

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Національний університет "Запорізька політехніка"**

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

з дисциплін:

**"Комп'ютерна графіка"**

для студентів спеціальностей

151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»,

172 «Телекомунікації та радіотехніка»;

**"Комплексно-графічні системи конструкторської підготовки  
виробництва"**

для студентів спеціальності

134 «Авіаційна та ракетно-космічна техніка»

для усіх форм навчання

Конспект лекцій з дисциплін: "Комп'ютерна графіка" для студентів спеціальностей 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології», 172 «Телекомунікації та радіотехніка»; "Комплексно-графічні системи конструкторської підготовки виробництва" для студентів спеціальності 134 «Авіаційна та ракетно-космічна техніка» для усіх форм навчання / Уклад.: Поспеева І.Є. – Запоріжжя: НУЗП, 2021. – 98 с.

Укладач: Поспеева Ірина Євгенівна, ст. викладач

Рецензент: Бугрова Тетяна Іванівна, канд. техн. наук, доцент каф. РТТ

Відповідальний за випуск: Шилю Галина Миколаївна, д.т.н, доцент, зав. каф. ІТЕЗ

Затверджено  
на засіданні кафедри ІТЕЗ  
протокол № 1 від 31.08.20 р.

Рекомендовано до видання  
НМК ФРЕТ  
протокол № 2 від 24.09.20 р.

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
1 ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ.....	7
1.1 Суть комп'ютерного геометричного моделювання у САПР.....	7
1.2 Поняття моделі. Геометричні об'єкти та моделі.....	9
1.3 Історія розвитку систем геометричного моделювання.....	10
1.4 Види комп'ютерного моделювання.....	11
1.4.1 2D комп'ютерне моделювання.....	11
1.4.2 3D комп'ютерне моделювання.....	12
1.5 Можливості сучасних САПР та їх класифікація.....	15
1.6 Переваги 3D моделювання.....	17
1.7 Проблеми, пов'язані з використанням САПР.....	19
1.8 Інтегровані CAD/CAM/CAE системи.....	21
1.9 Вимоги до процесу геометричного моделювання в САПР.....	22
2 ВИДИ КОМП'ЮТЕРНОЇ ГРАФІКИ.....	23
2.1 Інтерактивна графіка.....	23
2.2 Формати графічних файлів.....	24
2.2.1 Растрова графіка.....	24
2.2.2 Векторна графіка.....	30
3 СТАНДАРТИ КОМП'ЮТЕРНОЇ ГРАФІКИ.....	36
3.1 Обмін графічною інформацією.....	36
3.2 Стандартні графічні примітиви.....	38
4 ГРАФІЧНІ ЕЛЕМЕНТИ САПР ТА СПОСОБИ ЇХ СТВОРЕННЯ.....	41
4.1 Створення графічних елементів САПР за допомогою координат. Системи координат.....	42
4.1.1 Декартова система координат.....	42
4.1.2 Полярна система координат.....	44
4.1.3 Абсолютні та відносні координати.....	45
4.2 Побудова графічних елементів за заданими відносинами.....	45
4.2.1 Побудова точки. Поняття прив'язок.....	48
4.2.2 Побудова прямої та відрізка.....	49
4.2.3 Побудова кола.....	49
4.3 Побудова геометричних елементів з використанням перетворень.....	49
4.3.1 Лінійні перетворення.....	50
4.3.2 Афінні перетворення.....	51
4.3.3 Перетворення паралельного перенесення (зсуву).....	52
4.3.4 Перетворення площин.....	54
4.3.5 Однорідні координати.....	57
4.3.6 Композиції двовимірних перетворень.....	57
4.3.7 Тривимірні геометричні перетворення.....	58
4.4 Група проєктивних (перспективних) перетворень.....	59

4.5	Автоматизація побудови та редагування графічних елементів.....	61
4.5.1	Автоматична побудова скругління та фаски.....	61
4.5.2	Автоматичне штрихування та забарвлення.....	61
4.5.3	Автоматичне проставлення розмірів .....	62
4.5.4	Відсікання.....	62
4.5.5	"Гумове" розтягування.....	63
4.5.6	Використання допоміжної сітки .....	63
4.5.7	Створення сплайнів.....	64
4.5.8	Копіювання, поворот та перенесення .....	64
4.5.9	Складні перетворення.....	65
4.5.10	Об'єднання елементів зображення у групи .....	66
4.5.11	Розшарування зображення.....	66
5	ВИДИ КРИВИХ ТА СПОСОБИ ЇХ СТВОРЕННЯ .....	67
5.1	Поняття сплайну. Класифікація сплайнів.....	67
5.1.1	Класифікація сплайнів за призначням.....	67
5.1.2	Класифікація сплайнів за видом фрагментів.....	68
5.1.3	Класифікація сплайнів за кількістю, шириною та умовами стиківки фрагментів.....	69
5.2	В-сплайн. NURBS .....	70
5.3	Криві Без'є .....	71
5.3.1	Визначення кривої Без'є.....	71
5.3.2	Види кривих Без'є.....	72
5.3.3	Властивості кривих Без'є .....	75
5.3.4	Застосування кривих Без'є у комп'ютерній графіці .....	76
6	ОСНОВИ 3D МОДЕЛЮВАННЯ .....	79
6.1	Типи геометричних моделей .....	79
6.1.1	Каркасна модель .....	79
6.1.2	Поверхнева модель .....	80
6.1.3	Твердотільна модель.....	85
6.2	Типи представлення геометричних моделей .....	87
7	ФРАКТАЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ.....	89
7.1	Поняття фрактальної геометрії .....	89
7.2	Класифікація фракталів .....	90
8	МЕТОДИ КОНСТРУЮВАННЯ ВИРОБІВ ЗА ДОПОМОГОЮ САПР .....	94
	ЛІТЕРАТУРА.....	98

## ВСТУП

Сучасні підприємства не спроможні існувати в умовах ринкової економіки, якщо їх продукція не буде мати кращу якість, нижчу вартість та вироблятиметься за менший час, ніж у конкурентів. Для цього слід використовувати сучасні комп'ютерні технології. Їх висока швидкодія і можливості зручного графічного інтерфейсу дозволяють автоматизувати і пов'язати один з одним завдання проектування і виробництва, скорочуючи таким чином час і вартість розробки та випуску продукції. Для цієї мети використовуються технології автоматизованого проектування.

У відповідності до ДСТУ 2226-93 «Автоматизовані системи. Терміни та визначення» [1] автоматизована система проектування – це система, яка призначена для автоматизації технологічного процесу проектування виробу, кінцевим результатом якого є комплект проектно-конструкторської документації, достатньої для виготовлення та подальшої експлуатації об'єкта проектування. Стадія технічного проектування в цій системі передбачає синтез технічної документації і полягає в автоматизованому перетворенні даних, які виражені на внутрішній мові системи, у текстову та графічну документацію, оформлену за правилами Єдиної системи конструкторської документації (ЕСКД).

Автоматизація проектування займає особливе місце серед інформаційних технологій.

По-перше, автоматизація проектування – синтетична дисципліна, її складовими є багато інших сучасних інформаційних технологій.

Так, технічне забезпечення систем автоматизованого проектування (САПР) базується на використанні обчислювальних мереж і телекомунікаційних технологій, в САПР використовуються персональні комп'ютери та робочі станції, є приклади застосування мейнфреймів.

Математичне забезпечення САПР відрізняється багатством і різноманіттям використовуваних методів обчислювальної математики, статистики, математичного програмування, дискретної математики, штучного інтелекту.

Програмні комплекси САПР відносяться до найбільш складних програмних систем, що базуються на операційних системах

Unix, Windows, мовах програмування C, C++, Java та інших, сучасних CASE-технологіях, стандартах відкритих систем і обміну даними в комп'ютерних середовищах.

По-друге, знання основ автоматизації проектування та вміння працювати із засобами САПР необхідне практично будь-якому інженеру-розробнику. Комп'ютерами насичені проектні підрозділи, конструкторські бюро та офіси. Робота конструктора за звичайним кульманом, розрахунки за допомогою калькулятора стали анахронізмом. Установи, що ведуть розробки без САПР чи лише з малим відсотком їх використання, виявляються не конкурентно спроможними як через великі матеріальні та часові витрати, так і через невисоку якість проектів.

## 1 ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

### 1.1 Суть комп'ютерного геометричного моделювання у САПР

На сьогодні існує велика кількість різних модифікацій методів комп'ютерного моделювання в залежності від сфери застосування, цілі дослідження та складу моделей, що використовуються. Усі вони є потужними аналітичними засобами, що увібрали у себе весь арсенал новітніх інформаційних технологій, включаючи розвинені графічні оболонки для конструювання моделей та інтерпретації вихідних результатів моделювання, мультимедійні засоби, що підтримують анімацію у реальному масштабі часу, об'єктно-орієнтоване програмування, інтернет-рішення та інше.

У процесі проектування та виробництва найбільш розповсюдженим є *комп'ютерне геометричне моделювання*, яке дозволяє інженеру ефективно виконувати його основну функцію – розробляти та досліджувати геометричні моделі конструкцій виробів. Саме тому інженер-конструктор повинен знати сучасні методи комп'ютерного геометричного моделювання та розвивати на цій основі просторове та технічне мислення.

*Геометричне моделювання (ГМ)* є базовою функцією інженерно-конструкторської діяльності, що широко використовується у професійній проектно-конструкторській діяльності й у системі професійної підготовки фахівців інженерно-технічного спрямування. Даний вид моделювання на сучасному етапі розвитку передбачає обов'язкове використання комп'ютерного моделювання.

*Метою ГМ* є опис елементів і явищ, що мають геометричні властивості.

Геометричні моделі застосовуються в САПР для вирішення багатьох завдань: візуалізації, побудови розрахункових сіток, генерації керуючих програм ЧПК і т.ін. В першу чергу, вони призначені для зберігання інформації про форму об'єктів і їх взаємне розташування та надання її для обробки в зручному для комп'ютерної програми вигляді. У цьому - ключова відмінність електронної геометричній моделі від креслення, яке являє собою умовне символно-графічне зображення, призначене для читання людиною.

ГМ вивчає методи побудови кривих ліній, поверхонь і твердих тіл та виконання над ними різних операцій, а також методи керування чисельними моделями. Теоретичною основою ГМ є диференціальна і аналітична геометрія, топологія і розділи обчислювальної математики.

Виділяють чотири основні етапи ГМ:

- постановка деякої геометричної задачі;
- розробка геометричного алгоритму її вирішення;
- реалізація алгоритму за допомогою деяких інструментальних засобів;

- аналіз та інтерпретація отриманих результатів.

Для реалізації даного алгоритму існує декілька методів:

- аналітичний (виконання людиною геометричної алгоритмізації процесу вирішення завдання, розрахунків та числової інтерпретації геометричного алгоритму);

- графічний (графічна інтерпретація геометричних об'єктів та операцій над ними за допомогою виконання графічних побудов на площині креслярськими інструментами);

- аналітичний з використанням комп'ютера (людина виконує геометричну алгоритмізацію та числову інтерпретацію геометричного алгоритму, а розрахунки та представлення результатів у символічній формі виконуються комп'ютером);

- графічний з використанням засобів комп'ютерної графіки (людина виконує геометричну алгоритмізацію та графічну інтерпретацію геометричного алгоритму, а необхідні графічні побудови виконуються за допомогою комп'ютера);

- метод прямого геометричного моделювання, заснований на використанні інтегрованих систем комп'ютерної геометрії та графіки (людина виконує геометричну алгоритмізацію та зручну для неї символічну інтерпретацію геометричного алгоритму на відповідній геометричній мові, а комп'ютер обробляє обумовлені конструкції та видає результат у відповідній формі, у тому числі і у графічній).

Кожна принципова зміна методів ГМ відображає етапи розвитку геометричної науки:

- візуально-образне моделювання у формі рисунків;
- 2D моделювання двовимірних об'єктів (геометрія);
- 2D моделювання тривимірних об'єктів (нарисна геометрія);

- 3D комп'ютерне моделювання тривимірних об'єктів (комп'ютерна графіка);
- 4D моделювання чотиривимірних об'єктів (комп'ютерна анімація).

Таким чином, можна прийти до висновку, що сьогодні ГМ нерозривно пов'язане з комп'ютерними системами, орієнтованими на розробку трьох-і чотиривимірних геометричних моделей об'єктів навколишнього середовища.

## 1.2 Поняття моделі. Геометричні об'єкти та моделі

У процесі створення техніки інженери у переважній більшості мають справу не з реальними технічними об'єктами (ТО), а з їх гіпотетичними моделями, у яких вони силою своєї уяви, спираючись на знання та досвід, відбивають інформацію, необхідну для виготовлення майбутнього виробу в умовах виробництва, а також інформацію з його обслуговування та експлуатації.

Комплекст конструкторської документації, за яким створюється реальний ТО, є повною моделлю цього об'єкта та знаходиться з ним у ізоморфному відношенні.

**Модель** - це спрощене уявлення реального пристрою, а також явищ і процесів, що протікають в ньому.

В силу багатозначності поняття «моделі» в науці і техніці не існує єдиної класифікації видів моделювання: класифікацію можна проводити за характером моделей, за характером модельованих об'єктів, за сферами застосування моделювання (в техніці, фізичних науках, кібернетиці і т.д) та інше.

ГМ являє собою сукупність операцій і процедур, що включають формування **геометричної моделі об'єкта** та її перетворення з метою отримання бажаного зображення об'єкта і визначення його геометричних властивостей.

Під сукупністю **геометричних об'єктів**, що становлять геометричну модель і використовуються для її візуалізації розуміють ідеалізовані геометричні об'єкти (точка, лінія, площина і т.ін.), які мають набір тільки найбільш істотних властивостей (наприклад, геометрична точка має лише координати, але не має розмірів).

За допомогою геометричних перетворень моделі можна дослідити просторові (просторово-подібні) форми, відносини

(кількісні і якісні), закономірності, властивості, притаманні об'єктам реального світу.

Геометричні моделі нерідко мають *ієрархічну структуру*, що виникає в процесі побудови за принципом "знизу - вгору". Окремі компоненти використовуються як будівельні блоки для формування об'єктів більш високого рівня, які, в свою чергу, можуть використовуватися для об'єктів ще більш високого рівня.

### **1.3 Історія розвитку систем геометричного моделювання**

Як самостійний напрямок у інженерно-технічній проектній діяльності комп'ютерна графіка (КГ) починає формуватися у 60-х роках минулого століття завдяки досягненням А. Сазерленда, Т. Моффетта, Н. Тейлора, Р. Кортні та інших науковців.

У 1961 році А. Сазерленд створив перший інтерактивний графічний пакет "Sketchpad", що став прообразом майбутніх систем автоматизованого проектування. Ця комп'ютерна програма дозволяла викреслювати контури плоских фігур на дисплеї монітору за допомогою спеціального пристрою вводу та зберігати їх.

Перша графічна модель, для синтезу якої використовувався комп'ютер, була створена у 1964 році співробітником корпорації "Боїнг" В. Феттером. Це була модель людського тіла, призначена для ергономічних досліджень. Свою роботу В. Феттер визначив терміном "комп'ютерна графіка".

У 60-ті роки ХХ століття з'явилися перші комп'ютерні дизайнерські середовища – робочі станції автоматизованого проектування, які були оснащені комп'ютером з програмним забезпеченням для проектування та створення креслень, до якого під'єднувалися спеціальні пристрої введення (алфавітно-цифрова клавіатура, сканер, світлове перо) та виведення графічної інформації (дисплеї, принтери). Першими такими комплексами технічних засобів автоматизованого проектування були The Electronic Drafting Machine корпорації ІТЕК (1961 р.) та DAC-1, розроблений General Motors спільно з ІВМ в 1964 році.

Починаючи з 70-х років минулого століття починається бурхливий розвиток методів створення та відображення на екрані монітору комп'ютера просторових віртуальних моделей. Цей

напрямок отримав назву тривимірної КГ, головними задачами якої стали вирішення завдань з математичного моделювання складних 3D поверхонь, сцен та умов освітлення, а також поліпшення якості синтезованих тривимірних зображень, текстур та рельєфу.

І все ж таки на початку 80-х років минулого століття найбільш розповсюдженими були 2D САПР. Завдяки персональним комп'ютерам впровадження «електронних кульманів» стало носити масовий характер.

Плоскі САПР мали значні переваги перед ручним кресленням: автоматизація побудови геометричних елементів, копіювання фрагментів, простота редагування геометричної і текстової інформації, автоматичне штрихування і нанесення розмірів, точність і якість документації, компактність зберігання та ін. Крім того, впровадження комп'ютерного креслення на відміну від 3D моделювання практично не вимагало зміни традиційного підходу до проектування, що спочатку було сприйнято як найважливіша перевага плоских систем.

Але, при всіх своїх перевагах, плоске уявлення та система креслярських розмірів однозначні лише до певного рівня складності конфігурації виробу.

Тому саме у 80-ті роки почали бурхливо розвиватися методи тривимірного моделювання, що привело до принципово нової ідеології геометричного моделювання.

## **1.4 Види комп'ютерного моделювання**

На сьогодні існують два варіанти комп'ютерного геометричного моделювання: **2D - двовимірне (плоске)** та **3D - тривимірне (просторове)**.

При цьому слід зауважити, що процес 2D моделювання відбувається одночасно з розробленням конструкторської документації, тоді як 3D моделювання передуює цьому процесу.

### **1.4.1 2D комп'ютерне моделювання**

**2D геометричне моделювання** передбачає автоматизовану побудову та оперування плоскими геометричними моделями і використовується передусім для створення графічних конструкторських документів.

Основними методами побудови 2D моделі є методи нарисної геометрії та методи викреслювання графічних примітивів (відрізків, прямих, дуг, кіл та ін.).

Базові операції моделювання на їх основі - це продовження, обрізка і з'єднання.

При проектуванні зображень реальних об'єктів, представлених у вигляді сукупності кривих ліній і поверхонь, конструктор часто використовує різні геометричні умови, наприклад, проходження через точки, дотик до прямих або кривих ліній і т. ін.

Типовим прикладом двовимірної геометричної моделі є складна крива (обвід), яка являє собою криву, складену з декількох кривих.

Для значної кількості побудов у двовимірному геометричному моделюванні часто використовуються такі процеси, як *інтерполяція, апроксимація і згладжування*. Потреба у них виникає тоді, коли задана послідовність точок, які необхідно з'єднати плавною кривою.

Геометричний образ моделі, який замінює з певним ступенем точності вихідний геометричний образ, називається апроксимуючим, а процес його знаходження - апроксимацією.

Якщо обвід, що апроксимує, проходить через вузлові (задані) точки дискретного обводу, він називається інтерполюючим.

#### 1.4.2 3D комп'ютерне моделювання

Заміна об'ємної задачі сімейством плоских довгий час залишалася єдиним способом вирішення задачі тривимірного моделювання, вона в багатьох випадках призводить до прийнятних результатами сьогодні. І все ж таки вона не може замінити 3D моделювання, особливо при проектуванні досить складних об'єктів.

*3D геометричне моделювання* вивчає прийоми і методи побудови об'ємних моделей об'єктів у віртуальному тривимірному просторі.

У 3D системах використовуються точки з трьома координатами, що дозволяє автоматично встановлювати проекційні зв'язки. Так, в цьому випадку куб описується вісьмома тривимірними точками XYZ, за якими можна визначити проекції XY, YZ і XZ.

При використанні таких систем зазвичай починають з побудови тривимірного зображення, а двовимірні види формуються

на останньому етапі, при виведенні креслень. А в деяких випадках двовимірні креслення повністю замінюються тривимірної комп'ютерної моделлю, за якою генеруються програми для верстатів з ЧПК.

Ідеологія систем об'ємного моделювання базується на **об'ємній майстер-моделі**.

В основі систем об'ємного моделювання лежать методи побудови поверхонь на основі плоских і неплоских профілів. У загальному випадку профіль - це об'єкт, описуваний відрізками, дугами і кривими. Для конструктора профілі - це перетини, види, осьові лінії.

Сучасні методи проектування поверхонь дозволяють будувати об'єкти, ґрунтуючись на мінімумі вихідних даних, завдяки тому, що потужності обчислювальної техніки вже достатні для швидкого прорахунку тривимірних рівнянь аналітичної геометрії. Наприклад, один з найбільш поширених методів, яким можна описати широкий клас об'єктів, це рух профілю уздовж направляючої.

Розрізняють три напрямки 3D геометричного моделювання: **каркасне (дротяне), поверхневе та твердотільне**.

При **каркасному моделюванні** геометрія моделі задається контурами та ребрами, що лежать на поверхнях деталі.

У **поверхневому моделюванні** (представник - Cimatron) основними інструментами є поверхні, а базовими операціями - продовження, обрізка і з'єднання.

Поверхнева модель відображає форму деталі за допомогою завдання поверхонь, що її обмежують.

