

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Запорізький національний технічний університет**

**В. П. Дмитренко, Т. І. Бугрова, Л. М. Логачова**

# **ПРИСТРОЇ НВЧ. ОСНОВИ ТЕОРІЇ**

Монографія

**Запоріжжя**  
**2009**

ББК 32.85  
Д85  
УДК 621.385.6

*Рекомендовано до друку Вченою радою  
Запорізького національного технічного університету  
(Протокол № 7 від 02.02.2009 р.)*

Рецензенти: доктор технічних наук, професор Харківського національного університету радіоелектроніки *Шокало В. М.*;  
доктор технічних наук, професор Запорізького інституту економіки та інформаційних технологій *Пєреверзєв А. В.*;  
доктор фізико-математичних наук, професор Класичного приватного університету *Горбань О. М.*

**Дмитренко В. П., Бугрова Т. І., Логачова Л. М.**

Д85 Дмитренко В. П. Пристрої НВЧ. Основи теорії: Монографія / Дмитренко В. П., Бугрова Т. І., Логачова Л. М. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2009. – 280 с.

ISBN 978–611–529–004–8

Розглянуто основні поняття теорії НВЧ ланцюгів, засади математичного моделювання та розрахункові методи для НВЧ трактів сучасних радіотехнічних систем. Викладання ведеться з використанням матричного опису елементів і кіл НВЧ (переважно на рівні матриць розсіювання), орієнтованого на застосування ЕОМ та подальшого засвоєння сучасних методів аналізу та проектування в середовищі САПР.

Призначено для аспірантів, студентів та фахівців тих фахів, де використовуються ті принципи створення та обробки сигналів, що властиві НВЧ діапазону.

**ББК 32.85**

ISBN 978–611–529–004–8

© ЗНТУ, 2009  
Дмитренко В. П.,  
Бугрова Т. І.,  
Логачова Л. М., 2009

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ ТА ПОЗНАЧЕНЬ .....	9
ВСТУП .....	11
1 УНІВЕРСАЛЬНА МОДЕЛЬ ТА РЕЖИМИ РОБОТИ ЛП.....	16
1.1 Основні визначення та поняття .....	16
1.2 Перехід до універсальної моделі ЛП .....	21
1.2.1 Нормована напруга рухомої хвилі в ЛП.....	22
1.2.2 Приклади визначення нормованої напруги для ЛП .....	23
1.3 Коефіцієнт відбиття .....	26
1.4 Режими роботи ЛП .....	29
1.4.1 Режими короткого замикання та холостого ходу .....	29
1.4.2 Режими роботи реальних ЛП при активному навантаженні .....	34
1.4.3 Вплив режиму роботи ЛП на її енергетичні характеристики.....	38
1.4.4 Повні нормовані напруги, струми, опори та провідності в ЛП.....	42
2 ТРАНСФОРМУВАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ КОРОТКИХ ВІДРІЗКІВ ЛП.....	49
2.1 Закон трансформації опору короткими відрізками ЛП.....	50
2.2 Приклади застосування трансформувальних властивостей відрізків ЛП .....	53
2.2.1 Реактивні шлейфи .....	54
2.2.2 Чвертьхвильовий трансформатор.....	59
2.2.3 Півхвильовий трансформатор .....	61
2.2.4 Кругова номограма повних опорів .....	64
2.2.5 Кругова номограма повних провідностей .....	69
2.2.6 Приклади застосування кругових діаграм .....	70
2.2.7 Вузкосмугове та широкосмугове узгодження .....	76
2.3 Узгоджувальні ланцюги на зосереджених елементах .....	80
2.3.1 Елементарне електричне коло .....	80
2.3.2 Резистивне Г-подібне узгоджувальне коло .....	81
2.3.3 Послідовні та паралельні ланцюги з реактивними складовими .....	83
2.3.4 Г-подібне узгоджувальне реактивне коло .....	87

2.3.5 Т-подібне узгоджувальне реактивне коло.....	88
2.3.6 П-подібні узгоджувальні реактивні кола.....	90
2.4 Експериментальне визначення параметрів режиму роботи ЛП.....	93
2.4.1 Вимірювальні лінії діапазону НВЧ.....	93
2.4.2 Визначення опору навантаження.....	98
2.4.3 Особливості виміру великих значень КСХ.....	103
3 БАГАТОПОЛЮСНИКИ НВЧ ТА ЇХ МАТРИЦІ ПАРАМЕТРІВ.....	106
3.1 Основні визначення.....	106
3.2 Матричний опис БП НВЧ.....	108
3.2.1 Методи опису режимів.....	108
3.2.2 Загальний підхід до матричного опису БП НВЧ.....	110
3.2.3 Матриця розсіювання БП НВЧ.....	114
3.2.4 Матриця опорів (МО) БП НВЧ.....	122
3.2.5 Матриця провідностей (МП) БП НВЧ.....	123
3.2.6 Матриці передавання для чотириполосників.....	126
3.2.7 Деякі загальні зауваження до п.3.2.....	129
3.3 Взаємозв'язок між матрицями $\hat{S}$ , $\hat{z}$ , $\hat{y}$ , $\hat{A}$ , $\hat{T}$ .....	129
3.3.1 Вираження матриць $\hat{z}$ , $\hat{y}$ , $\hat{A}$ , $\hat{T}$ через матрицю $\hat{S}$ .....	130
3.3.2 Вираження матриці $\hat{S}$ через матриці $\hat{z}$ , $\hat{y}$ , $\hat{A}$ , $\hat{T}$ .....	135
3.3.3 Деякі суттєві зауваження до п.3.3.....	139
3.4 Ідеальні та реальні вузли НВЧ, БП НВЧ та їх матриці.....	141
3.4.1 Ідеальний вузол НВЧ та його матриця параметрів.....	141
3.4.2 Реальний вузол НВЧ та його матриця параметрів.....	146
3.5 Ненормовані матриці параметрів БП НВЧ.....	147
4 ЗАГАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ БП НВЧ ТА ЇХ МАТРИЦЬ ПАРАМЕТРІВ.....	150
4.1 Вплив положення ПВФ на матриці параметрів БП НВЧ.....	150
4.1.1 Вплив зміни координат ПВФ на МР.....	150
4.1.2 Вплив зміни координат ПВФ на МО, МП, МПК, МПХ.....	153
4.2 Властивість взаємності БП НВЧ.....	153
4.2.1 Властивість взаємності в термінах матриць $\hat{y}$ та $\hat{z}$ .....	153
4.2.2 Властивість взаємності в термінах матриці $\hat{S}$ .....	154

4.2.3 Властивість взаємності в термінах матриць $\hat{A}$ та $\hat{T}$ ....	155
4.3 Властивість недисипативності БП НВЧ .....	156
4.3.1 ВНД в термінах матриць $\hat{z}$ та $\hat{y}$ .....	156
4.3.2 ВНД в термінах матриці $\hat{S}$ .....	159
4.3.3 ВНД для 4-поліосників в термінах матриць $\hat{A}$ та $\hat{T}$ ....	163
4.4 Властивість симетрії БП НВЧ.....	164
4.4.1 Матриця симетрії БП НВЧ .....	164
4.4.2 Приклади отримання матриці $\hat{G}$ для СБП НВЧ.....	166
4.4.3 Метод симетричного та антисиметричного збудження....	170
4.4.4 Застосування МСАЗ для розрахунку власних параметрів зв'язаних НСЛ.....	175
<b>5 ВИКОРИСТАННЯ ОСНОВНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ БП НВЧ ТА ЇХ МАТРИЦЬ ПАРАМЕТРІВ.....</b>	<b>178</b>
5.1 Використання ВНД для дослідження та аналізу БП НВЧ.....	178
5.1.1 Трьохходові вузли НВЧ та їх властивості .....	178
5.1.2 Чотирьохходові узгоджені вузли НВЧ та їх загальні властивості .....	181
5.1.3 Узгоджені реактивні 8-поліосники, як СВ.....	184
5.1.4 Різновиди спрямованості СВ.....	185
5.1.5 Канонічна МР для СВ.....	187
5.1.6 Класифікація СВ по фазовим співвідношенням .....	188
5.1.7 Робочі параметри СВ. Смуга робочих частот .....	190
5.1.8 Застосування СВ в трактах НВЧ.....	192
5.2 Використання властивості симетрії для дослідження та аналізу БП НВЧ .....	204
5.2.1 Використання властивості комутативності матриць $\hat{S}$ та $\hat{G}$ .....	204
5.2.2 Використання МСАЗ для знаходження МР симетричного чотириполіосника .....	212
5.2.3 Знаходження МР кільцевого СВ.....	213
5.2.4 Знаходження МР шлейфного СВ .....	216
5.2.5 Знаходження МР хвилеводного щілинного СВ .....	220
5.2.6 Знаходження МР для СВ на зв'язаних ЛП .....	225
<b>6 МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ З'ЄДНАНЬ БП НВЧ.....</b>	<b>229</b>

6.1 З'єднання БП НВЧ, описаних МО та МП .....	229
6.1.1 Послідовні з'єднання 4-полюсників НВЧ.....	230
6.1.2 Паралельні з'єднання 4-полюсників НВЧ.....	231
6.2 Каскадні з'єднання БП НВЧ, описаних МПК та МПХ.....	231
6.2.1 Аналіз за допомогою МПК.....	232
6.2.2 Аналіз за допомогою МПХ.....	233
6.3 Деякі суттєві зауваження до п. 6.1 та п. 6.2.....	234
6.4 Довільні з'єднання БП НВЧ.....	235
6.4.1 Поверхневий огляд методів аналізу з'єднань БП НВЧ.....	235
6.4.2 Про нумерацію плечей та структуру МР парціальних БП НВЧ .....	235
6.4.3 Матриця розсіювання для довільного з'єднання двох БП НВЧ .....	237
6.5 Орієнтовані графи для МР багатополісників НВЧ.....	241
6.5.1 Побудова ОГ для БП НВЧ .....	242
6.5.2 Структура та складові ОГ: сигнали, шляхи, контури ..	246
6.6 ОГ для з'єднань декількох БП НВЧ.....	248
6.7 «Правило недотичного контуру» .....	248
6.8 Рекурентний алгоритм розрахунку МР для з'єднань БП.....	252
6.8.1 З'єднання двох БП .....	252
6.8.2 Замикання двох плеч у проміжного БП.....	254
6.8.3 Зауваження до п. 6.8.1 та п. 6.8.2 .....	256
ВИСНОВКИ.....	258
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ .....	260
ДОДАТОК А ПРО ДОДАТКОВІ СХЕМОТЕХНІЧНІ МОЖЛИВОСТІ Н-ПЛОЩИННИХ РОЗГАЛУЖЕНЬ ПХ .....	262
А.1 Короткий огляд деяких властивостей розгалужень однакових за параметрами ПХ .....	262
А.2 Про додаткові можливості ширококутового узгодження модифікованого Т- розгалуження ПХ .....	264
А.3 Ефект слабого зв'язку хвилеводів в Н- площинних розгалуженнях з елементами некоординатності .....	269
А.3.1 Некоординатне Н- розгалуження .....	269
А.3.2 Координатне Н- площинне розгалуження з зовнішнім трикутним виступом .....	271

ДОДАТОК Б Н- ПЛОЩИННІ ШИРОКОСМУГОВІ ХВИЛЕВОДНІ ЩІЛИННІ МОСТИ З НЕОДНОРІДНОЮ ОБЛАСТЮ ЗВ'ЯЗКУ ...	274
Б.1 Зауваження по конструкції .....	274
Б.2 Параметри АЧХ оптимізованої конструкції .....	276
Б.3 Перенастроювання щілинного мосту .....	278

## ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

АСЗ – антисиметричне збудження  
АЧХ – амплітудночастотна характеристика  
БЕ – базові елементи  
БП – багатополосник  
ВНБП – взаємний недисипативний багатополосник  
ВНД – властивість недисипативності  
ДЕ – декомпозиційні елементи  
ДС – декомпозиційна схема  
ЕМП – електромагнітне поле  
ЕМХ – електромагнітна хвиля  
ЕОМ – електронна обчислювальна машина  
КВМ – квадратурний міст  
КЗ – коротке замикання  
КК – коаксіальний кабель  
ККД – коефіцієнт корисної дії  
КРХ – коефіцієнт рухомої хвилі  
КСХ – коефіцієнт стоячої хвилі  
КХ – круглий хвилевід  
ЛП – лінія передавання  
МО – матриця опорів  
МП – матриця провідностей  
МПК – матриця передавання в класичній формі  
МПХ – матриця передавання в хвильовій формі  
МР – матриця розсіювання  
МСАЗ – метод симетричного та антисиметричного збудження  
НВЧ – надвисокі частоти  
НСЛ – несиметрична смужкова лінія  
ОГ – орієнтований граф  
ПВФ – площа відліку фази  
ПХ – прямокутний хвилевід  
ПХТ – подвійний хвилеводний трійник  
РП – референсна площа  
РШ – реактивний шлейф  
САПР – система автоматизованого проектування

СБП – симетричний багатополіусник  
СВ – спрямований відгалужувач  
СЗ – симетричне збудження  
СЛАР – система лінійних алгебраїчних рівнянь  
ССЛ – симетрична смужкова лінія  
УН – узгоджене навантаження  
ФАР – фазова антенна решітка  
ФЧХ – фазочастотна характеристика  
ХХ – холостий хід

$\hat{A}$  – позначення квадратної матриці з комплексними елементами  $\hat{A}_{ij}$

$\check{B}$  – позначення матриці-стовпця з комплексними елементами  $\check{B}_j$

## ВСТУП

Соціально-економічні і політичні зміни в суспільстві, а також комп'ютеризація та інтенсивне впровадження новітніх інформаційних технологій привели до дії певні процеси в державі щодо реформування національної системи вищої освіти. Зміцнення державності України та входження її в цивілізоване світове співтовариство загостило проблему підвищення якості освіти фахівців і забезпечення конкурентоспроможності випускників на міжнародному ринку праці. Забезпечення можливості навчання студента за індивідуальною варіативною частиною освітньо-професійної програми, що сформована за вимогами замовників та побажаннями студента, сприяє його саморозвитку та підготовці до життя у вільному демократичному суспільстві.

Одним з наслідків загального прогресу радіоелектроніки є швидкий розвиток теорії та техніки пристроїв НВЧ. Це здебільше пасивні пристрої, що працюють на частотах від  $3 \cdot 10^8$  Гц до  $1 \cdot 10^{11}$  Гц (від дециметрових до міліметрових хвиль). Застосування цих частот до деякого часу було в більшості випадків прерогативою досить специфічних областей радіоелектроніки, серед яких домінуючими були радіолокація, радіоастрономія, радіорелейна та супутникова передача інформації (зв'язок).

Однією з особливостей сучасного етапу розвитку переважної більшості радіотехнічних систем (і взагалі радіоелектроніки, як області науки і техніки) є суттєве підвищення їх робочих частот – аж до значень в одиниці та навіть десятки та сотні ГГц. Стали звичайними, наприклад, системи мобільного зв'язку різних типів, які працюють в діапазоні 1...2 ГГц, засоби та техніка мікрохвильової терапії (в медицині), де використовуються і міліметрові хвилі, побутові мікрохвильові печі діапазону 10 ГГц, технологічні засоби якісного висушування деревини і т. і.

Другою особливістю прогресу радіоелектроніки є докорінний перегляд стратегії та принципів побудови як власне антен, так і антенно-фідерних трактів навіть таких уже класичних для діапазону НВЧ типів радіотехнічних систем, як радіолокаційні, радіоастрономічні, космічні системи передачі інформації. Необхідність цього

перегляду продиктована переходом до широкого застосування антенних решіток і, зокрема, фазованих антенних решіток (ФАР). Розглянемо це питання більш детально.

Особливістю цих систем (в класичному виконанні) є використання гостронаправлених антен дзеркального типу, де дзеркало звичайно має параболічну форму з площею розкриву, в залежності від потрібних тактико-технічних даних, яка може бути від одиниць до десятків квадратних метрів, причому допустимі відхилення геометрії дзеркала від заданої форми нормують досить жорстко-на рівні одиниць міліметрів. Велика площа антени призводить до великої вітрильності. Сканування по кутовим координатам звичайно виконується механічно за допомогою опорно-поворотного пристрою, який вирішує і задачу позиціонування антени у просторі. Зважаючи на велику масу та площу такої антени, опорно-поворотний пристрій для неї буде являти собою також складний, громіздкий, масовий і дорогий виріб. Таку систему важко зробити мобільною, а сучасні вимоги до систем, особливо систем керування зброєю, найчастіше передбачують їх мобільність, а інколи і надмобільність.

Передачу сигналів від передавача до антени і від антени до приймача здійснюють за допомогою деякої сукупності НВЧ пристроїв, об'єднаних між собою певним чином; таку сукупність прийнято називати трактом НВЧ, або просто трактом. Тракт виконує функції передавання електромагнітної енергії в потрібному напрямі, забезпечує відповідний режим вхідних та вихідних ланцюгів передавача та приймача, виконує попередню частотну фільтрацію сигналів, може мати в своєму складі комутувальні та обертові з'єднання, пристрої захисту приймача від сигналів з великою потужністю, пристрої розв'язки передавача та приймача при організації їх роботи на одну антену, пристрої відбору потужності для організації контрольних вимірів, вводу тестових сигналів і т. і.

Підкреслимо, що по-перше, класичний спосіб побудування антенної системи не дає можливості оперативно керувати параметрами спрямованості (формою діаграми спрямованості, яка залежить від геометричної форми дзеркала та опромінювача), а по-друге внаслідок великої маси та площі антени, а звідси значить і значної інерційності, механічні пристрої не дозволяють організувати ска-

нування з великою швидкістю. Ці фактори додатково обмежують тактико-технічні параметри системи в цілому.

Практика свідчить за те, що, незважаючи на відносну технічну складність тракту НВЧ, більша частина витрат на виробництво антенної споруди припадає на власне антену та її опорно-поворотний пристрій.

На відміну від дзеркальної антени, антенна решітка уявляє собою сукупність великої кількості (до  $10^4 \dots 10^5$ ) майже не спрямованих антен (елементарних випромінювачів), які рівномірно розмішують на поверхні з досить простою геометричною формою – найчастіше це площина. Тут властивість спрямованості досягається за рахунок інтерференції парціальних хвиль від окремих не спрямованих (майже) випромінювачів. В результаті в обмеженому секторі кутів парціальні хвилі виявляються синфазними і створюється максимум випромінювання решітки в цілому, а в інших секторах кутів – протифазними, в результаті в цих напрямках випромінювання системи мінімальне. Природно, що живлення всієї системи окремих випромінювачів повинно здійснюватись когерентними сигналами. Найпростіше цю задачу виконати, якщо організувати живлення всієї системи випромінювачів від одного потужного генератора через розвинуту систему подільників потужності – розподільчу систему. Наявність розподільчої системи є принциповою особливістю такого методу живлення (а він є домінуючим в практиці) решітки.

Другою принциповою властивістю решіток (і дуже корисною для практики) є залежність кутового положення та форми діаграми спрямованості від амплітудно-фазового розподілу сигналів, якими живляться окремі випромінювачі. Отже, якщо організувати електричне керування амплітуди та фази НВЧ сигналів в кожному парціальному каналі, то з'являються можливості як для електричного сканування, так і для зміни форми діаграми спрямованості з великою швидкістю. Особливо наголосимо, що при цьому саме полотно решітки може певною мірою не змінювати свого просторового та кутового положення, отже вимоги до механічної системи антенної споруди будуть значно легшими, ніж у попередньому випадку. Для реалізації цих можливостей в канал кожного окремого випромінювача треба ввімкнути пристрої керування амплітуди та фази НВЧ

сигналів. В результаті тракт НВЧ перетворюється в дуже складну та багатфункціональну формувально-розподільчу систему.

Таким чином, при застосуванні ФАР повинні різко збільшуватись витрати на розробку та виробництво формувально-розподільчої системи і відповідно зменшуватись на власне антену та її опорний пристрій. Другими словами, центр тяжіння в дисципліні «Пристрої НВЧ та антени» повинен зміщуватись в напрямку від антен до пристроїв НВЧ, оскільки зараз вони є домінуючими для практики.

Характерною тенденцією сучасного етапу досліджень НВЧ пристроїв є прагнення до створення інтегрованих конструкцій, які б об'єднували десятки і сотні вузлів без застосування проміжних рознімів. Такі конструкції вирішують задачі мініатюризації НВЧ пристроїв; зрозуміло, що без вирішення цієї задачі проблема створення формувально-розподільних систем ФАР була б неможливою. Переваги інтегрованих конструкцій розкриваються при вмінні досліджувати, розраховувати та розробляти складні НВЧ пристрої з підвищеною точністю, що різко зменшує кількість циклів макетування при експериментальній доробці. Це є спонукальним мотивом при виборі матеріалів для викладення в даній роботі. Тут перевага віддавалася тим розрахунковим методам, які можуть бути застосовані в САПР НВЧ пристроїв. Головною ідеєю є **декомпозиція** складних пристроїв на більш прості елементи, застосування **строго формалізованого математичного опису** на основі матричного апарату і подальше використання різних алгоритмів вирішення задачі **рекомпозиції**.

На практиці використовується велика кількість різноманітних пристроїв НВЧ та їх елементів, але, незважаючи на це різноманіття, основу побудови будь-яких складних НВЧ систем складає достатньо загальна і єдина **теорія кіл НВЧ**. Ця теорія базується на матричному апараті лінійної алгебри, теорії функцій комплексної змінної і других розділах математики і орієнтована на застосування в САПР.

Теорія кіл НВЧ тісно взаємодіє з тими розділами електродинаміки, які відносяться до дослідження та вирішення внутрішньої крайової задачі. Строгі та повні вирішення електродинамічних задач навіть для найпростіших елементів НВЧ приводять до досить складних картин розподілів внутрішніх електромагнітних полів, які визначаються

в вигляді векторних функцій напруженостей електричного та магнітного полів від трьох просторових координат. Але в більшості практичних випадків такий опис є надлишковим. Важливо знати лише реакцію окремих елементів НВЧ на зовнішні впливи, другими словами, необхідно знати їх **зовнішні характеристики**.

При такому підході кожному елементу НВЧ відповідає деяка **ідеалізована математична модель**, яка будується на основі **схеми заміщення** відповідного елемента. Параметри ідеалізованих елементів, з яких будується схема заміщення, встановлюються з умови збереження співвідношень між падаючими та відбитими хвилями в підвідних лініях передачі як в самому елементі НВЧ, так і в його схемі заміщення (в потрібній смузі частот). При цьому використовують або точні вирішення відповідних електродинамічних задач, або данні вимірів.

Маючи математичні моделі окремих елементів НВЧ, далі звичайно користуються алгоритмами та правилами загальної теорії кіл НВЧ для визначення параметрів тракту в цілому; при цьому вже не цікавляться внутрішніми електромагнітними полями в окремих елементах. В той же час, процеси передавання електромагнітних хвиль в НВЧ-трактах належать до важливих і досить складних хвильових процесів радіоелектроніки з властивим їм досить специфічним математичним апаратом. Тут, як ніде, дуже важливим аспектом пізнання є поєднання математичного опису з правильним фізичним тлумаченням явищ та процесів, тому при викладенні матеріалу цьому аспекту приділено досить багато уваги.

За головну мету роботи поставлено викладення основ загальної теорії кіл НВЧ з демонстрацією можливостей її застосування на прикладах досліджування властивостей окремих пристроїв НВЧ. Задача опису конструкцій та технічних характеристик ряду типових пристроїв НВЧ в даній роботі не ставилася.

Книжку призначено для аспірантів, фахівців та студентів як в межах фахового напрямку «Радіотехніка», так і суміжних фахів, де все ширше використовуються і безпосередньо НВЧ пристрої для вирішення задач розподілу, комутації, фільтрації на сигнальній частоті і посередньо – на рівні поєднання в одній системі принципів побудови ланцюгів з зосередженими та розподіленими параметрами.

# 1 УНІВЕРСАЛЬНА МОДЕЛЬ ТА РЕЖИМИ РОБОТИ ЛП

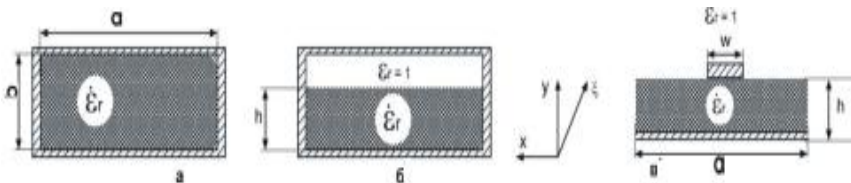
## 1.1 Основні визначення та поняття

**Лінія передавання (ЛП)** – деяка система яка обмежує область існування і поширення ЕМХ і спрямовує потік електромагнітної енергії в встановленому напрямку.

Лінія передавання зветься **регулярною**, якщо в поздовжньому (для ЛП) напрямі не змінюються ні її поперечні розміри ні електрофізичні параметри (в загальному випадку комплексні відносні діелектрична  $\epsilon_r$  та магнітна  $\mu_r$  проникності) внутрішнього середовища (того, що заповнює ЛП). Нагадаємо, що при анізотропному заповненні або діелектрична, або магнітна, або і та і друга проникності є тензорними комплексними величинами  $\vec{\epsilon}_r, \vec{\mu}_r$ ; елементи цих тензорів залежать частіше всього від величини та напрямку сталого у часі зовнішнього по відношенню до ЛП магнітного (або електричного) поля.

Лінія передавання зветься **однорідною**, якщо весь її поперечній переріз заповнено однорідним середовищем. Розглянемо це питання на прикладах:

- ПХ, який повністю заповнений діелектричною речовиною (рис. 1.1, *a*) – однорідна ЛП;
- ПХ, який частково заповнений діелектричною речовиною (рис.1.1, *б*) – неоднорідна (в напрямку поперечної вісі  $y$ ) ЛП;
- НСЛ також неоднорідна (в напрямку поперечної вісі  $y$ ) ЛП.



*a* – повністю заповнений діелектриком ПХ;  
*б* – частково заповнений діелектриком ПХ;  
*в* – НСЛ

Рисунок 1.1 – Приклади поперечного перерізу однорідної (*a*) та неоднорідних (*б,в*) ЛП

Відмітимо, що хвилеводи – **закриті** напрямні системи, а НСЛ – **відкрита**, бо її поперечний переріз не має замкнутого провідникового контуру, який міг би охоплювати всю область існування поля ЕМХ, яка розповсюджується в ЛП. Таким чином, властивість обмеження (повного для закритих і часткового – для відкритих ЛП) ЕМХ в ЛП може забезпечуватися деякою системою напрямних елементів, наприклад, для ПХ – металеві поверхні (рис. 1.1, *а, б*), для діелектричного хвилеводу-діелектричний стержень, для НСЛ – сукупність (рис. 1.1, *в*) діелектричної підкладки (підшарку з  $h \ll \lambda_x$ ), смужкового провідника обмежених розмірів ( $w \ll \lambda_x$ ) та металевої поверхні нескінчених ( $a \gg \lambda_x$ ) розмірів (тут  $\lambda_x$  – довжина хвилі в поздовжньому напрямку – вісі  $\xi$  – НСЛ).

Властивість спрямовування потоку електромагнітної енергії звичайно забезпечується особливостями пристроїв збудження електромагнітних коливань в ЛП.

Частіше всього передавання електромагнітної потужності по ЛП здійснюється рухомою хвилею тільки одного типу (однією «модю» – від англ. Mode – тип хвилі), причому звичайно воліють використовувати хвилю основного типу з найменшою критичною частотою  $\omega_{KP}$ ; зауважимо, що в деяких пристроях віддають перевагу хвилям вищого типу з критичними частотами, які перевищують критичну частоту хвилі основного типу.

Рухомою хвилею звичайно називають таку, що поширюється (або, іншими словами, передає електромагнітну потужність) тільки в одному напрямку.

Напрямок передавання енергії електромагнітною хвилею в ЛП встановлюється в залежності від умов використання ЛП і звичайно зв'язується з тією корисною дією, яку виконує система або окремі її пристрій. Домовимося хвилю, яка виконує корисну дію, називати прямою хвилею. Наприклад, якщо А – передавач (рис. 1.2), а В – антена, то задачею ЛП, що їх зв'язує, буде передавання потужності (охарактеризуємо її вектором густини потоку потужності  $\bar{P}_{ПП}$ ), яку розвиває передавач, до антени, тобто в напрямку від пристрою А до пристрою В. Це корисна дія лінії передавання АВ, а хвиля, яка забезпечує цю дію – пряма хвиля  $\bar{P}_{ПП}$ . Введемо поздо-

вжню вісь  $\xi$  з додатнім напрямом, який співпадає з напрямком корисної дії, тобто від А до В (рис. 1.2) – від джерела до споживача.

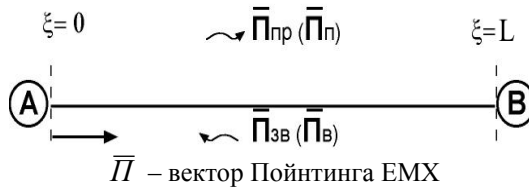


Рисунок 1.2 – До встановлення напрямку передавання енергії прямою  $\bar{P}_{ПР}$  та зворотною  $\bar{P}_{ЗВ}$  хвилями

Якщо ж (в силу деяких причин, які будуть розглянуті пізніше) в ЛП з'явиться хвиля (когерентна з первинною), що рухається від В в напрямку до А (тобто від споживача до джерела), то для вищезазначеної умови використання ЛП (передавання потужності від передавача до антени), ця хвиля буде виконувати шкідливу дію. Назвемо цю хвилю зворотною і охарактеризуємо її вектором  $\bar{P}_{ЗВ}$  (рис. 1.2).

З електродинаміки відомо, що пряма та зворотня хвилі, що поширюються в межах регулярних відрізків ЛП, є ортогональними між собою, а ЕМП тієї хвилі, що при цьому буде створюватися, може бути представлено в вигляді суперпозиції (накладення) цих хвиль. Властивість ортогональності означає, що активна потужність, яка переноситься будь-якою з цих хвиль, не залежить від присутності іншої, яка рухається їй назустріч. Треба підкреслити, що цю властивість мають лише відрізки **регулярних** ЛП.

З теорії напрямних систем (як розділу електродинаміки) відомо, що причинами виникнення зворотніх хвиль (при відсутності в складі споживача джерела електромагнітної енергії) є або неузгодженість споживача (антени на рис. 1.2) по відношенню до ЛП, або наявність нерегулярності в ЛП (зауважимо, що в загальному випадку це також деяка неузгодженість).

Висновок: зворотня хвиля створюється в результаті впливу прямої хвилі на деяку неузгодженість в ЛП, тобто по своїй фізичній природі джерелом зворотної хвилі є ефект відбиття прямої хвилі від неузгодженості.

В техніці НВЧ [1, 3, 7, 9, 10] пряму хвилю прийнято називати **падаючою**, а зворотну – **відбитою** (як і зазначено в дужках на рис. 1.2) і у відповідності з їх фізичною суттю вводять такі визначення:

– **падаючою** називають хвилю в ЛПП, створювану генератором і яка поширюється в напрямку від вибраного початкового перерізу  $\xi = 0$  (переріз генератора) вздовж додатного напрямку вісі  $\xi$  (нагадаємо, що вісь  $\xi$  є поздовжньою віссю для ЛПП);

– **відбитою** називають рухому хвилю (в ЛПП), яка породжується неузгодженістю в перерізі  $\xi = L$  і поширюється в напрямку, протилежному напрямку руху (поширення) падаючої хвилі.

Тоді для монохроматичних хвильових процесів з частотою  $\omega$  (залежність від часу  $e^{j\omega t}$ ) будь-яка складова електромагнітного поля падаючої  $\dot{\vec{E}}_{II}, \dot{\vec{H}}_{II}$ , або відбитої  $\dot{\vec{E}}_B, \dot{\vec{H}}_B$  хвиль залежить від координати  $\xi$  в регулярній ЛПП по закону

$$\dot{\vec{E}}_{II,B}, \dot{\vec{H}}_{II,B} \sim \exp(\mp \dot{\gamma} \xi), \quad (1.1)$$

де  $\dot{\gamma} = \alpha + j\beta_x$  – комплексна стала розповсюдження;

$\alpha$  – стала затухання;

$\beta_x$  – фазова стала в поздовжньому напрямку ЛПП.

В експоненті знак «-» відповідає падаючій хвилі, а «+» – відбитій.

Тут фазова стала  $\beta_x$  визначається, як і завжди [2] для будь-якої напрямної системи:

$$\beta_x = \frac{2\pi}{\lambda_x} = \frac{\omega}{v_\phi}, \quad (1.2)$$

де  $\lambda_x$  – довжина хвилі в поздовжньому напрямку ЛПП;

$v_\phi$  – фазова швидкість хвилі в ЛПП.

Нагадаємо, що величини  $\alpha, \beta_x, \lambda_x, v_\phi$  залежать від типу хвиль (Е, Н, ТЕМ, гібридна), яка тут може поширюватись; в свою чергу тип хвилі визначається умовами її збудження, геометричними параметрами поперечного перерізу та властивостями речовини, що може заповнювати (частково або повністю) ЛПП.

Потужність, яку переносить будь-яка з хвиль, визначається реальною частиною інтегралу від поздовжньої складової  $\vec{P}_\xi$  вектору Пойнтинга по розміру поперечного перерізу ЛПІ

$$P = \operatorname{Re} \left\{ \iint_S \vec{P}_\xi \cdot d\vec{S} \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \iint_S \left( \vec{E}_S \times \vec{H}_S^* \right) \cdot d\vec{S} \right\}, \quad (1.3)$$

де  $\vec{E}_S, \vec{H}_S$  – векторні функції розподілу діючих значень напруженостей поперечних складових електричного та магнітного полів ЕМХ в розглядуваному перерізі ЛПІ;

$d\vec{S}$  – векторний елемент площі поперечного перерізу;

$S$  – площа поперечного перерізу ЛПІ (де  $\vec{E}_S, \vec{H}_S$  мають значення, яке відрізняється від нуля – область існування ЕМП хвилі в ЛПІ).

По виразу (1.3) підкреслимо деякі важливі моменти:

– потужність визначається лише поперечними складовими ЕМП хвилі в ЛПІ, бо тільки вони можуть давати внесок в поздовжню складову  $\vec{P}_\xi$  вектору Пойнтинга, яка має фізичний зміст густини потоку потужності або в напрямку вісі  $\xi$  (для  $\vec{P}_{\xi II}$ ), або в напрямку вісі  $-\xi$  (для  $\vec{P}_{\xi B}$ );

– для відкритих ЛПІ (НСЛ, діелектричний хвилевід, щілинні та компланарні ЛПІ і т. і.) розміри області існування ЕМП хвиль прагнуть до нескінченності, а тому для них інтеграл в (1.3) стає невластним. Ця обставина накладає деякі обмеження при аналітичному дослідженні ЛПІ і призводить до досить значних ускладнень при організації обчислювальних процедур. В той же час, напруженість полів  $\vec{E}$  та  $\vec{H}$  в відкритих ЛПІ швидко зменшується при віддаленні від системи напрямних елементів, а тому в більшості випадків при деяких спрощеннях інтеграл в (1.3) сходиться і має кінцеве значення по тій причині, що має кінцеве значення потужність генератора, що збудує ЕМХ в ЛПІ.

В сучасній техніці НВЧ для створення пристроїв використовуються велика кількість різновидів ЛПІ та їх комбінацій [6, 8, 10].

Аналіз властивостей та розрахунок параметрів більшості сучасних різновидів навіть регулярних ЛП уже уявляє собою досить складну електродинамічну задачу; ще більш складними (і до цього часу ще не до кінця вирішеними) є аналогічні задачі для неоднорідностей таких ЛП. Строге та повне вирішення електродинамічних задач навіть для найпростіших елементів НВЧ, наприклад  $H$ - або  $E$ - площинні розгалуження ПХ, або перехід з ПХ на КХ (а це найпростіші напрямні системи для яких задача на власні значення має аналітичне вирішення в замкненій формі) призводить до досить складних розподілів внутрішнього ЕМП, які визначаються у вигляді векторних функцій  $\vec{E}(v_1, v_2), \vec{H}(v_1, v_2)$ , де  $v_1, v_2$  – координати в площині поперечного перерізу відповідної ЛП. Якщо ж взяти до уваги ще й той факт, що в кожному з елементів пристрою можуть в принципі існувати, а при деяких обставинах і взаємодіяти, ще й хвилі різних типів, то стають зрозумілими всі складнощі підходу до вирішення задач аналізу та розрахунку параметрів пристроїв НВЧ повністю на електродинамічному рівні строгості.

## 1.2 Перехід до універсальної моделі ЛП

Проведений короткий огляд показує, що при строгому електродинамічному підході до задач техніки НВЧ найбільші ускладнення виникають в основному з-за врахування трьох факторів:

- велика кількість різновидів ЛП та їх комбінацій;
- велика кількість типів хвиль, які треба враховувати;
- складність знаходження векторних функцій розподілів внутрішніх ЕМП  $\vec{E}(v_1, v_2), \vec{H}(v_1, v_2)$  навіть для найпростіших елементів НВЧ пристроїв.

Але ці ускладнення можна в більшості випадків так би мовити обійти, якщо взяти до уваги, що електродинамічний опис хвильових процесів в ЛП в вигляді відповідних векторних функцій несе в собі набагато більше інформації, ніж треба розробнику НВЧ трактів. Трохи забігаючи наперед, зауважимо, що розробника в першу чергу цікавлять ті параметри, які легко піддаються безпосереднім вимірам за допомогою стандартної вимірювальної апаратури – ко-

ефіцієнт передавання (питання зміни потужності), коефіцієнт відбиття (питання узгодженості) та фазова затримка. Величини ж векторів поля, подробиці їх розподілу в хвилі, орієнтації і т. і. після того, як уже вибраний конкретний тип ЛПІ (тобто відомі геометричні та електрофізичні параметри системи напрямних елементів, які створюють відповідну ЛПІ), уже мають другорядне значення і при подальшому проектуванню тракту від них бажано б було відстронитися (абстрагуватися). Отже поставимо задачу ввести таку просту і універсальну математичну модель лінії передавання, яка б, з однієї сторони, годилась для опису процесу передавання потужності в ЛПІ за допомогою падаючих та відбитих хвиль вибраного типу в будь-якій регулярній ЛПІ, а з іншої – мала б таку кількісну характеристику, що точно відслідковує поздовжню зміну ЕМП хвилі в ЛПІ і заміняла б векторні функції розподілу ЕМП в поперечному перерізі деякою інтегральною мірою інтенсивності електромагнітного поля.

Очевидно, що таку інтегральну міру інтенсивності електромагнітного поля хвилі можна отримати, якщо знайти по (1.3) потужність, яку ця хвиля переносить; після інтегрування по поперечнім координатам щезає залежність від координат поперечнього перерізу ЛПІ (вже нема потреби аналізувати векторні функції  $\vec{E}(v_1, v_2)$ ,  $\vec{H}(v_1, v_2)$  розподілу) і в той же час зміну цієї інтегральної величини по поздовжній координаті можна проаналізувати, якщо передбачити її в класичному вигляді (1.1) – тобто у вигляді рухомих хвиль (або їх сукупності).

