

УДК 621.316.13

- Омельченко О.С. старший викладач кафедри «Механіка» Національного університету «Запорізька політехніка», м. Запоріжжя, Україна, e-mail: omelchenko15@ukr.net, ORCID: 0000-0001-8925-4178
- Акімов І.В. канд. техн. наук, доцент кафедри «Композиційні матеріали, хімія та технології» Національного університету «Запорізька політехніка», м. Запоріжжя, Україна, e-mail: akimovi@ukr.net, ORCID: 0000-0001-6076-0149
- Штанько П.К. канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри «Механіка» Національного університету «Запорізька політехніка», м. Запоріжжя, Україна, ORCID: 0000-0002-4351-9123
- Шалева Н.В. Асистент кафедри «Механіка» Національного університету «Запорізька політехніка», м. Запоріжжя, Україна, e-mail: shaleva1711@ukr.net, ORCID 0000-0002-6571-0359

## ДОСЛІДЖЕННЯ ЗМІНИ ЗВЕДЕНОЇ МАСИ У ПЛОСКИХ БАГАТОЛАНКОВИХ МЕХАНІЗМАХ

**Мета роботи.** Визначення рівняння руху кривошипно-шатунного механізму із застосуванням методів дослідження руху плоских багатоланкових механізмів. Розробка залежності за допомогою теореми про зміну кінетичної енергії механічної системи для визначення зведеної маси плоских механізмів при зміні кута повороту ведучої ланки плоского механізму.

**Методи дослідження.** Динамічний аналіз механізму. Метод зведення сил та мас. Математичне визначення кінетичної енергії в залежності від кута обертання кривошипу плоского механізму. Регресійне оброблення отриманих результатів розрахунків та подальший їх кореляційний аналіз проводили за допомогою комп'ютерного програмного забезпечення для аналізу та візуалізації науково-статистичних даних – «SigmaPlot» від фірми «Jandel Corporation».

**Отримані результати.** В результаті розрахунків отримана розрахункова формула зміни зведеної маси залежно від кута повороту кривошипу. Встановлена наявність синусоїдальної залежності між розрахунковими параметрами (кут повороту кривошипу і зведена маса). Проведений кореляційний аналіз отриманої функції показав достатньо високу ступінь взаємозв'язку між розрахунковими даними та математичною залежністю, при цьому коефіцієнт кореляції склав  $r = 0,972$ . Графік визначеної математичної залежності також показав досить високу кореляцію між вказаними параметрами. Отримане рівняння можна використовувати для систем з одним ступенем волі. Для механізмів з декількома ступенями волі для кожного ступеня волі закон зміни зведеної маси буде інший.

**Наукова новизна.** Із застосуванням розрахункових формул кінетичної енергії для плоских механізмів отримано закон зміни зведеної маси у плоских механізмах, який враховує обертання кривошипу навколо власної осі.

**Практична цінність.** При проектуванні плоских кривошипно-шатунних механізмів в розрахунках необхідно враховувати дію сил інерції, величина яких залежить від маси і прискорення. Це дає можливість правильно розрахувати динамічні навантаження на деталі плоского механізму (підшипники т.і). Отримана математична залежність зміни зведеної маси від кута повороту ведучої ланки механізму дає змогу аналізувати зміну зведеного моменту інерції, який в свою чергу впливає на зміну крутильного моменту.

**Ключові слова:** кінетична енергія, зведена маса, зведений момент інерції, кривошип, шатун, поршень, миттєвий центр швидкостей (МЦШ), кут повороту кривошипу, комп'ютерне моделювання.

### Вступ

В класичній механіці маса кожної точки або часток системи при русі вважається величиною постійною. Проте, у природі і техніці часто зустрічаються тіла, маса яких змінюється в процесі їх руху (літаки, ракети, автомобілі, Земля).

Досить часто зустрічаються випадки, коли в рівнянні руху машин або механізму маса не є постійною величиною. При цьому використовувати рівняння обертального руху твердого тіла (1) навколо нерухомої осі в вигляді диференційного рівняння обертального

руху зі сталим моментом інерції досить некоректно.

$$I_z \cdot \varepsilon = \sum M_{kz}, \quad (1)$$

де  $I_z = const$  – момент інерції тіла відносно нерухомої осі обертання;

$\varepsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$  – кутове прискорення обертального твердого тіла;

$\alpha$  – кут обертання;

$\sum M_{kz}$  – сума моментів зовнішніх сил, прикладених до тіла.