У **твердотільному моделюванні** (наприклад, SolidWorks) основними інструментами є тіла, обмежені поверхнями, а головними операціями - булеві: об'єднання, доповнення, перетин.

Твердотільна модель, на відміну від поверхневої, в явній формі містить дані щодо приналежності елементів внутрішньому або зовнішньому по відношенню до деталі простору, тобто, вона не є пустою всередині. Саме завдяки цій технології тривимірні комп'ютерна візуально-образна модель може мати деякі властивості фізичних моделей і може використовуватися не тільки для отримання геометричних параметрів, але й для безпосереднього здійснення різних механічних та технологічних розрахунків.

Кожен з цих методів має свої переваги і недоліки. Поверхнєве моделювання популярне, в першу чергу, в інструментальному виробництві, твердотільне, в основному, в машинобудуванні.

Детальніше методи 3D моделювання будуть розглянуті у розділі 6.

Сучасні системи, як правило, містять і той, і інший інструментарій. Наприклад, на сьогоднішній момент CAD/CAM ADEM, SolidWorks, SolidEdge дозволяє працювати як з тілами, так і з окремими поверхнями, використовуючи булеві і поверхнєві процедури.

У 3D ГМ здійснюються деякі операції, аналогічні 2D. Так, тут також відбувається інтерполяція і апроксимація поверхонь, заданих дискретно у вигляді регулярного або нерегулярного набору точок або ліній. При цьому застосовується *каркасно-параметричний метод* представлення поверхні, що дозволяє при необхідності перезадавати каркас ліній на поверхні, згущувати його та інше.

На практиці часто виникає потреба *дискретизації поверхні*, тобто розбивка її на відсіки однакового або різного виду. Це необхідно, наприклад, при розрахунку поверхні оболонки.

До задач 3D ГМ відносяться також перетворення об'єктів, аналіз їх видимості на екрані дисплея, а також рішення позиційних і метричних задач на зображуваних об'єктах.

Для ефективного досягнення поставлених цілей в комп'ютерній графіці широко використовується математичний апарат матриць.

Сучасну геометричну модель можна ототожнити з комп'ютерною візуально-образною моделлю, яка є результатом інтеграції математичної й візуально-образної моделей за допомогою технологій тривимірної комп'ютерної графіки. Така модель має програмно-математичну внутрішню складову й візуально-образну зовнішню, яка забезпечує діалог людини з цією моделлю.

На сьогодні існує велика кількість різних модифікацій методів комп'ютерного моделювання в залежності від сфери застосування, цілі дослідження та складу моделей, що використовуються. Усі вони є потужними аналітичними засобами, що увібрали у себе весь арсенал новітніх інформаційних технологій, включаючи розвинені графічні оболонки для конструювання моделей та інтерпретації вихідних результатів моделювання, мультимедійні засоби, що підтримують

анімацію у реальному масштабі часу, об'єктно-орієнтоване програмування, інтернет-рішення та інше.

## 1.5 Можливості сучасних САПР та їх класифікація

Застосування САПР дає можливість автоматизації більшості конструкторських робіт, серед яких:

- створення - можливість виконувати проєкційні креслення нових виробів;
- редагування - можливість вносити зміни в креслення;
- розрахунки - можливість моделювання майбутнього виробу, а також проведення різних розрахунків;
- пошук - робота з архівами в конкретній галузі;
- вибір - прийняття рішень на шляху розробки проєкту.

Використання сучасних САПР при створенні електронних креслень призводить до:

- зменшення витраченого часу на виконання креслень;
- підвищення їх точності і якості;
- можливості багаторазового використання креслень;
- прискорення розрахунків і аналізу при проєктуванні;
- високого рівня проєктування;
- скорочення витрат на удосконалення;
- інтеграції проєктування з іншими видами діяльності.

За можливостями, які надаються користувачеві, САПР поділяють на інженерні, спеціалізовані, універсальні, унікальні та комплексні.

*Інженерні САПР* являють собою комплекс апаратних і програмних засобів для вирішення однієї вузької проєктної задачі, яку можна розглядати окремо.

*Спеціалізовані САПР* створюються для конкретних виробів і окремих видів робіт, використовуються у масовому виробництві, базуються на різноманітних засобах обчислювальної техніки, пристосовуються до технологічного устаткування для контролю і виготовлення.

**Універсальні САПР** створюються для проектування широкого класу об'єктів.

**Унікальні САПР** створюються для проектування об'єктів найвищої складності, виконують задачі забезпечення встановлених термінів створення і якості проекту.

**Комплексні САПР** - системи для проектування виробів високої функціональності і технологічної складності, в яких значна увага приділяється моделям фізичних процесів, які відбуваються у виробі.

Перед тим як приступити до автоматизованого проектування, слід дуже уважно проаналізувати спектр завдань, які дозволяє вирішувати та чи інша САПР, її складність, системні вимоги, доступність, вартість. Помилковий вибір САПР може привести до непередбачуваних наслідків.

Класифікація сучасних САПР наведена у табл. 1.1.

При виборі відповідної САПР слід входити з наступних критеріїв:

- функціональні можливості САПР;
- вимоги до апаратного та програмного забезпечення;
- відповідність САПР класу вирішуваних завдань, широта охоплення задач проектування;
- зручність роботи САПР і її сумісність з іншими САПР;
- наявність широкої бібліотечної підтримки стандартних рішень;
- застосування в регіоні;
- ціна САПР, її супроводу і модифікації.

Таблиця 1.1 - Класифікація сучасних САПР

<b>Клас САПР</b>	<b>Можливості</b>	<b>Призначення</b>	<b>Системи</b>
Найлегшої ваги	Виконує прості двовимірні зображення без складного геометричного моделювання	Створення начерків, ескізів, презентаційної графіки, деталіровки	IsiCAD, CADKey, Visual CADD, PCAD
Легкої ваги	Виконує практично всі роботи з 2D кресленнями, має обмежені можливості 3D моделювання	Створення креслень окремих деталей	AutoCad LT, Imagineer Technical, КОМПАС–ГРАФІК, Data CAD, IntelliCAD
Середньої ваги	Має усі можливості САПР легкої ваги, працює зі складальними кресленнями, має широкий набір функцій 3D моделювання	3D моделювання та створення усіх видів креслень	Autodesk Mechanical Desktop, Solid Edge, T-Flex CAD, Solid Work, КОМПАС-3D, Cad Key, ZWCAD, CAD
Важкої ваги	Вирішує найбільш трудомісткі задачі 3D моделювання, моделювання поведінки складних систем в масштабі реального часу, оптимізує розрахунки з візуалізацією результатів	Побудова великих збірок, розрахунки механічних, електромагнітних, температурних полів, підготовка керуючої інформації для верстатів з ЧПК	CATIA, Pro/Ingeneer, Unigraphics, Euclid, Inventor

## 1.6 Переваги 3D моделювання

Основний недолік 2D проектування полягає в тому, що за кресленнями важко уявити, як виріб виглядає в просторі. Тому підприємствам часто доводиться супроводжувати креслення реальними прототипами, у якості яких виступає перший випущений

виріб або перша партія. Помилки в кресленнях доводиться виправляти на вже створеному виробі, що уповільнює випуск продукції і призводить до додаткових витрат.

3D системи, навпаки, дозволяють змоделювати виріб до створення креслень або дослідних зразків.

Основним документом в цьому випадку є об'ємна комп'ютерна модель, з якої може бути отримана не тільки інформація про координати будь-якої точки на поверхні, але і інші характеристики: диференціальні (нормалі, кривизни і т.д.) або інтегральні (обсяг, площа поверхні, моменти інерції і т.д.). На її основі завжди можна отримати плоскі моделі: види, перетини і розрізи. На відміну від двовимірного креслення, тривимірною моделлю є однозначним поданням геометрії і кількісного складу об'єкта.

Одна з головних переваг 3D моделі полягає у її об'ємності. Плоске креслення є статичним, в той час як сучасні технології комп'ютерного геометричного моделювання дозволяють оглянути створену 3D геометричну модель окремого виробу чи складальної одиниці з усіх боків, зробити довільний розріз чи переріз, відредагувати, отримати якісне реалістичне текстуроване зображення з урахуванням освітлення, використати для підготовки програми керування системою управління приводами технологічного обладнання або провести деякі дослідження просторових та фізичних властивостей. При цьому легко помітити помилки і нестиковки в проєкті і оцінити ступінь його відповідності задуму, а також виконати перевірку майбутнього виробу на можливість складання, що вкрай важливо для подальшого виготовлення.

Але для перевірки моделей недостатньо одного лише візуального огляду, потрібно більш серйозне тестування. 3D-технологія допомагає вирішити цю задачу віртуальними методами.

Крім відображення геометрії і форми, комп'ютерні 3D геометричні моделі містять візуальну і визначальну інформацію, яка дозволяє здійснювати дослідження та виготовлення об'єкта моделювання. Їх можна передавати в системи інженерних розрахунків, призначені для всебічного аналізу виробів: на функціональність, міцність, довговічність, стійкість до вібрації, керованість, безпеку, ремонтпридатність, технологічність і т. ін.

За 3D-моделями автоматично обчислюються масо-інерційні характеристики, об'єм і інші важливі фізичні параметри проєктованих

деталей і складальних одиниць. Це дозволяє оптимізувати конструкцію з урахуванням різних фізичних властивостей.

Аналіз таких віртуальних макетів обходиться набагато дешевше і до того ж дозволяє опрацювати безліч варіантів виконання конструкцій і вибрати найбільш оптимальне рішення.

Технології тривимірного ГМ значно розширюють сферу застосування геометричних моделей у проектно-конструкторській діяльності і дозволяють ефективно використовувати їх не тільки у конструкторському проектуванні, але й функціональному та технологічному. 3D-моделі можна передавати в системи підготовки виробництва, які автоматично створюють програми для верстатів з ЧПК, що значно прискорює виробничий цикл.

Об'ємні моделі знаходять застосування і на етапах, що настають за виробництвом. З їх допомогою зручно розробляти інтерактивну технічну та експлуатаційну документацію, маркетингові матеріали та презентації.

Серйозна перевага 3D-моделювання полягає у властивій цієї технології асоціативності. Варто змінити розмір однієї деталі у складі складальної одиниці, як відповідним чином зміняться розміри пов'язаних з нею елементів, причому ці зміни будуть відображені на кресленнях і в специфікаціях. В результаті значно скорочуються обсяг ручної роботи і кількість помилок, в той час як використання 2D-інструментів потребує ручного внесення змін до проекту а це неминуче переростає в дуже трудомісткий процес.

І нарешті, дуже важлива перевага 3D складається в можливості багаторазового використання спроектованої деталі або вузла для створення цілого сімейства аналогічних об'єктів. Адже набагато простіше внести зміни в існуючий проект, ніж створювати його з нуля. Правда, для цього модель потрібно добре відпрацювати і зробити її придатною для подальшої модифікації, а управління даними слід організувати так, щоб потрібні деталі можна було швидко знайти.

## **1.7 Проблеми, пов'язані з використанням САПР**

З появою методів математичного моделювання з'явилося бажання мати якомога більш загальні базові моделі, які можна було б поширювати на весь ряд можливих об'єктів даного класу.

Але ця задача може бути вирішена тільки частково, зокрема, для тих галузей, де є відпрацьовані методики чисельного розрахунку всіх геометричних параметрів виробів. Однак, не все можна розрахувати, і частина параметрів зазвичай виходить в результаті геометричних побудов. Цю задачу можна вирішити введенням асоціативних геометричних зв'язків, але в цьому випадку зі статичної конструкції користувач отримує багатоланковий механізм з безліччю ступенів свободи. А чим складніше механізм, тим більша ймовірність його відмови і більше часу йде на його налагодження.

Це свідчить про те, що повністю замінити роботу конструктора на роботу узагальненої моделі неможливо. Конструктор, створюючи виріб, враховує безліч критеріїв, які не мають явної лінійної залежності від розмірів: міцність, жорсткість, стійкість, технологічність, ремонтпридатність і т.ін. Складність формалізації подібних зв'язків значно обмежує можливість створення узагальнених моделей.

Ще одна проблема геометричного моделювання пов'язана зі складанням виробів. Об'ємні моделі складальних одиниць прекрасно працюють на макрорівні. Але застосувати об'ємне моделювання до вирішення задач складання виробів з урахуванням допусків майже неможливо. У деяких випадках можна вести моделювання за середніми або граничними значеннями полів допусків, що дозволить вирішити деякі часткові задачі. Але загального способу автоматизації стохастичного об'ємного моделювання поки не існує.

Слід також відмітити, що на перших етапах автоматизації деякі підприємства використовували системи автоматизованого проектування (САПР) тільки як інструмент комп'ютерного креслення, ставлячи метою отримувати більш якісні креслення у скорочені терміни. Але скорочення процесу виконання технічної документації не приносить будь-якого помітного скорочення термінів випуску виробів, а підвищена якість креслень і ефектні картинки об'ємних складальних одиниць мало впливають на якість реальних об'єктів.

Таким чином, комп'ютерне ГМ має цілий ряд як сильних, так і слабких сторін.

Для отримання максимального ефекту від геометричного моделювання слід застосовувати інтегровані CAD/CAM/CAE технології. При цьому витрати на першому етапі автоматизації - ключ

до наступного етапу, коли комп'ютерне ГМ стає економічно дуже вигідним.

## **1.8 Інтегровані CAD/CAM/CAE системи**

Сучасні системи геометричного моделювання спрямовані на створення майстер-моделей, які, будучи стрижнем, пронизують всі етапи технічної підготовки виробництва. При цьому не відбувається втрат даних, а лише їх поповнення і уточнення.

Найвища ефективність від впровадження геометричного моделювання проявляється тоді, коли система включає в себе не тільки конструкторське, а й технологічне моделювання, тобто перехід до інтегрованих CAD/CAM/CAE систем.

Розглянемо кожну із цих складових.

**CAD (Computer-Aided Design)** - загальний термін для позначення всіх аспектів проектування з використанням засобів обчислювальної техніки; зазвичай охоплює створення геометричних моделей виробів (твердотільних, тривимірних, складових), а також генерацію креслень виробів та їх супроводів;

**CAM (Computer-Aided Manufacturing)** - загальний термін для позначення програмних систем підготовки інформації для верстатів з ЧПК; традиційно вихідними даними для таких систем були геометричні моделі деталей, одержувані з систем CAD;

**CAE (Computer-Aided Engineering)** - загальний термін для позначення інформаційного забезпечення автоматизованого аналізу проекту (розрахунки на міцність, кінематичні тощо), або оптимізації виробничих можливостей.

Інтегровані CAD/CAM/CAE системи - це максимально наукомісткі продукти, що постійно розвиваються і включають в себе нові знання в області моделювання і обробки. Придбання подібних систем еквівалентне придбання нової технології. Вони вимагають серйозного підходу при впровадженні і приносять відчутний економічний ефект. При цьому CAD для інтегрованої системи значно відрізняється від чисто конструкторського програмного продукту. Крім конструкторських завдань вони повинні включати в себе специфіку, необхідну для модифікації геометричній моделі з урахуванням технології виготовлення.

Однак слід відмітити, що створення технологічних модулів вимагає в першу чергу великого виробничого досвіду. Помилки

системи при ручному кресленні в найгіршому випадку будуть коштувати рулон паперу і флакон туші для плоттера. Помилки ж CAD/CAM/CAE систем обходяться значно дорожче і приводять до виходу з ладу устаткування та інструменту, випуску бракованих деталей тощо.

## **1.9 Вимоги до процесу геометричного моделювання в САПР**

Основними вимогами при ГМ є:

- будь-яка модель, яку можна сконструювати, не повинна суперечити реальному об'єкту (правильність моделі);
- допустиме конструювання моделі об'єкта цілком (потужність моделі);
- можливе обчислення ряду геометричних величин, наприклад, об'ємів;
- передбачено використання різних функцій (розробка серії виробів, розрахунок конструкцій).

Для задоволення цих вимог необхідно, щоб модель мала певний набір математичних властивостей, основними з яких є:

- однорідність, тобто тіло не може залишатися порожнім всередині;
- кінцівку, тобто тіло повинне займати кінцеву частину простору;
- жорсткість, тобто суцільне тіло повинно зберігати свою форму незалежно від положення і орієнтації.

## 2 ВИДИ КОМП'ЮТЕРНОЇ ГРАФІКИ

### 2.1 Інтерактивна графіка

Залежно від ступеня участі користувача в різних формах взаємодії з комп'ютером при побудові зображення, **комп'ютерна графіка** (КГ) поділяється на два основні класи: "пасивну" або пакетну і "активну" або інтерактивну комп'ютерну графіку.

КГ для пакетної обробки є системою, в якій комп'ютер під керуванням прикладних програмних пакетів (ППП) забезпечує формування та вивід графічного зображення на екран або пристрій, що дозволяє отримувати графічні документи. Редагування цього зображення на вихідному пристрої здійснюється під дією самого пакета прикладних програм в режимі конструювання і його повторного запуску.

Підсистема інтерактивної КГ характеризується сукупністю апаратно-програмних засобів, що забезпечують реалізацію алгоритму рішення проектної задачі при уточненні її формулювання.

При цьому комп'ютер також використовується для підготовки і відтворення зображень, але при цьому користувач оперативно вносить зміни в зображення безпосередньо в процесі його створення, тобто передбачається можливість роботи з графікою в режимі діалогу в реальному масштабі часу.

Інтерактивна графіка являє собою найбільш важливий розділ КГ, коли користувач має можливість динамічно керувати вмістом зображення, його формою, розміром і кольором на поверхні екрану монітора за допомогою інтерактивних пристроїв керування.

В інтерактивній комп'ютерній графіці (ІКГ) як однієї з різновидів систем «людина-машина» враховуються психологічні і фізіологічні можливості людини. У загальному випадку це зводиться до виконання вимог: інженерної психології до графічного дисплею як пристрою відображення інформації, яка сприймається людиною, і смого комп'ютера як робочого місця «людина-оператора»; до програмного забезпечення ІКГ і мов графічного діалогу, які повинні забезпечити подолання ряду психологічних бар'єрів.

Засоби ІГС забезпечують користувачеві певний рівень комфорту в процесі освоєння і експлуатації системи. Однією з різновидів таких засобів є система підказок, яка корисна для

початківців, але може негативно впливати на досвідчених користувачів. Тому ІС мають адаптивні сервісні засоби, які налаштовуються на рівень підготовленості користувача або передбачають можливість обходу (відключення) відповідних блоків сервісних засобів самим користувачем.

## **2.2 Формати графічних файлів**

При автоматизованому проектуванні часто виникає необхідність обмінюватися графічною інформацією між різними підсистемами, які в загальному випадку можуть бути реалізовані не тільки у різному програмному середовищі, а й на різних апаратних засобах. При цьому важливо правильно вибрати формат запису даних, який, з одного боку, повинен забезпечувати мінімальний розмір файлів, а з іншого - збереження точності графічної моделі виробу.

Для запису графічної інформації використовуються два принципово різних формати - растровий і векторний. Перший застосовується при обробці зображень, отриманих з допомогою сканера, а також при редагуванні фотозображень; другий - в системах автоматизованого проектування і графічних пакетах.

Розглянемо кожен з цих форматів детальніше.

### **2.2.1 Растрова графіка**

#### **2.2.1.1 Характеристики растрової графіки**

Важливими характеристиками растрового зображення є:

- розмір зображення в пікселях - він може виражатися у вигляді кількості пікселів за шириною і висотою (наприклад, 800×600рх, 1024×768рх, 1600×1200рх тощо), або у вигляді загальної кількості пікселів (так, наприклад 1600×1200рх складається з 1 920 000 пікселів, тобто приблизно 2 мегапікселів);
- роздільна здатність - величина, що визначає кількість точок (елементів растрового зображення) на одиницю площі (або одиницю довжини);
- кількість використовуваних кольорів N;
- глибина кольору k;
- колірна модель - RGB, CMYK, XYZ, YCbCr та ін.

Між кількістю використовуваних кольорів і глибиною кольору існує залежність:  $N = 2^k$

Колірні моделі являють собою різні способи синтезу будь-якого кольору з декількох базових.

RGB (скорочено від англ. Red, Green, Blue) — адитивна колірна модель, де базовими є червоний, зелений та синій колір.

СМУК (скорочено від англ. Cyan, Magenta, Yellow, Black color) — субтрактивна колірна модель з базовими кольорами блакитним, пурпуровим, жовтим та чорним.

CIE XYZ - стандартна колірна модель на основі червоного, зеленого та синього кольорів.

YCbCr - сімейство колірних просторів, які використовуються для передачі кольорових зображень в компонентному відео і цифровій фотографії. Y - компонента яскравості, Cb і Cr є синьою і червоною коліrorізностними компонентами.

Створюється растрова графіка фотоапаратами, відеокамерами, сканерами, безпосередньо в растровому редакторі, а також шляхом експорту з векторного редактора або у вигляді скріншотів.