### 1.2.1 Нормована напруга рухомої хвилі в ЛПІ

Визначення: в якості міри інтенсивності електромагнітного поля в будь-якій регулярній ЛПІ приймають [1, 3] **нормовану напругу** рухомої хвилі, яку обчислюють по формулі:

$$\dot{u}_{П,В}(\xi) = \sqrt{P(0)} \cdot e^{-j\varphi_0} e^{\mp j\gamma\xi} = \dot{u}_{П,В}(0) \cdot e^{\mp j\gamma\xi}, \quad (1.4)$$

де  $P(0)$  – потужність ЕМХ, яка розраховується інтегруванням вектору Пойнтинга – вираз (1.3) – по перерізу  $S$  лінії передавання при значенні  $\xi = 0$ ;

$\varphi_0$  – початкова фаза;

$\dot{\gamma} = \alpha + j\beta_x$  – комплексна стала розповсюдження, визначена для розглядуваного типу хвилі досліджуваної ЛП.

В експоненті знак «-» відповідає падаючій хвилі, що поширюється в додатному напрямі поздовжньої вісі  $\xi$ , а знак «+» – відноситься до відбитої хвилі, яка поширюється (рухається) назустріч падаючій хвилі.

Множник  $\dot{u}_{\Pi,B}(0)$  є комплексним чисельним коефіцієнтом, який розраховується за допомогою інтегрування вектору Пойнтинга по поперечнім координатам  $v_1, v_2$  ЛП при  $\xi = 0$  і, відповідно, уявляє собою **нормовану** напругу рухомої хвилі в цьому перерізі.

Фазу нормованої напруги рухомої хвилі приймають рівній фазі поперечної складової напруженості електричного поля ЕМХ в ЛП в деякій характерній точці перерізу ЛП з координатами  $v'_1, v'_2$ :

$$\arg \dot{u}_{\Pi,B}(\xi) = \arg \dot{E}_{\Pi,B}(v'_1, v'_2, \xi). \quad (1.5)$$

Модуль нормованої напруги рухомої хвилі в (1.4) є коренем квадратним із потужності рухомої хвилі тому нормована напруга рухомої хвилі має розмірність  $\sqrt{B_T}$ .

Якщо ж деяким чином величина  $|\dot{u}_{\Pi}(0)|$  знайдена, то тоді потужність рухомої хвилі в точці  $\xi = 0$

$$P(0) = |\dot{u}_{\Pi}(0)|^2. \quad (1.6)$$

## 1.2.2 Приклади визначення нормованої напруги для ЛП

Розглянемо порожнистий ПХ (рис. 1.1, а, де  $\epsilon_r = 1$ ) з хвилею  $H_{10}$ , яка має дві поперечні складові ЕМП  $E_y$  та  $H_x$  з однаковою функцією розподілу  $\sin(\pi x/a)$  по вісі  $x$ , що співпадає з широкою стінкою. Характеристичний опір  $Z_c^H$  цієї хвилі.

$$Z_c^H = 120\pi \cdot \frac{\lambda_x}{\lambda_0} = 120\pi \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\lambda_0}{2a} \right)^2 \right]^{-1/2},$$

де  $\lambda_0$  – довжина хвилі, на якій збуджується ПХ, (звісно  $a < \lambda_0 < 2a$  для хвилі  $H_{10}$ ).

Знайдемо модуль вектору Пойнтинга рухомої хвилі  $H_{10}$  в передбаченні, що вона є падаючою

$$P_{Pz} = \left| \dot{E}_{y\Pi} \cdot \dot{H}_{x\Pi}^* \right| = \frac{|\dot{E}_{y\Pi}|^2}{Z_c^H} = \frac{E_{\max}^2}{Z_c^H} \cdot \sin^2 \frac{\pi x}{a},$$

де  $E_{\max}$  – ефективне значення напруженості складової  $E_y$  в максимумі функції розподілу, тобто при  $x = a/2$ .

Підставимо цей вираз в (1.3), проінтегруємо і підставимо результат в (1.4); тоді отримаємо.

$$\dot{i}(0) = \frac{E_{\max}}{\sqrt{Z_c^H}} \cdot \left\{ \int_0^b \int_0^a \sin^2 \left( \frac{\pi x}{a} \right) dx dy \right\}^{1/2} = E_{\max} \cdot \sqrt{\frac{a \cdot b}{2 \cdot Z_c^H}}, \quad \sqrt{B_T}. \quad (1.7)$$

Формула (1.7) зв'язує нормовану напругу  $\dot{i}_{\Pi}(0)$  падаючої хвилі з максимальною напруженістю (діючим значенням) електричного поля хвилі  $H_{10}$  в ПХ. Зауважимо, що визначена величина  $\dot{i}_{\Pi}(0)$  для ПХ має досить умовний характер, бо хвилевід – замкнена металічна структура, але вона дозволяє перейти до такої універсальної моделі, де падаюча хвиля з нормованою напругою  $\dot{i}_{\Pi}(0)$  буде мати чіткий фізичний зміст.

Тепер розглянемо коаксіальний кабель (КК) – рис. 1.3. – з хвилею типу ТЕМ, яка має критичну частоту  $f_{KP} = 0$ .

В поперечному перерізі існують складові  $\bar{E}_r, \bar{H}_\varphi$  з однаковими залежностями напруженостей від радіальної ( $\dot{E}_r, \dot{H}_\varphi \sim 1/r$ ) та азимутальної ( $\dot{E}_r(\varphi), \dot{H}_\varphi(\varphi) \sim \text{const}$ ) координат. З цих розподілів виходить, що на зовнішній поверхні внутрішнього провідника ( $r = d/2$ ) обидві поперечні складові ЕМП хвилі ТЕМ в КК мають максима-

льні значення  $E_{r\max}, H_{\phi\max}$ . Їх відношення дорівнює характеристичному опору хвилі TEM в КК. Як відомо [2], характеристичний опір  $Z_c^T$  хвилі TEM не залежить від геометричних параметрів поперечного перерізу напрямної системи і визначається тільки параметрами внутрішнього середовища

$$Z_c^T = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} = 120\pi \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}},$$

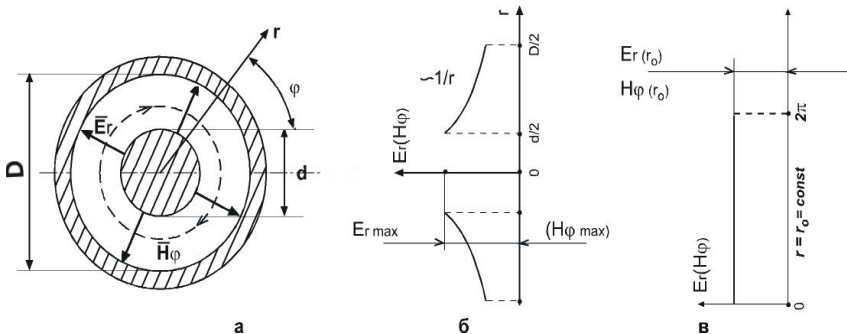
де  $\mu_r, \epsilon_r$  – відносні магнітна та електрична проникності речовини, що заповнює внутрішній об'єм КК;

$\mu_a, \epsilon_a$  – аналогічні абсолютні проникності.

Знайдемо модуль вектора Пойнтинга рухомої хвилі в передбаченні, що вона є падаючою

$$P_{I\zeta}(r) = \left| \dot{E}_{r\Pi}(r) \cdot \dot{H}_{\phi\Pi}^*(r) \right| = \frac{|\dot{E}_{r\Pi}(r)|^2}{Z_c^T} = \frac{E_{r\max}^2}{Z_c^T} \cdot \frac{d^2}{4r^2}. \quad (1.8)$$

Підставимо вираз (1.8) в (1.3), проінтегруємо і, підставивши результат в (1.4), отримаємо



*a* – поперечний переріз КК та структура силових ліній  $\vec{E}_r, \vec{H}_\phi$ ;

*б* – функції розподілу  $E_r(r)$  та  $H_\phi(r)$ ; *в* – функції розподілу  $E_r(\phi)$  та  $H_\phi(\phi)$  при  $r = r_0$ ;  $r$  – радіальна, а  $\phi$  – азимутальна координати

Рисунок 1.3 – Коаксіальний кабель з хвилею типу TEM

$$\dot{i}_{II}(0) = \frac{\dot{E}_{r\max}}{\sqrt{Z_c^T}} \cdot \frac{d}{2} \cdot \left\{ \int_0^{2\pi D/2} \int_{d/2}^{\infty} \frac{dr d\varphi}{r} \right\}^{1/2} = \dot{E}_{r\max} \cdot d \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot \ln(D/d)}{2Z_c^T}}. \quad (1.9)$$

### 1.3 Коефіцієнт відбиття

Визначення: відношення поперечних складових напруженості електричного поля для відбитої та падаючої хвиль в одній і тій же точці поперечного перерізу ЛП зветься коефіцієнтом відбиття по електричному полю.

$$\dot{\Gamma}_E = \dot{E}_{SB} / \dot{E}_{SP}.$$

Оскільки нормовані напруги падаючої та відбитої хвиль пропорційні напруженостям поперечних складових відповідних електричних полів і мають однакові з ними фази, та коефіцієнт відбиття для нормованих напруг

$$\dot{\Gamma}_u = \dot{i}_B / \dot{i}_{II}$$

завжди співпадає з коефіцієнтом відбиття по електричному полю. По цій причині далі не будемо їх відрізняти один від одного і введемо загальне позначення  $\dot{\Gamma}$  – коефіцієнт відбиття.

Маючи залежність величин  $\dot{i}_{II}(\xi), \dot{i}_B(\xi)$  у вигляді (1.4), визначимо залежність і коефіцієнту відбиття від поздовжньої координати при умові, що напрям руху падаючої хвилі співпадає з додатнім напрямком вісі  $\xi$

$$\dot{\Gamma}(\xi) = \frac{\dot{i}_B(\xi)}{\dot{i}_{II}(\xi)} = \frac{\dot{i}_B(0) \cdot e^{+\gamma\xi}}{\dot{i}_{II}(0) \cdot e^{-\gamma\xi}} = \dot{\Gamma}(0) \cdot e^{2\gamma\xi}, \quad (1.10)$$

де  $\dot{\Gamma}(0)$  – значення коефіцієнту відбиття в перерізі  $\xi = 0$ .

Вираз (1.10) показує, що при переміщенні розглядуваного перерізу в напрямі «до генератору» (від'ємні значення  $\xi$ ) коефіцієнт відбиття одержує фазову затримку  $\Delta\varphi_{\Gamma} = -2\beta_x \xi$  та зменшується по модулю на величину  $e^{-2\alpha\xi}$  за рахунок затухання в ЛП. Розглянемо ці явища на прикладі ЛП з неоднорідністю, яка розташована в перетині  $\xi = 0$  (див. рис.1.4, а). Хай на цю неоднорідність падає хвиля

з нормованою напругою  $\dot{u}_\Pi$ , яка рухається в напрямку від  $+\infty$  до 0. При цій умові в (1.10) зміниться знак в показнику експоненти

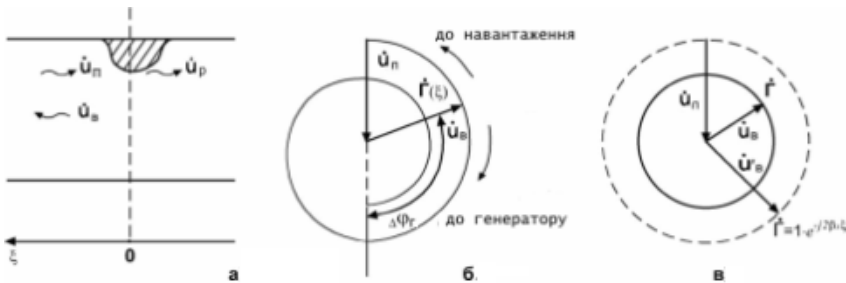
$$\dot{r}(\xi) = \frac{\dot{u}_B(0) \cdot e^{-\gamma\xi}}{\dot{u}_\Pi(0) \cdot e^{+\gamma\xi}} = \dot{r}(0) \cdot e^{-2\gamma\xi}. \quad (1.11)$$

Під впливом ЕМП падаючої хвилі в неоднорідності виникають струми, що породжують хвилі різних типів, які поширюються вправо та вліво від неї. Хай ЛП має такі розміри, які відповідають умові розповсюдження тільки хвилі основного типу (наприклад, для ПХ це умова  $a < \lambda_0 < 2a$ ), або, іншими словами, ЛП працює в одномодовому режимі.

Тоді на достатньо великій відстані від неоднорідності будуть існувати тільки три хвилі (основного типу):

– зліва від неоднорідності падаюча та відбита з нормованими напругами  $\dot{u}_\Pi, \dot{u}_B$ ;

– справа від неоднорідності тільки та хвиля, що пройшла; цю хвилю звать **розсіяною** хвилею; хай її нормована напруга  $\dot{u}_P$ .



*a* – ЛП з неоднорідністю; *б* – вектори напруги падаючої та відбитої хвиль в ЛП з втратами; *в* – ті ж вектори в ЛП без втрат

Рисунок 1.4 – До розглядання зміни коефіцієнту відбиття в залежності від поздовжньої координати  $\xi$

Фактично електромагнітне поле при  $\xi = 0$  має досить складний характер і з нього важко виділити поле основної хвилі. По цій причині  $\dot{r}(0)$  в (1.10, 1.11) треба розуміти, як значення коефіцієнту відбиття в регулярній ЛП, в якій збуджується відбита хвиля з тією

ж амплітудою та фазою, як і хвиля, що зумовлена наявністю неоднорідності. Коефіцієнт  $\dot{I}(0)$  залежить тільки від властивостей неоднорідності. Вважаючи неоднорідність, як деяке навантаження для регулярної ЛП, назвемо коефіцієнт  $\dot{I}(0) = \dot{I}_H$  коефіцієнтом відбиття від навантаження. Таким чином

$$\dot{I}(\xi) = \dot{I}_H \cdot e^{-2\gamma\xi} = \dot{I}_H \cdot e^{-2\alpha\xi} \cdot e^{-j2\beta_x\xi}. \quad (1.12)$$

Коефіцієнт відбиття можна представити в вигляді вектору на комплексній площині (рис. 1.4, б). Як виходить з (1.10), (1.11), при переміщенні вздовж ЛП в напрямку «до генератору» кінець вектору  $\dot{I}(\xi)$  описує спіраль в напрямі годинникової стрілки, а при переміщенні в напрямі «до навантаження» – проти годинникової стрілки. Одному оберту вектора  $\dot{I}(\xi)$  на  $360^\circ$  відповідає переміщення вздовж ЛП на деяку відстань  $\Delta\xi$ , яку знайдемо з умови

$$2 \cdot \beta_x \cdot \Delta\xi = 2\pi = 2 \cdot \frac{2\pi}{\lambda_x} \cdot \Delta\xi,$$

а звідси  $\Delta\xi = \frac{\lambda_x}{4\pi} \cdot 2\pi = \frac{\lambda_x}{2}$ .

При переміщенні в напрямку до генератору модуль коефіцієнту відбиття зменшується, бо амплітуда падаючої хвилі збільшується, а відбитої – зменшується. Якщо знехтувати втратами в ЛП ( $\alpha \rightarrow 0$ ) то кінець вектору коефіцієнту відбиття описує коло (рис 1.4, в – суцільна лінія). Коли відбиття повне ( $|\dot{I}| = 1$ ), то це коло має одиничний радіус (штрихова лінія на рис 1.4, в); неважко помітити, що всі можливі значення коефіцієнту відбиття від пасивного навантаження (тобто такого, що не може збільшувати енергію хвилі) лежать всередині цього кола, або на ньому.

Підкреслимо, що падаюча та відбита хвилі є ортогональними. Це означає, що вони поширюються (тобто передають енергію) незалежно одна від одної, але можуть інтерферувати, якщо будуть когерентними. В розглядуваному випадку властивість когерентності падаючої та відбитої хвиль забезпечується автоматично, бо відбита хвиля є деяким лінійним перетворенням (відбиттям) від падаючої хвилі. В результаті інтерференції буде створюватись сукупна

хвиля властивості якої суттєво відрізняються від властивостей парціальних рухомих хвиль. При аналізі властивостей сукупної хвилі також важливо не забувати, що її складові (падаюча та відбита хвилі) рухаються в протилежних напрямках.

### 1.4 Режими роботи ЛП

Всі реальні ЛП вносять затушення, що зумовлено кінцевим значенням провідності металевих напрямних елементів та неідеальністю діелектричних напрямних елементів. Але якщо втрати досить малі, то ними можна знехтувати; тоді  $\alpha = 0$  і  $\dot{\gamma} = j\beta_x$ .

Розгляд особливостей роботи коротких відрізків ЛП ( $L \sim \lambda_x$ ) при різних навантаженнях почнемо з режимів короткого замикання та холостого ходу.

#### 1.4.1 Режими короткого замикання та холостого ходу

Хай до входу ЛП без втрат в перерізі  $\xi = 0$  підключено генератор гармонійних коливань з фіксованою частотою  $\omega$  (монохроматичні коливання), який є джерелом для хвилі, що поширюється в ЛП – хай це буде падаюча хвиля з нормованою напругою  $\dot{u}_П(0)$  – рис. 1.5.

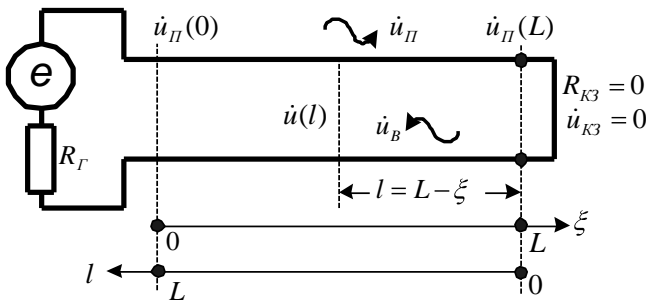


Рисунок 1.5 – До розглядання роботи ЛП в режимі короткого замикання

В перерізі  $\xi = L$  створимо режим короткого замикання, що відповідає встановленню навантаження з  $R_{K3} = 0$ . Напруга на такому навантаженні повинна мати нульове значення  $u_{K3} = 0$ , але, оскільки в цьому перерізі  $\dot{u}_\Pi(L) = \dot{u}_\Pi(0) \cdot e^{-j\beta_x L} \neq 0$ , то єдиною можливою причиною того, щоб виконувалась рівність  $u_{K3} = 0$  є припущення про те, що напруга відбитої хвилі в цьому перерізі:

$$\dot{u}_B(L) = -\dot{u}_\Pi(L). \quad (1.13)$$

Тоді

$$\dot{u}_B(\xi) = \dot{u}_B(L) \cdot e^{+j\beta_x \xi} = -\dot{u}_\Pi(L) \cdot e^{+j\beta_x \xi}. \quad (1.14)$$

Підкреслимо, що вираз (1.14) описує рухому хвилю, що поширюється в напрямі від  $\xi = L$  до  $\xi = 0$ , тобто назустріч падаючої хвилі. В той же час падаюча та відбита хвилі є когерентними, значить будуть інтерферувати. Щоб знайти результат інтерференції  $\dot{u}(\xi)$  складемо  $\dot{u}_\Pi(\xi)$  та  $\dot{u}_B(\xi)$  і, з врахуванням (1.13), отримаємо

$$\dot{u}(\xi) = \dot{u}_\Pi(\xi) + \dot{u}_B(\xi) = \dot{u}_\Pi(0) \cdot e^{-j\beta_x \xi} - \dot{u}_\Pi(L) \cdot e^{+j\beta_x \xi}$$

Врахуємо, що  $\dot{u}_\Pi(L) = \dot{u}_\Pi(0) \cdot e^{-j\beta_x L}$  і для спрощення припустимо, що довжина лінії така, щоб  $\beta_x \cdot L = 2 \cdot \pi$ , а тоді  $e^{-j\beta_x L} = 1$  (при цьому  $L = 2\pi \cdot \left(\frac{\lambda_x}{2\pi}\right) = \lambda_x$ ) і будемо мати

$$\dot{u}(\xi) = \dot{u}_\Pi(0) \cdot (e^{-j\beta_x \xi} - e^{+j\beta_x \xi}). \quad (1.15)$$

Скористаємося формулою Єйлера  $e^{\pm jx} = \cos(x) \pm j \sin(x)$  і отримаємо

$$\dot{u}(\xi) = -j2\dot{u}_\Pi(0) \sin(\beta_x \xi) = 2\dot{u}_\Pi(0) \sin(\beta_x \xi) \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} = \dot{u}_m(\xi) \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}}. \quad (1.16)$$

З виразу (1.16) видно, що в результаті інтерференції падаючої та відбитої хвилі утворилася хвиля, яка по своїм властивостям принципово відрізняється від рухомої хвилі. По-перше, з'явилась залежність її амплітуди  $\dot{u}_m$  від поздовжньої координати  $\xi$  по закону  $\sin(\beta_x \xi)$ , тобто з'явилися максимуми (вдуги) та мінімуми (нулі) поздовжнього розподілу амплітуди  $\dot{u}_m$ ; у рухомої хвилі при від-

сутності втрат ( $\alpha = 0$ ) амплітуда від  $\xi$  не залежить (при  $e^{-\alpha\xi} = 1$ ). По-друге, її фаза не залежить від  $\xi$  і є сталою величиною  $\pi/2$ ; у рухомій хвилі фазовий набіг змінюється від зміни  $\xi$  по закону  $\Delta\varphi = \beta_x \xi$ . По-третє, в максимумі поздовжнього розподілу амплітуда подвоюється в порівнянні з амплітудою парціальних рухомих хвиль.

Хвиля з такими властивостями має назву **стоячої** хвилі. На рис. 1.6 для порівняння наведено відповідні графіки поздовжніх розподілів амплітуди та фази рухомої та стоячої хвиль.

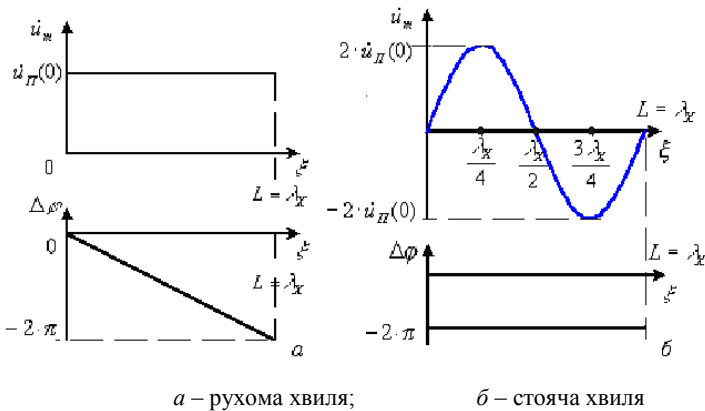


Рисунок 1.6 – Поздовжні розподіли напруги при відсутності втрат

З виразу (1.13) визначимо коефіцієнт відбиття від навантаження у вигляді короткого замикання  $\Gamma_{КЗ}$ .

$$\dot{\Gamma}_{КЗ} = \dot{\Gamma}_H(L) = \frac{\dot{u}_B(L)}{\dot{u}_П(L)} = \frac{-\dot{u}_П(L)}{\dot{u}_П(L)} = -1 = 1 \cdot e^{\pm j\pi}.$$

Таким чином, коротке замикання можна розглядати, як навантаження, яке має властивість повного відбиття падаючої хвилі ( $|\Gamma_{КЗ}| = 1$ ); в той же час фаза відбитої хвилі змінюється на  $\pi$  ( $\arg \Gamma_{КЗ} = \pi$ ) по відношенню до фази падаючої хвилі.

Для більш глибокого розуміння фізичної сутності цих явищ, розглянемо процес створення стоячої хвилі в часі з дискретою  $\Delta t = T/4$  (тут  $T = 2\pi/\omega$  – період). Відповідні графіки зображено на рис. 2.3. З рис. 1.7, а видно, що в початковий момент часу ( $t = 0$ )

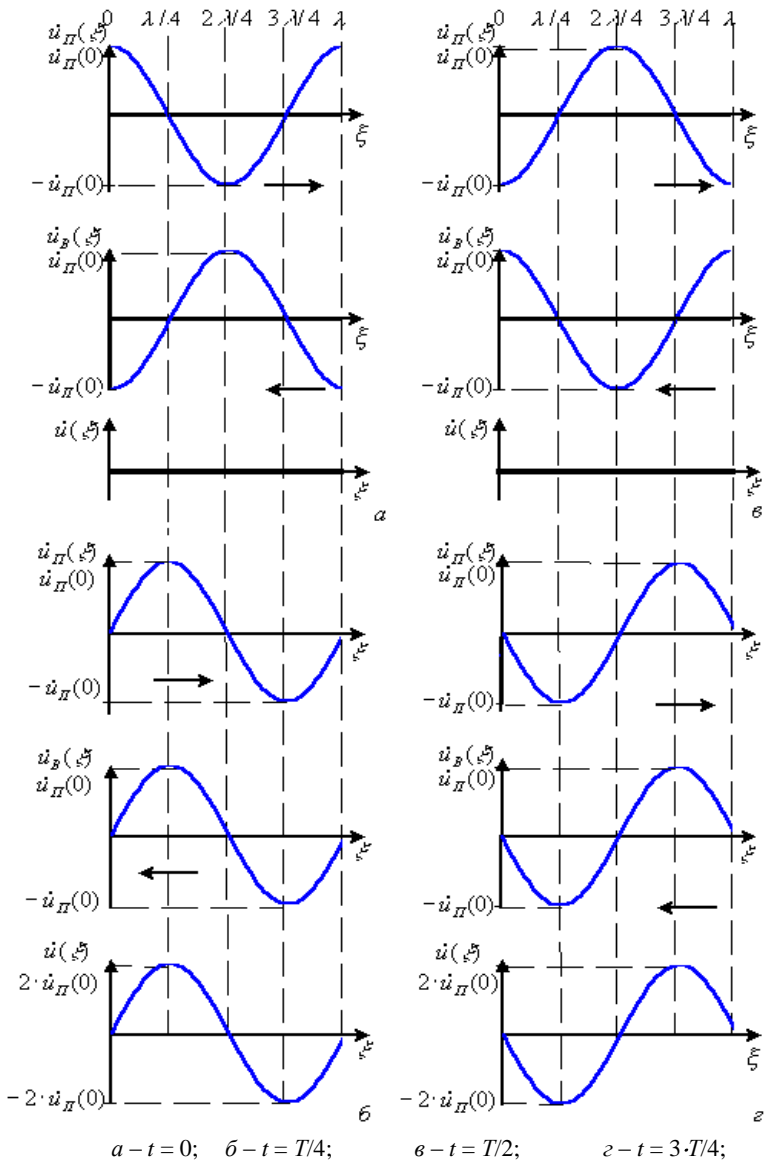


Рисунок 1.7 – До створення стоячої хвилі в режимі короткого замикання

падаюча та відбита хвилі протифазні, а сумарна напруга в будь-якому перерізі ЛП дорівнює нулю. З рис. 1.7, б зрозуміло, що за час  $\Delta t = T/4$ , падаюча хвиля пройшла зліва-направо відрізок шляху  $\Delta \xi = \lambda/4$ , а відбита за той же час ту ж відстань в протилежному напрямку. В результаті ці дві хвилі в розглядуваний момент часу ( $t = T/4$ ) виявились синфазними, а тому сумарна напруга в окремих перерізах удвічі перевищує напругу  $i_{II}(0)$  будь-якої з парціальних рухомих хвиль. Аналогічно будуються розподіли напруги на рис. 1.7, в та рис. 1.7, г. Підкреслимо, що в будь-якому перерізі ЛП залежність напруги стоячої хвилі від часу має синусоїдальний характер (гармонійна зміна в часі).

Для експериментального дослідження залежності  $i(\xi)$ , тобто розподілу напруги стоячої хвилі, треба ввести в неї переміщуваний вздовж  $\xi$  металевий зонд і тоді величина наведеного на ньому струму буде пропорційна напрузі сумарної (стоячої) хвилі.

Але отримати залежність  $i(\xi)$  в тому вигляді, як її зображено на рис.1.7 важко, бо струм чи напруга, що наводяться в зонді змінним у часі електромагнітним полем, будуть усереднюватися вимірювальним приладом, так що зберігається інформація лише про амплітуду компонент поля і втрачається інформація про фазу. По цій причині розподіл напруги стоячої хвилі звичайно зображають так, як показано на рис. 1.8 (при короткому замиканні та холостому ході в перерізі  $\xi = L = \lambda$ ).

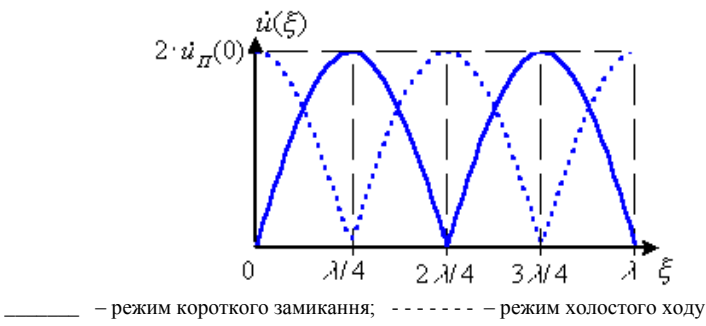


Рисунок 1.8 – Розподіл напруги стоячої хвилі при короткому замиканні та холостому ході в перерізі  $\xi = \lambda$

Якщо в перерізі  $\xi = \lambda$  утворимо режим холостого ходу (розімкнутий кінець, «обрив» ЛП), то  $R_{XX} \rightarrow \infty$ , при цьому струм через навантаження  $I_{XX} = 0$ , а коефіцієнт відбиття  $\Gamma_{XX} = +1 = e^{j2\pi}$ . Аналіз цього режиму читачеві рекомендується провести самостійно.

Розподіл напруги стоячої хвилі в режимі холостого ходу зображено на рис. 1.8 пунктиром. Як видно з цих рисунків, структура стоячої хвилі в обох характерних режимах повторюється через кожні півхвилі. Окрім того, підкреслимо ту обставину, що при зсуві на чверть довжини хвилі від перерізу з КЗ, напруга досягає максимального значення  $\dot{u}_{\max} = 2 \cdot \dot{u}_{II}(0)$ . Точно таке ж значення напруга приймає на розімкнутому кінці ЛП, отже розподіл напруги в ЛП без втрат в режимі ХХ не зміниться, якщо підключити до її розімкнутого кінця чвертьхвильовий короткозамкнутий відрізок ЛП. Ці дві властивості ЛП знаходять практичне застосування і далі ми ще повернемося до них.

## 1.4.2 Режими роботи реальних ЛП при активному навантаженні

Реальні ЛП мають по-перше не нульові втрати, а по-друге їх звичайно навантажують на деякий опір  $\dot{Z}_H = R_H + jX_H$ . Важливо підкреслити, що коли мова йде про передачу потужності в навантаження, то треба передбачувати, щоб активна частина  $R_H$  відрізнялась від нуля, бо чисто реактивне навантаження потужності не споживає. При цьому як втрати, так і навантаження (з вказаним застереженням) будуть змінювати розподіл напруги вздовж ЛП, тобто впливати на її режим роботи. Розглянемо вплив цих факторів окремо.

### 1.4.2.1 Вплив втрат в ЛП на режим її роботи

В попередньому підрозділі було показано, що при нехтуванні втратами в режимі чисто стоячої хвилі  $|\Gamma| = 1$  напруга в максимумі поздовжнього розподілу вдвоє перевищує напругу падаючої хвилі, а в мінімумі – має нульове значення. Реальні ЛП обов'язково вносять затухання, при цьому амплітуда падаючої хвилі зменшу-

ється в напрямку від  $\xi = 0$  до  $\xi = L$ , а амплітуда відбитої хвилі-навіпаки. В результаті напруга в максимумах не досягає подвоєного значення, а в мінімумах стає неможливою повна компенсація і нулі начебто «запливають» – рис. 1.9.

Для характеристики таких режимів роботи ЛП (розподілів напруги, що їх характеризують), вводять спеціальний параметр – коефіцієнт стоячої хвилі по напрузі КСХ<sub>U</sub>, або просто коефіцієнт стоячої хвилі КСХ, який визначають, як відношення напруг в максимумі та в мінімумі поздовжнього розподілу

$$КСХ = \frac{U_{MAX}}{U_{MIN}}.$$

Як виходить з попереднього розгляду, ці напруги

$$U_{MAX} = |\dot{i}_{II} \zeta_{01}| + |\dot{i}_B \zeta_{01}|; \quad U_{MIN} = |\dot{i}_{II} \zeta_{02}| - |\dot{i}_B \zeta_{02}|.$$

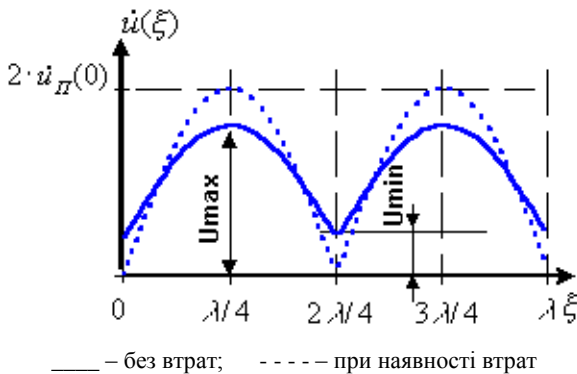


Рисунок 1.9 – Поздовжній розподіл напруги стоячої хвилі в КЗ ЛП при наявності втрат в ній

Тут напруги падаючої та відбитої хвиль взято по модулю, бо їх треба брати в тих перерізах ЛП (такі координати  $\xi_{0i}$ ), де ці хвилі синфазні ( $\xi_{01}$ -максимуми розподілу), або протифазні ( $\xi_{02}$ -мінімуми розподілу), тобто їх фази цими умовами визначені наперед. При цьому отримаємо:

$$КСХ = \frac{|\dot{i}_{II}| + |\dot{i}_B|}{|\dot{i}_{II}| - |\dot{i}_B|}. \quad (1.17)$$

Інколи вводять зворотну до КСХ величину-коефіцієнт рухомої хвилі КРХ

$$KРХ = \frac{U_{MIN}}{U_{MAX}} = \frac{|\dot{u}_\Pi| - |\dot{u}_B|}{|\dot{u}_\Pi| + |\dot{u}_B|}. \quad (1.18)$$

Природно, що при нехтуванні втратами, тобто в режимі чисто стоячої хвилі, КРХ = 0, а КСХ  $\rightarrow \infty$ , але при врахуванні втрат, коли  $U_{MIN} \neq 0$ , КСХ має кінцеве значення.

#### 1.4.2.2 Вплив навантаження на режим роботи ЛП

Хай до ЛП без втрат ( $\alpha = 0$ ), що має хвильовий опір  $Z_X$  в перерізі  $\xi = 0$  підключено узгоджений з нею генератор, який забезпечує існування падаючої рухомої хвилі з ненормованою напругою  $\dot{U}_\Pi$ , а в перерізі  $\xi = L$  – активне навантаження з опором  $R_H$  – рис. 1.10.

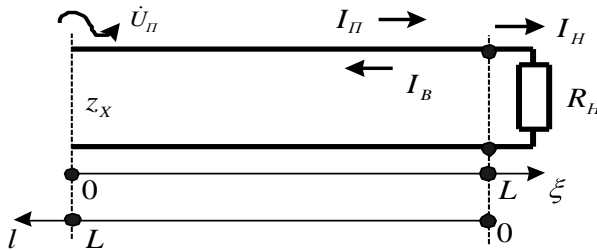


Рисунок 1.10 – До розрахунку коефіцієнту відбиття від навантаження

Якщо  $R_H$  не узгоджене з хвильовим опором ЛП, то в перерізі  $\xi = L$  створиться відбита рухома хвиля з ненормованою напругою  $\dot{U}_B$ ; частина потужності падаючої хвилі (за винятком потужності відбитої хвилі) буде поглинута в навантаженні –  $P_H$ . З закону збереження та перетворення енергії виходить, що

$$P_H = P_\Pi - P_B, \quad (1.19)$$

де  $P_\Pi, P_B$  – потужність падаючої та відбитої хвиль, відповідно.

Запишемо рівняння Кірхгофа в перерізі  $\xi = L$ :

– для струму

$$\frac{U_{\Pi}}{Z_X} - \frac{U_B}{Z_X} = \frac{U_H}{R_H}; \quad (1.20)$$

– для напруги

$$U_{\Pi} + U_B = U_H. \quad (1.21)$$

Тут  $U_H$  – ненормована напруга на навантаженні з ненормованим опором  $R_H$ .

Підставимо значення  $U_H$  з (1.21) в (1.20) і (з врахуванням визначення коефіцієнту відбиття) отримаємо формулу для розрахунку коефіцієнту відбиття від навантаження:

$$\Gamma_H = \frac{U_B}{U_{\Pi}} = \frac{R_H - Z_X}{R_H + Z_X}. \quad (1.22)$$

Таким чином, довільне навантаження в загальному випадку створює в ЛП рухому відбиту хвилю, яка буде інтерферувати з падаючою, що призведе до створення максимумів та мінімумів, що повторюються з періодом  $\lambda/2$  вздовж ЛП, і формують картину змішаних хвиль. Фізичні процеси створення змішаної хвилі нічим принципово не відрізняються від процесу створення стоячих хвиль (див. рис. 1.7), але вигляд розподілу напруги (або струму) буде залежати від співвідношення  $R_H$  та  $Z_X$ . При  $R_H < Z_X$  будемо мати від'ємне значення коефіцієнту відбиття ( $\Gamma_H < 0$ ) і в перетині навантаження  $U(L) = U_{MIN} = |U_{\Pi}| - |U_B|$  (мінімум напруги), а при  $R_H > Z_X$  отримаємо  $U(L) = U_{MAX} = |U_{\Pi}| + |U_B|$ . Графіки відповідних розподілів зображено на рис. 1.11.

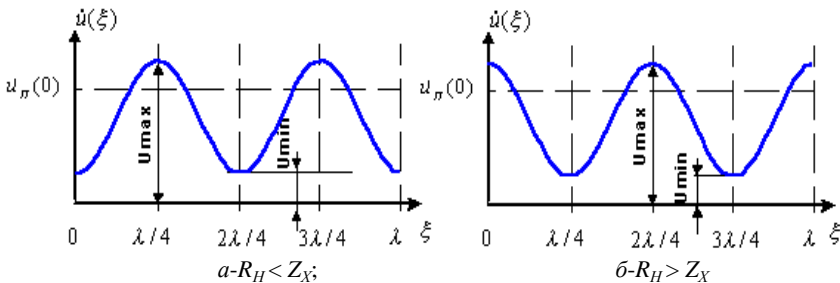


Рисунок 1.11– Повздовжні розподіли напруг при неповному відбитті від навантаження

Режим роботи ЛП з подібними поздовжніми розподілами напруги змішаної хвилі, як і в попередньому випадку, характеризують за допомогою КСХ – вираз (1.17) або КРХ – вираз (1.18).

З урахуванням визначення коефіцієнту відбиття  $\dot{I} = \dot{i}_B / \dot{i}_П$  з (1.17), або (1.18) отримаємо:

$$КСХ = \frac{1 + |\dot{I}|}{1 - |\dot{I}|}; \quad КРХ = \frac{1 - |\dot{I}|}{1 + |\dot{I}|}. \quad (1.23)$$

При визначенні параметрів режиму навантаженої ЛП зручно її поздовжню координату відраховувати не від генератора а від навантаження, як зображено на рис. 1.5, рис. 1.10 – координатна вісь  $l$ .

