт вантажами, вимірювати його абсолютне подовження Δl . Сила $F=mg$, що діє на дріт, дорівнюватиме сумарній вазі вантажів, покладених на платформу після установки нуля. Результати вимірювань m , Δl , занести в таблицю 3.2.

3. За формулами (3.2) і (3.3) розрахувати механічне напруження σ та відносну деформацію дроту ε . Результати розрахунків занести в таблицю 3.2.

4. Побудувати графік залежності $\sigma = f(\varepsilon)$ за зразком, який представлено на рис. 3.4, тобто провести пряму так, щоб більшість експериментальних точок знаходились якнайближче до неї. На цій прямій (але не з таблиці!) вибрати будь-які дві точки 1 і 2, яким відповідають значення механічного напруження σ_1 , σ_2 та відносної деформації ε_1 , ε_2

Таблиця 3.2 – Дані вимірювань

№	m , кг	F , Н	$\Delta l \cdot 10^{-2}$, мм	σ , МПа	ε	l , мм	d , мм
1	0,5	5	18			1100	0,5
2	1,0	10	36				
3	1,5	15	54				
4	2,0	20	72				
5	2,5	25	90				
6	3,0	30	108				
7	3,5	35	126				
8	4,0	40	144				
9	4,5	45	162				
10	5,0	50	180				

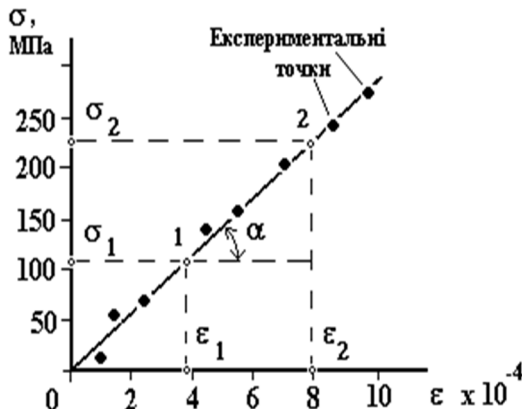


Рисунок 3.4 – Приклад графіку залежності $\sigma = f(\epsilon)$, який повинні отримати

5. За формулою:

$$E = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\epsilon_2 - \epsilon_1} \quad (3.5)$$

розрахувати модуль Юнга E . При такому методі визначення коефіцієнта пропорційності (як $\tan \alpha$ на рис. 3.4) між будь-якими величинами, що лінійно залежать одна від одної, використовується вся сукупність експериментальних даних, а не випадкове значення якогось одного вимірювання. Користуючись даними таблиці 3.1 визначити матеріал, з якого виготовлено дріт.

6. Використовуючи теорію похибок, оцінити відносну похибку вимірювань модуля Юнга E за формулою:

$$\frac{\Delta E}{\bar{E}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\delta l_1}{\Delta l_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m_1}{m_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \pi}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta d}{d}\right)^2}, \quad (3.6)$$

де величину δl – похибку вимірювання видовження, розрахувати за формулою похибки для одноразових вимірювань:

$$\delta l_1 = \sqrt{\left(t_\infty \frac{\delta}{3}\right)^2 + (\alpha v)^2}, \quad (3.7)$$

$\delta=0,01$ мм; $\nu = \frac{\delta}{2}$. За формулою похибки для табличних величин:

$$\Delta x_{\text{табл.}} = \alpha \cdot \nu \quad (3.8)$$

розрахувати величини: Δl ($\nu = 1$ см), Δm ($\nu = 0,5$ г), Δg ($\nu = 0,5$ м/с²), $\Delta \pi$ ($\nu = 0,005$), Δd ($\nu = 0,05$ мм).

7. По виду графіка залежності $\sigma=f(\varepsilon)$ зробити висновок щодо справедливості закону Гука. Висновок повинен містити відповіді на запитання: Чи справедливий закон Гука і як це довести? Чому дорівнює модуль Юнга та похибка його вимірювань ($E = \bar{E} \pm \Delta E$)? З якого матеріалу виготовлено дріт?

Контрольні запитання

1. Дати визначення пружнім та пластичним деформаціям.
2. Дати визначення механічного напруження σ та відносної деформації ε .
3. Який вид має експериментальний графік залежності $\sigma = f(\varepsilon)$?
4. В чому полягає закон Гука?
5. Який фізичний зміст модуля Юнга?

Інструкцію склав доцент кафедри фізики Правда М.І.

Рецензент: доцент кафедри фізики Манько В.К.

Затверджена на засіданні кафедри фізики, протокол № 3 від 01.12.2008 р.

4 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3. ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ВНУТРІШНЬОГО ТЕРТЯ МЕТОДОМ СТОКСА

Мета роботи: Визначити коефіцієнт внутрішнього тертя рідини.

Прилади: скляний циліндр з мастилом, металеві кульки, штангенциркуль, секундомір, лінійка.

4.1 Опис установки

Прилад (рис. 4.1) уявляє собою скляний циліндр, наповнений випробуваною в'язкою рідиною (мастилом). На циліндр одягнені два кільця АВ та СД. Кільця можуть переміщуватись вздовж труби. Відстань між ними вимірюється лінійкою, а час руху кульок секундоміром.

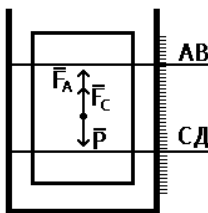


Рисунок 4.1 – Схема методу Стокса

4.2 Теорія методу Стокса

На кульку, що вільно падає у в'язку рідину діють такі сили:
Сила тяжіння

$$\vec{P} = m\vec{g} = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \rho_k \vec{g}, \quad (4.1)$$

де r – радіус кульки, $\rho_k = 7800 \text{ кг/м}^3$ – густина кульки, g – прискорення вільного падіння. Виштовхуюча сила Архімеда

$$\vec{F}_A = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \rho_p \cdot \vec{g}, \quad (4.2)$$

де $\rho_p = 960 \text{ кг/м}^3$ – густина рідини.

