

якщо  $f_1(x) \in H_{\alpha 1}^{(r)}$ ,  $r \geq 0$   $0 < \alpha \leq 1$ , тоді

$$\|f_1(x) - (l_n f_1)(x)\|_{L_p} \leq \frac{d_{10}}{(n+1)^{r+\alpha}}, n \rightarrow \infty, p \geq 2.$$

Теореми 3 і 4 встановлюють достатні умови збіжності в просторах  $L_{p\rho}$ ,

$\rho(x) = \frac{1}{1+x^2}$ ,  $p > 1$  та  $L_p$ ,  $p \geq 2$  інтерполяційних поліномів Лагранжа на

дійсній осі  $R$  за точками інтерполяції (3) у просторах  $C$  і  $C_0$  відповідно в залежності від структурних властивостей апроксимованих функцій.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Snizhko N. V. The approximation of the functions on the real axis in the spaces of summable functions / N. V. Snizhko // Studii în metode de analiză numerică și optimizare. – Chișinău, 2000. – Vol. 2. – Nr. 1 (3). – P. 53–59.

2. Сніжко Н. В. Апроксимація функцій на дійсній осі в просторах сумовних функцій / Н. В. Сніжко, М. Я. Тихоненко // Науковий вісник Чернівецького університету: збірник наук. праць. Математика. – Вип. 150. – Чернівці : Рута, 2002. – С. 94–97.

УДК 378.147:378.4

Сніжко Н.В.

канд. фіз.-мат. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

### ЗАСТОСУВАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ ПРИ РОЗГЛЯДІ ОСНОВНИХ ПОНЯТЬ ГЕМОДИНАМІКИ

В роботі [1] розглянуто особливості викладання теми «Гемодинаміка» з дисципліни «Медична та біологічна фізика» студентам медичних та фармацевтичних спеціальностей. Запропоновано методичні прийоми, що сприяють кращому засвоєнню студентами основних понять гемодинаміки.

Завдання, що пропонуються студентам до розв'язання на практичних заняттях в першому модулі з дисципліни «Медична та біологічна фізика», здаються їм занадто абстрактними, не пов'язаними з їх майбутньою практикою та фахом. Задача викладача полягає саме в тому, щоб показати перехід від розв'язування суто математичних задач (знаходження похідних, інтегралів, розв'язування диференціальних рівнянь тощо) до їх застосування у фаховій медичній практиці. Отримавши на шкільних заняттях вміння знаходити похідні функцій однієї змінної, інтегрувати, студенти в той же час досить часто не можуть дати тлумачення фізичного змісту цих важливих

понять математики. А подальший розгляд низки теоретичних, а також клінічних, фармацевтичних дисциплін потребують осмисленого володіння математичним апаратом вищої школи. Суттєві труднощі у студентів викликає визначення границь застосування як класичних законів, так і моделей, що використовуються у медичній та біологічній фізиці. Подолання даного «розриву» є важливим та достатньо складним завданням для викладача, що потребує використання особливих методичних підходів. Один з таких підходів може полягати в наведенні прикладів, що дозволяють наочно дослідити моделі різної складності та кількісно оцінити параметри, що визначають межі застосування запропонованих моделей. Рух крові по судинах є темою, що надає викладачу велику кількість таких прикладів, які можуть бути розглянуті на лабораторних та практичних заняттях з використанням комп'ютерних програм та моделей.

В якості найпростішої моделі кровообігу використовується рух гомогенної рідини по жорстких трубках, на прикладі чого вводяться основні поняття (стаціонарний потік, в'язкість, лінійна та об'ємна швидкості, ламінарний та турбулентний рух тощо) та записуються рівняння гідродинаміки (Бернуллі, Ньютона, Пуазейля, Гагена-Пуазейля тощо).

При розгляді питань гемодинаміки доцільно спершу запропонувати студентам самостійно вказати на невідповідності найпростішої моделі реальному руху крові по судинах. Студенти медичного університету, як правило, без труднощів перелічують більшість таких відмінностей (наявність в плазмі формених елементів, еластичність судин, відмінність властивостей артеріальної та венозної крові тощо). Особливість запропонованого методичного підходу полягає в тому, що всі названі студентами невідповідності одразу ж аналізуються в сенсі введення відповідних поправок в рівняння та обов'язково розглядаються характерні значення параметрів, при яких спрощена модель перестає відповідати реальним випадкам (межі застосування). При цьому важливо оперувати реальними значеннями відповідних параметрів.

