

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

Факультет інформаційної безпеки та електронних комунікацій
(повне найменування факультету)

Кафедра «Інформаційна безпека та нанoeлектроніка»
(повне найменування кафедри)

Пояснювальна записка

до дипломного проекту (роботи)

магістра

(ступінь вищої освіти)

на тему Динаміка левітуючих у зовнішніх полях мікро- та наночастинок при
детектуванні біологічних молекул

(назва теми)

Виконав: студент II курсу, групи БК-314м

Спеціальності: 176 «Мікро та наносистемна техніка»

(код і найменування спеціальності)

Освітня програма (спеціалізація)

Мікро та нанoeлектронні прилади і пристрої

СОСНОВСЬКИЙ. О. Я

(ПРИЗВИЩЕ та ініціали)

Керівник ПОГОСОВ В. В.

(ПРИЗВИЩЕ та ініціали)

Рецензент КУРБАЦЬКИЙ В. П.

(ПРИЗВИЩЕ та ініціали)

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

Факультет інформаційної безпеки та електронних комунікацій

Кафедра інформаційної безпеки та наноелектроніки

Ступінь вищої освіти магістр

Спеціальність 176 «Мікро та наносистемна техніка»

(код і найменування)

Освітня програма (спеціалізація) Мікро та наноелектронні прилади і пристрої

(назва освітньої програми (спеціалізації))

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри ІБтаН

Андрій КОРОТУН

« » 2025 року

ЗАВДАННЯ
НА ДИПЛОМНИЙ ПРОЄКТ (РОБОТУ) СТУДЕНТА(КИ)

СОСНОВСЬКОГО Олександра Яковича

(ПРИЗВИЩЕ, ім'я, по батькові)

1. Тема проєкту (роботи) Динаміка левітуючих у зовнішніх полях мікро- та наночастинок при детектуванні біологічних молекул

Dynamics of micro- and nanoparticles levitating in external fields during the detection of biological molecules

керівник проєкту (роботи) д.ф-м.н., проф. ПОГОСОВ Валентин Вальтерович

(науковий ступінь, вчене звання, ПРИЗВИЩЕ, ім'я, по батькові)

затверджені наказом закладу вищої освіти від « 26 » листопада 2025 року №530

2. Строк подання студентом проєкту (роботи) 10.12.2025 р.

3. Вихідні дані до проєкту (роботи) параметри мікрочастинок, рідин, експериментального устаткування та характеристики зовнішніх полів

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити) Одержання законів руху мікрочастинок, визначення параметрів їх левітації в магнітному та акустичному полях.

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень, кількість слайдів, плакатів)

Презентація доповіді (в MS Powerpoint), 11 слайдів

6. Консультанти розділів проекту (роботи)

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	прийняв виконане завдання
1-2	Погосов В.В., професор каф. ІБтаН	10.09.2025	07.12.2025
Нормо- контроль	Корольков Р.Ю., доцент каф. ІБтаН		08.12.2025

7. Дата видачі завдання « 10 » вересня 2025 року. _____

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів дипломного проекту (роботи)	Строк виконання етапів проекту (роботи)	Примітка
1.	Збір та аналіз інформації про вплив левітацію мікрочастинок у зовнішніх полях та її застосування у біосенсориці	10.09.25 – 20.09.25	виконано
2.	Систематизація літературних даних	21.09.25 – 25.09.25	виконано
3.	Складання і затвердження наукового завдання	26.09.25 – 30.09.25	виконано
4.	Формування та уточнення наукового завдання	30.09.25 – 06.10.25	виконано
5.	Одержання та аналіз аналітичних залежностей рівноважної висоти, умов стабільності та динаміки левітації мікро- та наночастинок у рідкому середовищі під дією магнітних та акустичних полів.	06.10.25 – 15.10.25	виконано
6.	Складання процедури розрахунку	16.10.25 – 31.10.25	виконано
7.	Одержання чисельних розрахунків та їх аналіз	01.11.25 – 13.11.25	виконано
8.	Оформлення графічної частини	14.11.25 – 19.11.25	виконано
9.	Оформлення ПЗ	20.11.25 – 30.11.25	виконано

Студент(ка)

_____ (підпис)

Олександр СОСНОВСЬКИЙ

(Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Керівник проекту (роботи)

_____ (підпис)

Валентин ПОГОСОВ

(Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

АНОТАЦІЯ

Пояснювальна записка до магістерської роботи: 49 с., 3 табл., 7 рис., 30 джерел.

МАГНІТНА ЛЕВІТАЦІЯ, АКУСТИЧНА ЛЕВІТАЦІЯ, МІКРО- ТА НАНОЧАСТИНКИ, МАГНІТНЕ ПОЛЕ, УЛЬТРАЗВУКОВЕ ПОЛЕ, СИЛИ ЛЕВІТАЦІЇ, ВИСОТА ЛЕВІТАЦІЇ, БІОСЕНСОРНІ СИСТЕМИ, МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

Мета роботи: дослідження закономірностей левітації мікро- та наночастинок у зовнішніх магнітних та акустичних полях, а також аналіз впливу фізичних властивостей частинок на їх рівноважне положення і динаміку руху з метою застосування в біосенсорних системах.

Об'єкт та предмет дослідження: об'єктом дослідження є мікро- та наночастинок в рідкому середовищі під дією магнітних та ультразвукових полів; предметом дослідження є моделі левітації частинок і залежність висоти левітації від їх фізичних параметрів.

Методи дослідження: аналітичні та розрахункові методи, методи математичного моделювання.

Результати: у роботі отримано аналітичні залежності для визначення рівноважної висоти та часу встановлення левітації мікрочастинок у магнітному й акустичному полях, а також умови їх стабільності.

Рекомендації щодо впровадження: отримані результати можуть бути використані в біосенсорних системах, методах визначення фізичних властивостей мікрооб'єктів та мікрофлюїдних сенсорних технологіях.

Практична цінність: досліджено можливості використання левітації мікрочастинок як інформативного параметра для кількісного біосенсорного аналізу та безконтактної діагностики біомолекулярних взаємодій.

ABSTRACT

Contents: 49 pages, 7 figures, 3 table, 30 references.

MAGNETIC LEVITATION, ACOUSTIC LEVITATION, MICRO- AND NANOPARTICLES, MAGNETIC FIELD, ULTRASOUND FIELD, LEVITATION FORCES, LEVITATION HEIGHT, BIOSENSOR SYSTEMS, MATHEMATICAL MODELING

Purpose of the work: research into the regularities of levitation of micro- and nanoparticles in external magnetic and acoustic fields, as well as analysis of the influence of the physical properties of particles on their equilibrium position and dynamics of motion for the purpose of application in biosensor systems.

Object and subject of research: the object of research is micro- and nanoparticles in a liquid medium under the action of magnetic and ultrasonic fields; the subject of research is particle levitation models and the dependence of the levitation height on their physical parameters.

Research methods: analytical and computational methods, mathematical modeling methods.

Results: the work obtained analytical dependencies for determining the equilibrium height and time of levitation of microparticles in magnetic and acoustic fields, as well as the conditions of their stability.

Recommendations for implementation: the results obtained can be used in biosensor systems, methods for determining the physical properties of microobjects, and microfluidic sensor technologies.

Practical value: the possibilities of using microparticle levitation as an informative parameter for quantitative biosensor analysis and contactless diagnostics of biomolecular interactions were investigated.

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

АТФ (АТФ) – аденозинтрифосфат

AuNP – золоті наночастинки (Gold Nanoparticles)

BSA – бичачий сироватковий альбумін (Bovine Serum Albumin)

CAG – акустично-гравітаційне поле (Combined Acoustic–Gravitational field)

COMSOL Multiphysics – програмне середовище чисельного моделювання фізичних процесів

DNA (ДНК) – дезоксирибонуклеїнова кислота

IgG – імуноглобулін G

MagLev – магнітна левітація (Magnetic Levitation)

miR – мікроРНК

NdFeB – неодим-залізо-боровий постійний магніт

NS3 – неструктурний білок вірусу гепатиту С

SERS – підсилене поверхнею раманівське (комбінаційне) розсіювання (Surface-Enhanced Raman Scattering)

ВГС – вірус гепатиту С

ЗМІСТ

Вступ.....	8
1 Теоретичні основи та практичне використання левітації мікро- та наночастинок у зовнішніх фізичних полях.....	9
1.1 Левітація в акустичному та магнітному полях	9
1.2 Використання левітації мікро- та наночастинок у біосенсориці	18
2 Математичні моделі левітації мікрочастинок у зовнішніх полях	31
2.1 Левітація у магнітному полі	31
2.2 Левітація в полі стоячої ультразвукової хвилі.....	36
2.3 Результати розрахунків та їх обговорення.....	39
Висновки.....	45
Перелік джерел посилання	46

ВСТУП

Розвиток сучасної біофізики, нанотехнологій та біосенсорики тісно пов'язаний із дослідженням методів безконтактної маніпуляції мікро- та нанорозмірними об'єктами. Одним із найбільш перспективних підходів у цьому напрямі є левітація частинок у зовнішніх фізичних полях, зокрема магнітних та акустичних. Такі методи дозволяють керувати положенням частинок, аналізувати їх фізичні властивості та реєструвати зміни, що виникають унаслідок хімічних або біологічних взаємодій, без прямого механічного контакту із зразком.

Левітація мікрочастинок ґрунтується на балансі сил різної природи — гравітаційних, магнітних, акустичних та сил в'язкого опору середовища. У магнітному полі цей баланс реалізується за рахунок взаємодії діамагнітних об'єктів із градієнтом магнітного поля в парамагнітному середовищі, що лежить в основі методу магнітної левітації (maglev) в акустичних полях левітація досягається завдяки дії сили акустичного випромінювання у стоячій ультразвуковій хвилі, яка залежить від густини та стисливості частинок.

Особливу зацікавленість ці методи викликають у біосенсоричі, оскільки дозволяють реєструвати надзвичайно малі зміни густини або магнітної сприйнятливості мікрочастинок, спричинені зв'язуванням біомолекул. Це відкриває можливості для високочутливого виявлення білків, нуклеїнових кислот та інших біологічно активних сполук. У даній роботі розглянуто теоретичні основи левітації мікрочастинок у магнітних та акустичних полях, а також проаналізовано математичні моделі їх руху та практичне застосування в сучасних біосенсорних системах.