Сила опору руху, зумовлена силами внутрішнього тертя між шарами рідини. При рухові кульки в рідині це сила Стокса [2]

$$F_o = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v, \quad (4.3)$$

де η – коефіцієнт внутрішнього тертя [3], v – швидкість руху кульки, r – радіус кульки. Після занурення кульки в рідину рівнодіюча сил R , що діють на неї

$$R = P - (F_A + F_o) > 0. \quad (4.4)$$

Кулька рухається прискорено. По мірі зростання швидкості збільшується сила Стокса і настане мить, коли рівнодіюча R буде дорівнювати нулю. Згідно з першим законом Ньютона кулька рух кульки стане рівномірним. При цьому

$$P - (F_A + F_o) = 0. \quad (4.5)$$

Підстановка сил P , F_A та F_o із виразів (4.1)-(4.3) в (4.5) дає вираз для коефіцієнта внутрішнього тертя:

$$\eta = \frac{2}{9} r^2 g \frac{\rho_k - \rho_p}{v}. \quad (4.6)$$

Швидкість рівномірного руху $v = \frac{l}{t}$. Одержуємо із (4.6) робочу формулу

$$\eta = \frac{2}{9} r^2 g t \frac{\rho_k - \rho_p}{L}. \quad (4.7)$$

4.3 Порядок виконання роботи (завдання 1)

1. Виміряти штангенциркулем діаметр однієї кульки 5 разів. Отримані результати занести в таблицю 4.1.

2. Встановити кільце АВ (СД – нерухомо) на відстані 35 см від СД (це буде – L), кільце АВ повинно бути нижче рівня рідини на 10 см.

3. Опустити кульку в циліндр.

4. У мить проходження кульки через верхнє кільце ввімкнути секундомір, а при проходженні через нижнє – вимкнути.

5. Час проходження відстані L занести до таблиці 4.1.

6. Повторити виміри, вказані в пунктах 3÷5 для останніх 4 кульок, змінюючи кожен раз L_i – пересовуючи кільце СД на 5 см. Результати вимірювань занести до таблиці 4.2.

Таблиця 4.1

№	r_i , м	Δr_i , м	Δr_i^2 , м ²	L , м	ΔL , м	t , с	Δt , с	$\bar{\eta}$, Па·с	$\frac{\Delta \eta}{\bar{\eta}}$	$\Delta \eta$, Па·с
1				0,35						
2										
3										
4										
5										
	$\bar{r} =$		$\sum \Delta r_i^2 =$							

Таблиця 4.2

L_i , м	35	40	45	50	55
t_i , с					

7. Розрахувати коефіцієнт внутрішнього тертя за (4.6), використовуючи дані $\bar{r}$, L , t таблиці 4.1.

8. Побудувати графік залежності $L = f(t)$, використовуючи дані таблиці 4.2.

9. Обчислити відносну похибку $\Delta \eta / \eta$, виходячи з (4.6). При цьому півширину довірчого інтервалу Δg знайти як для табличної величини, а похибку табличних значень ρ_k та ρ_p не враховувати, вважаючи їх сталими величинами. Півширину довірчого інтервалу Δr розрахувати за формулою для 5 вимірів, а Δt та ΔL для одиничного вимірювання. Границя основної допустимої похибки σ і похибки відліку v прийняти: для штангенциркуля $\delta=0,05$ мм, $v=0,05$ мм; секундоміра $\delta=0,2$ с, $v=0,1$ с; лінійки $\delta=1$ мм, $v=0,5$ мм.

10. Знайти півширину довірчого інтервалу. Результати обчислень похибок занести до таблиці 4.1.

Інструкцію склав доцент кафедри фізики Серпецький Б.О.
Відредагував доцент кафедри фізики Корніч В.Г.

Затверджена на засіданні кафедри, протокол № 8 від 08.03.2001 р.

4.4 Порядок виконання роботи (завдання 2)

1. Вибрати 5 кульок приблизно однакового розміру.
2. Виміряти штангенциркулем діаметр кожної кульки по одному разу. Результати занести в таблицю.
3. Встановити верхнє кільце АВ приблизно на 10 см нижче рівня рідини, а нижнє СД на відстані $L = 35$ см від АВ.
4. Опустити кульку в циліндр і в момент проходження кульки через верхнє кільце увімкнути секундомір, а при проходженні через нижнє – вимкнути.
5. Відстань L і час проходження її кулькою t занести в таблицю 4.3.

Таблиця 4.3

№	r , мм	L , см	t , с	$r^2 \cdot t$, мм ² ·с	η_i , Па·с	$\Delta\eta_i$, Па·с	$\Delta\eta/\eta$
1		35					
2		40					
3		45					
4		50					
5		55					

6. Збільшити відстань L на 5 см, опустивши нижнє кільце СД.
7. Повторити виміри, вказані в пунктах 4÷6, для останніх 4 кульок, змінюючи кожний раз L . Результати вимірювань занести до таблиці.
8. Розрахувати добуток $r^2 \cdot t$. Результати занести в таблицю 4.3.
9. Побудувати графік залежності цього добутку $r^2 \cdot t$ в залежності від відстані L . Робоча формула (4.7) показує, що ця залежність повинна бути лінійною. Якщо експеримент дає дійсно пряму лінію, то теоретична формула (4.7), а отже і формула Стокса (4.3) вірні.
10. По формулі (4.7) знайти п'ять значень коефіцієнта в'язкості та розрахувати випадкову похибку його вимірювання як для 5-ти кратних прямих вимірів. Знайти також відносну похибку $\Delta\eta/\eta$.

Контрольні запитання

1. Яка фізична природа сили в'язкості в рідині та яка умова її виникнення? Формула Ньютона для сили тертя.
2. Записати формулу Стокса для сили опору рухові кульки в рідині.
3. Яка необхідна умова для застосування методу Стокса?
4. Одержати робочу формулу для розрахунку коефіцієнта в'язкості методом Стокса.
5. В яких одиницях вимірюється коефіцієнт в'язкості?
6. Умова переходу від ламінарної до турбулентної течії у трубі? Критерій Рейнольдса.

Інструкцію склав доцент кафедри фізики Серпецький Б.О.

Відредагував, змінив і доповнив доцент кафедри фізики Манько В.К.

Затверджена на засіданні кафедри протокол № 3 від 01.12.2009 р.

5 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4.1. ПРУЖНИЙ УДАР КУЛЬ

Мета роботи: вивчення законів збереження механічної енергії та імпульсу.

Прилади: дві металеві кулі підвішені на легких стержнях, генератор імпульсів, лічильник імпульсів ПСО 2-ЕМ.

5.1 Коротка теорія пружного удару

Ударом називається процес кінцевої зміни швидкостей тіл за відносно короткий час їх взаємодії. При абсолютно пружному ударі кінетична енергія руху тіл перетворюється в потенціальну енергію деформації, яка потім повністю знову перетворюється в кінетичну енергію. При такому ударі виникає абсолютно пружна деформація, коли форма і розміри тіл повністю відтворюються. Теплова (не механічна) енергія при такому ударі не виділяється, а отже система консервативна і замкнута (робота зовнішніх сил дорівнює нулю). В таких системах виконується закон збереження як імпульсу, так і механічної енергії [1].