Відмітимо, що при нехтуванні втратами ( $\alpha = 0$ ), у відповідності з (1.12), коефіцієнт відбиття вздовж ЛП змінюється лише по фазі, при цьому  $|\dot{I}(l)| = const$  і КСХ та КРХ також є сталими величинами.

Якщо ж  $\alpha \neq 0$ , то амплітуда як падаючої так і відбитої хвиль змінюються вздовж ЛП, а відповідно змінюється і  $|\dot{I}(l)|$  по закону  $|\dot{I}(l)| = |\dot{I}_H| \cdot e^{-2\alpha l}$ . При цих умовах КСХ та КРХ будуть залежати від поздовжньої координати  $l$ . В зв'язку з цим вводять:

– КСХ<sub>H</sub> – КСХ в тому перетині ЛП, де розташовано навантаження;

– КСХ<sub>Г</sub> – КСХ в тому перетині ЛП, де розташовано генератор.

Для регулярної ЛП ці величини зв'язані співвідношенням:

$$КСХ_G = \frac{КСХ_H + 1}{КСХ_H + 1} \cdot \frac{КСХ_H + 1}{КСХ_H + 1} \cdot e^{-2\alpha l}, \quad (1.24)$$

Як побачимо далі, КСХ<sub>H</sub> легко визначити через параметри навантаження. Тоді, рохрашувавши величину  $\alpha \cdot l$  (звичайно її задають в дБ, причому 1дБ  $\approx 0,115$  Нп), по (1.24) визначають і КСХ<sub>Г</sub>.

Необхідно відмітити, що внаслідок зміни модуля коефіцієнту відбиття вздовж координати  $l$ , визначення КСХ (або КРХ) в ЛП з втратами вже має досить умовну суть і їх треба визначати, як відношення напруг обов'язково сусідніх максимуму та мінімуму.

Вирішуючи (1.23) відносно невідомого  $|\dot{I}_H| = |\dot{I}(L)|$ , отримаємо корисні для подальшого розгляду співвідношення:

$$|\dot{I}_H| = \frac{KCX_H - 1}{KCX_H + 1}; \quad |\dot{I}_H| = \frac{1 - KPX_H}{1 + KPX_H}, \quad (1.25)$$

де  $KCX_H$ ,  $KPX_H$  – коефіцієнти стоячої та рухомої хвиль в перетині, де під'єднано навантаження ( $\xi = L$ , або  $l = 0$ ).

### 1.4.3 Вплив режиму ЛП на її енергетичні характеристики

Ефективність передачі потужності з ЛП в навантаження (з врахуванням зроблених раніше зауважень щодо характеру навантаження) характеризують коефіцієнтом корисної дії (ККД), що дорівнює відношенню потужності  $P_H$ , яка виділяється в навантаженні, до потужності падаючої хвилі  $P_{ПГ}$ , яку генератор віддає в ЛП. Коли падаюча від генератора хвиля проходить відрізок ЛП з довжиною  $L$ , частина потужності цієї хвилі втрачається внаслідок затухання. По цій причині потужність падаючої хвилі біля навантаження буде  $P_{ПГ}e^{-2\alpha L}$ , де  $e^{-2\alpha L} = \eta_\alpha$  зветься коефіцієнтом ослаблення потужності падаючої хвилі. Відбиття падаючої хвилі від навантаження з коефіцієнтом відбиття  $\dot{I}_H$  призводить до додаткового зменшення потужності, яку може спожити навантаження, в  $\eta_{\text{вд}} = 1 - |\dot{I}_H|^2$  разів, а тому загальний ККД неузгодженої ЛП з втратами буде

$$\eta = \frac{P_H}{P_{ПГ}} = \eta_\alpha \cdot \eta_{\text{вд}} = e^{-2\alpha L} \left( 1 - |\dot{I}_H|^2 \right). \quad (1.26)$$

Підставимо в (1.26) вираз для  $|\dot{I}_H|$  з (1.25) і отримаємо

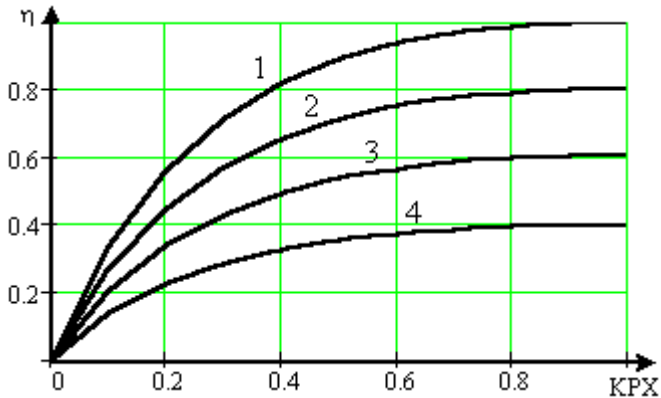
$$\eta = e^{-2\alpha L} \left[ 1 - \left( \frac{KCX_H - 1}{KCX_H + 1} \right)^2 \right] =$$

$$\begin{aligned}
 &= e^{-2\alpha \cdot L} \frac{K C X_H^2 + 2 \cdot K C X_H + 1 - K C X_H^2 + 2 \cdot K C X_H - 1}{(K C X_H + 1)^2} = \\
 &= \frac{4 \cdot K C X_H \cdot e^{-2\alpha \cdot L}}{(K C X_H + 1)^2}. \quad (1.27)
 \end{aligned}$$

З врахуванням співвідношення  $K C X_H = 1 / K P X_H$  (між  $K C X$  та  $K P X$ ) зразу ж отримаємо

$$\eta = \frac{4 \cdot \frac{1}{K P X_H} \cdot e^{-2\alpha \cdot L}}{\left(\frac{1}{K P X_H} + 1\right)^2} = \frac{4 \cdot K P X_H \cdot e^{-2\alpha \cdot L}}{(K P X_H + 1)^2}, \quad (1.28)$$

тобто вирази (1.27) та (1.28) повністю співпадають, але вираз (1.28) зручніше використовувати для побудови графіку залежності  $\eta = f(K P X_H)$ , бо при зміні  $|\dot{G}_H|$  від 0 до 1 значення  $K C X_H$  змінюється від 1 до  $\infty$ , а  $K P X_H$  – від 0 до 1. На рис. 1.12 наведено графіки залежності ККД від  $K P X_H$  при різних значеннях повного затухання  $\alpha \cdot L$  в ЛП, побудовані за виразом (1.28).



1 –  $\alpha \cdot L = 0$ ; 2 –  $\alpha \cdot L = 0,97$  дБ; 3 –  $\alpha \cdot L = 2,2$  дБ; 4 –  $\alpha \cdot L = 4$  дБ

Рисунок 1.12 – Залежність ККД в ЛП від  $K P X_H$

З розглядання ходу цих графіків видно, що найбільш сприятливі умови для ефективної передачі потужності в ЛП будуть виникати в режимі повного узгодження, тобто при  $KPX_H = 1$ , коли значення ККД прагне до одиниці. Відмітимо, що навіть при відсутності втрат ( $\alpha \cdot L = 0$  дБ) ККД лінії передачі менше одиниці при  $KPX_H < 1$  з-за втрат потужності внаслідок відбиття від навантаження.

Узгоджений режим роботи ЛП найбільш сприйнятливий і з точки зору досягнення максимальної електричної міцності. Електричний пробій в неузгодженій ЛП буде виникати тоді, коли нормована напруга в максимумі поздовжнього розподілу  $u_{MAX} = |\dot{u}_\Pi| + |\dot{u}_B| = |\dot{u}_\Pi| \cdot \left( \left| + \dot{I}_H \right| \right)$  досягне деякої критичної величини  $u_{KP}$ . Будемо вважати, що в режимі узгодження ( $|\dot{I}_H| = 0$ , в ЛП існує лише падаюча хвиля) лінія працює на межі своєї електричної міцності, тобто  $|\dot{u}_\Pi| = |\dot{u}_{\Pi, KP}|$ . Тоді в режимі неузгодження умова електричного пробію буде

$$|\dot{u}_{\Pi, KP}| \cdot \left( \left| + \dot{I}_H \right| \right) = u_{KP} . \quad (1.29)$$

Піднесемо обидві частини (1.29) до квадрату і отримаємо

$$|\dot{u}_{\Pi, KP}|^2 \cdot \left( \left| + \dot{I}_H \right| \right)^2 = u_{KP}^2 .$$

Якщо вважати, що  $u_{KP}^2 = P_{P, UX, KP}$  – потужність пробію в рухомій хвилі, то знайдемо величину потужності падаючої хвилі  $P_{\Pi, KP}$

$$P_{\Pi, KP} = \frac{P_{P, UX, KP}}{\left( \left| + \dot{I}_H \right| \right)^2} , \quad (1.30)$$

що призводить до електричного пробію неузгодженої ЛП. Вираз (1.30) показує, що режим неузгодження помітно збільшує небезпеку електричного пробію ЛП. Повністю неузгоджена ЛП ( $|\dot{I}_H| = 1$ ) може бути пробита потужністю падаючої хвилі, яка складає лише 25 % від потужності, що визиває пробій в рухомій хвилі.

В деяких умовах використання ЛП оцінку електричної міцності неузгодженої ЛП зручно проводити не по потужності рухомої і падаючої хвиль, а по потужності  $P_H = P_\Pi - P_B$ , що споживається нава-

нтаженням. Виразимо величину цієї потужності через нормовану напругу  $u_{MAX} = |\dot{u}_H| \cdot \left( +|\dot{I}_H| \right)$  в максимумі поздовжнього розподілу:

$$\begin{aligned} P_H &= |\dot{u}_H|^2 \cdot \left( 1 - |\dot{I}_H|^2 \right) = |\dot{u}_H|^2 \cdot \left( +|\dot{I}_H| \right) \cdot \left( -|\dot{I}_H| \right) = \\ &= |\dot{u}_H|^2 \cdot \left( +|\dot{I}_H| \right) \cdot \frac{\left( -|\dot{I}_H| \right)}{\left( +|\dot{I}_H| \right)} = u_{MAX}^2 \cdot KPX_H. \end{aligned} \quad (1.31)$$

Замінімо в цій формулі  $u_{MAX}^2$  величиною критичної потужності пробою в рухомій хвилі  $P_{PУХ.ХВ}$  і тоді знайдемо ту критичну потужність, що споживає навантаження  $P_{H,КР}$  в режимі неузгодження

$$P_{H,КР} = P_{PУХ.КР} \cdot KPX_H. \quad (1.31)$$

Цей вираз показує, що на межі електричного пробою в навантаження можливо передати лише ту частину критичної потужності рухомої хвилі, яка пропорційна  $KPX$  навантаження.

Виконаний аналіз ККД та електроміцності ЛП дозволяє стверджувати, що найбільш вигідним з енергетичної точки зору є узгоджений режим з  $KCX \rightarrow 1$ . Переваги цього режиму:

- відсутні втрати потужності на відбиття від навантаження;
- ККД лінії максимальний і визначається лише коефіцієнтом ослаблення потужності  $\eta_\alpha = e^{-2\alpha L}$ ;
- електрична міцність ЛП максимальна.

В реальних конструкціях НВЧ трактів за рядом причин (частотна залежність опору навантаження, додаткові відбиття від зчленувань, вигинів, розгалужень і других нерегулярностей трактів) режим ідеального узгодження ЛП з  $KCX = 1$  виявляється недосяжним. По цій причині в технічних умовах завжди вказується найбільш допустиме значення  $KCX$  як для навантаження, так і для тракту в цілому (з врахуванням можливих нерегулярностей). Звичайно орієнтуються на допустиме значення  $KCX$  не більше ніж 1,3...1,5, а для вимірювальних пристроїв та приладів звичайно вимагають  $KCX < 1,05...1,1$  [4].

### 1.4.4 Повні нормовані напруги, струми опори та провідності в ЛП

До цього часу аналіз роботи ЛП виконувався через введені раніше нормовані напруги падаючих  $\dot{u}_H$  та відбитих  $\dot{u}_B$  хвиль. Величини  $\dot{u}_H$  та  $\dot{u}_B$  визначають окремо одна від одної через потужності відповідних хвиль. В той же час, параметри режиму визначаються суперпозицією падаючої та відбитої хвиль. По цій причині доцільно ввести деякі узагальнені величини, які б характеризували саме суперпозицію цих парціальних хвиль. Ці характеристики також введемо через потужність тієї хвилі, що створюється в результаті суперпозиції падаючої та відбитої хвиль.

При одночасному існуванні в ЛП падаючої та відбитої хвиль активна потужність  $P$ , що проходить через вибраний перетин  $\xi$  буде визначатися різницею потужностей

$$P = P_H - P_B = |\dot{u}_H|^2 - |\dot{u}_B|^2 = |\dot{u}_H|^2 \cdot (1 - |\dot{r}_H|^2), \quad (1.32)$$

які переносяться падаючою  $P_H$  та відбитою  $P_B$  хвилями. Представимо потужність  $P$  в дещо іншому вигляді

$$\begin{aligned} P &= \operatorname{Re} \left\{ \dot{u}_H \cdot \left( + \dot{r}_H \right) \cdot \left[ \dot{u}_H \cdot \left( - \dot{r}_H^* \right) \right]^* \right\} \\ &= |\dot{u}_H|^2 \cdot \left[ (1 - |\dot{r}_H|^2) + \operatorname{Re} \left( - \dot{r}_H^* \right) \right] = |\dot{u}_H|^2 \cdot (1 - |\dot{r}_H|^2). \end{aligned}$$

Тут знак рівності можна ставити, бо для будь-якої комплексної величини  $\dot{A}$  виконується рівність  $\operatorname{Re} \left( \dot{A} - \dot{A}^* \right) = 0$ , оскільки величина у дужках є чисто уявною.

В той же час потужність можна визначити, як  $\operatorname{Re} \left( \dot{u} \cdot \dot{i}^* \right)$ . Порівнюючи це визначення потужності з попереднім виразом, бачимо, що величину в перших квадратних дужках можна **формально** інтерпретувати, як деяку напругу, а в других-як деякий струм. Ця аналогія дозволяє **формально** ввести для будь-якого хвильового процесу в ЛП наступні характеристики:

– повну нормовану напругу  $\dot{u}$  в вигляді суми нормованих напруг падаючої  $\dot{u}_H$  та відбитої  $\dot{u}_B$  хвиль:

$$\dot{i} = \dot{i}_\Pi + \dot{i}_B = \dot{i}_\Pi \cdot \left( + \hat{\Gamma} \right), \sqrt{Bm}; \quad (1.33)$$

– повного нормованого струму  $\dot{i}$  в вигляді різниці нормованих напруг падаючої  $\dot{i}_\Pi$  та відбитої  $\dot{i}_B$  хвиль:

$$\dot{i} = \dot{i}_\Pi - \dot{i}_B = \dot{i}_\Pi \cdot \left( - \hat{\Gamma} \right), \sqrt{Bm}. \quad (1.34)$$

В відповідності з визначенням (1.33) повна нормована напруга в ЛП виявляється пропорційною напруженості повного електричного поля в ЛП для суперпозиції падаючої та відбитої хвиль. Для встановлення ж сутності повного нормованого струму (1.34) попередньо відмітимо, що від’ємний коефіцієнт відбиття (1.10) (у відповідності з його визначенням) є нічим іншим, як коефіцієнт відбиття по магнітному полю  $\hat{\Gamma}_M = -\hat{\Gamma}_E = \dot{H}_{SB} / \dot{H}_{SP}$ . Тут  $\dot{H}_{SP}, \dot{H}_{SB}$  – комплексні амплітуди поперечних складових напруженості магнітного поля відповідно падаючої та відбитої хвиль заданого типу в розглядуваній конкретній ЛП. Відміна між  $\hat{\Gamma}_E$  та  $\hat{\Gamma}_M$  по фазі на  $180^\circ$  забезпечує різницю в напрямках вектору Пойнтинга для падаючої та відбитої хвиль. По цій причині повний нормований струм (1.34) може бути представлено у вигляді  $\dot{i} = \dot{i}_\Pi \cdot \left( + \hat{\Gamma}_M \right)$  і він виявляється відповідним повному магнітному полю для суперпозиції падаючої та відбитої хвиль. Якраз ця обставина і є підставою для вживання і самого терміну струм. З врахуванням зроблених визначень, для повної нормованої напруги  $\dot{u}$  та повного нормованого струму  $\dot{i}$ , формула для визначення активної потужності, що проходить через обраний переріз ЛП буде мати точно такий же вигляд, як і для теорії низькочастотних електричних кіл:

$$P = \text{Re} \left( \dot{i} \cdot \dot{i}^* \right). \quad (1.35)$$

Після введення повної нормованої напруги  $\dot{u}$  та повного нормованого струму  $\dot{i}$  для дослідження режиму ЛП можна ввести і додаткові величини:

– повний нормований опір, як відношення повної нормованої напруги до повного нормованого струму

$$\dot{z} = r + jx = \frac{\dot{u}}{\dot{i}} = \frac{1 + \dot{\Gamma}}{1 - \dot{\Gamma}}; \quad (1.36)$$

– повна нормована провідність, як відношення повного нормованого струму  $\dot{i}$  до повної нормованої напруги  $\dot{u}$

$$\dot{y} = g + jb = \frac{\dot{i}}{\dot{u}} = \frac{1 - \dot{\Gamma}}{1 + \dot{\Gamma}}. \quad (1.37)$$

Величини  $\dot{z}$  та  $\dot{y}$ , визначені, відповідно, за (1.36) та (1.37) вже є безрозмірними. Вони також є взаємо оберненими (за визначенням) величинами

$$\dot{z} = \frac{1}{\dot{y}}; \dot{y} = \frac{1}{\dot{z}}. \quad (1.38)$$

За допомогою нормованих опорів та провідностей величину потужності, що передається по ЛП можна обрахувати ще й за формулами, які властиві теорії низькочастотних кіл.

#### 1.4.4.1 Суттєві зауваження до підрозділу 1.4.4

Важливо підкреслити, що з визначення (1.36) витікає, що при  $\dot{\Gamma} = 0$ , тобто при існуванні в ЛП тільки падаючої хвилі, відношення нормованої напруги до нормованого струму дорівнює одиниці. Це означає, що при визначенні нормованої напруги за виразом (1.4) в лінії передачі автоматично встановлюється одинична величина безрозмірного хвильового опору  $z_X = 1$ . На цій підставі можна стверджувати, що вирази (1.5), (1.33) та (1.34) зводять електромагнітне поле хвилі обраного типу в будь-якій регулярній лінії передачі до математичної моделі в вигляді еквівалентної довгої лінії з одиничним та безрозмірним хвильовим опором  $z_X = 1$ . Напруга в будь-якому перетині такої лінії визначається сумою напруг падаючої та відбитої хвиль, а струм – різницею напруг падаючої та відбитої хвиль.

Це дуже суттєве зауваження, яке для подальшого розгляду буде враховуватися завжди, окрім деяких випадків, на яких будемо окремо наголошувати.

Особливо підкреслимо, що ніякої іншої сутності поняття повної нормованої напруги та повного нормованого струму не мають. В загальному випадку часто неможливо навіть вказати, між якими

точками поперечного перерізу конкретної напрямної системи існує нормована напруга і по якій поверхні тече нормований струм.

Дещо простіше згадані задачі вирішуються для тих типів напрямних систем, де головною хвилею є хвиля типу ТЕМ. Це поперечно електромагнітна хвиля ( $E_{\xi} = H_{\xi} = 0$ ) для якої, за визначенням, критична частота  $f_{\text{КР}} = 0$ ,  $\lambda_X$ ,  $V_{\Phi}$ ,  $\beta_X$ ,  $Z_c$  визначаються лише параметрами діелектричного заповнення, а  $Z_X$  та  $\alpha$  залежать ще й від геометричних параметрів напрямних елементів, що створюють напрямну систему – ЛП. Для хвиль цього типу в ЛП існує можливість введення понять напруги падаючої хвилі  $\dot{U}_{\Pi}$ , що вимірюється в вольтах, струму падаючої хвилі  $\dot{I}_{\Pi}$ , що вимірюється в амперах та, відповідно, хвильового опору  $\dot{Z}_X = \dot{U}_{\Pi} / \dot{I}_{\Pi}$ , що вимірюється в омах.

#### 1.4.4.2 Співвідношення нормування для ЛП з хвилею ТЕМ

За допомогою ненормованих величин  $\dot{U}$ ,  $\dot{I}$ ,  $\dot{Z}_X$  режим регулярного відрізка ЛП з хвилею ТЕМ описується відомими співвідношеннями теорії довгих ліній:

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_{\Pi} + \dot{U}_B = \dot{U}_{\Pi} \cdot \left( 1 + \dot{\Gamma} \right); \dot{I} = \dot{I}_{\Pi} - \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_{\Pi}}{Z_X} \cdot \left( 1 - \dot{\Gamma} \right); \\ \dot{Z} &= R + jX = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = Z_X \cdot \frac{1 + \dot{\Gamma}}{1 - \dot{\Gamma}} = \frac{1}{G + jB}, \end{aligned} \quad (1.39)$$

а активна потужність, що переноситься по довгій лінії визначається за одним з виразів:

$$P = \frac{|\dot{U}_{\Pi}|^2}{Z_X} \cdot \left( 1 - |\dot{\Gamma}|^2 \right) = \operatorname{Re} \left( \dot{U} \cdot \dot{I}^* \right) = |\dot{U}|^2 \cdot G = |\dot{I}|^2 \cdot R. \quad (1.40)$$

В виразах (1.39), (1.40) коефіцієнт відбиття  $\dot{\Gamma}$  має ту ж сутність, що і в виразах (1.33), (1.34), (1.36), (1.37), оскільки ненормовані напруги падаючих та відбитих хвиль є пропорційними поперечним складовим вектору  $\vec{E}$ .

З співставлення виразів (1.39), (1.40) з виразами (1.32)...(1.35) отримаємо співвідношення нормування напруг та струмів в лініях передачі з хвилею TEM:

$$\dot{u}_\Pi = \frac{\dot{U}_\Pi}{\sqrt{Z_X}} = \dot{I}_\Pi \cdot \sqrt{Z_X} ; \dot{u} = \frac{\dot{U}}{\sqrt{Z_X}} ; \dot{i} = \dot{I} \cdot \sqrt{Z_X} . \quad (1.41)$$

В свою чергу, з співвідношення (1.41) витікає правило для нормування повних опорів (провідностей) та опору (провідності) навантаження:

$$\dot{z} = \frac{\dot{u}}{\dot{i}} = \frac{\dot{U}}{\sqrt{Z_X} \cdot \dot{I} \cdot \sqrt{Z_X}} = \frac{\dot{Z}}{Z_X} = \frac{1+\dot{\Gamma}}{1-\dot{\Gamma}} ; \dot{z}_H = \frac{\dot{Z}_H}{Z_X} ;$$

$$\dot{y} = \dot{Y} \cdot Z_X = \frac{1-\dot{\Gamma}}{1+\dot{\Gamma}} ; \dot{y}_H = \dot{Y}_H \cdot Z_X . \quad (1.42)$$

Співвідношення нормування (1.41), (1.42) можна використовувати подвійним чином. З однієї сторони, за їх допомогою можна легко знаходити  $\dot{u}$ ,  $\dot{i}$ ,  $\dot{z}$ ,  $\dot{z}_H$ ,  $\dot{y}$ ,  $\dot{y}_H$  в ЛП з хвилями TEM без виконання інтегрування для знаходження потужності, як вимагає вираз (1.4). З другої сторони, ці співвідношення дозволяють виконати перехід від математичної моделі ЛП в вигляді еквівалентної довгої лінії з одиничним безрозмірним хвилевим опором до других математичних моделей в вигляді еквівалентних довгих ліній з довільно встановлюваними хвилевими опорами. Ці хвилеві опори найчастіше також безрозмірні. Введення неоднорічних хвилевих опорів доцільне, наприклад, при розгляданні стиків двох ЛП однакового типу, але з різними розмірами поперечного перерізу («стрибок» хвилевого опору). Породжувані кожним стиком відбиття можна приписати на еквівалентній схемі «стрибку» безрозмірного хвилевого опору в тих еквівалентних довгих лініях, що підходять з різних сторін до стику. Величина «стрибка» встановлюється з умови рівності коефіцієнту відбиття реального стику та його представлення в схемі заміщення.

Якщо ж в регулярній ЛП можливе існування рухомих хвиль **декількох** типів, то для кожного з них треба вводити **окрему** математичну модель довгої лінії з властивими їй і тільки їй визначен-

нями нормованих напруг, струмів та опорів. Таким чином, **багатохвильова** регулярна ЛП з рухомими хвилями декількох типів замінюється **системою одномодових** (від англійського слова mode-тип хвилі) ЛП з **індивідуальними** нормуваннями в кожній з них. Можливість такої заміни витікає з фундаментальної властивості ортогональності власних типів хвиль для регулярної напрямної системи.

Випадок нормування реактивних хвиль (тих, для яких не виконується умова поширення, тобто їх частота  $f < f_{кр}$ ) треба розглядати окремо.

#### 1.4.4.3 Приклад нормування напруги та струму рухомої хвилі

Візьмемо для прикладу коаксіальний кабель – рис. 1.3, де позначені і геометричні розміри і функції розподілу складових електромагнітного поля ( $E_r, H_\phi$ ) хвилі типу TEM цієї напрямної системи.

В падаючій хвилі типу TEM (це рухома хвиля) напруга  $\dot{U}_\Pi$  між внутрішнім і зовнішнім провідниками в повздовжньому перетині  $\xi = 0$  обчислюється шляхом інтегрування складової  $E_r$  по радіальній координаті в межах від  $d/2$  до  $D/2$

$$\dot{U}_\Pi = \int_{d/2}^{D/2} \dot{E}_r \cdot dr = \int_{d/2}^{D/2} \frac{\dot{E}_{MAX} \cdot d}{2 \cdot r} dr = \frac{\dot{E}_{MAX} \cdot d}{2 \cdot r} \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right), \text{ В,}$$

де  $\dot{E}_{MAX}$  – напруженість радіальної складової  $E_r$  на зовнішній поверхні внутрішнього провідника, тобто при  $r = d/2$ .

Повздовжній електричний струм падаючої хвилі  $\dot{I}_\Pi$ , що протікає, наприклад, по зовнішній поверхні внутрішнього провідника, відповідно до закону повного струму, визначається інтегралом від дотичної до нього азимутальної складової  $H_\phi$  напруженості магнітного поля

$$\begin{aligned} \dot{I}_\Pi &= \int_0^{2\pi} \dot{H}_\phi \cdot r d\phi \Big|_{r=d/2} = \int_0^{2\pi} \dot{H}_{MAX} \cdot \frac{d}{2} d\phi = \\ &= \int_0^{2\pi} \frac{\dot{E}_{MAX} \cdot d}{Z_C^T \cdot 2} d\phi = \frac{\dot{E}_{MAX} \cdot \pi \cdot d}{Z_C^T}, \text{ А.} \end{aligned}$$

Тут  $\frac{\dot{E}_{MAX}}{H_{MAX}} = Z_C^T$  – характеристичний опір хвилі типу TEM. Як

відомо,  $Z_C^T = 120 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}$ , де  $\mu_r, \epsilon_r$  – відносні магнітна та діелектрична проникності діелектричного заповнення кабелю.

За визначенням, відношення  $\dot{Z}_X = \dot{U}_\Pi / \dot{I}_\Pi$  – хвильовий опір. Підставимо сюди значення  $\dot{U}_\Pi$  та  $\dot{I}_\Pi$  і отримаємо формулу для визначення хвильового опору коаксіального кабелю.

$$\dot{Z}_X = \frac{\dot{Z}_C^T}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right) = \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \cdot 60 \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right), \text{ Ом.}$$

З використанням цієї формули, для нормованої напруги падаючої хвилі  $\dot{U}_\Pi$  в коаксіальному кабелі за виразом (1.41) одразу отримаємо

$$\dot{u}_\Pi = \frac{\dot{U}_\Pi}{\sqrt{Z_X}} = \dot{I}_\Pi \cdot \sqrt{Z_X} = \dot{E}_{MAX} \cdot d \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot \ln(D/d)}{2 \cdot Z_C^T}}.$$

Цей вираз повністю співпадає з співвідношенням (1.9), яке раніше отримано через безпосереднє застосування визначення нормованої напруги рухомої хвилі через потужності – вираз (1.4).

## 2 ТРАНСФОРМУВАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ КОРОТКИХ ВІДРІЗКІВ ЛП

Найбільш поширені в техніці НВЧ напрямні системи – хвилеводи, коаксіальні лінії, лінії смужкового та щілинного типу і т. і. – мають досить малі втрати і при малій довжині відрізка (відрізок вважається коротким, якщо його довжина  $L \leq \lambda_x$ ) такої ЛП втратами в ній можна знехтувати; далі будемо вважати, що  $\gamma = j\beta_x$ .

Розглянемо короткий відрізок ЛП з ненормованим хвильовим опором  $Z_x$  та фазовою сталою  $\beta_x$ . Виконавши відповідне нормування, перейдемо до еквівалентної лінії з одиничним нормованим безрозмірним опором  $z_x = 1$  та фазовою сталою  $\beta_x$ . Для цієї лінії введемо повздовжню вісь  $l$ , як показано на рис. 2.1 і в перетині  $l = 0$  підключимо навантаження з нормованим опором  $\dot{z}_H$ , а в перетині  $l = L$  – узгоджений генератор  $G$ , що забезпечує існування рухомої хвилі з нормованою напругою  $\dot{u}_H(l) = \dot{u}_H(L) \cdot e^{+j\beta_x l}$ .

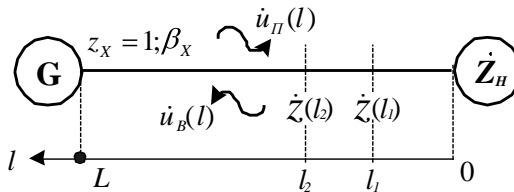


Рисунок 2.1 – До розгляду явища трансформування

Якщо навантаження не узгоджене, то це призведе до появи рухомої відбитої хвилі з нормованою напругою  $\dot{u}_B(l) = \dot{u}_B(L) \cdot e^{-j\beta_x l}$ , причому  $\dot{u}_B(0)$  визначається співвідношенням між  $\dot{z}_H$  та  $z_x$ , тобто  $\dot{u}_B(l)$  «пам'ятає» про це співвідношення (або «пам'ятає» про значення  $\dot{z}_H$ ). Якщо характеризувати лінію повним нормованим опором  $\dot{z}(l)$ , визначеному у відповідності з (1.36), або провідністю по (1.37), то можна сказати, що в будь-якому перетині значення  $\dot{z}(l_1)$ ,  $\dot{z}(l_2)$ , ... «пам'ятає» про значення  $\dot{z}_H$ . Це явище можна трактувати

з однієї сторони, як зміну (трансформацію) вздовж лінії опору навантаження, а з іншої  $\dot{z}(l_1)$ ,  $\dot{z}(l_2)$ , ... можна розуміти як, вхідний опір лінії в її відповідному перетині, або, іншими словами, як той опір, що «відчує» генератор, якщо його підключити в цьому перетині.

При першому трактуванні можна казати про трансформацію опору навантаження вздовж відрізка лінії, а при другому – про залежність вхідного опору лінії від опору навантаження та поздовжньої координати. Якщо узагальнити, то можна сказати, що в короткому відрізку лінії її вхідний опір змінюється по поздовжній координаті за рахунок явища трансформації опору навантаження.

## 2.1 Закон трансформації опору короткими відрізками ЛП

За визначенням, повний нормований опір лінії передачі  $\dot{z} = \dot{u}/\dot{i} = \left( +\dot{\Gamma} \right) \left( -\dot{\Gamma} \right)$ . Зважаючи на те, що  $\dot{\Gamma}$  є функцією від  $l$ , яка при умові  $\alpha = 0$ , тобто  $\dot{\gamma} \approx j\beta_x$  у відповідності з (1.12) має вигляд

$$\dot{\Gamma}(l) = \dot{\Gamma}(0) \cdot e^{-j2\beta_x l} = \dot{\Gamma}(0) \cdot e^{-j2\Theta}, \quad (2.1)$$

запишемо залежність  $\dot{z}(l)$  у вигляді

$$\dot{z}(l) = \frac{1 + \dot{\Gamma}(l)}{1 - \dot{\Gamma}(l)}. \quad (2.2)$$

В цих виразах величину  $\Theta = \beta_x l = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda_x} l$  звать електричною довжиною відрізка  $l$ .

З виразу (2.2) знайдемо комплексний коефіцієнт відбиття від навантаження  $\dot{\Gamma}_H = \dot{\Gamma}(0)$  з врахуванням того, що  $\dot{z}(0) = \dot{z}_H$ :

$$\dot{\Gamma}_H = \dot{\Gamma}(0) = \frac{\dot{z}_H - 1}{\dot{z}_H + 1}, \quad (2.3)$$

а, з врахуванням (2.3), вираз для  $\dot{z}_H = \dot{z}(0)$  отримаємо у вигляді:

$$\dot{z}_H = \frac{1 + \dot{\Gamma}_H}{1 - \dot{\Gamma}_H}. \quad (2.4)$$

Якщо провести ренормування у відповідності з (1.42), то при умові, що  $x_H = 0$  цей вираз повністю збігається з раніше отриманою формулою (1.22).

Перепишемо (2.2) у відповідності з (2.1) та позначенням  $\dot{\Gamma}(0) = \dot{\Gamma}_H$ :

$$\dot{z}(l) = \frac{1 + \dot{\Gamma}_H \cdot e^{-2j\Theta}}{1 - \dot{\Gamma}_H \cdot e^{-2j\Theta}} = \frac{e^{+j\Theta} + \dot{\Gamma}_H \cdot e^{-j\Theta}}{e^{+j\Theta} - \dot{\Gamma}_H \cdot e^{-j\Theta}}.$$

Розкладемо  $e^{\pm j\Theta}$  по формулі Ейлера  $e^{\pm j\Theta} = \cos\Theta \pm j \sin\Theta$ , згрупуємо члени з  $\cos\Theta$  та  $\sin\Theta$  і отримаємо:

$$\dot{z}(l) = \frac{\left(+\dot{\Gamma}_H\right) \cdot \cos\Theta + j \left(-\dot{\Gamma}_H\right) \cdot \sin\Theta}{\left(-\dot{\Gamma}_H\right) \cdot \cos\Theta + j \left(+\dot{\Gamma}_H\right) \cdot \sin\Theta}.$$

Розділимо чисельник і знаменник цього виразу на  $\left(-\dot{\Gamma}_H\right) \cdot \cos\Theta$  і, з врахуванням (2.4), отримаємо:

$$\dot{z}(l) = \frac{\dot{z}_H + j \cdot \operatorname{tg}(\beta_X l)}{1 + j \cdot \dot{z}_H \cdot \operatorname{tg}(\beta_X l)}. \quad (2.5)$$

Цей вираз можна трактувати, з однієї сторони, як закон трансформації опору навантаження  $\dot{z}_H$  вздовж відрізка ЛПІ з нормованим хвилевим опором  $z_X = 1$ , а з іншої – як закон поздовжньої зміни вхідного опору лінії, що навантажена на нормований опір  $\dot{z}_H$ .

Зокрема, з (2.5) випливає, що коли  $\dot{z}_H = 1$ , тобто  $\dot{z}_H = z_X$ , вхідний опір лінії в будь-якому перерізі від  $l = 0$  до  $l = L$  збігається з хвилевим, тобто  $\dot{z}_{BX} = 1$ , або  $\dot{z}_{BX} = z_X$ , або  $\dot{z}_{BX} = \dot{z}_H$ . В цьому випадку кажуть, що  $\dot{z}_H$  трансформується саме в себе (або, іншими словами, не змінюється ні по модулю, ні по фазі). Таким чином, умова  $\dot{z}_H = z_X$  означає режим ідеального узгодження, тобто в лінії встановлюється режим рухомої хвилі з повною нормованою напругою  $\dot{u}(l) = \dot{u}_H(l)$  в довільному перерізі. Як вже було встановлено, в цьому режимі вся енергія передається від генератора до наванта-

ження. Нагадуємо, що при врахуванні втрат ( $\alpha \neq 0$ ) потужність зменшується на величину  $\eta_\alpha = e^{-2\alpha l}$ .

В ряді випадків, наприклад при необхідності врахування декількох паралельно ввімкнутих в ЛП навантажень, більш зручно користуватись не опорами навантажень, а їх провідностями. Тоді, замінюючи в виразі (2.5)  $\dot{z}(l)$  на  $1/\dot{y}(l)$  та  $\dot{z}_H$  на  $1/\dot{y}_H$ , отримаємо закон трансформації провідності навантаження:

$$\dot{y}(l) = \frac{\dot{y}_H + j \cdot \operatorname{tg}(\beta_X l)}{1 + j \cdot \dot{y}_H \cdot \operatorname{tg}(\beta_X l)}, \quad (2.6)$$

який має точно такий же вигляд, як і закон трансформації опорів і це природно, оскільки маємо справу з лінійними перетвореннями.

Трансформувальні властивості коротких відрізків ЛП знайшли дуже багато застосувань для вирішення задач розробки трансформувально-узгоджувальних, частотно-вибіркових, розв'язувальних і т. і. пристроїв і їх елементів, що часто використовуються в високочастотних і надвисокочастотних трактах сучасних радіотехнічних систем різного призначення – від радіолокаційних, зв'язкових (зокрема, мобільний зв'язок) до медичних та побутових (наприклад, в мікрохвильових плитах). Але найчастіше трансформувальні відрізки ЛП відрізняються по геометричним або електрофізичним параметрам (і навіть інколи по типу хвилі), а внаслідок і по значенню хвильового опору від значення хвильового опору основної напрямної системи, що використана в тракті. На схемі заміщення цей факт можна врахувати, якщо ввести для такого відрізка неодиничний безрозмірний хвильовий опір  $z_X$ . Закони трансформації опорів та провідностей при неодиничному хвильовому опорі (або провідності) трансформувального відрізка легко отримати з (2.5) та (2.6) за допомогою загального правила ренормування (1.42):  $\dot{z} \rightarrow \dot{z}/z_X$  та  $\dot{y} \rightarrow \dot{y} \cdot z_X$ :

$$\dot{z}(l) = z_X \cdot \frac{\dot{z}_H + j \cdot z_X \cdot \operatorname{tg}(\beta_X l)}{z_X + j \cdot \dot{z}_H \cdot \operatorname{tg}(\beta_X l)};$$

$$\dot{y}(l) = \frac{1}{z_X} \cdot \frac{\dot{y}_H \cdot z_X + j \cdot \operatorname{tg}(\beta_X l)}{1 + j \cdot \dot{y}_H \cdot z_X \cdot \operatorname{tg}(\beta_X l)}. \quad (2.7)$$

В виразах (2.7) значення опорів (провідностей) є безрозмірними і нормованими для ЛП основного тракту. Величина ж безрозмірного хвильового опору  $z_X$  трансформувального відрізка визначається різницею між параметрами (форма, геометричні розміри поперечного перерізу, електрофізичні параметри, а інколи і тип хвилі) основної ЛП тракту та трансформувального відрізка.

