

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Національний університет «Запорізька політехніка»

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**  
**до виконання практичних завдань**  
**та лабораторних робіт з дисципліни**  
**«Обчислювальна техніка та програмування за фахом»**  
для студентів спеціальності 141  
«Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»  
(освітня програма «Електричні машини і апарати»)  
усіх форм навчання

2023

Методичні вказівки до виконання практичних завдань та лабораторних робіт з дисципліни «Обчислювальна техніка та програмування за фахом» для студентів спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» (освітня програма «Електричні машини і апарати») усіх форм навчання. / Укл.: Т.П. Солодовнікова, Г.В. Дьомічева. – Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка», 2023. – 59 с.

Укладачі: Т.П. Солодовнікова, старш. викл.  
Г.В. Дьомічева, зав.лаб.

Рецензент Т. Є. Дівчук, доцент

Відповідальний за випуск С.О. Лапкіна, асист.

Затверджено  
на засіданні кафедри  
«Електричні машини»  
Протокол №1  
Від 14.08.2023 р.

Рекомендовано до видання  
НМК Електротехнічного  
факультету  
Протокол №1  
від 21.09.2023 р.

## ЗМІСТ

<b>Вступ</b> .....	4
<b>1 Лабораторна робота. Основи роботи з MathCAD</b> .....	5
1.1 Загальні відомості. ....	5
1.2 Порядок виконання лабораторної роботи. ....	12
1.3 Контрольні запитання. ....	19
<b>2 Лабораторна робота. Логічні оператори. Функції керування.</b> .....	20
2.1 Загальні відомості. ....	20
2.2 Порядок виконання лабораторної роботи. ....	23
2.3 Контрольні запитання. ....	26
<b>3 Лабораторна робота. Методи апроксимації й інтерполяції при обробці експериментальних даних.</b> .....	27
3.1 Загальні відомості .....	32
3.2 Порядок виконання лабораторної роботи .....	35
3.3 Контрольні запитання. ....	
<b>4 Контрольні завдання</b> .....	36
4.1 Завдання на контрольну роботу. Вказівки щодо оформлення та захисту. ....	36
4.2 Методичні вказівки до виконання контрольної роботи. ...	38
4.3 Порядок виконання контрольної роботи .....	46
<b>Перелік джерел посилань</b> .....	54
<b>Додаток А. Системні змінні</b> .....	56
<b>Додаток Б. Убудовані оператори</b> .....	57
<b>Додаток В. Убудовані функції</b> .....	59

## ВСТУП

Однією з основних областей застосування персональних комп'ютерів є складні обчислювальні задачі, що виникають при моделюванні технічних пристроїв і процесів, можна розбити на ряд елементарних: обчислення інтегралів, рішення рівнянь, рішення диференціальних рівнянь і т.д. Для таких задач уже розроблені методи рішення, створені математичні системи, доступні для вивчення.

Мета виконання контрольної та лабораторних робіт – навчити користуватися найпростішими методами обчислень із використанням сучасних інформаційних технологій.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен отримати загальні компетентності: здатність до абстрактного мислення, аналізу і синтезу; здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях; здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел; здатність виявляти, ставити та вирішувати проблеми; здатність працювати автономно;

Фаховими компетентностями є здатність вирішувати практичні задачі із застосуванням систем автоматизованого проектування і розрахунків (САПР); здатність розробляти проекти електроенергетичного, електротехнічного та електромеханічного устаткування із дотриманням вимог законодавства, стандартів і технічного завдання; усвідомлення необхідності підвищення ефективності електроенергетичного, електротехнічного та електромеханічного устаткування;

Очікувані програмні результати навчання: студент повинен вміти самостійно вчитися, опановувати нові знання і вдосконалювати навички роботи з сучасним обладнанням, вимірювальною технікою та прикладним програмним забезпеченням; обирати і застосовувати придатні методи для аналізу і синтезу електромеханічних та електроенергетичних систем із заданими показниками.

# 1 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА

## ОСНОВИ РОБОТИ З MATHCAD

**Мета:** вивчити програмний інтерфейс MathCAD, навчитися працювати з документами, робити прості математичні обчислення і будувати графіки.

### 1.1 Загальні відомості

MathCAD працює з *документами*. У документі можна розміщати блоки трьох основних типів: математичні вираження, текстові фрагменти і графічні області.

Розташування нетекстових блоків у документі має принципове значення - *зліва праворуч і поверх вниз*.

#### 1.1.1 Математичні вираження

До основних елементів математичних виражень MathCAD відносяться *оператори, типи даних, функції і керуючі структури*.

##### *Оператори*

*Оператори* - елементи MathCAD, за допомогою яких можна створювати математичні вираження. До них, наприклад, відносять символи арифметичних операцій, знаки обчислення сум, множень, похідної й інтеграла і т.і.

Оператор визначає: дію, яка повинна виконуватися при наявності тих або інших значень операндів; скільки, де і які операнди повинні бути введені в оператор.

*Операнд* - число або вираження, на який діє оператор. Наприклад, у вираженні  $5! + 3$  число  $3$  і вираження  $5!$  - операнди оператора  $+$  (плюс), а число  $5$  **операнд** оператора факторіал (!). У Додатку Б приведений список найбільш часто використовуваних операторів.

##### *Типи даних*

До *типів даних* відносять числові константи, звичайні і системні змінні, масиви (вектори і матриці) і дані файлового типу.

*Константами* називають поймаєні об'єкти, що зберігають деякі значення, що не можуть бути змінені. *Змінні* є поймаєніми об'єктами, що мають деяке значення, яке може змінюватися по ходу виконання програми. Тип змінної визначається її значенням; змінні можуть бути числовими, рядковими, символними і т.і.

Імена констант, змінних і інших об'єктів називають *ідентифікаторами*.

У MathCAD є група особливих об'єктів, що не можна віднести ні до класу констант, ні до класу змінних, значення яких визначені відразу після запуску програми. Їх вірніше вважати *системними змінними*, що мають визначені системою початкові значення (дивись Додаток А). Зміна значень системних змінних роблять у меню (**Built-In Variables**) **Убудовані змінні** діалогового вікна **Math Options** команди **Math ⇒ Options**.

Звичайні змінні відрізняються від системних тем, що вони повинні бути попередньо *визначені* користувачем. У якості *оператора присвоювання* використовується знак  $:=$ , тоді як знак  $=$  відведений для *виведення значення* константи або змінної.

Якщо змінної присвоюється початкове значення за допомогою оператора  $:=$ , визивається натисканням клавіші  $:$  (двокрапка) на клавіатурі, таке присвоювання називається *локальним*. До цього присвоювання змінна не визначена, і її не можна використовувати. Проте за допомогою знака  $\equiv$  (клавіша  $\sim$  на клавіатурі) можна забезпечити *глобальне* присвоювання (Приклад 1 Рисунок 1.1). MathCAD прочитусь весь документ двічі зліва праворуч і поверх униз. При першому проході виконуються всі дії, продиктовані локальним оператором присвоювання ( $\equiv$ ), а при другому - дії, продиктовані локальним оператором присвоювання ( $:=$ ), і відображаються всі необхідні результати обчислень ( $=$ ).

Існують також жирний знак рівності  $=$  (комбінація клавіш **Ctrl + =**), що використовується, наприклад, як оператор наближеної рівності при рішенні систем рівнянь, і символний знак рівності  $\rightarrow$  (комбінація клавіш **Ctrl + .**).

*Дискретні аргументи* - особливий клас змінних, які у пакеті MathCAD найчастіше заміняють *керуючі структури*, називані циклами (проте повноцінною така заміна не є). Ці змінні мають ряд фіксованих значень, або цілих чисел (1 спосіб), або у виді чисел із визначеним кроком, що змінюються від початкового значення до кінцевого (2 спосіб).

*Name := Nbegin .. Nend,*

де *Name* - ім'я змінної, *Nbegin* - її початкове значення, *Nend* - кінцеве значення,  $..$  - символ, що вказує на зміну змінної в заданих межах

(уводиться клавішею ;). Якщо  $Nbegin < Nend$ , то крок змінної буде дорівнює +1, інакше -1.

$Name := Nbegin, (Nbegin + Step) .. Nend$

де *Step* - заданий крок зміни змінної (він повинний бути позитивним, якщо  $Nbegin < Nend$ , або негативним в оберненому випадку).


Дискретні аргументи значно розширюють можливості MathCAD, дозволяючи виконувати багатократні обчислення або цикли з повторюваними обчисленнями, формувати вектори і матриці (Приклад 3 Рисунка 1.1).

*Масив* - сукупність, що має унікальне ім'я, кінцевого числа числових або символьних елементів, упорядкованих деяким чином і визначеними адресами, що мають. У пакеті MathCAD використовуються масиви двох найбільше поширених типів: одномірні (вектори); двомірні (матриці).

Порядковий номер елемента, що є його адресою, називається *індексом*. Індокси можуть мати тільки цілими числами. Вони можуть починатися з нуля або одиниці, у відповідності зі значенням системної змінної **ORIGIN** (Додаток А).

Вектори і матриці можна задавати різноманітними способами:

- за допомогою команди **Insert⇒Matrix...**, або комбінації

клавіш **Ctrl + M**, або щиглем на кнопці  панелі **Matrix** для не великих масивів;

- із використанням дискретного аргументу, коли є деяка явна залежність для обчислення елементів через їхні індекси (Приклад 3 Рисунка 1.1).

### **Функції**

*Функція* - вираження, відповідно до якого проводяться деякі обчислення з *аргументами* і визначається його числове значення.

Варто особо відзначити різницю між *аргументами* і *параметрами* функції. Змінні, зазначені в скобках після імені функції, є її *аргументами* і замінюються при обчисленні функції значеннями зі скобок. Змінні в правій частині визначення функції, не зазначені в скобках у лівій частині, є *параметрами* і повинні задаватися до визначення функції (Приклад 2 Рисунка 1.1).

Головною ознакою функції є *повернення значення*, тобто функція у відповідь на звертання до неї по імені з указівкою її аргументів повинна повернути своє значення.

**Приклад 1.1 – Визначення змінних**

$a := 2$  - локальне визначення       $a + b = 3$  - обчислення

$b \equiv 1$  - глобальне визначення       $e = 2.718$  - убудована змінна

**Приклад 1.2 – Визначення функцій**

$\sin(b) = 0.841$  - убудована функція повернула значення  $\sin(1)=0.841$

$\text{pro}(x, y) := 2x \cdot y \cdot a$  - визначення функції користувача *pro*, де  $x$  і  $y$  - аргументи функції *pro*,  $a$  – параметр

$\text{pro}(5, 3.2) = 64$  - обчислення функції *pro*

**Приклад 1.3 – Визначення і використання дискретного аргументу**

$z := 2, 2.5 .. 4$  - змінна  $z$  приймає набір значень від 2 до 4 із кроком 0.5, для введення необхідно набрати  $z:2,2.5;4$

$i := 0..3$  - тут крок дорівнює 1,  
 $j := 0..2$  запис спростився

$z =$  - для відображення значень змінної  $z$  необхідно набрати  $z =$

2
2.5
3
3.5
4

$c_i := i^2$  - використання дискретного аргументу для присвоєння значень елементам вектора (або матриці), для введення необхідно набрати: для вектора  $c[i:i^2]$  для матриці  $q[i,j:i+j]$

$s_i :=$  - введення числових значень у таблицю, наберіть  $s[i:3,5,7.8]$   
 $s_1 = 5$  - перегляд умісту 1-го елемента вектора  $s$

3
5
7.8

$i =$


0
1
2
3

$c = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix}$        $q = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

**Рисunek 1.1 – Математичні вираження**

Функції в пакеті MathCAD можуть бути *убудовані* (Додаток В), тобто завчасно введені розроблювачами, і *визначені користувачем*.

Засоби вставки убудованої функції:

- вибрати пункт меню **Insert**⇒ **Function...**;
- натиснути комбінацію клавіш **Ctrl + E**;
- клацнути на кнопці .

### 1.1.2 Текстові фрагменти

*Текстові фрагменти* являють собою шматки тексту, що користувач хотів би бачити у своєму документі. Існують два види текстових фрагментів:

*текстова область* призначена для невеличких шматків тексту - підписів, коментарів і т.п. Вводиться за допомогою команди **Insert**⇒**Text Region** або комбінації клавіш **Shift + "** (подвійна лапка);


*текстовий абзац* застосовується в тому випадку, якщо необхідно працювати з абзацами або сторінками. Вводиться за допомогою комбінації клавіш **Shift + Enter**.

### 1.1.3 Графічні області

*Графічні області* діляться на трьох основних типу - двомірні графіки, тривимірні графіки й імпортовані графічні образи. Двомірні і тривимірні графіки будуються самим MathCADом на підставі оброблених даних.

Для створення *декартового графіка*:

Встановити візира в порожньому місці робочого документа.

Вибрати команду **Insert**⇒**Graph**⇒**X-Y Plot**, або натиснути комбінацію клавіш **Shift + @**, або клацнути кнопку  панелі **Graph**. З'явиться шаблон декартового графіка.

1 Введіть у середній мітці під вісю  $X$  першу незалежну змінну, через кому - другу і так до 10, наприклад  $x1, x2, \dots$ .

2 Введіть у середній мітці зліва від вертикальної осі  $Y$  першу незалежну змінну, через кому - другу і т.д., наприклад  $y1(x1), y2(x2), \dots$ , або відповідні вираження.

3 Клацніть за межами області графіка, що б почати його побудову.

*Тривимірні*, або *3D-графіки*, відображають функції двох змінних виду  $Z(X, Y)$ . При побудові тривимірних графіків у ранніх версіях

MathCAD поверхня потрібно була визначити математично (Рисунок 1.2, спосіб 2). Тепер застосовують функцію MathCAD *CreateMesh*.

---

***CreateMesh(F (ули G, ули f1,f2,f3), x0, x1, y0, y1, xgrid, ygrid, fmap)***

Створює сітку на поверхні, визначеною функцією *F*.  $x_0, x_1, y_0, y_1$  - діапазон зміни змінних,  $xgrid, ygrid$  - розміри сітки змінних, *fmap* - функція відображення. Всі параметри, за винятком *F*, - факультативні. Функція *CreateMesh* по умовчання створює сітку на поверхні з діапазоном зміни змінних від -5 до 5 і із сіткою 20×20 точок.

Приклад використання функції *CreateMesh* для побудови 3D-графіків приведений на Рисунку 1.2, спосіб 1. На Рисунку 1.2 побудована та сама поверхня різними способами, із різним форматом, причому зображені поверхні і під ними ті ж поверхні у виді контурного графіка. Така побудова здатна додати рисунку більшу наочність.