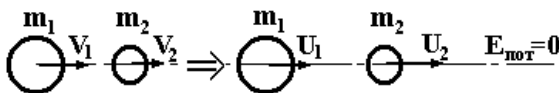


Рисунок 5.1 – Схема пружного центрального удару двох куль

Розглянемо пружний центральний удар. Запишемо рівняння збереження імпульсу та енергії [3]:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2, \quad (5.1)$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}. \quad (5.2)$$

При відомих масах тіл m_1 і m_2 та швидкостях v_1 і v_2 перед ударом знайдемо швидкості u_1 та u_2 після удару. Для цього рівняння представимо у вигляді

$$m_1 (v_1 - u_1) = m_2 (v_2 - u_2), \quad (5.3)$$

$$m_1 (v_1 - u_1) \cdot (v_1 + u_1) = m_2 (v_2 - u_2) \cdot (v_2 + u_2) \quad (5.4)$$

звідки після ділення рівняння (5.4) на (5.3) маємо

$$v_1 + u_1 = v_2 + u_2 \quad (5.5)$$

помноживши (5.5) на m_2 і віднімаючи з (5.3), отримуємо:

$$u_1 = \frac{2m_2v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}, \quad (5.6)$$

а помноживши (5.5) на m_1 та додаючи до (5.3), отримуємо:

$$u_2 = \frac{2m_1v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2}. \quad (5.7)$$

Розглянемо такий випадок: маси тіл однакові $m_1 = m_2$ і одна із куль не рухається $v_2 = 0$. Із (5.6) і (5.7) одержуємо $u_1 = v_2$; $u_2 = v_1$. Це означає, що тіла обмінюються швидкостями.

Схема установки показана на рисунку 5.2. Дві однакові сталеві кулі масою $m_1 = m_2 = 0,6$ кг. Закріплені на металевих стержнях довжиною $l = 0,72$ м.

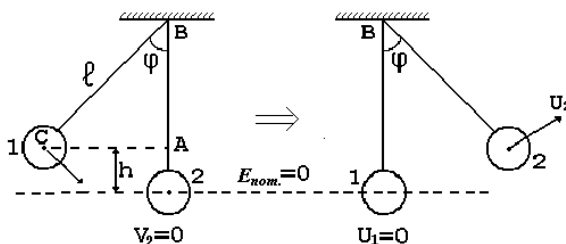


Рисунок 5.2 – Схема експериментальної установки

Відхилимо одну кулю від положення рівноваги на кут φ . Потенціальна енергія $E_n = mgh$. Після відпускання кулі ця енергія повністю переходить в кінетичну:

$$E_n = E_k = \frac{mv_1^2}{2},$$

звідки

$$v_1 = \sqrt{2gh}. \quad (5.8)$$

З $\triangle ABC$ випливає, що $h = l(1 - \cos \varphi) = 2l \sin^2 \frac{\varphi}{2}$. Тоді швидкість першої кулі до удару

$$v_1 = \sqrt{2gl} \sin \frac{\varphi}{2} \quad (5.9)$$

Швидкість другої кулі до удару $v_2 = 0$. Внаслідок пружного удару перша куля зупиняється і її швидкість після удару $u_1 = 0$. Друга куля після удару починає рухатись з швидкістю $u_2 = v_1$, тобто кулі під час удару обмінюються швидкостями.

Імпульс кулі до удару p , Силу взаємодії куль F , кінетичну енергію кулі напередодні удару E_k , можна визначити за формулами:

$$p = 2m\sqrt{gl} \sin \frac{\varphi}{2} \quad (5.10)$$

$$F = \frac{p}{\tau} \quad (5.11)$$

$$E_k = 2mgl \left(\sin \frac{\varphi}{2} \right)^2 \quad (5.12)$$

де m – маса кулі, τ – тривалість удару, φ – кут, на який відхиляється куля, g – прискорення вільного падіння, l – довжина підвісу.

Тривалість удару куль τ залежить від кута φ

$$\tau = c \cdot \varphi^k, \quad (5.13)$$

де c – постійна величина, залежна від пружних якостей речовин, $k = 0,3 \div 0,5$ – показник степені. Логарифмічна залежність $\ln \tau = f(\ln \varphi)$ дає пряму лінію

$$\ln \tau = \ln c + k \cdot \ln \varphi \quad (5.14)$$

тангенс кута нахилу якої дорівнює k .

Тривалість удару кулюк τ визначається згідно методу, який ґрунтується на вимірюванні тривалості електричного контакту при зіткненні кулюк. Принципова схема установки показана на рисунку 5.3.

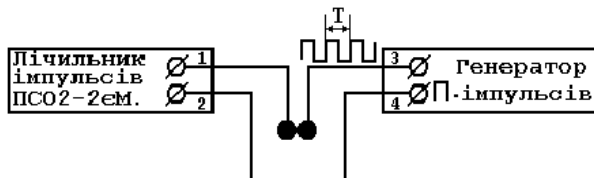


Рисунок 5.3 – Принципова схема експериментальної установки

П-імпульси з періодом T від генератора передаються в лічильник через електричний контакт між кулями. За час удару (час електричного контакту) встигає пройти N імпульсів. Ясно, що $\tau = T \cdot N$. Період T знаходиться по кількості імпульсів N_0 , які фіксує лічильник за відомий час експозиції t

$$T = t / N_0 .$$

Тоді час удару

$$\tau = t \cdot N / N_0 . \quad (5.15)$$

5.2 Порядок виконання роботи

1. Увімкнути лічильник PCO2-2EM і генератор в мережу.
2. На панелі лічильника натиснути кнопку “N” і вибрати експозицію t , натиснувши одну із кнопок “1с”, “3с” і т.д.
3. Забезпечивши електричний контакт між кулями натиснути кнопку “Сброс”, а потім “Пуск”. На цифровому індикаторі лічильника висвітиться число імпульсів N_0 , які за час t потрапили через кулі від генератора під час дотику. Записати значення t і N_0 в таблицю 5.1.