1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ТА ПРАКТИЧНЕ ВИКОРИСТАННЯ ЛЕВІТАЦІЇ МІКРО- ТА НАНОЧАСТИНОК У ЗОВНІШНІХ ФІЗИЧНИХ ПОЛЯХ

1.1 Левітація в акустичному та магнітному полях

В роботі [1] запропоновано стратегію, засновану на дисоціації частинок у зв'язаному акустично-гравітаційному (CAG) полі. На рис. 1.1 показано принцип детектування за допомогою цього методу. Мікрочастинки, модифіковані ДНК, були закріплені на скляній пластині шляхом гібридизації ДНК. У CAG-полі мікрочастинки одночасно зазнають впливу акустичного випромінювання (F_{ac}) та сил седиментації (F_{sed}). Коли F_{ac} , яка є функцією прикладеної напруги (V), що подається на ультразвуковий перетворювач, збільшується, і загальна сила перевищує силу зв'язування дуплексної ДНК (F_{bind}), частинки дисоціюються поблизу скляної пластини. Порогова напруга, необхідна для дисоціації частинок, визначається наступним чином:

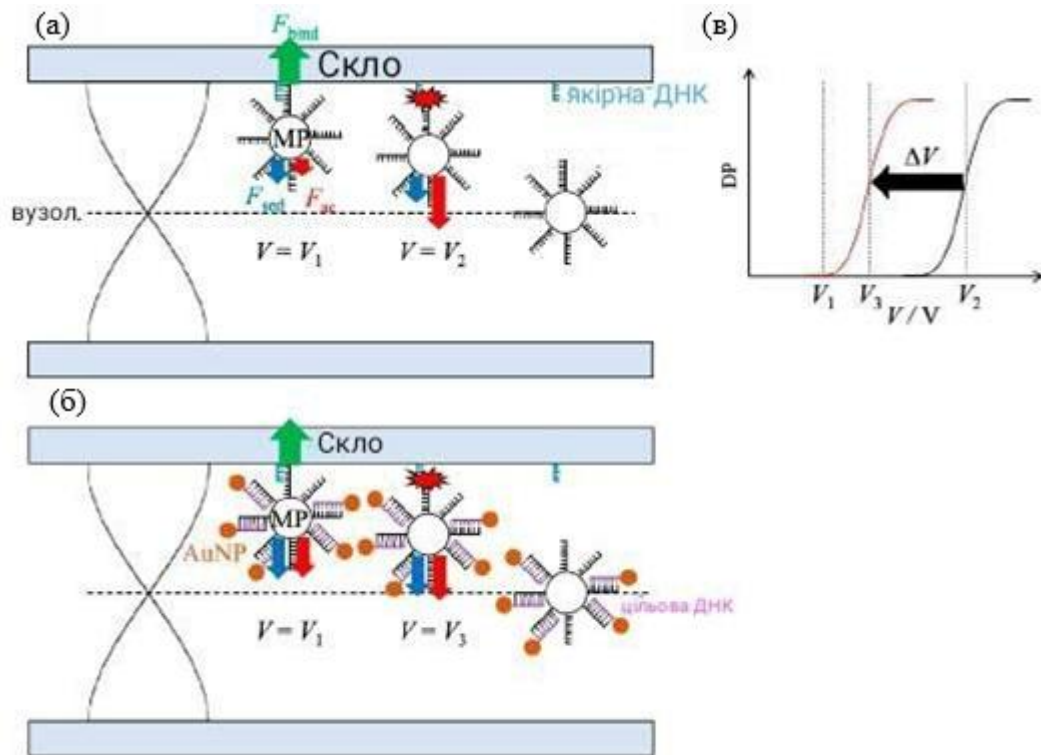
$$V = \sqrt{\frac{F_{bind} - A(p' - p)}{B \left(\frac{5p' - 2p}{2p' + p} - \frac{\gamma'}{\gamma} \right)}}, \quad (1.1)$$

$$A = \frac{4}{3} \pi r^3 g, \quad (1.2)$$

$$B = \frac{8\pi^2}{3\lambda} r^3 a \sin\left(\frac{4\pi z}{\lambda}\right), \quad (1.3)$$

де p та γ – густина та стисливість середовища відповідно (штрихи позначають відповідні параметри частинки), r – радіус частинки, g – гравітаційне прискорення, λ – довжина хвилі ультразвуку, a – параметр, що залежить від пристрою, а z – відстань частинки від вузла стоячої хвилі. Ці рівняння

вказують на те, що порогова напруга залежить від акустичних властивостей частинки, таких як ρ та γ . Густина мікрочастинок залежить від кількості зв'язаних наночастинок Au та може бути визначена за пороговою напругою. Цей метод дозволяє виявляти 2000 молекул ДНК на одну частинку кремнезему.



а – без зв'язування AuNP з мікрочастишкою; б – з зв'язуванням AuNP з мікрочастишкою; в – зв'язок між прикладеною напругою (V) та відсотком дисоціації мікрочастинок (DP).

Рисунок 1.1 – Дисоціація частинок від підкладки в полі САГ

Методи, засновані на агрегації та дисоціації частинок у розчині, є простими та демонструють гнучкість проектування, оскільки модифіковані зондом частинки можна легко виготовити в більшості випадків. Крім того, колориметрія з використанням металевих наночастинок дозволяє виявляти

цільові молекули не лише за допомогою абсорбційної спектроскопії, але й неозброєним оком. Однак цей метод не є чутливим, оскільки частинки не агрегуються, якщо не додано велику кількість цільових молекул. Агрегація металевих наночастинок також викликає високу чутливість у методу підсиленого поверхнею комбінаційного (романівського) розсіювання. Чутливість SERS залежить від відстані між наночастинками в агрегаті, яку зазвичай важко контролювати, що знижує відтворюваність вимірювань SERS. Хоча контроль міжчастинкового проміжку за допомогою реакції цільових молекул є ефективним для високовідтворюваних вимірювань SERS, розширення діапазону цільових молекул є наступним завданням у подальшому розвитку цього підходу. Можливі універсальні конструкції високочутливих сенсорів, що використовують дисоціацію частинок від підкладки. Крім того, цей підхід має ще одну перевагу – низьке споживання зразка завдяки малій кількості необхідних частинок.

За допомогою магнітної левітації вимірюються густини, з використанням балансу між магнітною силою (яка залежить від магнітних властивостей об'єктів та середовища, що їх суспендує) та гравітаційною силою (яка залежить від густин об'єктів та середовища). Більшість матеріалів є діамагнітними та слабо взаємодіють з магнітним полем. Простий спосіб дозволити слабкомагнітним об'єктам реагувати на прикладене магнітне поле – це суспендувати їх у розчині парамагнітних іонів. Водні розчини різних парамагнітних речовин, таких як $MnCl_2$, $MnBr_2$, $GdCl_3$, $CuSO_4$, $FeCl_3$ та $HoCl_3$, можуть бути використані для левітації діамагнітних об'єктів. Використовуючи різні парамагнітні солі, можна незалежно змінювати густину та магнітну сприйнятливості розчинів цих солей. Таким чином, можна забезпечити високий ступінь контролю як магнітних, так і гравітаційних сил.

В експериментах використовуються водні розчини $MnCl_2$ або $GdCl_3$ як суспендувальне середовище, оскільки вони (і) мають високу молярну магнітну сприйнятливості ($\chi_{GdCl_3} = 14350 \times 10^{-6} \text{ cm}^3 / \text{mol}$ та $\chi_{MnCl_2} = 27930 \times 10^{-6} \text{ cm}^3 / \text{mol}$)

(ii) утворюють прозорі розчини у воді, що дозволяють легко візуалізувати зразки, та (iii) є відносно дешевими (<\$0,01 на грам $MnCl_2$, та \$0,34 за грам $GdCl_3$).

Запишемо рівняння, які описують левітацію діамагнітних частинок в парамагнітному розчині:

$$\vec{F}_{mag} = \frac{(\chi_s - \chi_m)}{\mu_0} V (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B}, \quad (1.4)$$

$$\vec{F}_g = (p_s - p_m) V \vec{g}, \quad (1.5)$$

$$m \vec{a} = \vec{F}_{mag} + \vec{F}_g + \vec{F}_d, \quad (1.6)$$

$$\vec{F}_g + \vec{F}_{mag} = (p_s - p_m) V \vec{g} + \frac{(\chi_s - \chi_m)}{\mu_0} V (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} = 0. \quad (1.7)$$

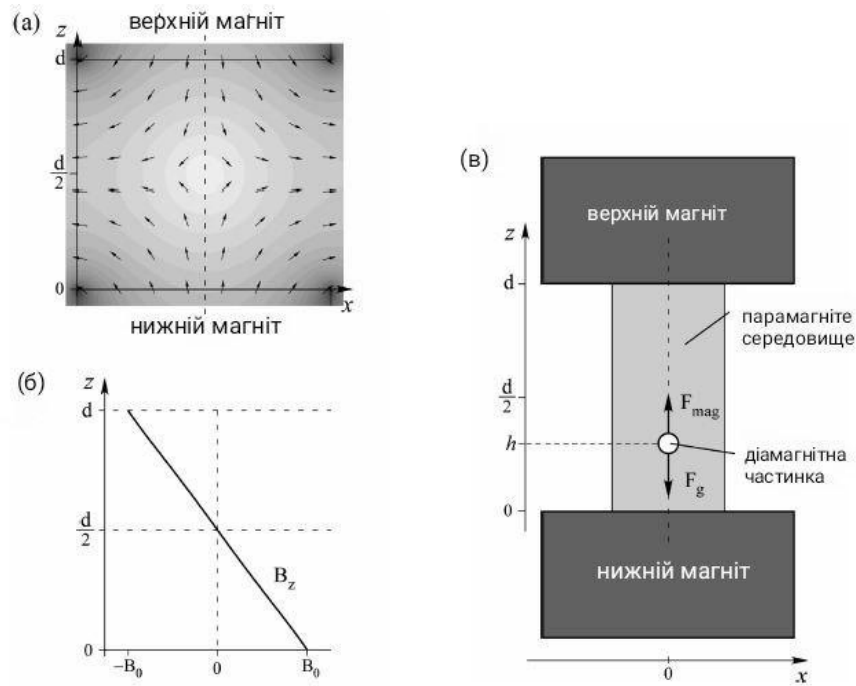
Рівняння (1.4) визначає магнітну силу, $\vec{F}_{mag} (N)$, що діє на діамагнітний об'єкт, підвішений у парамагнітному розчині під дією прикладеного магнітного поля, $\vec{B}(\vec{r})$. У цьому рівнянні χ_m – це магнітна сприйнятливість парамагнітного середовища, а χ_s (безрозмірна величина) – це магнітна сприйнятливість підвішеного об'єкта, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} (Гн / м)$ – магнітна стала, а $V(m^3)$ – об'єм об'єкта. Рівняння (1.5) містить вираз для сили тяжіння F_g , що діє на підвішений об'єкт; у цьому рівнянні p_s – густина об'єкта, p_m – густина середовища, а \vec{g} – прискорення вільного падіння. З рівняння (1.6) випливає, що в нерухомій рідині об'єкт зупиниться, якщо в будь-якій точці векторна сума магнітної сили \vec{F}_{mag} (рівняння (1.4)) та сили тяжіння \vec{F}_g (рівняння (1.5)) стане рівною нулю (рівняння (1.7)), (у рівнянні (1.6) \vec{a} – прискорення об'єкта, m – маса об'єкта, а \vec{F}_d – сила в'язкого опору, яку відчуває об'єкт.)