При динамічному дослідженні руху механічних систем широко використовується зведена маса ( $m_{зв}$ ) і зведений момент інерції ( $I_{зв}$ ).

Зведена маса – це маса, кінетична енергія якої дорівнює кінетичній енергії всіх ланок механічної системи.

Зведений момент сили, або зведена маса, зведений момент інерції залежить від положення ланки зведення, тобто вони являються функцією узагальненої координати.

В практиці зустрічаються машини з кривошипно-шатунним механізмом, у яких зведена маса є змінна величина, яка залежить від кута повороту кривошипа  $\varphi$  і змінюється в досить великих межах.

Тіло, маса якого безперервно змінюється з часом називається тілом змінної маси або точка змінної маси.

В статті розглядається плоский кривошипно-шатунний механізм із зведеною масою з одним ступенем волі. Зміна маси механізму відбувається за рахунок постійної зміни положення його ланок під час руху.

### Мета роботи

Метою дослідження було дати вивод рівняння руху ведучої ланки машини з кривошипно-шатунним механізмом та визначити як змінюється маса, а з нею і інертність рухомих ланок плоского кривошипно-шатунного механізму з заданою постійною кутовою швидкістю.

Інертність — здатність тіла зберігати свою швидкість і напрямок руху під час дії на нього зовнішньої сили.  $m$  — інерційна маса тіла, що є чисельною мірою інертності.

Зведена маса - це маса поступально-рухомих, або міра інерції обертаючих ланок, кінетична енергія яких дорівнює кінетичній енергії усіх ланок механізму.

### Матеріал і методика досліджень

У двигунах внутрішнього згоряння зворотно-поступальний рух поршня перетворюється на обертальний рух колінчастого валу за допомогою кривошипно-шатунного механізму. Схема класичного центрального кривошипно-шатунного механізму представлена на Рис.1.

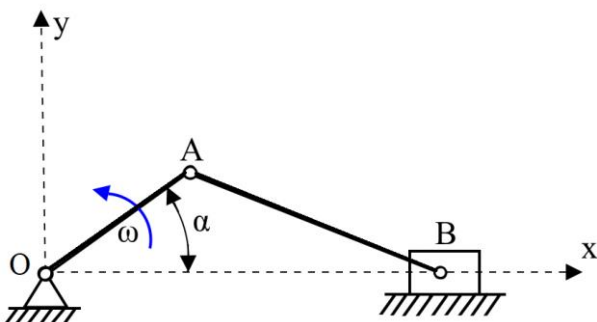


Рисунок 1 - Схема класичного центрального кривошипно-шатунного механізму

У динаміці механізмів і машин дуже широко використовується метод зведення сил і мас для

розв'язання задач із визначення закону руху механізму, що знаходиться під дією прикладених до нього сил, з урахуванням мас ланок.

Даний метод спрощує рішення задач, оскільки рух ланок механізму зводиться до руху лише до однієї ланки. Ця ланка називається ланкою зведення. Як правило, ланкою зведення вибирають початкову (вхідну) ланку механізму. У робочих машинах – головний вал, у двигунах - вихідний вал.

Зведена маса – це маса, з сумарною кінетичною енергією всіх ланок механізму та визначається за формулою:

$$m_{зв} = 2 \frac{\sum T_i}{v_A^2} = \frac{\sum m_i \cdot v_i + \sum I_i \cdot \omega_i^2}{v_A^2}, \quad (2)$$

де  $m_i$  – маси  $i$ -их ланок, які рухаються поступально;

$v_i$  – швидкість  $i$ -их ланок;

$I_{зв}$  – моменти інерції  $i$ -их ланок, що здійснюють обертальний рух;

$v_A$  – швидкість точки зведення ;

$\omega_i$  – кутова швидкість  $i$ -их ланок/

Зведена маса залежить від положення ланки зведення, тобто являється функцією узагальненої координати  $\alpha$ .

Будь-яка математична модель намагається як найточніше описати реальний процес з деякими припущеннями, використання яких значно спрощує як саму модель, так і її розрахунок відповідно до мети основних задач досліджень.