Розгляд основних понять гемодинаміки надає викладачу можливість проаналізувати якісну зміну перебігу процесу при зміні певних параметрів. Приміром, характер плин крові по судинах, який може бути ламінарним чи турбулентним. Число Рейнольдса є відношенням сил інерції, діючих в потоці, до сил в'язкого тертя, це число є безрозмірним параметром. Його значення залежить від густини, лінійної швидкості руху, діаметра судини та кінематичної в'язкості. Важливо звернути увагу студентів на фізіологічне та клінічне значення даного параметра. За фізіологічних умов плин крові в магістральних судинах має переважно ламінарний характер. В якості критерію переходу рідини від ламінарної течії до турбулентної використовують критичне число Рейнольдса. При фізичних перевантаженнях

рух крові може перейти в турбулентний за рахунок збільшення лінійної швидкості. Порушення ламінарного плину потоку крові, перш за все, повинно відбуватись в тих судинах, в яких швидкість руху найбільша (в аорті). При ламінарному русі крові робота серця прямо пропорційна об'ємній швидкості кровотоку, а при турбулентному русі залежність між ними встановлюється майже квадратична, при цьому серце має виконувати більшу роботу по подоланню додаткового опору. Наслідками порушення ламінарного плину крові можуть бути різні захворювання. Так, наприклад, при анемії число Рейнольдса зростає за рахунок зниження кінематичної в'язкості крові внаслідок зменшення кількості в одиниці об'єму еритроцитів та зміни їх властивостей. В'язкість крові суттєво впливає і на такий важливий гемодинамічний показник, як тиск крові.

Розгляд прикладів та розв'язування задач з використанням реальних числових значень параметрів кровотоку, що відповідають різним режимам руху крові по судинах різного типу, допомагає студентам не лише краще засвоїти основні поняття та закони гемодинаміки, а також наочно ілюструє поняття адекватності моделі, меж її застосування, та якісні зміни моделі при кількісних змінах її параметрів.

Для кращого засвоєння поняття об'ємної швидкості проводять аналогію з електричним струмом. Сила електричного струму, за законом Ома для ділянки електричного кола, прямо пропорційна різниці потенціалів на ділянці кола, та обернено пропорційна опору ділянки. Так само, об'ємна швидкість, за законом Пуазейля, прямо пропорційна різниці тисків на ділянці трубки (судини) та обернено пропорційна гідравлічному опору. Аналогічна паралель: сила струму – це швидкість зміни заряду, об'ємна швидкість – це швидкість зміни об'єму рідини. Слід відзначити, що це не формальна, а смислова схожість.

Аналогія між законом Пуазейля та законом Ома надає можливість моделювати кровообіг за допомогою електричних ланцюгів. Проте слід акцентувати увагу студентів на межі застосування закону Пуазейля: він виконується лише при ламінарній течії в тонких трубках (судинах). В загальній фізиці, в електротехніці досконало розроблені методи розрахунків та експериментальних досліджень складних розгалужених електричних ланцюгів. Застосування цих методів до дослідження кровообігу на його електричних моделях дозволяють наочно продемонструвати та зробити теоретичні та практичні висновки основних закономірностей гемодинаміки.

При розгляданні прикладів з теми «Гемодинаміка» студенти на практиці застосовують навички, здобуті на заняттях з вищої математики (перший модуль дисципліни), що допомагає їм подолати формальний підхід до інтегрування та знаходження похідної функції, зрозуміти фізичний сенс цих математичних операцій. Також, і це є надзвичайно важливим при роботі зі

студентами-медиками, вони навчаються осмисленому диференціюванню та інтегруванню функцій, аргументом яких є будь-яка змінна фізична (біофізична, хімічна, фізіологічна) величина, а не «просто ікс».

Робота виконана у колаборації з кафедрою медичної і біологічної фізики та інформатики Національного медичного університету імені О.О. Богомольця.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Rudnieva V. Applications of higher mathematics in the consideration of basic concepts of hemodynamics with medical students [Електронний ресурс] / V. Rudnieva, N. Snizhko // Trends in the development of modern scientific. – Vancouver, Canada. – 2021. – P. 401–407. – DOI: 10.46299/ISG.2021.I.XXXI.

УДК 631.316.022

Шаніна З.М.<sup>1</sup>, Засовенко А.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> канд. техн. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

<sup>2</sup> канд. техн. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

### МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС РУХУ ҐРУНТУ ПО ЛОБОВІЙ ПОВЕРХНІ ЗУБЧАТОГО РОБОЧОГО ОРГАНУ

Висока якість обробки ґрунту досягається внаслідок складної конфігурації поверхні зубчатого робочого органу, лобова поверхня якого виконана по логарифмічній спіралі виду  $r_i = r_0 e^{\alpha \theta}$ . Для визначення швидкості руху частинок ґрунту по лобовій поверхні скористаємося схемою (рис.1).