Сила тяжіння (скоригована на вплив плавучості) завжди спрямована до центру Землі або від центру. Величина гравітаційної сили, таким чином, не залежить від положення об'єкта, якщо густини парамагнітного середовища та об'єкта залишаються постійними. У тривимірній декартовій системі координат, в якій напрям осі z співпадає з напрямком вектора прискорення вільного падіння, $\vec{g} = (0, 0, -g)$ (як показано на рис.1.2, в), баланс сил (рівняння (1.7)) спрощується до наступного рівняння, оскільки ці дві сили врівноважують одна одну лише вздовж осі z :

$$-(p_s - p_m)g + \frac{(x_s - x_m)}{\mu_0} \left(B_x \frac{\partial B_z}{\partial x} + B_y \frac{\partial B_z}{\partial y} + B_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \right) = 0. \quad (1.8)$$

Магнітне поле в системі створюється при вирівнюванні двох нерозрізнених магнітів NdFeB з індуктивністю ~ 0.4 Тл і розмірами ($5\text{см} \times 5\text{см} \times 2.5\text{см}$) співвісно, на відстані 4,5 см один від одного, з однаковими полюсами, спрямованими один до одного – так звана антигельмгольцева конфігурація (рис. 1.2). Для простоти використовувалися постійні магніти замість електромагнітів: постійні магніти недорогі та портативні, і для роботи не потребують електроенергії.

Точний аналітичний вираз, що описує магнітне поле між двома однаковими прямокутними постійними магнітами в антигельмгольцовій конфігурації в 3D, є досить складним. Через симетрію осі x та y в нашій системі еквівалентні, тобто розподіли магнітного поля між магнітами в площинах zx та zy ідентичні. Просте 2D числове моделювання магнітного поля між магнітами, виконане в COMSOL Multiphysics, дає добре відомий результат для розподілу поля в площині zx (рис.1.2,а).



а – 2D числове моделювання (COMSOL Multiphysics) магнітного поля \vec{B} між двома однаковими постійними магнітами ($5 \text{ см} \times 5 \text{ см} \times 2,5 \text{ см}$), розділеними відстанню $d = 4,5 \text{ см}$ та розташованими в антигельмгольцовій конфігурації (тобто з однаковими полюсами, спрямованими один до одного). Стрілки вказують напрямок поля ($\vec{B} / |\vec{B}|$), а контурна діаграма у градаціях сірого вказує на величину поля ($|\vec{B}|$); темніші відтінки відповідають сильнішому полю; б – величина z-компоненти вектора магнітного поля B_z вздовж центральної лінії (пунктирна лінія на рис а); B_0 – величина магнітного поля в центрі верхньої поверхні нижнього магніту в конфігурації, показаній на рис а. Для магнітів NdFeB розміром $5 \text{ см} \times 5 \text{ см} \times 2,5 \text{ см}$ залежність B_z від z є приблизно лінійною ($R^2 \approx 0,9999$), коли відстань між магнітами становить близько 45 мм або менше; в – схематичне зображення експериментальної установки; вісь у спрямована в площину зображення і не показана. [8]

Рисунок 1.2 – Пояснення принципу магнітної левітації

Результати моделювання показують, що вздовж центральної лінії абсолютне значення третього члена в рівнянні (1.5) $(B_z(\partial B_z / \partial z))$ щонайменше в 10^3 разів більше, ніж абсолютне значення суми першого та другого членів $(B_x(\partial B_z / \partial x) + B_y(\partial B_z / \partial y))$. З магнітами, які використовуються (NdFeB, $5\text{cm} \times 5\text{cm} \times 2.5\text{cm}$), B_z змінюється практично лінійно ($R^2 = 0.9999$) з z (відстанню від поверхні нижнього магніту), від максимуму $+B_0$ на поверхні нижнього магніту ($z = 0$) до мінімуму $-B_0$ на поверхні верхнього магніту ($z = d$) (рис.1.2,б), якщо відстань між магнітами, d , менше або дорівнює приблизно 45 мм. Завдяки цій лінійності можна апроксимувати магнітне поле вздовж центральної лінії за наступним співвідношенням:

$$\vec{B} \equiv \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{2B_0}{d}z + B_0 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Знайдемо залежність густини зразка від висоти левітації. Розв'язок рівняння (1.8), при використанні явного виразу для магнітного поля (рівняння (1.9)), щоб знайти точку рівноваги h між двома магнітами, де сила тяжіння та магнітна сила, що діє на об'єкт, врівноважують одна одну мають вигляд:

$$h = \frac{(p_s - p_m)g\mu_0 d^2}{(\chi_s - \chi_m)4B_0^2} + \frac{d}{2}. \quad (1.10)$$

З рівняння (1.10) випливає, що існує лінійна залежність між густиною об'єкта ρ_s та його рівноважним положенням над поверхнею нижнього магніту – висотою левітації – h , яка задається наступним рівнянням:

$$p_s = ah + \beta, \quad (1.11)$$

де

$$a = \frac{4(\chi_s - \chi_m)B_0^2}{g\mu_0 d^2}, \quad (1.12)$$

$$\beta = p_m - \frac{2(\chi_s - \chi_m)B_0^2}{g\mu_0 d}. \quad (1.13)$$

Знайдемо час встановлення рівноваги. Щоб знайти час, необхідний сферичній частинці радіуса R для переходу з одного положення z_i (наприклад, на дні кювети) в інше положення z_f (наприклад, на висоті левітації) в кюветі, припустимо що в рівнянні (1.6), що частинка не прискорюється ($\vec{a} = 0$) і рухається зі своєю кінцевою швидкістю:

$$\vec{F}_{mag} + \vec{F}_g + \vec{F}_d = 0. \quad (1.14)$$

Для сферичної частинки з $V = (4\pi/3)R^3$, сила в'язкого опору \vec{F}_d визначається рівнянням:

$$\vec{F}_d = -6\pi\eta R\vec{v}, \quad (1.15)$$

де η – динамічна в'язкість суспензійного середовища, а \vec{v} – швидкість частинки.

Після підстановки рівнянь (1.7), (1.15) та (1.9) у рівняння (1.14), виразимо z -компоненту рівняння руху за допомогою наступного рівняння:

$$\frac{dz}{dt} = \xi z + \zeta, \quad (1.16)$$

інтегрування рівняння (1.16) дає час $t_0(s)$, який потрібен частинці, щоб досягти z_f . Оскільки швидкість частинки (рівняння (1.16)) наближається до нуля, коли частинка наближається до своєї рівноважної висоти левітації h (рівняння (1.10)), частинка ніколи не досягає h у розглянутій моделі (тобто $t_0 = \infty$, коли розв'язуємо рівняння (1.19) для $z_f = h$):

$$t_0 = \frac{1}{\xi} \ln \left(\frac{\xi z_f + \zeta}{\xi z_i + \zeta} \right), \quad (1.17)$$

$$\zeta = \frac{8}{9} \frac{R^2 B_0^2}{\mu_0 d^2 \eta} (\chi_s - \chi_m), \quad (1.18)$$

$$\xi = -\frac{2}{9} \frac{R^2}{\eta} \left((p_s - p_m) g + \frac{2B_0^2}{\mu_0 d} (\chi_s - \chi_m) \right). \quad (1.19)$$

Знайдемо мінімальний розмір, необхідний для досягнення частинкою стабільної рівноваги. При виведенні рівняння (1.11) неявно припущено, що гравітаційні та магнітні сили домінують, і що впливом теплового руху на макроскопічну поведінку об'єкта-випробування можна знехтувати. Для достатньо малих частинок (наприклад, молекул) це припущення явно невірне. Можна оцінити межу достовірності цього припущення та розмір об'єктів, необхідний у цьому методі, щоб уникнути помилок, порівнюючи енергії гравітаційної (U_g) та магнітної (U_m) взаємодій з тепловою енергією (E_T) у нашій системі:

$$U_g + U_m = (p_s - p_m)Vgz - \frac{(\chi_s - \chi_m)V}{\mu_0} (\vec{B} \cdot \vec{B}) \gg k_B T = E_T. \quad (20)$$

Розв'язуючи цю нерівність та припускаючи, що форма об'єкта є сферичною, ми знаходимо нижню межу радіуса сферичного об'єкта, для якого виконується припущення, оцінюючи розмір, за якого $U_g + U_m \geq 10(k_B T)$:

$$R \gg \left(\frac{k_B T}{\frac{4\pi}{3} \left((p_s - p_m)gz - \frac{(\chi_s - \chi_m)}{\mu_0} \left(-\frac{2B_0}{d}z + B_0 \right)^2 \right)} \right)^{1/3}. \quad (21)$$

На практиці вважаємо, що $R > 2\mu m$ необхідно для надійної кореляції висоти левітації з густиною.

1.2 Використання левітації мікро- та наночастинок у біосенсориці

Для маніпуляцій з мікрочастинками використовувалися зовнішні фізичні поля, включаючи оптичні, електричні, діелектричні, магнітні та акустичні. Фізична сила, що діє на частинку, є функцією кількох фізичних властивостей, включаючи розмір частинки, форму, деформацію, густину, електронний заряд, стисливість, діелектричну проникність та магнітну сприйнятливність. Таким чином, маніпуляції з мікрочастинками та їх розділення можна виконувати

відповідно до конкретних властивостей частинок, вибравши відповідне фізичне поле.

Левітація частинок за допомогою фізичних полів є типовим підходом до маніпулювання частинками. Використання оптичного пінцета [12], стало популярною технікою, і оптичний пінцет використовувався в різних фундаментальних та прикладних наукових галузях і знайшов низку застосувань. Різниця показника заломлення між середовищем і частинкою є ключовим параметром, який визначає оптичну силу, що діє на частинку.

Ультразвукова левітація, яка є ще одним корисним підходом до маніпулювання частинками, спирається на силу акустичного випромінювання, вплив якої змінюється залежно від радіуса частинки, густини та стисливості. Крім того, магнітними частинками можна маніпулювати за рахунок левітації в магнітному полі відповідно до їх радіуса, густини та магнітної сприйнятливості. Тому в добре спроектованому фізичному полі частинки демонструють різну поведінку залежно від своїх фізичних властивостей, і нові принципи сенсорного сприйняття можуть бути отримані на основі поведінки частинок.

В [17] було запропоновано новий метод левітації частинок за допомогою магнітного поля, названий MagLev. На рис.1.3 показано репрезентативну геометрію MagLev. Діамагнітні мікрочастинки, дисперговані в парамагнітному середовищі, розміщені між двома постійними магнітами. У цій геометрії на частинки діють магнітні та седиментаційні сили, і частинки левітують у положення, де ці дві сили рівні. Висота левітації (h) від дна комірки визначається рівнянням (1.10).

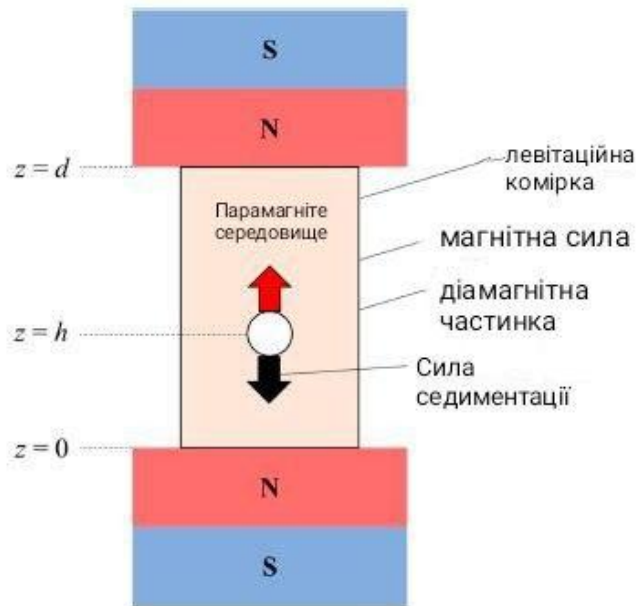


Рисунок 1.3 – Типова схема MagLev

Рівняння (1.10) показує, що h діамагнітної частинки залежить від ρ_p та χ_p . На основі принципу MagLev було проведено розділення частинок. Цей принцип вказує на те, що зміна фізичної властивості частинки викликає зміну висоти левітації. Тому, якщо властивості частинки змінюються через реакцію всередині частинки або на поверхні частинки, h зміниться, що свідчить про те, що хід реакції можна оцінити за зміною h . Було застосовано MagLev [18] для оцінки кінетики вільнорадикальної полімеризації. У цьому дослідженні спостерігали за зміною висоти h мікрокраплі під час полімеризації, яка змінює її густини.