Для більш глибокого розуміння сутності процесів трансформування опору (провідності), розглянемо деякі окремі випадки трансформування та відповідні їм застосування трансформувальних відрізків ЛП.

## 2.2 Приклади застосування трансформувальних властивостей відрізків ЛП

Найбільш поширеними елементами пристроїв та трактів передачі і формування сигналів в високочастотному та надвисокочастотному діапазонах є реактивні шлейфи та трансформатори. Для аналізу їх властивостей будемо використовувати закони трансформації в формі (2.5), (2.6) та (2.7) – в залежності від особливостей конкретного досліджуваного елемента. Загальною властивістю цих формул є те, що при заданому значенні  $\dot{z}_H$  та  $z_X$  (при його неодичній нормованій величині) трансформувального відрізка аргументом (незалежною величиною) в цих виразах є електрична довжина  $\Theta = \beta_X \cdot l$  цього відрізка. Таким чином, в виразах (2.5)...(2.7) в лівій частині більш коректним було б позначення  $\dot{z}(\Theta)$  або  $\dot{y}(\Theta)$ , а не  $\dot{z}(l)$  або  $\dot{y}(l)$ . Але переважна більшість авторів підручників, посібників та монографій використовує позначення  $\dot{z}(l)$  або  $\dot{y}(l)$  і було визнано доцільним зберегти цю традицію, незважаючи на деяку її некоректність. Взявши до уваги це зауваження, розглянемо більш ретельно аргумент виразів (2.5)...(2.7)  $\Theta = \beta_X \cdot l$ . Фазова стала напрямної системи  $\beta_X = 2\pi/\lambda_X$ , де  $\lambda_X$  – довжина хвилі в такій сис-

темі. В свою чергу  $\lambda_X = f/v_\phi$ , де  $v_\phi$  – фазова швидкість електромагнітної хвилі в розглядуваній напрямній системі (ЛП). Звідси отримуємо, що

$$\Theta = \frac{1}{v_\phi} \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot l = \frac{\omega \cdot l}{v_\phi}. \quad (2.8)$$

Таким чином в аргумент виразів (2.5)...(2.7) кутова частота  $\omega$  та довжина відрізка  $l$  входять абсолютно симетрично і будуть впливати на його зміну абсолютно однаково, якщо ЛП не має властивості дисперсії, тобто  $v_\phi$  не залежить від частоти. Звідси випливає, що  $\dot{z}(\Theta)$  з однієї сторони можна розглядати як функцію залежності вхідного опору відрізка ЛП від частоти  $\omega$  при сталому значенні його довжини  $l$ , тобто  $\dot{z}(\Theta) = \dot{z}(\omega)|_{l=\text{const}}$ , а з іншої – як функцію залежності вхідного опору відрізка ЛП від його довжини  $l$  при сталому значенні частоти  $\omega$ , тобто  $\dot{z}(\Theta) = \dot{z}(l)|_{\omega=\text{const}}$ . Зауважимо, що довжину трансформувального відрізка  $l$  найчастіше задають в частках від довжини хвилі  $\lambda_X$ , тобто  $\lambda_X/8$ ,  $\lambda_X/4$ ,  $\lambda_X/2$ , тоді відповідні значення електричної довжини  $\Theta$  будуть  $\pi/4$ ,  $\pi/2$ ,  $\pi$ .

### 2.2.1 Реактивні шлейфи

Визначення: реактивними шлейфами (РШ) називають короткі (звичайно  $l \leq \lambda_X/2$ ) відрізки ЛП з режимом короткого замикання (КЗ) або холостого ходу (ХХ) в перетині навантаження. В режимі КЗ нормована напруга в перетині навантаження  $\dot{u}_{KЗ} = 0$ , значить нормований опір навантаження  $r_H = 0$ , а в режимі холостого ходу нормований струм в перетині навантаження  $\dot{i}_{ХХ} = 0$ , значить нормована провідність навантаження  $g_H = 0$ . Розглянемо РШ<sup>КЗ</sup> та РШ<sup>ХХ</sup> окремо.

### 2.2.1.1 Реактивний шлейф короткого замикання

Підставимо  $\dot{z}_H = 0$  в вираз (2.7) і для вхідного опору  $\dot{z}_{K3}(l)$  РШ<sup>K3</sup> та провідності  $\dot{y}_{K3}(l)$  отримаємо

$$\dot{z}_{K3}(l) = j \cdot z_X \cdot \operatorname{tg}(\beta_X l); \quad \dot{y}_{K3}(l) = \frac{-j}{z_X} \cdot \operatorname{ctg}(\beta_X l) . \quad (2.9)$$

Ці величини є чисто уявними, значить вхідний опір та вхідна провідність при будь-якому значенні  $f$  та довжини  $l$  – див. (2.9) – є чисто реактивними (звідси і назва – РШ) з властивістю періодичної зміни свого значення від  $0$  до  $\infty$  і від  $-\infty$  до  $0$  у відповідності з властивостями тригонометричних функцій  $\operatorname{tg}(\Theta)$  та  $\operatorname{ctg}(\Theta)$ .

На рис. 2.2 наведено графіки залежності реактивного вхідного опору  $\dot{z}_{K3}$  від довжини РШ<sup>K3</sup> при зафіксованому значенні частоти  $f_0$ . Як видно з цих залежностей, при малій довжині РШ<sup>K3</sup>  $0 < l < \lambda_X/4$  його опір чисто реактивний і додатний, тобто при цій умові РШ<sup>K3</sup> буде сприйматися, як індуктивність, значення якої залежить від довжини шлейфу; при  $\lambda_X/4 < l < \lambda_X/2$  – відповідно ємність, як і позначено на рис. 2.2. При подальшому збільшенні довжини ці значення повторюються з періодом  $\lambda_X/2$ .

При  $l = \lambda_X/4$  на зафіксованій частоті  $f_0$  (для цього значення частоти виконано розрахунок) значення  $\operatorname{tg}(\Theta)$  нескінченно велике  $\operatorname{tg}(\Theta) \rightarrow \infty$ , бо  $\Theta = \pi/2$ . Нескінченно великий опір має також паралельний коливальний контур на резонансній частоті (якщо знехтувати втратами в ньому). По цій причині РШ<sup>K3</sup> довжиною  $\lambda_X/4$  на частоті  $f_0$  за своїми властивостями еквівалентний паралельному коливальному контуру на зосереджених елементах без втрат, тобто з нескінченною провідністю.

При довжині РШ<sup>K3</sup>  $l \approx \lambda_X/2$  реактивний вхідний опір шлейфу К.3. змінюється від ємнісного до індуктивного, проходячи через нуль при  $l = \lambda_X/2$  на частоті  $f_0$ . Таке саме явище спостерігається в послідовному коливальному контурі на зосереджених елементах.

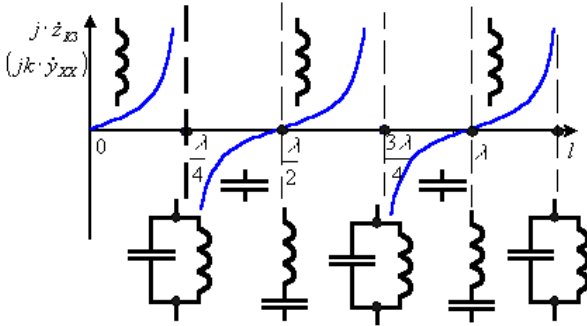


Рисунок 2.2 – Графіки залежності  $\dot{z}_{K3}(l)|_{\omega=\text{const}}$

При подальшому збільшенні довжини РШ<sup>КЗ</sup> розглянуті явища періодично повторюються з періодом  $\lambda_x/2$ .

Графіки відповідної залежності для провідності  $\dot{y}_{K3}(l)$  будуть мати такий же вигляд, але з зсувом на  $\lambda_x/4$ , як показано на рис. 2.2 потовщеною пунктирною лінією.

Графіки залежності реактивного вхідного опору  $\dot{z}_{K3}$  РШ<sup>КЗ</sup> від частоти  $f$  при сталому значенні довжини  $l$  шлейфу будуть відрізнятися від розглянутих залежностей лише значеннями аргументу в резонансних точках  $\frac{\lambda}{4} \rightarrow \frac{v_\phi}{4 \cdot L}$ ,  $\frac{\lambda}{2} \rightarrow \frac{v_\phi}{2 \cdot L}$ , ... Тут частота

$f_{P1} = \frac{v_\phi}{4 \cdot L}$  відповідає паралельному резонансу,  $f_{P2} = \frac{v_\phi}{2 \cdot L}$  – послідовному і т. д. з періодом  $v_\phi/(2 \cdot L)$ . Фізична сутність цього параметру: той час, який потрібен хвилі, щоб пройти довжину РШ, відбитися від К.З. (К.З. відбиває повністю, бо  $|\Gamma_{K3}|=1$ ) і повернутися на вхід, тобто подвоєний час затримки.

### 2.2.1.2 Реактивний шлейф холостого ходу

Підставимо  $g_H = 0$  в вираз (2.7) і для вхідної провідності  $\dot{y}_{XX}(l)$  та опору  $\dot{z}_{XX}(l)$  отримаємо:

$$\dot{y}_{XX}(l) = \frac{j}{z_X} \cdot \operatorname{tg}(\beta_X l); \quad \dot{z}_{XX}(l) = -j \cdot z_X \cdot \operatorname{ctg}(\beta_X l). \quad (2.10)$$

Як видно з (2.10) принципово (знакозмінність, періодичність і т. і.) властивості РШ<sup>XX</sup> нічим не відрізняється від властивостей РШ<sup>K3</sup>.

На рис. 2.3 наведено графіки залежності реактивного вхідного опору  $\dot{z}_{XX}(l)$  від довжини  $l$  РШ<sup>XX</sup> при зафіксованому значенні частоти  $f$ . По ним можна зробити ті ж висновки, як і для РШ<sup>K3</sup>.

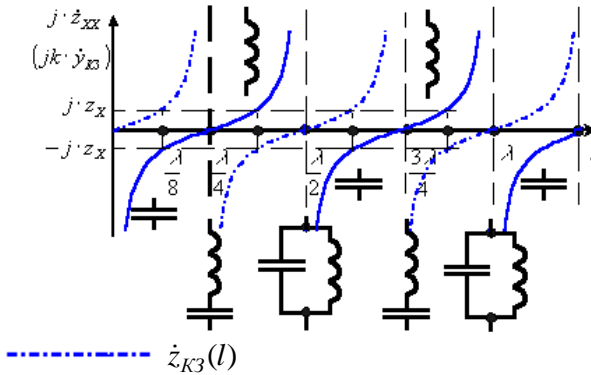


Рисунок 2.3 – Графіки залежності  $\dot{z}_{XX}(l)|_{\omega=\text{const}}$

### 2.2.1.3 Порівняння властивостей шлейфів K3 та XX

Режим холостого ходу технічно реалізують розімкнутим кінцем відповідної напрямної системи. Але якщо це хвилевід (прямокутний або круглий), то його відкритий кінець досить інтенсивно випромінює. Через це принципово неможливо досягти значення коефіцієнту відбиття  $\Gamma_{XX} = 1$ , тобто режим XX в хвилеводах безпосередньо реалізовувати неможливо. Але з порівняння залежностей  $\dot{z}_{K3}(l)$  та  $\dot{z}_{XX}(l)$  видно, що при зменшенні довжини РШ в режимі K3 на  $\lambda_X/4$

(по відношенню до попередньої довжини  $L$ ) РШ<sup>КЗ</sup> веде себе, як РШ<sup>ХХ</sup>, якщо виконаємо ті ж дії по відношенню до РШ<sup>ХХ</sup>, то отримаємо аналогічний результат – див. рис. 2.4. На рис. 2.2, рис. 2.3 ці взаємні перетворення відображено потовщеною пунктирною лінією.

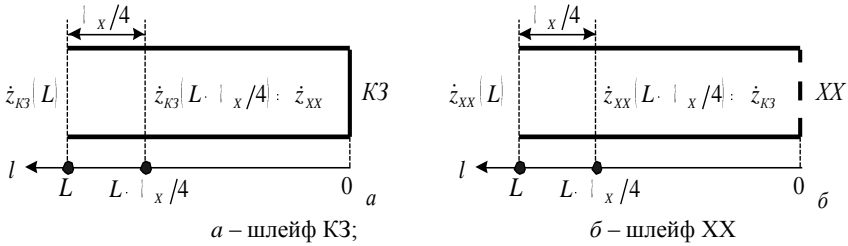


Рисунок 2.4 – Взаємні перетворення шлейфів КЗ та ХХ

З порівняння виразів (2.9) для шлейфу КЗ та (2.10) для шлейфу ХХ видно, що вирази для  $\dot{z}_{K3}(l)$  та  $\dot{y}_{XX}(l)$  і  $\dot{y}_{K3}(l)$  та  $\dot{z}_{XX}(l)$  співпадають з точністю до сталого множника  $K$ , значення якого дорівнює квадрату нормованого

$$\dot{z}_{K3} = K \cdot \dot{y}_{XX}, \quad \dot{z}_{XX} = K \cdot \dot{y}_{K3} \quad (2.11)$$

хвильового опору ( $K = z_X^2$ ) ЛП на базі якої виконано відповідний шлейф. Властивість (2.11) будемо використовувати при подальшому розгляді питань застосування РШ для вирішення конкретних задач схемотехніки НВЧ.

На рис. 2.3 штрих пунктирною лінією зображено залежність  $\dot{z}_{K3}(l)|_{f_0=\text{const}}$ , що розрахована при тих же умовах, як і основна для цього рисунку залежність  $\dot{z}_{XX}(l)|_{f_0=\text{const}}$ . З порівняння цих кривих видно, що при  $l = \lambda_X/8$  (та при кратних довжинах з періодом  $\lambda_X/4$ ) будемо мати рівність  $\dot{z}_{K3}(\lambda_X/8) = -\dot{z}_{XX}(\lambda_X/8)$ , або

$$|\dot{z}_{K3}(\lambda_X/8)| \cdot |\dot{z}_{XX}(\lambda_X/8)| = z_X^2. \quad (2.12)$$

Властивість (2.12) можна використати для організації виміру параметрів ЛП.

### 2.2.1.4 Деякі можливості застосування РШ

Можливість реалізації будь-яких значень індуктивності та ємності, паралельних та послідовних коливальних контурів за допомогою КЗ та ХХ реактивних шлейфів дозволяє розглядати їх, як елементарні будівельні елементи («цеглинки») при побудові частотно-вибіркових систем НВЧ (фільтрів НЧ, фільтрів ВЧ, смугопропускальних та смугозагороджувальних фільтрів), узгоджувально-трансформувальних схем і т.і. Важливою перевагою шлейфів є можливість їх перебудови та перестроювання.

Розглянемо для прикладу вирішення задачі узгодження комплексного навантаження  $\dot{z}_H$  з лінією, що має одиничний нормований хвилевий опір  $\dot{z}_X = 1$  (безрозмірний). В узгоджувальній схемі (рис. 2.5) будемо підключати узгоджувальний шлейф паралельно до основної ЛП, а тому розрахунок краще вести в термінах провідностей. Хай  $\dot{y}_H = 1/\dot{z}_H = g_H \mp jb_H$ ;  $y_X = 1/z_X = 1$ . Узгодження забезпечується, якщо узгоджувальний шлейф під'єднати на такій відстані  $l_0$  (або  $l'_0$ ) від навантаження, щоб нормована вхідна провідність  $\dot{y}_{BX}(l_0)$  була

$$\dot{y}_{BX}(l_0) = 1 \pm jb_{BX}(l_0),$$

тобто мала одиничне значення своєї дійсної частини  $g_{BX}(l_0) = 1 = y_X$ . А тоді задачею реактивного шлейфу (КЗ або ХХ), приєднаного паралельно в цьому перерізі, буде компенсація уявної частини вхідної провідності  $\pm jb_{BX}(l_0)$ , що досягається відповідним розрахунком довжини  $l_1$  КЗ шлейфу або  $l_2$  ХХ шлейфу.

### 2.2.2 Чвертьхвильовий трансформатор

Визначення: чвертьхвильовим трансформатором називають відрізок ЛП з довжиною  $L = \frac{\lambda_X}{4}(2n+1)$ ; електрична довжина

$$\Theta = \beta_X \cdot L = \frac{\pi}{2} + n \cdot \pi, \text{ де } n = 0, 1, 2, \dots$$



Якщо під  $\dot{z}(0)$  розуміти активне навантаження з нормованим опором  $r_2$ , а під  $\dot{z}(\lambda_X/4)$  – деякий генератор з внутрішнім нормованим опором  $r_1$ , то з (2.14) виходить, що  $\lambda_X/4$  трансформатор з нормованим хвильовим опором

$$z_{X.TP} = \sqrt{r_1 \cdot r_2} \quad (2.15)$$

«приведе» опір  $r_2$  до  $r_1$ , тобто може використовуватися для узгодження опорів  $r_2$  та  $r_1$ . Звісно під  $r_2$  та  $r_1$  можна розуміти і деякі ЛП з відповідними нормованими хвильовими опорами. Тоді схема узгодження між ними має вигляд, як на рис. 2.6, де  $z_{X.TP} = \sqrt{z_{X1} \cdot z_{X2}}$ .

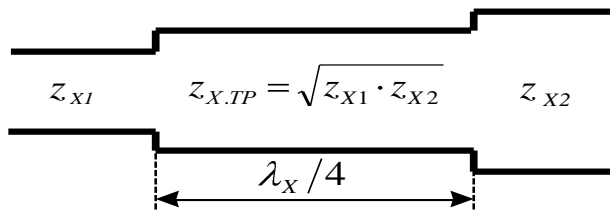


Рисунок 2.6 – Узгодження за допомогою  $\lambda_X/4$  трансформатора

Природно, що точне узгодження забезпечується лише на розрахунковій частоті  $\omega_0 = 2\pi \cdot \nu_\phi / \lambda_X$ , а також на кратних частотах  $\omega_{0K} = \omega_0 \cdot (2n + 1)$ , коли довжина трансформатору складає чверть довжини хвилі в ЛП плюс ціле число  $n$  півхвиль  $\lambda_X/2$ . Поблизу розрахункової частоти  $\omega_0 \pm \Delta\omega$ , де  $\Delta\omega \ll \omega_0$  чвертьхвильовий трансформатор виконує лише наближене узгодження, яке погіршується із збільшенням  $\Delta\omega$ .

### 2.2.3 Півхвильовий трансформатор

Визначення: півхвильовим трансформатором називають відрізок ЛП з довжиною  $L = \frac{\lambda_X}{2}(2 \cdot n + 1)$ ; електрична довжина  $\Theta = \beta_X \cdot L = \pi \cdot (2 \cdot n + 1)$ , де  $n = 0, 1, 2, \dots$ .

Якщо до ЛП підключити навантаження з нормованим опором  $\dot{z}_H$ , то при будь-якому значенні нормованого хвильового опору  $z_{X,TP}$  ЛП, для вхідного опору в перетинах  $l = 0$ ,  $l = \lambda_X/2$ , чи за виразом (2.5), чи за (2.7) отримуємо

$$\dot{z}(0) = \dot{z}_H ; \quad \dot{z}(\lambda_X/2) = \dot{z}_H .$$

Таким чином, на розрахунковій частоті півхвильовий відрізок ЛП при будь-яких значеннях  $z_{X,TP}$  не трансформує опору (або провідності) навантаження, тобто перетворює їх самих в себе. Однак на других частотах вхідний опір змінюється (по відношенню до розрахункового значення) тим більше, чим більше відхилення по частоті. Цю властивість можна використовувати для коригування частотної характеристики опору навантаження.

Ще одна важлива властивість півхвильових трансформаторів – додатковий зсув по фазі  $\Delta\varphi = 180^\circ$ , бо  $\dot{i}(\lambda_X/2) = \dot{i}(0) \cdot \left[ + \dot{\Gamma}(0) \cdot e^{-j2\beta_X l} \right] \cdot e^{j\beta_X l} = -\dot{i}(0)$  при  $\beta_X \cdot l = \pi$ . Ця властивість використовується, наприклад в узгоджувально-симетрувальному пристрої, призначеному для строго протифазного живлення симетричної відносно центру симетрії активного навантаження з ненормованим опором  $2 \cdot R$  від коаксіального кабеля з ненормованим хвильовим опором  $Z_X = R/2$ . Цей пристрій (рис. 2.7) отримав назву U-коліно.

Для розгляду принципу його роботи врахуємо наступне:

– для того, щоб коаксіальний кабель був несприйнятливою до зовнішнього ЕМП напрямною системою (екранованою системою), його зовнішній провідник (точка В) повинен бути заземленим, тобто мати нульовий потенціал;

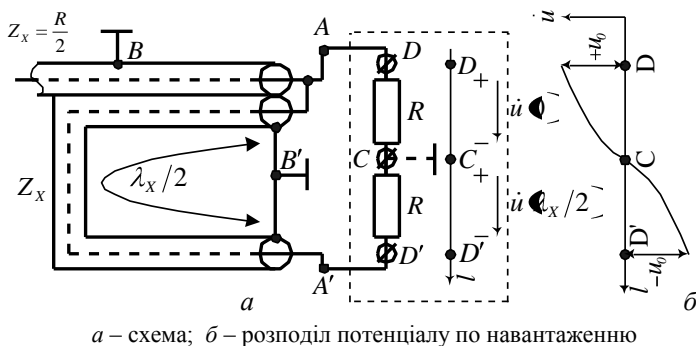


Рисунок 2.7 – Симетрувальний пристрій типу U-коліно

– якщо навантаження з загальним опором  $2 \cdot R$  є строго симетричним і повинно живитись строго протифазно, то, розділивши його на дві рівні частини з опорами  $R$ , ми повинні отримати нульовий потенціал точки симетрії (точка  $C$ ). Тоді заземлення точки  $C$  не вплине на потенціал ні точки  $D$ , ні точки  $D'$  (заземлення точки  $C$  показано на рис. 1.19 пунктиром).

При цих умовах ввімкнення півхвильового відрізка кабелю між точкою  $A$  (точки  $A$  та  $D$  еквіпотенціальні) та точкою  $A'$  (точки  $A'$  та  $D'$  еквіпотенціальні) забезпечує виконання умови строго протифазного живлення навантаження. Тоді опір навантаження для живильного коаксіального кабелю в точці  $A$  внаслідок дії півхвильового трансформатора складається з двох паралельно ввімкнених опорів (точки  $D$  та  $D'$  еквіпотенціальні) величиною  $R$  і таким чином його значення  $R_H = \left( \frac{1}{R} \cdot R \right) \left( \frac{1}{R} + R \right) = R/2$ , тобто  $Z_x = R/2$ , що забезпечує і виконання умови узгодження.

Трансформувальні властивості півхвильових відрізків ЛП (не трансформувати  $\dot{Z}_H$ ) можна використати для виконання операції поділу потужності генератору на  $N$  частин. Схему подільника потужності наведено на рис. 2.8.

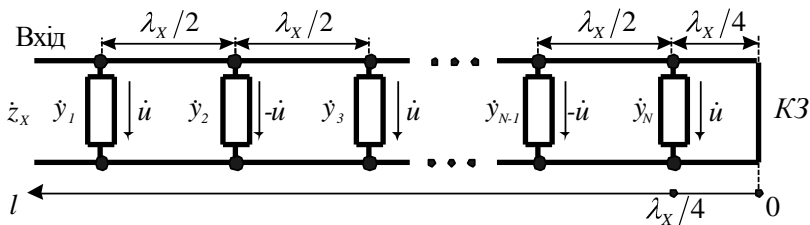


Рисунок 2.8 – Подільник потужності на півхвилевих відрізках ЛП

Доля потужності в кожному навантаженні пропорційна величині відповідної провідності, оскільки напруги на навантаженнях однакові. Всі провідності навантажень перераховуються до входу без зміни своєї величини, бо всі вони включені через півхвильові

трансформатори; тоді вхідна провідність  $\dot{Y}_{BX} = \sum_{i=1}^N \dot{Y}_i$ .

Для того, щоб подільник був узгодженим необхідно виконати умову  $\dot{z}_X = \dot{z}_{BX} = 1/\dot{y}_{BX}$ , де  $\dot{z}_X$  – нормований хвильовий опір живильної лінії.

Після останнього навантаження ввімкнено  $\lambda_X/4$  шлейф в режимі КЗ. Його вхідний опір в перетині  $l = \lambda_X/4$   $\dot{z}_{BX}(\lambda_X/4) \rightarrow \infty$ , тобто  $\dot{y}_{BX}(\lambda_X/4) = 0$  і цей елемент не впливає на розподіл потужності.

Якщо прийняти, що напруга на виході  $N$  буде  $\dot{u}$ , то на виході  $N - 1$  це буде  $-\dot{u}$  і т. д., тобто особливістю такого подільника буде синфазно-протифазний фазовий розподіл сигналів сусідніх виходів, але розподіл по фазі не буде впливати на розподіл по потужності.

Недоліком такої системи поділу потужності є вузькосмуговість, яка буде посилюватись із збільшенням кількості каналів розподілу.

### 2.2.4 Кругова номограма повних опорів

Інформацію, необхідну для вирішення задач узгодження можна отримати з виразів (2.5)...(2.7), які пов'язують вхідний опір відрізка ЛП з опором навантаження на його кінці. Ці вирази досить прості, але «ручні» розрахунки по ним досить обтяжливі, бо вимагають

акуратності в поводженні з комплексними числами. Якщо не вимагати великої точності розрахунків (порядку двох цифр), то можна скористатися графічним вирішенням в основі якого лежить кругова номограма повних опорів. Цю номограму в 1939 р. одночасно запропонували радянський вчений А. Р. Вольперт та американський інженер Ф. Сміт. В зв'язку з цим в американських джерелах її звуть діаграмою Сміта.

Кругова номограма опорів базується на графічному поданні коефіцієнту відбиття від навантаження в формі (2.3)

$$\dot{\Gamma}_H = \frac{\dot{z}_H - 1}{\dot{z}_H + 1}$$

в поєднанні з залежністю (1.12)

$$\dot{\Gamma}(l) = \dot{\Gamma}_H \cdot e^{-j2\beta x l}.$$

Введемо позначення  $\dot{\Gamma} = \eta + j\nu$ ;  $\dot{z}_H = r_H + jx_H$  і підставимо їх в (2.3). Тоді  $\eta + j\nu = \frac{\dot{\Gamma}_H - 1 + jx_H}{\dot{\Gamma}_H + 1 + jx_H}$ , або  $(\eta + j\nu) \cdot (\dot{\Gamma}_H + 1 + jx_H) = (\dot{\Gamma}_H - 1) + jx_H$ . Проведемо перемноження і, прирівнюючи дійсні та уявні частини, отримаємо систему двох дійсних рівнянь:

$$\begin{cases} r_H \cdot (\eta - 1) + x_H \cdot \nu = -(\eta + 1) \\ r_H \cdot \nu + x_H \cdot (\eta - 1) = -\nu. \end{cases} \quad (2.16)$$

Вилучимо з системи (2.16) величину  $x_H$ . Для цього знайдемо з першого рівняння вираз для  $x_H$

$$x_H = \frac{r_H \cdot (\eta - 1) + (\eta + 1)}{\nu}$$

і цей вираз підставимо в друге рівняння

$$r_H \cdot \nu + \frac{r_H \cdot (\eta - 1) + (\eta + 1) \cdot (\eta - 1)}{\nu} = -\nu.$$

Приведемо цей вираз до загального знаменника, об'єднаємо доданки з  $\eta^2$  та  $\nu^2$  і отримаємо рівняння

$$\nu^2 \cdot (\epsilon_H + 1) - 2 \cdot \eta \cdot r_H + \eta^2 \cdot (\epsilon_H + 1) = 1 - r_H,$$

яке поділимо на  $(\epsilon_H + 1)$  і отримаємо

$$\nu^2 + \eta^2 - \frac{2 \cdot \eta \cdot r_H}{1 + r_H} = \frac{1 - r_H}{1 + r_H}.$$

Зважаючи на те, що

$$\left( \eta - \frac{r_H}{1 + r_H} \right)^2 = \eta^2 - \frac{2 \cdot \eta \cdot r_H}{1 + r_H} + \frac{r_H^2}{(\epsilon_H + r_H)},$$

отримаємо

$$\nu^2 + \left( \eta - \frac{r_H}{1 + r_H} \right)^2 = \frac{r_H^2}{(\epsilon_H + r_H)} + \frac{1 - r_H}{1 + r_H} \cdot \frac{1 + r_H}{1 + r_H},$$

або

$$\nu^2 + \left( \eta - \frac{r_H}{1 + r_H} \right)^2 = \frac{1}{(\epsilon_H + r_H)}. \quad (2.17)$$

Проаналізуємо вираз (2.17). Якщо розуміти  $\eta$  та  $\nu$ , як вісі декартової системи координат, то вираз (2.17) є рівнянням сім'ї кіл з центром у точці  $\eta = r_H / (\epsilon_H + 1)$ ;  $\nu = 0$  та радіусом  $1 / (\epsilon_H + 1)$ . Ці кола при різних значеннях  $r_H$  наведено на рис. 2.9, а; вони є геометричним місцем точок (колами), де активні частини нормованих опорів навантаження є сталими величинами  $r_H = \text{const}$ . Центри всіх кіл лежать на вісі  $\eta$ , а кожне з кіл, де  $r_H = \text{const}$  проходить через точку з координатами  $\eta = 1$ ,  $\nu = 0$ . Цікаво відмітити, що  $|\dot{I}_H|$  має одне і те ж значення при  $r_H = A$  та  $r_H = 1/A$ , де  $0 \leq A \leq \infty$ , але при виконанні умови  $x_H = 0$ ; в цьому випадку  $r_H = \eta$  дійсне число. Режиму КЗ відповідає коло одиничного радіусу, де  $r_H = 0$ ,  $|\dot{I}_H| = 1$ .

Режиму ХХ відповідає коло нульового радіусу, де  $r_H \rightarrow \infty$ . Це точка з уже згадуваними координатами  $\eta=1; \nu=0$ , де  $|\dot{I}_H|=1$ .

Цілком аналогічно можна вилучити з системи (2.16) величину  $r_H$ . При цьому отримуємо вираз для реактивної частини  $x_H$  нормованого опору навантаження  $\dot{z}_H$ :

$$\left( \eta - 1 \right)^2 + \left( \nu - \frac{1}{x_H} \right)^2 = \left( \frac{1}{x_H} \right)^2. \quad (2.18)$$

У декартових координатах  $\eta, \nu$  ця рівність є рівнянням сім'ї кіл з радіусами  $1/x_H$  та центрами, які розташовані на лінії  $\nu_{Ц} = +1$ , а координата  $\eta_{Ц}$  (центру відповідного кола) має значення  $\eta_{Ц} = 1/x_H$ . Індуктивним опором навантаження (додатнім  $x_H$ ) відповідають кола, розташовані над горизонтальною віссю  $\eta$ , а ємнісним (від'ємним) – нижче цієї вісі. Ці кола при різних значеннях  $x_H > 0$  та  $x_H < 0$  наведено на рис. 2.9, б. Всі можливі значення  $\dot{I} = \eta + j\nu$ , як і відмічалось раніше (див рис. 1.4, в) лежать всередині кола одиничного радіусу, що відповідає режиму КЗ, тобто кола  $r_H = \text{const}$ , де  $r_H = 0$ , як і відмічено на рис. 2.9, б пунктирною лінією.

Для розширення можливостей на кругову номограму опорів можна нанести ще кола сталого значення КСХ (або КРХ), або  $|\dot{I}_H|$ . Нагадаємо, що  $КСХ = \left( +|\dot{I}' \right) \left( -|\dot{I}' \right)$ . Коефіцієнт відбиття на круговій номограмі зображається в полярній системі координат (рис. 2.10, а), де радіальна координата відповідає  $|\dot{I}_H|$  (КСХ), а полярний кут  $\varphi$  – подвоєній електричній відстані вздовж ЛП – див. вираз (1.12) – тобто фазовий кут коефіцієнту відбиття  $\Theta = 2 \cdot \beta_X \cdot l$ . В повністю узгодженій ЛП  $|\dot{I}_H|=0$ , КСХ=1. Цьому значенню КСХ відповідає точка з координатами  $\eta=0, \nu=0$  в центрі діаграми.

Якщо  $|\dot{I}_H|=1$ , то  $KCX \rightarrow \infty$ , тому кола з  $|\dot{I}_H|=1$ ,  $KCX \rightarrow \infty$ ,  $r_H=0$  співпадають. Оскільки для пасивних пристроїв значення модулю коефіцієнту відбиття не може перевищувати 1,  $|\dot{I}| \leq 1$ , то сім'я кіл сталого значення  $KCX$  обмежена колом одиничного радіусу  $|\dot{I}|=1$ .

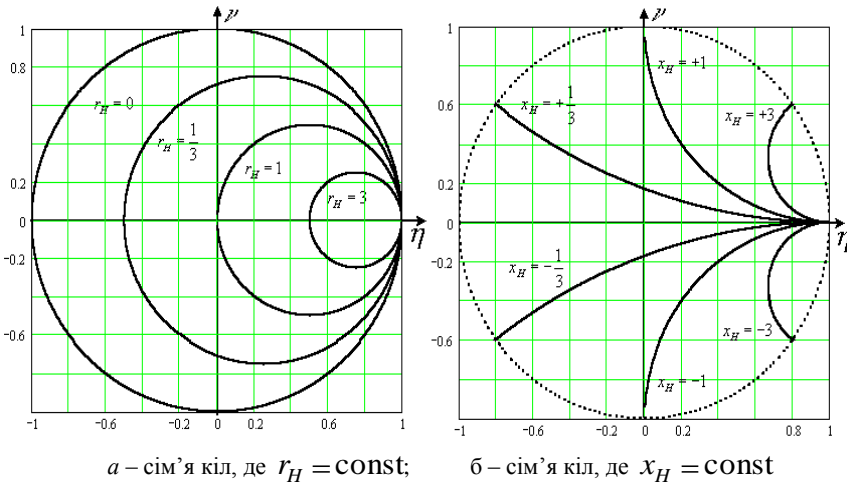


Рисунок 2.9 – Кола сталого значення нормованого активного  $x_H$  та реактивного опорів

Щоб не захарачувати номограму додатковими графіками, кола сталого значення  $|\dot{I}_H|$ ,  $KCX$  на ній не зображують, а в центрі встановлюють обертову шкалу на якій нанесені відповідні значення  $|\dot{I}|$  та  $KCX$  – рис. 2.10, б; ця обертова шкала грає роль радіальної координати (радіус-вектору), а тоді кут між радіусом-вектором і додатною частиною вісі  $\eta$  дорівнює фазі коефіцієнту відбиття. Ці значення фази наносяться на зовнішнє коло кругової діаграми або в градусах, або в відносних одиницях  $l/\lambda_x$ . Фаза коефіцієнту відбиття змінюється в межах від  $\pm 180^\circ$  при КЗ до  $0^\circ$  в режимі ХХ.

Один повний оберт по круговій номограмі відповідає зміщенню вздовж ЛП на відстань  $l = \lambda_X/2$ . Руху в напрямку «до навантаження» відповідає обертання радіус-вектору проти годинникової стрілки, а у напрямку «до генератору» – за годинниковою стрілкою.

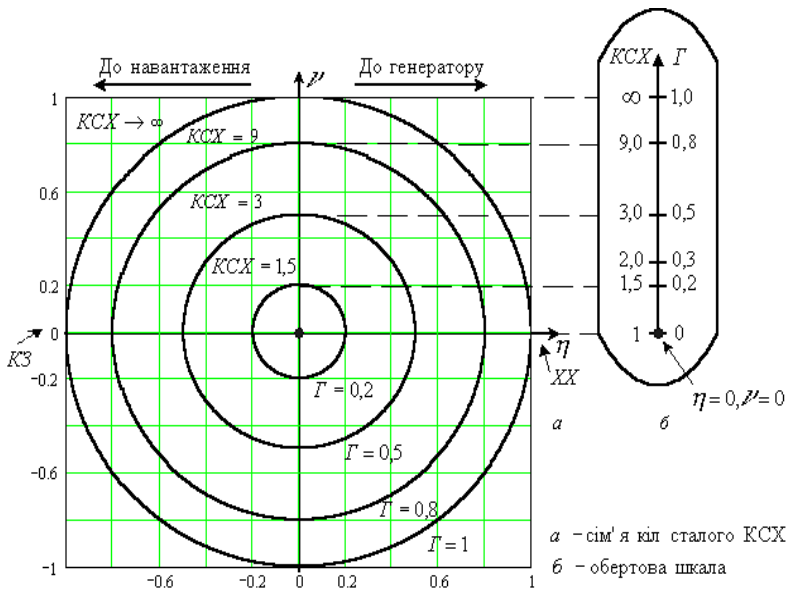


Рисунок 2.10 – Кола сталого значення КСХ та Г

### 2.2.5 Кругова номограма повних провідностей

Раніше було встановлено що для чверть хвильового трансформатору з одиничним нормованим хвильовим опором справедлива властивість (2.13)  $\dot{z}(\lambda_X/4) \cdot \dot{z}(0) = 1$ , або іншими словами, він трансформує опір  $\dot{z}(0)$  в опір  $\dot{z}(\lambda_X/4)$ , який чисельно дорівнює провідності, тобто  $\dot{z}(\lambda_X/4) = 1/\dot{z}(0)$ . З цього випливає, що перехід від опорів  $\dot{z}$  до провідностей  $\dot{y}$  буде відповідати повороту по діаграмі на  $180^\circ$ , тобто зміщенню вздовж лінії на чверть довжини хвилі  $\lambda_X/4$ , ( $2 \cdot \beta_X \cdot \lambda_X/4 = \pi$ ). Якщо кожную точку, яка відповідає деяко-

му значенню нормованого комплексного опору  $\dot{z}$  повернути на  $180^\circ$  та отримані таким чином комплексні числа знову нанести в координатах  $\eta$ ,  $\nu$ , то отримаємо кругову діаграму для нормованих провідностей – рис. 2.11. Тепер точки з координатами  $\eta=1$ ;  $\nu=0$  відповідає режим КЗ, в точці з координатами  $\eta=0$ ,  $\nu=1$  провідність чисто реактивна і носить ємнісний характер і навпаки точка з координатами  $\eta=0$ ,  $\nu=-1$  відповідає чисто індуктивній провідності. Режиму ХХ відповідає точка з координатами  $\eta=-1$ ,  $\nu=0$  через яку проходить коло, де  $g_H = 0$ . Точка в центрі діаграми відповідає, як і раніше, режиму повного узгодження лінії.

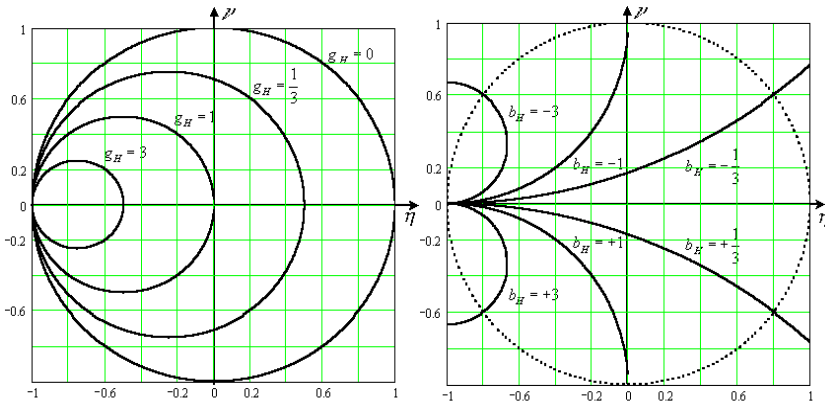


Рисунок 2.11 – Сім'я кіл сталого значення  $g_H$  та  $b_H$

Вибір того, чи іншого виду діаграми залежить від ситуації. Наприклад, при розрахунках послідовно сполучених опорів зручніше використовувати діаграму нормованих опорів, а паралельно сполучених – діаграму нормованих провідностей.