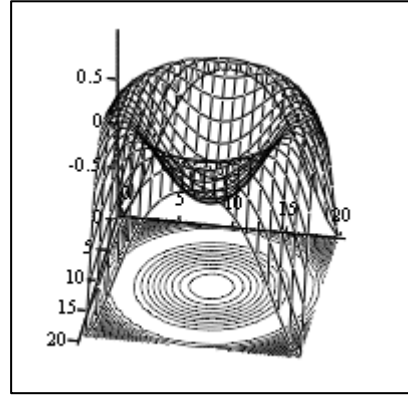
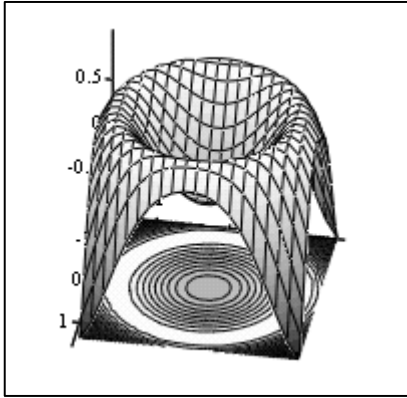
Нерідко поверхні і просторові криві подають у виді точок, кіл або інших фігур. Такий графік створюється операцією **Insert⇒Graph⇒3D Scatter Plot**, причому поверхня задається параметрично - за допомогою трьох матриць (*X, Y, Z*) (Рисунок 1.3, спосіб 2), а не однієї як у прикладі на Рисунку 1.2. Для визначення вихідних даних для такого виду графіків використовується функція *CreateSpace* (Рисунок 1.3, спосіб 1).

---

***CreateSpace(F, t0, t1, tgrid, fmap)***

Повертає вкладений масив трьох векторів, що *подають*  $x$ -,  $y$ -,  $z$ - координати просторовою кривою, визначеною *функцією F*.  $t_0$  і  $t_1$  - діапазон зміни змінної,  $tgrid$  - розмір сітки змінної, *fmap* - функція відображення. Всі параметри, за винятком *F*, - факультативні.

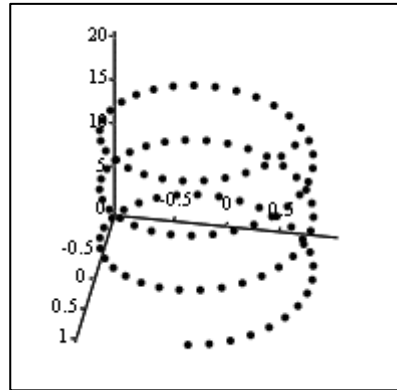
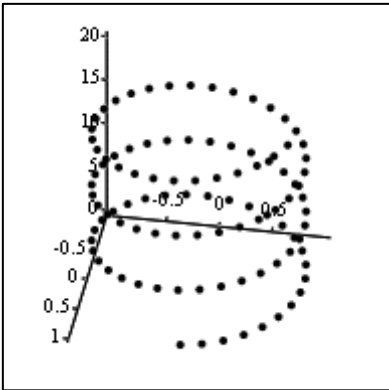
1 спосіб	2 спосіб
$f(x, y) := \sin\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)$	$i := 0..20 \quad x_i := -1.5 + i \cdot 0.15$
$M := \text{CreateMesh}(f, -1.5, 1.5, -1.5, 1.5, 20, 20)$	$j := 0..20 \quad y_j := -1.5 + j \cdot 0.15$
	$M1_{i,j} := f(x_i, y_j)$



M, M

M1, M1

**Рисунок 1.2 – Приклад побудови на одному рисунку двох 3D-графіків різного типу**



M

(x, y, z)

**Рисунок 1.3 - Побудова 3D Крапкових графіків**

### *Побудова пересічних фігур*

Особливий інтерес являє собою можливість побудови на одному графіку ряду різних фігур або поверхонь з автоматичним урахуванням їхнього взаємного перетинання. Для цього треба роздільно задати матриці відповідних поверхонь і після виведення шаблону 3D-графіка

перерахувати ці матриці під ним із використанням у якості роздільника коми (Рисунок 1.4).

$$F(t) := \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \\ t \end{pmatrix} \quad \text{1 спосіб}$$

$$t := 0..100 \quad \text{2 спосіб}$$

$$M := \text{CreateSpace}(F, 0, 20, 100)$$

$$x_t := \cos\left(\frac{t}{5}\right) \quad y_t := \sin\left(\frac{t}{5}\right) \quad z_t := \frac{t}{5}$$

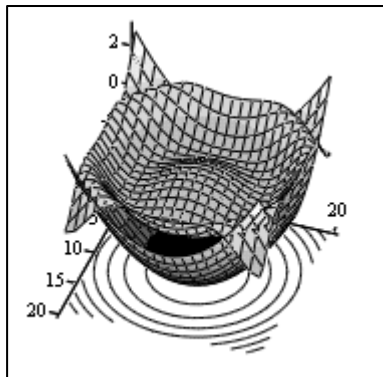
$$x := 0..20 \quad y := 0..20$$

$$f1(x, y) := -\sin(x^2 + y^2)$$

$$f2(x, y) := x^2 + y^2 - 5$$

$$M2_{x,y} := f2\left(\frac{x-10}{5}, \frac{y-10}{5}\right)$$

$$M1_{x,y} := f1\left(\frac{x-10}{5}, \frac{y-10}{5}\right)$$



M1, M2, M2

**Рисунок 1.4 – Побудова двох пересічних поверхонь і одночасно контурного графіка**

## 1.2 Порядок виконання лабораторної роботи

Перед початком роботи необхідно вивчити матеріал п. 1.1. Підготувати відповіді на контрольні питання до самоперевірки.

В подальшій роботі, набираючи оператори, користуватись клавіатурою (табл. 1.1).

Всі завдання виконувати з коментарями, використовуючи команду **Insert**  $\Rightarrow$  **Text Region**.

**1.2.1** Визначити змінні. Адаптувати та обчислити вираження.. Варіанти завдань у табл. 1.1.

Таблиця 1.1 – Варіанти до завдання 1.2.1

Варіант	Функція
1	$a = -1,3; b = 0,91; c = 0,75; x = 2,32; k = 8$ $y = \sin \frac{a-x}{c} + 10^4 \cdot \sqrt[3]{\frac{a-kx^2}{2b} + \frac{\cos kx^2}{\operatorname{tg} 3} - \frac{bc}{ax}}$
2	$k = 2; x = 0,32; d = 1,25; n = -4; b = 0,75; c = 2,2$ $y = 10^{-3} \tan kn - \frac{(x-d)(x^2+b^2)}{\sqrt[3]{x^2+b^2-cd}} - \frac{\cos kx}{\sin 5}$
3	$i = 5; k = -2; x = 0,1; a = 25,2; b = 2,35$ $y = \operatorname{tg} ik - \frac{ax^3 - b}{(a+b)^2} + 10^3 e^{-5} + \sqrt[3]{\frac{10^2  xk }{(a+b)^2}}$
4	$a = -1,25; c = 0,05; d = 2,5; i = 5; x = 1,35$ $y = \frac{\sqrt{ c-d  + (a+c)^2}}{\sin 2i} + 10^{-3} e^{ix} - \frac{ c-d  + a^2}{\sqrt[3]{(a+c)^2}}$
5	$k = 2; x = -2,5; c = 0,31; a = 0,93; b = 5,61$ $y = \frac{\ln  kx }{\sin 7} - \sqrt{ x-a^2 } - \frac{10^4 a - b}{\cos kx} + \sqrt[3]{x-a^2} + c^3 x$
6	$k = -2; a = 3,5; b = 0,35; x = 1,523$ $y = 10^4 \frac{ax}{b^2} - \left  \frac{a-b}{kx} \right  + \frac{\ln 3}{\sqrt[3]{ax+b^2}} - e^{-kx}$
7	$a = 1,7; b = -1,25; c = -0,3; x = 2,5; k = 3$ $y = \sqrt{\frac{abc}{2,4}} - \frac{0,7abc}{\sin 7} + 10^4 \sqrt[3]{ \cos kx } - \frac{b-a}{kx}$
8	$a = 1,3; b = 2,42; c = 0,83; x = 1,5; k = 2$ $y = \frac{ a^2 - b^2 }{\sin kx} - \frac{k^2 + \operatorname{tg} 3k}{e^{kx}} - 10^4 \sqrt[5]{ \sin kx - bc }$

## Продовження таблиці 1.1

Варіант	Функція
9	$x = 0,29; a = -2,4; k = 3; c = 1,52$ $y = \frac{\sqrt[3]{\ln x + a^2}}{0,47x^2} - \left  0,47x^2 - \frac{10^4}{7} \cos^2 k \right  - \frac{c}{x}$
10	$a = -2,5; b = 1,35; x = 2,75; i = 3; c = -0,72$ $y = \frac{1,5(a-b)^2}{ a-b c} + \frac{i}{5} + 10^3 \sqrt{ a-b } - \frac{2,5(a+x^2)\sin 7}{ix^2 + a^2bc}$
11	$a = 3,5; i = 2; b = -0,7; x = 0,8$ $y = 10^4 \sin^2 i - \frac{0,32x^3 + 4x + b}{\cos ia} \sqrt[6]{0,32x^3 - b +  b }$
12	$a = 4,72; b = 1,25; d = -0,01; x = 2,25; i = 2; k = 3$ $y = \frac{ax^2 +  d }{(a+b)^2} - 10^4 \sqrt[5]{\frac{kx}{(a+b)^2}} - \frac{\cos i}{\sin kx}$
13	$a = -3,25; x = 8,2; k = 4; b = 0,05; d = 0,95$ $y = \cos k(x-a) + \frac{\sqrt[5]{ x+a }}{2,4b} e^3 + 10^{-4} \frac{(x+a)^3 + x^4 d}{k(x-a)^3}$
14	$x = 0,48; b = -0,31; c = 1,72; a = 2,01; k = 3$ $y = \sqrt[5]{ ax^2 - b^3 } + \ln kx - \frac{e^{kx} + c^2}{\sin kx} - 10^{-3} \sqrt{2157}$
15	$x = 2,5; b = 0,04; k = 3; n = 5$ $y = \frac{1}{9} + \frac{\sqrt{x^2 + b}}{0,4x} - 10^4 e^{kx} + \cos \sqrt{x^2 + b} + \frac{\sin 3}{(x^2 + b)n}$
16	$x = 0,5; a = 2,71; c = 3,25; d = -3,53; k = 5$ $y = \frac{\sin(ax^2 - c)}{0,25k^2 xd} - \left  \sqrt[3]{x^2 + \ln 3} - \cos kx \right  + 10^4 x^5 cd$

Продовження таблиці 1.1

Варіант	Функція
17	$a = 0,02; x = -3,25; b = 2,5; c = 1,2; d = 0,5; k = 6$ $y = \frac{(ax - b)^2 +  d - b  - e^{kd}}{10^4 d^5 + b^2 + c} - \sin 2 + \sqrt[5]{d - b}$
18	$a = -1,7; b = 2,32; c = 0,92; k = 2; x = 0,057$ $y = \sqrt{\frac{\cos k^2 x - b}{a^2 + b^2}} - 10^4 e^7 + \frac{tg k^2 x + \sqrt[3]{5}}{a - \sin k^2 x} - \frac{c}{k}$
19	$a = -1,52; b = -13,2; k = 2; n = 4; x = 1,4$ $y = 0,5 \frac{a^2 x +  b }{(a + b)^2 - b} + \frac{\sin k}{\cos nx} + 10^4 \sqrt[5]{a^2 x +  b }$
20	$k = 3; a = -3,5; b = 0,35; n = 4; x = -0,02$ $y = \frac{abx + tg 2k}{ a - b  + 0,5x} - 10^4 \frac{\sin na}{\cos kx} - \frac{abx}{\sqrt[3]{a - b}}$
21	$a = -1,4; b = 25,3; x = 4,5; n = 4$ $y = 1,1 \frac{\sqrt[3]{(a + b)^2 +  \cos nx }}{\sin(a + b)} - e^2 + 10^{-3} \frac{n^2 x}{a + b}$
22	$a = 2,75; b = 1,3; x = -7,85; d = 1,23; k = -2$ $y = 10^4 \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{x^2 + a^2} - 1,7 \frac{\sqrt{7}(a^2 + b^2)}{(a + b)kd} - \frac{\cos 2}{ x + d + k }$
23	$a = -5,1; x = 0,71; k = 4; b = 0,24$ $y = e^{ax} - \frac{tg kx}{\sqrt{ a + x^2 }} - 10 \sin 2 + \frac{1}{3} - \frac{a + x^2}{kx} b$
24	$a = 2,5; b = -5,25; x = 1,25; k = 4$ $y = \left(\frac{1}{3}\right)^3 e^{a+b} + \frac{\sqrt{15 - kx^2 - 0,41}}{10^{-2} a + b } + \frac{\ln(a + b)^2}{x + kx^2} - \sqrt{3}$

Продовження таблиці 1.1

Варіант	Функція
25	$d = 1,2; x = 0,75; c = 1,5; b = 2,35; i = 2; k = -3$ $y = \left( dx - \sqrt{\frac{ c-b }{x}} \right)^2 + 1,2tgi - 10^3 \frac{(c-b)^2}{dx} + \sqrt[3]{\cos kx}$
26	$a = 1,2; k = 0,5; b = 0,1; x = 4,75$ $y = \sqrt[3]{(a^2 + x)x^2} - \frac{1}{\sqrt{\ln(b+x)}} + \sin\left(k + \frac{x^3}{a}\right)$
27	$a = 10; b = 5,43; c = 0,26; x = -0,55$ $y = \frac{cx^2 + (abc)^3}{\cos cx} + 4\sqrt{\frac{c+1}{x+b}} +  e^{cx-a} $
28	$a = 3,27; b = 0,89; i = 0,5; x = -1,5$ $y = \frac{\sqrt{17x}}{ae^{bx}} - \left(\frac{xi}{9}\right)^5 e^{a+b} + tgi \frac{\ln(a+b)}{ix^2}$
29	$a = 3,5; b = 0,8; k = -2,3; x = -2,75$ $y = \frac{1}{7} - \cos\left(\sqrt{x^2 + b + k}\right) + \frac{e^{\frac{k}{x}} + \frac{a}{b}}{\sqrt[3]{308 + k}} + \frac{ a-b }{tg \frac{k}{a}}$
30	$a = 7,83; b = 3,25; k = 1,5; x = 1$ $y = \frac{ \sin k^2 x }{a^2 + 3b^2} - \sqrt[5]{b + kx} + \frac{a(a^2 - b)}{e^{2x+b}}$

**1.2.2** Вивести на екран значення *системної константи*  $\pi$  і встановити максимальний формат її відображення локально.