MagLev також застосовується у біосенсоричі. Також згадувалося про аналіз виявлення гепатиту С (ВГС) за допомогою MagLev [23]. Зміни густини мікрочастинок, спричинені взаємодією між білком NS3 ВГС та антитілом проти NS3 ВГС, іммобілізованим на поверхні мікрочастинок, виявлялися за зміщенням її положення левітації. Межа виявлення становила $50 \mu\text{g mL}^{-1}$ білка NS3 ВГС. Також було запропоновано [24] схему виявлення білків на основі магнітної сприйнятливості за допомогою MagLev (рис. 1.4). Цільові білки були

затиснуті між двома частинками, а саме: мікрочастинкою, модифікованою антитілами, та магнітною наночастинкою. Висота левітації змінювалася при зміні сприйнятливості комплексу мікрочастинка-білок-наночастинка. Такий підхід дозволив виявити 10ng ml^{-1} бичачого сироваткового альбуміну (BSA) та $1,5\text{ng ml}^{-1}$ імуноглобіну G. Роздільна здатність об'ємної магнітної сприйнятливості в цьому методі сягала $4,2 \times 10^{-8} \mu\text{m}^{-1}$. Також [26] було виявлено мембранозв'язані та розчинні антигени на основі принципу MagLev. Мікрочастинки з різною густиною ($1,05$ та $1,2\text{g cm}^{-3}$) були модифіковані антитілами для захоплення і детектування відповідно. Ці дві частинки зв'язувалися одна з одною в присутності антигенів, утворюючи комплекс частинок із проміжною густиною, так що положення левітації комплексу частинок відрізнялося від положення мікрочастинки, що не прореагували. Це дозволило успішно виявляти різні антигени.

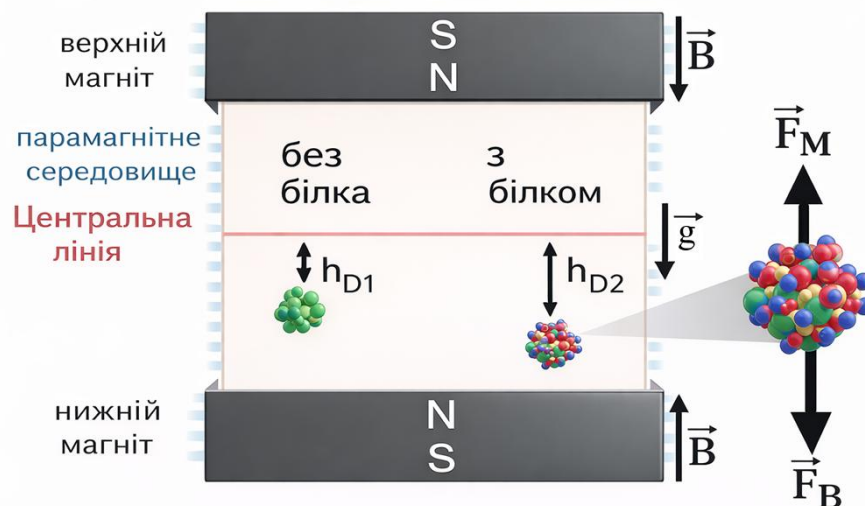


Рисунок 1.4 – Схематичне зображення MagLev для виявлення білка на основі зміни магнітної сприйнятливості

Також відомі методи біосенсорики, засновані на акустичній левітації мікрочастинки. Коли акустична стояча хвиля генерується вертикально, формується поле САГ. У цьому полі мікрочастинки рухаються під дією

комбінованої сили F_{ac} та F_{sed} і левітують у положенні, де ці дві сили збалансовані. Це положення (z) задається рівняннями:

$$z = \frac{\lambda}{4\pi} \arcsin \left\{ \frac{(p_m - p_p) g \lambda}{A a V^2 2\pi} \right\}, \quad (1.22)$$

$$A = \frac{5p_p - 2p_m}{2p_p + p_m} - \frac{\gamma_p}{\gamma_m}. \quad (1.23)$$

Параметри в цих рівняннях вже були визначені для рівнянь (1.1)-(1.3). Рівняння (1.22) та (1.23) показують, що z залежить від p_p та γ_p , але не залежить від розміру частинки. Якщо реакція на частинці призводить до зміни густини, це можна виявити як зміну z .

Ця концепція дозволила виявити реакцію авідин-біотин за допомогою z_{mol} (рис 1.5). Мікрочастинки полімеру, модифіковані авідином, реагували з модифікованими біотином наночастинками Au (AuNPs). Оскільки густина AuNPs набагато більша, ніж густина полімеру, зв'язування AuNPs збільшувало густину мікрочастинки та зменшувало її левітаційне положення. Цю концепцію також було поширено на біосенсоріку нуклеїнових кислот. Мікрочастинки зв'язувалися з AuNPs шляхом сендвіч-гібридизації з цільовою ДНК. Міжчастинкова сендвіч-гібридизація ДНК індукує збільшення густини мікрочастинок. Було успішно виявлено кілька тисяч молекул ДНК. Крім того, було виявлено один поліморфізм гена KRAS шляхом контролю довжини комплементарних зондів молекул ДНК, іммобілізованих на частинках.

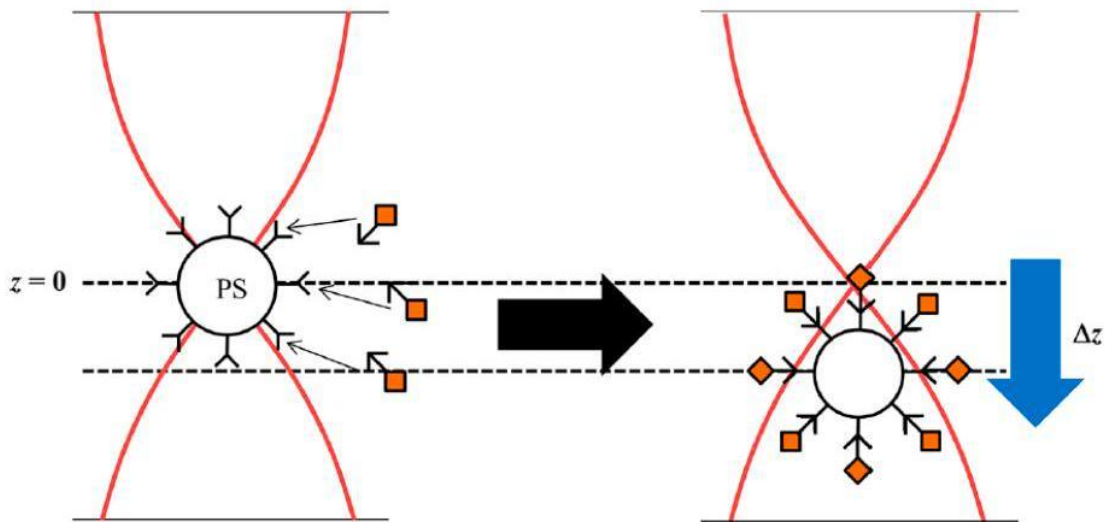


Рисунок 1.5 – Схематичне зображення акустичної левітації для виявлення реакції авідин-біотин на основі зміни густини

Використовуючи мікрочастинки різного діаметра, за допомогою САГ одночасно виявляється кілька мішеней. Корисність цієї концепції було продемонстровано в мікроРНК-сенсоріці. У полі САГ частинки різних розмірів неможливо розрізнити, як показано в рівнянні (1.22). Однак густина менших частинок стає більшою, ніж густина більших частинок, коли зв'язана однакова кількість AuNP. На основі цього принципу miR-21 та miR-122, які пов'язані з гепатоцелюлярною карциномою, були одночасно виявлені на рівні $z\text{mol}$. Також було запропоновано біосенсоріку кількох фізіологічно активних речовин на основі аптамерів з використанням поля САГ. Мікрочастинки, пов'язані з AuNP, були отримані методом сендвіч-гібридизації з використанням ДНК аптамера, розробленої для конкретної мішені. Коли мішень додається до мікрочастинок, пов'язаних з AuNP, ДНК аптамера взаємодіє з мішенню та дисоціює AuNP від мікрочастинки. Таким чином, положення левітації мікрочастинки змінюється через зменшення густини. Для цього методу межа виявлення сильно залежить від констант зв'язування комплексів аптамер-мішень. Межі виявлення для АТФ, дофаміну та ампіциліну становили $9,8\text{ нМ}$, 17 нМ та 160 пМ відповідно.

Ключовою особливістю схем детектування, заснованих на положенні левітації у фізичному полі, є те, що реакції всередині або на поверхні частинки впливають на положення левітації, що дозволяє проводити кількісну оцінку. Реакцію реагентів також можна виявити як відмінності в поведінці мікрочастинок, які можна спостерігати під мікроскопом. Крім того, високочутливе детектування можливе, оскільки окрема частинка левітує в магнітних або акустичних полях. Однак зондування на основі левітації частинок має суттєвий недолік, оскільки його застосування обмежене мікрометровими частинками, оскільки як магнітні, так і акустичні сили пропорційні об'єму частинок і зменшуються зі зменшенням розміру частинок. Крім того, як магнітні, так і акустичні поля мають притаманні недоліки в конструкції біосенсорних систем. У MagLev як середовище слід використовувати ферофлюїди, такі як розчини $MnCl_2$ та $GdCl_3$ з високими концентраціями (порядку кількох М). На жаль, високі концентрації солей призводять до різних небажаних явищ, таких як денатурація білка та дестабілізація дуплексу ДНК. Це обмежує застосування MagLev у біосенсоріці. З іншого боку, акустичні вимірювання в полі САГ вимагають уточненої комірки, виготовленої з однорідних матеріалів з контрольованою товщиною. Хоча акустичну левітацію можна виконувати в будь-якій комірці спостереження, точне положення левітації важко визначити без уточненої комірки. Це обмежує застосування поля САГ у біосенсоріці.

Загалом, для вимірювання густини за допомогою магнітної левітації (рис 1.2), додають частинку або краплю рідини до флакона, що містить парамагнітне середовище, розміщують флакон між двома магнітами, дають частинці достатньо часу для переходу в рівноважне положення (від 1 с до 100 хв, залежно від розміру аналіту), вимірюють висоту левітації та обчислюємо густину зразка за допомогою рівняння (1.11). Точне вирівнювання головної осі флакона, що містить суспензію частинок зразка, з центральною лінією між магнітами не є необхідним (рис.1.2). Оскільки в площині xu діамагнітна

частинка (для якої $\chi_s - \chi_m < 0$) буде притягуватися до мінімуму магнітного поля, частинка прагнуче рухатися до центральної лінії (пунктирна лінія на рис.1.2,а,б); тобто, частинка самостійно вирівняється з центральною лінією системи та автоматично виправить неправильне розташування флакона.