Таблиця 5.1

№	t , с	N_0 , імп.	ΔN_0 , імп.	$(\Delta N_0)^2$, імп ²
1				
2				
3				
4				
5				
		$\bar{N}_0 =$		$\Sigma(\Delta N_0)^2 =$

4. Повторити вимірювання ще чотири рази відповідно до пункту 3.
5. Відтиснути кнопку “Экспозиция”. Натиснути кнопку “Сброс”, відвести ліву кулю на кут $\varphi = 14^\circ$. Натиснути кнопку “Пуск”, але так як електричний контакт розірваний, імпульси від генератора до лічильника не проходять. Відкоригувати по шкалі кут відхилення і

приготуватись натиснути кнопку “Пуск”. Відпустити кулю і після одного удару натиснути кнопку “Стоп” та візуально замітити по шкалі максимальний кут β відхилення другої кулі після удару. Лічильник зафіксує кількість імпульсів N , що встигли пройти за час удару. Записати значення β і N в таблицю 5.2.

Таблиця 5.2

φ , град	β	N , імп	τ , с	$\ln \tau$	$\ln \varphi$	F , Н	p_0 , кг·м/с	p , кг·м/с	$E_{\text{ко}}$, Дж	$E_{\text{к}}$, Дж
14										
12										
10										
8										
6										
4										
2										

6. Повторити вимірювання відповідно пункту 5 для кутів відхилення 12° , 10° , 8° , 6° , 4° , 2° . Результати занести в таблицю 5.2. Вимкнути прилади.

7. Розрахувати тривалість τ удару кулі за (5.15), підставляючи середнє значення N_0 ; силу удару F за (5.11); імпульс до удару p_0 за (5.10); кінетичну енергію $E_{\text{ко}}$ за (5.12). Для розрахунку після удару імпульсу p і кінетичної енергії $E_{\text{к}}$ у (5.10) і (5.12) кут φ замінити на кут β .

8. Розрахувати $\ln \tau$ і $\ln \varphi$ та побудувати графік залежності $\ln \tau$ від $\ln \varphi$. На прямолінійному участку графіка, а не із таблиці, вибрати дві точки, координати яких легко визначити по масштабованим осям координат, і розрахувати показник степені k за формулою

$$k = \frac{\ln \tau_1 - \ln \tau_2}{\ln \varphi_1 - \ln \varphi_2} \quad (5.16)$$

9. Знайти похибку вимірювання N_0 як для багатократних прямих вимірювань. Інструментальна похибка лічильника 1 імпульс, а похибка зчитування із цифрового приладу дорівнює нулю.

10. У висновку порівняти розрахункове значення k з теоретичним, а також зробити висновок щодо виконання законів

збереження механічної енергії та імпульсу, співставивши їх значення до та після удару.

Контрольні запитання

1. Що називається ударом?
2. Який удар називається абсолютно пружним?
3. Які системи називаються консервативними?
4. Сформулювати закон збереження імпульсу.
5. Сформулювати закон збереження механічної енергії.
6. Записати закон збереження імпульсу для центрального абсолютно пружного удару куль.
7. Записати закон збереження механічної енергії для центрального абсолютно пружного удару куль.
8. Вивести формули для визначення швидкостей куль після абсолютно пружного удару.

Інструкцію склав доцент кафедри фізики Манько В.К.

Рецензент: старший викладач кафедри фізики Работкіна О.В.

Затверджена на засіданні кафедри фізики, протокол № 3 від 01.12.2008 р.

6 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4.2. ПРУЖНИЙ І НЕПРУЖНИЙ УДАРИ КУЛЬ

Мета роботи: Визначити коефіцієнти пропорційності в законах збереження імпульсу і механічної енергії при пружному і непружному співударяннях куль і порівняти їх експериментальні значення з теоретичними.

Обладнання: Дві кулі.

6.1 Основні положення

Ударом називається зіткнення тіл, при якому за дуже короткий проміжок часу відбувається значна зміна швидкостей тіл [3].

Під час удару тіла зазнають деформації. Кінетична енергія відносного руху тіл, що співударяються, па короткий час перетворюється в енергію пружної деформації. При ньому має місце перерозподіл енергії між тілами, що співударяються.

Якщо після зіткнення в обох взаємодіючих тілах не залишається ніяких деформацій і уся кінетична енергія, яку вони мали до удару, знову перетворюється в їх кінетичну енергію, то таке зіткнення називається абсолютно пружним ударом [3].

Якщо в результаті зіткнення двох тіл деформація не зникає й обидва тіла, об'єднуючись, рухаються далі як єдине тіло, то таке зіткнення називається абсолютно непружним ударом [3].

Пряма, що проходить через точку дотику тіл і нормальна до їхніх поверхонь, називається лінією удару. Якщо лінія удару проходить через центри мас обох тіл, то удар називається центральним.

Удар називається прямим, якщо швидкості взаємодіючих тіл паралельні лінії удару.

Прикладом прямого центрального удару може бути зіткнення двох підвішених па нитках куль у момент проходження ними положення рівноваги.

При абсолютно пружному й абсолютно непружному ударах виконуються закони збереження імпульсу й енергії.

Взагалі законами збереження є фундаментальні закони, згідно з якими за певних умов деякі фізичні величини не змінюються з часом, тобто зберігаються.

Закон збереження і перетворення енергії - загальний закон природи, згідно з яким енергія будь-якої замкнутої системи при всіх процесах, що відбуваються в системі, не змінюється з часом (залишається сталою, зберігається) [1]. При цьому енергія може тільки перетворюватися з однієї форми в іншу та перерозподілятися між частинами системи.

Закон збереження імпульсу є закон механіки, згідно з яким сумарний імпульс всіх тіл в будь-якій замкнутій системі при всіх процесах, що відбуваються в системі, не змінюється з часом (залишається сталим, зберігається) [1]. Імпульс може перерозподілятися між частинами системи в результаті їхньої взаємодії. Запишемо їх для випадку прямого центрального удару підвішених двох куль.

Закон збереження імпульсу:

а) для абсолютно пружного удару

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2,$$

або в проекції на вісь ОХ, що збігається з лінією удару,

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2 \quad (6.1)$$

б) для абсолютно непружного удару

$$m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)u \quad (6.2)$$

Закон збереження енергії:

а) для абсолютно пружного удару

$$\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{m_1u_1^2}{2} + \frac{m_2u_2^2}{2} \quad (6.3)$$

б) для абсолютно непружного удару

$$\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} + \Delta W \quad (6.4)$$

де ΔW величина механічної енергії куль, що перейшла в їхню внутрішню енергію. У випадку, якщо одна із куль (наприклад, із масою m_2) перед зіткненням знаходилася в спокої, то вирази (6.1), (6.2), (6.3) і (6.4) набудуть вигляду:

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \quad (6.5)$$

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) u \quad (6.6)$$

$$m_1 v_1^2 = m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 \quad (6.7)$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2} + \Delta W \quad (6.8)$$

Проте досвід показує, що відносна швидкість тіл після удару не досягає свого колишнього значення. Це пояснюється тим, що немає ідеально пружних тіл і ідеально гладких поверхонь. Крім того, системи реальних тіл не бувають абсолютно замкнутими.