**1.2.3** Виконати операції з комплексними числами

$$Z := -3 + 2.4i$$

$$|Z| = \operatorname{Re}(Z) = \operatorname{Im}(Z) = \arg(Z) = \sqrt{Z} = \sqrt{-5} = 2 \cdot Z =$$

$$Z1 := 1 + 2i \quad Z2 := 3 + 4i$$

$$Z1 + Z2 = \quad Z1 - Z2 = \quad Z1 \cdot Z2 = \quad Z1 / Z2 =$$

### 1.2.4 Виконати операції

$$i := 1 \dots 10 \quad \sum_i i = \quad \prod_i (i+1) = \quad \int_0^{0.4} x^2 \cdot \lg(x+2) dx =$$

$$\int_{0.8}^{1.2} \frac{\operatorname{ctg} 2x}{(\sin 2x)^2} dx = \quad x := 2 \quad \frac{d}{dx} x^5 = \quad \frac{d}{dx} \sin(x) =$$

**1.2.5** Визначити вектори  $d$ ,  $S$  і  $R$  через дискретний аргумент  $i$ . Відобразити графічно функції  $S_i(d_i)$  і  $R_i(d_i)$ , використовуючи команду **Insert**  $\Rightarrow$  **Graph**  $\Rightarrow$  **X-Y Plot**. Щоб оформити графік, необхідно виконати такі команди:

$i$	$d_i$	$S_i$	$R_i$
0	0.5	3.3	2
1	1	5.9	3.9
2	1.5	7	4.5
3	2	6.3	3.7
4	2.5	4.2	1.2

- клацнути лівою клавiшею миші на графіку, щоб виділити його. Потім клацнути правою клавiшею миші, при цьому з'явиться контекстне меню в котрому необхідно вибрати команду **Format...** (з'явиться діалогове вікно “**Formatting Currently Selected X-Y Plot**”);

- нанести лінії сітки на графік (**X-Y Axes**  $\Rightarrow$  **Grid Lines**) і відобразити легенду (**Traces**  $\Rightarrow$  **Hide Legend**);

- відформатувати графік так, щоб у кожній вузловій точці графіка функції  $S_i(d_i)$  стояв знак виду  $\square$  (**Traces**  $\Rightarrow$  **Symbol**  $\Rightarrow$  **box**), а графік функції  $R_i(d_i)$  відобразити у виді гістограми **Traces**  $\Rightarrow$  **Type**  $\Rightarrow$  **bar**.

**1.2.6** Побудувати Декартові (**X-Y Plot**) і полярні (**Polar Plot**) графіки таких функцій:

$$X(\alpha) := \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha)$$

$$Y(\alpha) := 1.5 \cos(\alpha)^2 - 1$$

$$P(\alpha) := \cos(\alpha).$$

Для цього необхідно визначити  $\alpha$  як дискретний аргумент на інтервалі від 0 до  $2 \cdot \pi$  із кроком  $\pi/30$ .

Визначити за графіком **X-Y Plot** координати будь-якої із точок перетинання графіків  $Y(\alpha)$  і  $P(\alpha)$ , для цього необхідно:

- виділити графік і вибрати з контекстного меню **Zoom** (з'явиться діалогове вікно “**X-Y Zoom**”) для збільшення частини графіка в області точки перетинання;

- на кресленні виділити пунктирним прямокутником область точки перетинання графіків  $Y(\alpha)$  і  $P(\alpha)$ , яку потрібно збільшити;
- натиснути кнопку **Zoom**, щоб збільшити графік;
- щоб зробити це зображення постійним, вибрати ОК;
- вибрати з контекстного меню **Trace** (з'явиться діалогове вікно “**X-Y Trace**”);
- усередині креслення натиснути кнопку миші і перемістити покажчик миші на точку, координати якої потрібно побачити;
- вибрати **Copy X** (або **Copy Y**), на вільному полі документа набрати  $Xper:=$  (або  $Yper :=$ ) і вибрати пункт меню **Edit⇒Paste**;
- Обчислити значення функцій  $X(\alpha)$  і  $Y(\alpha)$  при  $\alpha:=\pi/2$ .

**1.2.7** Використовуючи команду **Insert ⇒ Matrix...** створити матрицю  $Q$  розміром  $6 \times 6$ , заповнити її довільно і відобразити графічно за допомогою команди **Insert ⇒ Graph ⇒ Surface Plot**.

**1.2.8** Побудувати графік поверхні (**Surface Plot**) і карту ліній рівня (**Contour Plot**) для функції двох змінних  $X(t, \alpha) := t \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha)$  двома способами.

**Перший спосіб.** За допомогою функції *CreateMesh* (сітка розміром  $40 \times 40$ , діапазон зміни  $t$  від  $-5$  до  $5$ ,  $\alpha$  - від  $0$  до  $2 \cdot \pi$ ).

**Другий спосіб.** Задавши поверхню математично, для цього треба:

- визначити функцію  $X(t, \alpha)$ ;
- задати на осях змінних  $t$  і  $\alpha$  по 41 точці  $i:=0..40$   $j:=0..40$  для змінної  $t_i$  із значеннями, що змінюються від  $-5$  до  $5$  із кроком  $0.25$   $t_i := -5 + 0.25 \cdot i$ , а для змінної  $\alpha_j$  - від  $0$  до  $2 \cdot \pi$  із кроком  $\pi/20$   $\alpha_j := \pi/20 \cdot j$ ;
- визначити матрицю  $M_{i,j} := X(t_i, \alpha_j)$  і відобразити її графічно.

За допомогою команди **Format...** контекстного меню викликати діалогове вікно “**3-D Plot Format**” і змінити:

- характеристики перегляду (**General⇒View⇒Rotation, Tilt**);
- колір лінії поверхні (**Appearance⇒Fill Option, Line Option**);
- параметри осей (**Axes**);
- вид заголовка графіка (**Title**).

**1.2.9** Відобразити графічно перетинання поверхонь  $f1(x, y) := \frac{(x+y)^2}{10}$  і  $f2(x, y) := 5 \cdot \cos\left(\frac{x-y}{3}\right)$ . Матриці для побудови поверхонь задати за допомогою функції *CreateMesh*, значення факультативних параметрів не вказувати. Виконати однотонну заливку для поверхонь, обравши з контекстного меню команду **Format...** Також із контекстного меню вибрати ефекти **Туман(Fog)**, **Освітлення(Lighting)**, **Перспектива(Perspective)**.

### 1.3 Контрольні запитання

**1.3.1** За допомогою якого оператора можна обчислити вираження?

**1.3.2** Як створити текстову зону у документі Mathcad?

**1.3.3** Чим відрізняється глобальне і локальне визначення змінних? За допомогою яких операторів визначаються?

**1.3.4** Як змінити формат чисел для всього документа?

**1.3.5** Як змінити формат чисел для окремого вираження?

**1.3.6** Які системні змінні Вам відомі? Як дізнатися їхнє значення? Як змінити їхнє значення?

**1.3.7** Які види функцій у Mathcad Вам відомі?

**1.3.8** Як вставити убудовану функцію в документ Mathcad?

**1.3.9** За допомогою яких операторів можна обчислити інтеграли, похідні, суми і множення?

**1.3.10** Як визначити дискретні змінні з довільним кроком? Який крок по умовчання?

**1.3.11** Як визначити індексу змінну? Які види масивів у Mathcad Вам відомі?

**1.3.12** Яка системна змінна визначає нижню межу індексації елементів масиву?

**1.3.13** Опишіть способи створення масивів у Mathcad.

**1.3.14** Як побудувати графіки: поверхні; полярний; декартовий?

**1.3.15** Як побудувати декілька графіків в одній системі координат?

**1.3.16** Як змінити масштаб графіка?

**1.3.17** Як визначити координату точки на графіку?

## 2 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА ЛОГІЧНІ ОПЕРАТОРИ. ФУНКЦІЇ КЕРУВАННЯ.

**Мета:** засвоїти призначення та особливості використання функцій, що служать для керування обчисленнями, і логічних операторів у MathCAD.

### 2.1 Загальні відомості

#### 2.1.1 Логічні оператори

Використання логічних операторів (NOT, AND, OR, і XOR) у версіях MathCAD 2000-2001.

Знаки логічних операторів вводяться з палітри **Boolean**



Логічне заперечення (NOT – Ctrl+Shift+1):

$$P := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \longrightarrow \quad (\neg P) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Логічне множення (AND – Ctrl+Shift+7):

$$P := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad Q := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \longrightarrow \quad (P \wedge Q) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Логічне додавання (OR – Ctrl+Shift+6):

$$P = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad Q = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \longrightarrow \quad (P \vee Q) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Логічний виняток OR (XOR – Ctrl+Shift+5):

$$P = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad Q = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \longrightarrow \quad (P \oplus Q) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

### 2.1.2 Убудовані функції

Mathcad має багатий набір убудованих функцій. Більшість із них просто повертає значення, проте є дві функції, що служать для керування обчисленнями.

**Функція *if*(умова, оператор 1, оператор 2).**

Якщо умова істинна, виконується оператор1, інакше оператор2.

**умова:**

$x = y$	Ctrl=	$x \neq y$	Ctrl 3
$x > y$	>	$x \geq y$	Ctrl 0
$x < y$	<	$x \leq y$	Ctrl 9

Результат логічної операції дорівнює 0, якщо умова не виконана, і 1, якщо умова істинна. Цією властивістю можна користуватися для створення більш складних логічних конструкцій, наприклад логічне множення:

$(x > -1) \cdot (x < 1)$  дорівнює 1, якщо виконуються обидві умови і 0 у протилежному випадку.

$(x < -1) + (x > 1)$  діє подібно логічному додаванню.

Використовуючи властивості логічних операцій можна вирішити таку задачу: нехай дано 1000 випадкових чисел на інтервалі від 0 до 1. Потрібно визначити скільки чисел буде більше 0.5.

$$i := 1..1000 \quad A_i := \text{rnd}(1) \quad n := \sum_i (A_i > 0.5) \quad n = 502$$

**Функція *rnd*(n)** повертає випадкове число з діапазону  $[0; n]$ .

Дійсно, вираження в скобках дорівнює 1, якщо умова істинна, і 0 у протилежному випадку. Ми одержимо необхідне число.

Так, кількість чисел, що потрапили в діапазон  $[0.2; 0.5]$ , буде

$$\sum_i (0.2 \leq A_i \leq 0.5) = 290$$

### 2.1.3 Робота з масивами даних

Масиви даних подані в Mathcad у виді матриць. Створити матрицю можна використовуючи інтервальну змінну. Наприклад, необхідно створити масив із 100 випадкових цілих чисел із діапазону від -10 до 10.

$i := 0..99$  - діапазон із 100 значень.

$A_i := \text{floor}(\text{rnd}(20) - 10)$  - створення матриці з одного стовпчика і 100 рядків.

Обчислимо кількість позитивних, негативних і нульових значень.

$$\sum_i (A_i > 0) = 52 \quad \sum_i (A_i < 0) = 45 \quad \sum_i (A_i = 0) = 3$$

Обчислимо суму позитивних і негативних елементів масиву.

$$\sum_i (A_i > 0) \cdot A_i = 288 \quad \sum_i (A_i < 0) \cdot A_i = -233$$

Створимо ще один масив із 100 значень заповнений 0 і 1 випадковою образом.  $B_i := \text{floor}(\text{rnd}(2))$

Обчислимо тепер суму всіх позитивних чисел масиву  $A$  для який відповідні значення масиву  $B$  рівні 1.

$$\sum_i [(A_i > 0) \text{ and } (B_i = 1)] \cdot A_i = 167$$

Робота з двовірною матрицею принципово нічим не відрізняється, тільки з'являється другий індекс - номер стовпчика, що потребує введення другої інтервальної змінної.

Створимо двовірний масив розміром  $5 \times 5$ , у першому стовпчику розташуємо випадкове число від 0 до 1, у другому від 1 до 2 і т.д.

$$i := 0..4 \quad j := 0..4 \quad D_{i,j} := \text{rnd}(1) + j$$

Обчислимо тепер середнє значення в кожному стовпчику:

$$E_j := \frac{1}{5} \sum_i D_{i,j} \quad D = \begin{pmatrix} 0.597 & 1.873 & 2.236 & 3.234 & 4.655 \\ 0.76 & 1.511 & 2.42 & 3.984 & 4.022 \\ 0.093 & 1.317 & 2.832 & 3.494 & 4.92 \\ 0.113 & 1.418 & 2.996 & 3.03 & 4.118 \\ 0.34 & 1.02 & 2.781 & 3.776 & 4.614 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 0.381 \\ 1.428 \\ 2.653 \\ 3.504 \\ 4.466 \end{pmatrix}$$

**Примітка.** Убудована функція  $\text{mean}()$  обчисляє середнє значення. У якості аргументу використовується матриця

$$\text{mean}(D^{(0)}) = 0.381$$

Підрахуємо кількість значень у кожному стовпчику, що не перевершують середнє значення.

$$N_j := \sum_i (D_{i,j} \leq E_j)$$

Виводимо транспоновану матрицю для економії екранного простору. M<sup>T</sup>

$$N^T = (3 \ 3 \ 2 \ 3 \ 2)$$

## 2.2 Порядок виконання лабораторної роботи

2.2.1 Дано набір із 500 випадкових чисел із діапазону від 0 до 8. Знайти, скільки чисел, що потраплять в інтервал від 3.2 до 4.7. Порівняти з тим, що повинно утворитися з пропорційності інтервалів.

2.2.2 Створити масив 50 цілих випадкових чисел у діапазоні від -2 до +4. **Обчислити:**

- кількість позитивних і негативних чисел;
- суму всіх позитивних і негативних чисел.

2.2.3 Створити двомірний масив розміром 10\*10 із цілих випадкових чисел у діапазоні від -10 до +10. **Обчислити:**

- кількість позитивних, негативних і нульових значень у кожному рядку;
- суму всіх позитивних і негативних чисел у кожному рядку;
- суму і множення елементів головної і побічної діагоналі;
- використовуючи матрицю, що створена в попередній задачі, створити 2 матриці, що є дзеркальним відображенням щодо головної і побічної діагоналі.

2.2.4 Побудувати графік фікції (табл. 2.1), з використанням логічних операторів і функцій для заелементної обробки масивів.