Для її редагування використовують різні графічні редактори.

### **2.2.1.2 Формати растрової графіки**

Растрові зображення зазвичай зберігаються в стислому вигляді. Залежно від типу стиснення може бути можливо або неможливо відновити зображення в точності таким, яким воно було до стиснення (стиснення без втрат або стиснення з втратами відповідно). Так само в графічному файлі може зберігатися додаткова інформація: про автора файлу, фотокамери і її налаштування, кількості точок на дюйм при друку та ін.

Основні характеристики, які цікавлять при виборі формату - це якість зображення, вага і кількість кольорів.

В інтернеті важкі зображення непрактичні, оскільки вони довго завантажуються. Щоб зменшити вагу файлу, використовуються алгоритми стиснення. Стиснення може бути з втратами і без втрат.

При виборі відповідного формату зображення потрібно знайти баланс між вагою файлу і якістю картинки, оскільки деякі алгоритми стискають зображення з втратою якості.

Розглянемо деякі формати докладніше.

**BMP** або **Windows Bitmap** - формат файлу зображень растрової графіки, в якому зображення зберігається у вигляді двовимірного масиву пікселів. Запам'ятовує одно і багатокольорові (RGB) ілюстрації у формі Pixel.

BMP-формат використовується в операційних системах Windows та OS/2. Дані цього формату включаються в двійкові файли ресурсів RES і в PE-файли.

Формат файлу BMP здатний зберігати 2D цифрові зображення довільної ширини, висоти та роздільної здатності, як монохромні так і кольорові, різної глибини кольору, і, необов'язково, зі стисненням даних, альфа-каналом та керуванням кольору.

Цей формат зазвичай використовується без стиснення, хоча можливе використання алгоритму RLE.

Формат **GIF (Graphics Interchange Format)** був розроблений компанією CompuServe в 1987 році для передачі растрових зображень по інтернету.

Формат GIF має колірну палітру, що складається з 256 квітів. Алгоритм GIF вибирає 256 найбільш використовуваних в оригінальному документі кольорів, а всі інші відтінки створюються шляхом підмішування - підбору сусідніх пікселів таким чином, щоб людське око сприймало їх як потрібний колір. З цієї причини GIF не підходить для зберігання повнокольорових зображень і фотографій.

Формат підтримує прозорість - кожен піксель зображення може бути в двох станах: прозорий або непрозорий, напівпрозорість не підтримується.

Особливістю GIF є підтримка анімації, тобто цей формат може зберігати кілька кадрів, які змінюють один одного з певною частотою.

Формат GIF підходить якщо:

- зображення не багатокольірне;
- потрібна найпростіша прозорість;
- потрібна анімація.

Формат **JPEG (Joint Photographic Experts Group)** отримав свою назву від об'єднаного комітету експертів по фотографії, який створив цей стандарт в кінці 80-х - початку 90-х років. Він був розроблений для стискання та зберігання повнокольорових фотографій. Підтримує більше 16 мільйонів кольорів.

Формат JPEG стискає зображення з втратою якості. Алгоритм стиснення заснований на розбитті вихідного зображення на квадрати 8×8 пікселів, і подальшого їх групування.

Можна отримувати JPEG зображення дуже маленької ваги, але тільки за рахунок погіршення якості картинки, можна отримати і дуже якісні JPEG, але тоді картинка буде занадто важкою. Тому головне завдання при роботі з JPEG - підібрати такий рівень якості, щоб вага була невеликою і якість картинки було прийнятною (зазвичай, це діапазон від 60 до 70, але потрібно тестувати на кожній картинці).

Формат JPEG краще підходить для:

- повнокольорових зображень, фотографій;
- зображень, з плавним переходом яскравості і контрасту;
- малюнків з великою кількістю різнокольорових деталей.

Формат **PNG (Portable Network Graphics)** був введений як альтернатива для GIF-файлів.

PNG є форматом стиснення без втрат і дозволяє зберігати зображення, в яких потрібна особлива чіткість, наприклад, креслення і друкований текст.

Формат має дві варіації: PNG8 і PNG24.

PNG8 може зберігати лише 256 кольорів, а PNG24 використовує вже понад 16 мільйонів кольорів.

Головна особливість формату PNG - підтримка альфа-прозорості, тобто кожного пікселя окремо можна задати свою ступінь прозорості.

Формат PNG підходить для:

- зображень з прозорістю і напівпрозорістю;
- коли необхідна підвищена точність повнокольорових зображень;
- зображень з різкими переходами кольорів.

Формат **PCX (PC Paintbrush)** - спочатку використовувався в програмі Paintbrush, але поступово набув широкого поширення в інших графічних редакторах.

Його недоліком є залежність від типу використовуваного відеоадаптера.

У PCX-файлах використовується алгоритм стиснення RLE, що дозволяє зменшувати розмір файлу на 40...70%, якщо кількість кольорів не перевищує 16.

Формат РСХ підходить якщо:

- зображення не багатокольірне;
- потрібна найпростіша прозорість.

Формат **WebP** - досить новий формат, який створений і розвивається з 2010 року компанією Google.

Головна мета цього проекту - ще більш зменшити вагу при збереженні такої ж якості.

Формат використовує новий алгоритм стиснення, в якому спотворення відрізняються від спотворень інших форматів. Погіршується деталізація і структура, в той час як краї залишаються чіткими.

Особливості формату WebP:

- стискає зображення без втрат краще, ніж PNG (на 26% за даними Google);
- стискає зображення з втратами краще, ніж JPEG (на 25-34% за даними Google);
- підтримує прозорість (альфа-канал).

Формат **TIFF (Tag Image File Format або Tagged Image File Format)** - графічний формат, розроблений компанією Aldus (сучасна Adobe) у 1987 році, як один з базових універсальних форматів представлення високоякісних зображень, які використовуються у поліграфічній галузі.

Незважаючи на те, що цей формат досить старий, він не втратив своїх позицій і досі широко використовується за призначенням. Він підтримує 7 колірних моделей та велику кількість алгоритмів стиснення, зокрема, стиснення без витрат.

Офіційно TIFF також підтримує JPEG-компресію, але зважаючи на втрати, які при цьому невідворотні, такого роду компресія не використовується для високоякісних зображень.

Формат TIFF накладає обмеження на розмір файлу до 4 GB. Якщо зважити на те, що у цьому об'ємі може міститися стиснене зображення з середнім коефіцієнтом стиснення, то теоретично його розміри можуть наблизитися до розмірів  $2^{32}-1$  пікселів.

Формат **RAW** - формат цифрових файлів зображення, що містить необроблені дані про електричні сигнали з фотоматриці цифрового фотоапарата, цифрової кінокамери, а також сканерів нерухомих зображень або кіноплівки.

Цей формат зберігає інформацію, яка безпосередньо отримується з матриці цифрового фотоапарата або аналогічного пристрою без застосування до неї будь-яких перетворень, а також зберігає настройки фотокамери. Дозволяє уникнути втрати інформації при застосуванні до зображення різних перетворень (втрати інформації відбувається в результаті округлення і виходу кольору пікселя за межі допустимих значень). Використовується при зйомці в складних умовах (недостатня освітленість, неможливість виставити баланс білого і т. ін.) для подальшої обробки на комп'ютері (зазвичай в ручному режимі).

Практично всі напівпрофесійні і професійні цифрові фотоапарати дозволяють зберігати RAW зображення. Формат файлу залежить від моделі фотоапарата, єдиного стандарту не існує.

### **2.2.1.3 Переваги і недоліки растрової графіки**

Растрова графіка має ряд значних переваг.

Вона дозволяє створити практично будь-який рисунок, незалежно від складності, на відміну, наприклад, від векторної, де неможливо точно передати ефект переходу від одного кольору до іншого без втрат в розмірі файлу;

Для растрової графіки характерна висока швидкість обробки складних зображень, якщо не потрібно масштабування;

Растрове представлення зображення природно для більшості пристроїв введення-виведення графічної інформації, таких як монітори, матричні та струменеві принтери, цифрові фотоапарати, сканери, мобільні телефони.

Саме тому растрова графіка дуже поширена і використовується зараз практично скрізь: від маленьких значків до плакатів.

Але для растрової графіки характерні також ряд недоліків:

- великий розмір файлів у простих зображень;
- неможливість ідеального масштабування;
- складність та інколи навіть неможливість редагування готового зображення;
- неможливість виведення на друк на векторний графічний пристрій.

Через ці недоліки для зберігання простих рисунків рекомендується замість навіть стислої растрової графіки використовувати векторну графіку.

## 2.2.2 Векторна графіка

Векторна графіка - спосіб представлення об'єктів і зображень в комп'ютерній графіці, заснований на математичному описі елементарних геометричних об'єктів, таких як точки, лінії, сплайни, криві Безьє і багатокутники.

Для створення зображення векторного формату, відображуваного на растровому пристрої, використовуються перетворювачі математичного опису графічних примітивів в растрове зображення для відображення на матричних моніторах, ці перетворювачі або реалізовані програмно, або є апаратними (цифрова логіка, вбудована в сучасні відеокарти).

### 2.2.2.1 Об'єкти векторної графіки та засоби їх зберігання

Термін «векторна графіка» використовується в основному в контексті двовимірної комп'ютерної графіки.

Базові об'єкти векторної графіки являють собою примітиви, які є графічними зображеннями математичних об'єктів.

Типовими примітивами у 2D комп'ютерній графіці є:

- прями лінії та відрізки;
- ламані лінії;
- багатокутники;
- кола;
- еліпси;
- дуги;
- сплайни;
- криві Безьє.

До примітивів також відноситься текст. У комп'ютерних шрифтах, таких як TrueType, кожна буква створюється з кривих Безьє.

Існує також різні типи кривих (Catmull-Rom сплайни, NURBS і т. ін.), які використовуються в різних додатках.

Складні зображення створюються шляхом перетворення примітивів за допомогою векторних операцій, до яких, зокрема, відносяться:

- обертання;
- переміщення;
- копіювання;
- дзеркальне відображення;
- масштабування (розтягування або стиск);
- скошування.

Векторні редактори та додатки, що використовують векторну графіку, дозволяють виконувати над об'єктами афінні перетворення, змінювати z-order і комбінувати примітиви в складніші об'єкти. Ще складніші перетворення включають булеві операції на замкнених фігурах: об'єднання, доповнення, перетин і т. ін.

Основна інформація про примітиви містить у собі координати базових точок та основні чисельні характеристики, які описують об'єкт математично.

Наприклад, для побудови такого графічного примітиву, як коло, достатньо наступних вихідних даних:

- координати центру кола;
- значення радіуса  $r$ ;
- колір заповнення (якщо коло не прозоре);
- колір і товщина контура (в разі наявності контуру).

Зазначимо, що дві останні характеристики не є обов'язковими, і у загальному вигляді для опису та побудови кола у площині достатньо трьох чисельних даних.

### 2.2.2.2 Формати векторної графіки

На відміну від растрових форматів, які засновані на дискретному (піксельному) представленні зображення, векторні формати засновані на математичних формулах (геометричному описі фігур).

Формат *SVG (Scalable Vector Graphics)* є основним форматом векторної графіки в інтернеті.

Даний формат не є типовим, він являє набір інструкцій, що описують зображення, в форматі XML. По суті, файл із зображенням в

цьому форматі є звичайним текстовим файлом, який можна відкрити у блокноті і відредагувати.

У цьому форматі можна описати не тільки статичну, а й динамічну картинку (анімація), змішати створені вектори з растровою картинкою. Завдяки тому, що кожна фігура є для інтернет-браузера елементом DOM, з допомогою JavaScript можна описувати досить складні сценарії, взаємодіяти з користувачем.

Недоліками цього формату є те, що він не забезпечує високу якість складних рисунків і має обмеження за сферою свого використання.

Розмір об'єктів SVG набагато менший розміру растрових зображень, а самі зображення не втрачають в якості при масштабуванні.

Формат SVG підтримується багатьма веб-браузерами і може бути використаний при оформленні веб-сторінок. Він відмінно підходить для малокольорових схем, логотипів і іконок.

Формат SVG використовується, якщо потрібно:

- анімувати частини зображення;
- змінювати колір елементів зображення;
- масштабувати зображення без втрат.

Формат *Ai* - векторний формат файлів, що створюються програмою Adobe Illustrator.

Недоліком є те, що формат *Ai* кожної нової версії Adobe Illustrator несумісний з попередніми версіями.

Формат забезпечує дуже високу якість рисунків, але за рядом параметрів погано сумісний з іншими програмами.

Формат *Cdr* - векторний формат файлів, що створюються програмою CorelDraw.

Формат *cdr* кожної нової версії CorelDraw несумісний з попередніми версіями.

Формат також забезпечує досить високу якість малюнків.

Формат *Cmx (Corel Presentation Exchange)* - формат графічних програм корпорації Corel, призначений для передачі рисунків між різними програмами. Формат підтримується, починаючи з версії CorelDraw 6.

Формат *Eps (Encapsulated PostScript)* - універсальний векторний формат файлів, який підтримується більшістю векторних

редакторів - CorelDraw, Adobe Illustrator, Macromedia FreeHand і різними вузькоспеціалізованими програмами (для плоттерного різання, гравіювання, випалювання на дереві і т.ін.). Формат має багато версій та забезпечує дуже високу якість рисунків.

Формат **CGM (Computer Graphics Metafile)** - відноситься до класу "метафайлів", тобто забезпечує кодування як векторних, так і растрових зображень.

Його основна перевага - незалежність від апаратних і програмних засобів, що дозволяє ефективно здійснювати обмін даними між різними програмами і платформами.

Але для зберігання креслень і малюнків цей формат практично не застосовується.

Формат **PICT (Picture)** - відноситься до класу "метафайл", тобто дає можливість кодувати як векторні, так і растрові зображення

Він орієнтований на платформи типу Macintosh і підтримується практично будь-яким графічним додатком, що реалізований на таких апаратних засобах.

Враховуючи його складність, цей формат рідко підтримується додатками, що працюють на інших платформах.

Формат **WMF (Windows MetaFile)** - рабезпечує кодування як векторних, так і растрових даних і є аналогом формату PICT для оболонки Windows.

Він використовується при обміні графічними даними між Windows-додатками, а також підтримується графічними програмами, реалізованими на ряді інших платформ.

На жаль, цей формат не забезпечує високу якість для складних рисунків і має дуже обмежену кількість підтримуваних ефектів, тому для професійного використання не підходить і використовується переважно приватними користувачами.

Формат підтримується рядом веб-браузерів і може бути використаний при оформленні веб-сторінок.

Формати **fla, fh** - вихідні flash-файли, що створюються у Adobe Flash.

Формат **Swf** - flash-формат, який можна проглянути за допомогою Flash Player, що встановлюється як plugin у браузер.

Формат **HPGL (Hewlett Packard Graphical Language)** - відноситься до класу векторних і є одним з основних для систем автоматизованого проектування.

Він широко використовується також при виведенні креслень на плоттери і принтери.

Формат *IGES (Int. Graphical Exchange Standard)* - являє собою набір протоколів для передачі графічних даних і виведення їх на екран монітора.

Спочатку він застосовувався для підтримки віддалених терміналів, але в даний час використовується в ряді CAD додатків, що оперують з 3D зображеннями.

У CAD/CAM системах зазвичай використовуються власні формати, деякі з них є сумісними з рядом споріднених систем.

Так, основним файлів AutoCAD є *dwg* - закритий формат розробки Autodesk.

Для обміну даними з користувачами інших САПР використовується відкритий формат *dxf*.

Файли з розширеннями *dwg* і *dxf* може читати більшість сучасних САПР, оскільки дані формати є стандартом де-факто в області двовимірного проектування.

Для публікації креслень і 3D-моделей (без можливості редагування) використовуються формати *dwf* і *dwfxf*, також створені компанією Autodesk.

AutoCAD підтримує запис (за допомогою процедури експорту) файлів формату *dgn*, *sat*, *stl*, *iges*, *fbx* і деяких інших, а також читання (за допомогою процедури імпорту) файлів формату *3ds*, *dgn*, *jt*, *sat*, *pdf*, *step* і деяких інших. Починаючи з версії 2012, AutoCAD дозволяє перетворювати файли, отримані з тривимірних САПР (таких як Inventor, SolidWorks, CATIA, NX і т. П.), в формат *dwg*.

### 2.2.2.3 Переваги векторної графіки

Розмір описової частини не залежить від реальної величини об'єкта, що дозволяє, використовуючи мінімальну кількість інформації, описати як завгодно великий об'єкт файлом мінімального розміру.

Оскільки інформація про об'єкт зберігається в описовій формі, можна нескінченно збільшити графічний примітив, наприклад, дугу кола, і вона залишиться гладкою. З іншого боку, якщо крива

представлена у вигляді ламаної лінії, збільшення покаже, що вона насправді не крива.

Параметри об'єктів зберігаються і можуть бути легко змінені. Також це означає що переміщення, масштабування, обертання, заповнення та т. ін. не погіршують якості рисунка. Більш того, зазвичай вказують розміри в апаратно-незалежних одиницях (англ. Device-independent unit), які ведуть до найкращої можливої растеризації на растрових пристроях.

При збільшенні або зменшенні об'єктів товщина ліній може бути задана постійною величиною, незалежно від реального контуру.

#### **2.2.2.4 Фундаментальні недоліки векторної графіки**

Далеко не кожен об'єкт може бути легко зображений у векторному вигляді - для подібного оригінального зображення може знадобитися дуже велика кількість об'єктів з високою складністю, що негативно впливає на кількість пам'яті, займаної зображенням, і на час для його відображення (відтворення).

Переклад векторної графіки в растр досить простий. Але обратний перехід - трасування растра - вимагає значних обчислювальних потужностей і часу та не завжди забезпечує високу якість векторного рисунка.

Перевага векторної картинки - масштабованість - пропадає для рисунків з особливо малим розширенням (наприклад, іконки 32×32 або 16×16). Найчастіш картинку під такі розширення доводиться підганяти вручну. У векторних шрифтах TrueType є досить складні коди хінтінг, що дозволяють позбутися від пропущених (і, навпаки, надмірно товстих) ліній.

## 3 СТАНДАРТИ КОМП'ЮТЕРНОЇ ГРАФІКИ

### 3.1 Обмін графічною інформацією

При організації обміну графічною інформацією в комп'ютерній графіці розрізняють кілька рівнів графічних стандартів (рис. 3.1).

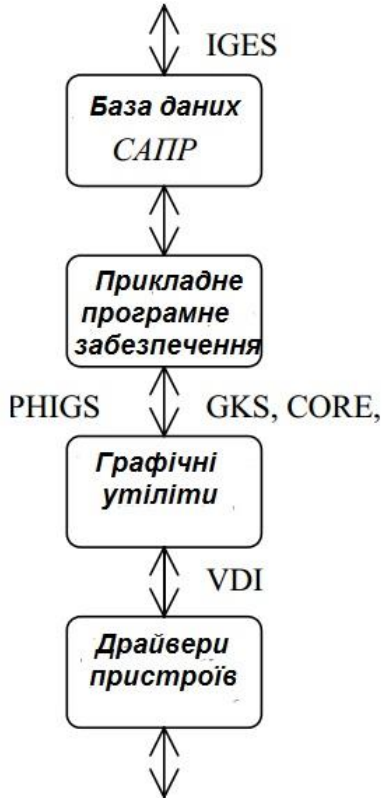


Рисунок 3.1 - Графічні стандарти, що використовуються у САПР

Ці стандарти забезпечують зв'язок між:

- графічними утилітами і пристроями графічного виводу;
- прикладними програмами і графічними утилітами;
- різними САПР.

Для забезпечення зв'язку між графічними утилітами і пристроями виведення найбільш часто використовується стандарт **VDI (Virtual Device Interface - інтерфейс віртуального пристрою)**, який в даний час перейменований в **CGI (Computer Graphics Interface - інтерфейс комп'ютерної графіки)**.

Найбільш поширеним стандартом, що забезпечує зв'язок між прикладними програмами і графічними утилітами, є **GKS (Graphical Kernel System - графічна коренева система)**.

Іноді використовується і більш ранній стандарт **CORE**, основні функції якого реалізовані у GKS.

А найбільш досконалим зі стандартів цього класу є **PHIGS (Programmers Hierarchical Interface for Graphics - ієрархічний графічний інтерфейс)**, що описує складні ієрархічні структури графічних даних, у тому числі і тривимірні.

Для забезпечення зв'язку між різними САПР використовується ряд стандартів, найбільш поширеним з яких є **IGES (стандартний протокол обміну графічною інформацією)**. У цьому стандарті різні дані класифікуються в термінах сутностей, які можуть належати до однієї з трьох категорій: геометрії (точки, відрізки, дуги, площини і т.п.), анотації (розміри, осьові лінії, стрілки і т.п.), структури (геометричні групи, макровизначення і т.д.).