### 2.2.6 Приклади застосування кругових діаграм

Застосування кругової діаграми повних нормованих опорів розглянемо на прикладах вирішення задачі узгодження навантаження з комплексним опором  $\dot{Z}_H = 120 + j60$  Ом на частоті 1 ГГц

$\epsilon_0 = 30 \text{сМ}$  з коаксіальним кабелем, що має  $Z_X = 50 \text{Ом}$  і заповнений поліетиленом  $\epsilon_r = 2,25$ . Поставимо задачу провести узгодження за допомогою:

- чвертьхвильового трансформатору;
- КЗ поодинокого шлейфу;
- ХХ поодинокого шлейфу.

Як виходить з попереднього розглядання (див. п. 2.2.1.4 та 2.2.2) для вирішення задачі узгодження треба провести деяке перетворення (трансформацію) опору навантаження і тип цього перетворення залежить від особливостей застосованого методу узгодження.

### 2.2.6.1 Узгодження чвертьхвильовим трансформатором

Зважаючи на те, що за допомогою чвертьхвильового трансформатору узгоджується звичайно чисто активний опір, необхідно перед безпосередньо узгодженням компенсувати реактивну складову опору навантаження. Це можливо зробити, якщо підключити між лінією та узгоджуваним навантаженням трансформувальний відрізок лінії передачі, підбравши її довжину таким чином, щоб опір на вході цього трансформувального відрізка став чисто активним.

Розв'язання задачі буде включати наступні дії:

1. Нормуємо опір навантаження

$$\dot{z}_H = \frac{\dot{Z}_H}{Z_X} = \frac{120 + j60}{50} = 2,4 + j1,2 ;$$

2. Відмічаємо на діаграмі точку А, що відповідає знайденому нормованому опору  $\dot{z}_H = r_H + jx_H = 2,4 + j1,2$ . Ця точка буде на перетині кривої сталого значення  $r_H = 2,4$  та кривої сталого значення  $x_H = 1,2$  – рис. 2.12, а;

3. По кривій сталого значення КСХ, що проходить через точку А знаходимо КСХ  $\approx 3,1$ ;

4. Переміщуємо точку А (по кривій сталого значення КСХ=3,1) у напрямку «до генератору» (за годинниковою стрілкою) і знаходимо перетин кола КСХ = 3,1 з лінією, де  $x_H = 0$  – точка В на рис. 2.12, б;

5. Знаходимо  $\dot{z}_{BX}$  лінії передачі в точці В;  $\dot{z}_{BX} = 0,33 + j0$ , бо точку В перетинає крива сталого значення  $r_H = 0,33$ ;

6. Проводимо радіус через точку А і відмічаємо точку С (рис. 2.12, в) його перетину з зовнішньою кривою ( $r_H = 0$ ) «до генератору» в довжинах хвилі; координата  $l_C$  точки С  $l_C = 0,22 \cdot \lambda_X$ ;

7. Аналогічну операцію виконуємо для точки В і отримуємо точку D, якій відповідає зміщення  $0,5 \cdot \lambda_X$  в напрямку «до генератору» – рис. 2.12, в; координата  $l_D$  точки D  $l_D = 0,5 \cdot \lambda_X$ ;

8. Знаходимо довжину відрізка  $l$ , який дорівнює відстані між точками С та D

$$l = l_D - l_C = (0,5 - 0,22) \lambda_X = 0,28 \cdot \lambda_X;$$

9. Знаходимо ненормований вхідний опір на відстані  $l$  від навантаження

$$\dot{Z}_{BX}(l) = 0,33 \cdot 50 = 16,5 \text{ Ом};$$

10. Знаходимо ненормований хвильовий опір  $\lambda/4$  трансформатора

$$Z_{X,TP} = \sqrt{50 \cdot 16,5} \approx 28,7 \text{ Ом};$$

11. Знаходимо довжину хвилі в коаксіальному кабелі

$$\lambda_X = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{3,0 \cdot 10^{-1}}{\sqrt{2,25}} = 2 \cdot 10^{-1} \text{ М} = 20 \text{ см};$$

12. Знаходимо довжину відрізка  $l$

$$l = 0,28 \cdot \lambda_X = 0,28 \cdot 2 \cdot 10^{-1} = 5,6 \cdot 10^{-2} \text{ М} = 5,6 \text{ см};$$

13. Знаходимо довжину чвертьхвильового трансформатора

$$\frac{\lambda_X}{4} = \frac{2 \cdot 10^{-1}}{4} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ М} = 5 \text{ см}.$$

При визначених параметрах схема буде мати вигляд, як на рис. 2.13, де використано математичну модель коаксіального кабелю у вигляді гіпотетичної двопровідної лінії. Для визначення роз-

мірів внутрішнього та зовнішнього провідників коаксіальних кабелів (з діелектричним заповненням  $\epsilon_r = 2,25$ ) з хвильовими опорами  $Z_{X1} = 50$  Ом та  $Z_{X2} = 28,7$  Ом достатньо скористатися виразами, отриманими в п. 1.4.4.3.

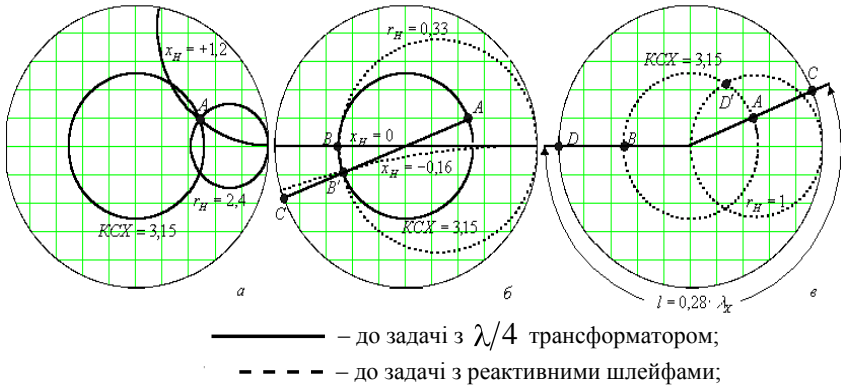


Рисунок 2.12 – До вирішення задачі узгодження за допомогою чвертьхвильового трансформатору

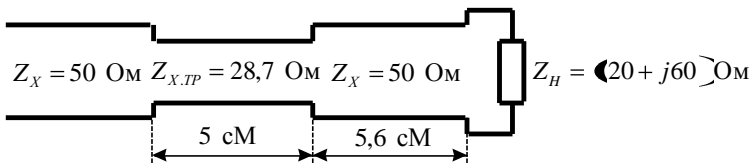


Рисунок 2.13 – Схема узгодження за допомогою чвертьхвильового трансформатору

### 2.2.6.2 Узгодження реактивними шлейфами

Як виходить з п. 2.2.1.4, реактивний шлейф треба підключати в тому перерізі ЛП (тобто на такій відстані  $l_0$  від навантаження – див. рис. 2.5), де активна складова  $g_{BX}$  вхідної провідності  $\dot{Y}_{BX} = g_{BX} + jb_{BX}$  має одиничне значення  $g_{BX} = 1$ .

Розв'язання задачі буде включати наступні дії:

1. Визначаємо нормований опір навантаження (безрозмірний)

$$\dot{z}_H = \frac{\dot{Z}_H}{Z_X} = \frac{120 + j60}{50} = 2,4 + j1,2;$$

2. Відмічаємо на діаграмі точку А, що відповідає  $\dot{z}_H = 2,4 + j1,2$  – див. рис. 2.12, а;

3. Знаходимо КСХ = 3,1; проводимо коло сталого значення КСХ через цю точку – див. рис. 2.12, б;

4. Для знаходження провідності навантаження можна зразу навести точку А на кругову діаграму провідностей (рис. 2.11) і отримати  $\dot{y}_H = 0,33 - j0,16$ ; але можна скористатися властивістю чвертьхвильових відрізків ЛП, які трансформують  $\dot{z}_H$  в  $1/\dot{z}_H = \dot{y}_H$  – вираз (2.13). Тоді значення  $\dot{y}_H$  можна отримати по круговій діаграмі опорів, якщо зміститися по зовнішньому колу діаграми на відстань  $l/\lambda_X = 0,25$ , або в значеннях кутів на  $180^\circ$ . Для цього через точку А та центр діаграми проводимо пряму лінію і на колі сталого значення КСХ = 3,1 знаходимо точку В', яка є точкою перетину кола  $r_H = 0,33$  та  $x_H = -0,16$  – рис. 2.12, б, пунктирні лінії;

5. Через точку В' та центр діаграми проводимо пряму лінію. Вона перетинає зовнішню шкалу в напрямі «до генератору» в точці С' (рис. 2.12, б), якій відповідає значення  $l_{C'} = 0,472 \cdot \lambda_X$ ;

6. Знаходимо точку D', де перетинаються коло сталого значення КСХ = 3,1 та коло сталого значення  $r_H = 1$ , рис. 2.12, в, пунктирні лінії;

7. Знаходимо повний нормований опір в точці D' – рис. 2.14, а. В цій точці перетинаються  $r_H = 1$  та  $x_H = +j1,2$ , отже  $\dot{z}_{D'} = 1 + j1,2$ ;

8. З центру діаграми через точку D' проводимо радіус і знаходимо точку Е, якій відповідає значення  $l_E = 0,169 \cdot \lambda_X$  в напрямі «до генератору» рис. 2.14, а;

9. Визначаємо відстань  $l_0$  (див. рис. 2.5, а) від навантаження до місця включення шлейфу; вона дорівнює довжині дуги (в напрямі «до генератору») від точки С' до точки Е – рис. 2.14, а

$$l_0 = 0,5 \cdot \lambda_X - l_{C'} + l_E = 0,5 \cdot \lambda_X - 0,472 \cdot \lambda_X + 0,169 \cdot \lambda_X = 0,197 \cdot \lambda_X;$$

10. Для визначення довжини  $l_1$  (або  $l_2$ ) реактивного шлейфу, необхідного для компенсації реактивної складової опору в точці D' ( $\dot{z}_{D'} = 1 + j1,2$ ) проводимо вертикальну лінію з точки D' до перетину її з колом сталого значення реактивного опору  $x_H = -j1,2$  і отримуємо точку F, де  $\dot{z}_F = 1 - j1,2$  – рис. 2.14, а;

11. Проводимо пряму з центру діаграми через точку F до перетину з зовнішнім колом діаграми – точка G на рис. 2.14, б. Цій точці відповідає значення  $l_G = 0,332 \cdot \lambda_X$  ;

12. Для визначення довжини  $l_1$  короткозамкненого шлейфу визначаємо довжину дуги, відрахованої від точки короткого замикання в термінах провідностей  $\dot{y}_{K3} = \infty + j0$  в напрямку «до генератору» до точки G – рис. 2.14, б

$$l_1 = l_G - 0,25 \cdot \lambda_X = 0,332 \cdot \lambda_X - 0,25 \cdot \lambda_X = 0,082 \cdot \lambda_X ;$$

13. Для визначення довжини  $l_2$  реактивного шлейфу XX врахуємо співвідношення між довжинами шлейфів XX та K3 (див. рис. 2.4)

$$l_2 = l_1 + 0,25 \cdot \lambda_X = 0,082 \cdot \lambda_X + 0,25 \cdot \lambda_X = 0,332 \cdot \lambda_X ;$$

14. З врахуванням вже визначеного значення довжини хвилі в коаксіальному кабелі ( $\lambda_X = 2 \cdot 10^{-1} \text{ М} = 20 \text{ см}$  – п. 2.2.6.1) визначаємо фізичні розміри відрізків ЛП  $l_{0\phi}$ ,  $l_{1\phi}$ ,  $l_{2\phi}$

$$l_{0\phi} = 0,197 \cdot \lambda_X = 0,197 \cdot 2 \cdot 10^{-1} = 3,94 \text{ см},$$

$$l_{1\phi} = 0,082 \cdot \lambda_X = 0,082 \cdot 2 \cdot 10^{-1} = 1,64 \text{ см},$$

$$l_{2\phi} = 0,332 \cdot \lambda_X = 0,332 \cdot 2 \cdot 10^{-1} = 6,64 \text{ см}.$$

На тому розрахунок закінчується.

Порівнюючи результати розрахунків за допомогою шлейфів XX та K3 бачимо, що довжина розімкненого шлейфу на чверть довжини хвилі більша довжини короткозамкненого шлейфу, що відповідає півоберту на круговій діаграмі і перетворенню реактивного шлейфу XX в реактивний шлейф K3. При розробці узгоджувальних схем звичайно вибирають той варіант, який призводить до більш короткого шлейфу. Пояснюється це тим, що при використанні коротких відрізків ЛП рівень розузгодження при невеликих відхиленнях робочої частоти від заданого значення стає меншим за ра-

хунок того, що будуть меншими зміни електричної довжини узгоджувальних елементів (розузгодження буде наростати повільніше).

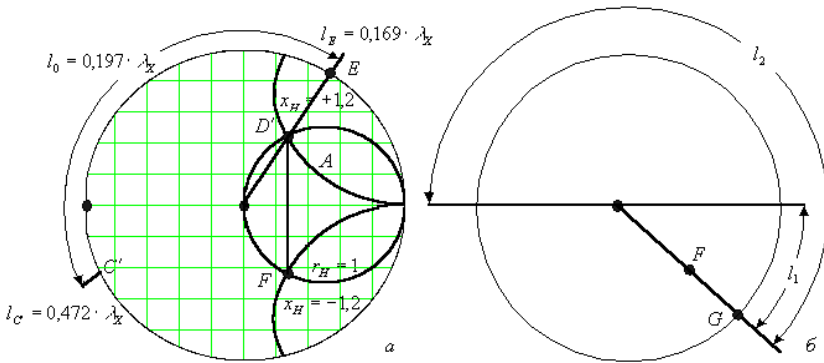


Рисунок 2.14 – До вирішення задачі узгодження за допомогою реактивних шлейфів

Однак остаточний вибір того чи іншого шлейфу може бути зроблений лише з урахуванням багатьох чинників, зокрема можливості їх технічної реалізації. Наприклад, при використанні хвилеводів (прямокутний або круглий) спроба створити режим холостого ходу призводить до необхідності утворювати відкритий кінець хвилеводу. Але відкритий кінець хвилеводу досить інтенсивно випромінює, значить напруженість ЕМП у відбитій хвилі буде суттєво менша, ніж напруженість ЕМП у падаючій хвилі, а звідси і  $|\dot{\Gamma}_H| < 1$ , а в той же час для створення режиму чисто стоячої хвилі необхідно, щоб виконувалось рівність  $|\dot{\Gamma}| = 1$ . Необхідно відмітити, що в хвилеводах частіше використовують не реактивні шлейфи, а більш малогабаритні реактивні діафрагми (індуктивні та ємнісні) та реактивні штирі.

Порівнюючи ж результати розрахунків за допомогою чвертьхвильового трансформатора та реактивних шлейфів бачимо, що при використанні трансформаторів треба мати ЛП з неодичним значенням нормованого хвилевого опору (або  $Z_{Х,ТР} \neq Z_X$  основного тракту); в той же час при використанні реактивних шлейфів така

вимога не ставиться (див. рис. 2.5 та рис. 2.6). Інколи ця обставина має вирішальне значення (при виборі методу узгодження), бо найбільш часто застосовувані типи ЛП (двопровідні, коаксіальні, хвилеводні) промисловістю випускаються з нормованими за відповідними стандартами геометричними розмірами (отже і з стандартними значеннями хвилевого опору); необхідність використання ЛП з нестандартними розмірами може суттєво впливати на техніко-економічні показники пристроїв.

### 2.2.7 Вузькосмугове та широкосмугове узгодження

З точки зору передавання енергії (і по деяким іншим критеріям також) оптимальним режимом роботи лінії передавання є режим узгодження, тобто режим чисто рухомої хвилі. Цей режим забезпечується застосуванням узгоджувальних пристроїв. Якщо ставиться вимога максимального ККД тракту, то узгоджувальні елементи повинні виконуватись на основі винятково реактивних елементів, які не повинні мати омичних втрат (не перетворюють енергію ЕМП в теплову енергію).

Існуючі методи узгодження можна **умовно** розділити на дві групи – вузькосмугові та широкосмугові.

При вузькосмуговому узгодженні режим чисто рухомої хвилі ( $KCX = 1$ ) досягається строго кажучи лише на єдиній розрахунковій частоті  $f_0$ . При відхиленні частоти від розрахункового значення виникає розузгодження і спостерігається збільшення  $KCX$ . Характерну частотну залежність поведінки (частотну характеристику)  $KCX$  при вузькосмуговому узгодженні наведено на рис. 2.15. Максимально допустимий рівень розузгодження задають максимально допустимим значенням  $KCX_{MAX}$  (наприклад  $KCX_{MAX} = 1,5$ ). Тоді смугу частот  $\Delta f_{V3Г}$  в межах яких  $KCX$  в тракті не перевищує  $KCX_{MAX}$  ( $KCX(f) < KCX_{MAX}$ ) називають смугою узгодження.

Особливістю вузькосмугового узгодження є те, що при розрахунку номіналів елементів узгоджувальних пристроїв смуга частот  $\Delta f_{V3Г}$  взагалі не контролюється; алгоритм розрахунку орієнтовано на досягнення ідеального узгодження з  $KCX = 1$  строго кажучи на

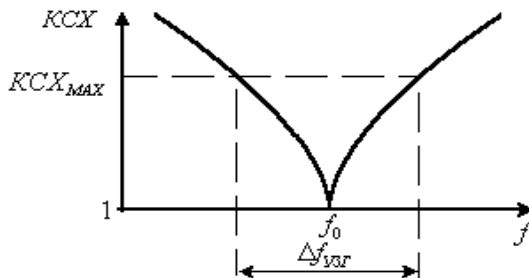


Рисунок 2.15 – Типова залежність КСХ від частоти при вузькосмуговому узгодженні

одній частоті  $f_0$ , а смуга узгодження визначається шляхом перевірного розрахунку або експерименту вже після того, як завершено розрахунок номіналів узгоджувальних елементів. Якраз ця обставина є підґрунтям до вживання терміну «вузькосмугове узгодження».

Для проведення порівняльного аналізу (по критерію ширини смуги узгодження) узгоджувальних пристроїв в різних частотних діапазонах (наприклад в дециметровому та сантиметровому, або в десятисантиметровому та трьохсантиметровому) використання абсолютного значення  $\Delta f_{узг}$  не дає чіткого уявлення про широкосмуговість відповідних пристроїв. Наприклад,  $\Delta f_{узг} = 100$  МГц в дециметровому діапазоні – це досить широка частотна смуга узгодження і в той же час в трьохсантиметровому – це дуже вузька смуга.

Для таких випадків зручніше користуватись поняттям відносної величини смуги узгодження  $\left( \Delta f_{узг} / f_0 \right) \cdot 100\%$  (тут  $f_0$  – розрахункова частота), яка вже визначена в відсотках. Доречно відмітити, що в реальних пристроях значення  $f_0$  не завжди симетричне відносно  $\Delta f_{узг}$ . Відносна величина смуги узгодження, яку можна досягти, залежить від частотних властивостей навантаження та узгоджувальних елементів, а також від величини максимально допустимого  $КСХ_{MAX}$ . При цьому в результаті перевірного розрахунку може виявитись, що величина  $\left( \Delta f_{узг} / f_0 \right) \cdot 100\%$ , наприклад, для

одного пристрою  $\sim 1 \cdot 10^{-2}\%$ , а для другого  $\sim 1 \cdot 10^{+2}\% \dots \sim 2 \cdot 10^{+2}\%$  (тобто порядку октави) тобто від задачі до задачі може змінюватись в дуже широких межах, а тому сама по собі величина відносної смуги узгодження не має прямого відношення до терміну «вузькосмугове узгодження».

Цей термін скоріше відноситься до особливостей постановки задачі на узгодження.

Альтернативою вузькосмуговому узгодженню є широкосмугове узгодження, при якому номінали узгоджувальних елементів визначаються із умови досягнення заданої (або, в залежності від умов задачі, максимальної) смуги частот узгодження. При широкосмуговому узгодженні вимога ідеальної узгодженості на розрахунковій частоті КСХ  $\left( \overset{\sim}{f}_0 \right) = 1$  взагалі не пред'являється і не може слугувати підґрунтям до розрахунку номіналів узгоджувальних елементів. Більш того, було строго доведено [11], що при використанні реактивних узгоджувальних пристроїв неможливо досягти режиму чисто рухомої хвилі в безперервній кінцевій смузі частот і не всяке комплексне навантаження можна узгодити в заданій смузі частот при заздалегідь вказаному значенні допустимого КСХ<sub>МАХ</sub> (теореми Фано).

При широкосмуговому узгодженні розрахунок номіналів реактивних узгоджувальних елементів виконують таким чином, щоб досягти однієї з двох можливих цілей:

– отримати мінімально можливе значення КСХ в заданій смузі

$\Delta f_{узг}$ ;

– отримати максимальне значення  $\Delta f_{узг}$ , при вказаній величині допустимого КСХ<sub>МАХ</sub>.

В якості прикладу розглянемо задачу широкосмугового узгодження активного навантаження. Така задача найчастіше виникає при необхідності зчленування двох ліній передачі з різними розмірами (або формою) поперечного перерізу (а звідси і різними значеннями хвильового опору). Вирішення задачі узгодження при зчленуванні двох ліній передачі здійснюється за допомогою спеціального пристрою – переходу. Перехід уявляє собою відрізок нерегулярної лінії передачі. Розрізняють плавні переходи, в яких розміри поперечного перерізу (в межах переходу) змінюються по неперере-

рвному закону та сходинчасті. Технічне завдання на розробку переходу встановлює смугу частот  $\Delta\omega_{\text{узГ}} = \omega_2 - \omega_1$ , та допустиме розузгодження  $K = K_{\text{КСХ}_{\text{МАХ}}}$  в цій смугі. Природно, що на практиці завжди бажано, щоб довжина переходу була мінімальною при заданих перепаді хвильового опору,  $\Delta\omega_{\text{узГ}}$  та  $K$ . Таким чином, задача широкосмугового узгодження переходу за своїм формулюванням виявляється близькою до задачі створення частотно-вибіркових фільтрів.

Найпростішим сходинчастим переходом є чвертьхвильовий трансформатор, однак він має досить обмежену широкосмуговість. Для розширення смуги частот при одночасному покращенні якості узгодження застосовують багатосходинкові переходи. Приклад трьохсходинкового переходу зображено на рис. 2.16.

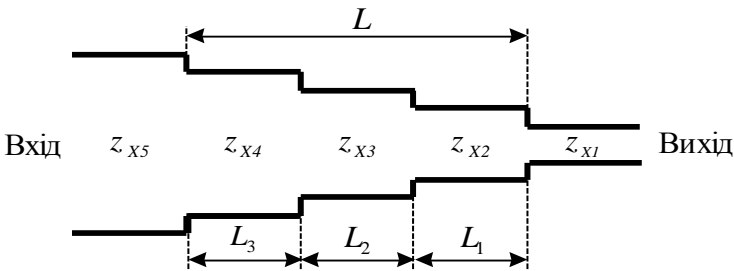


Рисунок 2.16 – Трьохсходинковий широкосмуговий перехід

Довжини сходинок  $L_i$  (тобто регулярних ділянок переходу) звичайно вибирають однаковими  $L_i = \lambda_X/4$ , а необхідна форма залежності КСХ від частоти (амплітудно-частотна характеристика ступеню узгодженості) забезпечується належним вибором хвильових опорів ліній передачі  $Z_{X_i}$ , що утворюють парціальну сходинку, та кількості сходинок. При цьому загальна довжина переходу

$$L = \sum_{i=1}^n L_i = n \cdot \lambda_X/4$$

суттєво збільшується у порівнянні з найпростішим чвертьхвильовим трансформатором з  $n = 1$  (тут  $n$  – кількість сходинок, що утворюють перехід). Таке збільшення габаритів є, так

би мовити, платою за розширення смуги частот узгодження  $\Delta\omega_{узг}$ . Загальну довжину можна дещо зменшити, якщо використати плавний перехід.

### 2.3 Узгоджувальні ланцюги на зосереджених елементах

Задача узгодження опорів – одна з найважливіших, з якою доводиться зустрічатися при дослідженні та розробці електричних ланцюгів, утворених з відрізків лінії передачі. При цьому, після перерахування опорів за законами трансформації, задачу можна звести до розрахунку узгоджувальних ланцюгів на зосереджених елементах. Така ж задача виникає і в діапазоні відносно низьких частот, коли довжина  $L$  відрізка лінії передачі між джерелом та навантаженням така, що виконується нерівність  $L/\lambda_x \ll 1$ , тобто можна знехтувати фазовою затримкою в ній.

#### 2.3.1 Елементарне електричне коло

Елементарні електричні кола зображено на рис. 2.17. Знайдемо потужність  $P_H$ , що передається до чисто активного навантаження з ненормованим опором  $R_H$ , при умові, що джерело має чисто активний ненормований опір  $R_\Gamma$ :

– для послідовної схеми на рис. 2.17, *a*

$$P_H = \frac{I_H^2 \cdot R_H}{2} = \left( \frac{E}{R_H + R_\Gamma} \right)^2 \cdot \frac{R_H}{2}; \quad (2.19)$$

– для паралельної схеми на рис. 2.17, *б*

$$P_H = \frac{I_H^2 \cdot R_H}{2} = \left( \frac{I_0 \cdot R_\Gamma}{R_H + R_\Gamma} \right)^2 \cdot \frac{R_H}{2}. \quad (2.20)$$

Максимального значення вирази (2.19), (2.20) набувають при умові  $R_H = R_\Gamma$ .

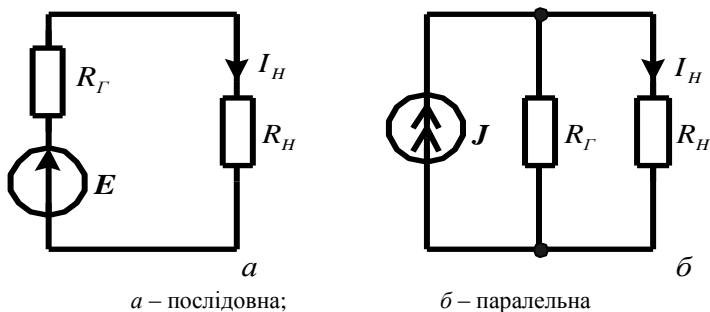


Рисунок 2.17 – Схеми електричні принципи елементарних електричних кіл

При наявності комплексних опорів для схеми рис. 2.17,  $a$  може бути використано попередній підхід, якщо уявні частини опору навантаження  $X_H$  та джерела  $X_G$  будуть мати протилежні знаки. Для схеми рис. 2.17,  $b$  буде справедливим аналогічне твердження. Дійсно, якщо джерело та навантаження мають комплексні опори  $\dot{Z}_G = R_G + jX_G$ ,  $\dot{Z}_H = R_H + jX_H$ , то після перерахунку їх в паралельне сполучення комплексних провідностей маємо

$$Y_H = \frac{R_G}{R_G^2 + X_G^2} - j \frac{X_G}{R_G^2 + X_G^2}; \quad Y_G = \frac{R_H}{R_H^2 + X_H^2} - j \frac{X_H}{R_H^2 + X_H^2}$$

звідки виходить, що при протилежних знаках уявних складових і виконання рівностей  $R_H = R_G$ ,  $|X_H| = |X_G|$  підтверджується зазначений факт максимального значення потужності  $P_H$  в навантаженні.

### 2.3.2 Резистивне Г-ПОДІБНЕ узгоджувальне коло

Г-подібне узгоджувальне коло зображено на рис. 2.18. Воно складається з двох резисторів і є найпростішою узгоджувальною секцією, що дозволяє узгодити чисто активний опір навантаження  $R_H$  з чисто активним опором генератора  $R_G$ . Будемо передбачувати, щоб  $R_G > R_H$ .

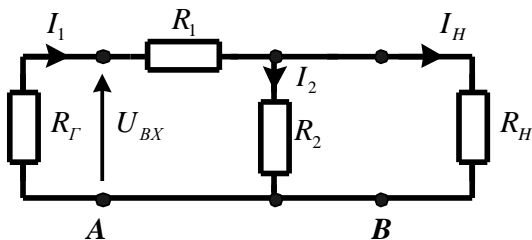


Рисунок 2.18 – Схема електрична принципова резистивного Г-подібного кола

У випадку узгодження в точці А

$$R_G = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_H}{R_2 + R_H} = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_H + R_2 \cdot R_H}{R_2 + R_H},$$

та в точці В

$$R_H = \frac{R_2 \cdot (R_G + R_1)}{R_G + R_1 + R_2} = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_G \cdot R_2}{R_G + R_1 + R_2}.$$

Перепишемо ці вирази в вигляді:

$$\begin{cases} R_G \cdot (R_2 + R_H) - (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_H + R_2 \cdot R_H) = 0 \\ R_H \cdot (R_G + R_1 + R_2) - (R_1 \cdot R_2 + R_G \cdot R_2) = 0 \end{cases}. \quad (2.21)$$

Після відкриття дужок та додавання цих рівнянь отримаємо:

$$R_G \cdot R_H = R_1 \cdot R_2, \quad (2.22)$$

або

$$R_1 = \frac{R_G \cdot R_H}{R_2}. \quad (2.23)$$

Підставимо (2.22) в (2.21) і, змінивши тут  $R_1$  з виразу (2.23) отримаємо

$$R_2 \cdot (R_G - R_H) = \frac{R_H^2 \cdot R_G}{R_2},$$

а звідси:

$$R_2 = \sqrt{\frac{R_H^2 \cdot R_\Gamma}{R_\Gamma - R_H}}; \quad (2.24)$$

$$R_1 = R_\Gamma \cdot R_H \cdot \left( \frac{R_H^2 \cdot R_\Gamma}{R_\Gamma - R_H} \right)^{-1/2} = \sqrt{R_\Gamma \cdot (R_\Gamma - R_H)}. \quad (2.25)$$

Визначимо втрати  $A_{\text{дБ}} \approx 20 \cdot \lg(U_{\text{BUX}}/U_{\text{BX}})$ , що вносяться узгоджувальним колом. Для цього запишемо вирази для струмів  $I_1$ ,  $I_H$

$$I_1 = \frac{U_{\text{BX}}}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_H}{R_2 + R_H}};$$

$$I_H = I_1 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_H} = \frac{U_{\text{BX}}}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_H}{R_2 + R_H}} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_H}.$$

Тоді знайдемо  $U_{\text{BUX}} = I_H \cdot R_H$  і запишемо вираз для коефіцієнту передачі за напругою та величини втрат  $A$ :

$$\frac{U_{\text{BUX}}}{U_{\text{BX}}} = \frac{R_H \cdot R_2}{(R_1 + R_2)R_H + R_1 \cdot R_2},$$

або

$$A_{\text{дБ}} \approx 20 \cdot \lg \left[ \frac{R_H \cdot R_2}{(R_1 + R_2)R_H + R_1 \cdot R_2} \right]. \quad (2.26)$$

### 2.3.3 Послідовні та паралельні ланцюги з реактивними складовими

Розглянемо послідовний (рис 2.19, а) та паралельний (рис. 2.19, б) ланцюги з реактивностями. Послідовне сполучення будь-яких активного  $R_1$  та реактивного  $X_1$  опорів можна замінити на паралельне сполучення активного  $R_2$  та реактивного  $X_2$  опорів при збереженні загального опору кола. Цей принцип є підґрунтям для побудови узгоджувальних Г-, Т- та П-подібних кіл на зосереджених реактивних елементах. Розглянемо перехід від однієї схеми до іншої.

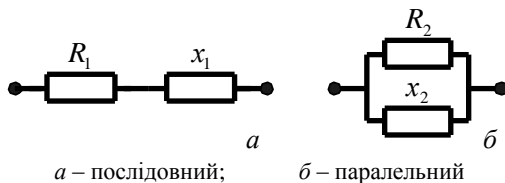


Рисунок 2.19 – Ланцюги з реактивними складовими

Для паралельного з'єднання (рис. 2.18, б) загальний опір буде:

$$\dot{Z}_{ПАР} = \frac{jX_2 \cdot R_2}{jX_2 + R_2} = \frac{X_2^2 \cdot R_2}{X_2^2 + R_2^2} + j \frac{X_2 \cdot R_2^2}{X_2^2 + R_2^2} = R_{ПАР} + jX_{ПАР}.$$

Отже послідовне з'єднання активного опору  $R_{ПАР}$  та реактивного  $jX_{ПАР}$  опорів буде давати такий же сумарний опір, що і паралельне з'єднання опорів  $R_2$  та  $jX_2$ . Для оберненого переходу від послідовного з'єднання опорів  $R_1$  та  $X_1$  знайдемо вираз для провідності  $\dot{Y}_{ПОС}$

$$\dot{Y}_{ПОС} = \frac{1}{R_1 + jX_1} = \frac{R_1 - jX_1}{R_1^2 + X_1^2} = \frac{R_1}{R_1^2 + X_1^2} - j \frac{X_1}{R_1^2 + X_1^2} = G_{ПОС} - jB_{ПОС}.$$

Таким чином, послідовне з'єднання опорів  $1/G_{ПОС}$  та  $1/jB_{ПОС}$  еквівалентне послідовному опору  $R_1 + jX_1$ .

Оскільки схеми на рис. 2.19 мають у своєму складі реактивні елементи, які здатні накопичувати енергію, то можна для таких кіл ввести поняття добротності  $Q$ . За визначенням

$$Q = \omega_0 \cdot \frac{W}{P_B}, \quad (2.27)$$

де  $\omega_0$  – циклічна частота, на якій розглядається процес;

$W$  – енергія, що запасена в колі;

$P_B$  – потужність втрат в колі.

Якщо в схемі на рис. 2.19, *a* опір  $X_1$  відповідає індуктивності  $L_1$ , що запасає енергію магнітного поля  $W_M = L_1 \cdot I^2/2$  ( $I$  – амплітуда струму), потужність втрат в резисторі  $P_B = I^2 \cdot R_1/2$ , то для добротності  $Q_1$ , такого кола отримаємо:

$$Q_1 = \omega_0 \cdot \frac{L_1 \cdot I^2}{2} \cdot \frac{2}{R_1 \cdot I^2} = \frac{\omega_0 \cdot L_1}{R_1} = \frac{X_1}{R_1}. \quad (2.28)$$

Якщо ж в цій схемі опір  $X_1$ , відповідає ємності  $C_1$ , то добротність  $Q_2$  такого кола

$$Q_2 = \omega_0 \cdot \frac{U^2 \cdot C_1}{I^2 \cdot R_1},$$

де  $U$  – амплітуда напруги на конденсаторі. Струм у конденсаторі буде збігатися із струмом у резисторі і його амплітуда  $I = \omega_0 \cdot C_1 \cdot U$ . Після підставлення в останній вираз значення амплітуди напруги, вираженої через значення амплітуди струму, остаточно будемо мати:

$$Q_2 = \frac{\omega_0 \cdot \left( \frac{I}{\omega_0 \cdot C_1} \right)^2 \cdot C_1}{I^2 \cdot R_1} = \frac{1}{\omega_0 \cdot C_1 \cdot R_1} = \frac{X_1}{R_1}. \quad (2.29)$$

Вирази (2.28) для  $Q_1$  та (2.29) для  $Q_2$  повністю збігаються, отже загальним виразом для добротності  $Q_{Пос}$  схеми на рис. 2.19, *a* є

$$Q_{Пос} = \frac{X_1}{R_1}, \quad (2.30)$$

де реактивний опір береться без врахування знаку.

Так само, в схемі на рис. 2.19, *б*, коли реактивний опір створюється ємністю  $C_2$ , для добротності  $Q_3$  такого кола будемо мати:

$$Q_3 = \omega_0 \cdot \frac{U^2 \cdot C_2}{I^2 \cdot R_2},$$

де  $U$  – амплітуда напруги на паралельному з'єднанні;

$I$  – амплітуда струму в вітці з  $R_2$ , яка буде  $I = U/R_2$ .

Підставлення струму  $I$  в останній вираз дає:

$$Q_3 = \omega_0 \cdot \frac{U^2 \cdot C_2}{R_2 \cdot \left( \sqrt{2/R_2} \right)} = \omega_0 \cdot C_2 \cdot R_2 = \frac{R_2}{X_2}. \quad (2.31)$$

При розгляді паралельного з'єднання індуктивності  $L_2$  з опором  $R_2$  для добротності  $Q_4$  такого кола маємо:

$$Q_4 = \omega_0 \cdot \frac{I_L^2 \cdot L_2}{I_R^2 \cdot R_2},$$

де  $I_L$ ,  $I_R$  – амплітуди струмів у вітці з індуктивністю  $L_2$  та опором  $R_2$ , відповідно. Загальна напруга на сполученні  $U$ , тоді амплітуда струмів  $I_L = U / \left( \omega_0 \cdot L_2 \right)$ ,  $I_R = U / R_2$  і після підставлення цих величин в останній вираз остаточно отримаємо:

$$Q_4 = \omega_0 \cdot \frac{\frac{U^2}{\left( \omega_0 \cdot L_2 \right)^2} \cdot L_2}{\frac{U^2}{R_2^2} \cdot R_2} = \frac{R_2}{\omega_0 \cdot L_2} = \frac{R_2}{X_2}. \quad (2.32)$$

Вирази (2.31) та (2.32) повністю співпадають, отже загальний вираз для добротності  $Q_{ПАР}$  паралельного з'єднання  $X_2$  та  $R_2$  буде

$$Q_{ПАР} = \frac{R_2}{X_2}. \quad (2.33)$$

Якщо прийняти умову рівності модулів опорів при паралельному та послідовному сполученні, то будемо мати

$$\frac{X_2 \cdot R_2}{\sqrt{R_2^2 + X_2^2}} = \sqrt{R_1^2 + X_1^2}, \quad (2.34)$$

або

$$\frac{R_2}{\sqrt{1 + \frac{R_2^2}{X_2^2}}} = R_1 \cdot \sqrt{1 + \frac{X_1^2}{R_1^2}}. \quad (2.35)$$

За рахунок того, що послідовне та паралельне з'єднання повинні мати однакові значення повного опору, для добротності маємо

$$\frac{R_2}{X_2} = \frac{X_1}{R_1} = Q,$$

отже

$$\frac{R_2}{R_1} = 1 + Q^2. \quad (2.36)$$

Якщо передбачувати, що добротність кола при взаємному перетворенні не змінюється і дорівнює  $Q$ , то легко знаходимо взаємозв'язок між опором послідовного і паралельного з'єднань:

$$R_1 = \frac{R_2}{1 + Q^2} = \frac{R_2 \cdot X_2^2}{R_2^2 + X_2^2}; \quad (2.37)$$

$$X_1 = \frac{X_2 \cdot Q^2}{1 + Q^2} = \frac{X_2 \cdot R_2^2}{R_2^2 + X_2^2}; \quad (2.38)$$

$$R_2 = R_1 \cdot (1 + Q^2) = \frac{R_1^2 + X_1^2}{R_1}; \quad (2.39)$$

$$X_2 = \frac{X_1 \cdot (1 + Q^2)}{Q^2} = \frac{R_1^2 + X_1^2}{X_1}. \quad (2.40)$$

У випадку, коли відомі активні опори  $R_1$  та  $R_2$ , реактивні опори можуть бути знайдені за формулами:

$$X_1 = \sqrt{(R_2 - R_1) \cdot R_1}, \quad (2.41)$$

$$X_2 = R_2 \cdot \sqrt{(R_2 - R_1) \cdot R_1}. \quad (2.42)$$

### 2.3.4 Г-подібне узгоджувальне реактивне коло

На рис. 2.20, а зображено схему Г-подібного кола (Г-кола), а на рис. 2.20, б, в – дві можливі її практичні реалізації для узгодження двох активних опорів  $R_1$  та  $R_2$  ( $R_2 > R_1$ ). Опори послідовного та паралельного елементів кола повинні мати різний характер реак-

тивності для утворення на вході та виході ланцюга чисто активних опорів. Схеми на рис. 2.20, б та рис. 2.20, в ідентичні за своїми трансформувальними властивостями, однак схема 2.20, б має кращі фільтрувальні властивості у відношенні вищих гармонік (внаслідок ввімкнення паралельної ємності  $C_2$ ) бо вона є Г-коло фільтру нижніх частот (ФНЧ), а схема рис. 2.20, в є Г-коло фільтру верхніх частот (ФВЧ).