Рівняння (1.11) застосовується лише тоді, коли частинка зразка левітує між магнітами. Занурення частинки аж до дна пробірки означатиме, що $\rho_s \gg \rho_m$ та/або що $\chi_s > \chi_m$; спливання частинки до верху пробірки означатиме, що $\rho_s \gg \rho_m$ та/або що $\chi_s > \chi_m$.

Найпростіший спосіб вимірювання невідомих густин за допомогою магнітної левітації полягає в тому, щоб спочатку левітувати об'єкти з відомою густиною, виміряти їх висоту левітації, емпірично визначити значення параметрів a та β у рівнянні (1.11), а потім використовувати ці значення для обчислення невідомих густин з висоти левітації частинок зразка (рис.1.6). Привабливою особливістю цього підходу є те, що він не вимагає точного знання окремих експериментальних параметрів у рівнянні (1.11) або детального розуміння фізики магнітної левітації.

Оскільки густина більшості твердих речовин і рідин є функцією температури, систему необхідно калібрувати за допомогою відповідних стандартів густини, дійсних для певного діапазону температур. Багато поширених органічних і неорганічних речовин (полімери, органічні краплі тощо) мають добре охарактеризовані густини і можуть бути використані як стандарти густини. Такий підхід до вимірювання густини нехтує різницею в магнітній сприйнятливості між стандартами густини та аналітами зразків (різниця в магнітній сприйнятливості для більшості діамагнітних речовин невелика). Тому точність цих вимірювань залежить лише від лінійності градієнта поля, точності, з якою відомо густину стандартів, що використовуються для побудови калібрувальної кривої, та точності вимірювань висоти рівноважної левітації.

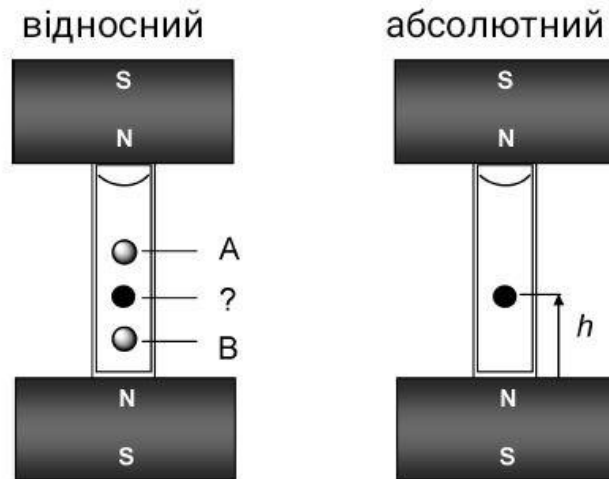


Рисунок 1.6 – Порівняння відносного та абсолютного підходів до вимірювання густини за допомогою магнітної левітації

Таблиця 1.1 – Зведення експериментальних параметрів та пов'язаних з ними невизначеностей, що використовуються для розрахунку ρ_s рівняння (1.11)

Параметр p	опис	типова величина p , що використовуються в цьому дослідженні ^a	δp^b	$\delta p_s(P)^c (g/cm^3)$
Експериментальні параметри				
B_0	Індукція магнітного поля на поверхні магніту	0,375 Тл	$\pm 0,003 Tл$	$\pm 0,00001 - 0,007 Tл$
d	відстань між магнітами	45 мм	$\pm 0,5 мм$	$\pm 0,000002 - 0,02 мм$
T	Температура	23 °C	$\pm 1 °C$	$\pm 0,0003 °C$

Продовження таблиці 1.1

c	концентрація $MnCl_2$	0,100 – 5,000 Моль	$\pm 0,002$ Моль	$\pm 0,0003$ Моль
Невідомо				
χ_s	об'ємна магнітна сприйнятливість зразка	-5×10^{-6}	$\pm 10 \times 10^{(-6)}$	$\pm 0,0001 - 0,005$
Обчислені параметри				
$\rho_m(c, T)$	щільність парамагнітного середовища	1,01 – 2,22 г / см ³	$\pm 0,0005$ г / см ³	$\pm 0,0005$ г / см ³
$\chi_m(c, T)$	об'ємна магнітна сприйнятливість середовища	$10^{-3} - 10^{-3}$	$\pm 1 \times 10^{-6}$	$\pm 0,00001 - 0,0005$
Константи				
g	прискорення вільного падіння	9,80 м / с ²	n/a	n/a
μ_0	проникність вільного простору	$4\pi \times 10^{-6}$ Гн / м	n/a	n/a
Незалежна змінна				
h	"висота левітації" зразка над нижнім магнітом	0 – 45 мм	$\pm 0,5$ мм	$\pm 0,0002 - 0,01$ мм
Залежна змінна 1,01 – 2,28 г / см ³				$\pm 0,0002 - 0,02$ г / см ³

Наведемо діапазон значень, оскільки невизначеність у p_s залежить від значення конкретних експериментальних параметрів, що використовуються для вимірювання; заданий діапазон обмежений типовою варіацією в $c(0,1-5MMnCl_2)$ та $h(0-45mm)$. b Величина невизначеності в P . c Величина невизначеності в ρ_s як функція кожного окремого P . $\delta\rho_s(P) = |\partial p_s / \partial P| \partial P$. d Результуюча невизначеність у ρ_s , визначена рівнянням (1.25).

Щоб оцінити похибку вимірювань густини на основі калібрувальних кривих, припускаємо, що точно відомі калібрувальні параметри a та β , і розглядаємо ρ_s як функцію лише однієї змінної h ; використовуємо рівняння для поширення невизначеності в ρ_s :

$$\delta p_s = \left| \frac{dp_s}{dh} \right| \delta h = |a| \delta h. \quad (1.24)$$

Другий спосіб вимірювання невідомих густин полягає у безпосередньому застосуванні рівняння (1.11): тобто, для оцінки a та β за допомогою параметрів системи, вимірювання висоти левітації досліджуваної частинки, а потім обчислення густини зразка (рис.1.6). Цей тип вимірювання може бути виконаний без об'єктів з відомою густиною як стандартами, але вимагає врахування припущень, пов'язаних з фізикою системи, а також точного знання параметрів системи, включаючи $\rho_m, h, d, \chi_m, \chi_s$ та B_0 , а також їхньої залежності та чутливості до низки впливів навколишнього середовища. Проте, маючи точне знання цих параметрів, рівняння (1.11) забезпечує легкий доступ до рутинних вимірювань густини за допомогою магнітної левітації без потреби в стандартах густини.

У табл. 1.1 підсумовано типовий діапазон значень експериментальних параметрів, що використовуються в цьому дослідженні, невизначеності,

пов'язані з кожним з них, та їхній вплив на $\delta\rho_s$ (за умови, що всі інші параметри точно відомі).

Щоб оцінити невизначеність вимірювання ($\delta\rho_s$) на основі безпосереднього використання рівняння (1.11), розглядаємо ρ_s як функцію таких змінних: B_0 (виміряно в зібраному пристрої за допомогою магнітометра), d та h (обидві виміряні за допомогою лінійки з міліметровими поділками), c (концентрація парамагнітної солі в парамагнітному середовищі, розрахована за масою солі, розчиненої у заданому об'ємі рідини) та T (температура навколишнього середовища, виміряна за допомогою термометра). Обчислюємо $\rho_m(c, T)$ та $\chi_m(c, T)$, використовуючи добре відомі емпіричні залежності густин та магнітної сприйнятливості для водних розчинів солей від концентрації та температури, та використовуємо ці розраховані значення ρ_s та χ_m у рівнянні (1.11). Припустимо, що $\chi_s = -5 \times 10^{-6}$ та що відмінності в магнітній сприйнятливості між різними діамагнітними речовинами незначні (це припущення має бути справедливим для більшості поширених діамагнітних речовин). Розглядаємо кожну з цих змінних як джерело незалежної випадкової похибки та використовуємо стандартний вираз, заданий рівнянням:

$$\delta\rho_s = \sqrt{\left(\frac{\partial\rho_s}{\partial T}\partial T\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho_s}{\partial c}\partial c\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho_s}{\partial\chi_s}\partial\chi_s\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho_s}{\partial h}\partial h\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho_s}{\partial d}\partial d\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho_s}{\partial B_0}\partial B_0\right)^2}, (1.25)$$

для оцінки $\delta\rho_s$ (явно виражаємо кожну з частинних похідних у рівнянні (1.25)).

Як приклад, використовуємо рівняння (1.11) та (1.26) для оцінки впливу невизначеності температури $\pm 10^\circ\text{C}$ (якщо відсутній доступ до термометра для точнішого вимірювання T) та значення $B_0 \pm 0.1T$ (якщо не має доступу до магнітометра для вимірювання B_0 і потрібно покладатися на значення, надане

виробником) на розраховану невизначеність ρ_s для полістирольних сфер, що левітують у розмірі $0.350 \text{ Моль } MnCl_2$.

2 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЛЕВІТАЦІЇ МІКРОЧАСТИНОК У ЗОВНІШНІХ ПОЛЯХ

2.1 Левітація у магнітному полі

Розглянемо рух сферичних мікрочастинок з діамагнітного матеріалу у парамагнітній рідині які знаходяться у зовнішньому магнітному полі (рис 2.1).

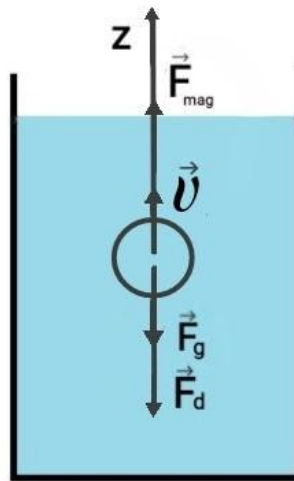


Рисунок 2.1 – Рух сферичних мікрочастинок у рідині в магнітному полі

Такий рух описується другим законом Ньютона:

$$m\ddot{\vec{r}} = \sum_i \vec{F}_i, \quad (2.1)$$

де маса мікрочастинок $m = \rho_s V$, ρ_s і V -її густина і об'єм, $\ddot{\vec{r}}$ - вектор прискорення, а сума усіх сил, що діють на частинку складається з магнітної сили F_{mag} , сили тяжіння за вирахуванням сили Архімеда F_g та сили в'язкого тертя (Стокса) F_d .

Вирази для сил в (2.2) мають вигляд:

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_{mag} + \vec{F}_g + \vec{F}_d, \quad (2.2)$$

$$\vec{F}_{mag} = \frac{\chi_s - \chi_m}{\mu_0} V (\vec{B} \vec{\nabla}) \vec{B}, \quad (2.3)$$

$$\vec{F}_g = -(\rho_s - \rho_m) V \vec{g}, \quad (2.4)$$

$$\vec{F}_d = -\delta\pi\eta R \vec{v}, \quad (2.5)$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала, χ_s та χ_m – магнітні сприйнятливості матеріалу частинки і рідини, $\vec{B} = (0, 0, B_z)$ – індукція магнітного поля, ρ_m – густина рідини, $\vec{g} = (0, 0, g)$ – прискорення вільного руху, η – в'язкість парамагнітної рідини, R – радіус мікрочастинки, \vec{v} – її швидкість.