Для вирішення поставленої задачі пропонується наступна узагальнена схема кривошипно-шатунного механізму в крайніх положеннях при  $\alpha = 0^\circ$  та  $\alpha = 180^\circ$  (рис. 2).

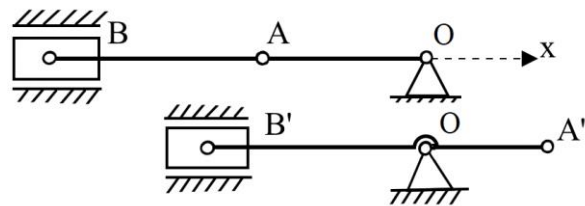


Рисунок 2. Крайні положення механізму

$\alpha$  – кут повороту кривошипу в даний момент часу ( $0 \leq \alpha \leq \pi$ ), що відраховується від осі циліндра Bx у напрямку обертання колінчастого валу. Після повороту кривошипу на кут  $\alpha = \pi = 180^\circ$ , відлік  $\alpha$  починається з нуля.

Кривошип обертається з постійною кутовою швидкістю  $\omega_1$ .

При  $\alpha = 0$  (початок відліку) поршень знаходиться у крайній зліва «мертвій» точці, а кривошип займає положення OA. При  $\alpha = 180^\circ$  поршень знаходиться в нижній мертвій точці (точці C''), і кривошип займає положення OA''. Кожен такт циклу складається з руху поршня лівої до правої «мертвої» точки та навпаки.

Розміри кривошипа взяті в наступній пропорції: кривошип довжиною  $a$ , а шатун  $2a$ . Для спрощення розрахунку взяті однакові маси кривошипу, шатуна і повзуна.

Розглянемо розрахунок зведеної маси механізму для одного із положень механізму при  $\alpha = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$ .

Виразимо значення кінетичної енергії ланок механізму в залежності від кута повороту.

Миттєвий центр швидкостей шатуна  $AB$  – це точка  $P$  (див. рис.3).

Застосуємо відомі з кінематики співвідношення. Відстані  $AP = 2,2a = 44$  мм;  $PC = 1,65a = 33$  мм;  $PB = 1,65a = 33$  мм.

$$\omega_{AB} = \frac{v_A}{AP} = \frac{\omega_1 \cdot a}{2,2a} = \frac{\omega_1}{2,2} = 0,454 \omega_1;$$

$$v_C = \omega_{AB} \cdot PC = \frac{\omega_1}{2,2} \cdot 1,65a = \omega_1 a \cdot 0,75;$$

$$v_B = \omega_{AB} \cdot PB = \frac{\omega_1}{2,2} \cdot 1,65a = \omega_1 a \cdot 0,75.$$

$\omega_{AB}$  – кутова швидкість шатуна навколо миттєвого центра швидкостей.

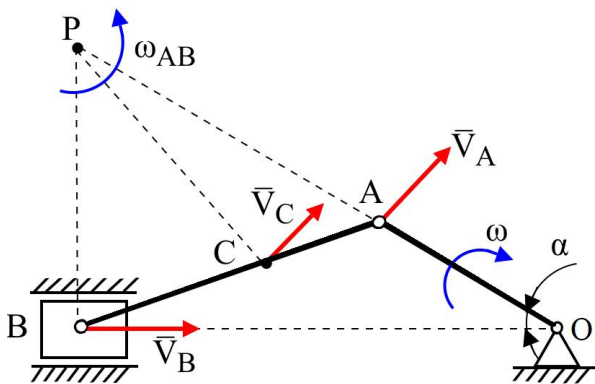


Рисунок 3. Схема визначення МЦШ

Кінетична енергія системи при  $\alpha = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$

$$T_{30} = T_1 + T_2 + T_3.$$

$$T_1 = \frac{(\omega_1 \cdot a)^2 m_1}{2 \cdot 3}$$

– кінетична енергія кривошипа  $OA$ .