Щоб використовувати IGES, кожна САПР забезпечується двома програмами - препроцесором і постпроцесором (рис. 3.2).

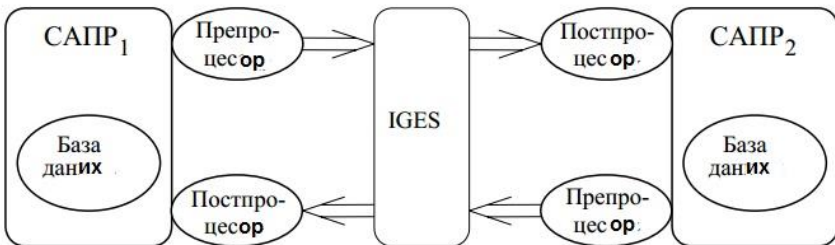


Рисунок 3.2 - Зв'язок між двома різними САПР через формат IGES

### 3.2 Стандартні графічні примітиви

Для забезпечення обміну та сумісності програмних засобів комп'ютерної графіки у 1985 р. був прийнятий міжнародний стандарт **GKS (Graphical Kernel System)**.

Згідно з цим стандартом, будь-яке зображення має будуватися з типових базових елементів - примітивів виведення.

У GKS визначено шість основних примітивів виведення (див. рис. 3.3).

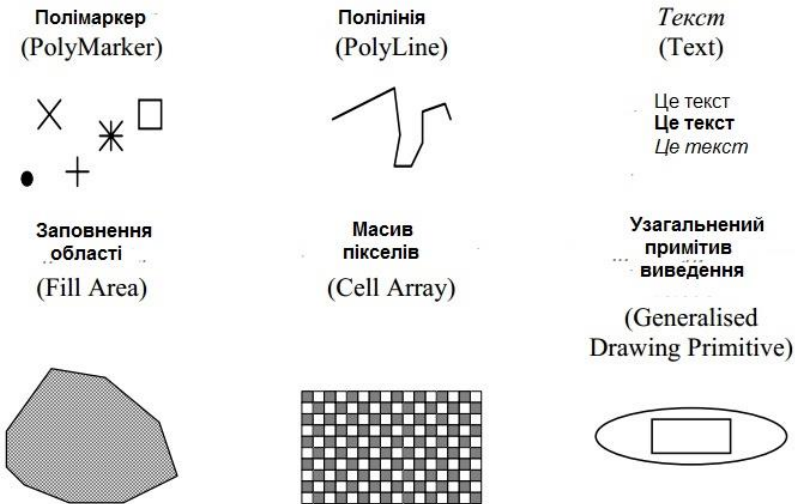


Рисунок 3.3 - Основні графічні примітиви виведення GKS

**Полімаркер** використовується для вказівки характерних точок на екрані, які відображаються у вигляді яскравих точок, перехрестя, квадратів і т. ін.

**Полілінія** являє собою набір відрізків прямих (ламану), які з'єднують задану послідовність точок.

**Текст** - це рядок символів, що розташовується у зазначеній позиції.

**Заповнення області** являє собою багатокутник, заповнений штрихуванням, візерунком або фоновим забарвленням.

**Масив пікселів** дозволяє задати колір індивідуально для кожної точки деякої області (пікселя).

**Узагальнений примітив виведення** являє собою стандартний засіб визначення більш складних елементів (прямокутник, еліпс і т. ін.), вид і кількість яких залежать від специфіки конкретних графічних пакетів.

З кожним примітивом у GKS пов'язаний набір параметрів - атрибутів, що визначають його геометричні та якісні властивості.

Для основних примітивів виведення використовуються наступні атрибути:

- полімаркер - тип маркера, колір та масштаб;
- полілінія - тип, колір і товщина лінії;
- текст - тип шрифту, розмір, колір і орієнтація символів;
- заповнення області - вид штриховки, колір;
- масив пікселів - колір пікселів.

GKS дозволяє розділити зображення на окремі сегменти, які можуть оброблятися і відображатися незалежно один від одного. Передбачені також засоби для включення одного сегмента в інший.

При створенні графічної моделі об'єкта і його зображення використовуються три типи систем координат: глобальна, нормалізована приладова і власне приладова.

Введення в GKS визначається як зв'язок з одним з п'яти допустимих логічних пристроїв введення:

- локатор - видає положення у глобальній системі координат;
- значення - видає значення числа;
- вибір - видає ціле число, яке визначає можливі варіанти відповіді;
- вказівка - видає ім'я сегменту та ідентифікатор примітиву;
- рядок - забезпечує введення рядку символів.

Введення може відбуватися в одному з трьох режимів: **запит, опитування, подія**.

Режим **запит** аналогічний операції читання звичайних мов програмування: система очікує, поки не відбулася подія введення, після чого передає в програму відповідне значення. При цьому в будь-який момент можлива наявність тільки одного запиту на введення.

Режим *опитування* застосовується для введення від таких пристроїв, у яких на виході постійно існує якесь значення (наприклад, положення покажчика миші).

Режим *подія* використовується для введення від пристроїв, що ініціюють переривання. Ці переривання запам'ятовуються в черзі і обробляються відповідно до прийнятої дисципліни обслуговування.

## 4 ГРАФІЧНІ ЕЛЕМЕНТИ САПР ТА СПОСОБИ ЇХ СТВОРЕННЯ

Будь-яке, навіть найскладніше, креслення складається із сукупності елементарних об'єктів, які можна створити за допомогою однієї команди. До них відносяться:

- точка;
- пряма;
- промінь;
- відрізок;
- полілінія (декілька відрізків, поєднаних один з одним);
- дуга;
- коло;
- еліпс;
- прямокутник;
- правильний багатокутник;
- сплайн (крива).

Кожен з цих елементів задається групою характерних точок, координати яких можуть визначатися в *абсолютній (світовій)* системі координат або *відносно* попередньої введеної точки (*інкрементне введення*).

При цьому використовують кілька способів завдання точок:

- зазначенням на екрані за допомогою миші;
- введенням чисел з клавіатури;
- "прив'язкою" до деякого елемента креслення, поряд з яким розташовується покажчик.

Перший спосіб використовують в основному для створення ескізів, а другий і третій - для побудови точних зображень. Особливо зручним є третій спосіб, який дозволяє "захопити" найближчий до курсора вже побудований елемент і ввести точні координати кінця або середини відрізка, центру кола, точки перетину прямих і т. ін.

Далі розглянемо різні способи створення графічних елементів САПР детальніше.

## 4.1 Створення графічних елементів САПР за допомогою координат. Системи координат

Такі графічні елементи, як точка, пряма, промінь, відрізок та полілінія, можна створити, задаючи координати точок у заданій системі координат.

При створенні двовимірних зображень на площині використовується дві системи координат: *декартова* та *полярна*; у просторі три системи: *декартова*, *циліндрична* та *сферична*.

### 4.1.1 Декартова система координат

Кожна точка на площині або в просторі визначається упорядкованим набором координат - чисел відповідно одиниці довжини системи координат.

Дві перпендикулярні осі на площині із загальним початком і однаковою масштабної одиницею утворюють *декартову прямокутну систему координат на площині*.

Вісь  $Ox$  (вісь абсцис) спрямована зліва направо, вісь  $Oy$  (вісь ординат) знизу догори.

Проекції будь-якої точки  $M$  на площині на координатні вісі -  $M_x$ ;  $M_y$  - являють собою координати цієї точки у заданій системі координат (рис. 4.1), при цьому вони позначаються:  $M(x, y)$ .

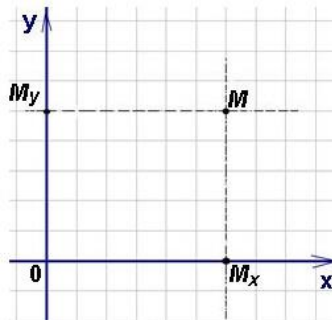


Рисунок 4.1 - Координати точки у декартовій системі координат на площині

Три взаємно перпендикулярні осі в просторі (координатні осі) - вісі  $Ox$  (вісь абсцис),  $Oy$  (вісь ординат) та  $Oz$  (вісь аплікату) із загальним початком  $O$  і однаковою масштабної одиницею утворюють **декартову прямокутну систему координат у просторі**.

Нехай  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$  - проєкції довільної точки  $M$  простору на осі  $Ox$ ,  $Oy$  і  $Oz$  відповідно. Декартовими прямокутними координатами  $x$ ,  $y$  і  $z$  точки  $M$  будемо називати відповідно величини спрямованих відрізків  $OM_x$ ,  $OM_y$  і  $OM_z$  (рис. 4.2), при цьому вони позначаються:  $M(x, y, z)$ .

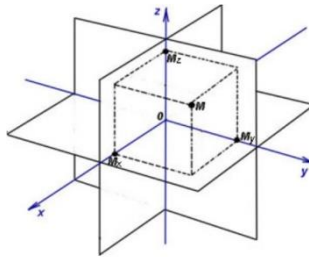


Рисунок 4.2 - Координати точки у декартовій системі координат у просторі

У просторі поширені права і ліва системи координат (рис 4.3).

У правій поворот осі  $Ox$  до осі  $Oy$ , осі  $Oy$  до осі  $Oz$ , осі  $Oz$  до осі  $Ox$  йде проти годинникової стрілки, а в лівій системі координат ці повороти спрямовані за годинниковою стрілкою.

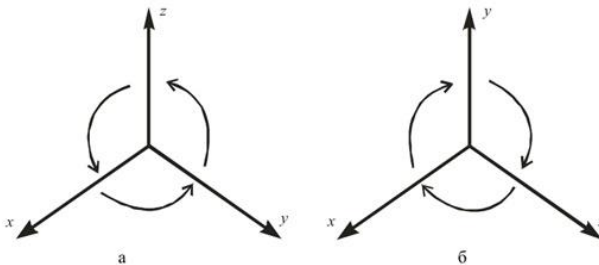


Рисунок 4.3 - Права (а) та ліва (б) декартові системи координат у просторі

### 4.1.2 Полярна система координат

Полярна система координат на площині визначається завданням деякої точки  $O$ , яка називається полюсом, променя  $Ox$ , що виходить з цієї точки та називається полярною віссю, і масштабу для зміни довжин.

Полярними координатами точки  $M$  називаються два числа  $\rho$  і  $\varphi$ , перше з яких (полярний радіус  $\rho$ ) дорівнює відстані точки  $M$  від полюса  $O$ , а друге (полярний кут  $\varphi$ , який називають також амплітудою) - кут, на який потрібно повернути промінь  $Ox$  до суміщення з променем  $OM$ ; при цьому додатним вважається поворот навколо т.  $O$  проти годинникової стрілки (рис. 4.4).

Полярні координати пов'язані з декартовими певними залежностями.

Перехід від полярних координат до декартових відбувається за формулами:  $x = \rho \cdot \cos\varphi$ ;  $y = \rho \cdot \sin\varphi$ .

Перехід від декартових координат до полярних відбувається за формулами:  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ ;  $\varphi = \arctg \frac{y}{x}$ .

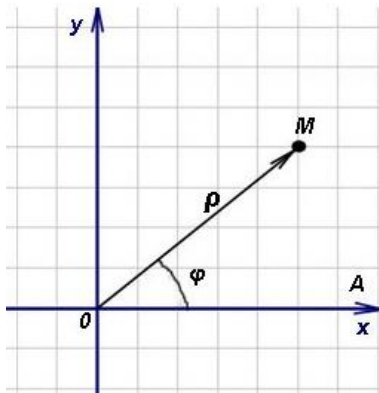


Рисунок 4.4 - Координати точки у полярній системі координат на площині

### 4.1.3 Абсолютні та відносні координати

При створенні зображень у середовищі будь-якої САПР координати точок створюваних елементів відраховуються від деякої початкової точки, що є початком координат т. О. Такі координати називаються *абсолютними*.

Формат запису абсолютних координат точки на площині у декартовій системі координат:  $x, y$ .

Формат запису абсолютних координат точки на площині у полярній системі координат:  $\rho < \phi$ .

Але при створенні складних зображень такий спосіб не використовується, тому що доводиться перераховувати координати відносно загального початку для кожної наступної точки, а це дуже незручно, а в деяких випадках неможливо.

В цьому випадку використовуються *відносні координати*, коли координата кожної гнаступні точки відраховуються від координат попередньої точки.

Формат запису відносних координат точки на площині у декартовій системі координат: @  $x, y$ .

Формат запису відносних координат точки на площині у полярній системі координат: @  $\rho < \phi$ .

## 4.2 Побудова графічних елементів за заданими відносинами

Створення графічних елементів шляхом задавання координат точок можливе тільки для деяких із них та найчастіш є досить трудомістким та неефективним.

Значно частіше застосовується спосіб побудови елементів креслення *за заданими відносинами* (обмеженнями). При цьому задаються:

- елемент, що підлягає побудові,
- список відносин і елементи до яких вони відносяться (наприклад, побудова прямої, що проходить через точку перетину двох інших прямих і дотичну до кола).

Потрібна функція задається шляхом вибору об'єкта, що треба побудувати, типу обмежень, що накладаються на нього, а також

параметрів (інших об'єктів, пов'язаних з цим обмеженням, і (або) кількісних значень).

Об'єкти, пов'язані з обраним типом обмеження, вказує користувач, після чого програмне забезпечення визначає типи цих об'єктів (точка, дуга і т.ін.) і їх параметри. Наявність або відсутність параметрів та їх значення дозволяють повністю визначити дію, яка повинна бути виконана програмою.

Користуючись основними типами обмежень, можна побудувати об'єкт, який:

- проходить через  $n$  точок ( $n = 1, 2, 3, \dots$ );
- є дотичним до  $n$  об'єктів ( $n = 1, 2, 3$ );
- паралельний іншому об'єкту;
- утворює деякий кут з об'єктом;
- відстоїть від іншого об'єкта на деякій відстані.

Деякі дуже поширені побудови особливо зручно застосовувати в діалоговому режимі, наприклад сполучення і знаходження бісектриси.

Існує два способи реалізації побудови за відносинами - **загальний** і **частковий**.

При **загальному** способі реалізації побудову за заданими відносинами можна уявити у вигляді двох крокових процедур:

- на основі заданих типів відносин, елементів і параметрів будується система алгебраїчних рівнянь;
- знаходиться рішення цієї системи рівнянь.

Перевагою такого способу є простота розширення системи: для введення нової відносини досить просто написати відповідні рівняння.

Основні проблеми такого способу полягають в наступному:

- побудована система рівнянь може мати кілька рішень, тому потрібно вибрати одне з них, наприклад, в діалоговому режимі;
- система рівнянь може виявитися нелінійною, для розв'язування якої слід користуватися наближеними методами, а це, в свою чергу, потребує діалогу для вибору методу наближеного рішення.

У зв'язку із зазначеними проблемами загальний підхід реалізується тільки в сучасних потужних системах і при досить високому рівні розробників в області обчислювальної математики.

Більшість же систем реалізує **частковий** підхід.

Він полягає в тому, що для кожної тріади, яка включає елемент, що будується, тип відносини і інші елементи, які входять у відносини, пишеться окрема підпрограма (наприклад побудова прямої, дотичної до

кола в заданій точці). Потрібна побудова здійснюється вибором з меню і введенням необхідних даних.

Переваги такого способу полягають в тому, що простіше писати систему, не доводиться вдаватися до дуже складних методів обчислень, пошук рішення повністю керований. Крім того, можна організувати бібліотеку підпрограм, які будуть придатними для різних випадків.

Основний недолік полягає в тому, що для додавання нового обмеження або нового типу елемента потрібно написати одну або кілька нових підпрограм. Крім того, користувачеві потрібно використовувати сильно розгалужені меню та запам'ятовувати велику кількість скорочень та піктограм.

Та, незважаючи на ці недоліки, такий підхід використовується у багатьох САПР, зокрема, системі AutoCAD, у останніх версіях якої використовується набагато зручніший інтерфейс, що дозволяє виконувати необхідні дії за досить зрозумілими логічними підказками.

Розглянемо приклад використання цього способу.

Нехай потрібно знайти коло, дотичне до заданих прямої та кола, якщо відомі радіус шуканого кола і приблизне положення його центру.

Завдання приблизного положення часто використовується для вибору одного об'єкта серед безлічі об'єктів, які відповідають обмеженням (рис. 4.5).

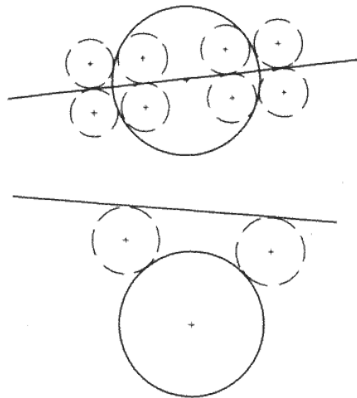


Рисунок 4.5 - Можливі варіанти побудови кола, дотичного до заданого кола та прямої

**Вихідні дані.**

Відомо рівняння прямої:

$$Ax + By + C = 0 \quad (4.1)$$

Коло задається своїм центром  $X_1, Y_1$  і радіусом  $R_1$ .

**Метод рішення.**

Центр кола знаходиться на прямій, паралельній прямій, яка задана рівнянням (4.1).

Складаємо рівняння для прямих, паралельних, заданих. Підставляючи у нього значення  $X_c$  і  $Y_c$  замість  $x$  і  $y$ , можна безпосередньо визначити, до якої з двох прямих ближче точка.

Геометричним місцем центрів кіл, дотичних до заданого кола  $(X_1, Y_1, R_1)$ , є одне з кіл з центром і радіусом відповідно  $(X_1, Y_1, R_1+R)$ .

Таким чином, центр шуканої окружності, розташовується на перетині прямої і одного з цих кіл.

Всі точки перетину поміщаються в таблицю, після чого визначається, яка з них знаходиться ближче до приблизної точки  $X_c, Y_c$ .

Далі розглянемо деякі способи побудови основних графічних елементів за заданими відносинами.

**4.2.1 Побудова точки. Поняття прив'язок**

Як було вказано вище, найпростіший примітив - точку (**Point**) можна побудувати, вказавши її положення на екрані за допомогою миші, задавши її координати безпосереднім введенням кількісних значень або прив'язуючи її до якоїсь точки вже побудованих об'єктів.

Для цього у САПР використовуються прив'язки, серед яких:

- до раніш створеної точки;
- до кінцевих точок раніш створених примітивів;
- до точок перехрещення раніш створених примітивів;
- до середини будь-якого відрізка;
- до найближчої точки на раніш створеному примітиві.

Існують й інші прив'язки до точок на деяких конкретних примітивах: колі, прямокутнику, еліпсі тощо, а також прив'язки до раніш створених примітивів за умовами: перпендикулярно, дотично, за витягуванням та деякі інші.

#### 4.2.2 Побудова прямої та відрізка

Пряму або відрізок можна побудувати за двома точками, задаючи їх координати або за допомогою прив'язок.

Але існують способи побудови за допомогою відносин до раніш створених прямих, відрізків або інших елементів креслення, серед яких:

- паралельно до заданої прямої на певній дистанції від неї;
- перпендикулярно до заданої прямої;
- як бісектрису кута між двома заданими прямими;
- як дотичну до двох точок на раніш створених примітивах

(наприклад, як дотичну до двох кіл).

#### 4.2.3 Побудова кола

Коло можна побудувати, задавши координати його центра та радіус або діаметр. Можна також задати координати двох точок кола, які належать діаметру, або трьох точок, що належать на колу та не лежать на одній прямій.

Але існують способи побудови кола за допомогою відносин до раніш створених елементів креслення, наприклад:

- коло, дотичне до двох елементів з задаванням центра;
- коло, дотичне до двох елементів з задаванням радіуса (діаметра);
- коло, дотичне до трьох елементів.

Для інших примітивів також існують різні способи створення, які можуть містити як побудову за координатами, так і за допомогою відносин.

### 4.3 Побудова геометричних елементів з використанням перетворень

Для комп'ютерної графіки характерна побудова геометричних моделей методами геометричних перетворень.

Класифікація геометричних перетворень наведена на рис. 4.6.