Оскільки $(\vec{B} \vec{\nabla}) \vec{B} = B_z \frac{\partial B_z}{\partial z}$ і z компонента індукції магнітного поля дорівнює :

$$B_z = B_0 \left(1 - \frac{2z}{d}\right), \quad (2.6)$$

то

$$B_z \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{2B_0^2}{d} \left(1 - \frac{2z}{d}\right). \quad (2.7)$$

Таким чином, рух мікрочастинки є одномірним ($\ddot{\vec{r}} = (0, 0, \ddot{z}); \vec{v} = \dot{\vec{r}} = (0, 0, \dot{z})$) і співвідношення (2.1) набуває вигляду:

$$\ddot{z} = -(\rho_s - \rho_m) V g - \delta\pi\eta R \dot{z} - \frac{\chi_s - \chi_m}{\mu_0} \cdot \frac{2B_0^2}{d} \left(1 - \frac{2z}{d}\right). \quad (2.8)$$

Оскільки рідина є парамагнітною ($\chi_m \geq 0$), а частинку виготовлено з діамагнітного матеріалу ($\chi_s \leq 0$), то $\chi_s < \chi_m$, а об'єм частинки $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ і рівняння руху приймає наступну форму:

$$\ddot{z} + \frac{9}{2} \frac{\eta}{\rho_s R^2} \dot{z} + \frac{2(\chi_m - \chi_s) B_0^2}{\mu_0 d^2 \rho_s} z = -\frac{\rho_s - \rho_m}{\rho_s} g - \frac{2(\chi_m - \chi_s) B_0^2}{\mu_0 \rho_s d}, \quad (2.9)$$

або вводячи позначення:

$$\gamma = \frac{9}{4} \frac{\eta}{\rho_s R^2}, \quad (2.10)$$

$$\omega_0 = \frac{B_0}{d} \sqrt{\frac{2(\chi_m - \chi_s)}{\mu_0 \rho_s}}, \quad (2.11)$$

$$C = -\frac{\rho_s - \rho_m}{\rho_s} g - \frac{2(\chi_m - \chi_s) B_0^2}{\mu_0 \rho_s d}. \quad (2.12)$$

Запишемо рівняння (2.9) у вигляді рівняння для лінійних вимушених загасаючих коливань:

$$\ddot{z} + 2\gamma \dot{z} + \omega_0^2 z = C. \quad (2.13)$$

З теорії лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь n -го порядку відомо, що розв'язок рівняння (2.13) є сумою загального розв'язку однорідного рівняння та часткового розв'язку неоднорідного рівняння:

$$z(t) = z_H + z_O. \quad (2.14)$$

Частковий розв'язок неоднорідного рівняння будемо шукати у вигляді:

$$z_H = A. \quad (2.15)$$

Оскільки $\dot{z}_H = \ddot{z}_H = 0$, то

$$z_H = \frac{C}{\omega_0^2} = -d - \frac{\mu_0 d^2 g (\rho_s - \rho_m)}{2(\chi_m - \chi_s) B_0^2}. \quad (2.16)$$

Загальний розв'язок однорідного рівняння має вигляд:

$$z_0(t) = e^{-\gamma t} (C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t), \quad (2.17)$$

де, C_1 і C_2 – довільні константи, а

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}. \quad (2.18)$$

Тому загальний розв'язок неоднорідного рівняння (2.13):

$$z(t) = A + e^{-\gamma t} (C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t), \quad (2.19)$$

а константи C_1 і C_2 знаходяться у початкових умовах ,які в цій конкретній задачі вибираються у вигляді

$$z_{t=0} = \dot{z}_{t=0} = 0. \quad (2.20)$$

Підставляючи (2.19) у (2.20), одержимо:

$$C_1 = -A, C_2 = 0. \quad (2.21)$$

Таким чином, закон руху діамагнітної мікрочастинки у парамагнітній рідині буде мати вигляд:

$$z(t) = A(1 - e^{-\gamma t} \cos \omega t). \quad (2.22)$$

Потрібно відзначити, що режим руху, який описується виразом (2.22) за типових для експериментів значеннях параметрів реалізовуватися не буде, оскільки $\omega_0 \sim 1 \text{ с}$, а $\gamma \sim 10^4 \text{ с}^{-1}$, тому в рівнянні (2.13)

$$\omega_0^2 x \ll \ddot{x} \cong 2\gamma \dot{x} \cong C, \quad (2.23)$$

і замість рівняння (2.13) матимемо

$$\ddot{z} + 2\gamma \dot{z} = C, \quad (2.24)$$

розв'язок якого

$$z(t) = \frac{C}{2\gamma} \left[t - \frac{1}{2\gamma} (1 - e^{-\gamma t}) \right]. \quad (2.25)$$

Отже, рух з прискоренням розглянуто. Дослідимо тепер рух мікрочастинок без прискорення ($\ddot{z} = 0$). В такому випадку з рівняння (2.13) одержимо наступне рівняння руху:

$$2\gamma \frac{dz}{dt} = C - \omega_0^2 z, \quad (2.26)$$

яке за виконання початкової умови

$$z_{t=0} = 0, \quad (2.27)$$

має розв'язок

$$z(t) = A(1 - e^{-\frac{\omega_0^2 t}{2\delta}}). \quad (2.28)$$

Цікавим є те, що при русі мікрочастинки без прискорення можливою є її левітація (зависання) на висоті h , яка досягається за час t_0 , який можна обчислити за формулою:

$$t_0 = -\frac{2\gamma}{\omega_0^2} \ln \left| \frac{-A}{h-A} \right|. \quad (2.29)$$

Перейдемо тепер до вивчення левітації мікрочастинок у зовнішніх полях іншої природи.

2.2 Левітація в полі стоячої ультразвукової хвилі

В цьому випадку теорію руху частинок можна побудувати за аналогією з розглянутим вище рухом мікрочастинки в магнітному полі замінюючи магнітну силу силою акустичного випромінювання:

$$F_{ak} = \kappa E_{ac} V Q \sin 2\kappa z, \quad (2.30)$$

де E_{ac} – середня густина енергії ультразвуку, $\kappa = 2\pi\nu / c$ – хвильове число, а параметр:

$$Q = \frac{5\rho' - 2\rho}{2\rho' + \rho} - \frac{\rho c^2}{\rho' c'^2}, \quad (2.31)$$

визначає напрямок руху мікрочастинки: при $Q > 0$ частинка рухається до вузла стоячої хвилі, а при $Q < 0$ пучності. В формулі (2.31) ρ' і ρ , c' і c - густини і швидкості пружних хвиль в матеріалі частинки і в рідині.

Таким чином, замість рівняння (2.13) будемо мати:

$$\ddot{z} + 2\gamma\dot{z} \pm \omega_0^2 \sin\left(\frac{4\pi\nu z}{c}\right) = C, \quad (2.32)$$

де

$$\gamma = \frac{9}{4} \frac{\eta}{\rho' R^2}, \quad (2.33)$$

$$\omega_0^2 = \frac{2\pi\nu}{c} \frac{E_{ac} |Q|}{\rho'}, \quad (2.34)$$

$$c = -\frac{\rho' - \rho}{\rho'} g. \quad (2.35)$$

Відзначимо, що на відміну від (2.13) рівняння (2.32) є нелінійним, а тому коливання мікрочастинки в полі стоячої ультразвукової хвилі будуть нелінійними, а саме рівняння (2.32) розв'язати аналітично не можна. Тому подалі це рівняння з початковими умовами (2.20) буде розв'язуватися чисельно.

У випадку такого хвильового параметру $\left(\frac{4\pi\nu z}{c} \ll 1\right)$ і $\sin\left(\frac{4\pi\nu z}{c}\right) \cong \frac{4\pi\nu z}{c}$ маємо повну аналогію з (2.13), тобто вищенаведені уявлення будуть справедливими і для руху частинки в ультразвуковому полі.

Розглянемо тепер випадок руху мікрочастинки без прискорення ($\ddot{z} = 0$). Для визначення характеру такого руху потрібно знайти розв'язок рівняння:

$$\frac{2\gamma}{\omega_0^2} \frac{dz}{dt} = A \pm \sin \frac{4\pi\nu z}{c}, \quad (2.36)$$

де

$$A = \frac{c}{\omega_0^2} = -\frac{gc(\rho' - \rho)}{2\pi\gamma E_{ac} Q}, \quad (2.37)$$

за виконання початкової умови (2.24). Рівняння (2.36) є рівнянням з роздільними змінними. Тому, розділюючи змінні та інтегруючи, будемо мати:

$$t + C_1 = \frac{2\gamma}{\omega_0^2} \int \frac{dz}{A \mp \sin \frac{4\pi\nu z}{c}}. \quad (2.38)$$

Беручи в (2.38) інтеграл з використанням універсальної тригонометричної підстановки отримуємо остаточно:

$$t + C_1 = \frac{\gamma c}{\pi\nu\omega_0^2\sqrt{A^2 - 1}} \operatorname{arctg}\left(\frac{A \operatorname{tg} \frac{2\pi\nu z}{c} \mp 1}{\sqrt{A^2 - 1}}\right). \quad (2.39)$$

Внаслідок справедливості початкової умови (2.24) довільна стала C_1 , визначається виразом:

$$C_1 = \frac{\gamma c}{\pi\nu\omega_0^2\sqrt{A^2 - 1}} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt{A^2 - 1}}\right), \quad (2.40)$$

а закон руху виразом:

$$t = \frac{\gamma c^2}{\pi v \omega_0^2 \sqrt{A^2 - 1}} \left\{ \operatorname{arctg} \left(\frac{A \operatorname{tg} \frac{2\pi v z}{c} \mp 1}{\sqrt{A^2 - 1}} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\sqrt{A^2 - 1}} \right) \right\}, \quad (2.41)$$

Треба відмітити, що як при русі мікрочастинки до вузла стоячої хвилі (знак "+") так і при русі до пучності (знак "-") можлива левітація мікрочастинки у полі стоячої ультразвукової хвилі (зависання на висоті h). В точку $z = h$ мікрочастинка потрапляє за час t_0 , який обчислюється за формулою:

$$t_0 = \frac{g \eta c^2}{\gamma \pi^2 v^2 R^2 E_{ac} |Q| \sqrt{A^2 - 1}} \operatorname{arctg} \left\{ \frac{\sqrt{A^2 - 1} \operatorname{tg} \frac{2\pi v h}{c}}{A \mp \operatorname{tg} \frac{2\pi v h}{c}} \right\}. \quad (2.42)$$

На завершення відмітимо цікавий факт, що вивчати левітацію мікрочастинок в обох випадках можна разом до самого кінця.

2.3 Результати розрахунків та їх обговорення

Розрахунки законів руху мікрочастинок у рідинах в зовнішньому магнітному полі та полі ультразвукової хвилі проводилися для сферичних мікрочастинок різного радіусу. Параметри мікрочастинок, рідин, експериментальних установок та характеристики магнітного поля та поля ультразвукової хвилі наведені в табл. 2.1 і 2.2.