$$\begin{aligned} T_2 &= \frac{1}{2} m_2 v_C^2 + \frac{1}{2} J_C \omega_{AB}^2 = \\ &= \frac{1}{2} m_2 (\omega_1 a \cdot 0,75)^2 + \frac{1}{2} \frac{m_2 AB^2}{12} \cdot 0,454 \cdot (\omega_1)^2 = \\ &= \frac{(\omega_1 a)^2}{2} m_2 \left[ 0,75^2 + \frac{4}{12} \cdot 0,454^2 \right] = \\ &= \frac{(\omega_1 a)^2}{2} [0,5625 + 0,069] \cdot m_2 = \\ &= \frac{(\omega_1 a)^2}{2} m_2 \cdot 0,6315; \text{ – кінетична енергія шатуна } AB. \end{aligned}$$

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 v_B^2 = \frac{1}{2} m_3 (\omega_1 a \cdot 0,75)^2 =$$

$$= \frac{(\omega_1 a)^2}{2} 0,75^2 m_3 = \frac{(\omega_1 a)^2}{2} \cdot m_3 \cdot 0,5625 \text{ – кінетична енергія повзуна } B.$$

$$T_{30} = \frac{(\omega_1 a)^2}{2} \left[ \frac{m_1}{3} + 0,6315 m_2 + 0,5625 m_3 \right] = \frac{1}{2} v_A^2 M_{зв}^{30} \text{ – кінетична енергія системи при } \alpha = 30^\circ.$$

Зведена маса системи при  $\alpha = 30^\circ$

$$M_{зв}^{30} = \frac{m_1}{3} + 0,6315 m_2 + 0,5625 m_3.$$

За умовою, що  $m_1 = m_2 = m_3$   $M_{зв}^{30} = 1,527 m$ .

Також цікаво розглянути ще два крайні положення механізму при  $\alpha = 0^\circ$  та  $\alpha = 90^\circ$ .

Розглянемо розрахунок зведеної маси механізму для одного із положень механізму при  $\alpha = 0^\circ$ .

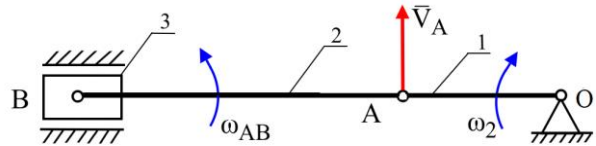


Рисунок 4. Розрахунок зведеної маси механізму при  $\alpha = 0^\circ$ .

$$OA = a; AB = 2a; a = 20 \text{ мм.}$$

Точка  $B$  – МЦС ланки  $AB$  ( $v_B = 0$ )/

$$v_A = \omega_1 \cdot a; \omega_{AB} = \frac{v_A}{AB} = \frac{\omega_1 \cdot a}{2a} = \frac{\omega_1}{2}.$$

Кінетична енергія системи при  $\alpha = 0^\circ$

дорівнює  $T_0$ .

$$T_0 = T_1 + T_2 + T_3.$$

$$T_1 = \frac{1}{2} J_O \omega_1^2 = \frac{1}{2} m_1 \frac{a^2}{3} \cdot \omega_1^2 = \frac{(\omega_1 \cdot a)^2}{2} \cdot \frac{m_1}{3}$$

кінетична енергія кривошипа  $OA$ .

$$T_2 = \frac{1}{2} J_B \omega_{AB}^2 = \frac{1}{2} m_2 \frac{(AB)^2}{3} \cdot \left(\frac{\omega_1}{2}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{m_2 (2a)^2}{3} \cdot \frac{\omega_1^2}{4} = \frac{(\omega_1 \cdot a)^2}{2} \cdot \frac{m_2}{3}$$

кінетична енергія шатуна  $AB$ .

$T_3 = \frac{1}{2} m_3 v_B^2 = 0$ , ( $v_B = 0$ ) – кінетична енергія повзуна  $B$  (поступальний рух).

Кінетична енергія системи при  $\alpha = 0^\circ$

$$T_{30} = \frac{(\omega_1 a)^2}{2} \left[ \frac{m_1}{3} + \frac{m_2}{3} \right] = \frac{1}{2} v_A^2 M_{зв}^0.$$

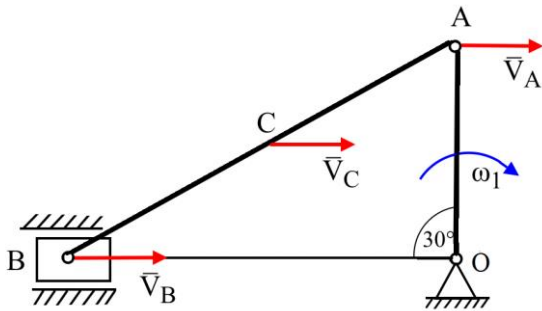
Зведена маса механізму при  $\alpha = 0^\circ$

$$M_{зв}^0 = \left[ \frac{m_1}{3} + \frac{m_2}{3} \right].$$

Розглянемо розрахунок зведеної маси механізму для одного із положень механізму при  $\alpha = 90^\circ$ .