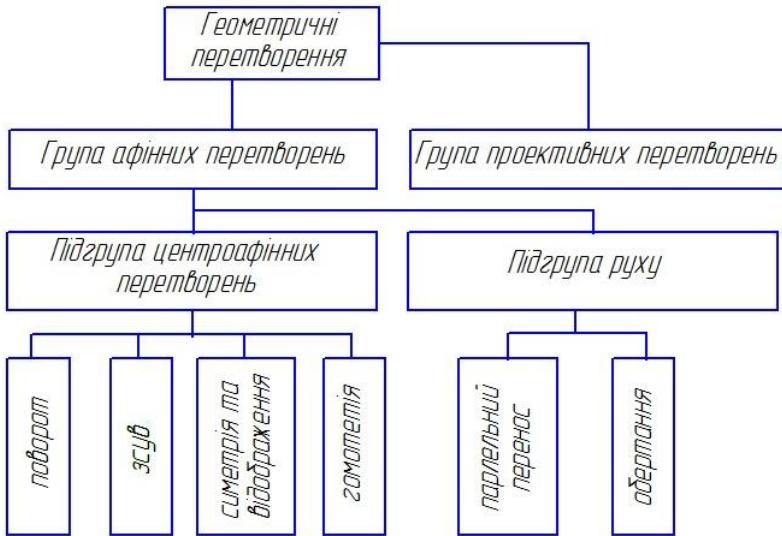


Рисунок 4.6 - Класифікація геометричних перетворень

### 4.3.1 Лінійні перетворення

Як було вказано раніше, лінійні перетворення на площині ставлять у відповідність будь-якій точці на площині  $p = (x, y)$  точку  $p' = (x', y')$  за правилом:

$$x' = ax + cy; \quad y' = bx + dy;$$

або у матрично-векторній формі:  $p' = p M$ , де:  $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

Існують два елементарних лінійних перетворення:

- поворот відносно початку координат;
- масштабування.

Усі інші перетворення є їх комбінацією.

При повороті проти стрілки годинника на кут  $\theta$  відносно початку координат образом точки  $(x; y) = (r \cos \varphi; r \sin \varphi)$  є точка:

$$\begin{aligned}
 (x'; y') &= (r \cos(\varphi + \theta); r \sin(\varphi + \theta)) = \\
 &= (r \cos \varphi \cos \theta - r \sin \varphi \sin \theta; r \cos \varphi \sin \theta + r \sin \varphi \cos \theta) = \\
 &= (x \cos \theta - y \sin \theta; x \sin \theta + y \cos \theta)
 \end{aligned}$$

Звідси отримуємо матрицю повороту:

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

Масштабування (розтягнення або стиснення вздовж осей) являє собою петерворення виду:  $x' = x S_x$ ;  $y' = y S_y$ , а відповідна матриця має вигляд:

$$S(S_x, S_y) = \begin{pmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_y \end{pmatrix}$$

Масштабування називається однорідним, якщо  $S_x = S_y$ , тобто воно не впливає на пропорції об'єкта.

### 4.3.2 Афінні перетворення

В основі більшості геометричних перетворень лежать так звані **афінні перетворення**.

Їх суть полягає у тому, що будь-якій точці з координатами  $(x', y', z')$  відповідає тільки одна точка з координатами  $(x, y, z)$ , а перехід від точки  $(x', y', z')$  до точки  $(x, y, z)$  і є афінне перетворення.

При цьому нескінченно віддаленим точкам відповідають також нескінченно віддалені точки.

Основні властивості афінних перетворень:

- кожній прямій повинна відповідати пряма;
- кожній площині повинна відповідати площина;
- кожна поверхня  $n$ -го порядку переходить у поверхню  $n$ -го порядку;
- двом паралельним прямим повинні відповідати дві паралельні прямі, які повинні бути однаково спрямованими і рівними між собою;
- дві прямі, що переходять одна в іншу при афінному перетворенні, перебувають у відношенні подібності одна до одної;
- при афінному перетворенні об'єми тел помножуються на деякий постійний множник  $T' = T \Delta$ , де  $\Delta$  - визначник перетворення.

Відображення простору на площині за допомогою паралельного проектування і перетворення подібності аналітично виражається за допомогою афінного перетворення з визначником перетворення, що дорівнює нулю.

Фізично афінні перетворення характеризують рівномірне розтягнення або стиснення за трьома взаємно перпендикулярним напрямками:  $x' = \lambda x$ ;  $y' = \mu y$ ;  $z' = \beta z$

### 4.3.3 Перетворення паралельного перенесення (зсуву)

До афінних перетворень відноситься паралельне перенесення (зсув). При цьому будь-якій точці на площині  $p = (x; y)$  ставлять у відповідність точку  $p' = (x'; y')$  за правилом:

$$x' = ax + cy + t_x; \quad y' = bx + dy + t_y;$$

або у матрично-векторній формі:  $p' = p M + t$ , де вектор  $t = (t_x; t_y)$  називається вектором паралельного переносу.

У загальному випадку афінне перетворення є комбінацією лінійного перетворення, що супроводжується перенесенням зображення.

Добуток двох афінних перетворень є також афінним перетворенням.

Розглянемо перетворення перенесення відрізка [AB], яке відноситься до підгрупи центроафінних перетворень (рис. 4.7).

Слід перетворити відрізок AB, де A [0, 1]; B [2, 3] у відрізок A'B' з перенесенням та масштабуванням.

Матриця перетворення перенесення (зсуву):  $T \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

Сам відрізок AB можна представити матрицею:  $L \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

Операція перетворення перенесення (зсуву) є результатом множення матриць:

$$L' = LxT = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 11 & 7 \end{pmatrix}$$

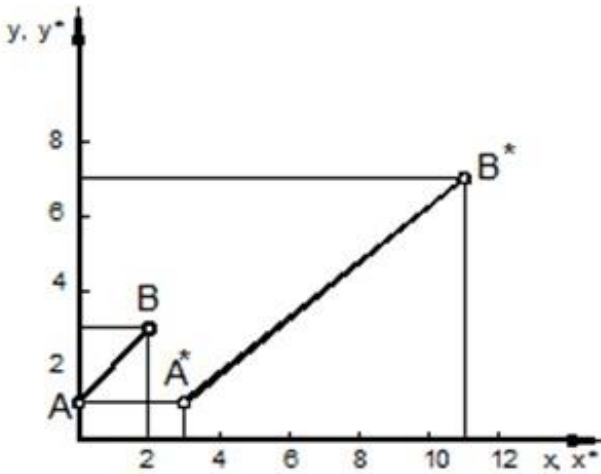


Рисунок 4.7 - Перетворення перенесення (зсуву) відрізка  $AB$

Елементи матриці  $L'$  являють собою перетворені вектори положення точок  $A' [3, 1]$ ;  $B' [11, 7]$ .

Операція перенесення (зсуву) збільшила довжину лінії і змінила її положення.

Розглядаючи прямі  $AB$  і  $A'B'$ , можна показати, що всі точки, що лежать на вихідній прямій  $AB$ , відтворюються на перетвореній прямій  $A'B'$ . При цьому забезпечуються взаємно однозначні відповідності між точками на вихідній прямій і перетвореної.

Таким чином, положення будь-якої прямої лінії може бути перетворено в інше положення перетворенням будь-яких двох точок, що лежать на прямій, з подальшим проведенням лінії між ними.

Так, матриця  $[2 \times 2]$  перетворює пару паралельних ліній в іншу пару паралельних ліній. У зв'язку з цим матриця перетворення  $[2 \times 2]$  дозволяє перетворити один паралелограм в інший.

### 4.3.4 Перетворення площин

Плоска поверхня, обмежена вершинами багатогранника, може бути перетворена і деформована за допомогою співвідношення матричних операцій над векторами положення вершин. До таких операцій відносяться: поворот, відображення і зміна масштабу (гомотетія).

#### 4.3.4.1 Поворот

Поворот відноситься до підгрупи центроафінних перетворень. Поворот в площині  $ХОУ$  здійснюється навколо осі, перпендикулярної цій площині.

Наприклад, розглянемо поворот трикутника  $\Delta ABC$  навколо початку координат на кут  $90^0$  проти стрілки годинника (рис. 4.8).

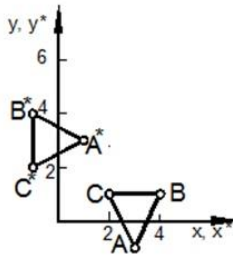


Рисунок 4.8 - Поворот трикутника  $\Delta ABC$

$$\Delta ABC = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Оскільки поворот відбувається на кут  $\theta = 90^0$ , то:  
 $\sin \theta = 1$ ,  $\cos \theta = 0$ ;

$$R = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Delta A'B'C' = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

#### 4.3.4.2 Відображення

Відображення відноситься до групи центроафінних перетворень. Воно являє собою поворот на  $180^\circ$  навколо вісі, що належить даній площині.

На рис. 4.9 показано відображення трикутника  $\triangle ABC$  відносно вісі  $y = x$ .

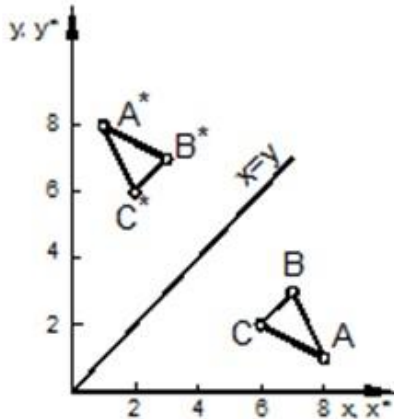


Рисунок 4.9 - Відображення трикутника  $\triangle ABC$

В даному випадку:

$$\triangle ABC = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 3 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}; T = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\triangle A'B'C' = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 3 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 3 & 7 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$$

#### 4.3.4.3 Зміна масштабу (гомотетія)

Зміна масштабу або гомотетія відноситься до підгрупи центроафінних перетворень.

Вона визначається зміною значення двох членів основної діагоналі матриці перетворення. При цьому якщо значення цих членів

(масштабних коефіцієнтів) рівні між собою, то відбувається рівномірна зміна масштабу, а якщо не рівні - відбувається зміна масштабу з спотворенням.

На рис. 4.10 показана рівномірна зміна масштабу для трикутника  $\triangle ABC$  та нерівномірна для трикутника  $\triangle DEF$ .

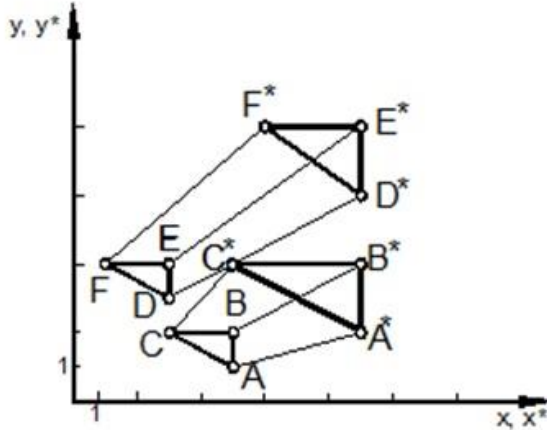


Рисунок 4.10 - Зміна масштабу трикутників  $\triangle ABC$  та  $\triangle DEF$

$$\triangle ABC = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 5 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}; T = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix};$$

$$\triangle A'B'C' = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 5 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 2 \\ 10 & 4 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\triangle DEF = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 4 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}; T = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix};$$

$$\triangle D'E'F' = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 4 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 6 \\ 9 & 8 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$$

### 4.3.5 Однорідні координати

Для того, щоб будь-яке афінне перетворення (включаючи паралельне перенесення) можна було реалізувати шляхом множення на матрицю, вводиться поняття однорідних координат.

При цьому кожній точці  $p = (x, y)$  відповідатиме точка  $p' = (\omega x', \omega y', \omega)$ , яка задається у однорідних координатах для деякого масштабного множника  $\omega \neq 0$ .

Уявлення точки з  $\omega = 1$  називається канонічним.

З урахуванням однорідних координат елементарні афінні перетворення реалізуються шляхом множення на такі матриці:

- поворот відносно початку координат:

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- масштабування:

$$S(S_x, S_y) = \begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- паралельне перенесення:

$$T(\delta x, \delta y) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \delta x & \delta y & 1 \end{pmatrix}$$

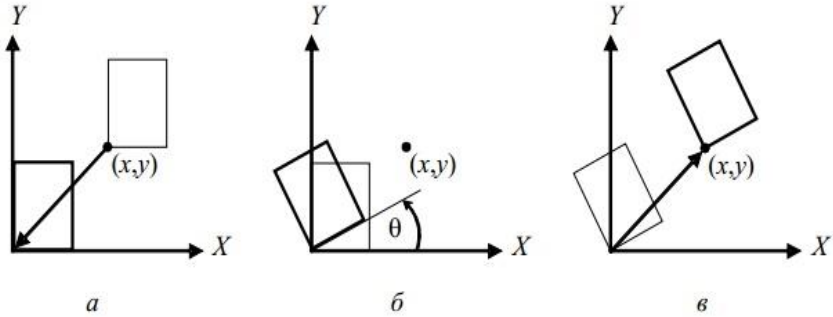
### 4.3.6 Композиції двовимірних перетворень

Композицією будемо називати ряд послідовних перетворень.

На рис. 4.11 показаний поворот на кут  $\Theta$  відносно довільної точки  $p = (x, y, 1)$ .

Для вирішення цієї задачі необхідно виконати три послідовних перетворення:

- паралельне перенесення у початок координат (рис. 4.11 а);
- поворот відносно початку координат (рис. 4.11 б);
- паралельне перенесення на вектор  $(x, y)$  (рис. 4.11 в).

Рисунок 4.11 - Поворот відносно точки  $(x, y)$ 

В результаті отримуємо:

$$p' = ((pT(-x, -y))R(\Theta))T(x, y) = p(T(-x, -y)R(\Theta)T(x, y)) = pM$$

Тобто, матриця, що реалізує композицію геометричних перетворень, являє собою добуток матриць цих перетворень.

#### 4.3.7 Тривимірні геометричні перетворення

Тривимірні геометричні перетворення є узагальненням двовимірних та описуються аналогічно їм, але для них використовуються матриці  $4 \times 4$  у однорідних координатах.

- паралельне перенесення:

$$T(t_x, t_y, t_z) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & t_z & 1 \end{pmatrix},$$

- масштабування:

$$S(S_x, S_y, S_z) = \begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- обертання навколо вісі Z:

$$R_z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- обертання навколо вісі X:

$$R_x(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- обертання навколо вісі Y:

$$R_y(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \cos \theta & 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

#### 4.4 Група проєктивних (перспективних) перетворень

Перспективні проєкції являють собою перетворення зображення з тривимірного простору в двовимірне.

Вид проєкції залежить від розташування центру проєктування. Якщо цей центр розташований в нескінченності, то така проєкція називається аксонометричною.

Перспективні перетворення аналітично визначаються тим, що перетворені координати  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$  є дрібно-лінійними функціями  $x$ ,  $y$ ,  $z$  з одними і тими ж знаменниками:

$$x' = \frac{a_1x + b_1y + c_1z + d_1}{a_4x + b_4y + c_4z + d_4}$$

$$y' = \frac{a_2x + b_2y + c_2z + d_2}{a_4x + b_4y + c_4z + d_4}$$

$$z' = \frac{a_3x + b_3y + c_3z + d_3}{a_4x + b_4y + c_4z + d_4}$$

Перспективні проєкції представляються, як ланцюжок перспективного перетворення і перетворення проєктування на вісь  $Z$ , що дорівнює нулю.

Центром проєктування візьмемо точку  $V(0, 0, V_z)$ , що лежить на осі  $Z$ . Проєктований об'єкт - відрізок прямої, паралельної осі  $Y$ . (рис. 4.12).

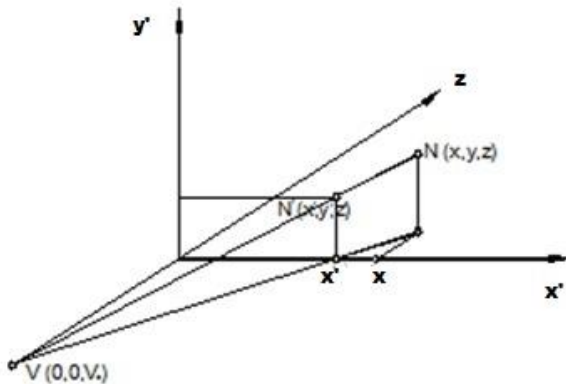


Рисунок 4.12 - Формування перспективної проєкції відрізка

Визначимо точки перетину променів, що виходять з центру проєктування і проходять через точки об'єкта з площиною  $Z = 0$ .

З подоби отримаємо:

$$x' = \frac{-V_z}{z - V_z} \cdot x = \frac{1}{-\frac{z}{V_z} + 1} \cdot x$$

$$y' = \frac{-V_z}{z - V_z} \cdot y = \frac{1}{-\frac{z}{V_z} + 1} \cdot y$$

## 4.5 Автоматизація побудови та редагування графічних елементів

У САПР є ряд засобів, що автоматизують процес креслення. Крім того, на будь-якому етапі виконання комп'ютерного креслення можна видалити і модифікувати графічні елементи зображення.

Далі розглянемо детальніше засоби автоматизації та основні операції редагування креслення у САПР.

### 4.5.1 Автоматична побудова скругління та фаски

Для отримання скругління або фаски необхідно вказати мишею на боки кута і ввести значення радіуса скругління або розмір фаски. Відрізки на стику кута і скругління (фаски) автоматично "зрізаються" (рис. 4.13).

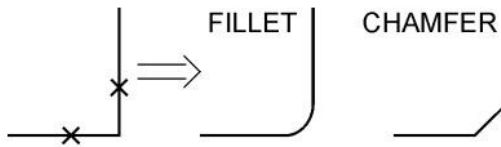


Рисунок 4.13 - Автоматична побудова скругління та фаски

### 4.5.2 Автоматичне штрихування та забарвлення

Для отримання штрихування треба ввести кут і крок штрихування, а потім вказати мишею на внутрішню частину області, яку треба заштрихувати. Аналогічно виконується забарвлення (рис. 4.14).

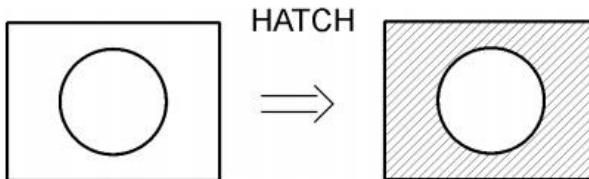


Рисунок 4.14 - Автоматичне штрихування

### 4.5.3 Автоматичне проставлення розмірів

Для того, щоб проставити розмір, необхідно вказати необхідний елемент і точку рівня розмірної лінії, після чого система автоматично визначить числове значення розміру, виведе його на екрані і накреслить виносні і розмірні лінії (рис. 4.15).

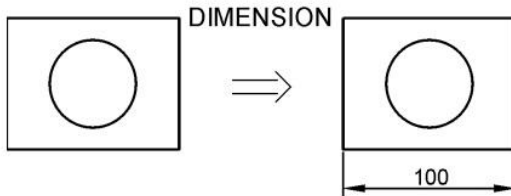


Рисунок 4.15 - Автоматичне проставлення розмірів

### 4.5.4 Відсікання

Відсікання - дуже корисна процедура, яка досить широко застосовуються при створення креслень будь-якого рівня складності. Вона полягає у тому, що на кресленні видаляються зайві допоміжні лінії. Це дозволяє спочатку створювати чорнетку майбутнього зображення за допомогою найпростіших графічних примітивів з наступним доведенням його до потрібного вигляду.

Процедура відсікання може бути виконана як для одного графічного елемента, так і для будь-якої їх комбінації.

Наприклад, замість дуги можна спочатку накреслити коло, замість складної полілінії - прямокутник або правильний багатокутник, після чого видалити зайві частини зображення (див. рис. 4.16).

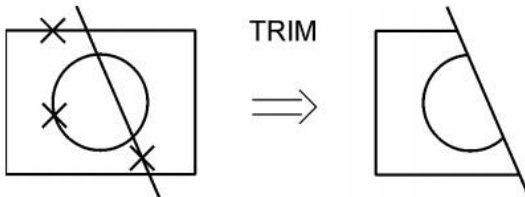


Рисунок 4.16 - Відсікання графічних елементів

При цьому спочатку слід за допомогою миші обрати січну пряму, після чого вказати на той сегмент кола і ту частину прямокутника, які треба видалити.

#### 4.5.5 "Гумове" розтягування

Процедура розтягування дозволяє розтягувати або стискати будь-які заздалегідь створені форми.

Так можна, зокрема, за допомогою миші перемістити будь-яку з вершин ламаної. При цьому в процесі редагування вершина, яка переміщується, з'єднується з сусідніми за допомогою пунктирних ("гумових") ліній, і відразу ж після відпускання кнопки миші пунктирні лінії замінюються суцільними (рис. 4.17).

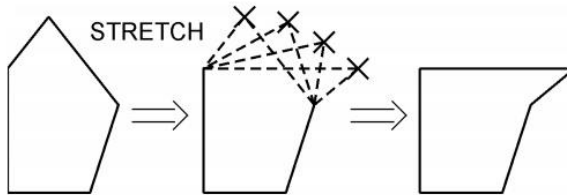


Рисунок 4.17 - "Гумове" розтягування

#### 4.5.6 Використання допоміжної сітки

Для отримання зображення з регулярною структурою зручно використовувати сітку, яка не є частиною креслення і призначена для візуальної координації. У такому режимі здійснюється автоматичне "захоплення" найближчого вузла і від конструктора не потрібно дуже точного зазначення точки. В результаті можна вводити точки з заданим кроком. На друк зображення ця сітка не виводиться (рис. 4.18).