Таблиця 2.1 - Параметри розрахунків левітації в магнітному полі

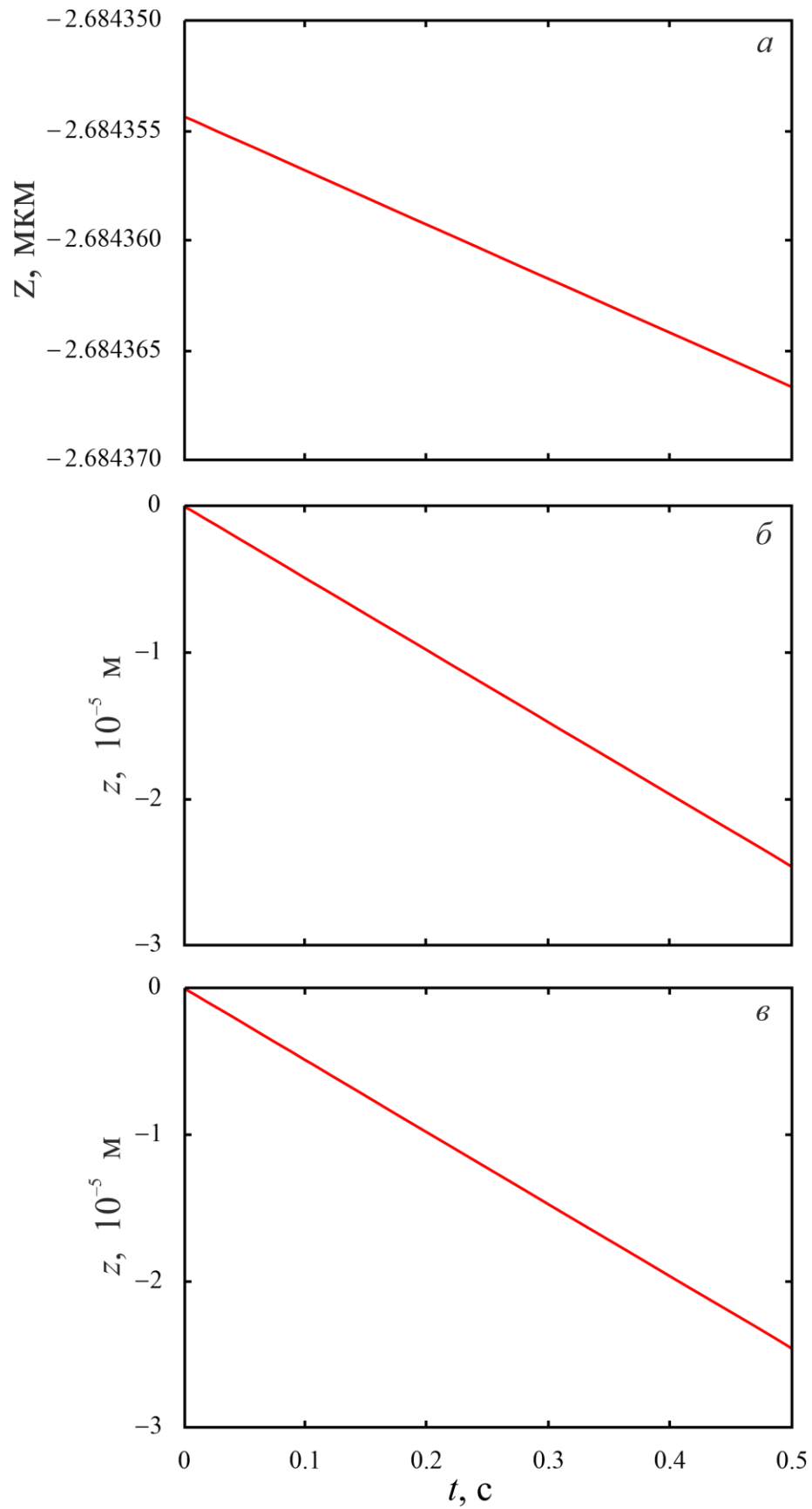
$\rho_s, \frac{\text{Г}}{\text{см}^3}$	2
$\rho_m, \frac{\text{Г}}{\text{см}^3}$	1,1
$d, \text{см}$	4,5
$\mu_0, \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$	$4\pi \cdot 10^{-7}$
$g, \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$	9,81
$B_0, \text{Тл}$	0,375
$R, \text{мкм}$	5
χ_s	$-5 \cdot 10^{-6}$
χ_m	10^{-5}
$\eta, \text{Па} \cdot \text{с}$	$1,004 \cdot 10^{-3}$

Таблиця 2.2 - Параметри розрахунків левітації в акустичному полі

$\rho', \frac{\text{Г}}{\text{см}^3}$	3
$\rho, \frac{\text{Г}}{\text{см}^3}$	1
$\eta, \text{Па} \cdot \text{с}$	$1,004 \cdot 10^{-3}$
$g, \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$	9,81
$R, \text{мкм}$	10
$\nu, \text{кГц}$	500
$c, \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$1,45 \cdot 10^3$
$c', \frac{\text{м}}{\text{с}}$	10^4
$E_{ac}, \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$	15

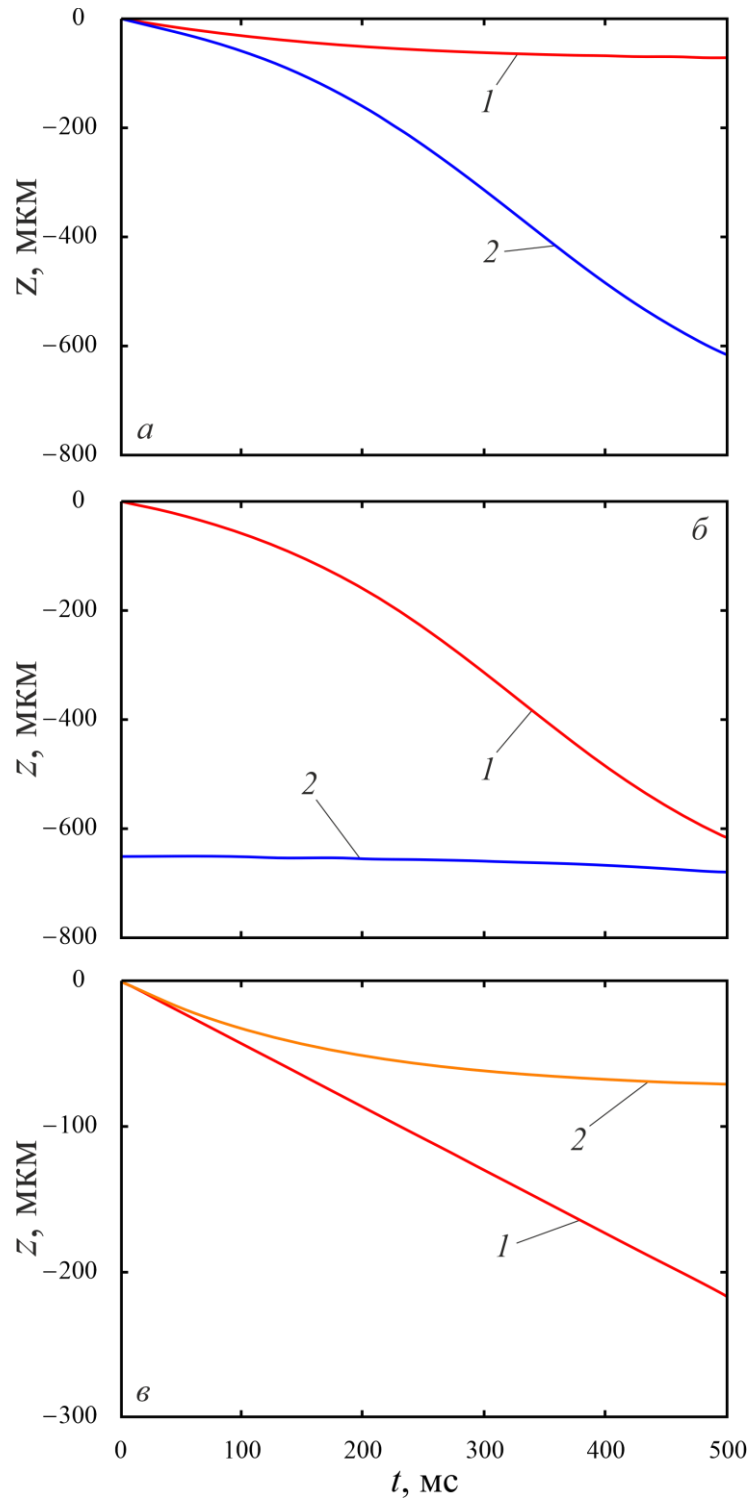
На рис. 2.2 наведені криві $z(t)$ для руху мікрочастинок у зовнішньому магнітному полі для різних режимів руху. Криві на рис. 2.2, *a*, *б* і *в* відповідають наступним режимам: А – рух, коли $\ddot{z} \neq 0$; Б – рух, коли $\ddot{z} = 0$; В – рух, коли $\ddot{z} \neq 0$, а повертаюча сила мала. Відмітимо, що скоріше за все режим А не реалізується, оскільки в умовах експерименту $\omega_0 \ll \gamma$ і результати розрахунку не узгоджуються з початковою умовою $z|_{t=0} = 0$. При цьому від’ємні значення координати мікрочастинок пов’язані лише з відповідним вибором системи координат: так, від’ємні значення відраховуються вниз від верхнього магніту. Хоча з результатів розрахунку випливає, що координата мікрочастинок лінійно змінюється з часом, але зміна координати настільки мала (~ 10 мкм при $R = 2$ мкм), що можна вважати, що мікрочастинка практично від початку руху левітує поблизу верхнього магніту. Таким чином, можна вважати, що магнітна левітація можлива як при русі без прискорення (режим Б), так і у випадку, коли повертаючою силою можна знехтувати (режим В).