Таблиця 2.1 – Варіанти до завдання 2.2.4

№	Функція	№	Функція
1	$y = \begin{cases} \frac{1+x^2}{\sqrt{1+x^4}}, & x \leq 0 \\ 2x + \frac{\sin^2 x}{3+x}, & x > 0 \end{cases}$	2	$y = \begin{cases} \frac{2 + \sin^2 x}{1+x^2}, & x \leq 0 \\ \frac{4 \cos(3x)}{1+e^{3x}}, & x > 0 \end{cases}$

## Продовження таблиці 2.1

№	Функція	№	Функція
3	$y = \begin{cases} \frac{1+ x }{\sqrt[3]{1+x+x^2}}, x \leq -1 \\ \frac{1+\cos^4 x}{3+x}, x > -1 \end{cases}$	10	$y = \begin{cases} \frac{3+\sin^2(2x)}{1+\cos^2 x}, x \leq 0 \\ 2x + \frac{\sin^2 x}{3+x}, x > 0 \end{cases}$
4	$y = \begin{cases} \frac{3+\sin^2 x}{1+x^2}, x \leq 0 \\ 2x^2 \cos^2 x, x > 0 \end{cases}$	11	$y = \begin{cases} \sqrt{1+\frac{x^2}{1+x^2}}, x \leq 0 \\ 2 \cos x , x > 0 \end{cases}$
5	$y = \begin{cases} \frac{1+x}{\sqrt[3]{1+x^2}}, x \leq 0 \\ -x + 2e^{-2x}, x > 0 \end{cases}$	12	$y = \begin{cases} \frac{e^{-2x}}{1+ x } - 1, x \leq 0 \\ e^{-3x} \sin(2x), x > 0 \end{cases}$
6	$y = \begin{cases} \sqrt{1+x^2}, x \leq 0 \\ \frac{1+x}{\sqrt[3]{1+e^{-0.2x}} + 1}, x > 0 \end{cases}$	13	$y = \begin{cases} \sqrt{1+2x^2 - \sin^2 x}, x \leq 0 \\ \frac{2+x}{\sqrt[3]{2+e^{-0.1x}}}, x > 0 \end{cases}$
7	$y = \begin{cases} \frac{ x }{1+x^2} e^{-2x}, x \leq 0 \\ \sqrt{1+x^2}, x > 0 \end{cases}$	14	$y = \begin{cases} \frac{1+x}{1+\sqrt{ x }e^{-x}}, x \leq 0 \\ \cos(3x), x > 0 \end{cases}$
8	$y = \begin{cases} \frac{1+2x}{1+x^2}, x \leq 0 \\ \sin^2 x \sqrt{1+x}, x > 0 \end{cases}$	15	$y = \begin{cases} \frac{1+\cos x}{1+e^{2x}}, x \leq 0 \\ 1+\sin(2x), x > 0 \end{cases}$
9	$y = \begin{cases} \frac{1+\cos x}{1+e^{2x}}, x \leq 0 \\ 1+\sqrt{1-(x-1)^2}, x > 0 \end{cases}$	16	$y = \begin{cases} \frac{1+x^2}{1+\sqrt{ \sin x }}, x \leq 0 \\ e^{-x} \cos(3x), x > 0 \end{cases}$

## Продовження таблиці 2.1

№	Функція	№	Функція
17	$y = \begin{cases} 3\sin x - \cos^2 x, & x \leq 0 \\ \frac{3\sqrt{1+x^2}}{\ln(x+5)}, & x > 0 \end{cases}$	24	$y = \begin{cases} \sqrt{1+ x }, & x \leq 0 \\ \frac{1+3x}{\sqrt[3]{1+x+2}}, & x > 0 \end{cases}$
18	$y = \begin{cases} 3x + \sqrt{1+x^2}, & x \leq 0 \\ 2\cos x e^{-2x}, & x > 0 \end{cases}$	25	$y = \begin{cases} 2\ln(1+x^2), & x \leq -1 \\ (1+\cos^2 x)^{3/5}, & x > -1 \end{cases}$
19	$y = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+ x }}{2+ x }, & x \leq 0 \\ \frac{1+x}{2+\cos^3 x}, & x > 0 \end{cases}$	26	$y = \begin{cases} \frac{3x^2}{1+x^2}, & x \leq 0 \\ \sqrt{1+\frac{2x}{e^{0.5x}+x^2}}, & x > 0 \end{cases}$
20	$y = \begin{cases}  x ^{1/3}, & x \leq 0 \\ -2x + \frac{x}{3+x}, & x > 0 \end{cases}$	27	$y = \begin{cases} \sin x e^{-2x}, & x \leq 0 \\ \frac{x^{2/3}}{1+x^2}, & x > 0 \end{cases}$
21	$y = \begin{cases} \frac{1+x}{1+x^2}, & x \leq 0 \\ \sqrt{1+\frac{\cos x}{3+x}}, & x > 0 \end{cases}$	28	$y = \begin{cases} \frac{1+x+x^2}{1+x^2}, & x \leq 0 \\ \sqrt{1+\frac{2\sin x}{1+x^2}}, & x > 0 \end{cases}$
22	$y = \begin{cases} 1 + \frac{3+x}{1+x^2}, & x \leq 0 \\ \sqrt{1+(1-\sin x)^2}, & x > 0 \end{cases}$	29	$y = \begin{cases} \frac{2+\sin x}{1+\sqrt{1+x+x^2}}, & x \leq 0 \\ 1 - \sqrt{1-(x-1)^2}, & x > 0 \end{cases}$
23	$y = \begin{cases} \sqrt[3]{1+x^2}, & x \leq 0 \\ \sin^2 x + \frac{1+x}{1+e^x}, & x > 0 \end{cases}$	30	$y = \begin{cases} \sqrt[4]{1+e^{3x}}, & x \leq 0 \\ \frac{\cos(5x)}{1+x^2}, & x > 0 \end{cases}$

## 2.3 Контрольні запитання

- 2.3.1 Як вставити убудовану функцію в документ Mathcad?
- 2.3.2 Призначення і використання функції *if*.
- 2.3.3 Які логічні оператори у Mathcad Вам відомі?
- 2.3.4 Як вставити логічні оператори в документ Mathcad?
- 2.3.5 Як створити складну логічну конструкцію?
- 2.3.6 Опишіть способи створення масивів у Mathcad.
- 2.3.7 Призначення і використання функції *mean*.
- 2.3.8 Призначення і використання функції  $\delta$ .
- 2.3.9 Призначення і використання функції *rnd*.

## 3 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА

### МЕТОДИ АПРОКСИМАЦІЇ Й ІНТЕРПОЛЯЦІЇ ПРИ ОБРОБЦІ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДАНИХ

**Мета:** засвоїти методи інтерполяції і апроксимації, правила їх застосування в системі MathCAD.

#### 3.1 Загальні відомості

Експериментальні дані, отримані у лабораторних або промислових умовах, являються основою для проведення подальших досліджень. В результаті проведення експерименту дослідник одержує деяку таблицю значень - табл. 3.1.

**Таблиця 3.1 – Таблиця експериментальних значень**

X	$x_0$	$x_1$	$x_2$	...	$x_N$
Y	$y_0$	$y_1$	$y_2$	...	$y_N$

При обробці експериментальних даних можуть виникнути два типа задач:

1 Для функції, що задана як таблиця, потрібно обчислити значення даної функції для проміжного значення аргументу. Цей тип задач розв'язується методом інтерполяції.

2 Для функції, що задана як таблиця або графічно, підібрати аналітичну формулу, яка зображує з якоюсь точністю дані значення функції. Такі формули називаються емпіричними. Задачі даного типу вирішуються методом апроксимації.

#### 3.1.1 Інтерполяція

Розрізняють два види інтерполяції:

- *глобальна* - з'єднання всіх точок  $f(x)$  єдиним інтерполяційним поліномом (параболічна інтерполяція, інтерполяційні формули Лагранжа і Ньютона та ін.);

- *локальна* - з'єднання точок відрізками прямої (по двох точках), відрізками параболи (по трьох точках).

Інтерполяція при великому числі вузлів призводить до необхідності працювати з багаточленами високого ступеня (наприклад, 50-го або навіть 100-го). Тому на практиці часто використовують *локальну інтерполяцію*.

### Локальна інтерполяція

При локальній інтерполяції між різноманітними вузлами вибираються різноманітні багаточлени невисокого ступеня. У середовищі Mathcad є для цього інструментарій: засоби лінійної інтерполяції (функція *linterp*) і інтерполяції сплайном (функція *interp*) - лінійним (*lspline*), параболічним (*pspline*) і кубічним (*cspline*).

$linterp(vx, vy, x)$	Використовує вектори даних $vx$ і $vy$ , щоб повернути лінійно інтерпольоване значення $y$ , що відповідає третьому аргументу $x$ .
$lspline(vx, vy)$ $pspline(vx, vy)$ $cspline(vx, vy)$	Всі ці функції повертають вектор коефіцієнтів других похідних, що ми будемо називати $vs$ . Вектор $vs$ , використовується у функції <i>interp</i> :
$interp(vs, vx, vy, x)$	Повертає інтерпольоване значення $y$ , що відповідає аргументу $x$ .

$$f(x) := x^2 \cdot e^{-x^2} \text{ - Вихідна функція}$$

$$i := 0..5$$

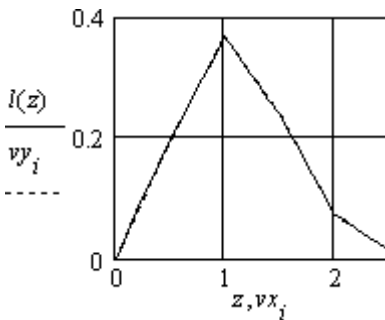
$$vx_i := \frac{i}{2} \quad vy_i := f(vx_i)$$

- Завдання вихідної функції  $f(x)$  таблично на відрізку  $[0, 2.5]$  у 6 вузлових точках.

$$z := 0, 0.1 .. 2.5$$

Приклад 1: Лінійна інтерполяція

$$l(z) := linterp(vx, vy, z)$$



Приклад 2: Інтерполяція кубічним сплайном

$$vs := cspline(vx, vy)$$

$$ls(z) := interp(vs, vx, vy, z)$$

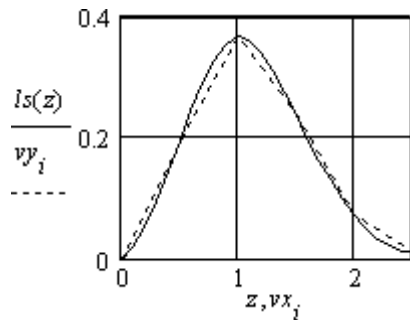


Рисунок 3.1 – Локальна інтерполяція

Найпростішим і часто використовуваним видом локальної інтерполяції є *лінійна інтерполяція*. Вона складається в тому, що задані точки з'єднуються прямолінійними відрізками, і функція  $f(x)$  наближається до ламаної з вершинами в даних точках. Рівняння кожного відрізка ламаної лінії в загальному випадку різні. Оскільки є  $n$  інтервалів  $(x_i, x_{i+1})$ , то для кожного з них у якості рівняння інтерполяційного полінома використовується рівняння прямої, що проходить через дві точки. У випадку *квадратичної інтерполяції* в якості інтерполяційної функції на відрізку  $(x_{i-1}, x_{i+1})$  приймається квадратний тричлен. Інтерполяція для будь-якої точки  $x \in [x_0, x_n]$  проводиться по трьох найближчих точках.

*Кубічна сплайн -інтерполяція*

У останні роки інтенсивно розвивається новий розділ сучасної обчислювальної математика - теорія *сплайнів*. Сплайни дозволяють ефективно вирішувати задачу опрацювання експериментальних залежностей між параметрами, що мають достатньо складну структуру. Рисунок 3.1 показує приклади локальної інтерполяції.

### **Передбачення**

Якщо необхідно оцінити значення функції в точках не приналежному відрізку  $[x_0, x_n]$ , використовуйте функцію *predict*

***predict(v, m, n)***

---

Повертає  $n$  пророкованих значень, заснованих на  $m$  послідовних значеннях вектору даних  $v$ .

Ця функція використовує лінійний алгоритм пророкування, що є корисним, коли функція є гладкою і осцилюючою, хоча не обов'язково періодичною. Лінійне пророкування можна розглядати як різновид екстраполяції, але не можна плутати з лінійною або поліноміальною екстраполяцією. Приклад екстраполяції показано на Рисунку 3.2.

#### **3.1.2 Згладжування**

*Згладжування* припускає використання набору значень  $y$  (і можливо  $x$ ) і повернення нового набору значень  $y$ , що є більш гладким, чим вихідний набір. На відміну від регресії й інтерполяції, згладжування призводить до нового набору значень  $y$ , а не до функції, яка може оцінювати значення між заданими точками даних.

***ksmooth(vx, vy, b)***

Повертає  $n$ -мірний вектор, створений згладжуванням за допомогою гауссова ядра даних із  $n$ -мірного вектора  $vy$ . Параметр  $b$  управляє вікном згладжування і повинний бути в декілька разів більше розміру інтервалу між точками  $x$ .

***medsmooth(vy, m)***

Повертає  $n$ -мірний вектор, створений згладжуванням  $n$ -мірного вектора  $vy$  за допомогою ковзної медіани.  $m$  - ширина вікна, по якому відбувається згладжування, причому  $m$  повинно бути непарним числом і  $m < n$ .

***supsmooth(vx, vy)***

Повертає  $n$ -мірний вектор, створений локальним використанням симетричної лінійної процедури згладжування МНК.

$a := 0$     $b := 2$        $f(x) := \exp\left(-\frac{x}{2}\right) \cdot \sin(5 \cdot x)$  - Вихідна функція

$i := 0..(b - a) \cdot 10$

$x_i := a + \frac{i}{10}$        $y_i := f(x_i)$

- Визначення вихідної функції  $f(x)$  у виді вектори даних на відрізку  $[0, 2.5]$

$p := \text{predic}(y, 7, 20)$

- Завбачення значень функції  $f(x)$  у наступних 20 точках по останнім 7 значенням функції

$t := 0, 1..20 - 1$     $x_{p_t} := \frac{t + b \cdot 10}{10}$  - Графічна перевірка екстраполяції

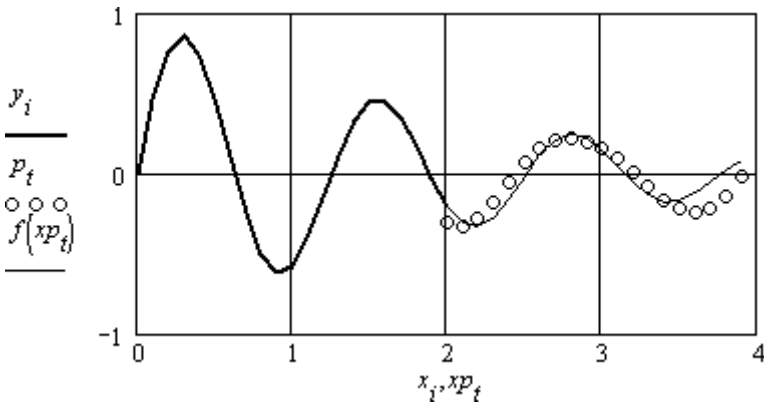


Рисунок 3.2 – Екстраполяція функцій

### 3.1.2 Апроксимація комбінацією довільних функцій

Лінійна або поліноміальна регресія не у всіх випадках підходять для опису залежності даних. Буває, що потрібно шукати цю залежність у виді лінійних комбінацій довільних функцій, жодна з яких не є поліном. Якщо передбачається, що дані могли б бути змодельовані у виді лінійної комбінації довільних функцій

$$f(x) = a_0 f_0(x) + a_1 f_1(x) + \dots + a_n f_n(x),$$

варто використовувати *linfit*, щоб обчислити  $a_i$ . Це так називана *лінійна регресія загального виду*. Приклад показано на рис. 3.3.

#### *linfit(vx, vy, F)*

Повертає вектор коефіцієнтів лінійної регресії загального виду, щоб створити лінійну комбінацію функцій із  $F$ , що дає найкращу апроксимацію даних із векторів  $vx$  і  $vy$ .  $F$  - функція-вектор, що складається з функцій, що потрібно об'єднати у виді лінійної регресії.