Миттєвий центр швидкостей шатуна **AB** знаходиться в нескінченності. Шатун **AB** в даний момент часу рухається поступально:

$$v_A = v_B = v_C = \omega_1 \cdot a.$$



**Рисунок 5.** Розрахунок зведеної маси механізму при  $\alpha = 90^\circ$ .

Кінетична енергія системи при  $\alpha = 90^\circ$ :

$$T_{90} = T_1 + T_2 + T_3.$$

$$T_1 = \frac{(\omega_1 a)^2}{2} \cdot \frac{m_1}{3} - \text{кінетична енергія кривошипа } OA.$$

$$T_2 = \frac{(\omega_1 a)^2}{2} \cdot m_2 - \text{кінетична енергія повзуна } B.$$

$$T_{90} = \frac{(\omega_1 a)^2}{2} \left[ \frac{m_1}{3} + m_2 + m_3 \right] = \frac{v_A^2}{2} M_{зв}^{90}.$$

Зведена маса механізму при  $\alpha = 90^\circ$

$$M_{зв}^{90} = \left[ \frac{m_1}{3} + m_2 + m_3 \right].$$

### Результати досліджень

В результаті розрахунків було отримано низку даних, які показують зміну зведеної маси кривошипно-шатунного механізму  $M_{зв}$  в залежності від кута повороту кривошипу  $\alpha$  (табл. 1).

**Таблиця 1** – Зведена маса кривошипно-шатунного механізму  $M_{зв}$  в залежності від кута повороту кривошипу  $\alpha$

$\alpha$ , град	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
$M_{зв}$	0,66	1,527	2,67	2,333	1,433	0,783	0,66	0,783	1,433	2,333	2,67	1,527	0,66

Попередній аналіз отриманих даних вказує на наявність хвильоподібної закономірності між параметрами  $M_{зв}$  та  $\alpha$ .

Для виявлення математичної залежності й побудови графіку функції  $M_{зв} = f(\alpha)$  із використанням методів комп'ютерного моделювання було проведено регресійне оброблення отриманих розрахункових даних (табл. 2).

**Таблиця 2** – Результати регресійної обробки зведеної маси кривошипно-шатунного механізму  $M_{зв}$

$\alpha$ , град	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
Мпр	0,740	1,650	2,383	2,386	1,657	0,745	0,340	0,745	1,657	2,386	2,383	1,650	0,740

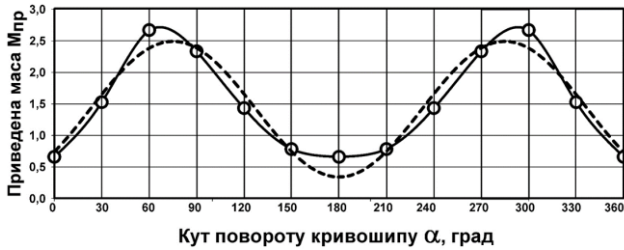
В результаті було отримано залежність синусоїдального вигляду:

$$M_{зв} = 1,416 + 1,076 \cdot \sin\left(\frac{\alpha \cdot 2\pi}{209,774} - 0,679\right). \quad (3)$$

Подальший кореляційний аналіз отриманої функції (3) показав достатньо високу ступінь взаємозв'язку між розрахунковими даними (див. табл.1), при цьому коефіцієнт кореляції склав  $r = 0,972$ . Побудова графіку визначеної математичної залежності (3) також показала досить високу кореляцію між вказаними параметрами (Рис. 6).