У застосуванні до реальних тіл рівняння (6.5), (6.6), (6.7) і (6.8) можуть бути записані тільки з відповідними коефіцієнтами пропорційності:

$$m_1 v_1 K_{inpr} = m_1 u_1 + m_2 u_2 \quad (6.9)$$

$$m_1 v_1 K_{inепр} = (m_1 + m_2) u \quad (6.10)$$

$$m_1 v_1^2 K_{епр} = m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 \quad (6.11)$$

$$m_1 v_1^2 K_{енепр} = (m_1 + m_2) u^2 \quad (6.12)$$

Індекси при коефіцієнтах K означають: *inpr* – для імпульсу при пружному ударі; *inепр* – для імпульсу при непружному ударі; *епр* – для енергії при пружному ударі; *енепр* – для енергії при непружному ударі.

Оцінімо величину введених коефіцієнтів K для випадку, що реалізується в нашому лабораторному пристрої.

Система застосовуваних куль слабо взаємодіє з навколишніми тілами (через повітря, нитку підвісу і т. п.), тому "втрати" імпульсу й енергії при пружному ударі будуть незначними і коефіцієнти K_{inpr} , $K_{inепр}$, $K_{епр}$ повинні бути трохи меншими одиниці. При непружному ударі у внутрішню енергію переходить значна частина початкової кінетичної енергії і коефіцієнт $K_{енепр}$ повинен значно відрізнятися від 1. (Легко показати, що при $m_1 = m_2$ ідеальний коефіцієнт $K_{енепр} = 0 \dots 5$. Для цього потрібно розв'язати спільно рівняння (6.10) і (6.12), враховуючи, що $K_{inепр} = 1$). Довівши експериментально, що K_{inpr} , $K_{inепр}$, $K_{епр}$ трохи менші за

1, а значення $K_{\text{енепр}}$ значно відрізняється від 1, ми тим самим підтвердимо справедливості рівностей (6.9), (6.10), (6.11) і (6.12) (у межах похибок вимірювань), а отже підтвердимо і закони збереження імпульсу й енергії при співзіткненні реальних тіл.

Зведемо вирази (6.9), (6.10), (6.11) і (6.12) до вигляду, зручному для обчислення коефіцієнтів K . Розглянемо рис. 6.1, куля масою m_2 знаходиться в стані спокою, а масою m_1 – відведена від положення рівноваги на кут α_1 (умовимося позначати кути до взаємодії куль через α , а після взаємодії – через β ; індекси: 1 – для першої кулі, 2 – для другої).

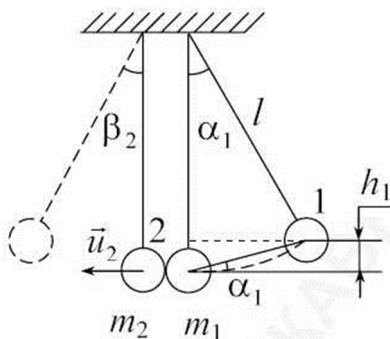


Рисунок 6.1 – Схема експериментальної установки

Куля 1 одержить потенціальну енергію

$$E_1 = m_1 g h_1 = m_1 g (l - l \cos \alpha_1) = m_1 g l (1 - \cos \alpha_1),$$

яка під час руху кулі перейде в його кінетичну енергію. В момент удару

$$m_1 g l (1 - \cos \alpha_1) = m_1 v_1^2 / 2,$$

звідки

$$v_1 = \sqrt{2 g l (1 - \cos \alpha_1)} = 2 \sqrt{g l} \sin \frac{\alpha_1}{2}.$$

Якщо кут α_1 малий ($< 10^\circ$), то $\sin \frac{\alpha_1}{2} \approx \frac{\alpha_1}{2}$ (при вимірі кута в радіанах) і тоді $v_1 \approx \alpha_1 \sqrt{g l}$. Після удару куля 2 масою m_2 одержить

швидкість u_2 і відхилиться па кут β_2 . Аналогічно до вищевикладеного можемо одержати

$$u_2 \approx \beta_2 \sqrt{gl}.$$

Куля 1 після удару також відхилиться на деякий кут β_1 . Тоді

$$u_1 \approx \beta_1 \sqrt{gl}.$$

Підставивши значення v_1 , u_1 і u_2 в (6.9), (6.10), (6.11) і (6.12) і розв'язавши рівняння відносно K , одержимо

$$K_{inp} = \frac{\beta_1}{\alpha_1} + \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{\beta_2}{\alpha_1},$$

$$K_{inепр} = \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \cdot \frac{\beta_2}{\alpha_1},$$

$$K_{епр} = \left(\frac{\beta_1}{\alpha_1}\right)^2 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \left(\frac{\beta_2}{\alpha_1}\right)^2,$$

$$K_{енепр} = \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \cdot \left(\frac{\beta_2}{\alpha_1}\right)^2.$$

Якщо маси куль узяти приблизно однаковими ($m_1 \approx m_2$), то кут відхилення β_1 , кулі масою m_1 буде дуже малим і ним можна знехтувати ($\beta_1 = 0$) Тоді одержимо

$$K_{inp} = \frac{\beta_2}{\alpha_1} \quad (6.13)$$

$$K_{inепр} = 2 \cdot \frac{\beta_2}{\alpha_1} \quad (6.14)$$

$$K_{епр} = \left(\frac{\beta_2}{\alpha_1}\right)^2 \quad (6.15)$$

$$K_{енепр} = 2 \cdot \left(\frac{\beta_2}{\alpha_1}\right)^2 \quad (6.16)$$

Обчислення коефіцієнтів K за формулами (6.13)-(6.16), зіставлення їх значень із теоретичними для замкнутих систем і одержання певних висновків складає основу даної лабораторної роботи.

6.2 Порядок виконання роботи

1. За допомогою терезів переконайтеся, що маси куль приблизно однакові.

2. Підвісьте на нитках дві кулі для одержання пружного удару. Відрегулюйте їх взаємне положення так, щоб удар був прямим і центральним.