$i := 0..5$        $vx_i := \frac{i}{5} + 0.05$       - Вихідні дані

$vy_i :=$

Приклад: Лінійна регресія загального

виду

$$F(z) := \begin{pmatrix} \frac{1}{z + 0.1} \\ z^2 \\ e^z \end{pmatrix} \quad \text{- функція-вектор}$$

1.9
1.605
1.34
1.22
1.13
1.05

$a := \text{linfit}(vx, vy, F)$

$l(z) := F(z) \cdot a$

$z := 0, 0.01 .. 1.1$

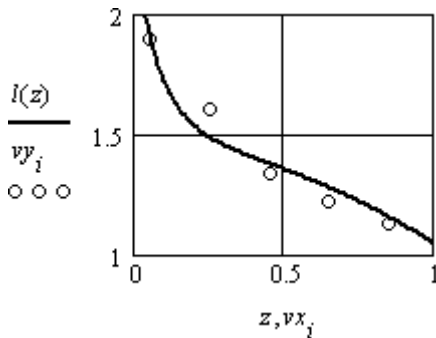


Рисунок 3.3 – Апроксимація комбінацією довільних функцій

### 3.2 Порядок виконання лабораторної роботи

3.2.1 Обчислити значення заданої функції  $y_i = f(x_i)$  у вузлах інтерполяції  $x_i = a + h i$ , де  $h = (b - a)/5$ ,  $i = 0, 1, \dots, 5$ , на відрізку  $[a, b]$ . Варіанти завдань взяти з Таблиці 3.2.

Таблиця 3.2 – Варіанти до завдання 3.2.1

№	$f(x)$	$x \in [a; b]$
1	$e^{x-1} - x^3 - x$	[0;1]
2	$x - 1 / (3 + \sin(3.6x))$	[0;1]
3	$\arccos(x) - x^3$	[0;1]
4	$2x^2 - \arcsin(x)$	(0;1)
5	$3x - 14 + e^x - e^{-x}$	[1;3]
6	$2x^2 + 1.2 - \cos(x) - 2$	[0;1]
7	$\cos(2/x) - 2\sin(1/x) + 1/x$	[1;2]
8	$0.1x^2 - x \cdot \ln(x)$	[1;2]
9	$0.25x^3 + x - 2$	[0;2]
10	$\arccos((1-x^2)/(1+x^2)) - x$	[2;3]
11	$3x - 4 \ln(x) - 5$	[2;4]
12	$e^x - e^{-x} - 2$	[0;1]
13	$1 - x - \operatorname{tg}(x)$	[0;1]
14	$1 - x + \sin(x) - \ln(1+x)$	[0;2]
15	$x^5 - x - 1$	[1;2]
16	$3\sin(2x) - \cos(x)$	[1;2]
17	$x^4 - x^2 - 2$	[0;2]
18	$\cos(x^2) - 7x$	[0;1]
19	$3\sin(x) + x - 1$	[0;2]
20	$10 + 66x - 3x^3$	[2;5]
21	$3xe^{-x} - 1$	[0;1]
22	$2\sin(6x)$	(0;1)
23	$(e^x - 1.5) / (x^2 + 1)$	[0;1]
24	$e^x / (e^x + 1) - x$	[0;2]
25	$\cos(3x/2) + \sin(2x)$	[0;2]
26	$\ln(x) - 2x + 4$	[2;4]

**Продовження таблиці 3.2**

27	$0.3x^4 - \cos(3x)$	[0;2]
28	$2x - 3\cos(4x)$	[0;1]
29	$X^3 - \cos(5x)$	[0;1]
30	$\cos(2x) - x$	[0;2]

3.2.2 Провести *лінійну інтерполяцію* заданої функції за допомогою убудованої інтерполяційної функції *linterp*.

Побудувати графік функції *linterp* і відзначити на ньому вузлові точки  $(x_i, y_i)$ .

3.2.3 Провести *сплайн-інтерполяцію* за допомогою функцій *lspline*, *pspline*, *cspline* и *interp*. Побудувати графік функції *interp* і відзначити на ньому вузлові точки  $(x_i, y_i)$ .

3.2.4 Обчислити значення заданої функції  $y_i = f(x_i)$  у точках  $x_i = a + i/10$ , где  $i = 0, 1, \dots, 10(b - a)$ , на відрізьку  $[a, b]$ .

З використанням функції *predict* виконати *проорокування* (*екстраполяцію*) отриманого вектора даних  $y_i$  у наступних 10 точках по останнім 7 значенням функції. Відобразити графічно наявні дані, проороковані дані і істинний вид функції  $f(x)$ .

3.2.5 Створіть таблицю експериментальних даних:  $x_i = a + h * i$ ,  $i = 0, 1, \dots, 10$ ,  $h = (b - a)/10$  на відрізьку  $[a, b]$ . Варіанти завдань взяти з Таблиці 3.3.

3.2.6 Апроксимувати експериментальні дані з таблиць значень  $x_i$  і  $y_i$  лінійною комбінацією функцій:

$$f(x) = a_1 f_1(x) + a_2 f_2(x) + a_3 f_3(x).$$

Коефіцієнти вектора  $a$  знайти за допомогою функції *linfit*. Відобразити графічно сукупність точок векторів  $x_i$  і  $y_i$  та результати проведеної *лінійної регресії загального виду*. Варіанти завдань взяти з Таблиці 3.4.

3.2.7 Виконати згладжування експериментальної функції, заданою таблицею значень  $x_i$  і  $y_i$  за допомогою убудованих функцій Mathcad: *medsmooth*, *ksmooth* і *supsmooth*. Результати згладжування відобразити графічно.

Таблиця 3.3 – Варіанти індивідуальних завдань до п. 3.2.5

№	$y_i$	$[a, b]$
1	2.86; 2.21; 2.96; 3.27; 3.58; 3.76; 3.93; 3.67; 3.90; 3.64; 4.09	[0, 1]
2	1.14; 1.02; 1.64; 1.64; 1.96; 2.17; 2.64; 3.25; 3.47; 3.89; 3.36;	[-1, 1]
3	4.70; 4.64; 4.57; 4.45; 4.40; 4.34; 4.27; 4.37; 4.42; 4.50; 4.62	[2, 4]
4	0.43; 0.99; 2.07; 2.54; 1.67; 1.29; 1.24; 0.66; 0.43; 0.35; 0.70	[2, 4]
5	1.55; 1.97; 1.29; 0.94; 0.88; 0.09; 0.02; 0.84; 0.81; 0.09; 0.15	[1, 4]
6	3.24; 1.72; 1.95; 2.77; 2.47; 0.97; 1.75; 1.55; 0.12; 0.70; 1.19	[0, 4]
7	2.56; 1.92; 2.85; 2.94; 2.39; 2.16; 2.51; 2.10; 1.77; 2.28; 1.70	[-1, 2]
8	1.77; 0.92; 2.21; 1.50; 3.21; 3.46; 3.70; 4.02; 4.36; 4.82; 4.03	[-1, 3]
9	1.53; 0.45; 1.68; 0.12; 0.68; 2.36; 2.58; 2.53; 3.45; 2.70; 2.82	[4, 8]
10	2.50; 3.90; 3.54; 4.63; 3.87; 5.25; 4.83; 3.24; 3.08; 3.00; 4.70	[0, 5]
11	2.95; 3.38; 2.71; 2.37; 2.29; 2.75; 2.76; 2.74; 2.57; 2.40; 2.99	[1, 5]
12	-0.23; -0.03; -0.98; -0.97; -0.43; -0.91; -0.27; -0.19; 0.88; 1.06; 0.72	[2, 4]
13	2.36; 0.03; -0.38; -1.33; 0.25; -1.36; 0.95; 3.16; 4.03; 4.92; 4.20	[0, 2]
14	3.82; 4.07; 3.53; 4.83; 5.53; 5.04; 5.09; 5.87; 5.53; 4.72; 4.73	[3, 4]
15	2.35; 2.16; 2.39; 2.39; 2.18; 2.09; 2.44; 2.56; 3.35; 3.22; 2.65	[-3, 4]

Таблиця 3.4 – Варіанти індивідуальних завдань до п. 3.2.6

№ варіанта	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$
1	$e^x$	$1/(1+2\cos^2x)^{1/2}$	$\sin x$
2	$1/(1+x^2)$	$e^x$	$\sin(3x)$
3	$1/(1+x^2)$	$e^{\sin x}$	$x$
4	$\operatorname{arctg} x$	$\ln(\ln x)$	$\sin x$
5	$e^{-\sqrt{x}}$	$1/x$	$e^{-x}$
6	$(1+x)/(2+x)$	$\cos(x/10)$	$\cos x$
7	$1/(1+e^{x^2})$	$(1+x^2)^{1/2}$	$\cos x$
8	$\cos(x/2)$	$2 - \cos x$	$\sin(x/2)$
9	$1/(1+e^x)$	$\operatorname{arctg}(x^{1/2})$	$\sin(3x)$
10	$\ln(x+5)$	$(1+x)^{1/2}$	$\sin x$
11	$1/x$	$(1+x)^{1/2}$	$1/x^2$
12	$\cos x$	$1/(1+x+x^2)$	$1/(1+x)$
13	$e^x$	$\cos 4x$	$-e^{x/2}$
14	$(1+e^{-x})^{1/2}$	$e^{x/3}$	$\sin^2(3x)$
15	$1/(1+x+x^2)$	$\cos(x/10)$	$\cos(x/10)$

### 3.3 Контрольні запитання

- 3.3.1 Що таке апроксимація функцій?
- 3.3.2 Для чого потрібна інтерполяція функцій?
- 3.3.3 Охарактеризуйте види інтерполяції.
- 3.3.4 Які види глобальної інтерполяції вам відомі?
- 3.3.5 Що таке емпірична формула і як її підібрати?
- 3.3.6 Що таке екстраполяція?
- 3.3.7 Як можна підвищити точність інтерполяції?
- 3.3.8 Які методи локальної інтерполяції вам відомі? Який із них найменш точний?
- 3.3.9 Який методу локальної інтерполяції проводиться по трьох точках?
- 3.3.10 Яка функція MathCAD реалізує лінійну інтерполяцію?
- 3.3.11 Які функції кубічної сплайн-інтерполяції вам відомі, охарактеризуйте послідовність із використання?
- 3.3.12 Яка функція MathCAD використовується для реалізації екстраполяції, опишіть її аргументи?
- 3.3.13 Коли застосовується апроксимація комбінацією довільних функцій? За допомогою яких операторів?
- 3.3.14 Що таке згладжування?
- 3.3.15 Які функції MathCAD реалізують згладжування?

## 4 КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ

### 4.1 Завдання на контрольну роботу. Вказівки щодо оформлення та захисту

При вивченні дисципліни студенти відповідно до програми самостійно вивчають літературу, що рекомендується, виконують контрольну роботу, яка складається з двох теоретичних питань та одного практичного завдання.

До виконання контрольної роботи варто приступати тільки після засвоєння відповідної частини курсу.

Номер варіанта контрольної роботи задається викладачем.

Пояснювальна записка контрольної роботи пишеться на стандартних аркушах формату А4/297x210/мм і брошурується з ілюстраціями або в окремому зошиті. Сторінки, формули, таблиці й рисунки нумеруються згідно ДСТУ 3008-2015.

**Таблиця 4.1 – Вихідні дані до контрольної роботи**

<b>№ вар.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
теор. пит.	55	31	32	34	33	54	59	60	57	58
№ завд	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>№ вар.</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>
№	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
теор. пит.	36	56	35	53	51	52	49	50	47	48
№ завд.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
<b>№ вар.</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>
№	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
теор. пит.	45	46	43	44	41	42	39	40	37	38
№ завд.	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

#### 4.1.1 Перелік теоретичних питань

4.1.1 Документ. Структура документа.

4.1.2 Інтерфейс MathCAD. Панелі.

4.1.3 Області й меню.

4.1.4 Вставка компонентів інших програм.

- 4.1.5 Збереження й друк документів.
- 4.1.6 Створення текстової області. Редагування й форматування.
- 4.1.7 Математичні вираження. Засоби редагування.
- 4.1.8 Логічні оператори.
- 4.1.9 Оператори, обумовлені користувачем.
- 4.1.10 Вікна. Керування вікнами.
- 4.1.11 Захист обчислень.
- 4.1.12 Визначення функції. Форматування результату.
- 4.1.13 Убудовані функції.
- 4.1.14 Інтервальні та індексовані змінні.
- 4.1.15 Ітераційні обчислення.
- 4.1.16 Рекурсивні обчислення.
- 4.1.17 Створення декартового графіка. Форматування графіка.
- 4.1.18 Побудова графіків поверхні.
- 4.1.19 Побудова полярного графіка.
- 4.1.20 Побудувати декількох графіків в одній системі координат.  
Зміна масштабу графіка.
- 4.1.21 Чисельне рішення нелінійних рівнянь.
- 4.1.22 Відсутність збіжності функції *root*.
- 4.1.23 Знаходження корінь полінома.
- 4.1.24 Рішення систем рівнянь.
- 4.1.25 Функції для рішення систем рівнянь в MathCAD і особливості їхнього застосування.
- 4.1.26 Структуру блоку рішення рівнянь.
- 4.1.27 Види масивів. Способи створення масивів в MathCAD.
- 4.1.28 Обчислення з масивами.
- 4.1.29 Векторні й матричні оператори.
- 4.1.30 Векторні й матричні функції.
- 4.1.31 Виконання паралельних обчислень.
- 4.1.32 Системні (визначені) змінні.
- 4.1.33 Порівняльна характеристика функцій *Find* і *Minerr*.
- 4.1.34 Які рівняння називаються матричними? Способи рішення матричних рівнянь.
- 4.1.35 Символьне рішення рівнянь або систем рівнянь в MathCAD.
- 4.1.36 Глобальне й локальне визначення змінних.
- 4.1.37 Особливості використання символьного рішення рівнянь.
- 4.1.38 Обчислення інтегралів.
- 4.1.39 Обчислення похідних.

- 4.1.40 Обчислення сум і добутоків.
- 4.1.41 Функція *Find*. Способи її використання.
- 4.1.42 Довідка. Структура й використання.
- 4.1.43 Види функцій в MathCAD.
- 4.1.44 Поняття курсор. Переміщення курсору.
- 4.1.45 Убудовані змінні. Організація обчислень.
- 4.1.46 Формат результату.
- 4.1.47 Створення векторів і матриць.
- 4.1.48 Операції з масивами.
- 4.1.49 Функції керування обчисленнями.
- 4.1.50 Функції інтерполяції. Лінійна інтерполяція.
- 4.1.51 Функції інтерполяції. Сплайн інтерполяція.
- 4.1.52 Обчислення з одиницями вимірів.
- 4.1.53 Файли даних і функції доступу до них.
- 4.1.54 Програмування. Створення програм.
- 4.1.55 Програмування. Умовні оператори.
- 4.1.56 Програмування. Цикли.
- 4.1.57 Зв'язок з іншими робочими документам.
- 4.1.58 Згладжування функцій.
- 4.1.59 Регресійний аналіз. Лінійна регресія.
- 4.1.60 Комплексні числа й обчислення з ними.

## 4.2 Методичні вказівки до виконання контрольної роботи

### Загальні відомості

#### Чисельне рішення нелінійного рівняння

Для найпростіших рівнянь виду  $f(x) = 0$  рішення в Mathcad знаходиться за допомогою функції *root* (Рисунок 4.1).

$$\mathit{root}(f(x1, x2, \dots), x1, a, b)$$

Повертає значення  $x1$ , що належить відрізка  $[a, b]$ , при якому вираження або  $f(x)$  обертається в 0. Обидва аргументи цієї функції повинні бути скалярами. Функція повертає скаляр.