$1.416 + 1.076 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot 3.14159265358979 \cdot 0}{209.774} - 0.679\right) \rightarrow 0.74025571255267790817$
$1.416 + 1.076 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot 3.14159265358979 \cdot 30}{209.774} - 0.679\right) \rightarrow 1.6503581981064048126$
$1.416 + 1.076 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot 3.14159265358979 \cdot 60}{209.774} - 0.679\right) \rightarrow 2.3836296698154150063$
$1.416 + 1.076 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot 3.14159265358979 \cdot 90}{209.774} - 0.679\right) \rightarrow 2.3867925431386275678$
$1.416 + 1.076 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot 3.14159265358979 \cdot 120}{209.774} - 0.679\right) \rightarrow 1.6574603255149751375$
$1.416 + 1.076 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot 3.14159265358979 \cdot 150}{209.774} - 0.679\right) \rightarrow 0.74593830395409282535$
$1.416 + 1.076 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot 3.14159265358979 \cdot 180}{209.774} - 0.679\right) \rightarrow 0.3400000000018593185$
$1.416 + 1.076 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot 3.14159265358979 \cdot 210}{209.774} - 0.679\right) \rightarrow 0.74593929381861990004$
$1.416 + 1.076 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot 3.14159265358979 \cdot 240}{209.774} - 0.679\right) \rightarrow 1.6574615583584954936$
$1.416 + 1.076 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot 3.14159265358979 \cdot 270}{209.774} - 0.679\right) \rightarrow 2.3867930887399184022$
$1.416 + 1.076 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot 3.14159265358979 \cdot 300}{209.774} - 0.679\right) \rightarrow 2.3836291165002520215$

**Рисунок 6.** Результати комп'ютерного моделювання



**Рисунок 7.** Графічне відображення математичної залежності (див. формулу 3) між зведеною масою кривошипно-шатунного механізму  $M_{зв}$  в залежності від кута повороту кривошипу  $\alpha$ .

### Висновки

1. В результаті розрахунків було отримано низку даних, які показують зміну зведеної маси кривошипно-шатунного механізму  $M_{зв}$  в залежності від кута повороту кривошипу  $\alpha$ .
2. Отримана залежність між  $M_{зв}$  та  $\alpha$ .
3. Аналіз отриманих даних показав наявність хвилю-подібної закономірності між параметрами  $M_{зв}$  та  $\alpha$ .
4. Для виявлення математичної залежності й побудови графіку функції  $M_{зв} = f(\alpha)$  із використанням методів комп'ютерного моделювання було проведено регресійне оброблення отриманих розрахункових даних.
5. Проведений кореляційний аналіз отриманої функції показав достатньо високу ступінь взаємозв'язку між розрахунковими даними та математичною залежністю, при цьому коефіцієнт кореляції склав  $r = 0,972$ .
6. Графік визначеної математичної залежності також показав досить високу кореляцію між вказаними параметрами.
7. Отримане рівняння можна використовувати для систем з одним ступенем волі.
8. Для механізмів з декількома ступенями волі для кожного ступеня волі закон зміни зведеної маси буде інший.

### Список літератури

1. Артоболевський, І.І. Теорія механізмів і машин [Текст] / І.І. Артоболевський - Вид. 3-є. Навч. посібник для вузів і технікумів, 1968. - 368 с.
2. Конспект лекцій з теорії механізмів та машин для студентів інженерних спеціальностей усіх форм навчання [Текст] / Укл.: Скребцов А.А., Омельченко О.С., Кружнова С.Ю., Шалева Н.В. – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2023. – 265 с.