3. Відхиліть праву кулю на кут α_1 , прикріпивши її до електромагніту. Виміряйте і запишіть величину кута α_1 (у градусах) у таблицю з врахуванням похибки на нуль. Здійсніть пружний удар куль, відімкнувши живлення електромагніту. Визначте кут β_2 відхилення лівої кулі (з врахуванням похибки на нуль) і запишіть його значення в таблицю 6.1.

4. Дослід проведіть 5 разів. Результати вимірювань запишіть у таблицю.

5. Поверніть кулі, підвішені на нитках так, щоб одержати непружний удар ("липучками" один до одного).

6. Відхиліть праву кулю на кут α_1 , прикріпивши її до електромагніту. Занесіть значення кута α_1 до таблиці.

Таблиця 6.1

№	Пружний удар			Непружний удар		
	α_1 , градус	β_2 , градус	$\Delta\alpha, \Delta\beta$, градус	α_1 , градус	β_2 , градус	$\Delta\alpha, \Delta\beta$, градус
1						
2						
3						
4						
5						
Середнє	$K_{\text{пр}} =$			$K_{\text{інпр}} =$		
	$K_{\text{епр}} =$			$K_{\text{єнпр}} =$		

7. Здійсніть непружний удар куль. Визначте кут β_2 відхилення системи по лівій кулі (з врахуванням похибки на нуль) і запишіть його значення в таблицю.

8. Дослід проведіть п'ять разів, записуючи дані в таблицю.

9. За формулами (6.13), (6.14), (6.15) і (6.16) обчисліть значення коефіцієнтів K за середніми значеннями кутів α_1 і β_2 .

10. Оцініть похибки непрямих вимірювань коефіцієнтів K . (Розрахункові формули для цього одержите відповідним методом для непрямих вимірювань).

11. Зробіть висновки про підтвердження законів збереження імпульсу й енергії у явищі, що вивчається. Висновки обґрунтуйте.

Контрольні запитання

1. Чим характерний пружний центральний удар куль?

2. Чим характерний непружний центральний удар куль?

3. Сформулюйте закон збереження імпульсу і запишіть його, застосувавши до пружного та попружного ударів куль.

4. Сформулюйте закон збереження енергії і запишіть його, застосувавши до пружного і непружного ударів куль.

5. Що показують коефіцієнти пропорційності у формулах (6.9), (6.10), (6.11) і (6.12)?

6. Виведіть формули для розрахунку похибок непрямих вимірювань коефіцієнтів K у законах збереження.

Інструкцію підготувала старший викладач кафедри фізики
Работкіна О.В.

Рецензент: доцент кафедри фізики Манько В.К.

Затверджена на засіданні кафедри фізики, протокол № 3 від
01.12.2008 р.

7 НЕПРУЖНИЙ УДАР ТІЛ

7.1 Лабораторна робота № 4.3.1

МЕТА РОБОТИ: вивчення законів збереження механічної енергії та імпульсу.

ПРИЛАДИ: два металевих циліндри підвішені на легких стержнях, кутова шкала.

7.1.1 Коротка теорія непружного удару

Ударом називається процес кінцевої зміни швидкостей тіл за відносно короткий час їх взаємодії [3]. При абсолютно непружному ударі має місце абсолютно пластична деформація, коли набуті при деформації форма і розміри тіл повністю зберігаються після припинення дії сил. Кінетична енергія руху тіл перетворюється частково в тепло і частково в кінетичну енергію. Система замкнута (робота зовнішніх сил дорівнює нулю) і дисипативна. В таких системах виконується закон збереження імпульсу, а закон збереження механічної енергії не виконується, так як частина її перетворюється в немеханічну енергію – тепло. Але закон збереження усіх видів енергії для замкнутих систем виконується

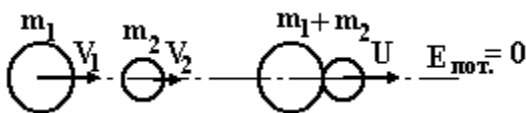


Рисунок 7.1 – Схема непружного центрального удару куль

Розглянемо непружний центральний удар (рис. 7.1). Після удару тіла рухаються як одне ціле, тобто швидкість u обох тіл після удару однакова. Запишемо рівняння збереження імпульсу та енергії, прийнявши до уваги, що при пластичній деформації виділяється тепло Q [3]:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u, \quad (7.1)$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2} + Q. \quad (7.2)$$

При відомих масах тіл m_1 і m_2 та швидкостях v_1 і v_2 перед ударом знайдемо швидкість u після удару та кількість теплоти Q :

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{(m_1 + m_2)}, \quad (7.3)$$

$$Q = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2} \quad (7.4)$$

Наслідок: Якщо маси тіл однакові і одне із тіл, наприклад друге, не рухається, то після удару $u = 0,5v$, тобто швидкість тіл зменшиться в два рази, а в тепло перетвориться половина початкової кінетичної енергії:

$$Q = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{(2m)u^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{(2m)}{2} \cdot \left(\frac{v_1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{mv_1^2}{2} \quad (7.5)$$

У роботі розглядається непружний удар двох тіл однакової маси, які підвішені на стержнях (рис. 7.2). Кути відхилення стержнів вимірюються по шкалі. Маса тіл M і стержнів m , а також довжини стержнів L однакові.

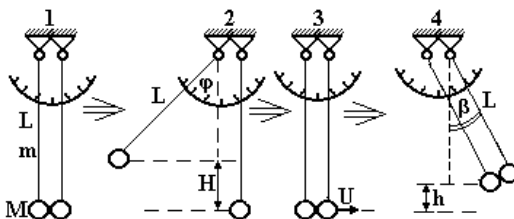


Рисунок 7.2 – Схема експериментальної установки

При відхиленні стержня з вантажем на кут φ центр ваги тіла піднімається на H , а стержня на $H/2$. Їхня потенціальна енергія зростає на величину

$$\Delta E_{nom} = MgH + 0,5mgH = (M + 0,5m)gH(1 - \cos \varphi) =$$

$$= 2(M + 0,5m)gH \sin^2 \frac{\varphi}{2} \quad (7.6)$$

В момент проходження тілом нижнього положення, тобто перед ударом ця потенціальна енергія, у відповідності із законом збереження механічної енергії, (якщо знехтувати опором повітря та силою тертя у підвісі), перетвориться у кінетичну енергію обертання перед ударом

$$E_0 = \frac{1}{2} J \omega^2 = \frac{1}{2} \left(ML^2 + \frac{1}{3} mL^2 \right) \cdot \left(\frac{v}{L} \right)^2 = \frac{1}{2} \left(M + \frac{1}{3} m \right) v^2 \quad (7.7)$$

Тут J – сума моментів інерції вантажу ML^2 (як матеріальної точки) і стержня $\frac{1}{3}mL^2$ відносно точки підвісу; $\omega = \frac{v}{L}$ – кутова швидкість обертання; v – швидкість вантажу перед ударом.