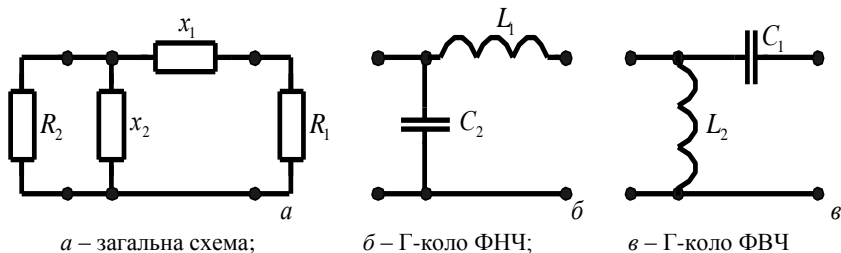


Рисунок 2.20 – Г-подібне узгоджувальне коло на реактивних елементах

Параметри Г-подібних узгоджувальних ланцюгів при заданих  $R_1$  та  $R_2$  знаходяться за виразами (2.41) та (2.42). Часто зручно застосовувати вираз для добротності  $Q_\Gamma$  цього кола.

$$Q_\Gamma = \sqrt{\frac{R_2}{R_1} - 1}. \quad (2.43)$$

Особливістю Г-кола є те, що його добротність  $Q_\Gamma$  визначається значеннями тих опорів, які необхідно узгоджувати – вираз (2.43). Тому, якщо опори, які узгоджуються, істотно відрізняються за величиною, то добротність  $Q_\Gamma$  виходить занадто великою, що призводить до звуження смуги частот узгодження. При близьких значеннях опорів добротність кола занадто мала і фільтрувальна спроможність ланцюга погіршується. Для послаблення цих ефектів треба використовувати більш складні за схемою ланцюги.



де  $R_1$  – відоме з умови задачі, а  $Q_1$  обираємо довільно виходячи з умов конкретної задачі. Зокрема це може бути умова отримання потрібної смуги частот узгодження. Якщо отримане значення  $R_{EKB} < R_1$ , чи  $R_{EKB} < R'_1$ , то слід збільшити значення  $Q_1$  і повторити розрахунок;

2. Знаходимо  $X'_3$  з виразу (2.32) для паралельного кола

$$X'_3 = \frac{R_{EKB}}{Q_1};$$

3. Знаходимо  $X_1$  з виразу (2.30) для послідовного кола

$$X_1 = R_1 \cdot Q_1;$$

4. Для другої вітки знаходимо значення  $Q_1^2$

$$Q_1^2 = \frac{R_{EKB}}{R'_1} - 1;$$

5. Знаходимо  $X''_3$  з виразу (2.32) для паралельного кола

$$X''_3 = \frac{R_{EKB}}{Q_1};$$

6. Знаходимо  $X_2$  з виразу (2.30) для послідовного кола

$$X_2 = R'_1 \cdot Q_1;$$

7. Знаходимо значення  $X_3$  для Т-подібного кола

$$X_3 = \frac{X'_3 \cdot X''_3}{X'_3 + X''_3}.$$

Зауважимо, що коли вітки  $X_1$  та  $X_2$  носять ємнісний характер, а  $X_3$  – індуктивний, то Т-подібне коло буде мати можливості фільтру верхніх частот, а коли навпаки ( $X_1$ ,  $X_2$  – індуктивності,  $X_3$  – ємність), то це відповідає фільтру нижніх частот.

### 2.3.6 П-подібні узгоджувальні реактивні кола

Схему П-подібного узгоджувального кола з реактивними елементами наведено на рис. 2.22, а. Для аналізу такого кола, як і в попередньому випадку, представимо її у вигляді двох Г-віток, навантажених на активний опір  $R_{EKB}$  – рис. 2.22, б. Величина  $R_{EKB}$  повинна бути меншою кожного з двох опорів  $R_1$  та  $R'_1$ , що узгоджуються. Ця вимога витікає з того, що відповідно до (2.36)

$$\frac{R_1}{R_{EKB}} = 1 + Q_1^2; \quad \frac{R'_1}{R_{EKB}} = 1 + Q_1'^2.$$

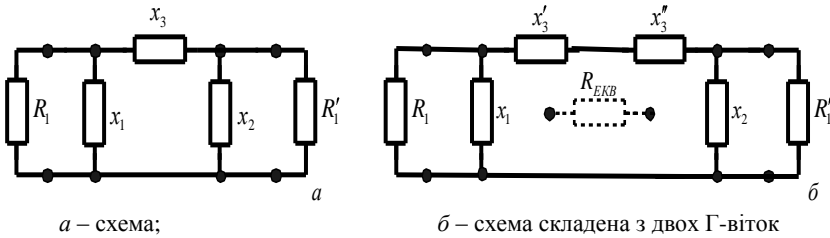


Рисунок 2.22 – П-подібне узгоджувальне коло на реактивних елементах

Реактивний опір  $X_3$  утворюється послідовним з'єднанням опорів  $X'_3$  та  $X''_3$ .

Для розрахунку параметрів реактивних елементів узгоджувального П-кола треба виконати наступні дії:

1. Для першої Г-вітки за відомими значеннями  $R_1$  та  $Q_1$  (значення  $Q_1$  вибираємо довільно) визначаємо еквівалентний опір  $R_{EKB}$  по (2.36)

$$R_{EKB} = \frac{R_1}{Q_1^2 + 1}.$$

Якщо значення  $R_{EKB}$  визначене з цього виразу буде  $R_{EKB} > R_1$ , або  $R_{EKB} > R'_1$ , то необхідно збільшити прийняте значення  $Q_1$  і розрахувати нове значення  $R_{EKB}$ ;

2. Знаходимо  $X'_3$  виразу (2.30) для послідовного кола

$$X'_3 = R_{EKB} \cdot Q_1;$$

3. Знаходимо  $X_1$  виразу (2.32) для паралельного кола

$$X_1 = \frac{R_1}{Q_1};$$

4. Для другої Г-вітки знаходимо значення  $Q_1^2$

$$Q_1^2 = \frac{R_1'}{R_{EKB}} - 1;$$

5. Знаходимо значення  $X_3''$  з виразу (2.30) для послідовного кола

$$X_3'' = R_{EKB} \cdot Q_1;$$

6. Знаходимо значення  $X_2$  з виразу (2.32) для паралельного кола

$$X_2 = \frac{R_1'}{Q_1};$$

7. Знаходимо значення  $X_3$  для П-подібного кола

$$X_3 = X'_3 + X_3''.$$

Відносно вибору характеру реактивних елементів  $X_1$ ,  $X_2$  та елементу  $X_3$  (ємність чи індуктивність), то тут справедливі ті ж зауваження, що і для Т-кола з відповідними замінами ( $X_1$ ,  $X_2$  – ємності,  $X_3$  – індуктивність відповідають фільтру нижніх частот, а  $X_1$ ,  $X_2$  – індуктивності,  $X_3$  – ємність – фільтру верхніх частот).

При виборі добротності  $Q$  будь-якого із розглянутих кіл треба мати на увазі наступне:

- при низьких значеннях  $Q$  (менше, ніж 2...3) слабко гасяться гармоніки вхідного сигналу;

- занадто високе значення добротності  $Q > 15 \dots 20$  приводить, по-перше, до зростання втрат в узгоджувальному полі через досить різке збільшення струму при резонансі, а по-друге – можуть виникнути ускладнення при технічній реалізації високодобротного кола.

Випадок, коли перепад узгоджуваних опорів надто великий, вимагає вибору і високого значення добротності  $Q$ . Маючи на увазі зроблене зауваження щодо обмежень по допустимому значенню добротності  $Q$  поодинокого узгоджувального кола, в цьому випадку використовують каскадне з'єднання (сполучення) двох або більше узгоджувальних секцій ( $\Gamma$ -,  $T$ -,  $\Pi$ -типу) з більш низькими значеннями добротності. Вирішення таких задач є прерогативою проблеми синтезу фільтрувальних та узгоджувально-трансформувальних кіл з зосередженими та розподіленими параметрами по заданим вимогам на форму та параметри їх амплітудно- та фазочастотних характеристик [5].

## 2.4 Експериментальне визначення параметрів режиму роботи ЛП

Режим роботи навантаженої ЛП (якщо навантаження неузгоджене  $\dot{Z}_H \neq Z_X$ ) характеризується коефіцієнтом відбиття  $\dot{\Gamma}_H$ , який визначається з співвідношення (1.22) у випадку чисто активного навантаження, або

$$\dot{\Gamma}_H = \frac{\dot{Z}_H - Z_X}{\dot{Z}_H + Z_X} = \frac{\dot{z}_H - 1}{\dot{z}_H + 1}, \quad (2.46)$$

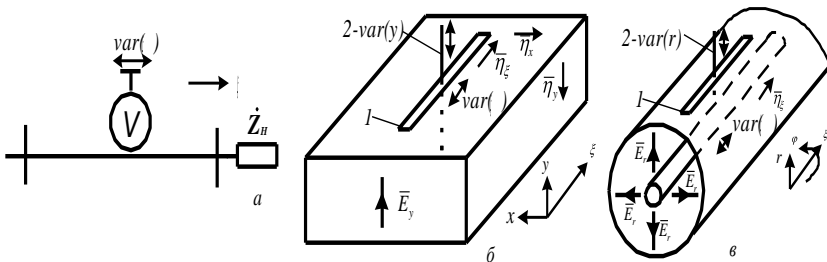
коли опір навантаження має комплексний характер. Тут  $\dot{Z}_H$  ненормований,  $\dot{z}_H$  – нормований опори навантаження, а  $Z_X$  ненормований хвилевий опір ЛП. Ці величини зв'язані співвідношеннями нормування (1.42). На практиці вимір величини  $\dot{\Gamma}_H$ , або її модуля  $|\dot{\Gamma}_H|$  зустрічає деякі труднощі, зв'язані з тим, що необхідно «відокремити» падаючу та відбиту хвилі. Технічна можливість такого відокремлення буде розглянуте після вивчення властивостей узгоджених чотириходових пристроїв – спрямованих відгалужувачів.

Більш доступними для виміру є ті параметри, що можуть бути визначені безпосередньо з розподілу повної напруги вздовж ЛП –  $\dot{U}(\zeta)$ , або відповідній їй повної нормованої напруги  $\dot{u}(\zeta)$ . Таким параметром є величина КСХ (або КРХ) – вирази (1.17), (1.18),

(1.23), через яку визначається модуль коефіцієнту відбиття  $|\dot{\Gamma}_H|$  – вираз (1.25).

### 2.4.1 Вимірювальні лінії діапазону НВЧ

Для визначення КСХ достатньо вимірів напруг в максимумі та в мінімумі:  $U_{MAX} = |\dot{U}_H| + |\dot{U}_B|$ ,  $U_{MIN} = |\dot{U}_H| - |\dot{U}_B|$  – позовжнього розподілу повної напруги  $\dot{U}$ . Вимір  $U_{MAX}$  та  $U_{MIN}$  можна виконати безпосередньо шляхом переміщення вздовж досліджуваної лінії ідеального надвисокочастотного вольтметра (рис. 2.23, а), або такого прибору, покази якого були б пропорційними напрузі в даному перетині лінії  $I_{MAX}, I_{MIN}$ . Суттєво, щоб такий вимірювальний прилад не вносив спотворень в розподіл поля вздовж лінії, або, іншими словами, не змінював розподілу напруги.



а – схема електрична принципова;  
 б – електричний зонд в прямокутному хвилеводі;  
 в – електричний зонд в коаксіальному кабелі;  
 1 – позовжня щілина, 2 – електричний зонд

Рисунок 2.23 – До створення вимірювальної лінії з відрізка ЛП

Відрізок регулярної ЛП, вздовж якого пересувається вольтметр (в загальному випадку – деякий індикаторний пристрій) прийнято називати **вимірювальною лінією**. Якщо досліджувану ЛП виконано на основі прямокутного хвилеводу або коаксіального кабеля, то

вимірювальну лінію також виконують на основі відрізків відповідних напрямних систем – рис. 2.23, б, в. Вони будуть слугувати основою, відповідно хвилеводної та коаксіальної **вимірювальних ліній**. В напрямну систему треба ввести електричний (або магнітний) зонд, який треба розташувати так, щоб його поздовжня вісь співпадала з напрямом електричних силових ліній електромагнітного поля хвилі відповідного типу. Відповідно площа магнітного зонду повинна бути перпендикулярною до магнітних силових ліній електромагнітного поля хвилі відповідного типу. На рис. 2.23, б вісь електричного зонду співпадає з напрямком складової  $\vec{E}_y$  хвилі типу  $H_{10}$  в прямокутному хвилеводі, а на рис. 2.23, в – складової  $\vec{E}_r$  хвилі типу TEM в коаксіальному кабелі. На цих же рисунках показано напрямки відповідних вісей для декартової (ПХ) та циліндричної (КК) систем координат. При виконанні цієї умови в зонді буде наводитись струм НВЧ за рахунок чого буде здійснюватись відгалуження досить малої частки від тої потужності, що передається по ЛП. Для того, щоб введення зонду не визвало суттєвого спотворення структури електромагнітного поля в напрямній системі, глибина його занурення повинна бути мінімально можливою при заданій чутливості вимірювального приладу. З цією метою конструкція пересувної каретки, на якій встановлюється зонд, звичайно передбачує можливість регулювання глибини занурення зонду. Цей факт на рис. 2.23, б, в відображено позначками  $\varphi$ ,  $\varphi$  та двоспрямованими вертикальними стрілками. Можливість пересування каретки в напрямі поздовжньої вісі відображено позначкою  $\varphi$  та двоспрямованою горизонтальною стрілкою. Звичайно відгалужується не більше 1...2 % від потужності хвилі в ЛП, що забезпечує досить малі спотворення структури поля.

Для того, щоб забезпечити можливість введення зонду у внутрішню область хвилеводної або коаксіальної напрямних систем, треба у їх зовнішніх провідних поверхнях виконати поздовжню щілину. Для того, щоб введення цієї щілини не призводило до суттєвого спотворення структури електромагнітного поля в ЛП треба виконати наступні умови:

– поперечні розміри (в напрямку вісі  $x$  для хвилеводу, або в напрямку вісі  $\varphi$  для коаксіального кабеля) повинні бути мінімально можливими;

– щілину треба розташувати так, щоб її в поперечному напрямку не перетинали поверхневі струми (вектор густини поверхневого струму  $\vec{\eta} = -\vec{n}_0 \times \vec{H}_\tau$ ,  $\vec{H}_\tau$  – тангенційна складова напруженості магнітного поля безпосередньо біля провідної поверхні)[2].

Виконання другої умови забезпечить відсутність (точніше – мінімально можливе значення) ефекту випромінення зі щілини. Біля внутрішньої поверхні зовнішнього провідника коаксіального кабеля (для хвилі типу TEM) існує лише складова магнітного поля  $H_\varphi = H_\tau$ , напруженість якої не залежить від  $\varphi$ , а тому поверхневий струм буде мати лише складову  $\eta_\xi$ . При цій умові будь-яка поздовжня щілина в зовнішньому провіднику коаксіального кабеля не буде випромінювати. На широкій стінці прямокутного хвилеводу існують складові  $\vec{\eta}_x$  та  $\vec{\eta}_\xi$ , а тому поздовжню щілину (в напрямі вісі  $\xi$ ) треба розташовувати лише посередині цієї стінки, де  $\vec{\eta}_x = 0$ . Це виходить з того, що біля широкої стінки існують тангенційні до неї складові  $\vec{H}_x$  та  $\vec{H}_\xi$  хвилі типу  $H_{10}$ , а  $\eta_x \sim H_\xi$  і  $\eta_\xi \sim H_x$  (тут  $\sim$  – знак пропорційності). Відповідно біля вузької стінки існує лише складова  $\vec{H}_\xi$ , яка є до неї тангенційною і тому тут існує лише складова  $\vec{\eta}_y$ , значення якої  $\eta_y \sim H_\xi$ .

Необхідно підкреслити, що приборів для безпосереднього виміру напруги в діапазоні НВЧ (їх можна було б назвати вольтметрами НВЧ діапазону) практично не існує; тут прийнято безпосередньо вимірювати потужність з допомогою калориметричних вимірювачів, де перетворювальним елементом найчастіше слугує термістор. Але ці вимірювачі з ряду причин [4] не зовсім придатні для застосування в вимірювальних лініях, тому для цієї цілі використовують непрямі (або опосередковані) методи в основі яких лежить процес детектування НВЧ сигналу.

Загальну схему індикаторних пристроїв, що використовуються в коаксіальних та хвильоводних вимірювальних лініях зображено на рис. 2.24.

Цей пристрій зветь індикаторною головкою. Індикаторна головка складається з двох кіл: зонду та детектору. Перша складається з зонду та резонансного контуру для настроювання зонду в резонанс (звичайно це діелектричний або порожнистий резонатор з елементами настроювання); коло зонду, як уже було зазначено вище, електрично слабко зв'язане з ЛП вимірювальної лінії. Коло детектору з ЛП вимірювальної лінії безпосередньо взагалі не зв'язане і збуджується від кола зонду через деякі елементи зв'язку (найчастіше зв'язок або гальванічний, або ємнісний). Коло детектору складається з елемента зв'язку, детектору (НВЧ випростувальний діод), резонансного контуру низької частоти, що виконує функції ФНЧ для детектору та індикатору.

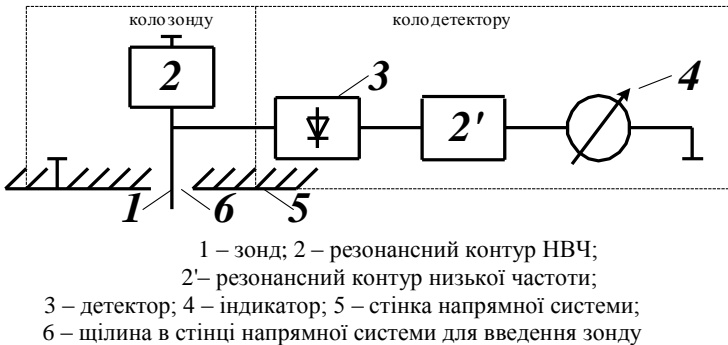


Рисунок 2.24 – Загальна схема індикаторного пристрою

Таким чином, при пересуванні каретки з детектором вздовж вимірювальної лінії безпосередньо вимірюється не НВЧ напруга і не напруженість ЕМП, а **випростуваний струм детектору**. Але детектор – це нелінійний пристрій і для виміру КСХ необхідно спочатку проградувати весь пристрій в одиницях НВЧ напруги. Використати для градування який-небудь первинний еталон напругу не вдається, бо НВЧ вольтметри практично відсутні. Але виміри напруги безпосередньо в вольтах і не вимагається, оскільки в вираз для

КСХ входить лише відношення напруг. Але навіть при такому підході треба мати на увазі, що при малих потужностях використовуваних НВЧ генераторів ( $P < 10 \cdot 10^{-3}$  Вт) вольт-амперна характеристика напівпровідникових НВЧ детекторних діодів  $I_{ДЕТ} = f(|U_D|)$  має приблизно квадратичний характер. Такий режим прийнято називати квадратичним детектуванням, а відповідний детектор – квадратичним детектором. Його вольт-амперна характеристика

$$I_{ДЕТ} \approx k \cdot |\dot{U}|^2, \quad (2.47)$$

де  $k$  – параметр, що залежить від властивостей НВЧ діоду та режиму його роботи і в першу чергу від величини  $\dot{U}$ , а тоді в максимумі та в мінімумі стоячої хвилі маємо

$$I_{ДЕТ.МАХ} \approx k \cdot |\dot{U}|_{ДЕТ.МАХ}^2;$$

$$I_{ДЕТ.МІН} \approx k \cdot |\dot{U}|_{ДЕТ.МІН}^2,$$

звідки

$$КСХ = \frac{|\dot{U}|_{МАХ}}{|\dot{U}|_{МІН}} = \sqrt{\frac{I_{ДЕТ.МАХ}}{I_{ДЕТ.МІН}}}. \quad (2.48)$$

Досвід показує, що для сучасних НВЧ детекторів вираз (2.47) виявляється справедливим при  $I_{ДЕТ} < 20 \cdot 10^{-6}$  А. Якщо ж  $I_{ДЕТ} > 20 \cdot 10^{-6}$  А, то для точних вимірів КСХ треба проводити градування. Методика градування описана в підручниках та посібниках, присвячених вимірам на НВЧ [4].

Відмітимо, що описана методика використовує в якості інформативного параметру сталий струм детектору, а в якості індикаторного приладу – прибор для вимірювання сталого струму. Чутливість таких приборів звичайно обмежена величиною в  $1 \cdot 10^{-6}$  А, що в більшості випадків недостатньо. Для підвищення чутливості вимірювальної лінії треба перейти від виміру сталого у часі струму до виміру змінних у часі величин. В цьому випадку НВЧ-генератор,

що живить вимірювальну лінію, повинен працювати в режимі низькочастотної амплітудної модуляції. Найчастіше використовують меандрову модуляцію з періодом  $T_M = 1 \cdot 10^{-3}$  с. Всі стандартні НВЧ генератори забезпечують можливість роботи в режимі внутрішньої амплітудної модуляції меандрового типу. Тоді після детектування та низькочастотної фільтрації для індикації можна застосувати чутливий низькочастотний вимірювальний підсилювач, наприклад прибор типу У2-4 з чутливістю  $\sim 1 \cdot 10^{-6}$  В або звичайний мілівольтметр типу В3-34 з чутливістю  $\sim 1 \cdot 10^{-3}$  В.

Вимірювальні лінії розраховуються на можливість їх використання в деякому діапазоні довжин хвиль. Діапазонність вимірювальної лінії визначається, головним чином, діапазоном хвиль в межах якого можливе настроювання в резонанс частотно-вибіркових кіл зонду та детектору індикаторної головки. Для перенастроювання цих кіл при зміні робочої частоти, конструкція індикаторних головок звичайно передбачує відповідні елементи регулювання параметрів частотно-вибіркових кіл.

#### 2.4.2 Визначення опору навантаження

Для визначення модуля вхідного опору (або трансформованого навантаження) треба, як згадувалось вище, пересуванням каретки з зондом вздовж щілини в ЛПП (робоча частина вимірювальної лінії з покажчиком відстані) зняти криву розподілу повної напруги по поздовжній координаті  $u(l)$ . З цієї кривої визначаємо  $u_{MAX} \hat{=} | \dot{u}_H | + | \dot{u}_B | = u_{MAX}$  та  $u_{MIN} \hat{=} | \dot{u}_H | - | \dot{u}_B | = u_{MIN}$  і по цим значенням обраховуємо  $KCX = u_{MAX} / u_{MIN}$ . Після цього, у відповідності з (1.25) знаходимо модуль коефіцієнту відбиття від навантаження  $|\Gamma_{\text{вх}}| = \frac{KCX - 1}{KCX + 1}$ . В свою чергу, у відповідності з (1.22) після нормування отримаємо для чисто активного навантаження

$$\Gamma_H = \frac{r_H - 1}{r_H + 1} = \frac{1 - g_H}{1 + g_H}, \quad (2.49)$$

а коефіцієнт стоячої хвилі, оскільки значення його  $\infty > KCX > 1$ ,  
буде

$$KCX = \frac{1 + \Gamma_H}{1 - \Gamma_H} = \begin{cases} r_H, & \text{якщо } r_H > 1; \\ 1/r_H, & \text{якщо } r_H < 1. \end{cases} \quad (2.50)$$

Оскільки в ЛП без втрат значення  $KCX$  (або  $KPX$ ) не змінюється вздовж лінії, а вхідний опір є величиною, що змінюється вздовж ЛП по закону (2.5), то вираз (2.50) зв'яже значення  $KCX$  з вхідним опором в будь-якому мінімумі  $\langle \epsilon_{MIN} \rangle$  або максимумі  $\langle \epsilon_{MAX} \rangle$  поздовжнього розподілу напруги. Підставимо (2.50) в (2.5) і для вхідного опору в будь-якому перетині отримаємо вирази

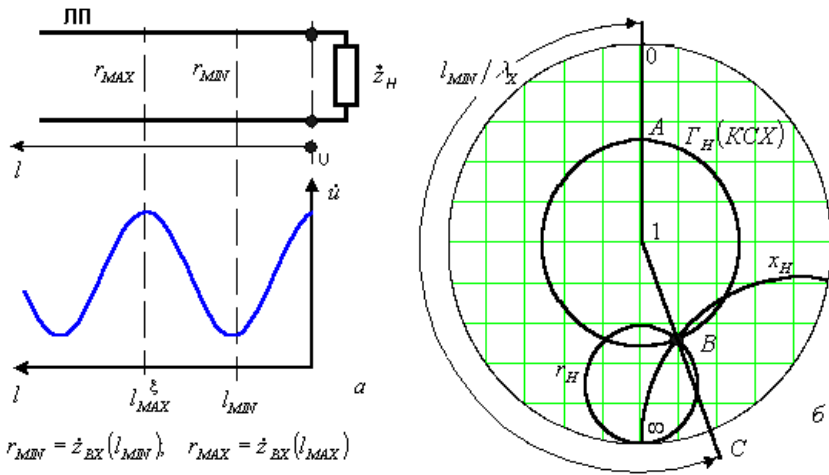
$$\dot{z}_{BX} \langle \epsilon \rangle = \frac{1}{\dot{y}_{BX} \langle \epsilon \rangle} = \frac{1 + j \cdot KCX \cdot \operatorname{tg} \langle \epsilon_X l_{MIN} \rangle}{KCX + j \cdot \operatorname{tg} \langle \epsilon_X l_{MIN} \rangle} = \frac{KCX + j \cdot \operatorname{tg} \langle \epsilon_X l_{MAX} \rangle}{1 + j \cdot KCX \cdot \operatorname{tg} \langle \epsilon_X l_{MAX} \rangle}, \quad (2.51)$$

де відстань до перетину  $l$  (де обчислюється  $\dot{z}_{BX}$ ) відраховується або від точки  $l_{MIN}$ , або від точки  $l_{MAX}$  – рис. 2.25, а.

Відмітимо, що в околиці точки  $l_{MIN}$  крива розподілу  $u(l)$  більш «гостра», ніж в околиці точки  $l_{MAX}$ , а тому значення відстані  $l_{MIN}$  може бути відраховане по вимірній лінійці більш точно, ніж значення відстані  $l_{MAX}$ .

Ці ж розрахунки дуже просто виконуються за допомогою кругової діаграми – рис. 2.25, б. Згадаємо, що геометричним місцем точок мінімумів повної напруги (в термінах опорів) на круговій діаграмі є радіус, проведений через точку КЗ  $\langle \epsilon_H = 0 \rangle$ . Величина ж  $KCX$  визначає коло, де  $KCX = \text{const}$ . Це коло перетинає лінію мінімумів напруги в точці А. Таким чином, точка А відображає вхідний опір ЛП в мінімумі напруги  $r_{MIN}$ . Оскільки відстань  $l_{MIN}$  відома з експерименту, то обраховуємо  $l_{MIN}/\lambda_X$  і, відкладаючи це значення в напрямі «до навантаження», знаходимо точку С. Проводимо радіус в цю точку і знаходимо точку В, яка відображає опір навантаження  $\dot{z}_H = r_H + j \cdot x_H$  (точка В – тут пересікається коло  $r_H = \text{const}$  та коло  $x_H = \text{const}$ ).

При роботі з вимірювальною лінією не завжди буває зручно безпосередньо вимірювати відстань від навантаження до найближчого мінімуму напруги. Зрозуміло, що можна скористатися відрахунком будь-якого другого мінімуму стоячої хвилі, оскільки додавання цілої кількості півхвиль не змінює результатів, що отримуються за допомогою кругової діаграми. Але і цей вимір виявляється інколи незручним і навіть може бути нездійсненим, наприклад, якщо між вимірювальною лінією та навантаженням ввімкнено переходи між ЛПІ різного типу, або інші пристрої.



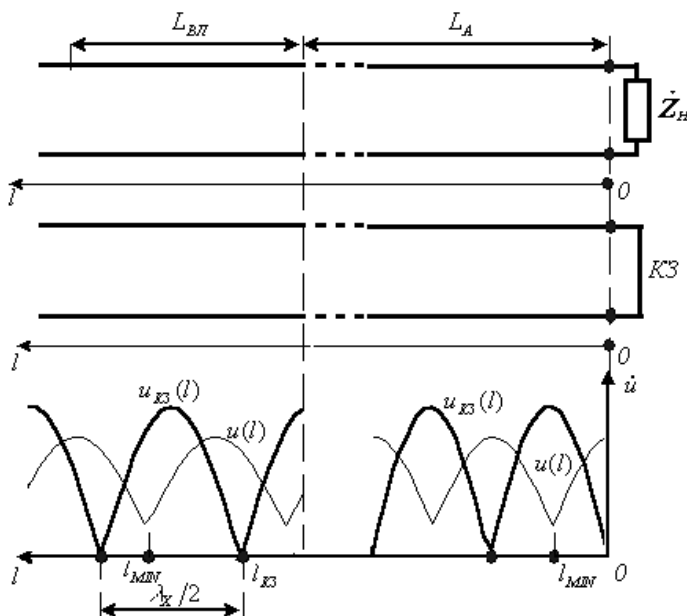
а – схема та поздовжній розподіл напруги;    б – розрахунок по номограмі

Рисунок 2.25 – До визначення опору навантаження за допомогою вимірювальної лінії

Це ускладнення можна усунути, якщо скористатися результатами експерименту з режимом КЗ в перетині навантаження. Ця методика пояснюється рис. 2.26. В рамках цього підходу треба від'єднати навантаження  $\dot{z}_H$  і замість цього в тому ж перетині встановити пристрій, який виконує функції КЗ. При цьому в ЛП встановиться режим чисто стоячої хвилі. По вимірній лінійці в межах робочої ділянки вимірювальної лінії ( $L_{ВЛ}$  на рис. 2.26) визначаємо координати

нату  $l_{KЗ}$  деякого мінімуму чисто стоячої хвилі. Потім треба підключити навантаження і виміряти величину КСХ та координату  $l'_{MIN}$  мінімуму стоячої хвилі (в цьому режимі), що є найближчим до раніше з найденого зі сторони генератора. Відстань  $l'_{MIN} - l_{KЗ} = l_{MIN}$ , тобто точно дорівнює тій відстані  $l_{MIN}$  між навантаженням та найближчим мінімумом розподілу напруги, яка необхідна для вище наведеного розрахунку.

Відмітимо, що величину  $\lambda_X$ , яка необхідна для нормування відстані при користуванні круговою діаграмою  $l_{MIN}/\lambda_X$  визначається безпосередньо з досліду при КЗ, як подвоєна відстань між сусідніми мінімумами чисто стоячої хвилі – рис. 2.26.



ВЛ – вимірювальна лінія;  $L_A$  – довжина ЛП між  $\dot{Z}_H$  та ВЛ;  
 $L_{ВЛ}$  – робоча ділянка ВЛ;  $u_{КСХ}(l)$  – розподіл при КЗ в ЛП;  
 $u(l)$  – розподіл напруги в ЛП, що навантажена на  $\dot{Z}_H$

Рисунок 2.26 – До визначення  $l_{MIN}$

Методика виміру повних провідностей за допомогою вимірювальної лінії та кругової діаграми повністю повторює вище описану процедуру. Невелика відмінність полягає лише в виборі на круговій діаграмі вихідної точки, що відповідає мінімуму стоячої хвилі. Обертання по колу  $\Gamma = \text{const}$ , виконується (як і звичайно) проти годинникової стрілки і повинно починатися з точки перетину кола сталого значення КСХ з лінією чисто активних провідностей  $g_H = \text{const}$  на ділянці між центром діаграми та точкою нескінченно великої провідності. Необхідні пояснення було наведено раніше.

Як уже було зазначено раніше, використання при вимірах максимуму поздовжнього розподілу напруги призводить до менш точних результатів внаслідок по-перше меншої швидкості зміни напруги в околиці точки максимуму, а по-друге – більш сильної шунтувальної дії зонду, оскільки в максимумі від ЛПП відбирається набагато більша потужність, ніж в мінімумі, що веде до більшого спотворення розподілу електромагнітного поля в області введення зонду в ЛПП.

### 2.4.3 Особливості виміру великих значень КСХ

Описаний вище метод виміру годиться при вимірі КСХ, значення якого не перевищує  $КСХ \approx 20..25$ . При цьому не вдається достатньо точно зняти всю криву розподілу напруги, бо отримуємо велике відношення показань прибору  $q$ . Дійсно, при  $КСХ > 20..25$  в точці максимуму стрілка прибору буде відхилятися на  $q_{MAX} \approx 100$  поділок шкали, а в мінімумі прибор покаже всього  $q_{MIN} \approx 4..5$  поділок, що дасть велику відносну похибку. Якщо ж з ціллю підвищення точності виміру збільшити значення  $q_{MIN}$ , то одночасно пропорційно зросте і  $q_{MAX}$ , і стрілка прибору в точці максимуму напруги вийде за шкалу прибору. До того ж в максимумі розподілу напруги зонд сильно спотворює розподіл електромагнітного поля. В результаті виміряне значення КСХ може бути значено занижене навіть при умові правильного градування детектору та наявності вимі-

рювального прибору, де передбачено можливість зміни його чутливості.

Від цього недоліку вільний інший метод виміру, який ґрунтується на вимірах поля (напруги) **лише в околиці мінімуму** стоячої хвилі. Підґрунтям для такого підходу є вже відомі властивості розподілу повної напруги вздовж ЛП, які полягають у тому, що значення напруги в максимумі та мінімумі є взаємозв'язаними величинами і відстань між сусідніми максимумом та мінімумом завжди дорівнює чверті довжини хвилі  $(\lambda_x/4)$  в відповідній напрямній системі (ЛП).

Позначимо через  $m$  відношення повної нормованої напруги  $|\dot{u}_1|$  до напруги  $|\dot{u}_{MIN}|$  в мінімумі стоячої хвилі – рис. 2.27.

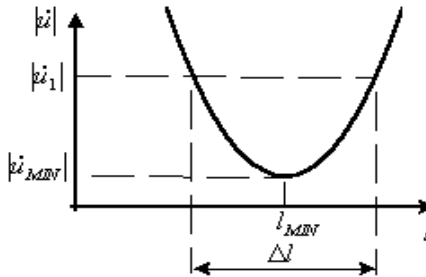


Рисунок 2.27 – До виміру КСХ по ширині вузла стоячої

$$\text{хвилі } m = \frac{|\dot{u}_1|}{|\dot{u}_{MIN}|}.$$

В [9] доведено, що КСХ в ЛП може бути знайдено за наступним виразом:

$$КСХ = \frac{\sqrt{m^2 - \left( \cos \left( \frac{2 \cdot \pi \cdot (-l_{MIN})}{\lambda_x} \right) \right)^2}}{\sin \frac{2 \cdot \pi \cdot (-l_{MIN})}{\lambda_x}},$$

де  $l_{MIN}$  – координата мінімуму стоячої хвилі.

Позначимо через  $\Delta l$  (див. рис. 2.27) ширину вузла стоячої хвилі

$$\Delta l = 2 \cdot \overbrace{(-l_{MIN})}^{\sim}$$

Тоді рівняння для визначення КСХ по **ширині вузла**  $\Delta l$  прийме вигляд:

$$КСХ = \sqrt{\frac{m^2 - \left(1 - \left(\sin \frac{\pi \cdot \Delta l}{\lambda_x}\right)^2\right)}{\left(\sin \frac{\pi \cdot \Delta l}{\lambda_x}\right)^2}} = \sqrt{\frac{m^2 - 1}{\left(\sin \frac{\pi \cdot \Delta l}{\lambda_x}\right)^2} + 1}. \quad (2.52)$$

Величиною  $m$  можна задатися, виходячи із зручності відрахунку при вимірах. При квадратичному детекторі зручно покласти  $m = \sqrt{2}$ . Тоді ширина вузла  $\Delta l$  визначається точками, де показання вимірювального приладу індикаторної головки вимірювальної лінії рівно в 2 рази (тобто по потужності на 3 дБ) перевищують показання в мінімумі стоячої хвилі.

Питання щодо точності виміру значення відстані ширини вузла  $\Delta l$  розглянемо на прикладі. Хай вимірювальна лінія виконана на прямокутному хвилеводі з розмірами  $a = 23 \text{ мм}$ ,  $b = 10 \text{ мм}$ . При цьому на робочій частоті  $f = 9375 \text{ МГц}$ ,  $\lambda = 3,2 \text{ см}$  отримаємо для хвилі типу  $H_{10}$  значення  $\lambda_x = 4,45 \text{ см}$ . Тоді при умові, що  $m^2 = 2$  для визначення  $КСХ \approx 50$  з (2.51) отримаємо значення  $\Delta l = 0,27 \text{ мм}$ , тобто для визначення таких малих зміщень зонду механізм його пересування в вимірювальній лінії треба обладнати пристроєм мікрометричного відрахунку відстані. При таких умовах відношення  $\frac{\pi \cdot \Delta l}{\lambda_x} \ll 1$ ,  $\sin \frac{\pi \cdot \Delta l}{\lambda_x} \approx \frac{\pi \cdot \Delta l}{\lambda_x}$  і для випадку, коли не ставиться вимога великої точності вимірів, з виразу (2.52) отримаємо наближену формулу (її наведено в [9])

$$КСХ \approx \frac{\lambda_X}{\pi \cdot \Delta l} \cdot \sqrt{m^2 - 1}, \quad (2.53)$$

яку можна використовувати для практичних розрахунків.