3. Грабар, І.Г. Математичне моделювання процесу зміни моменту інерції кривошипно-шатунного механізма двигуна внутрішнього згоряння [Текст] / І.Г. Грабар, А.В. Ільченко, В.О. Ломакін // Вісник ЖДТУ.- 2001. - №4 (43). – С. 15-24.
4. Ільченко, А.В. Приведений момент інерції кривошипно-шатунного механізма одноциліндрового поршневого двигуна внутрішнього згоряння [Текст] / А.В. Ільченко, Ю.О. Кубрак, В.О. Ломакін // НТУ" ХП". – 2007. - С. 23-32.
5. Кіницький, Я.Т. Короткий курс теорії механізмів і машин: Підручник для інж.-техн. спец, вищих навч. закладів України [Текст] / Я.Т. Кіницький // 2-е вид., перероб. і скор. - Львів: Афіша. - 2004. - 272 с.
6. Грабар, І.Г. Моделювання процесу зміни положення центра мас кривошипно-шатунного механізму двигуна внутрішнього згоряння [Текст] / І.Г. Грабар, А.В. Ільченко, В.О. Ломакін // Вісник ЖДТУ. Серія "Технічні науки".-2007. - С. 17-24.
7. Грабар, І.Г. Вплив масово-геометричних параметрів кривошипно-шатунного механізма на крутний момент двигуна внутрішнього згоряння [Текст] / І.Г. Грабар, А.В. Ільченко, В.О. Ломакін // Вісник східноукр. держ. ун-ту. – 2008. - С. 112.
8. Захарчук, В.І. Основи теорії та конструкції автомобільних двигунів: Навч. посібн. для студентів ЗВО [Текст] / В.І. Захарчук // Видавництво «Каравела». – 2022. - 232 с.
9. Арендаренко, В.М. Теорія механізмів і машин в прикладах і задачах. Навчальний посібник. [Текст] / В.М. Арендаренко, І.А. Дудніков // Полтава. - 2020. – 176 с.
10. Мороз, В.І. Основи конструювання і САПР: математичне моделювання при проектуванні і конструюванні технічних засобів: Конспект лекцій. [Текст] / В.І. Мороз, О.В. Братченко, О.А. Логвіненко // Харків: УкрДАЗТ. - 2014. – 49 с.
11. Алексеев, А.Н. Компьютер в учебном процессе высшей школы [Текст] / А.Н. Алексеев, Н.И. Волков // Суми: Довкілля. – 2002. – 380 с.
12. Базилюк, К.Ф. Технологія роботи і практика розв'язування задач прикладної математики в системі Mathcad 2000: Навч. посіб. [Текст] / К.Ф. Базилюк, І.В. Каторож, П.М. Осів // Львів : Українська академія друкарства. - 2006. - 120 с.
13. Fridlund, A. (1992) Numerical prowess gives SigmaPlot an edge in graphics. InfoWorld, 104.
14. Hilbe, J. (2005) Review of SigmaPlot 9.0. The American Statistician, 111-112.
15. Kardia, S. (1998) The Graphical Interface. SigmaPlot. Nature, 240.
16. Oehmke, R. (1991) Picturing Your Numbers: 12 Technical Graphics Packages. SigmaPlot. PC Magazine, 189-192.

---

## RESEARCH OF THE CHANGE IN THE CONSOLIDATED MASS IN FLAT MULTI-LINK MECHANISMS

- Omelchenko O. Senior lecturer of the Department of Mechanics, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Zaporizhzhia, Ukraine, *e-mail*: [omelchenko15@ukr.net](mailto:omelchenko15@ukr.net), *ORCID*: 0000-0001-8925-4178
- Akimov I. Candidate of technical sciences, associate professor of the department “composite materials, chemistry and technologies national university “zaporizhzhia polytechnic”, zaporizhzhia, ukraine, *e-mail*: [akimovi@ukr.net](mailto:akimovi@ukr.net), *ORCID*: 0000-0001-6076-014
- Shtanko P. Candidate of technical Sciences, Associate Professor of the Department Mechanics National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Zaporizhzhia, Ukraine, *ORCID*: 0000-0002-4351-9123
- Shaleva N. Assistant lecturer of the Department of Mechanics, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Zaporizhzhia, Ukraine, *e-mail*: [shaleva1711@ukr.net](mailto:shaleva1711@ukr.net), *ORCID*: 0000-0002-6571-0359

**Purpose.** Determination of the equation of motion of the crank-connecting mechanism using the methods of researching the motion of flat multi-link mechanisms. Development of the dependence using the theorem on the change in kinetic energy of the mechanical system for determining the total mass of flat mechanisms when the angle of rotation of the driving link of the flat mechanism changes.

**Research methods.** Dynamic analysis of the mechanism. The method of reducing forces and masses. Mathematical determination of the kinetic energy depending on the angle of rotation of the crank of a flat mechanism. Regression processing of the obtained calculation results and their subsequent correlation analysis were carried out using computer software for the analysis and visualisation of scientific and statistical data – «SigmaPlot» from the company «Jandel Corporation».