Прирівнюючи праві частини рівнянь (7.6) і (7.7), знайдемо швидкість в залежності від кута відхилення

$$v = 2 \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \sqrt{\frac{M + \frac{1}{2}m}{M + \frac{1}{3}m}} \cdot g \cdot H \quad (7.8)$$

Після удару тіла рухаються як одне ціле. Тому, щоб знайти швидкість u та кінетичну енергію E після удару, у формулах (7.7) і (7.8) M і m замінемо відповідно на $2M$ і $2m$, а кут φ на кут β відхилення після удару

$$u = 2 \cdot \sin \frac{\beta}{2} \sqrt{\frac{2M + m}{2M + \frac{2}{3}m}} \cdot g \cdot H = v \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \quad (7.9)$$

$$E = \frac{1}{2} \left(2M + \frac{1}{3} 2m \right) U^2 \quad (7.10)$$

Відносна втрата механічної енергії на тепло із (7.7)-(7.10)

$$\frac{Q}{E_0} = \frac{E_0 - E}{E_0} = 1 - \frac{E}{E_0} = 1 - \frac{2u^2}{v^2} = 1 - \frac{2 \sin^2 \frac{\beta}{2}}{\sin^2 \frac{\varphi}{2}}. \quad (7.11)$$

7.1.2 Порядок виконання роботи № 4.3.1

1. Розрахувати початковий кут відхилення $\varphi = 15 + 3N$ у градусах. для першої половини групи, або $\varphi = 3N$ для другої половини групи. N – номер підгрупи студентів.

2. Для забезпечення непружного характеру удару на контактуючих поверхнях тіл із пластиліну сформувати невеличку гірку.

3. Відхилити один із стержнів на розрахований кут φ і відпустити. По шкалі кутів зафіксувати кут відхилення β після удару.

4. Повторити п.3 ще чотири рази (всього буде 5), слідкуючи, щоб після удару тіла за рахунок деформації пластиліну злипались. Результати вимірювань занести в таблицю 7.1.

Таблиця 7.1

№	φ	β_i	$\Delta\beta_i$	$\Delta\beta_i^2$	$\sin\frac{\varphi}{2}$	$\sin\frac{\bar{\beta}}{2}$	$\sin^2\frac{\varphi}{2}$	$\sin^2\frac{\bar{\beta}}{2}$
		$\bar{\beta} =$	$\Sigma \Delta\beta_i^2 =$					

5. Розрахувати величини, вказані в таблиці, а також похибку $\Delta\beta$ вимірювання кута β .

6. За формулою (7.11) знайти відносну втрату механічної енергії, одержану експериментально. При виконанні закону

збереження енергії вона повинна дорівнювати теоретичному значенню 0,5 (див. наслідок).

7. Порівняти значення $\sin \frac{\varphi}{2}$ і $2 \sin \frac{\bar{\beta}}{2}$. Якщо закон збереження імпульсу виконується, то, згідно з (7.9) та наслідком, вони повинні бути однаковими.

8. Зробити висновок щодо виконання законів збереження імпульсу та енергії.

Контрольні запитання

1. Що називається ударом?
2. Який удар називається абсолютно пластичним?
3. Які системи називаються замкнутими?
4. Сформулювати закон збереження імпульсу.
5. Сформулювати закон збереження механічної енергії.
6. Записати закон збереження імпульсу для центрального абсолютно непружного удару куль.
7. Записати закон збереження механічної енергії для центрального абсолютно непружного удару куль.
8. Вивести формули для визначення швидкостей куль після абсолютно непружного удару.

Інструкцію склав доцент кафедри фізики Манько В.К.

Рецензент: старший викладач кафедри фізики Работкіна О.В.

Затверджена на засіданні кафедри фізики, протокол № 3 від 01.12.2008 р.

7.2 Лабораторна робота № 4.3.2

Мета роботи: визначити енергію розсіяну при непружному ударі і перевірити закон збереження імпульсу.

Прилади: два металевих циліндра, закріплені на жорстких підвісах, шкала кутових відхилень підвісів.

7.2.1 Методика вимірювання

У роботі розглядається непружний удар двох тіл однакової маси підвішених на стержнях до загальної осі коливань. Якщо до удару одне з них нерухоме, то після удару, внаслідок з'єднання, вони рухаються як одне тіло [3]. При цьому повинен зберігатися імпульс системи

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u \quad (7.12)$$

де m_1 та m_2 – маси тіл; v_1 та v_2 – їх швидкості до удару ($v_2 = 0$); u – швидкість системи тіл після удару. Швидкість першого тіла до удару визначається запасом потенціальної енергії, яку має тіло відведене від стану рівноваги на кут α , рисунок 7.3.

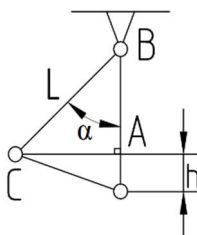


Рисунок 7.3

$$v_1 = \sqrt{2gh} \quad (7.13)$$

де h – висота підйому тіла, яка визначається з трикутника ABC, рисунок 7.3 звідки:

$$\frac{L - h}{L} = \cos \alpha$$

$$h = L(1 - \cos \alpha) = 2L \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad (7.14)$$

де L – довжина підвісу тіла.

Таким чином, співвідношення (7.13) і (7.14) визначають імпульс тіла до удару:

$$p_1 = m_1 v_1 = 2m_1 \sqrt{gL} \sin \frac{\alpha}{2} \quad (7.15)$$

імпульс системи після удару можна визначити аналогічно (7.15) в залежності від кута відхилення центру маси системи від стану рівноваги

$$p_{1,2} = (m_1 + m_2)u = 2(m_1 + m_2)\sqrt{gL} \sin \frac{\beta}{2} \quad (7.16)$$

Кінетична енергія системи при непружному ударі не зберігається. Відносна втрата енергії при непружному ударі визначається з (7.15) та (7.16) в такому співвідношенні:

$$\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{E_1 - E_2}{E_1} = 1 - \frac{m_1 + m_2}{m_1} \left(\sin \frac{\beta}{2} / \sin \frac{\alpha}{2} \right)^2 \quad (7.17)$$

де α, β – кути відхилення маятника до і після удару.