**Аргументи:**  $f(x1, x2, \dots)$  – функція, визначена або в робочому документі, або вираження. Вираження повинно повертати скалярні значення;  $x1$  - ім'я змінної, що використовується у вираженні. Цієї змінної перед використанням функції *root* необхідно привласнити числове значення. Mathcad використовує його як початкове

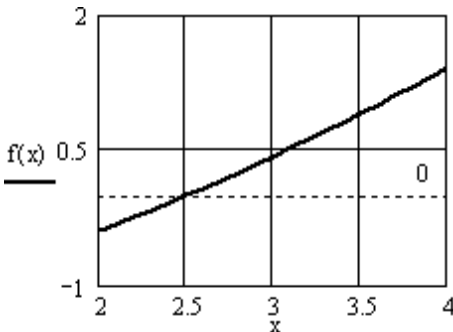
наближення при пошуку кореня;  $a, b$  - необов'язкові, якщо використовуються, то повинні бути речовинними числами, причому  $a < b$ .

Наближені значення коренів (*початкові наближення*) можуть бути: відомі з фізичного змісту задачі; відомі з рішення аналогічної задачі при інших вихідних даних; знайдені графічним способом.

Найбільше поширений *графічний спосіб* визначення початкових наближень. Дійсні корені рівняння  $f(x) = 0$  - це точки перетинання графіка функції  $f(x)$  із віссю абсцис, достатньо побудувати графік функції  $f(x)$  і відзначити точки перетинання  $f(x)$  із віссю  $Ox$ , або відзначити на осі  $Ox$  відрізки, що містять по одному кореню. Побудова графіків часто вдається сильно спростити, замінивши рівняння  $f(x) = 0$  *подібним* йому рівнянням:

$$f_1(x) = f_2(x),$$

де функції  $f_1(x)$  і  $f_2(x)$  - більш прості, чим функція  $f(x)$ . Тоді, побудувавши графіки функцій  $y = f_1(x)$  і  $y = f_2(x)$ , шукані корені одержимо як абсциси точок перетинання цих графіків.



#### 1 спосіб

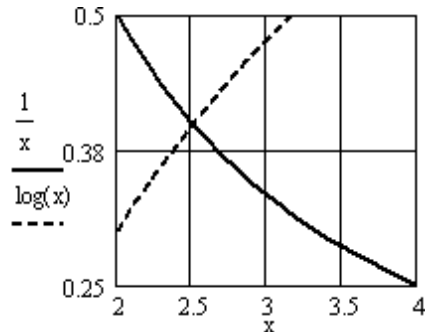
$x := 2.5$  - початкове наближення  
 $\text{root}(f(x), x) = 2.5062$

#### 2 спосіб

$x := 2.5$  - початкове наближення  
 $\text{root}(x \cdot \log(x) - 1, x) = 2.5062$

#### 3 спосіб

$\text{root}(x \cdot \log(x) - 1, x, 2, 4) = 2.5062$



У способах 1 і 2, початкове наближення показує функції *root*, де шукати корінь. У спосібі 3, 3 і 4 параметри визначають область, де шукати корінь.

У спосібі 1 перший аргумент - це функція  $f(x)$ , визначена в документі. У способах 2 і 3 - це вираження.

**Рисунок 4.1 – Рішення рівнянь засобами Mathcad**

Рішення рівняння  $x \lg x = 1$  за допомогою функції *root*

$$f(x) := x \cdot \log(x) - 1 \quad x := 2, 2.1 .. 4 \quad \text{TOL} := 1 \cdot 10^{-4}$$

Графічне рішення рівняння  $f(x)$ , за графіком виявлене початкове наближення  $x=2.5$

**Знаходження коренів поліному**

Для знаходження коренів вираження, що має вид

$$v_n x^n + \dots + v_2 x^2 + v_1 x + v_0,$$

краще використовувати функцію *polyroots*, ніж *root*. На відміну від функції *root*, функція *polyroots* не потребує початкового наближення і повертає відразу всі корені, як речовинні, так і комплексні.

**Polyroots(v)**

Повертають корені поліному ступеня  $n$ . Коефіцієнти поліному знаходяться у векторі  $v$  довжини  $n + 1$ . Повертає вектор довжини  $n$ , що складає з коренів поліному. **Аргументи:**  $v$  - вектор, що містить коефіцієнти поліному

Знаходження коренів поліному

$$v := \begin{pmatrix} 5 \\ -8 \\ 0 \\ .75 \end{pmatrix}$$

$$r := \text{polyroots}(v)$$

$$r = \begin{pmatrix} -3.542 \\ 0.651 \\ 2.892 \end{pmatrix}$$

Побудова графіка функції

$$f(x) := 0.75x^3 - 8x + 5$$

$$x := -4, -3.9 .. 4$$

$$j := 0 .. 2$$

$$0.75x^3 - 8x + 5$$

Для створення вектора  $v$ :

1 Встановіть курсор на змінну  $x$

у вираженні  $0.75x^3 - 8x + 5$

2 Виберіть команду **Symbolics**  $\Rightarrow$  **Polynomial Coefficients**.

3 Виберіть команду **Edit** $\Rightarrow$ **Cut**.

4 Наберіть  $v:=$  та виберіть команду **Edit**  $\Rightarrow$  **Paste**.

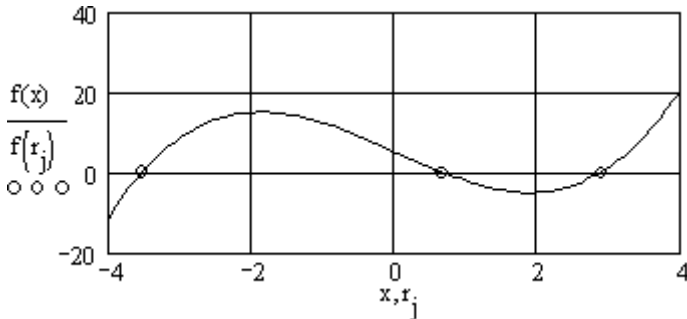


Рисунок 4.2 – Визначення коренів поліному

Вектор  $\mathbf{v}$  зручно створювати використовую команду **Symbolics**  $\Rightarrow$  **Polynomial Coefficients**. Рисунок 4.2 ілюструє визначення коренів поліному засобами Mathcad.

#### Рішення систем рівнянь

MathCAD дає можливість вирішувати також і системи рівнянь. Максимальне число рівнянь і змінних дорівнює 50. Результатом рішення системи буде чисельне значення шуканого кореня.

Для рішення системи рівнянь необхідно виконати наступні дії.

4.2.1 Задати початкове наближення для всіх невідомих, що входять у систему рівнянь. Mathcad вирішує систему за допомогою ітераційних методів.

4.2.2 Набрати ключове слово *Given*. Воно вказує Mathcad, що далі слідує система рівнянь.

4.2.3 Введіть рівняння і нерівності в будь-якому порядку. Використовуйте **[Ctrl]=** для печатки символу  $=$ . Між лівими і правими частинами нерівностей може стояти будь який із символів  $<$ ,  $>$ ,  $\geq$  і  $\leq$ .

4.2.4 Введіть будь-яке вираження, що включає функцію *Find*, наприклад:  $a := \text{Find}(x, y)$ .

***Find*(z1, z2, ...)**

---

Повертає точне рішення системи рівнянь. Число аргументів повинно бути рівно числу невідомих.

Ключове слово *Given*, рівняння і нерівності, що слідують за ним, і будь яке вираження, що містить функцію *Find*, називають **блоком рішення рівнянь**.

Наступні вираження неприпустимі усередині блока рішення.

Обмеження зі знаком  $\neq$ .

Дискретний аргумент або вираження, що містять дискретний аргумент у будь-якій формі.

Нерівності виду  $a < b < c$ .

Блоки рішення рівнянь не можуть бути вкладені друг у друга, кожний блок може мати тільки одне ключове слово *Given* і ім'я функції *Find*.

Функція, що завершує блок рішення рівнянь, може бути використана аналогічно будь-якої іншої функції. Можна зробити з ній наступні три дії:

Можна вивести знайдене рішення:

$$\text{Find}(\text{var1}, \text{var2}, \dots) =$$

Визначити змінну за допомогою функції *Find*:

$$a := \text{Find}(x) \text{ – скаляр,}$$

$$\text{var} := \text{Find}(\text{var1}, \text{var2}, \dots) \text{ – вектор.}$$

Це зручно зробити, якщо потрібно використовувати рішення системи рівнянь в іншому місці робочого документа.

Визначити іншу функцію за допомогою *Find*

$$f(a, b, c, \dots) := \text{Find}(x, y, z, \dots).$$

Ця конструкція зручна для багатократного рішення системи рівнянь для різноманітних значень деяких параметрів  $a, b, c, \dots$ , безпосередньо вхідних у систему рівнянь.

Приклад 1 Рисунка 4.3 ілюструє рішення системи рівнянь у MathCAD .

### Приклад 1 Рішення системи рівнянь за допомогою функції *Find*

$x1 := 0 \quad x2 := 0 \quad x3 := 0$  - початкові наближення

Given

$100 x1 + 6 x2 - 2 x3 = 100$  - використовуйте [Ctrl]= для печатки символу =

$$6 x1 + 200 x2 - 10 x3 = 600$$

$$x1 + 2 x2 + 100 x3 = 500$$

$$\text{Find}(x1, x2, x3) = \begin{pmatrix} 0.905 \\ 3.219 \\ 4.927 \end{pmatrix}$$

Приклад 1 Рішення системи рівнянь за допомогою функції *Find*

Given

$$x - 2 \cdot \pi \cdot y = a$$

$$4 \cdot x + y = b$$

$$\text{Find}(x, y) \rightarrow \left[ \begin{array}{c} \frac{(2 \cdot \pi \cdot b + a)}{(1 + 8 \cdot \pi)} \\ \frac{(-4 \cdot a + b)}{(1 + 8 \cdot \pi)} \end{array} \right] \quad \text{- використовуйте [Ctrl]. (клавіша Ctrl, супроводжувана точкою) для печатки символічного знака рівності}$$

**Рисунок 4.3 – Рішення систем рівнянь у MathCAD****Рішення матричних рівнянь**

*Матричним рівнянням* називається рівняння, коефіцієнти і невідомі якого - прямокутні матриці відповідної розмірності

Розглянемо систему  $n$  лінійних алгебраїчних рівнянь щодо  $n$  невідомих  $x_1, x_2, \dots, x_n$ :

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases} \quad (4.1)$$

Відповідно до правила множення матриць розглянута система лінійних рівнянь може бути записана в матричному виді

$$Ax = b \quad (4.2)$$

де:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Матриця  $A$ , стовпчиками якої є коефіцієнти при відповідних невідомих, а рядками - коефіцієнти при невідомих у відповідному

рівнянні, називається *матрицею системи*; матриця-стовпчик  $b$ , елементами якої є праві частини рівнянь системи, називається *матрицею правої частини* або просто *правою частиною системи*. Матриця-стовпчик  $x$ , елементи якої - шукані невідомі, називається *рішенням системи*.

Якщо матриця  $A$  - не особлива, тобто  $\det A \neq 0$ , то система (4.1), або еквівалентне їй матричне рівняння (2), має єдине рішення.

Справді, за умови  $\det A \neq 0$ , існує обернена матриця  $A^{-1}$ . Помножуючи обидві частини рівняння (4.2) на матрицю  $A^{-1}$  одержимо:

$$\begin{aligned} A^{-1}Ax &= A^{-1}b, \\ x &= A^{-1}b. \end{aligned} \tag{4.4}$$

Формула (4.4) дає рішення рівняння (4.2) і воно єдино.

Системи лінійних рівнянь зручно вирішувати за допомогою функції *lsolve*.

---

#### *lsolve(A, b)*

---

Повертається вектор рішення  $x$  такий, що  $Ax = b$ .

**Аргументи:**  $A$  - квадратна, не сингулярна матриця;  $b$  - вектор, що має стільки ж рядів, скільки рядів у *матриці*  $A$ .

На Рисунку 4.4 показане рішення системи трьох лінійних рівнянь щодо трьох невідомих.

#### **Наближені рішення**

Функція *Minerr* дуже схожа на функцію *Find* (використовує той же алгоритм). Якщо в результаті пошуку не може бути отримане подальше уточнення поточного наближення до рішення, *Minerr* повертає це наближення. Функція *Find* у цьому випадку повертає повідомлення про помилку. Правила використання функції *Minerr* такі ж, як і функції *Find*.

---

#### *Minerr(z1, z2, . . .)*

---

Повертає наближене рішення системи рівнянь. Число аргументів повинно бути рівно числу невідомих.

Якщо *Minerr* використовується в блоці рішення рівнянь, необхідно завжди включати додаткову перевірку достовірності результатів.

Матриця системи      Матриця правої частини

$$A := \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 15 \end{pmatrix}$$

Обчислення визначника

$$|A| = 5$$

Визначник відмінний від нуля, система має єдине рішення.

Рішення системи  $Ax=b$

$$x := A^{-1} \cdot b \quad x = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Рішення системи за допомогою функції *lsolve*:

$$x := \text{lsolve}(A, b) \quad x = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Примітка:** Зразки матриці і вектора відповідають лінійній системі

$$\begin{aligned} 3 \cdot x_1 - x_2 &= 5 \\ -2 \cdot x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\ 2 \cdot x_1 - x_2 + 4 \cdot x_3 &= 15 \end{aligned}$$



Перевірка правильності рішення

$$A \cdot x - b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

#### Рисунок 4.4 – Рішення матричних рівнянь

##### Обчислення безкінечних сум

Розглянемо формулу:

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + \frac{(-1)^n x^{(2n+1)}}{(2n+1)!} \dots$$

Для обчислення функції з заданою точністю  $\varepsilon$  необхідно обірвати підсумовування коли черговий доданок стане менше  $\varepsilon$ .

$$\sin(x) := \left| \begin{array}{l} s \leftarrow x \\ d \leftarrow x \\ n \leftarrow 1 \\ \text{while } |d| > TOL \\ \quad \left| \begin{array}{l} d \leftarrow -d \cdot \frac{x^2}{2 \cdot n \cdot (2 \cdot n + 1)} \\ s \leftarrow s + d \\ n \leftarrow n + 1 \end{array} \right. \\ s \end{array} \right.$$

Тут ми скористаємося тим, що кожний наступний член суми виражається через попередній

$$s_n = -s_{n-1} \cdot \frac{x^2}{2n(2n+1)}$$

Для перевірки обчислимо:

$$\sin(0) = 0 \quad \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0.5 \quad \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

### 4.3 Порядок виконання контрольної роботи

4.3.1 Побудувати графік функції  $f(x)$  (Таблиця 4.2) і приблизно визначити один із коренів рівняння. Вирішити рівняння  $f(x)=0$  із точністю  $\varepsilon = 10^{-4}$  за допомогою убудованої функції Mathcad *root*.