Значно складнішою є ситуація при левітації мікрочастинок в полі стоячої ультразвукової хвилі. Це пов’язане з тим, що мікрочастинка може рухатися як до вузла, так і до пучності стоячої хвилі ($Q > 0$ і $Q < 0$). Крім цього, за аналогією з попереднім випадком, також можливі різні режими руху мікрочастинок, а саме: режим А (A^+ і A^-) – рух у нелінійному режимі при $\ddot{z} \neq 0$ і $Q > 0$ та $Q < 0$; режим Б (B^+ і B^-) – рух без прискорення ($\ddot{z} = 0$) і $Q > 0$ та $Q < 0$; режим В – рух при $\ddot{z} \neq 0$, коли повертаючою силою можна знехтувати; режим Г – рух при $\ddot{z} = 0$, коли повертаючою силою можна знехтувати. При цьому режими А і Б є нелінійними, а В і Г – лінійними ($\sin \frac{2\pi v z}{c} \cong \frac{2\pi v z}{c}$). Відповідні графіки $z(t)$ продемонстровано на рис. 2.3, а зведена інформація – на рис. 2.4. У випадку руху в акустичному полі закони руху є більш складними (залежність координати від часу є нелінійною) у порівнянні з рухом мікрочастинок в магнітному полі. Результати розрахунків свідчать про те, що левітація можлива в режимах A^+ (нелінійний рух мікрочастинок до вузла стоячої ультразвукової хвилі) та Г (лінійний рух без прискорення).



a – режим А; *б* – режим Б; *в* – режим В

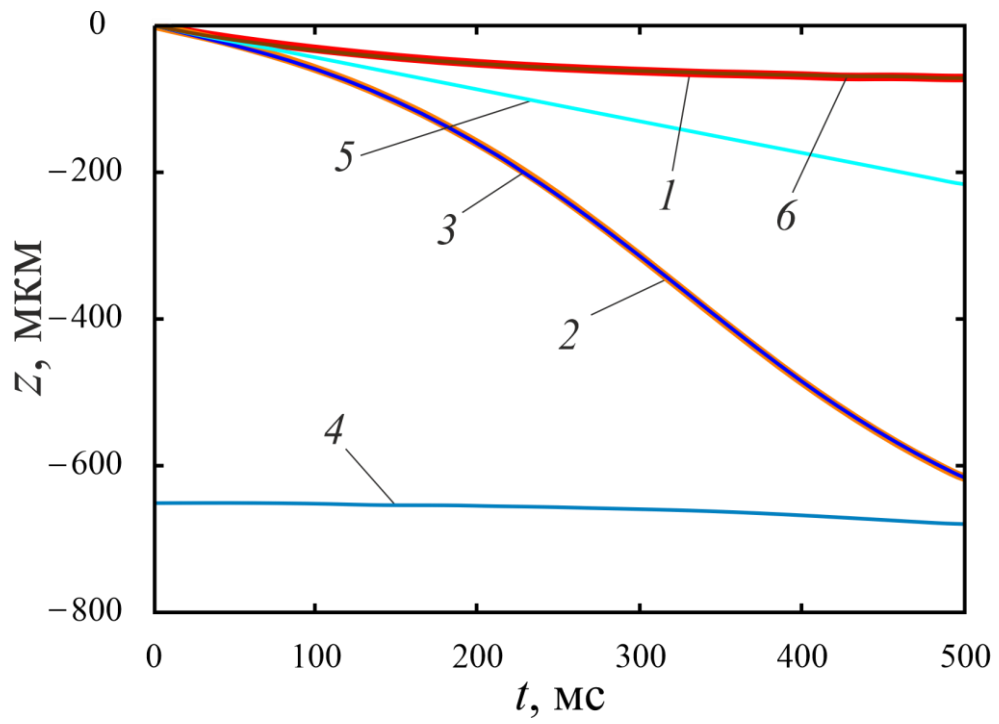
Рисунок 2.2 – Залежність координати мікрочастинки від часу при її русі в зовнішньому магнітному полі



a – режими A^+ (1) і A^- (2); *б* – режими B^+ (1) і B^- (2);

в – режими B (1) і Γ (2)

Рисунок 2.3 – Залежність координати мікрочастинки від часу при її русі в акустичному полі



1 – режим A^+ ; 2 – режим A^- ; 3 – режим B^+ ; 4 – режим B^- ;
 5 – режим B; 6 – режим Г

Рисунок 2.4 – Залежність координати мікрочастинки від часу при її русі в акустичному полі

ВИСНОВКИ

Одержано закони руху мікрочастинок у магнітному та акустичному полях. Визначено відповідні режими руху, які визначаються властивостями повертаючої сили та напрямом руху (в полі стоячої ультразвукової хвилі). Виведені співвідношення для часу, за який мікрочастинка досягає рівноважного положення (левітує).

Показано, що при русі в магнітному полі режим руху з прискоренням реалізується, коли повертаюча сила мала, а левітація можлива як у вищезгаданому режимі, так і у режимі руху без прискорення.

Встановлено, що кількість режимів руху мікрочастинок в акустичному полі перевищує кількість режимів руху в магнітному, оскільки крім лінійних, можливі також і нелінійні режими.

Доведено, що левітація мікрочастинок в акустичному полі можлива в двох режимах: при нелінійному русі до вузла стоячої ультразвукової хвилі та при лінійному русі без прискорення.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Miyagawa, A.; Oshiyama, K.; Nagatomo, S.; Nakatani, K. Semi-quantification of the binding constant based on bond breaking in a combined acoustic-gravitational field / A. Miyagawa, K. Oshiyama, S. Nagatomo, K. Nakatani // *Analyst*. – 2022. – V. 147. – P. 4735–4738.
2. Miyagawa, A.; Oshiyama, K.; Nagatomo, S.; Nakatani, K. Zeptomole detection of DNA based on microparticle dissociation from a glass plate in a combined acoustic-gravitational field / A. Miyagawa, K. Oshiyama, S. Nagatomo, K. Nakatani // *Talanta*. – 2022. – V. 238. – id. 123042.
3. Andres U. Magnetohydrodynamic and magnetohydrostatic methods of mineral separation : монографія / U. Andres. – New York : John Wiley & Sons, 1976.
4. Lide D. R., ed. CRC Handbook of Chemistry and Physics / D. R. Lide. – Boca Raton : CRC Press, 2008. – 89th ed.
5. Shevkoplyas S. S. Manipulation of particles and cells in microfluidic systems / S. S. Shevkoplyas, A. C. Siegel, R. M. Westervelt, M. G. Prentiss, G. M. Whitesides // *Lab on a Chip*. – 2007. – V. 7. – P. 1294–1302.
6. Engel-Herbert R. *Journal of Applied Physics* / R. Engel-Herbert, T. Hesjedal // *Journal of Applied Physics*. – 2005. – V. 97. – id. 074504.
7. Guo H. F. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics* / H. F. Guo, Y. Yang, H. Zheng // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. – 2004. – V. 25. – P. 297–306.
8. Giancoli D. C. *Physics: principles with applications* / D. C. Giancoli. – Upper Saddle River : Prentice Hall, 2004.
9. Taylor J. R. *An introduction to error analysis* / J. R. Taylor. – Sausalito : University Science Books, 1997.

10. Du Trémolet de Lacheisserie E. Magnetism / E. Du Trémolet de Lacheisserie, D. Gignoux, M. Schlenker (eds.). – Norwell : Kluwer Academic Publishers, 2002.

11.Zonel O. Densities of aqueous solutions of inorganic substances / O. Zonel, P. Novotny. – New York : Elsevier, 1985.12.Ashkin A. Acceleration and trapping of particles by radiation pressure / A. Ashkin // *Physical Review Letters*. – 1970. – C.156–159.

12.Ashkin A. Acceleration and trapping of particles by radiation pressure / A. Ashkin // *Physical Review Letters*. – 1970. – V. 24. – P. 156–159.

13.Laurell T. Integrated strategies for acoustic separation and manipulation of cells and particles / T. Laurell, F. Petersson, A. Nilsson // *Chemical Society Reviews*. – 2007. – V. 36. – P. 492–506.

14.Petersson F. Free flow acoustophoresis: microfluidic-based mode of particle and cell separation / F. Petersson, L. Åberg, A.-M. Swärd-Nilsson, T. Laurell // *Analytical Chemistry*. – 2007. – V. 79. – P. 5117–5123.

15.Yavuz C. T. Magnetic separation: from steel plants to biotechnology / C. T. Yavuz, A. Prakash, J. T. Mayo, V. L. Colvin // *Chemical Engineering Science*. – 2009. – V. 64. – P. 2510–2521.

16.Iranmanesh M. Magnetic separation: its application in mining, waste purification, medicine, biochemistry and chemistry / M. Iranmanesh, J. Hulliger // *Chemical Society Reviews*. – 2017. – V. 46. – P. 5925–5934.

17.Ge S. Axial magnetic levitation using ring magnets enables simple density-based analysis, separation, and manipulation / S. Ge, G. M. Whitesides // *Analytical Chemistry*. – 2018. – V. 90. – P. 12239–12245.

18.Nemiroski A. Highly sensitive density measurements using magnetic levitation / A. Nemiroski, A. A. Kumar, S. Soh, D. V. Harburg, H.-D. Yu, G. M. Whitesides // *Analytical Chemistry*. – 2016. – V. 88. – P. 2666–2674.

19.Ge S. Magnetic levitation for characterization of free-radical polymerization kinetics / S. Ge, S. N. Semenov, A. A. Nagarkar, J. Millet, D. K. Christodouleas, L.

Yuan, G. M. Whitesides // *Journal of the American Chemical Society*. – 2017. – V. 139. – P. 18688–18697.

20.Mirica K. A. Measuring densities of solids and liquids using magnetic levitation: fundamentals / K. A. Mirica, S. S. Shevkoplyas, S. T. Phillips, M. Gupta, G. M. Whitesides // *Journal of the American Chemical Society*. – 2009. – V. 131. – P. 10049–10058.

21.Bwambok D. K. Paramagnetic ionic liquids for density measurements using magnetic levitation / D. K. Bwambok, M. M. Thuo, M. B. Atkinson, K. A. Mirica, N. D. Shapiro, G. M. Whitesides // *Analytical Chemistry*. – 2013. – V. 85. – P. 8442–8447.

22.Ge S. Magnetic levitation in chemistry, materials science, and biochemistry / S. Ge, A. Nemiroski, K. A. Mirica, C. R. Mace, J. M. Hennek, A. A. Kumar, G. M. Whitesides // *Angewandte Chemie International Edition*. – 2020. – V. 59. – P. 17810–17855.

23.Ozefe F. Smartphone-based detection of hepatitis C using magnetic levitation / F. Ozefe, A. A. Yildiz // *Analyst*. – 2020. – V. 145. – P. 5816–5825.

24.Yaman S. Detection of proteins based on magnetic susceptibility using magnetic levitation / S. Yaman, H. K. Tekin // *Analytical Chemistry*. – 2020. – V. 92. – P. 12556–12563.

25.Andersen M. S. Detection of membrane-bound and soluble antigens using magnetic levitation / M. S. Andersen et al. // *Lab on a Chip*. – 2017. – V. 17. – P. 3462–3473.26.Miyagawa A. Trace-level acoustic levitation-based biosensing: system development and applications to real samples / A. Miyagawa. – Singapore : Springer. – 2021.

26.Miyagawa A. Trace-level acoustic levitation-based biosensing: system development and applications to real samples / A. Miyagawa. – Singapore : Springer, 2021.

27.Miyagawa A. Aptamer-based sensing of small organic molecules by measuring levitation coordinates of a single microsphere in a combined acoustic–

gravitational field / A. Miyagawa, Y. Okada, T. Okada // ACS Omega. – 2020. – V. 5. – P. 3542–3549.

28.Miyagawa A. Quantitative detection of multiple microRNAs based on acoustic levitation of single microspheres after sandwich-type interparticle hybridization in a single reservoir / A. Miyagawa, M. Harada, T. Okada // Analytical Chemistry. – 2018. – V. 90. – P. 13729–13735.

29.Miyagawa A. Zeptomole DNA biosensing with flexible selectivity based on acoustic levitation of a single microsphere binding gold nanoparticles via hybridization / A. Miyagawa, M. Harada, T. Okada // ACS Sensors. – 2018. – V. 3. – P. 1870–1875.

30.Miyagawa A. Zeptomole detection scheme based on levitation coordinate measurements of a single microparticle in a coupled acoustic–gravitational field / A. Miyagawa, M. Harada, T. Okada // Analytical Chemistry. – 2018. – V. 90. – P. 2310–2316.