Знаходять застосування і інші методи експериментального дослідження параметрів режиму роботи як поодиноких навантажених ЛП, так і багатовходових пристроїв НВЧ. З ними можна детально познайомитися в спеціалізованих роботах, наприклад [4, 9].

## 3 БАГАТОПОЛЮСНИКИ НВЧ ТА ЇХ МАТРИЦІ ПАРАМЕТРІВ

### 3.1 Основні визначення

**Багатополюсник (БП) НВЧ** – це деяка сукупність об'єднаних в коло (ланцюг) елементів НВЧ, яка має декілька входів (плечей) [1]. Якщо елементи лінійні та пасивні, то і БП (який з них складається) також лінійний та пасивний.

**Вхід БП** – це поперечний переріз ЛП з заданим типом хвилі, яка тут розповсюджується (таких хвиль може бути одна, а може бути і декілька).

**Площина відліку фази (ПВФ)** – переріз входу БП (ЛП, яка створює відповідний вхід), від якого відраховується фаза хвилі (ЕМХ, хвилі напруги, хвилі струму і т. і.).

ПВФ ще називають інколи референсними площинами (РП).

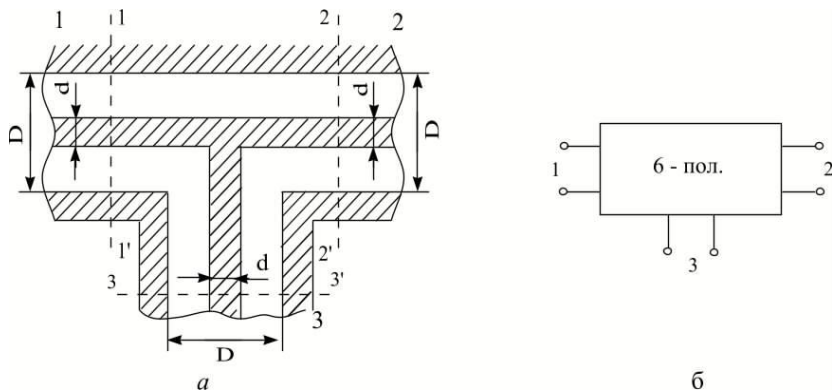
Частіше всього координати ПВФ (РП) вибирають так, щоб виконувалася умова «одномодового» наближення (від англ. слова mode – тип хвилі). Ця умова полягає в тому, щоб в ПВФ амплітуди тих хвиль, що не можуть поширюватися в відповідній ЛП (реактивні хвилі) були настільки малими, щоб ними можна було знехтувати. Це виключає можливість обміну енергією між даним БП НВЧ і рештою вузлів другим шляхом, окрім взаємодії на заданому типі хвилі – «одній моді».

Кожному входу БП домовимося умовно приписувати деяку фіктивну пару полюсів (як і в електричних НЧ колах) для кожного типу хвилі, яка розповсюджується в відповідній ЛП. Відмітимо, що для деяких типів ЛП (наприклад, ПХ або КХ) ці полюси неможливо виділити в явному вигляді, бо напрямна система є замкненою металічною поверхнею.

Якщо ж в ЛП, яка відноситься до  $i$ -го входу, розповсюджуються декілька типів хвиль, то кожній хвилі, в кожному плечі приписується своя пара полюсів.

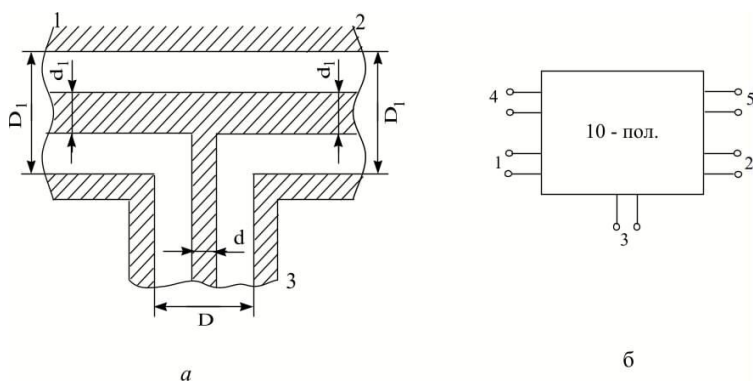
Приклад: Розгалуження однакових КК. Якщо розміри  $d$ ,  $D$  (рис.3.1,  $a$ ) задовільняють умові розповсюдження тільки хвилі ТЕМ [2], то відповідний  $2N$ -полюсник НВЧ ( $N = 3$ ) – це 6-полюсник, зо-

бражений на рис. 3.1, б. Якщо ж КК в плечі 3 (з розмірами  $d, D$  як і в попередньому випадку) розгалужується на КК 1 та 2, розміри яких  $d_1 \gg d, D_1 \gg D$  такі (рис. 3.2, а), що уже виконується умова розповсюдження в них хвилі вищого типу  $H_{11}$ , то  $2N$  – полюсник (модель цього розгалуження) треба доповнити плечами 4 та 5, що відповідають існуванню і розповсюдженню хвилі  $H_{11}$  в плечах 1 та 2, відповідно – рис. 3.2, б.



а – переріз розгалуження; б – 6-полюсна модель

Рисунок 3.1 – Розгалуження однакових КК



а – переріз розгалуження; б – 6-полюсна модель

Рисунок 3.2 – Розгалуження неоднакових КК ( $d_1 \gg d, D_1 \gg D$ )

**Пасивний багатополосник** (відповідно пасивний елемент НВЧ) – такий, всередині якого відсутнє підсилення або генерація потужності НВЧ, що математично виражається нерівністю

$$P_{втр} \geq 0, \quad (3.1)$$

де  $P_{втр}$  – потужність втрат всередині багатополосника при будь-яких джерелах збудження в його плечах.

**Лінійний багатополосник.** Ця властивість позначає, що **зовнішні** характеристики (параметри) багатополосника не залежать від рівня потужності на будь-якому його вході, або їх сукупності.

**Декомпозиційний підхід.** Застосовується для спрощення аналізу математичної моделі та розрахунку параметрів пристроїв НВЧ з складною внутрішньою побудовою. Він полягає в тому, що проводиться розчленування складного електродинамічного кола (ланцюга) умовними перетинами – площинами відліку фази – на декомпозиційні елементи (ДЕ); їх ще інколи називають базовими елементами (БЕ). При цьому для кожного БЕ методами обчислювальної електродинаміки вирішується задача визначення його зовнішніх (тобто по відношенню до введених площин відліку фази) характеристик (параметрів), а потім методами теорії ланцюгів (кіл) НВЧ досліджуються режими (або визначаються характеристики) ланцюга (кола) в цілому. Відмітимо, що останнє відноситься до задачі рекомпозиції.

Методи аналізу НВЧ пристроїв, що лежать в основі математичного забезпечення майже всіх сучасних САПР для діапазону НВЧ розробляються звичайно з застосуванням декомпозиційного підходу.

## 3.2 Матричний опис БП НВЧ

### 3.2.1 Методи опису режимів

Матриці параметрів БП НВЧ визначають характер взаємозв'язку між електричними режимами його входів. Застосовується два способи опису режимів в відлікувальних площинах – класичний і хвильовий.



$$\begin{aligned} \dot{u}_k &= \dot{u}_{\Pi,k} + \dot{u}_{B,k} \\ \dot{i}_k &= \dot{u}_{\Pi,k} - \dot{u}_{B,k} \end{aligned} \quad \text{при} \quad \frac{\dot{u}_{\Pi,k}}{\dot{i}_k} = z_{X,k}, \quad (3.2)$$

де  $\dot{u}_{\Pi,k}$ ,  $\dot{u}_{B,k}$  – нормовані напруги падаючих та відбитих хвиль, відповідно, в ЛП, яка створює вхід з номером  $k$ .

Режим кожного входу може бути однозначно охарактеризований будь-якими двома комплексними величинами, що входять в (3.2). Загальна кількість можливих комбінацій дорівнює 12, а тому можливо розробити 12 різних способів опису режимів БП НВЧ. **Спосіб залежить від вибору впливу та вибору реакції.**

### 3.2.2 Загальний підхід до матричного опису БП НВЧ

#### 3.2.2.1 Впливи та реакції

Розглянемо БП НВЧ з  $N$  входами. Хай на кожен з  $N$  його входів діє (впливає) деяка величина  $\dot{f}_j$  (це може бути будь-яка величина з тих, що входить в (3.2) –  $(\dot{u}_j, \dot{i}_j, \dot{u}_{\Pi,j}, \dot{u}_{B,j})$ ). Позначимо цю сукупність ( $N$  величин), як вектор впливу (матриця-стовпець):

$$\underset{\vee}{\dot{f}} = \begin{bmatrix} \dot{f}_1 \\ \dot{f}_2 \\ \vdots \\ \dot{f}_N \end{bmatrix}.$$

Для запису матриць – стовпців треба багато місця, тому віддають перевагу запису матриць – стовпців у вигляді транспонованих матриць – рядків  $\underset{\vee}{\dot{f}}$

$$\underset{\vee}{\dot{f}} = (\dot{f}_1, \dot{f}_2, \dots, \dot{f}_N)^T.$$

Виділимо на кожному вході  $2N$ -полюсника довільно одну з комплексних величин, що входять в (3.2) в якості **компоненти**

**незалежного впливу** ( $\dot{f}_j$ ) на БП НВЧ, будь-яку іншу в якості компоненти реакції (відгуку) на цей вплив ( $\dot{r}_k$ ) і сформуємо з них вектори-стовпці  $\overset{\vee}{f}$  та  $\overset{\vee}{r}$ , наприклад у вигляді

$$\begin{aligned} \overset{\vee}{f} &= \begin{bmatrix} \dot{f}_1 \\ \dot{f}_2 \\ \dots \\ \dot{f}_N \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \dot{q}_{11} \\ \dot{q}_{12} \\ \dots \\ \dot{q}_{1N} \end{bmatrix}^T; \\ \overset{\vee}{r} &= \begin{bmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{r}_2 \\ \dots \\ \dot{r}_N \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \dot{q}_{21} \\ \dot{q}_{22} \\ \dots \\ \dot{q}_{2N} \end{bmatrix}^T. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Вибір величин, що входять в  $\overset{\vee}{f}$  та  $\overset{\vee}{r}$ , та послідовність запису їх компонент залежить від умов визначення цих величин (методи опису режимів і т. і.).

### 3.2.2.2 Взаємозв'язок між реакцією та впливом

Припустимо, що БП НВЧ лінійний, тоді між реакцією та впливом повинні виконуватись лінійні співвідношення, що математично відображаються у вигляді системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР):

$$\begin{aligned} \dot{r}_1 &= \dot{q}_{11} \cdot \dot{f}_1 + \dot{q}_{12} \cdot \dot{f}_2 + \dots + \dot{q}_{1N} \cdot \dot{f}_N, \\ \dot{r}_2 &= \dot{q}_{21} \cdot \dot{f}_1 + \dot{q}_{22} \cdot \dot{f}_2 + \dots + \dot{q}_{2N} \cdot \dot{f}_N, \\ &\vdots \\ \dot{r}_N &= \dot{q}_{N1} \cdot \dot{f}_1 + \dot{q}_{N2} \cdot \dot{f}_2 + \dots + \dot{q}_{NN} \cdot \dot{f}_N. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Права частина цих лінійних співвідношень може бути записана в розгорнутій матричній формі у вигляді добутку матриці  $\overset{\vee}{q}$  на матрицю-стовпець  $\overset{\vee}{f}$

$$\begin{bmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{r}_2 \\ \vdots \\ \dot{r}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_{11} & \dot{q}_{12} & \dots & \dot{q}_{1N} \\ \dot{q}_{21} & \dot{q}_{22} & \dots & \dot{q}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dot{q}_{N1} & \dot{q}_{N2} & \dots & \dot{q}_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{f}_1 \\ \dot{f}_2 \\ \vdots \\ \dot{f}_N \end{bmatrix}, \quad (3.5)$$

або в компактній матричній формі

$$\check{r} = \hat{q} \cdot \check{f}. \quad (3.6)$$

Тут квадратна матриця  $\hat{q}$  розміром  $N \times N$  з елементами  $q_{ij}$  є повною зовнішньою характеристикою  $2N$ -полюсника ( $N$ -входовика) в тому розумінні, що дозволяє розрахувати реакцію БП в вибраній формі  $\check{r}$  на будь-який вплив в вибраній формі  $\check{f}$ .

### 3.2.2.3 Вибір режимів визначення елементів матриці $\hat{q}$

Щоб визначити елементи матриці параметрів  $q_{ij}$ , треба шляхом розрахунку або експерименту проаналізувати поведінку БП в ряді випробних (дослідних) режимів. Загальна кількість таких режимів для  $2N$ -полюсника загального виду повинна бути щонайменше  $N$ , де  $N$  – порядок матриці, який дорівнює кількості плечей БП. Які це режими? Очевидно, їх треба підбирати так, щоб:

– можна було безпосередньо визначити окремі елементи  $q_{ij}$  матриці (вимога 1);

– мати можливість технічно доступними засобами реалізувати цей режим при експериментальних дослідженнях (вимога 2).

Проаналізуємо систему лінійних рівнянь (3.4) з точки зору виконання першої вимоги. Для безпосереднього визначення елементу  $q_{ij}$  матриці  $\hat{q}$  найпростішим режимом буде такий, коли задати матрицю-стовпець впливів у вигляді

$$\check{f} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ f_j \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}^T. \quad (3.7)$$

тобто залишити ненульовим тільки один її елемент  $f_j$ . В результаті цього впливу на всіх входах БП з'являться реакції, які опишемо вектором  $\check{r} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_N \end{bmatrix}^T$ . Тоді, якщо будь-яким способом визначити деякий елемент  $r_i$  матриці-стовпця реакцій  $\check{r}$ , елемент  $q_{ij}$  буде

$$\dot{q}_{ij} = \frac{\dot{r}_i}{\dot{f}_j} \Big|_{f_p=0; p=1\dots N; p \neq j} \quad (3.8)$$

Аналогічно, для елемента  $\dot{q}_{ij}$  отримаємо

$$\dot{q}_{ij} = \frac{\dot{r}_i}{\dot{f}_j} \Big|_{f_p=0; p=1\dots N; p \neq j}$$

Таким чином можна визначити всі елементи  $j$ -го стовпця матриці  $\hat{q}$ .

Для визначення елементів  $m$ -го стовпця матриці  $\hat{q}$  треба задати в векторі впливів  $\check{f}$  ненульовим елемент  $f_m$  і т. і.; перебираючи режими від  $j = 1$  до  $j = N$  можна визначити всі елементи матриці  $\hat{q}$ . Зауважимо, що це не єдиний підхід; існують і більш загальні підходи [1].

Стосовно виконання другої вимоги, розглянемо приклад. Хай вплив задається вектором струмів  $\check{i}$ . Тоді, взявши його у вигляді (3.7), треба виконати умову (для елемента  $\dot{q}_{ij}$ ):

$$i_p = 0; p = 1\dots N; p \neq j.$$

Але величина струму буде нульовою, коли ЛП, яка створює деякий вхід, навантажити на  $R_H \rightarrow \infty$ , тобто створити умову холостого ходу. Як відомо, коефіцієнт відбиття  $\Gamma_{xx}$  при цьому  $\Gamma_{xx} = +1$ ; технічно холостий хід можна створити відкритим кінцем ЛП. Але, якщо ЛП – це хвилевід (ПХ або КХ), то його відкритий кінець буде досить інтенсивно випромінювати ЕМХ. При цьому частина енергії ЕМХ в ЛП буде витрачатися на випромінювання, тобто не буде повністю відбиватися від навантаження  $R_H \rightarrow \infty$ , або другими словами  $\Gamma_{xx} < +1$ . Таким чином, безпосередньо, без застосування додаткових пристроїв, виконати умову ХХ в ПХ або КХ технічно неможливо.

### 3.2.3 Матриця розсіювання БП НВЧ

В НВЧ техніці найбільш поширеним є вибір **вектору впливу** (на  $2N$ -полосник) у вигляді  $N$  **падаючих хвиль**, а **вектору реакції** у вигляді  $N$  **відбитих (розсіяних)** від БП НВЧ хвиль (**хвиль, які розходяться від БП, розсіюються ним**):

$$\begin{aligned}\check{f} = \check{u}_\Pi &= \begin{bmatrix} \check{u}_{\Pi 1} \\ \check{u}_{\Pi 2} \\ \dots \\ \check{u}_{\Pi N} \end{bmatrix}^T, \\ \check{r} = \check{u}_B &= \begin{bmatrix} \check{u}_{B1} \\ \check{u}_{B2} \\ \dots \\ \check{u}_{BN} \end{bmatrix}^T.\end{aligned}\quad (3.9)$$

В силу лінійності розглядуваного  $2N$ -полосника, між впливом та реакцією повинен додержуватися лінійний зв'язок:

$$\begin{aligned}\dot{u}_{B1} &= \dot{S}_{11} \cdot \dot{u}_{\Pi 1} + \dot{S}_{12} \cdot \dot{u}_{\Pi 2} + \dots + \dot{S}_{1N} \cdot \dot{u}_{\Pi N}, \\ \dot{u}_{B2} &= \dot{S}_{21} \cdot \dot{u}_{\Pi 1} + \dot{S}_{22} \cdot \dot{u}_{\Pi 2} + \dots + \dot{S}_{2N} \cdot \dot{u}_{\Pi N}, \\ &\vdots \\ \dot{u}_{BN} &= \dot{S}_{N1} \cdot \dot{u}_{\Pi 1} + \dot{S}_{N2} \cdot \dot{u}_{\Pi 2} + \dots + \dot{S}_{NN} \cdot \dot{u}_{\Pi N}.\end{aligned}\quad (3.10)$$

Представимо систему (3.10) в матричному вигляді:

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_{B1} \\ \dot{u}_{B2} \\ \vdots \\ \dot{u}_{BN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{S}_{11} & \dot{S}_{12} & \dots & \dot{S}_{1N} \\ \dot{S}_{21} & \dot{S}_{22} & \dots & \dot{S}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dot{S}_{N1} & \dot{S}_{N2} & \dots & \dot{S}_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{u}_{\Pi 1} \\ \dot{u}_{\Pi 2} \\ \vdots \\ \dot{u}_{\Pi N} \end{bmatrix}\quad (3.11)$$

або в компактній матричній формі:

$$\check{u}_B = \hat{S} \cdot \check{u}_\Pi.\quad (3.12)$$

Тут  $\hat{S}$  – квадратна матриця розміром  $N \times N$ , яку називають **матрицею розсіювання** (МР). Ця назва зумовлена тим, що матриця  $\hat{S}$  зв'яже амплітуди розсіяних від БП (тих, що розходяться від БП, або, іншими словами, відбиваються ним) з амплітудами тих хвиль, що падають на БП. Як видно з (3.10)–(3.12) матриця  $\hat{S}$  може трак-

туватися, як деякий математичний оператор, що вказує правило перетворення вектору впливу  $\overset{\vee}{u}_\Pi$  в вектор реакції  $\overset{\vee}{u}_B$  (або вектор відклику БП на вплив).

### 3.2.3.1 Вибір режиму для знаходження елементів МР

Аналізуючи систему рівнянь (3.10) та маючи на увазі п. 3.2.2.3, приходимо до висновку, що для визначення елементів МР найпростішим випробним режимом є такий, коли на кожний вхід БП **почергово** подається падаюча хвиля з нормованою напругою  $\overset{\wedge}{\dot{u}}_{\Pi i}$  при умові відсутності падаючих хвиль на решті входів:  $\overset{\wedge}{\dot{u}}_{\Pi p} = 0; p = 1 \dots N; p \neq i$ .

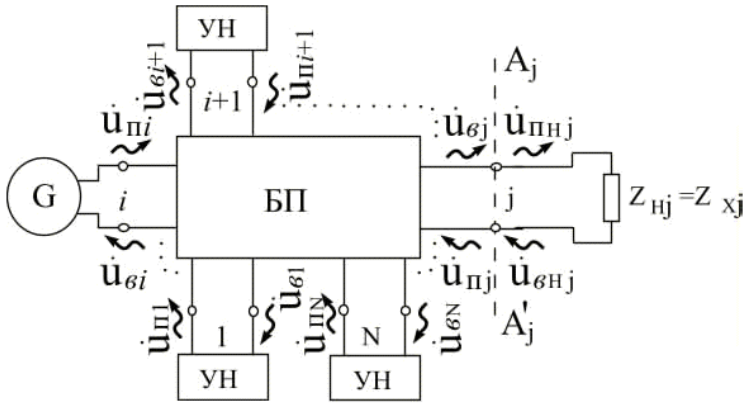
Тоді зразу отримаємо:

$$\dot{S}_{ji} = \frac{\overset{\wedge}{\dot{u}}_{Bj}}{\overset{\wedge}{\dot{u}}_{\Pi i}} \Big|_{\overset{\wedge}{\dot{u}}_{\Pi p} = 0; p = 1 \dots N; p \neq i} \quad (3.13)$$

Зауважимо, що комплексні величини  $\overset{\wedge}{\dot{u}}_{\Pi i}$ ,  $\overset{\wedge}{\dot{u}}_{Bj}$  повинні бути жорстко «прив'язані» до вибраних площин відліку фази, а звідси і визначені елементи МР також будуть «прив'язані» до цих площин. Всі елементи матриці  $\hat{S}$  безрозмірні, бо  $\overset{\wedge}{\dot{u}}_{\Pi i}$ ,  $\overset{\wedge}{\dot{u}}_{Bj}$  мають однакову розмірність  $\sqrt{B_T}$ .

Розберемося з режимом визначення  $\dot{S}_{ji}$  – елементів МР, який в (3.13) умовно позначений  $\overset{\wedge}{\dot{u}}_{\Pi p} = 0; p = 1 \dots N; p \neq i$ . Хай до входу  $i$  деякого БП (рис. 3.4) підключено генератор  $G$ , який забезпечує падаючу хвилю з нормованою напругою  $\overset{\wedge}{\dot{u}}_{\Pi i}$ . Тоді на всіх входах БП повинні з'явитись хвилі з нормованими напругами  $\overset{\wedge}{\dot{u}}_{B1}, \overset{\wedge}{\dot{u}}_{B2}, \dots, \overset{\wedge}{\dot{u}}_{Bj}, \dots, \overset{\wedge}{\dot{u}}_{BN}$ , які є реакцією БП (відкликом) на вплив  $\overset{\wedge}{\dot{u}}_{\Pi i}$ . Розглянемо плече з номером  $j$  і з'ясуємо ситуації, при яких буде виконуватися умова  $\overset{\wedge}{\dot{u}}_{\Pi j} = 0$ . Оскільки вхід  $j$  створюється де-

якою ЛП (як і всі інші), навантажимо цю ЛП опором  $Z_{Hj}$ . Тоді можна сказати, що хвиля з нормованою напругою  $\dot{u}_{Bj}$ , яка для БП є вихідною величиною (реакцією), для  $Z_{Hj}$  буде падаючою  $\dot{u}_{ПHj}$  і, звичайно,  $\dot{u}_{Bj} = \dot{u}_{ПHj}$ . Якщо  $Z_{Hj}$  не узгоджене з ЛП в  $j$ -тому плечі, тобто  $Z_{Hj} \neq Z_{Xj}$  ( $Z_{Xj}$  – хвильовий опір ЛП в  $j$ -тому плечі БП), то з'явиться хвиля, відбита від навантаження –  $\dot{u}_{BHj}$  і звичайно,  $\dot{u}_{Пj} = \dot{u}_{BHj}$ . Але умова визначення елементу МР – (3.13) – вимагає, щоб  $\dot{u}_{Пj} = 0$ .



УН – узгоджене навантаження

Рисунок 3.4 – До вибору режиму для визначення елементів МР

Звідси виходить, що і  $\dot{u}_{BHj} = 0$ , тобто навантаження повинно бути узгодженим, а звідси  $Z_{Hj} = Z_{Xj}$ , як і зазначено на рис. 3.4. Тоді навантаження повністю поглинає падаючу хвилю  $\dot{u}_{ПHj}$  і відбитої хвилі немає –  $\dot{u}_{BHj} = 0$ , а звідси і  $\dot{u}_{Пj} = 0$ . Таким чином приходимо до висновку:

**Умова  $\dot{u}_{Пp} = 0; p = 1 \dots N; p \neq i$  еквівалентна умові підключення узгоджених навантажень до всіх плечей БП окрім збуджуваного.**

Отже всі елементи МР визначаються за умов узгодження всіх плечей. Зауважимо, що технічно цей режим є можливість реалізу-

вати завжди (в крайньому разі на одній частоті – тій, на якій визначається МР). Саме цей випадок зображений на рис. 3.4, де до всіх плечей (окрім плеча  $i$  з генератором) підключені узгоджені навантаження – УН.

### 3.2.3.2 Фізичний зміст елементів МР

Звернемося до визначення елементу  $\dot{S}_{ji}$  МР – вираз (3.13). Коли  $i \neq j$  це відповідає недіагональним елементам МР. Розглядаючи  $\dot{u}_{Bj}$ , як вихідну величину плеча  $j$  (це відклик плеча  $j$  на збудження в плечі  $i$ ), а  $\dot{u}_{Pi}$  як вхідну величину, яка подається в плече  $i$ , приходимо до висновку, що їх відношення – елемент  $\dot{S}_{ji}$  – це є **коефіцієнт передачі 2N-полюсника з плеча  $i$  в плече  $j$**  (звернути увагу на напрямок передавання: з плеча  $i$  в плече  $j$  для  $\dot{S}_{ji}$ ), **визначений при умові узгодження всіх плечей.**

Коли  $i = j$  це відповідає діагональним елементам МР –  $\dot{S}_{ii}$ . Проводячи аналогічні міркування, приходимо до висновку, що **діагональні елементи  $\dot{S}_{ii}$  МР,  $i = 1 \dots N$  це є коефіцієнти відбиття від входів, визначені при умові узгодження всіх плеч, окрім збуджуваного.**

### 3.2.3.3 Деякі істотні зауваження

Із визначення елементів МР (3.13) виходить, що для пасивних БП величини модулів  $|\dot{S}_{ji}|$ , тобто коефіцієнти передачі та відбиття, не можуть перевищувати одиницю. Це означає, що МР повинна існувати для будь-яких пасивних та лінійних БП НВЧ. Окрім того, якщо знехтувати втратами в ЛП, то величини модулів  $|\dot{S}_{ji}|$  зберігаються незмінними при переміщенні площин відліку фази в вхідних ЛП багатопольсника (змінюється лише фаза  $\arg \dot{S}_{ji}$ ).

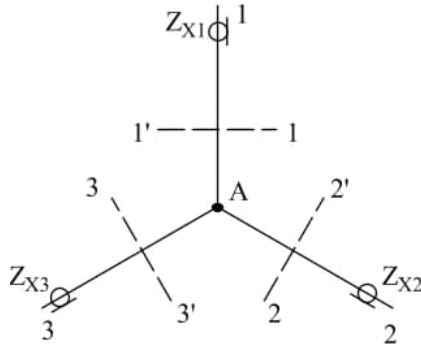
МР (як і будь-яка інша матриця БП) визначає поведінку цього БП, як моделі НВЧ-ланцюга (кола) лише на заданій частоті коливань. При описуванні поведінки БП в смузі частот елементи його МР, а також інших матриць, перетворюються в комплекснозначні функції частоти  $\omega$ .

При дослідженні НВЧ пристроїв з складною внутрішньою побудовою використовують декомпозиційний підхід, який вимагає розробки декомпозиційної схеми (ДС) пристрою (деякого НВЧ кола, НВЧ ланцюга), переходу до її математичної моделі (це з'єднання БП НВЧ які є моделями ДЕ) та дослідження зовнішніх режимів останньої. При використанні апарату МР, об'єднання БП НВЧ треба проводити таким чином, щоб в перерізі з'єднання (наприклад, переріз  $A_j - A'_j$  на рис. 3.4) кожної пари входів (нагадаємо, що у відповідності з визначенням п. 3.1 кожний вхід БП НВЧ уявляє собою однофазову ЛП) виконувалася вимога узгодженості, а це означає рівність хвильових опорів ЛП, що утворюють відповідні входи. Якщо ж з'єднувані входи двох БП НВЧ утворені лініями передавання, що мають різні значення хвильових опорів, то треба в переріз з'єднання вводити додатковий ДЕ-«стрибок» хвильового опору. До цього питання ми ще повернемося в наступних розділах.

### 3.2.3.4 Приклад визначення МР

Розглянемо паралельне розгалуження КК з різними значеннями хвильових опорів ЛП в плечах – рис. 3.5.

Нехай в точці А з'єднані паралельно три КК з хвилею TEM та з різними хвильовими опорами  $Z_{xi}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Якщо діаметри кабелів  $d_i$ ,  $D_i \ll \lambda$ , то можна знехтувати ефектом виникнення хвиль вищого типу в околі точки А і вважати, що в цій точці при будь-яких збудженнях ліній має місце рівність ненормованих напруг в кожній лінії  $\dot{U}_1 = \dot{U}_2 = \dot{U}_3 = \dot{U}_A$ . При цьому можна референсні площини  $i-i'$  ( $i = 1, 2, 3$ ) приблизити на нескінченно малу відстань до точки А.



$Z_{X1}, Z_{X2}, Z_{X3}$  – хвильові опори КК 1, 2, 3, відповідно

Рисунок 3.5 – Паралельне розгалуження КК

Перейдемо до гіпотетичних двопровідних ЛП і для знаходження  $S_{11}$  навантажимо плечі 2 та 3 на узгоджені навантаження  $Z_{H2} = Z_{X2}$  та  $Z_{H3} = Z_{X3}$  – рис. 3.6, а, а до плеча 1 підключимо генератор  $G$ , що забезпечує напругу  $\dot{U}_{П1}$ . Оскільки опори в плечах 2 та 3 узгоджені, вони перераховуються в будь-який переріз ЛП без зміни своєї величини (без трансформації). Перенесемо їх в точку А, тоді, знаходячи  $Z_{H\Sigma} = (Z_{X2} \cdot Z_{X3}) / (Z_{X2} + Z_{X3})$  отримаємо класичну задачу по знаходженню коефіцієнту відбиття  $S_{11}$  від ЛП з хвильовим опором  $Z_{X1}$ , яка навантажена неузгодженим опором  $Z_{H\Sigma}$  і, як відомо

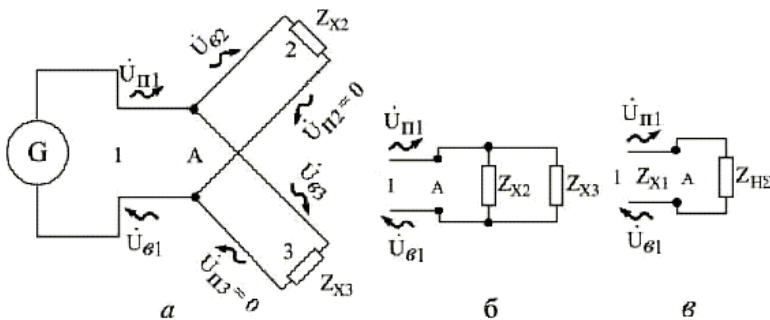
$$S_{11} = \frac{Z_{H\Sigma} - Z_{X1}}{Z_{H\Sigma} + Z_{X1}} = \frac{Z_{X2} \cdot Z_{X3} - Z_{X1} \cdot Z_{X2} - Z_{X1} \cdot Z_{X3}}{Z}, \quad (3.14)$$

де  $Z = Z_{X1} \cdot Z_{X2} + Z_{X1} \cdot Z_{X3} + Z_{X2} \cdot Z_{X3}$ .

Знайдемо ненормовану напругу  $\dot{U}_A = \dot{U}_{П1} + \dot{U}_{B1} = \dot{U}_{П1} (1 + \dot{S}_{11})$ , і з урахуванням (3.14) отримаємо

$$\dot{U}_A = \dot{U}_{П1} \cdot \frac{2 \cdot Z_{X2} \cdot Z_{X3}}{Z}.$$

Як відомо, для ЛП з хвилею ТЕМ нормовані  $\dot{u}$  та ненормовані  $\dot{U}$  напруги зв'язані співвідношенням



*a* – вихідний стан; *б* – стан після перерахування (трансформації) опорів  $Z_{X2}$ ,  $Z_{X3}$  в точку *A*; *в* – схема для розрахунку елемента  $S_{11}$

Рисунок 3.6 – До розрахунку елемента  $S_{11}$  розгалуження

$$\dot{i} = \dot{U} / \sqrt{Z_X} .$$

Тоді, знаходячи  $\dot{i}_{\Pi 1} = \dot{U}_{\Pi 1} / \sqrt{Z_{X1}}$ ;  $\dot{i}_{B2} = \dot{U}_2 / \sqrt{Z_{X2}} = \dot{U}_A / \sqrt{Z_{X2}}$ ,  $\dot{i}_{B3} = \dot{U}_3 / \sqrt{Z_{X3}} = \dot{U}_A / \sqrt{Z_{X3}}$  (тут враховано, що  $\dot{i}_2 = \dot{i}_{\Pi 2} + \dot{i}_{B2} = \dot{i}_{B2}$ ;  $\dot{i}_3 = \dot{i}_{\Pi 3} + \dot{i}_{B3} = \dot{i}_{B3}$ , бо у відповідності з п. 3.2.3.1  $\dot{i}_{\Pi 2} = \dot{i}_{\Pi 3} = 0$ ) зразу отримуємо:

$$\dot{S}_{21} = \frac{\dot{i}_{B2}}{\dot{i}_{\Pi 1}} \Big|_{\dot{i}_{\Pi 2} = \dot{i}_{\Pi 3} = 0} = \frac{2 \cdot Z_{X3} \cdot \sqrt{Z_{X1} \cdot Z_{X3}}}{Z},$$

$$\dot{S}_{31} = \frac{\dot{i}_{B3}}{\dot{i}_{\Pi 1}} \Big|_{\dot{i}_{\Pi 2} = \dot{i}_{\Pi 3} = 0} = \frac{2 \cdot Z_{X2} \cdot \sqrt{Z_{X1} \cdot Z_{X3}}}{Z} .$$

Аналіз роботи розгалуження в випробних режимах збудження плечей 2 та 3 проводиться аналогічно. В результаті для МР розгалуження відносно площин  $i - i'$  ( $i = 1, 2, 3$ ), зосереджених в точці *A*, отримуємо

$$\hat{S} = \frac{1}{Z} \cdot \begin{bmatrix} Z'_{23} - Z'_{12} - Z'_{13} & 2 \cdot Z_{X3} \cdot \sqrt{Z'_{12}} & 2 \cdot Z_{X2} \cdot \sqrt{Z'_{13}} \\ 2 \cdot Z_{X3} \cdot \sqrt{Z'_{12}} & Z'_{13} - Z'_{23} - Z'_{12} & 2 \cdot Z_{X1} \cdot \sqrt{Z'_{23}} \\ 2 \cdot Z_{X2} \cdot \sqrt{Z'_{13}} & 2 \cdot Z_{X1} \cdot \sqrt{Z'_{23}} & Z'_{12} - Z'_{13} - Z'_{23} \end{bmatrix}, \quad (3.16)$$

де  $Z'_{ij} = Z_{Xi} \cdot Z_{Xj}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ).

Зауважимо, що з (3.16) виходить що:  $S_{31} = S_{13}$ ;  $S_{21} = S_{12}$ ;  $S_{23} = S_{32}$ , тобто матриця симетрична відносно головної діагоналі, що цілком природньо при відсутності всередині розгалуження елементів, які мають властивість анізотропії. Другими словами, розгалуження має властивість взаємності, тобто  $S_{ij} = S_{ji}$ . Симетрія матриці  $\hat{S}$  (властивість взаємності) полегшує задачу її розрахунку, бо замість того, щоб шукати  $N \times N = N^2$  її елементів, достатньо знайти тільки  $N \cdot (N+1)/2$  елементів. Якщо ж додатково ввести умову симетрії розгалуження відносно плеча 1, тобто  $Z_{X2} = Z_{X3}$ , то отримуємо додаткове спрощення:  $S_{31} = S_{12} = S_{13}$ .

Особливо простий вигляд матриця  $\hat{S}$  має при повній симетрії розгалуження, коли  $Z_{X1} = Z_{X2} = Z_{X3}$ . Тоді:

$$\hat{S} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

Відмітимо, що в цьому випадку чисельні значення елементів матриці  $\hat{S}$  уже не залежать від чисельних значень хвильових опорів ЛП в плечах (як побачимо далі, це одна з властивостей повністю симетричних пристроїв). До аналізу цих випадків ми ще повернемося при вивченні симетричних БП НВЧ в наступних розділах.

### 3.2.4 Матриця опорів (МО) БП НВЧ

Зафіксуємо референсні площини (РП) та виберемо вплив у вигляді набору  $N$  нормованих повних струмів (вектор  $\overset{\vee}{i}$ ), а реакцію –  $N$  нормованих повних напруг  $\overset{\vee}{u}$

$$\overset{\vee}{f} = \mathbf{1}, \overset{\vee}{i}_2, \dots, \overset{\vee}{i}_N \quad \overset{\vee}{r} = \mathbf{1}, \overset{\vee}{u}_2, \dots, \overset{\vee}{u}_N$$

Оскільки БП НВЧ вважається лінійним, то між  $\overset{\vee}{f}$  та  $\overset{\vee}{r}$  повинен бути лінійний взаємозв'язок

$$\begin{aligned}
 \dot{u}_1 &= \dot{z}_{11} \cdot \dot{i}_1 + \dot{z}_{12} \cdot \dot{i}_2 + \dots + \dot{z}_{1N} \cdot \dot{i}_N, \\
 \dot{u}_2 &= \dot{z}_{21} \cdot \dot{i}_1 + \dot{z}_{22} \cdot \dot{i}_2 + \dots + \dot{z}_{2N} \cdot \dot{i}_N, \\
 &\vdots \\
 \dot{u}_N &= \dot{z}_{N1} \cdot \dot{i}_1 + \dot{z}_{N2} \cdot \dot{i}_2 + \dots + \dot{z}_{NN} \cdot \dot{i}_N.
 \end{aligned}
 \tag{3.18}$$

Запишемо СЛАР (3.18) в матричній формі:

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \vdots \\ \dot{u}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{z}_{11} & \dot{z}_{12} & \cdots & \dot{z}_{1N} \\ \dot{z}_{21} & \dot{z}_{22} & \cdots & \dot{z}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dot{z}_{N1} & \dot{z}_{N2} & \cdots & \dot{z}_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \\ \vdots \\ \dot{i}_N \end{bmatrix}$$

або в компактній матричній формі

$$\overset{\vee}{u} = \overset{\wedge}{z} \cdot \overset{\vee}{i},
 \tag{3.19}$$

де квадратна матриця  $\overset{\wedge}{z}$  зветься матрицею опорів (МО) БП НВЧ.