4.2.2 Для поліному  $g(x)$  (Таблиця 4.3) виконати наступні дії: за допомогою команди **Symbolics**  $\Rightarrow$  **Polynomial Coefficients** створити вектор  $V$ , що містить коефіцієнти поліному; вирішити рівняння  $g(x) = 0$  за допомогою функції *polyroots*; вирішити рівняння символічно, використовуючи команду **Symbolics**  $\Rightarrow$  **Variable**  $\Rightarrow$  **Solve**.

Таблиця 4.2 – Варіанти до завдання 1

№	$f(x)$	$x \in [a; b]$
1	$e^{x-1} - x^3 - x$	[0; 1]
2	$x - 1 / (3 + \sin(3.6x))$	[0; 1]
3	$\arccos(x) - x^3$	[0; 1]
4	$2x^2 - \arcsin(x)$	(0; 1)

## Продовження таблиці 4.2 – Варіанти до завдання 1

№	$f(x)$	$x \in [a; b]$
5	$3x-14+e^x-e^{-x}$	[1;3]
6	$2x^2+1.2-\cos(x)-2$	[0;1]
7	$\cos(2/x)-2\sin(1/x)+1/x$	[1;2]
8	$0.1x^2-x \ln(x)$	[1;2]
9	$0.25x^3+x-2$	[0;2]
10	$\arcsin((1-x^2)/(1+x^2))-x$	[2;3]
11	$3x-4 \ln(x)-5$	[2;4]
12	$e^x-e^{-x}-2$	[0;1]
13	$1-x-\operatorname{tg}(x)$	[0;1]
14	$1-x+\sin(x)-\ln(1+x)$	[0;2]
15	$x^5-x-1$	[1;2]
16	$3\sin(2x)-\cos(x)$	[1;2]
17	$x^4-x^2-2$	[0;2]
18	$\cos(x^2)-7x$	[0;1]
19	$3\sin(x)+x-1$	[0;2]
20	$10+66x-3x^3$	[2;5]
21	$3xe^{-x}-1$	[0;1]
22	$2\sin(6x)$	(0;1)
23	$(e^x-1.5)/(x^2+1)$	[0;1]
24	$e^x/(e^x+1)-x$	[0;2]
25	$\cos(3x/2)+\sin(2x)$	[0;2]
26	$\ln(x)-2x+4$	[2;4]
27	$0.3x^4-\cos(3x)$	[0;2]
28	$2x-3\cos(4x)$	[0;1]
29	$x^3-\cos(5x)$	[0;1]
30	$\cos(2x)-x$	[0;2]

Таблиця 4.3 – Варіанти до завдання 2

№	$g(x)$	№	$g(x)$
1	$x^4 - 2x^3 + x^2 - 12x + 20$	16	$x^4 + 2x^3 + 13x^2 + x + 20$
2	$x^4 + 6x^3 + x^2 - 4x - 60$	17	$x^4 + x^3 + 6x^2 + 17x + 25$
3	$x^4 - 14x^2 - 40x - 75$	18	$x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 2x + 50$
4	$x^4 - x^3 + x^2 - 11x + 10$	19	$x^4 - 6x^3 + 5x^2 - 2x + 70$
5	$x^4 - x^3 - 29x^2 - 71x - 140$	20	$x^4 + 6x^3 + 20x^2 - 54x + 40$
6	$x^4 + 7x^3 + 9x^2 + 13x - 30$	21	$x^4 - 4x^2 - 10x - 5$
7	$x^4 + 3x^3 - 23x^2 - 55x - 150$	22	$x^4 - 8x^3 + 30x^2 - 10x + 70$
8	$x^4 - 6x^3 + 4x^2 + 10x + 75$	23	$x^4 - 3x^3 + 7x^2 - x + 18$
9	$x^4 + x^3 - 17x^2 - 45x - 100$	24	$x^4 + 14x^3 + 2x^2 + 3x - 70$
10	$x^4 - 5x^3 + x^2 - 15x + 50$	25	$x^4 + 9x^3 - 33x^2 - 5x - 45$
11	$x^4 - 4x^3 - 2x^2 - 20x + 25$	26	$x^4 - 7x^3 + x^2 + 18x + 175$
12	$x^4 + 5x^3 + 7x^2 + 7x - 20$	27	$x^4 + x^3 - 17x^2 - 45x - 100$
13	$x^4 - 7x^3 + 7x^2 - 5x + 100$	28	$x^4 - 15x^3 + 44x^2 - 35x + 40$
14	$x^4 + 10x^3 + 36x^2 + 70x + 75$	29	$x^4 - 3x^3 - 12x^2 - x + 125$
15	$x^4 + 9x^3 + 31x^2 + 59x + 60$	30	$x^4 + 8x^3 + 27x^2 + 13x - 120$

4.3.3 Вирішити систему лінійних рівнянь (Таблиця 4.4): використовуючи функцію *Find*; матричним засобом і використовуючи функцію *lsolve*.

Таблиця 4.4 – Варіанти до завдання 3

№	Система лінійних рівнянь	№	Система лінійних рівнянь
1	$4x_1 + 20x_2 + x_3 - 24 = 0$ $16x_1 + 2x_2 - 2x_4 + 13 = 0$ $-4x_1 + 4x_3 + 32x_4 = 0$ $2x_1 + 10x_3 - 7 = 0$	4	$4x_1 + 2x_2 + 32x_3 + 19 = 0$ $2x_1 + 30x_2 - 4x_4 - 39 = 0$ $36x_1 + 4x_3 - 5x_4 - 40 = 0$ $11x_3 + 40x_4 - 31 = 0$
2	$3x_1 + 12x_2 - x_3 - 18 = 0$ $-5x_1 + 2x_2 + 32x_4 + 15 = 0$ $2x_1 + 16x_3 - 3x_4 = 0$ $12x_1 + 3x_2 - 21 = 0$	5	$28x_1 + 4x_2 - 13x_3 - 28 = 0$ $4x_1 - 50x_2 + 5x_4 = 0$ $8x_1 + 64x_3 - 11x_4 + 42 = 0$ $2x_1 + 34x_4 - 12 = 0$
3	$4x_1 - 5x_2 + 40x_3 - 19 = 0$ $10x_1 - 4x_2 + 50x_4 = 0$ $32x_1 + 4x_3 - 4x_4 - 34 = 0$ $32x_2 - 9x_4 + 49 = 0$	6	$2x_1 + 16x_2 - 3x_3 - 9 = 0$ $-8x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - 98 = 0$ $25x_1 - 2x_3 - 7x_4 - 5 = 0$ $-3x_2 + 20x_3 + 7 = 0$

## Продовження таблиці 4.4

№	Система лінійних рівнянь	№	Система лінійних рівнянь
7	$5x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - 27 = 0$ $4x_1 + 25x_2 - 3x_4 - 34 = 0$ $20x_1 + 2x_3 - 7x_4 + 28 = 0$ $-9x_3 + 40x_4 - 5 = 0$	15	$7x_1 - 5x_2 + 64x_3 - 18 = 0$ $9x_1 + 50x_2 - 4x_4 = 0$ $9x_2 - 7x_3 + 80x_4 - 128 = 0$ $40x_1 + 11x_2 + 19 = 0$
8	$-7x_1 + 2x_2 + 40x_3 - 21 = 0$ $9x_1 - 5x_2 + 50x_4 + 14 = 0$ $25x_1 + 4x_3 - x_4 - 13 = 0$ $32x_2 + 9x_4 - 21 = 0$	16	$11x_1 + 64x_2 - 2x_3 + 34 = 0$ $50x_1 + 3x_2 - 12x_4 = 0$ $13x_2 - 9x_3 + 100x_4 - 131 = 0$ $17x_1 + 80x_3 - 85 = 0$
9	$8x_1 + 40x_2 - 3x_3 - 28 = 0$ $-7x_1 + 5x_2 + 50x_4 = 0$ $8x_1 + 64x_3 - 11x_4 - 18 = 0$ $32x_1 + 5x_4 - 12 = 0$	17	$15x_1 + 80x_2 - 4x_3 - 93 = 0$ $64x_1 + 7x_2 - 5x_4 - 131 = 0$ $11x_2 - 8x_3 + 128x_4 + 34 = 0$ $37x_2 + 100x_3 - 125 = 0$
10	$-9x_1 + 4x_2 + 64x_3 - 24 = 0$ $10x_1 + 50x_2 - 4x_4 + 5 = 0$ $-14x_2 + 7x_3 + 80x_4 - 14 = 0$ $40x_1 + 9x_2 - 29 = 0$	18	$17x_1 + 100x_2 - 9x_3 = 0$ $80x_1 - 7x_2 - 5x_4 + 79 = 0$ $21x_2 + 128x_3 - 4x_4 - 139 = 0$ $19x_3 + 256x_4 + 54 = 0$
11	$-8x_1 + 64x_2 + 5x_3 - 37 = 0$ $50x_1 - 13x_2 + 2x_4 - 38 = 0$ $17x_2 - 9x_3 + 100x_4 = 0$ $-11x_1 + 80x_3 - 115 = 0$	19	$4x_1 - x_2 + 20x_3 - 38 = 0$ $18x_1 + 3x_2 - 2x_4 + 14 = 0$ $10x_2 + x_3 - x_4 - 15 = 0$ $4x_2 + 20x_4 - 29 = 0$
12	$-13x_1 + 80x_2 + 2x_3 - 64 = 0$ $64x_1 + 9x_2 - 5x_4 - 29 = 0$ $12x_2 - 9x_3 + 128x_4 = 0$ $27x_2 + 100x_3 - 231 = 0$	20	$3x_1 + 20x_2 - 2x_3 - 41 = 0$ $5x_1 - 4x_2 + 20x_4 + 19 = 0$ $5x_2 + 32x_3 - 3x_4 - 34 = 0$ $12x_1 + 3x_4 - 29 = 0$
13	$3x_1 + 24x_2 + x_3 - 61 = 0$ $2x_1 - 2x_2 + 36x_4 - 19 = 0$ $-2x_1 + 32x_3 + 4x_4 + 5 = 0$ $18x_1 + 4x_4 - 3 = 0$	21	$-13x_1 + 100x_2 + 9x_3 + 128 = 0$ $80x_1 + 10x_2 - 5x_4 - 34 = 0$ $-14x_2 + 128x_3 + 7x_4 - 95 = 0$ $31x_3 + 256x_4 + 69 = 0$
14	$9x_1 + 40x_2 + 2x_3 - 81 = 0$ $12x_1 - 4x_2 + 96x_4 - 119 = 0$ $-4x_1 + 64x_3 + 8x_4 + 15 = 0$ $36x_1 + 9x_4 - 7 = 0$	22	$x_1 - 2x_2 + 16x_3 - 31 = 0$ $10x_1 - x_2 + x_4 = 0$ $12x_2 + x_3 - x_4 + 28 = 0$ $2x_2 + 16x_4 - 29 = 0$

## Продовження таблиці 4.4

№	Система лінійних рівнянь	№	Система лінійних рівнянь
23	$2x_1 + 20x_2 - 3x_3 - 39 = 0$ $4x_1 - 2x_2 + 24x_4 = 0$ $2x_2 + 16x_3 - x_4 + 25 = 0$ $12x_1 + 3x_4 - 18 = 0$	27	$-3x_1 + 60x_2 + 20x_3 - 24 = 0$ $34x_1 + 3x_2 - x_4 - 19 = 0$ $14x_2 - 6x_3 + 58x_4 = 0$ $7x_2 + 33x_3 - 31 = 0$
24	$2x_1 + 16x_2 - x_3 - 32 = 0$ $3x_1 - 8x_2 + 60x_4 + 64 = 0$ $4x_1 + 24x_3 - 3x_4 = 0$ $12x_1 + 3x_2 - 45 = 0$	28	$4x_1 + 25x_2 - x_3 - 17 = 0$ $6x_1 + 5x_2 + 40x_4 = 0$ $25x_1 + 3x_3 + 4x_4 + 34 = 0$ $-5x_2 + 30x_3 - 9 = 0$
25	$5x_1 - 2x_2 + 40x_3 - 39 = 0$ $4x_1 + 32x_2 - 6x_4 = 0$ $7x_1 + 3x_3 + 32x_4 - 21 = 0$ $20x_1 + 4x_3 + 19 = 0$	29	$9x_1 - 2x_2 + 36x_3 - 19 = 0$ $4x_1 + 25x_2 - 3x_4 + 18 = 0$ $40x_1 + 5x_3 - 4x_4 - 44 = 0$ $11x_3 + 40x_4 - 21 = 0$
26	$5x_1 + 30x_2 - 3x_3 - 17 = 0$ $-8x_1 + 5x_2 + 40x_4 - 31 = 0$ $24x_1 + 3x_3 - 4x_4 - 39 = 0$ $7x_2 + 25x_3 - 8 = 0$	30	$9x_1 - 2x_2 + 40x_3 - 78 = 0$ $11x_1 - 3x_2 + 50x_4 + 114 = 0$ $30x_1 - 4x_3 + 5x_4 + 21 = 0$ $32x_2 + 8x_4 - 40 = 0$

4.3.4 Перетворити нелінійні рівняння системи з Таблиці 4.5 до виду  $f_1(x) = y$  і  $f_2(y) = x$ . Побудувати їхні графіки і визначити початкове наближення рішення. Вирішити систему нелінійних рівнянь за допомогою функції *Minerr*.