**Results.** As a result of the calculations, a calculated formula for the change in the combined mass depending on the angle of rotation of the crank was obtained. The existence of a sinusoidal relationship between the calculated parameters (crank angle and reduced mass) was established. The correlation analysis of the obtained function showed a sufficiently high degree of relationship between the calculated data and the mathematical dependence, while the correlation coefficient was  $r = 0.972$ . The graph of the determined mathematical dependence also showed a fairly high correlation between the specified parameters. The resulting equation can be used for systems with one degree of freedom. For mechanisms with several degrees of freedom, the law of change of the combined mass will be different for each degree of freedom.

**Scientific novelty.** Using the calculated formulas of kinetic energy for planar mechanisms, the law of change of the reduced mass in planar mechanisms, which takes into account the rotation of the crank around its own axis, is obtained.

**Practical value.** When designing flat crank mechanisms, it is necessary to take into account the effect of inertial forces, the value of which depends on the mass and acceleration. This makes it possible to calculate correctly the dynamic loads on the parts of the flat mechanism (bearings, etc.). The obtained mathematical dependence of the change in the combined mass on the angle of rotation of the leading link of the mechanism makes it possible to analyse the change in the combined moment of inertia, which in turn affects the change in torque.

**Key words:** kinetic energy, reduced mass, reduced moment of inertia, crank, connecting rod, piston, instantaneous centre of velocity (ICV), crank rotation angle, computer modelling.

### References

1. Artobolevskiy, I.I. (1968) Theory of mechanisms and machines Ed. 3rd Education manual for universities and technical schools, 368.
2. Skrebtsov, A.A., Omelchenko, O.S., Kruzhnova, S.Yu., Shaleva, N.V. (2023) Synopsis of lectures on the theory of mechanisms and machines for students of engineering specialties of all forms of education Incl. Zaporizhzhia : NU "Zaporizka Polytechnic", 265.
3. Grabar, I.H., Ilchenko, A.V., Lomakin, V.O. (2001) Mathematical modeling of the process of changing the moment of inertia of the crank-rod mechanism of the internal combustion engine. Bulletin of ZHTU, 15-24.
4. Ilchenko, A.V. Kubrak, Yu.O. Lomakin, V.O. (2007) The reduced moment of inertia of the crank and connecting rod mechanism of a single-cylinder piston internal combustion engine. NTU "KhPI", 23-32.

5. Kinytskyi, Y.T. (2004) A short course in the theory of mechanisms and machines: Textbook for technical engineers. special, higher education institutions of Ukraine. 2nd ed., revised. and speed - Lviv: Poster, 272.
6. Grabar, I.H. (2007) Modeling of the process of changing the position of the center of mass of the crank-connecting mechanism of the internal combustion engine. Herald of ZHTU. Series "Technical Sciences", 17-24.
7. Grabar, I.H. (2008) Influence of the mass-geometric parameters of the crank-connecting mechanism on the torque of the internal combustion engine. Visnyk skhidnoukr. state university, 112.
8. Zakharchuk, V.I. (2022) Fundamentals of the theory and construction of automobile engines: Study. manual for students of secondary schools. Karavela Publishing House, 232.
9. Arendarenko, V.M. (2022) Theory of mechanisms and machines in examples and problems. Tutorial. Poltava, 176.
10. Moroz, V.I. (2014) Fundamentals of design and CAD: mathematical modeling in the design and construction of technical means: Lecture notes. Kharkiv: UkrDAZT, 49.
11. Alekseev, A.N. (2002) Computer in the educational process of the higher school. Sumy: Environment, 380.
12. Basiluk, K.F. (2006) Work technology and practice of solving problems of applied mathematics in the Mathcad 2000 system: Training. Manual. Lviv: Ukrainian Academy of Printing, 120.
13. Fridlund, A. (1992) Numerical prowess gives SigmaPlot an edge in graphics. InfoWorld, 104.
14. Hilbe, J. (2005) Review of SigmaPlot 9.0. The American Statistician, 111-112.
15. Kardia, S. (1998) The Graphical Interface. SigmaPlot. Nature, 240.
16. Oehmke, R. (1991) Picturing Your Numbers: 12 Technical Graphics Packages. SigmaPlot. PC Magazine, 189-192.