Теоретичне значення відносної втрати енергії для умов дослідів дорівнює:

$$\frac{\Delta E_{nn}}{E_1} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \quad (7.18)$$

7.2.2 Порядок виконання роботи № 4.3.2

1. В роботі вимірюються кути відхилення маятника до і після удару і визначаються імпульси тіл до і після удару, а також втрата кінетичної енергії при непружному ударі. Початковий кут відхилення маятника задається в залежності від номера N підгрупи студентів і розраховується за формулою $\varphi = (15 + 3N)$, де $N = (1-6)$.

2. Вимірювання проводять 5 разів, результати заносять до таблиці 7.2.

3. Проведені вимірювання дозволяють використовуючи (7.15), (7.16), (7.17) при $m_1 = m_2 = 0,25$ кг, довжині підвісу тіла $L = 0,45$ м,

обчислити імпульс тіл до та після удару, а також відносну втрату енергії при непружному ударі. Для порівняння обчислюється теоретична частка втрат енергії за формулою (7.18).

Таблиця 7.2

	α	β_i	$\bar{\beta} - \beta_i$	$(\bar{\beta} - \beta_i)^2$	$p_1,$ кг·м/с	$p_{1,2},$ кг·м/с	$\left(\frac{\Delta E}{E_1}\right)_{\text{експ}}$	$\left(\frac{\Delta E}{E_1}\right)_{\text{теор}}$
1								
2								
3								
4								
5								
—	—	$\bar{\beta} =$	—	$\Sigma(\bar{\beta} - \beta_i)^2 =$	—	—	—	—

4. Для перевірки закону збереження імпульсу оцінюємо погіршеність вимірювань. Використовуючи (7.16), знаходимо відносну погіршеність вимірювання імпульсу системи після удару:

$$\varepsilon = \frac{\Delta P_{1,2}}{P_{1,2}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m_1 + \Delta m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{2g}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{2L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \beta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2}\right)^2} \quad (7.19)$$

де похибка вимірювання $\Delta \beta$ визначається в радіанах; Δm визначаються як похибка табличної величини. Абсолютна похибка вимірювання імпульсу визначається за формулою

$$\Delta p_{1,2} = \varepsilon \cdot p_{1,2}$$

Перевірка закону збереження імпульсу здійснюється при виконанні рівняння:

$$p_1 \pm \Delta p_1 = p_2 \pm \Delta p_2 \quad (7.20)$$

При умовах, які розглядаються, похибка визначається в основному похибкою кутових відхилень, тоді можна прийняти $\Delta p_1 = 0,5 \Delta p_2$. Закон збереження імпульсу прийме вигляд

$$p_1 = p_2 \pm 1,5\Delta p_2 \quad (7.21)$$

Виконавши перевірку умови (7.21), пропонується зробити висновок про виконання закону збереження імпульсу і про відповідність експериментальної і теоретичної величин втрат при непружному ударі.

Контрольні запитання

1. Що називається ударом?
2. Який удар називається абсолютно пластичним?
3. Які системи називаються замкненими?
4. Сформулювати закон збереження імпульсу та енергії.
5. Вивести формули для визначення швидкостей куль після абсолютно непружного удару.
6. Записати зв'язок між силою та імпульсом.

Інструкцію склав професор кафедри фізики Єршов А.В.

Рецензент: доцент кафедри фізики Золотаревський І.В.

Затверджена на засіданні кафедри протокол №7 від 19.06.2017

р.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Зачек І. Р., Кравчук І. М., Романишин Б. М., Габа В. М., Гончар Ф. М. Курс фізики. Львів : Бескид Біт, 2002. 376 с.
2. Чолпан П. П. Фізика. Київ : Вища школа, 2003. 567 с.
3. Бушок Г. Ф., Венгер Є. Ф. Курс фізики. Кн. 1. Київ : Вища школа, 2003. 311 с.

ІНСТРУКЦІЯ З ОХОРОНИ ПРАЦІ № 129 ПРИ ВИКОНАННІ РОБІТ В ЛАБОРАТОРІЇ КАФЕДРИ ФІЗИКИ

1 Загальні положення

1.1 До роботи в лабораторії допускаються:

- співробітники кафедри, які знають свої функціональні обов'язки та мають допуск до самостійної роботи;
- студенти, що вивчили та засвоїли правила поводження в лабораторії, знають методику проведення лабораторних робіт, пройшли відповідний інструктаж.

1.2 Інструктаж для студентів проводить співробітник кафедри. Кожен студент у журналі «Інструктаж студентів з питань охорони праці» зобов'язаний особистим підписом підтвердити знання інструктажу.

1.3 Допуск студентів до роботи здійснює керівник занять після того, як він з'ясував рівень знань студентів методики проведення лабораторних робіт.

2 Вимоги безпеки перед початком роботи

2.1 Для виконання робіт використовують тільки придатні для роботи прилади та інструменти.

2.2 Перед виконанням роботи керівник повинен особисто перевірити справність приладів і дати дозвіл на виконання роботи.

2.3 Особи, що не беруть участі у виконанні лабораторної роботи, в лабораторію не допускаються.

3 Вимоги безпеки під час виконання робіт

3.1 Забороняється вмикати або вимикати джерела електричної та світлової енергії без дозволу керівника робіт.

3.2 Забороняється крутити будь-які гвинти, рукоятки, натискувати кнопки, вимикачі, призначення яких для студента невідоме.

3.3 Про усі не недоліки в роботі приладів та обладнання студент повинен негайно повідомити викладача.

3.4 При роботі з маятниками (лаб. робота № 5) стежити за міцністю кріплення вантажів на спицях.

4 Вимоги безпеки після закінчення роботи

4.1 Перед закінчення роботи послідовно вимкнути всі споживачі електроенергії.

4.2 Візуально перевірити справність стенду, установки. Слід пам'ятати, що за зламани прилади студент несе відповідальність.

5 Вимоги безпеки в аварійних ситуаціях

5.1 Виконавець робіт зобов'язаний:

- зупинити роботу;
- вимкнути прилади та обладнання з електричної мережі;
- сповістити керівника робіт про те, що сталося в лабораторії;

5.2 На випадок пожежі приступити до гасіння пожежі наявними засобами пожежогасіння. Діяти згідно розпорядженням свого керівника або особи, що керує гасінням пожежі.

5.3 Керівник робіт сповіщає по тел. 9-101.