

УДК 681.5.01

Єфіменко М.В.¹, Луценко Н.В.²,

¹ канд. техн. наук, головний конструктор НВП "Хартрон-Юком", доц. ЗНТУ

² старш. викл. ЗНТУ

ДИНАМІЧНЕ РІВНЯННЯ ДЛЯ КВАТЕРНІОНА В ЗАДАЧАХ КЕРУВАННЯ КУТОВИМ РУХОМ КОСМІЧНОГО АПАРАТА

Успіх у вирішенні задач керування рухом космічного апарату (КА) відносно центру мас багато в чому залежить від обраної моделі руху КА. Математична модель кутового руху КА складається з двох груп рівнянь: динамічних рівнянь Ейлера і кінематичних рівнянь, записаних в тих чи інших кінематичних параметрах (кутах Ейлера-Крилова, напрямних косинусів, параметрах Родріга-Гамільтона). Залежно від того, які використовуються кінематичні параметри для опису кутової орієнтації КА можна виділити наступні види моделей кутового руху: 1) динамічне рівняння Ейлера і кінематичне рівняння в направляючих косинусів; 2) динамічне рівняння Ейлера і кінематичне рівняння в кутах Ейлера-Крилова; 3) динамічне рівняння Ейлера і кінематичне рівняння в параметрах Родріга-Гамільтона.

Серед цих моделей найпоширенішою є модель, в якій динаміка описується рівнянням Ейлера, а кінематика – кінематичним рівнянням в параметрах Родріга-Гамільтона. Рівняння цієї моделі в проекціях на осі зв'язаної системи координат мають такий вигляд:

$$J\dot{\omega} + \omega \times J\omega = M_u, \quad (1)$$

$$\dot{A} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega^T \\ \omega & -\Phi(\omega) \end{bmatrix} \cdot A, \quad (2)$$

де ω – абсолютна кутова швидкість обертання КА; J – момент інерції КА; M_u – керуючий момент; A – вектор параметрів Родріга-Гамільтона (нормований кватерніон), що визначає кутове положення КА в просторі; $\Phi(\omega)$ – лінійний кососиметричний оператор векторного добутку, що визначається рівністю $\Phi(\omega): y = \omega \times y$.

Перевагою цієї моделі є відсутність обчислювальних особливостей і мінімальна надмірність вектору стану. Недолік – нелінійність моделі, що істотно ускладнює синтез законів керування.

Крім перерахованих вище моделей кутового руху КА для побудови керування можна використовувати і модель руху, що має вигляд системи диференціальних рівнянь другого порядку щодо параметрів Родріга-Гамільтона:

$$\ddot{A} = f(A, \dot{A}, M_u) \quad (3)$$

Питання застосування такого роду моделей в задачах керування кутовим рухом КА розглянуті в роботах В.М. Кошлякова [1] і Ю.Н. Челнокова [2-4]. Однак в моделях, наведених в цих роботах праві частини динамічного рівняння Ейлера описуються безпосередньо через параметри Родріга-Гамільтона, що призводить до того, що моделі стають істотно нелінійними і їх важко використовувати для синтезу керування. Ці труднощі можна обійти, якщо при побудові моделі використовувати динамічне рівняння для кватерніона [5].

$$\dot{A} = (I_4 - AA^T)U - \|A\|^2 A \quad (4)$$

що описує безліч всіх допустимих керованих переміщень точки на поверхні сфери з одиничним радіусом в чотиривимірному просторі.

У доповіді з використанням рівняння руху точки по сфері приведено розв'язання основних задач керування кутовим рухом КА: задачі стабілізації і задачі термінального керування.

При розв'язанні задачі термінального керування запропонована методика синтезу алгоритмів просторової переорієнтації КА за заданий інтервал часу, яка не накладає ніяких обмежень на клас кутових рухів КА. Запропонований підхід на основі принципу максимуму дозволяє отримати аналітичний розв'язок задачі просторової оптимальної переорієнтації космічного апарату. Методика пройшла експериментальну перевірку.

На базі запропонованого підходу були реалізовані режими програмних поворотів космічних апаратів "Egypstsat-1" і "Січ-2". Льотно-конструкторські випробування цих космічних апаратів показали високу ефективність запропонованої методики. Методика може бути корисною розробникам систем орієнтації КА.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Кошляков В.Н. Задачи динамики твердого тела и прикладной теории гироскопов. / В.Н. Кошляков – М.: Наука, 1985. – 286 с.

2. Челноков Ю.Н. Кватернионное решение кинематических задач управления ориентацией твердого тела: Уравнения ошибок, законы и алгоритмы коррекции (стабилизации) / Ю.Н. Челноков // Изв. РАН. Механика твердого тела. –1994.–№ 4.– С.3-12.

3. Челноков Ю.Н. Управление ориентацией космического аппарата, использующее кватернионы / Ю.Н. Челноков // Космические исследования. – 1994. –№32, вып.3. –С.21-32.

4. Челноков Ю.Н. Построение управлений угловым движением твердого тела, использующее кватернионы и эталонные формы уравнений переходных процессов. Ч.1,2 / Ю.Н. Челноков // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2002. – №1. –С.3-17.

5. Кириченко Н.В. Алгоритмы асимптотической, терминальной и адаптивной стабилизации вращательных движений твердого тела/Н.В.Кириченко, В.Т.Матвиенко//Проблемы управления и информатики.- 2003. – № 1. – С.5-15