Цей режим, зокрема, рекомендується використовувати при виконанні креслення друкованої плати, для якої відстані між будь-якими конструктивними елементами повинні бути кратні заданому кроку.

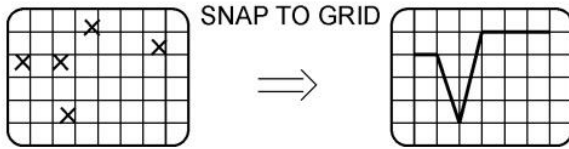


Рисунок 4.18 - Прив'язка до вузлів сітки

#### 4.5.7 Створення сплайнів

Більшість САПР містить засоби для автоматичної генерації гладких кривих (сплайнів), які проходять через задані точки. Такі процедури дуже зручні при створенні нестандартних геометричних форм і дозволяють доповнити автоматизоване креслення елементами автоматизованого проєктування (рис. 4.19).

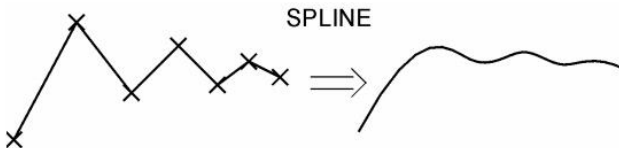


Рисунок 4.19 - Побудова сплайну

Види сплайнів та засоби їх побудови будуть розглянуті детальніше у розділі 5.

#### 4.5.8 Копіювання, поворот та перенесення

Будь-який елемент зображення або групу елементів можна скопіювати, перемістити і / або повернути.

Для двомірного повороту досить задати положення центру обертання і кут повороту.

При перенесенні зазвичай вводяться дві точки, що визначають вектор зміщення.

Перенесення і поворот, а також копіювання широко застосовуються при вставці в креслення стандартних елементів, що викликаються з стандартних бібліотек (рис. 4.20).

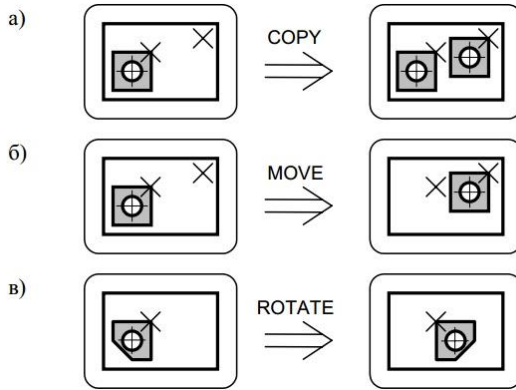


Рисунок 4.20 - Копіювання (а), паралельне перенесення (б) та поворот (в)

#### 4.5.9 Складні перетворення

Крім повороту і перенесення більшість САПР дозволяють проводити і більш складні засоби маніпулювання зображенням, наприклад, дзеркальне відображення і покрокове розмноження (масив), а також масштабування зображення (рис. 4.21).

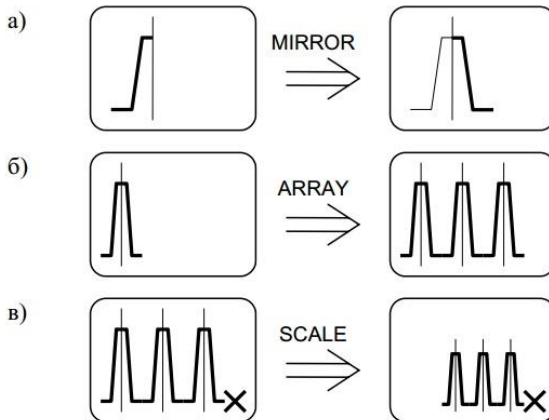


Рисунок 4.21 - Дзеркальне відображення (а), покрокове розмноження (масив) (б) та масштабування (в)

Використовуючи ці засоби, дуже зручно будувати креслення регулярних структур.

#### **4.5.10 Об'єднання елементів зображення у групи**

У більшості САПР редагування можна виконувати як над окремим елементом, так і над групою елементів.

Наприклад, для зсуву частини креслення немає необхідності переміщати усі елементи окремо. Замість цього достатньо "вибрати" їх шляхом вказівки на кожен з елементів або за допомогою "рамки". Після цього операції редагування відбуваються одночасно над усіма елементами отриманого набору.

Можна, наприклад, змінити колір і тип ліній всіх елементів, провести масштабування і т. ін.

Іноді зручніше об'єднати вибрані елементи в групи (блоки). В результаті отримаємо складовий графічний елемент, який при редагуванні розглядається як єдине ціле.

У групи можна об'єднувати і складові елементи, утворюючи з них багаторівневі ієрархічні структури.

При необхідності можна виконати і зворотну операцію - розділити складовий елемент на окремі частини.

#### **4.5.11 Розшарування зображення**

У багатьох двомірних САПР реалізований принцип "розшарування", який дозволяє розділити креслення на кілька частин, накладених одна на одну.

З точки зору традиційного креслення це еквівалентно створенню декількох креслень, кожне з яких виконане на прозорій пластині. При цьому можна розглядати кожну пластину окремо або, складаючи їх, отримувати спільне зображення.

При виконанні креслень механічних конструкцій можна, наприклад, розмістити усі геометричні елементи в одному шарі, а усі розміри і пояснювальні написи - в іншому.

Це також буває зручно, коли при виконанні окремих елементів зображення необхідно використовувати лінії різних типів. При цьому для кожного типу ліній створюється окремий шар з власними налаштуваннями (тип лінії, її товщина тощо).

## 5 ВИДИ КРИВИХ ТА СПОСОБИ ЇХ СТВОРЕННЯ

### 5.1 Поняття сплайну. Класифікація сплайнів

При побудові гладких кривих у комп'ютерній графіці використовуються поняття сплайну.

**Сплайн** - функція в математиці, область визначення якої розбита на кінцеву кількість відрізків, на кожному з яких вона співпадає з деяким алгебраїчним багаточленом (поліномом). Іншими словами, це - кусково задана функція, яка має сукупність кількох функцій, кожна з яких задана на деякій множині значень аргументу, причому ці безлічі попарно непересічні.

Максимальний зі ступенів поліномів називається ступенем сплайну.

Функція  $S(t)$ , яка визначена та неперервна на ділянці  $[a, b]$ , називається поліноміальним сплайном порядку  $m$  з вузлами

$$x_j \in (a \leq x_0 < \dots < x_n \leq b)$$

якщо на кожному з відрізків  $(x_{j-1} \dots x_j)$   $S(t)$  є алгебраїчним поліномом ступеня, що не перевищує  $m$ , а в кожній з точок  $x_j$  деяка похідна  $S^{(v)}(t)$  може мати розрив.

Якщо функції  $S(t)$ ,  $S^{(i)}(t)$ , ...  $S^{(m-ki)}(t)$  в точках  $x_j$  безперервні, а похідні  $S^{(m-ki)}(t)$  в точках  $x_j$  терплять розрив, то числа  $x_j$  називають дефектами сплайна.

Множина  $\{x_0, x_1, \dots, x_n\}$  називається сіткою вузлів сплайна, а точки  $x_j$  - вузлами, точками дотику або точками склейки сплайна.

Сплайни класифікуються за декількома класифікаційними ознаками.

#### 5.1.1 Класифікація сплайнів за призначенням

За призначенням можна виділити три основні групи сплайнів:

- інтерполяційні або функціональні;
- згладжуючі;
- кореляційні.

**Інтерполяційні сплайни** проходять точно через задані точки. Вони використовуються в завданнях геометричного моделювання, наприклад, при вирішенні задач обводів корпусів водних і повітряних судів.

**Згладжуючі сплайни** проходять через задані точки з урахуванням похибок їх визначення. Їх використовують найчастіше для опису залежностей фізичних експериментів з відомою похибкою вимірювань.

**Кореляційні сплайни** проходять через кореляційну множину точок і відображають її генеральну залежність (тренд, регресію тощо).

### 5.1.2 Класифікація сплайнів за видом фрагментів

Однією з ключових ознак, яка відрізняє сплайн від інших кускових функцій, є те, що сплайн складається з фрагментів однакового виду. Однак існують комбіновані сплайни, що складаються з фрагментів різних сплайнів.

Найвідоміші сплайни являють собою **алгебраїчні поліноми** не вище заданого ступеня. Як правило, це кубічні поліноми або поліноми непарних ступенів: першого, третього (кубічний), п'ятого ступеня.

Більш високі ступеня застосовують рідко через ускладнення розрахунків.

Їх основною перевагою є простота розрахунків і аналізу, а недоліком - те, що цим залежностям відповідають відносно мало реальних фізичних процесів.

Якщо гнучку металеву лінійку, зафіксовану в вузлах, натягнути, то рішенням диференціального рівняння буде не алгебраїчний поліном, а експонента, яка описує **експоненційний сплайн**. Тому такі сплайни називають також напруженими. Експонента описує багато фізичні процеси в динамічних системах. Недоліком є трудомісткість розрахунку.

За аналогією з металеву лінійкою, що представляє собою розрахункову модель балки, можна отримати сплайни змінної жорсткості, які також називаються **логарифмічними**, оскільки рішення початкового диференціального рівняння сплайну містить натуральні логарифмічні функції. Жорсткість в них може виступати як вагова, якщо вона заздалегідь задана, так і керуюча функція, яку

можна відшукати з умов мінімуму функціонала енергії оператора вихідного рівняння сплайну, аналогічного повній потенційній енергії деформації балки. Функція жорсткості дозволяє управляти формою сплайна. Якщо функція жорсткості є керуючою функцією, то сплайни називають сплайнами мінімальної жорсткості.

*Тригонометричними* є сплайни, фрагменти яких описуються тригонометричними поліномами. Вони мають досить складні розрахункові вирази.

Існують також раціональні сплайни і сплайни Паде. Їх особливістю є можливість розриву похідних на фрагментах при безперервності в вузлах.

Доцільність застосування фрагментів певного виду заснована на конкретних умовах задачі, що вирішується, і обмеження реалізації. Як правило, основна вимога - це досягнення заданої точності інтерполяції при прийнятних витратах часу і ресурсів на реалізацію. Вдалих вибір фрагментів, який відповідає характеру процесу, дозволяє скоротити час обчислень і необхідний обсяг пам'яті.

### 5.1.3 Класифікація сплайнів за кількістю, шириною та умовами стиковки фрагментів

Мінімальна кількість фрагментів у сплайні - один.

Класичне визначення сплайна обмежує кількість фрагментів певним числом на кінцевому відрізку. Однак можна будувати сплайни і з нескінченною кількістю фрагментів. Представниками таких сплайнів є *кардинальні сплайни*. Для побудови сплайнів з необмеженою кількістю фрагментів краще підходять **локальні сплайни**.

Зазвичай застосовуються сплайни з *рівною шириною* фрагментів. Це дозволяє значно спростити розрахункові вирази, прискорити роботу алгоритмів і знизити витрати на реалізацію.

Певного спрощення можна досягти за рахунок застосування фрагментів з *кратною шириною*.

Існують сплайни *нульової довжини* фрагментів. Це призводить до кратності вузлів і можливості наближати сплайни з нерозривними фрагментами розривних функцій. Розрахункові вирази отримують в результаті граничних переходів.

Сплайни можуть мати також фрагменти з *нескінченною шириною*. Ці фрагменти повинні бути крайніми. Іноді це дозволяє природно задати крайові умови.

Ще одна важлива ознака, що відрізняє сплакни - умови стиковки фрагментів.

Зазвичай вважають, що фрагменти стикуються гладко, тобто забезпечується безперервність значень і першої похідної.

Поняття дефекту сплайна пов'язано з кількістю безперервних похідних, які має функція-фрагмент певного виду, і кількістю похідних, безперервність яких гарантована у вузлах.

Експонента та синусоїда мають нескінченне число похідних, тому зручніше говорити про кількість похідних, безперервність яких гарантована у вузлах сплайна. Практично мова йде про безперервність значень першої та, максимум, другої похідної, тому що розрив вищих похідних візуально не помітний і враховується рідко.

## 5.2 В-сплайн. NURBS

У комп'ютерній графіці широко застосовуються так звані В-сплайни, які є одновимірними і в лінійній комбінації складають криві - каркас для «натягування» поверхонь. З таких базисних сплайнів можна також скласти тривимірну конструкцію для моделювання об'ємних тел.

**В-сплайн** - сплайн-функція, що має найменший носій для заданого ступеня, порядку гладкості і розбиття області визначення.

Будь-яка сплайн-функція для заданого ступеня, гладкості та області визначення може бути представлена як лінійна комбінація В-сплайнів тієї ж міри і гладкості на тій же області визначення.

У САПР термін В-сплайн часто описує сплайн-криву, яка задана сплайн-функціями, вираженими лінійними комбінаціями В-сплайнів.

Коли вузли В-сплайну рівновіддалені один від одного, він називається однорідним, інакше - неоднорідним.

Коли кількість вузлів збігається зі ступенем сплайна, В-сплайн вироджується в криву Безьє.

Форма базисної функції визначається розташуванням вузлів. Масштабування або паралельний перенос базисного вектора не впливають на базисну функцію.

Окремим випадком В-сплайнів, широко поширеним через свою стандартизованість і відносну простоту, є *NURBS* (англ. Non-uniform rational B-spline) - неоднорідний раціональний В-сплайн. Це - математична форма, що застосовується в комп'ютерній графіці для генерації та уявлення кривих і поверхонь.

Найпоширенішим з NURBS є так званий *сплайн Без'є*, який дуже широко застосовується у комп'ютерній графіці для створення кривих та поверхонь.

### 5.3 Криві Без'є

*Криві Без'є* - типи кривих, запропоновані в 60-х роках ХХ століття незалежно один від одного П'єром Без'є з автомобілебудівної компанії «Рено» і Полем де Кастельжо з компанії «Сітроен», де вони застосовувалися для проектування кузовів автомобілів.

#### 5.3.1 Визначення кривої Без'є

Нехай у просторі  $R^m$  розмірності  $m \geq 1$  над  $R$  задана послідовність контрольних точок  $(P_0, P_1 \dots P_n)$  де  $n \geq 0$ , а  $P_k = (x_{1,k}, \dots, x_{m,k})$  для  $k = 0, \dots, n$ .

Тоді кривою Без'є називається множина  $\{B(t) | 0 \leq t \leq 1\}$  точок  $B(t) = (z_1(t), \dots, z_m(t))$  з координатами  $z_j(t)$ , де  $j = 0, \dots, m$ , яка параметрично задається виразами:

$$z_j(t) = \sum_{k=0}^n x_{j,k} b_{k,n}(t) \text{ для } 0 \leq t \leq 1 \text{ де } j = 1, \dots, m$$

$$b_{k,n}(t) = \binom{n}{k} t^k (1-t)^{n-k} \text{ для } k = 0, \dots, n$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} - \text{кількість сполучень з } n \text{ по } k$$

При цьому слід враховувати наступні зауваження:

- крива Без'є, що відповідає як  $(P_0)$ , так і  $(P_0, P_0, \dots, P_0)$ , є точкою  $P_0$ ;

- крива Без'є, яка відповідає парі  $(P_0, P_1)$ , є лінійно параметризованим відрізком, що з'єднує точку  $P_0$  (при  $t = 0$ ) з точкою  $P_1$  (при  $t = 1$ );
  - при будь-якому порядку  $n \geq 0$  крива Без'є містить як точку  $P_0$  (образ параметра  $t = 0$ ), так і точку  $P_1$  (образ параметра  $t = 1$ );
  - крива Без'є в загальному випадку орієнтована, оскільки є образом орієнтованого відрізка  $[0; 1]$ ;
  - криві Без'є, що відповідають послідовностям контрольних точок  $(P_0, P_1, P_2)$  та  $(P_0, P_2, P_1)$  при  $P_1 \neq P_2$  не співпадають.

### 5.3.2 Види кривих Без'є

**Лінійна крива Без'є** є лінійною інтерполяцією між кінцевими точками. Її побудова показана на рис. 5.1.

$$B = P_0 \cdot (1 - t) + P_1 \cdot t$$

$$t \in [0, 1]$$



Рисунок 5.1 - Побудова лінійної кривої Без'є

Параметр  $t$  у функції, яка описує лінійну криву Без'є, визначає, де саме на відстані від  $P_0$  до  $P_1$  знаходиться  $B(t)$ .

Наприклад, при  $t = 0,25$  значення функції  $B(t)$  відповідає чверті відстані між точками  $P_0$  і  $P_1$ . Параметр  $t$  змінюється від 0 до 1, а  $B(t)$  описує відрізок прямої між точками  $P_0$  і  $P_1$ .

**Квадратичні криві Без'є** являють собою композиції декількох лінійних кривих.

Для їх побудови потрібно виділення двох проміжних точок  $Q_0$  і  $Q_1$  з умови, щоб параметр  $t$  змінювався від 0 до 1:

Точка  $Q_0$  змінюється від  $P_0$  до  $P_1$  і описує лінійну криву Без'є.

Точка  $Q_1$  змінюється від  $P_1$  до  $P_2$  і також описує лінійну криву Без'є.

Точка  $B$  змінюється від  $Q_0$  до  $Q_1$  і описує квадратичну криву Без'є.

Побудова квадратичної кривої Без'є показана на рис. 5.2.

$$Q_1 = P_0 \cdot (1-t) + P_1 \cdot t$$

$$Q_2 = P_1 \cdot (1-t) + P_2 \cdot t$$

$$B = Q_0 \cdot (1-t) + Q_1 \cdot t = P_0 \cdot (1-t)^2 + 2 \cdot P_1 \cdot (1-t) \cdot t + P_2 \cdot t^2$$

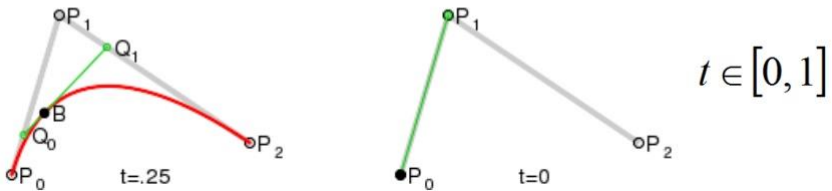


Рисунок 5.2 - Побудова квадратичної кривої Без'є

Квадратичні криві Без'є в складі сплайнів використовуються для опису форми символів в шрифтах TrueType і в SWF-файлах.

Для побудови кривих вищих ступенів потрібно більше проміжних точок.

Так, для побудови кубічної кривої Без'є це проміжні точки  $Q_0$ ,  $Q_1$ ,  $Q_2$ , які описують лінійні криві, а також точки  $R_0$  і  $R_1$ , які описують квадратичні криві.

Побудова кубічної кривої Без'є показана на рис. 5.3.

$$Q_0 = P_0 \cdot (1-t) + P_1 \cdot t$$

$$Q_1 = P_1 \cdot (1-t) + P_2 \cdot t$$

$$Q_2 = P_2 \cdot (1-t) + P_3 \cdot t$$

$$R_0 = Q_0 \cdot (1-t) + Q_1 \cdot t$$

$$R_1 = Q_1 \cdot (1-t) + Q_2 \cdot t$$

$$B = R_0 \cdot (1-t) + R_1 \cdot t =$$

$$= P_0 \cdot (1-t)^3 + 3 \cdot P_1 \cdot (1-t)^2 \cdot t + 3 \cdot P_2 \cdot (1-t) \cdot t^2 + P_3 \cdot t^3$$

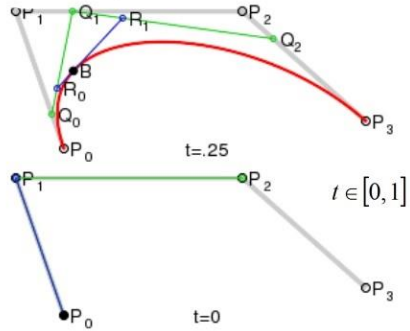


Рисунок 5.3 - Побудова кубічної кривої Без'є

Запис кубічної кривої Без'є у матричній формі має вигляд:

$$\begin{aligned} B(t) &= P_0 \cdot (1-t)^3 + 3 \cdot P_1 \cdot (1-t)^2 \cdot t + 3 \cdot P_2 \cdot (1-t) \cdot t^2 + P_3 \cdot t^3 = \\ &= t^3 \cdot (-P_0 + 3 \cdot P_1 - 3 \cdot P_2 + P_3) + t^2 \cdot (3 \cdot P_0 - 6 \cdot P_1 + 3 \cdot P_2) + \\ & \quad t \cdot (-3 \cdot P_0 + 3 \cdot P_1) + P_0 = \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}$$

$$B(t) = \begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \cdot M_B \cdot \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}$$

Для побудови кривої Без'є четвертого ступеню потрібні проміжні точки  $Q_0, Q_1, Q_2, Q_3$ , які описують лінійні криві,  $R_0, R_1, R_2$ , які описують квадратичні криві, а також  $S_0$  і  $S_1$ , які описують кубічні криві. Побудова кривої Без'є четвертого ступеню показана на рис. 5.4.