Таблиця 4.5 – Варіанти до завдання 4

№	Система нелінійних рівнянь	№	Система нелінійних рівнянь
1	$\sin(x_1+x_2)-x_2-1.2=0$ $2x_1+\cos(x_2)-2=0$	6	$\cos(x_1+0.5)+x_2-0.8=0$ $\sin(x_2)-2x_1-1.6=0$
2	$\sin(5x_1)-2x_1-2=0$ $(x_1)^2+(x_2)^2-3=0$	7	$\sin(x_1-1)+x_2-0.1=0$ $x_1-\sin(x_2+1)-0.8=0$
3	$\sin(x_1)+2x_2-2=0$ $\cos(x_1)+x_2-1.5=0$	8	$\cos(x_1+x_2)+2x_2=0$ $x_1+\sin(x_2)-0.6=0$
4	$\cos(x_1)+x_2-1.5=0$ $2x_1-\sin(x_2-0.5)-1=0$	9	$\cos(x_1+0.5)-x_2-2=0$ $\sin(x_2)+2x_1-1=0$
5	$\sin(x_1+1.5)-x_2+2.9=0$ $\cos(x_2-2)+x_1=0$	10	$\sin(x_1+x_2)-x_2-1.5=0$ $x_1+\cos(x_2-0.5)-0.5=0$

Продовження таблиці 4.5

№	Система нелінійних рівнянь	№	Система нелінійних рівнянь
11	$\sin(x_2+1)+x_1-1.2=0$ $2(x_1)^2+x_2-2=0$	21	$\tan(x_1x_2)-(x_1)^2=0$ $0.8(x_1)^2+2(x_2)^2-1=0$
12	$\cos(x_2-1)+x_1-0.5=0$ $x_2-\cos(x_1)-3=0$	22	$\sin(x_1+x_2)-1.5x_1-0.1=0$ $3(x_1)^2+(x_2)^2-1=0$
13	$\sin(x_1+x_2)-1.6x_1-1=0$ $(x_1)^2+(x_2)^2-1=0$	23	$\tan(x_1x_2+0.2)-(x_1)^2=0$ $0.7(x_1)^2+2(x_2)^2-1=0$
14	$\tan(x_1x_2+0.4)-(x_1)^2=0$ $0.6(x_1)^2+2(x_2)^2-1=0$	24	$\sin(x_1+x_2)-1.2x_1-0.1=0$ $(x_1)^2+(x_2)^2-1=0$
15	$\cos(x_1)+x_2-3=0$ $\sin(2x_2)-x_1-2=0$	25	$\tan(x_1x_2+0.2)-(x_1)^2=0$ $0.6(x_1)^2+2(x_2)^2-1=0$
16	$\cos(2x_1)+x_2-1=0$ $x_1-\sin(x_2)-2=0$	26	$\sin(x_1+x_2)-x_1+0.1=0$ $x_2-\cos(3x_1)+0.1=0$
17	$\sin(3x_1)-2x_2-1=0$ $\cos(x_2)+4x_1=0$	27	$\cos(x_2-2)+x_1=0$ $\sin(x_1+0.5)-x_2+2.9=0$
18	$\sin(0.5x_1+x_2)-1.2x_1-1=0$ $(x_1)^2+(x_2)^2-1=0$	28	$\sin(x_1)+2x_2-2=0$ $\cos(x_2-1)+x_1-0.7=0$
19	$\tan(x_1x_2+0.3)-(x_1)^2=0$ $0.9(x_1)^2+2(x_2)^2-1=0$	29	$\sin(x_2)+x_1+0.4=0$ $2x_2-\cos(x_1+1)=0$
20	$\sin(x_1+x_2)-1.3x_1-1=0$ $(x_1)^2+0.2(x_2)^2-1=0$	30	$\sin(x_1)-2x_2-1=0$ $\sin(x_2-1)+x_1-1.3=0$

4.3.5 Обчислити з заданою точністю  $10^{-5}$  значення функції з таблиці 4.6. Перш ніж писати програму, скласти для даного ряду рекурентне співвідношення, що дозволяє обчислити наступний член ряду через попередній.

Таблиця 4.6 – Варіанти до завдання 5

№	Функція
1	$S = x + \frac{x^5}{5} + \frac{x^9}{9} + \frac{x^{13}}{13} + \dots$
2	$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$

Продовження таблиці 4.6

№	Функція
3	$S = 1 - \frac{3}{2!}x^2 + \dots + (-1)^n \frac{2n^2 + 1}{(2n)!}x^{2n}$
4	$\arctg x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots, 0.1 \leq x \leq 0.5$
5	$Six = x - \frac{x^3}{3 \cdot 3!} + \frac{x^5}{5 \cdot 5!} - \frac{x^7}{7 \cdot 7!} + \dots$
6	$S = -(1+x)^2 + \frac{(1+x)^4}{2} + \dots + (-1)^n \frac{(1+x)^{2n}}{n}$
7	$S = \sqrt{\frac{2x}{\pi}} \left( \frac{x}{3} - \frac{x^3}{7 \cdot 3!} + \frac{x^5}{11 \cdot 5!} - \frac{x^7}{15 \cdot 7!} + \dots \right)$
8	$\arccctg(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} - \dots + (-1)^n \frac{1}{(2n+1)x^{2n+1}} \dots$ $ x  > 1$
9	$\pi \approx 4 \left( 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + (-1)^n \frac{1}{2n-1} + \dots \right)$
10	$berx = 1 - \frac{x^4}{2^2 \cdot 4^2} + \frac{x^8}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2} - \dots$
11	$\varphi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[ x - \frac{x^3}{1! \cdot 3} + \frac{x^5}{2! \cdot 5} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{n! \cdot (2n+1)} \right]$
12	$u(x) = 1 + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \frac{x}{1} + \dots + \frac{\cos\left(n \frac{\pi}{4}\right)}{n!} x^n \dots$
13	$S = \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{15} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n+1}}{4n^2 - 1}$
14	$S = 1 + \frac{\cos x}{1!} + \frac{\cos^2 x}{2!} + \dots + \frac{\cos^n x}{n!}$

## Продовження таблиці 4.6

№	Функція
15	$ci(x) = C - \ln x - \frac{x^2}{2 \cdot 2!} + \frac{x^4}{4 \cdot 4!} - \frac{x^6}{6 \cdot 6!} + \dots, C = 0.57722$
16	$li(x) = C + \ln(-\ln x) + \frac{\ln^2 x}{2 \cdot 2!} + \frac{\ln^3 x}{3 \cdot 3!} + \dots, 0 < x < 1, C = 0.57722$
17	$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$
18	$C(x) = \sqrt{\frac{2x}{\pi}} \left( 1 - \frac{x^2}{5 \cdot 2!} + \frac{x^4}{9 \cdot 4!} - \frac{x^6}{13 \cdot 6!} + \dots \right)$
19	$ber(x) = 1 - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{(2!)^2} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^8}{(4!)^2} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{12}}{(6!)^2} + \dots$
20	$bei(x) = \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^6}{(1!)^2} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^8}{(3!)^2} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{10}}{(5!)^2} - \dots$
21	$S = 1 + \frac{\ln 3}{1!} x + \frac{\ln^2 3}{2!} x^2 + \dots + \frac{\ln^n 3}{n!} x^n$
22	$S = \frac{x \cos \frac{\pi}{3}}{1} + \frac{\left(x \cos \frac{\pi}{3}\right)^2}{2} + \dots + \frac{\left(x \cos \frac{\pi}{3}\right)^n}{n}$
30	$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots,  x  < 1$

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ

### Базова

1 Загребельний, С. Л. Програмування на мові C++ у середовищі Visual Studio 2010 : навчальний посібник для студентів спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» С. Л. Загребельний, С. В. Малигіна, М. В. Брус, С. С. Гурковська 2019. – Краматорськ : ДДМА, ISBN 978-966-379-886 146 с.

2 Лозинський, А. Розв'язування задач електромеханіки в середовищах пакетів SMat Studio і MATLAB: Навчальний посібник / Лозинський А., Мороз В., Паранчук Я. – Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2000. – 166 с.

3 Інформатика. Комп'ютерна техніка. Комп'ютерні технології: Підручник для студентів вищих навчальних закладів/ За редакцією О.І.Пушкаря. Вид. 2-ге, перероб., доп. - К.: Видавничий центр "Академія", 2002.-704 с.

4 Аверкін С. Короткий посібник з програми SMath Studio та основним її можливостям. URL: <http://smath.info/7file=738777>.

5 Можливості SMath Studio. URL: [http://wiki.pocketz.ru/wiki/SMath\\_Studio](http://wiki.pocketz.ru/wiki/SMath_Studio).

### Допоміжна

6 Солодовнікова, Т.П. Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни «Обчислювальна техніка та програмування за фахом» для студентів спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» (освітня програма «Електричні машини і апарати») усіх форм навчання. / Укл.: Т.П. Солодовнікова, С. О. Лапкіна. – Запоріжжя : НУЗП, 2023. – 47 с.

7 Методичні вказівки до самостійних робіт з дисципліни «Обчислювальна техніка та програмування за фахом» для студентів спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» (освітня програма «Електричні машини і апарати») денної форми навчання. / Укл. : Т.П. Солодовнікова, С. О. Лапкіна, Г.В. Дьомічева. – Запоріжжя : НУЗП, 2023. – 39 с.

8 Лозинський А., Мороз В., Паранчук Я. Розв'язування задач електромеханіки в середовищах пакетів MathCAD і MATLAB: Навчальний посібник. – Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2000. – 166 с.

9 Steinhaus S. Comparison of Mathematical Programs for Data Analysis (Edition 5.03) [Електронний ресурс] – Munchen/Germany. – 64 р. – Режим доступу : <http://www.scientificweb.de/ncrunch/>.

### **Інформаційні ресурси**

10 Державна бібліотека України для юнацтва [Електронний ресурс] : [сайт] / Державний заклад «Державна бібліотека України для юнацтва». – Електрон. дані. – К., © 2002-2013. – Режим доступу: <http://www.4uth.gov.ua> , вільний. – Заголовок з екрана. – Мови: укр., рос., англ. – Останнє поновлення: 19.02.2019.

11 Система підтримки дистанційного навчання ЧДТУ. [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://ias.cdtu.edu.ua/>.

12 Перетворення чисел у різні системи числення [Електронний ресурс] – Режим доступу: [http://office.microsoft.com/uk-ua/excel-help/HA010070511.aspx#BMconverts\\_a\\_decimal\\_number\\_to\\_binary](http://office.microsoft.com/uk-ua/excel-help/HA010070511.aspx#BMconverts_a_decimal_number_to_binary).

## Додаток А Системні змінні

Нижче приведені системні змінні і константи Mathcad із їхніми значеннями по умовчанню.

$\pi = 3.14159$	Число $\pi$ . Щоб ввести натисніть [Ctrl-P]
$e = 2.71828$	Основа натурального логарифма
$\infty$	Нескінченність ( $10^{307}$ ). Щоб ввести натисніть [Ctrl-Z]
%	Відсоток. Використовується у вираженнях, подібних 10-% або як масштабний множник.
i	Мнима одиниця
j	Мнима одиниця
$TOL = 10^{-3}$	Припустима похибка при різноманітних алгоритмах апроксимації (інтегрування, рішення рівнянь). Змінити значення системної змінної TOL і нижче таких можна за допомогою команди <b>Математика</b> $\Rightarrow$ <b>Параметри</b> .
$CTOL = 10^{-3}$	Встановлює точність обмежень у вирішальному блоці, щоб рішення було припустимим.
$ORIGIN = 0$	Визначає індекс першого елемента векторів і матриць.
$FRAME = 0$	Використовується в якості лічильника при створенні анімації.
$PRNPRECISION = 4$	Число значущих цифр.
$PRNCOLWIDTH = 8$	Число позицій для числа.
CWD	Поточний робочий каталог у формі рядка.

## Додаток Б

### Убудовані оператори

У таблиці, приведеної нижче, використовуються такі позначення:  $X$  і  $Y$  - змінні або вираження будь-якого типу;  $x$  і  $y$  - речовинне число;  $z$  і  $w$  - речовинне або комплексне число;  $m$  і  $n$  - ціле число;  $A$  і  $B$  - масиви (вектори або матриці);  $i$  - дискретний аргумент;  $t$  - будь-яка змінна;  $f$  - будь-яка функція.

Таблиця Б.1

Оператор	Клавіші	Призначення оператора
$X := Y$	$X : Y$	Локальне присвоювання $X$ значення $Y$
$X \equiv Y$	$X \sim Y$	Глобальне присвоювання $X$ значення $Y$
$X =$	$X =$	Виведення значення $X$
$X + Y$	$X + Y$	Додавання $X$ с $Y$
$X$ $+ Y$	$X$ [Ctrl][↵] $Y$	Те ж, що і додавання. Перенос чисто косметичний.
$X - Y$	$X - Y$	Вирахування з $X$ значення $Y$
$X \cdot Y$	$X * Y$	Множення $X$ на $Y$
$\frac{X}{z}$	$X / z$	Ділення $X$ на $z$
$z^w$	$z \wedge w$	Зведення $z$ у ступінь $w$
$\sqrt{z}$	$z \setminus$	Обчислення квадратного кореня з $z$
$\sqrt[n]{z}$	$n$ [Ctrl] \ $z$	Обчислення кореня $n$ -го ступеня з $z$
$n !$	$n !$	Обчислення факторіала
$B_n$	$B$ [ $n$	Введення нижнього індексу $n$
$A_{n,m}$	$A$ [ $n$ , $m$	Введення подвійного індексу
$A^{<n>}$	$A$ [Ctrl]6 $n$	Введення верхнього індексу
$\sum_{i=m}^n X$	[Ctrl][Shift]4	Підсумовування $X$ по $i = m, m + 1, \dots, n$

Продовження таблиці Б.1

$\sum_i X$	\$	Підсумовування $X$ по дискретному аргументі $i$
$\prod_{i=m}^n X$	[Ctrl][Shift]3	Перемножування $X$ по $i = m, m + 1, \dots n$
$\prod_i X$	#	Перемножування $X$ по дискретному аргументі $i$
$\sum_i X$	\$	Підсумовування $X$ по дискретному аргументі $i$
$\int_a^b f(t)dt$	&	Обчислення визначеного інтеграла $f(t)$ на інтервалі $[a, b]$
$\frac{d}{dt} f(t)$	?	Обчислення похідної $f(t)$ по $t$
$\frac{d^n}{dt^n} f(t)$	[Ctrl]?	Обчислення похідної $n$ -го порядку функції $f(t)$ по $t$
(▪)	‘	Введення пари круглих скобок із шаблоном
$x > y$	$x > y$	Більше ніж
$x < y$	$x < y$	Менше ніж
$x \geq y$	$x$ [Ctrl]0 $y$	Більше або дорівнює
$x \leq y$	$x$ [Ctrl]9 $y$	Менше або дорівнює
$z = w$	$z$ [Ctrl]= $w$	Логічна рівність повертає 1, якщо операнди рівні, інакше 0
$z \neq w$	$z$ [Ctrl]3 $w$	Не дорівнює
$ z $	$z$	Обчислення модуля комплексного $z$

## Додаток В

### Убудовані функції

#### Тригонометричні функції

<b>sin</b> (z)	– синус	<b>csc</b> (z)	– косеканс
<b>cos</b> (z)	– косинус	<b>sec</b> (z)	– секанс
<b>tan</b> (z)	– тангенс	<b>cot</b> (z)	– котангенс

#### Гіперболічні функції

<b>sinh</b> (z)	– гіперболічний синус
<b>tanh</b> (z)	– гіперболічний тангенс
<b>csch</b> (z)	– гіперболічний косеканс
<b>cosh</b> (z)	– гіперболічний косинус
<b>sech</b> (z)	– гіперболічний секанс
<b>coth</b> (z)	– гіперболічний котангенс

#### Обернені тригонометричні функції

<b>asin</b> (z)	– обернений тригонометричний синус
<b>acos</b> (z)	– обернений тригонометричний косинус
<b>atan</b> (z)	– обернений тригонометричний тангенс

#### Показові і логарифмічні функції

<b>exp</b> (z)	– показова функція (або $e^z$ )
<b>ln</b> (z)	– натуральний логарифм (по основі $e$ )
<b>log</b> (z)	– десятковий логарифм (по основі 10)

#### Функції роботи з частиною числа

<b>Re</b> (z)	- виділення дійсної частини z
<b>Im</b> (z)	- виділення мнімої частини z
<b>arg</b> (z)	- обчислення аргументу (фази)
<b>floor</b> (x)	- найбільше ціле, менше або рівне x
<b>ceil</b> (x)	- найменше ціле, більше або рівне x
<b>mod</b> (x,y)	- залишок від ділення x/y із знаком x
<b>angle</b> (x,y)	- позитивний кут із віссю x для точки з координатами (x,y)