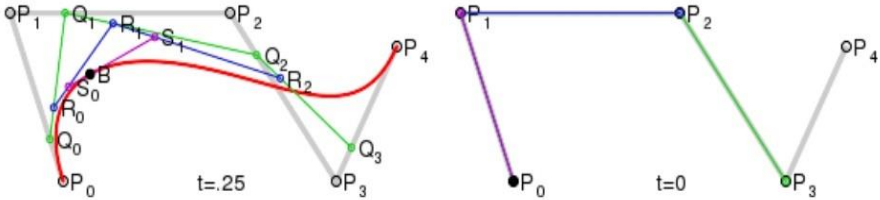


Рисунок 5.4 - Крива Без'є четвертого ступеню

### 5.3.3 Властивості кривих Без'є

Кривим Без'є характерні наступні властивості:

- безперервність заповнення сегмента між початковим і кінцевим пунктом;
- крива завжди розташовується всередині фігури, утвореної лініями, що з'єднують контрольні точки;
- при наявності тільки двох контрольних точок сегмент являє собою пряму лінію;
- пряма лінія утворюється при колінеарному розміщенні (розміщенні на одній прямій) керуючих точок;
- крива Без'є симетрична, тобто обмін місцями між початковим і кінцевим пунктом (зміна напрямку траєкторії) не впливає на форму кривої;
- масштабування і зміна пропорцій кривої Без'є не порушує її стабільності, оскільки вона з математичної точки зору афінно інваріантна;
- зміна координат хоча б однієї з точок веде до зміни форми всієї кривої Без'є;
- будь-який частковий відрізок кривої Без'є також є кривою Без'є;

- ступінь (порядок) кривої завжди на один ступінь менший за число контрольних точок (наприклад, при трьох контрольних точках форма кривої - парабола, оскільки парабола - крива другого порядку);
- коло не може бути описане параметричним рівнянням кривої Без'є;
- неможливо створити паралельні криві Без'є, за винятком тривіальних випадків (прямі лінії і криві, що збігаються), хоча існують алгоритми, що будують наближену паралельну криву Без'є з прийнятною для практики точністю.

### 5.3.4 Застосування кривих Без'є у комп'ютерній графіці

Будь-векторний контур складається з одного або декількох криволінійних сегментів (як виняток, сегменти можуть бути і прямолінійними), кожен з яких є елементарною кривою Без'є.

На початку і в кінці кожного сегмента знаходяться опорні точки (рис. 5.5).



Рисунок 5.5 - Характерні точки кривої Без'є

Опорні точки бувають двох типів: гладкі і кутові.

*Гладка опорна точка* з'єднує дві криві без зламу, а *кутова опорна точка* знаходиться на вигині між двома кривими (рис. 5.6).

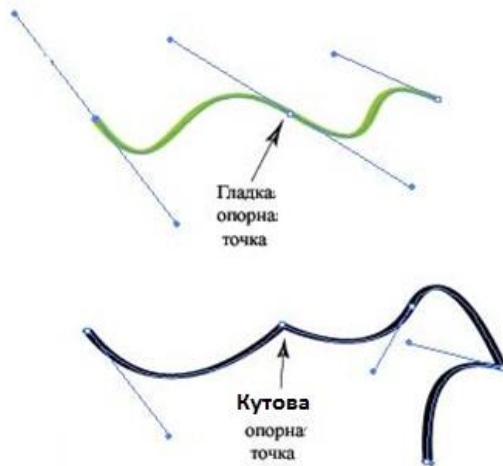


Рисунок 5.6 - Типи опорних точок

За замовчуванням опорні точки створюються гладкими, але їх тип нескладно змінити за допомогою інструментів.

Крім того, кожен сегмент має направляючі лінії, обмежені направляючими точками, які визначають кут нахилу і кривизну кривої.

Оскільки крива цілком лежить в опуклій оболонці своїх опорних точок, змінити форму кожного сегмента можна за допомогою переміщення опорних або направляючих точок. Ця властивість кривих Без'є з одного боку значно полегшує задачу знаходження точок перетину кривих, а з іншого боку дозволяє здійснювати інтуїтивно зрозуміле управління параметрами кривої в графічному інтерфейсі за допомогою її опорних точок.

Крім того, афінні перетворення кривої (перенесення, масштабування, обертання і ін.) також можуть бути здійснені шляхом застосування відповідних трансформацій до опорних точок.

Завдяки простоті завдання і маніпуляції криві Без'є знайшли широке застосування в комп'ютерній графіці для моделювання гладких ліній.

Найбільше значення мають криві Без'є другого та третього ступенів (квадратичні і кубічні). Криві вищих ступенів при обробці

вимагають більшого обсягу обчислень і для практичних цілей використовуються рідше.

Для побудови складних за формою ліній окремі криві Безьє можуть бути послідовно з'єднані один з одним в сплайн Безьє. Для того, щоб забезпечити гладкість лінії в місці з'єднання двох кривих, три суміжні опорні точки обох кривих повинні лежати на одній прямій.

## 6 ОСНОВИ 3D МОДЕЛЮВАННЯ

### 6.1 Типи геометричних моделей

Як вже було вказано вище, у комп'ютерній графіці виділяють три типи геометричних моделей: каркасні, поверхневі, твердотільні.

#### 6.1.1 Каркасна модель

Модель *каркасного типу* являє собою множини вершин і ребер, які об'єднують дані вершини (рис. 6.1).

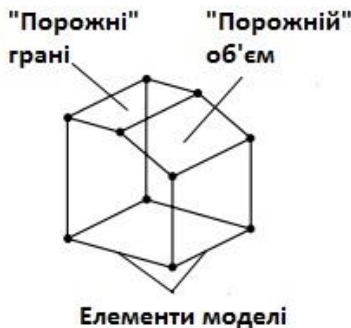


Рисунок 6.1 - Каркасна (Wire-frame) 3D модель

Ця модель повністю описується в термінах точок і ліній.

Її головною перевагою є простота і невисокі вимоги до комп'ютерної пам'яті, а недоліки пов'язані з відсутністю інформації про грані, укладені між лініями, і з неможливістю розрізнити зовнішню (незаповнену) і внутрішню (заповнену) області.

При використанні каркасних моделей в САПР необхідно враховувати такі обмеження:

- неоднозначність - відсутність можливості однозначно оцінити орієнтацію і видимість граней, що не дозволяє розрізнити види зверху і знизу, а також автоматизувати видалення прихованих ліній;
- наближене уявлення криволінійних граней - неможливість точно описати криволінійні поверхні (циліндри, конуси і ін.), які реально не мають ребер (іноді для таких поверхонь вводять фіктивні ребра, розташовувані через регулярні інтервали (рис. 6.2));

- неможливість виявити зіткнення - відсутність інформації про поверхні, які обмежують форму, не дозволяє виявити зіткнення між об'єктами, що важливо при моделюванні роботів, проектуванні планів розміщення обладнання і т. ін.;
- похибки оцінки фізичних характеристик - можливість некоректного обчислення маси, центру ваги, моменту інерції і т.ін., обумовлена браком інформації про поверхні, які обмежують об'єкт;
- відсутність засобів "затінення" поверхонь - у моделі, що складається тільки з ребер, неможливо зробити забарвлення поверхонь різними кольорами.

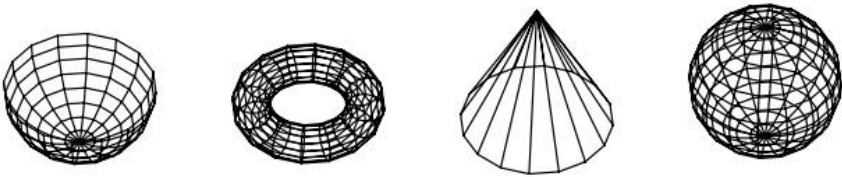


Рисунок 6.2 - Наближене представлення криволінійних поверхонь у каркасних моделях за допомогою фіктивних ребер

Найбільш широко каркасне моделювання застосовується при імітації нескладного просторового руху інструменту (наприклад, при фрезеруванні за трьома осями).

### 6.1.2 Поверхнева модель

Модель *поверхневого типу* полягає у тому, що спочатку створюється тривимірний каркас, на який потім "натягуються" різні види математичних поверхонь (рис. 6.3).



Рисунок 6.3 - Поверхнева (Surface) 3D модель

Модель поверхневого типу задається в термінах точок, ліній і поверхонь.

На відміну від каркасної моделі вона забезпечує:

- точне уявлення криволінійних граней;
- автоматичне розпізнавання граней і їх забарвлення;
- автоматичне видалення невидимих ліній (рис. 6.4);
- розпізнавання особливих ліній на гранях (отворів і т. ін.);
- виявлення зіткнень між об'єктами.

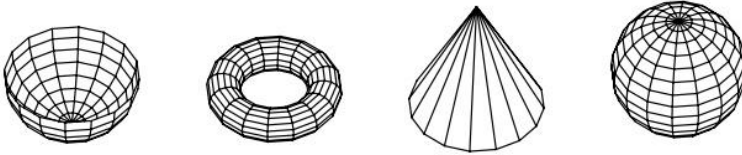


Рисунок 6.4 - Видалення невидимих ліній при поверхневому моделюванні

Системи поверхневого моделювання підтримують різні види поверхонь: лінійчатих, кінематичних і скульптурних.

В сучасних 3D системах широко використовуються складові поверхні, складені з криволінійних чотирикутників, обмежених гладкими кривими. Внутрішня область кожної такої ділянки визначається шляхом інтерполяції. При зображенні складових поверхонь на екрані створюється сітка, натягнута на багатогранний каркас.

Над поверхнями можна проводити наступні операції: обрізання поверхні іншою поверхнею або просторовою кривою на поверхні, побудова гладких переходів або заокруглень між поверхнями.

Перевага поверхневого моделювання: можна створювати геометричні об'єкти будь-якого ступеня складності.

Метод поверхневого моделювання найбільш ефективний при проектуванні і виготовленні складних криволінійних поверхонь (корпусів автомобілів і ін.).

При цьому можна використовувати:

- базові геометричні поверхні: площині, циліндри, куби, результат переміщення твірної кривої в заданому напрямку і т.ін. (рис. 6.5 а);
- поверхні обертання: результат обертання лінії навколо осі (рис. 6.5 б);
- перетини і сполучення поверхонь;
- аналітичні поверхні, які задаються математичним рівнянням;
- скульптурні поверхні або поверхні "вільних форм", які не можуть бути описані одним математичним рівнянням, а задаються за допомогою методів сплайн-інтерполяції утворюють твірних кривих, наприклад, корпуси автомобілів, фюзеляжі літаків, лопатки турбін (рис. 6.5 в; 6.6).

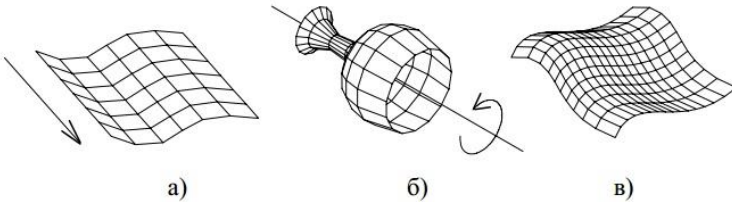


Рисунок 6.5 - Поверхневі моделі, отримані шляхом переміщення кривої в заданому напрямку (а), обертання кривої (б) і за допомогою сплайн-інтерполяції (в)

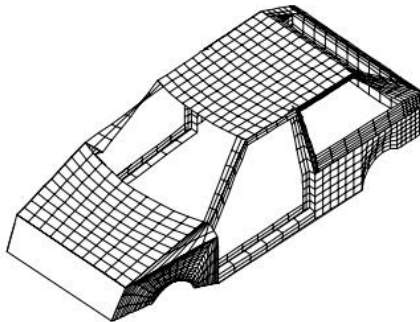


Рисунок 6.6 - Поверхнева модель кузову автомобіля

При побудові поверхонь використовуються граничні умови - криві, які задають контур куска поверхні, та параметри поверхні у вершинах контуру: координати вершин, крутизна, нахил тощо.

Найчастіше застосовуються кусково-безперервні поверхні (білінійні, лінійчасті та лінійні куски Кунса), а також кусково-гладкі поверхні (кубичні куски Кунса та бікубичні поверхні).

На рис. 6.7 - 6.12 показані деякі найбільш розповсюджені форми поверхонь, що застосовуються у поверхневому моделюванні, та принципи їх побудови.

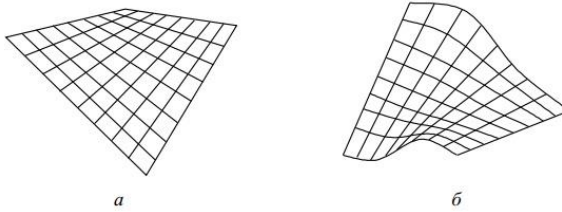


Рисунок 6.7 - Білінійна (а) та лінійчаста (б) поверхні

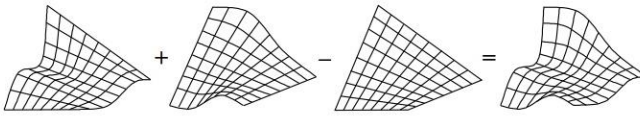


Рисунок 6.8 - Лінійна поверхня Кунса як результат додавання двох лінійчастих поверхонь та віднімання білінійної поверхні

$$R_0 = P_{00} \cdot (1 - u) + P_{01} \cdot u$$

$$R_1 = P_{10} \cdot (1 - u) + P_{11} \cdot u$$

$$P(u, v) = R_0 \cdot (1 - v) + R_1 \cdot v$$

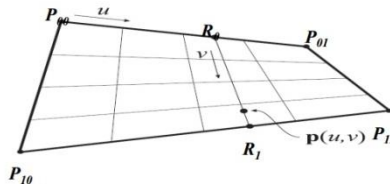


Рисунок 6.9 - Побудова білінійної поверхні Без'є

$$\begin{aligned}
 Q(u, v) = & P(u, 0) \cdot (1 - v) + P(u, 1) \cdot v + \\
 & P(0, v) \cdot (1 - u) + P(1, v) \cdot u \\
 & - P(0, 0) \cdot (1 - u) \cdot (1 - v) - P(0, 1) \cdot (1 - u) \cdot v \\
 & - P(1, 0) \cdot u \cdot (1 - v) - P(1, 1) \cdot u \cdot v
 \end{aligned}$$

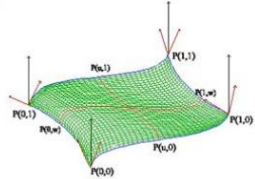


Рисунок 6.10 - Побудова білінійної поверхні Кунса

$$B(u, v) = \begin{bmatrix} u^3 & u^2 & u & 1 \end{bmatrix} \cdot M_B \cdot \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & P_{02} & P_{03} \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{20} & P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{30} & P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix} \cdot M_B^T \cdot \begin{bmatrix} v^3 \\ v^2 \\ v \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$M_B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

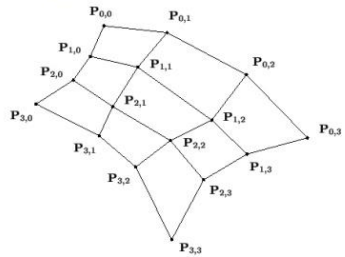


Рисунок 6.11 - Побудова бікубічної поверхні Без'є

$$B(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m P_{ij} \cdot \mathbf{b}_{j,m}(u) \cdot \mathbf{b}_{i,n}(v), \quad u, v \in [0, 1]$$

$$\mathbf{b}_{i,n}(t) = C_n^i \cdot t^i \cdot (1-t)^{n-i}$$

$$C_n^i = \binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$$

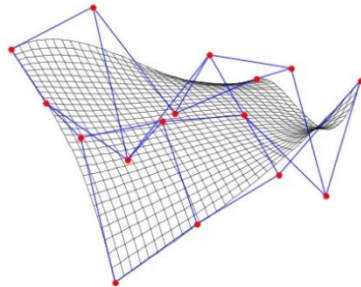


Рисунок 6.12 - Поверхня Без'є, загальний випадок

Незважаючи на суттєві переваги, поверхневі моделі мають ряд недоліків, які можуть бути усунуті тільки в рамках твердотілого моделювання. До них відносяться:

- неоднозначність при моделюванні реальних твердих тіл;
- складність процедур видалення невидимих ліній і відображення внутрішніх областей.

### 6.1.3 Твердотільна модель

Модель *твердотілого типу* описує тривимірний об'єм, який займає фізичне тіло.

Внутрішнє представлення твердотілої геометричної моделі виражається його границями (наприклад, гранями, ребрами і вершинами). В цьому випадку використовуються дані трьох типів:

- геометричні (координати вершин, описані аналітично, ребра і поверхні, описані рівняннями);
- топологічні, що дозволяють за допомогою понять "усередині / поза" визначити топологію об'єкта;
- допоміжні, наприклад, колір, ступінь прозорості тощо (рис. 6.13).



Рисунок 6.13 - Твердотільна (Solid) 3D модель

Основна ідея твердотілого моделювання полягає в тому, щоб завжди гарантувати фізично несуперечливе уявлення геометричних об'ємних тіл і оперувати поняттями додавання/видалення матеріалу. Коректне тверде тіло має внутрішній об'єм, обмежений зовнішньою поверхнею тіла. Таке уявлення

дозволяє визначати об'єм тіла, його масу, моменти інерції, центр ваги і т.ін. Ці параметри часто є критичними при оцінці ефективності конструкції виробу і надзвичайно важливі для конструктора.

Таким чином, на відміну від каркасних і поверхневих, твердотільна модель забезпечує:

- повний опис заповненого об'єму і можливість розмежування зовнішніх і внутрішніх областей, на основі чого автоматизується процес виявлення зіткнень;
- автоматизацію процесу видалення прихованих ліній;
- автоматизацію процесу побудови розрізів і перетинів, що потрібно при створенні складальних креслень складних виробів;
- застосування сучасних методів аналізу конструкцій (точне обчислення маси і габаритів, розрахунок міцності і деформацій методом кінцевих елементів і т. ін.);
- ефективне управління кольорами і джерелом освітлення, отримання тонових зображень;
- більш точне моделювання кінематики і динаміки багатоланкових механізмів (роботів, верстатів і т. ін.).

Розробка твердотільних моделей є невід'ємною частиною процесу розробки і виробництва практично всіх сучасних конкурентоспроможних виробів.

Твердотільні 3D моделі застосовуються для проектування виробів, розрахунків елементів їх конструкції, розробки технічної документації, програмування верстатів з ЧПК для виробництва деталей і в багатьох інших областях.

Методи твердотільного моделювання, засновані на мулевих операціях, особливо зручні при обчисленні поверхневих і вагових параметрів тіл, розрахунку напружень, імітації операцій механічної обробки.

В останньому випадку операції різання металу (точіння, фрезерування, свердління і т. п.) можуть бути легко описані за допомогою булевої різниці. Природним додатком булевої алгебри є також аналіз зіткнень (колізій), які виявляються за допомогою операції перетину.

## 6.2 Типи представлення геометричних моделей

Можна виділити два основних типи представлення 3D моделей:

- **граничне**, коли в моделі зберігаються границі об'єкта, наприклад, вершини, ребра, грані;
- **конструктивне**, або у вигляді *дерева побудови*, коли зберігаються базові об'єкти (призма, піраміда, циліндр, конус і т.ін.) з яких формувалося тіло, і використані при цьому операції; в вузлі дерева зберігаються операції формування, а гілки представляють об'єкти.

Метод **граничного представлення (B-Rep)** оперує з примітивами, пов'язаними за допомогою булевих операцій. При цьому модель описується сукупністю ребер і граней, що визначають граничну поверхню твердого тіла. Ці дані доповнюються інформацією про топологію примітиву і особливості його геометрії. Метод B-Rep більш зручний при модифікації примітивів, але вимагає більшого обсягу комп'ютерної пам'яті.

Граничним випадком граничної моделі є модель, яка використовує перерахування всіх точок займаного нею простору. Зокрема, тіло може бути апроксимоване набором "склеюваний" один з одним паралелепіпедів, що може бути зручно для деяких обчислень (ваги, об'єму, розрахунків методом кінцевих елементів і т.ін.).

Метод **конструктивного представлення (C-Rep)** заснований на створенні моделей з типових твердотільних примітивів з заданими розмірами, орієнтацією і точкою прив'язки. При визначенні взаємин між сусідніми примітивами використовуються булеві операції: "об'єднання", "віднімання" і "перетин".

Твердотільні примітиви можуть вибиратися з бібліотеки або генеруватися шляхом руху довільної поверхні вздовж деякої кривої. В результаті відбувається "захоплення" (sweeping) частини тривимірного простору, що належить примітиву.

Часто використовуються **гібридні моделі**, в яких в різній мірі змішуються ці два основних типи представлення. Зокрема, в граничній моделі може зберігатися інформація про спосіб побудови, наприклад, інформація про контури і траєкторії його переміщення для формування заданої поверхні (так звані кінематичні моделі). У моделях у вигляді дерева побудови в якості елементарних можуть

використовуватися не тільки базові об'єкти, але також і суцільні тіла, задані за допомогою границь.

Кожна з моделей має свої переваги та недоліки і може використовуватися у конкретних випадках.

Так, наприклад, гранична модель зручна для виконання операцій візуалізації (видалення невидимих частин, забарвлення і т.ін.).

Модель в вигляді дерева побудови природним чином може забезпечити параметризацію об'єкта, тобто модифікацію об'єкта зміною тих чи інших окремих параметрів, аж до видлення будь-яких складових частин, але не зручна для візуалізації, оскільки вимагає перерахунку об'єкта за деревом побудови.

З цього виникає потреба у засобах взаємного перетворення моделей. Зрозуміло, що з більш загальної можна сформуванати більш просту, а зворотнє перетворення далеко не завжди можливо або доцільно, що і ілюструється суцільними і штриховими лініями на рис. 6.14.



Рисунок 6.14 - Перетворення моделей представлення

З рисунку видно особливе місце граничної моделі, перетворення в яку можливе з будь-яких інших.

## 7 ФРАКТАЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

### 7.1 Поняття фрактальної геометрії

Зазвичай геометричні моделі природних об'єктів будуються на основі порівняно простих фігур: прямих, прямокутників, кіл, сфер, багатогранників.

Однак цей набір важко застосувати для опису складних об'єктів, таких як турбулентний потік рідини, пористі матеріали, форма хмар, кровеносно-судинна система, крона дерева і т.ін.

Тому необхідні нові геометричні поняття і методи для опису цих об'єктів. Одним з таких понять є поняття фрак тала. Яке було введено Б. Мандельбротом в 1975 році.

Поняття *фрактала* відноситься до деякої статичної геометричної конфігурації, а для опису динамічних явищ використовується поняття хаосу.

Основною ідеєю фрактальної геометрії є ідея самоподібності, тобто фрактальні структури при різному збільшенні не зазнають в середньому значних змін.

Наприклад, у дерева є гілки. На цих гілках є гілки поменше і т.ін. Те ж саме можна помітити, розглядаючи гірський рельєф, кровоносну систему людини і ін.

На відміну від геометрії Евкліда, яка розглядає гладкі об'єкти, фрактальна геометрія розглядає нерегулярні, сильно зламани, порізані об'єкти. Для фрактальних кривих не існує поняття дотичної, тому що ці криві в загальному випадку недиференційовані.

Одним з алгоритмів створення фрактальних об'єктів на площині є використання комплексних відображень, що зіставляють одному комплексному числу  $z_n = x_n + i y_n$  інше комплексне число  $z_{n+1} = x_{n+1} + i y_{n+1}$  за ітераційним правилом  $z_{n+1} = f(z_n)$ , де  $f(z)$  - деяка нелінійна функція  $z$ , а  $n$  - номер ітерації.

З найбільш відомих прикладів такого роду можна привести найпростіше квадратичне відображення:

$$z_{n+1} = f(z_n) = (z_n)^2 + C$$

де  $C$  - деяка комплексна константа.

Нерухомою точкою  $z$  відображення  $z_{n+1} = f(z_n)$  називається корінь рівняння  $f(z) = z$ .

Якщо, стартувавши в безпосередній близькості від нерухокої точки, в процесі ітерацій до неї необмежено наближатися, то така нерухома точка називається притягуючою.

## 7.2 Класифікація фракталів

Класифікація фракталів наведена на рис. 7.1.



Рисунок 7.1 - Класифікація фракталів

**Геометричні фрактали** є найбільш уявними. Для їх побудови характерне завдання "основи" та "фрагмента", який повторюється з кожним зменшенням масштабу.

Побудову такого фракталу можна наявно побачити на прикладі кривої Коха (рис. 7.2).

Ще одним наявним прикладом геометричного фракталу є килимок Серпинського (рис. 7.3).

У графіці геометричні фрактали застосовуються для отримання зображень дерев, кущів, берегових ліній і т.ін.

Конструктивні фрактали будуються за допомогою рекурсивних процедур, систем ітерованих функцій, L-систем та ін.

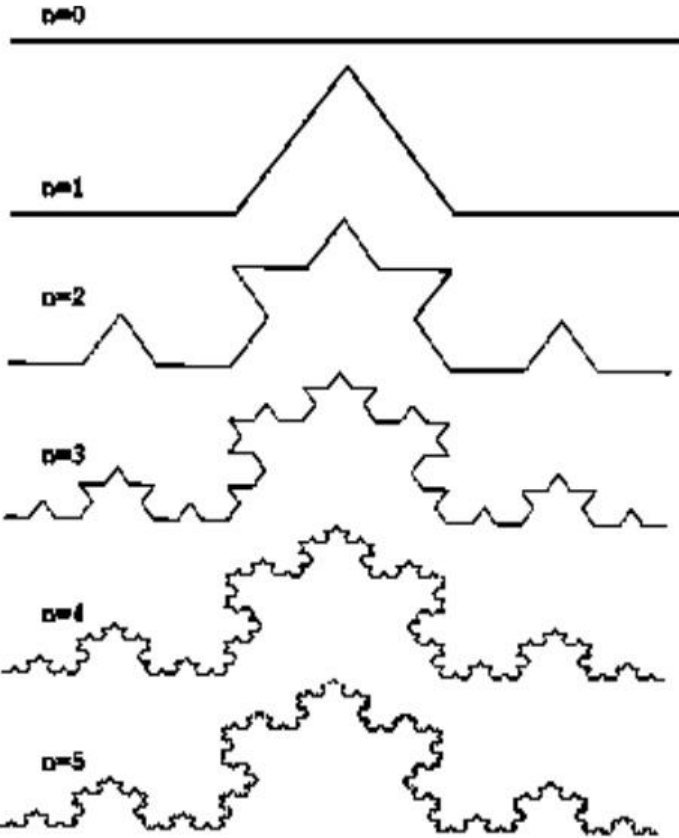


Рисунок 7.2 - Побудова кривої Коха

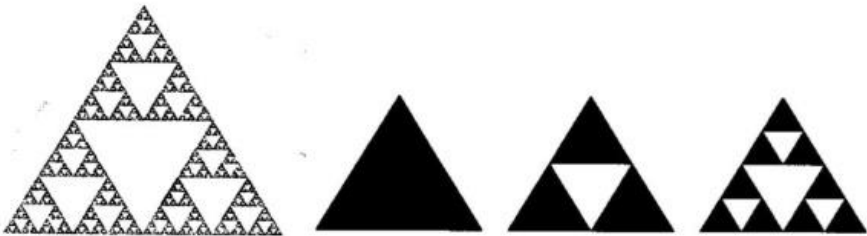


Рисунок 7.3 - Килимок Серпинського та етапи його побудови

*Алгебраїчні фрактали* отримали свою назву за те, що їх будують, використовуючи прості алгебраїчні формули.

Їх отримують за допомогою нелінійних процесів в  $n$ -мірних просторах.

Відомо, що нелінійні динамічні системи мають декілька стійких станів.

Загальновідомо, що рівновага може бути трьох типів: стійка, нестійка і байдужа.

Аналогічно нерухома точка відображення теж може бути трьох типів: та, що притягує, та, що відштовхує, і нейтральної.

Той стан, в якому опинилася динамічна система після деякої кількості ітерацій, залежить від її початкового стану. Тому кожен стійкий стан має деяку область початкових станів, з яких система обов'язково потрапить в кінцеві стани.

Аттрактором на комплексній площині називається точку (або точки), до якої сходиться процес ітерацій. В якості такого аттрактора може виступати нерухома точка, що притягує, або цикл, що притягує.

Іноді таких аттракторів може бути кілька, вони також можуть складатися з незліченної множини точок і являти собою безперервну лінію або яку-небудь іншу множину.

Таким чином, фазовий простір системи розбивається на області тяжіння аттракторів. Якщо фазовим є двомірний простір, то, фарбуючи області тяжіння різними кольорами, можна отримати колірний фазовий портрет цієї системи (ітераційного процесу). Змінюючи алгоритм вибору кольору, можна отримати складні фрактальні картини з химерними кольоровими візерунками (рис. 7.4).

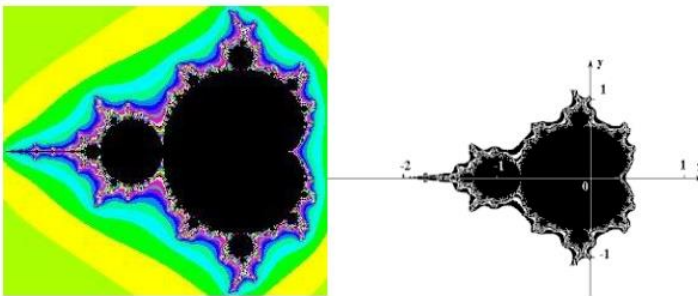


Рисунок 7.4 - Алгебраїчний фрактал на основі множини Мандельброта

Фрактали, при побудові яких в ітеративній системі випадковим чином змінюються будь-які параметри, називаються *стохастичними*.

З допомогою комп'ютера такі процеси будувати досить просто, тому що він дозволяє генерувати послідовності випадкових чисел. Ці фрактали використовуються при моделюванні рельєфів місцевості і поверхні морів, процесу електролізу.

Приклад зображення плазми, створеного за допомогою стохастичного фракталу, наведений на рис. 7.5.

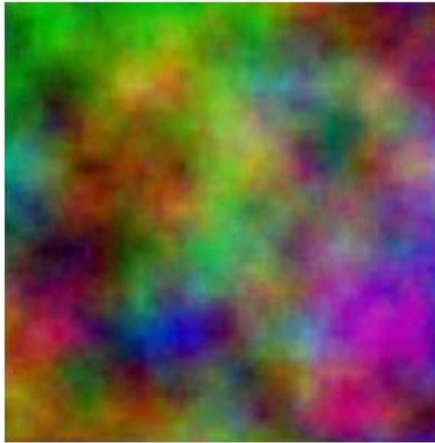


Рисунок 7.5 - Зображення плазми, створене за допомогою стохастичного фракталу

## 8 МЕТОДИ КОНСТРУЮВАННЯ ВИРОБІВ ЗА ДОПОМОГОЮ САПР

У САПР можна виділити два підходи до конструювання.

**Перший підхід** базується на використанні двомірної геометричної моделі - графічному зображенні і комп'ютера як електронного кульмана, що дозволяє значно прискорити процес конструювання і поліпшити якість оформлення конструкторської документації.

Центральне місце в цьому підході до конструювання займає креслення, яке служить засобом графічного представлення виробу, що містить інформацію для рішення графічних завдань, а також для виготовлення виробу (рис. 8.1).

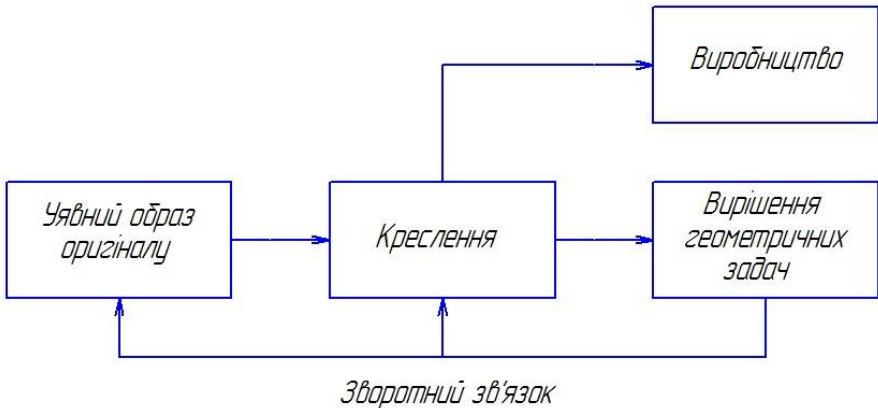


Рисунок 8.1 - Схема традиційної технології конструювання

При такому підході вихідною є наступна постановка питання: використання комп'ютера при вирішенні графічних завдань повинно бути раціональним і досить ефективним.

Це може бути реалізовано при вирішенні задачі: створене за допомогою комп'ютера графічне зображення має використовуватися багаторазово або в різних варіаціях, а формування текстових документів відбуватися автоматично в результаті створених креслень і схем.

Так, з допомогою обчислювальної техніки полегшуються:

- оформлення конструкторських документів, насичених зображеннями стандартних, типових, уніфікованих складових частин, наприклад електричних та інших принципових, функціональних схем, друкованих плат, модулів, приладів, електронних блоків, стійок, шаф, пультів і т.ін.;
- модернізація існуючих конструкцій (часткові зміни, а не створення принципово нового об'єкта);
- розробка текстових документів (специфікацій, переліків елементів і ін.).

В основі *другого підходу* лежить комп'ютерна просторова геометрична модель виробу (рис. 8.2), яка є більш наочним способом подання оригіналу.

При цьому креслення відіграє допоміжну роль, а методи його створення засновані на методах комп'ютерної графіки, методах відображення просторової моделі.

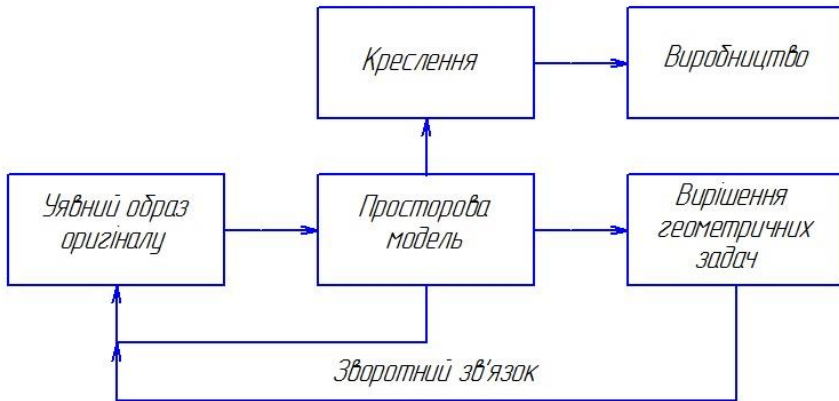


Рисунок 8.2 - Схема сучасної технології конструювання

Процес формування моделей виробів можна розбити на декілька етапів (рис. 8.3).

*На першому етапі* реальний об'єкт (наприклад, деталь) піддається абстракції, в результаті якої визначається інформаційна модель.

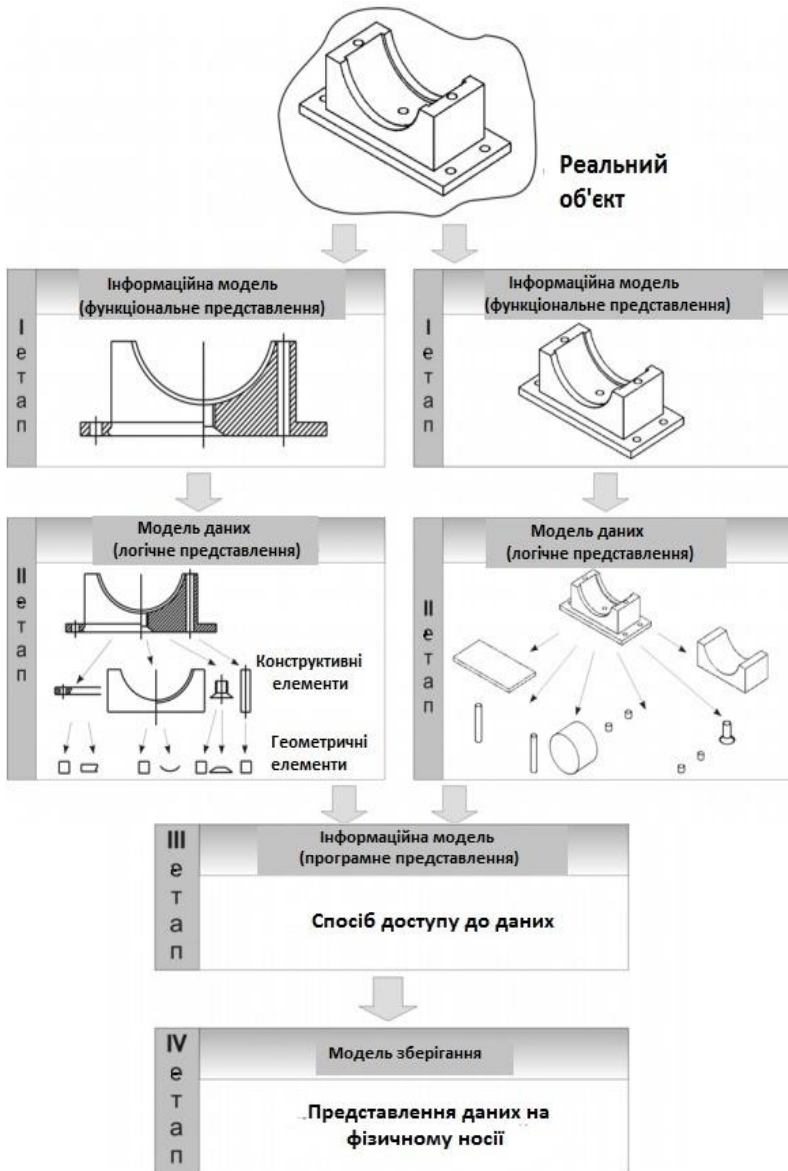


Рисунок 8.3 - Відображення реального об'єкта у внутрішньо машинне представлення

*На другому етапі* в інформаційній моделі виділяють рівні структуризації даних і їх взаємозв'язки, найчастіше з урахуванням процесів обробки інформації. Таким чином, здійснюються уточнення і структурування інформації з логічної точки зору.

Істотним моментом у цьому представленні є те, що воно має відображати характеристики не однієї деталі, а цілого класу деталей на різних стадіях проектування, що фіксуються в технічній документації.

При формуванні інформаційної моделі передбачається використання безлічі конструктивних елементів для отримання деталей довільної форми, геометричних елементів - точок, контурів, поверхонь, елементарних і складних об'єктів, які забезпечують обробку геометричної інформації для всіх процесів автоматизованого проектування. Таким чином, будується модель даних, яка відображає логічну структуру даних.

*На третьому етапі* здійснюється процес перетворення моделі даних у внутримашинне представлення - формування моделі доступу.

Модель доступу (або розміщення) орієнтована на фізичне розміщення даних в пам'яті комп'ютера, в моделі зберігання.

Таким чином, *на четвертому етапі* визначається модель зберігання, яка описує спосіб організації даних, сформованих в моделі доступу, в фізичній пам'яті і керування ними.

Існують три способи запису даних на фізичні носії: послідовний, списковий і прямий.

В AutoCAD, наприклад, використовується списковий спосіб запису геометричних даних, що дає можливість користувачеві зберігати дані на фізичних носіях незалежно від їх логічної послідовності.

## ЛІТЕРАТУРА

1 Саєнко С. Ю. Основи САПР [Електронний ресурс]: навчальний посібник / С. Ю. Саєнко, І. В. Нечипоренко – Х. : ХДУХТ, 2017. Режим доступу: <http://elib.hduht.edu.ua/handle/123456789/2819>

2 Васильков, Д.М. Геометрическое моделирование и компьютерная графика: вычислительные и алгоритмические основы [Електронний ресурс]: курс лекций / Д.М. Васильков. – Минск.: БГУ, 2011. Режим доступу: <https://www.elib.bsu.by>, обмежений.

3 Основы систем автоматизированного проектирования [Текст]: метод. пособие для студ. спец. 53 01 03 «Автоматическое управление в технических системах» и 53 01 07 «Информационные технологии и управление в технических системах» дневной формы обучения / А.П.Пашкевич, О.А.Чумаков. – Мн.: БГУИР, 2004.– 48 с.

4 Кириллова, Т. И. Компьютерная графика AutoCAD 2018 [Текст]: учебное пособие / Т.И. Кириллова, С.А. Поротникова, Н. В. Семенова; под общ. ред. доц., канд. техн. наук Н. В. Семеновой. — Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2019. — 224 с.

5 Разработка чертежей и проектов [Електронний ресурс]. - Режим доступу: <https://www.cad-project.ru/>

6 Autodesk Knowledge Network [Електронний ресурс]. - Режим доступу: <https://knowledge.autodesk.com/ru/>

7 V портал [Електронний ресурс]. - Режим доступу: <https://drawing-portal.com/>