Для вибору випробних режимів по визначенню елементів МО  $\overset{\wedge}{z}$ , звернемося до СЛАР (3.18). З неї видно, що найпростішим випробним режимом є режим холостого ходу, тобто  $\dot{i}_q = 0$ . По цій причині візьмемо збудження (вектор впливу) у вигляді

$$\overset{\vee}{i}_q = \mathbf{0}, 0, \dots, 0, \dot{i}_q, 0, \dots, 0, \overline{\mathbf{T}}.$$

Воно відповідає збудженню q-того входу ідеальним джерелом струму  $\dot{i}_q$  в той час, як в ЛП, які відносяться до решти входів, створено режим Х.Х. При збудженні входу q отримаємо всі елементи q-того стовпця матриці  $\overset{\wedge}{z}$

$$\dot{z}_{pq} = \left. \frac{\dot{u}_p}{\dot{i}_q} \right|_{\dot{i}_j=0; j=1\dots N; j \neq q}.
 \tag{3.20}$$

Ще раз нагадаємо, що вектори  $\overset{\vee}{u}$ ,  $\overset{\vee}{i}$  і, відповідно матриця  $\overset{\wedge}{z}$  жорстко «прив'язані» до вибраної системи РП в вхідних ЛП.

Всі елементи матриці  $\hat{z}$  безрозмірні, оскільки  $\dot{u}_p$  та  $\dot{i}_q$  мають однакову розмірність  $\sqrt{\text{Вт}}$ .

### 3.2.4.1 Фізичний зміст елементів матриці $\hat{z}$

Недіагональні елементи  $\dot{z}_{pq}$ ,  $p \neq q$  – це взаємні опори входів  $p$  та  $q$   $2N$ -полноспника при умові **холостого ходу** на всіх виходах, окрім збуджуваного. Номер рядка  $P$  визначає номер розімкнутого входу, на якому задається вплив у вигляді підключення ідеального джерела струму з струмом  $\dot{i}_q$ . (Зауважимо, що внутрішній опір ідеального джерела струму  $z_q \rightarrow \infty$ ).

Діагональні елементи  $\dot{z}_{pp}$ , – власний опір входу  $p$  БП при умові створення Х.Х. на решті входів.

### 3.2.5 Матриця провідностей (МП) БП НВЧ

Зафіксуємо РП в ЛП всіх входів БП та виберемо вплив у вигляді вектору  $\check{u}$ , а реакцію-вектору  $\check{i}$ .

$$\check{f} = \begin{bmatrix} \dot{u}_1 & \dot{u}_2 & \dots & \dot{u}_N \end{bmatrix}^T = \check{u}; \quad \check{r} = \begin{bmatrix} \dot{i}_1 & \dot{i}_2 & \dots & \dot{i}_N \end{bmatrix}^T = \check{i}.$$

В силу лінійності БП НВЧ отримаємо СЛАР:

$$\begin{aligned} \dot{i}_1 &= \dot{y}_{11} \cdot \dot{u}_1 + \dot{y}_{12} \cdot \dot{u}_2 + \dots + \dot{y}_{1N} \cdot \dot{u}_N, \\ \dot{i}_2 &= \dot{y}_{21} \cdot \dot{u}_1 + \dot{y}_{22} \cdot \dot{u}_2 + \dots + \dot{y}_{2N} \cdot \dot{u}_N, \\ &\vdots \\ \dot{i}_N &= \dot{y}_{N1} \cdot \dot{u}_1 + \dot{y}_{N2} \cdot \dot{u}_2 + \dots + \dot{y}_{NN} \cdot \dot{u}_N. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Запишемо СЛАР (3.21) в матричній формі:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \\ \vdots \\ \dot{i}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{y}_{11} & \dot{y}_{12} & \cdots & \dot{y}_{1N} \\ \dot{y}_{21} & \dot{y}_{22} & \cdots & \dot{y}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dot{y}_{M1} & \dot{y}_{N2} & \cdots & \dot{y}_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \vdots \\ \dot{u}_N \end{bmatrix}$$

та в компактній матричній формі

$$\dot{\underline{i}} = \hat{y} \cdot \dot{\underline{u}}, \quad (3.22)$$

де квадратна матриця  $\hat{y}$  зветься матрицею провідностей (МП) БП НВЧ. Випробні режими: к. з. всіх входів, окрім збуджуваного входу з номером  $q$ . Вхід з номером  $q$  збуджується від ідеального джерела напруги ( $z_q \rightarrow 0$ ). Тоді елемент  $\dot{y}_{pq}$  МП  $\hat{y}$  буде:

$$\dot{y}_{pq} = \left. \frac{\dot{i}_p}{\dot{u}_q} \right|_{u_j=0; j=1 \dots N; j \neq q}. \quad (3.23)$$

Всі елементи матриці  $\hat{y}$  безрозмірні, бо  $\dot{i}_p$  та  $\dot{u}_q$  мають однакову розмірність  $\sqrt{\text{Вт}}$ .

### 3.2.5.1 Фізичний зміст елементів матриці $\hat{y}$

Недіагональні елементи  $\dot{y}_{ij}$ ,  $i \neq j$ ;  $i, j=1 \dots N$  – це взаємні провідності між входами  $i$  та  $j$  при **створенні к.з.** на решті входів.

Діагональні елементи  $\dot{y}_{jj}$ ,  $j = 1 \dots N$  – це власна провідність  $j$ -ого входу при **створенні режиму к. з.** на решті входів.

### 3.2.5.2 Співвідношення між матрицями $\hat{z}$ та $\hat{y}$

З порівняння СЛАР (3.18) та (3.21) видно, що матриці  $\hat{z}$  та  $\hat{y}$  взаємно обернені. Це легко показати підстановкою (3.19) в (3.22):

$$\dot{\underline{i}} = \hat{y} \cdot \dot{\underline{u}} = \hat{y} \cdot \hat{z} \cdot \dot{\underline{i}}.$$

Це співвідношення повинно виконуватися при будь-яких векторах струмів  $\hat{i}$ , а тому добуток  $\hat{y} \cdot \hat{z}$  повинен бути одиничною матрицею:  $\hat{y} \cdot \hat{z} = E$ , а ця рівність справедлива лише тоді, коли множники  $\hat{y}$  та  $\hat{z}$  є взаємно оберненими матрицями

$$\hat{y} = \hat{z}^{-1}; \quad \hat{z} = \hat{y}^{-1}. \quad (3.24)$$

### 3.2.5.3 Особливості визначення та застосування матриць $\hat{z}$ та $\hat{y}$

Для деяких БП НВЧ або матриця  $\hat{z}$ , або матриця  $\hat{y}$ , або вони обидві можуть виявитися невизначеними, бо деякі, або всі елементи, можуть виявитися нескінченно великими. Приклади:

– к. з. відрізок ЛП без втрат довжиною  $\lambda_X/4$  має нескінченно великий вхідний опір – не існує матриця  $\hat{z}$ ;

– х. х. відрізок ЛП без втрат довжиною  $\lambda_X/4$  має нескінченно велику провідність – не існує матриця  $\hat{y}$ ;

– не визначені матриці  $\hat{z}$  та  $\hat{y}$  для паралельного розгалуження трьох ЛП (див. п. 3.2.3.4), бо, як буде показано далі, справедливі співвідношення

$$\hat{z} = \left( E - \hat{S} \right)^{-1} \cdot \left( E + \hat{S} \right); \quad \hat{y} = \left( E + \hat{S} \right)^{-1} \cdot \left( E - \hat{S} \right),$$

а для матриці типу (3.16) визначники матриць  $\det \left( E - \hat{S} \right) = 0$ ,

$\det \left( E + \hat{S} \right) = 0$  (це можна перевірити простою підстановкою); отже

не існує обернених матриць  $\left( E - \hat{S} \right)^{-1}$  та  $\left( E + \hat{S} \right)^{-1}$ , а значить і не

існує матриць  $\hat{z}$  та  $\hat{y}$ .

### 3.2.6 Матриці передавання для чотириполосників

В теорії НВЧ кіл досить широке застосування знаходять каскадні з'єднання чотириполосників. Для вирішення задачі аналізу таких з'єднань розроблені спеціальні матриці передавання в класичному варіанті (матриця  $\hat{A}$ ) та хвильовому варіанті (матриця  $\hat{T}$ ). Ці матриці, звичайно, можуть застосовуватися і для більшого числа входів у БП НВЧ, але найширше застосування знаходять для чотириполосників.

#### 3.2.6.1 Класичні матриці передавання для 4-полосників

Розглянемо 4-полосник, зображений на рис. 3.7, *a*.

Виберемо вектори впливу та реакції у вигляді

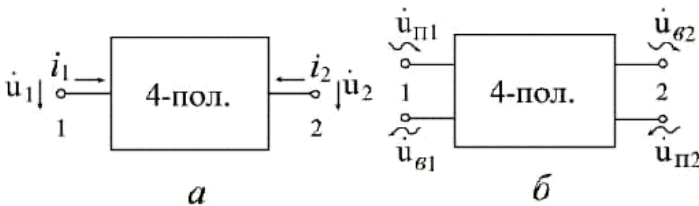
$$\check{f} = \begin{bmatrix} \check{f}_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}^T; \quad \check{r} = \begin{bmatrix} \check{r}_1 \\ i_1 \end{bmatrix}^T,$$

і запишемо СЛАР на основі властивості лінійності

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 &= \dot{a} \cdot \dot{u}_2 - \dot{b} \cdot \dot{i}_2, \\ \dot{i}_1 &= \dot{c} \cdot \dot{u}_2 - \dot{d} \cdot \dot{i}_2, \end{aligned} \quad (3.25)$$

або в матричній формі

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{i}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{a} & \dot{b} \\ \dot{c} & \dot{d} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{u}_2 \\ -\dot{i}_2 \end{bmatrix}.$$



*a* – класичний метод; *б* – хвильовий метод

Рисунок 3.7 – До визначення матриць передавання для 4-полосників

Матриця  $\hat{A} = \begin{bmatrix} \dot{a} & \dot{b} \\ \dot{c} & \dot{d} \end{bmatrix}$  зветься класичною матрицею передавання

4-полюсника.

Для визначення фізичного змісту елементів матриці  $\hat{A}$  зробимо подумки дослід Х. Х. по входу  $\langle u_1 = 0 \rangle$ , виходу  $\langle u_2 = 0 \rangle$  та К. З. по входу  $\langle i_1 = 0 \rangle$  та виходу  $\langle i_2 = 0 \rangle$  і з системи (3.25) отримаємо:

$$\dot{a} = \left. \frac{\dot{i}_1}{\dot{i}_2} \right|_{i_2=0}; \quad \dot{b} = \left. \frac{\dot{i}_1}{-\dot{i}_2} \right|_{i_2=0}; \quad \dot{c} = \left. \frac{\dot{i}_1}{\dot{i}_2} \right|_{i_2=0}; \quad \dot{d} = \left. \frac{\dot{i}_1}{-\dot{i}_2} \right|_{i_2=0}. \quad (3.26)$$

Таким чином:

$\dot{a}$  – коефіцієнт передавання по напрузі при Х. Х. на виході;

$\dot{b}$  – нормований взаємний опір при К. З. на виході;

$\dot{c}$  – нормована взаємна провідність при Х. Х. на виході;

$\dot{d}$  – коефіцієнт передавання по струму при К. З. на виході.

Всі елементи матриці  $\hat{A}$  безрозмірні, бо  $i_j, u_j, j = 1, 2$  мають однакову розмірність  $\sqrt{\text{Вт}}$ .

### 3.2.6.2 Хвильова матриця передавання для 4-полюсника

Розглянемо 4-полюсник, зображений на рис. 3.7, б. Виберемо вектори впливу та реакції у вигляді

$$\check{f} = \begin{bmatrix} \dot{u}_{B2} \\ \dot{u}_{\Pi 2} \end{bmatrix}^T; \quad \check{r} = \begin{bmatrix} \dot{u}_{\Pi 1} \\ \dot{u}_{B1} \end{bmatrix}^T$$

і запишемо СЛАР на основі властивості лінійності

$$\begin{aligned} \dot{u}_{\Pi 1} &= \dot{t}_{11} \cdot \dot{u}_{B2} + \dot{t}_{12} \cdot \dot{u}_{\Pi 2}, \\ \dot{u}_{B1} &= \dot{t}_{21} \cdot \dot{u}_{B2} + \dot{t}_{22} \cdot \dot{u}_{\Pi 2}, \end{aligned} \quad (3.27)$$

або в матричній формі

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_{\Pi 1} \\ \dot{u}_{B1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{t}_{11} & \dot{t}_{12} \\ \dot{t}_{21} & \dot{t}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{u}_{B2} \\ \dot{u}_{\Pi 2} \end{bmatrix}.$$

Матриця  $\hat{T} = \begin{bmatrix} \dot{i}_{11} & \dot{i}_{12} \\ \dot{i}_{21} & \dot{i}_{22} \end{bmatrix}$  зветься хвильовою матрицею переда-

вання 4-полосника.

Відмітимо, що елементи хвильової матриці передавання не мають чіткого фізичного змісту, за винятком елемента  $\dot{i}_{11}$ , який дорівнює оберненій величині елемента  $\dot{S}_{21}$  МР (тобто  $\dot{i}_{11} = 1/\dot{S}_{21}$ ).

Звичайно, як і завжди, всі величини, через які визначають елементи матриць  $\hat{T}$  та  $\hat{A}$ , а значить і самі елементи матриць жорстко «прив'язані» до вибраних РП і при зміні координат РП будуть змінюватись.

### 3.2.7 Деякі загальні зауваження до п.3.2

– СЛАР типу (3.5), (3.10), (3.18), (3.21), (3.25), (3.27) є математичним відображенням гаданої властивості лінійності БП НВЧ і тому не потребує будь-якого виведення. Це постулати;

– при визначенні матриць  $\hat{z}$  та  $\hat{y}$  використовується чисто класичний опис режимів БП за допомогою повних нормованих напруг та струмів без звернення до концепції падаючих та відбитих хвиль. Це дає можливість отримати матричний опис БП НВЧ, який майже тотожний тому, що прийнятий в теорії електричних НЧ ланцюгів (з єдиною відмінною в тому, що замість звичайних напруг та струмів використовуються їх нормовані величини з розмірністю  $\sqrt{\text{Вт}}$ ) і використати для НВЧ досить значні досягнення цієї галузі науки;

– на НВЧ не існує загальноживаних вимірювачів повних напруг та струмів в ЛП, а також відсутні генератори НВЧ-коливачів, які були б еквівалентні ідеальним джерелам напруги та струму. По цій причині безпосереднє експериментальне визначення елементів МО, МП, МПК для БП НВЧ не отримало широкого розповсюдження. Звичайно воліють провести вимір МР, а потім перейти до потрібної матриці за допомогою формул взаємозв'язку між матрицями різних типів.

### 3.3 Взаємозв'язок між матрицями $\hat{S}$ , $\hat{z}$ , $\hat{y}$ , $\hat{A}$ , $\hat{T}$

Будь-яка матриця параметрів БП є його повною зовнішньою характеристикою. Всі матриці одного і того ж БП НВЧ однозначно зв'язані між собою, тому, знаючи одну з них, можна обчислити і інші.

Найбільш простий зв'язок, як було показано в п.3.2.5.2., існує між матрицями  $\hat{z}$  та  $\hat{y}$  – вони є взаємно оберненими. Для встановлення взаємозв'язку між матрицями  $\hat{S}$ ,  $\hat{z}$ ,  $\hat{y}$ ,  $\hat{A}$ ,  $\hat{T}$  одного і того ж БП НВЧ треба використати співвідношення (3.2) між нормованими напругами падаючих та відбитих хвиль  $\check{u}_П$ ,  $\check{u}_B$  з однієї сторони, та повними нормованими напругами  $u$ ,  $i$  (в ЛП, яка створює відповідний вхід БП НВЧ) – з іншої.

Співвідношення (3.2) справедливі для всіх  $N$  вхідних ЛП даного БП НВЧ, а тому їх можна представити в об'єднаній матричній формі відносно матриць-стовпців відповідних величин  $(\check{u}, \check{i}, \check{u}_П, \check{u}_B)$

$$\begin{aligned} \check{u} &= \check{u}_П + \check{u}_B, & a) \\ \check{i} &= \check{u}_П - \check{u}_B. & б) \end{aligned} \quad (3.28)$$

З виразів (3.28) знайдемо матриці-стовпці  $\check{u}_П$  та  $\check{u}_B$

$$\begin{aligned} \check{u}_П &= \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} \check{u} + \check{i} \\ \check{u} - \check{i} \end{pmatrix}, & a) \\ \check{u}_B &= \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} \check{u} - \check{i} \\ \check{u} + \check{i} \end{pmatrix}. & б) \end{aligned} \quad (3.29)$$

Співвідношеннями (3.28), (3.29) і будемо користуватися при встановленні взаємозв'язку між матрицями.

### 3.3.1 Вираження матриць $\hat{z}$ , $\hat{y}$ , $\hat{A}$ , $\hat{T}$ через матрицю $\hat{S}$

#### 3.3.1.1 Вираження матриці $\hat{z}$ через матрицю $\hat{S}$

Запишемо вираз (3.12) для матриці  $\hat{S}$ :  $\check{u}_B = \hat{S} \cdot \check{u}_\Pi$  і підставимо сюди стовпці  $\check{u}_\Pi$  та  $\check{u}_B$  з виразу (3.29)

$$\frac{1}{2} \cdot \left( \check{u} - \check{i} \right) = \frac{1}{2} \cdot \hat{S} \cdot \left( \check{u} + \check{i} \right) = \frac{1}{2} \cdot \hat{S} \cdot \check{u} + \frac{1}{2} \cdot \hat{S} \cdot \check{i}. \quad (3.30)$$

Згрупуємо в лівій частині цієї рівності доданки з множником  $\check{u}$ , а в правій частині – з  $\check{i}$ , опускаючи загальний множник  $1/2$ , отримаємо:

$$\check{u} - \hat{S} \cdot \check{u} = \check{i} + \hat{S} \cdot \check{i}. \quad (3.30')$$

Згадаємо властивість (тотожність) з лінійної алгебри

$$\check{Q} = E \cdot \check{Q}, \quad (3.31)$$

де  $\check{Q}$  – будь-який вектор-стовпець.

З урахуванням властивості (3.31), отримаємо:

$$E \cdot \check{u} - \hat{S} \cdot \check{u} = E \cdot \check{i} + \hat{S} \cdot \check{i} \rightarrow \left( E - \hat{S} \right) \cdot \check{u} = \left( E + \hat{S} \right) \cdot \check{i}.$$

Тут  $E$ -одична матриця того ж порядку, що і матриця  $\hat{S}$ .

Припустимо, що існує матриця  $\left( E - \hat{S} \right)^{-1}$  тобто обернена до матриці  $\left( E - \hat{S} \right)$ , домножимо зліва (нагадаємо, що в загальному випадку добуток матриць – це некомутативна операція) останній вираз на цю матрицю і отримаємо:

$$\left( E - \hat{S} \right)^{-1} \cdot \left( E - \hat{S} \right) \cdot \check{u} = \left( E - \hat{S} \right)^{-1} \cdot \left( E + \hat{S} \right) \cdot \check{i}. \quad (3.32)$$

Добуток  $(E - \hat{S})^{-1}(E - \hat{S}) = E$ , а у відповідності з (3.31)  $E \cdot \check{u} = \check{u}$

а тому

$$\check{u} = (E - \hat{S})^{-1} \cdot (E + \hat{S}) \cdot \check{i}. \quad (3.33)$$

Згадаємо визначення (3.19) матриці  $\hat{z} : \check{u} = \hat{z} \cdot \check{i}$  і, порівнюючи його з (3.33), отримаємо кінцевий результат:

$$\hat{z} = (E - \hat{S})^{-1} \cdot (E + \hat{S}). \quad (3.34)$$

Нагадаємо, що матриця  $\hat{S}$  існує для всіх без виключення БП НВЧ, а, як видно з (3.34), матриця  $\hat{z}$  існує лише для тих БП НВЧ, для яких матриця  $(E - \hat{S})$  неособлива. Про це вже згадувалося в п.3.2.5.3.

### 3.3.1.2 Вираження матриці $\hat{u}$ через матрицю $\hat{S}$

Записавши вираз (3.30), згрупуємо в лівій частині члени з  $\check{i}$ , а в правій – з  $\check{u}$ , і врахувавши властивість (3.31), отримаємо:

$$(E + \hat{S}) \cdot \check{i} = (E - \hat{S}) \cdot \check{u}.$$

Припустимо, що існує матриця  $(E + \hat{S})^{-1}$ , і домножимо на неї зліва отриманий вираз:

$$(E + \hat{S})^{-1} \cdot (E + \hat{S}) \cdot \check{i} = (E + \hat{S})^{-1} \cdot (E - \hat{S}) \cdot \check{u}, \quad (3.32')$$

і з врахуванням властивості  $(E + \hat{S})^{-1} \cdot (E + \hat{S}) = E$ , отримаємо:

$$\check{\dot{y}} = (E + \hat{S})^{-1} \cdot (E - \hat{S}) \cdot \check{\dot{u}}. \quad (3.33')$$

Згадаємо визначення (3.22) матриці  $\hat{y}$ :  $\hat{y} = \hat{y} \cdot \check{\dot{u}}$  і, порівнюючи його з (3.33'), отримаємо кінцевий результат:

$$\hat{y} = (E + \hat{S})^{-1} \cdot (E - \hat{S}). \quad (3.35)$$

Звідси видно, що матриця  $\hat{y}$  існує лише для тих БП НВЧ, для яких матриця  $(E + \hat{S})$  не особлива (див. п. 3.2.5.3).

### 3.3.1.3 Вираження матриці $\hat{A}$ 4-полюсника через матрицю $\hat{S}$

Запишемо СЛАР (3.12) для МР другого порядку ( $N = 2$ ):

$$\begin{aligned} \dot{u}_{B1} &= \dot{S}_{11} \cdot \dot{u}_{I1} + \dot{S}_{12} \cdot \dot{u}_{I2}, \\ \dot{u}_{B2} &= \dot{S}_{21} \cdot \dot{u}_{I1} + \dot{S}_{22} \cdot \dot{u}_{I2}, \end{aligned} \quad (3.12')$$

та підставимо сюди (3.29) при  $N = 2$  (зразу опустимо множник  $1/2$ )

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 - \dot{i}_1 &= \dot{S}_{11} \cdot \left( \dot{u}_1 + \dot{i}_1 \right) + \dot{S}_{12} \cdot \left( \dot{u}_2 + \dot{i}_2 \right), \\ \dot{u}_2 - \dot{i}_2 &= \dot{S}_{21} \cdot \left( \dot{u}_1 + \dot{i}_1 \right) + \dot{S}_{22} \cdot \left( \dot{u}_2 + \dot{i}_2 \right). \end{aligned}$$

Як вимагає СЛАР (3.25) для матриці  $\hat{A}$ , згрупуємо зліва множники з  $\dot{u}_1$  та  $\dot{i}_1$ , а в правій частині – з  $\dot{u}_2, \dot{i}_2$  і отримаємо

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 \cdot \left( -\dot{S}_{11} \right) - \dot{i}_1 \cdot \left( +\dot{S}_{11} \right) &= \dot{S}_{12} \cdot \dot{u}_2 + \dot{S}_{12} \cdot \dot{i}_2, \\ -\dot{u}_1 \cdot \dot{S}_{21} - \dot{i}_1 \cdot \dot{S}_{21} &= \left( \dot{S}_{22} - 1 \right) \cdot \dot{u}_2 + \left( \dot{S}_{22} + 1 \right) \cdot \dot{i}_2. \end{aligned}$$

Вирішимо цю систему рівнянь відносно, наприклад, величини  $\dot{i}_1$ , тобто треба виключити  $\dot{i}_2$ . Для цього поділимо перше рівняння на  $(-\dot{S}_{11})$ , друге на  $\dot{S}_{21}$  і, додавши отримані рівняння, будемо мати:

$$\dot{i}_1 \cdot \left( \frac{-1 - \dot{S}_{11}}{1 - \dot{S}_{11}} - 1 \right) = \left( \frac{\dot{S}_{12}}{1 - \dot{S}_{11}} - \frac{1 - \dot{S}_{22}}{\dot{S}_{21}} \right) \cdot \dot{i}_2 - \left( \frac{-\dot{S}_{12}}{1 - \dot{S}_{11}} - \frac{1 + \dot{S}_{22}}{\dot{S}_{21}} \right) \cdot \dot{i}_2.$$

Приведемо це рівняння до виду  $\dot{i}_1 = \dot{c} \cdot \dot{i}_2 - \dot{d} \cdot \dot{i}_2$  і, після очевидних спрощень отримаємо:

$$\dot{i}_1 = \frac{1 + \dot{S}_{11}\dot{S}_{22} - \dot{S}_{12}\dot{S}_{21} - \dot{S}_{11} - \dot{S}_{22}}{2 \cdot \dot{S}_{21}} \dot{i}_2 - \frac{1 - \dot{S}_{11}\dot{S}_{22} + \dot{S}_{12}\dot{S}_{21} - \dot{S}_{11} + \dot{S}_{22}}{2 \cdot \dot{S}_{21}} \dot{i}_2.$$

З останнього виразу зразу ж отримаємо:

$$\dot{c} = \frac{1 + \dot{\Delta}_S - \dot{S}_{11} - \dot{S}_{22}}{2 \cdot \dot{S}_{21}}; \quad \dot{d} = \frac{1 - \dot{\Delta}_S - \dot{S}_{11} + \dot{S}_{22}}{2 \cdot \dot{S}_{21}}, \quad (3.36')$$

де  $\dot{\Delta}_S = \dot{S}_{11} \cdot \dot{S}_{22} - \dot{S}_{12} \cdot \dot{S}_{21}$  – визначник матриці  $\hat{S}$  другого порядку.

Аналогічно для елементів  $\dot{a}$  та  $\dot{b}$  неважко отримати:

$$\dot{a} = \frac{1 - \dot{\Delta}_S + \dot{S}_{11} - \dot{S}_{22}}{2 \cdot \dot{S}_{21}}; \quad \dot{b} = \frac{\dot{D}_S}{2 \cdot \dot{S}_{21}} \quad (3.36'')$$

де  $\dot{D}_S = 1 + \dot{\Delta}_S + \dot{S}_{11} \cdot \dot{S}_{22}$ .

### 3.3.1.4 Вираження матриці $\hat{T}$ 4-полюсника через матрицю $\hat{S}$

Зв'язок між елементом  $\dot{t}_{11}$  матриці  $\hat{T}$  та елементом  $\dot{S}_{21}$  матриці  $\hat{S}$  уже знайдено в п.3.2.6.2.

$$\dot{t}_{11} = 1/\dot{S}_{21}. \quad (3.37)$$

Підставимо (3.37) в перше рівняння СЛАР (3.27)

$$\dot{u}_{II} = \left( \dot{S}_{21} \right) \cdot \dot{u}_{B2} + \dot{t}_{12} \cdot \dot{u}_{II2},$$

а в це рівняння підставимо величину  $\dot{u}_{B2}$  з другого рівняння СЛАР (3.10) при  $N = 2$  і отримаємо:

$$\dot{u}_{II} = \left( \dot{S}_{21} \right) \cdot \left( \dot{S}_{21} \cdot \dot{u}_{II} + \dot{S}_{22} \cdot \dot{u}_{II2} \right) + \dot{t}_{12} \cdot \dot{u}_{II2},$$

звідки після очевидних спрощень зразу ж знайдемо:

$$\dot{t}_{12} = -\dot{S}_{22} / \dot{S}_{21}. \quad (3.37')$$

Аналогічно для  $\dot{t}_{21}$  та  $\dot{t}_{22}$  знайдемо:

$$\dot{t}_{21} = \dot{S}_{11} / \dot{S}_{21}; \quad \dot{t}_{22} = -\dot{\Delta}_S / \dot{S}_{21}, \quad (3.37'')$$

де  $\dot{\Delta}_S = \dot{S}_{11} \cdot \dot{S}_{22} - \dot{S}_{12} \cdot \dot{S}_{21}$  – визначник матриці  $\hat{S}$  другого порядку.

### 3.3.2 Вираження матриці $\hat{S}$ через матриці $\hat{z}$ , $\hat{y}$ , $\hat{A}$ , $\hat{T}$

#### 3.3.2.1 Вираження матриці $\hat{S}$ через матрицю $\hat{z}$

Запишемо вираз (3.19) для матриці  $\hat{z}$ :  $\hat{y} = \hat{z} \cdot \hat{i}$  і підставимо сюди стовпці  $\hat{y}$  та  $\hat{i}$  з (3.28)

$$\hat{y}_{II} + \hat{y}_B = \hat{z} \cdot \left( \hat{y}_{II} - \hat{y}_B \right) = \hat{z} \cdot \hat{y}_{II} - \hat{z} \cdot \hat{y}_B.$$

Знесемо в ліву частину члени з  $\hat{y}_B$ , а в праву – з  $\hat{y}_{II}$  і, з урахуванням властивості (3.30), отримаємо:

$$E \cdot \hat{y}_B + \hat{z} \cdot \hat{y}_B = \hat{z} \cdot \hat{y}_{II} - E \cdot \hat{y}_{II} \rightarrow \left( E + \hat{z} \right) \cdot \hat{y}_B = \left( \hat{z} - E \right) \cdot \hat{y}_{II}.$$

Припустимо, що існує матриця  $\left( E + \hat{z} \right)^{-1}$ , домножимо останнє рівняння зліва на цю матрицю і отримаємо:

$$\left(E + \hat{z}\right)^{-1} \left(E + \hat{z}\right) \cdot \check{u}_B = \left(E + \hat{z}\right)^{-1} \left(\hat{z} - E\right) \cdot \check{u}_\Pi.$$

Добуток  $\left(E + \hat{z}\right)^{-1} \left(E + \hat{z}\right) = E$ , а  $E \cdot \check{u}_B = \check{u}_B$ , а тому

$$\check{u}_B = \left(E + \hat{z}\right)^{-1} \left(\hat{z} - E\right) \cdot \check{u}_\Pi;$$

порівнюючи цей вираз з СЛАР (3.12), яка визначає МР  $\check{u}_B = \hat{S} \cdot \check{u}_\Pi$ , приходимо до висновку, що

$$\hat{S} = \left(E + \hat{z}\right)^{-1} \left(\hat{z} - E\right). \quad (3.38)$$

### 3.3.2.2 Вираження матриці $\hat{S}$ через матрицю $\hat{y}$

Запишемо вираз (3.22) для матриці  $\hat{y}$ :  $\check{i} = \hat{y} \cdot \check{u}$  і підставимо сюди стовпці  $\check{u}$  та  $\check{i}$  з (3.28)

$$\check{u}_\Pi - \check{u}_B = \hat{y} \cdot \left(\check{u}_\Pi + \check{u}_B\right) = \hat{y} \cdot \check{u}_\Pi + \hat{y} \cdot \check{u}_B.$$

Перегрупувавши, як і в попередньому випадку, отримаємо

$$-E \cdot \check{u}_B - \hat{y} \cdot \check{u}_B = \hat{y} \cdot \check{u}_\Pi - E \cdot \check{u}_\Pi \rightarrow \left(E + \hat{y}\right) \cdot \check{u}_B = \left(E - \hat{y}\right) \cdot \check{u}_\Pi.$$

Припустивши, що існує матриця  $\left(E + \hat{y}\right)^{-1}$  і, домноживши на неї зліва останнє рівняння, отримаємо:

$$\left(E + \hat{y}\right)^{-1} \left(E + \hat{y}\right) \cdot \check{u}_B = \left(E + \hat{y}\right)^{-1} \left(E - \hat{y}\right) \cdot \check{u}_\Pi \rightarrow$$

$$\dot{\hat{y}}_B = \left( E + \hat{y} \right)^{-1} \left( E - \hat{y} \right) \cdot \dot{\hat{y}}_{II}.$$

Порівнявши цей вираз з СЛАР для МР:  $\dot{\hat{y}}_B = \hat{S} \cdot \dot{\hat{y}}_{II}$ , знайдемо:

$$\hat{S} = \left( E + \hat{y} \right)^{-1} \left( E - \hat{y} \right). \quad (3.39)$$

### 3.3.2.3 Вираження матриці $\hat{S}$ для 4-полосника через матрицю $\hat{A}$

В СЛАР (3.25) підставимо (3.28) для  $N = 2$  та приведемо подібні члени

$$\begin{aligned} \dot{u}_{II1} + \dot{u}_{B1} &= \dot{a} \dot{u}_{II2} + \dot{b} \dot{u}_{B2} \Rightarrow \dot{a} \dot{u}_{II2} + \dot{b} \dot{u}_{B2}, \quad a) \\ \dot{u}_{II1} - \dot{u}_{B1} &= \dot{c} \dot{u}_{II2} + \dot{d} \dot{u}_{B2} \Rightarrow \dot{c} \dot{u}_{II2} + \dot{d} \dot{u}_{B2}. \quad б) \end{aligned} \quad (3.40)$$

Додамо та віднімемо (3.40, а) та (3.40, б) і одержимо:

$$\begin{aligned} \dot{u}_{II1} &= \frac{\dot{a} - \dot{b} + \dot{c} - \dot{d}}{2} \cdot \dot{u}_{II2} + \frac{\dot{a} + \dot{b} + \dot{c} + \dot{d}}{2} \cdot \dot{u}_{B2}, \quad a) \\ \dot{u}_{B1} &= \frac{\dot{a} - \dot{b} - \dot{c} + \dot{d}}{2} \cdot \dot{u}_{II2} + \frac{\dot{a} + \dot{b} - \dot{c} - \dot{d}}{2} \cdot \dot{u}_{B2}. \quad б) \end{aligned} \quad (3.41)$$

Підставивши в (3.41) значення  $\dot{u}_{II2} = 0$ , для  $\dot{S}_{11}$  знайдемо:

$$\dot{S}_{11} = \frac{\dot{u}_{B1}}{\dot{u}_{II1}} \Big|_{\dot{u}_{II2}=0} = \frac{\dot{a} + \dot{b} - \dot{c} - \dot{d}}{\dot{a} + \dot{b} + \dot{c} + \dot{d}}. \quad (3.42)$$

З (3.41, а) при  $\dot{u}_{II2} = 0$  знайдемо  $\dot{u}_{B2} \Big|_{\dot{u}_{II2}=0} = \frac{2 \cdot \dot{u}_{II1}}{\dot{a} + \dot{b} + \dot{c} + \dot{d}}$  і, з

врахуванням цього, значення  $\dot{S}_{21}$ :

$$\dot{S}_{21} = \frac{\dot{u}_{B2}}{\dot{u}_{II1}} \Big|_{\dot{u}_{II2}=0} = \frac{2}{\dot{a} + \dot{b} + \dot{c} + \dot{d}}. \quad (3.42')$$

З (3.41a) при  $\dot{u}_{I1} = 0$  зразу отримаємо вираз для  $\dot{S}_{22}$ :

$$\dot{S}_{22} = \left. \frac{\dot{u}_{B2}}{\dot{u}_{II2}} \right|_{\dot{u}_{I1}=0} = \frac{-\dot{a} - \dot{d} + \dot{c}}{\dot{a} + \dot{b} + \dot{c} + \dot{d}}. \quad (3.42'')$$

З (3.41, a) при  $\dot{u}_{I1} = 0$  знайдемо  $\dot{u}_{II2} \Big|_{\dot{u}_{I1}=0} = -\frac{\dot{a} + \dot{b} + \dot{c} + \dot{d}}{\dot{a} - \dot{b} + \dot{c} - \dot{d}} \cdot \dot{u}_{B2}$  і, з урахуванням цього, вираз для  $\dot{S}_{12}$

$$\dot{S}_{12} = \left. \frac{\dot{u}_{B1}}{\dot{u}_{II2}} \right|_{\dot{u}_{I1}=0} = \frac{\dot{a} - \dot{b} - \dot{c} + \dot{d}}{2} + \frac{\dot{a} + \dot{b} - \dot{c} - \dot{d}}{2} \cdot \left( \frac{\dot{a} + \dot{b} + \dot{c} + \dot{d}}{\dot{a} - \dot{b} + \dot{c} - \dot{d}} \right).$$

Цей вираз після приведення подібних членів прийме вигляд:

$$\dot{S}_{12} = \frac{2 \cdot \dot{d} - \dot{b} \cdot \dot{c}}{\dot{a} + \dot{b} + \dot{c} + \dot{d}}. \quad (3.42''')$$

### 3.3.2.4 Вираження матриці $\hat{S}$ для 4-полюсника через матрицю $\hat{T}$

Зв'язок елементу  $\dot{S}_{21}$  з елементом  $\dot{t}_{11}$  вже виявили в п.3.2.6.2

$$\dot{S}_{21} = 1/\dot{t}_{11}. \quad (3.43)$$

Підставимо (3.43) в друге рівняння СЛАР (3.10)

$$\dot{u}_{B2} = \dot{t}_{11} \cdot \dot{u}_{I1} + \dot{S}_{22} \cdot \dot{u}_{II2},$$

а в це рівняння підставимо рівняння для  $\dot{u}_{I1}$  з СЛАР (3.27)

$$\dot{u}_{B2} = \dot{t}_{11} \cdot \dot{u}_{B2} + \dot{t}_{12} \cdot \dot{u}_{II1} + \dot{S}_{22} \cdot \dot{u}_{II2}.$$

Звідси зразу знаходимо:

$$\dot{S}_{21} = -\dot{t}_{12}/\dot{t}_{11}. \quad (3.43')$$

Аналогічно неважко знайти й решту елементів

$$\dot{S}_{11} = \dot{i}_{21}/i_{11}; \quad \dot{S}_{21} = \dot{\Delta}_r/i_{11}; \quad (3.43'')$$

де  $\dot{\Delta}_r = \dot{i}_{11} \cdot \dot{i}_{22} - \dot{i}_{12} \cdot \dot{i}_{21}$  – визначник матриці  $\hat{T}$  другого порядку.

### 3.3.3 Деякі суттєві зауваження до п. 3.3

#### 3.3.3.1 До формул зв'язку (3.34), (3.35), (3.38), (3.39)

Доведемо, що в формулах зв'язку матричні множники можна комутувати (в загальному випадку операція добутку матриць некомутативна). Візьмемо, наприклад, співвідношення (3.34), в якому

матричний множник  $\left(E + \hat{S}\right)$  запишемо у вигляді

$\left(E + \hat{S}\right) = \left(2 \cdot E - E + \hat{S}\right)$ , тоді (врахуємо, що  $\hat{Q} \cdot E = E \cdot \hat{Q}$ ,  $\hat{Q}$  – квадратна матриця)

$$\begin{aligned} \hat{z} &= \left(E - \hat{S}\right)^{-1} \left(2E - E + \hat{S}\right) = \left(E - \hat{S}\right)^{-1} 2E - \left(E - \hat{S}\right)^{-1} E + \left(E - \hat{S}\right)^{-1} \hat{S} = \\ &= 2 \cdot E \cdot \left(E - \hat{S}\right)^{-1} + \left(E - \hat{S}\right)^{-1} \cdot \left(E - \hat{S}\right). \end{aligned}$$

Згадаємо властивість квадратних матриць  $\hat{Q} \cdot \hat{Q}^{-1} = \hat{Q}^{-1} \cdot \hat{Q} = E$  і, з урахуванням цього, запишемо

$$\hat{z} = 2 \cdot E \cdot \left(E - \hat{S}\right)^{-1} + \left(E - \hat{S}\right) \cdot \left(E - \hat{S}\right)^{-1}.$$

Винесемо вправо матричний множник  $\left(E - \hat{S}\right)^{-1}$  і отримаємо

$$\hat{z} = \left(2 \cdot E - E + \hat{S}\right) \cdot \left(E - \hat{S}\right)^{-1} = \left(E + \hat{S}\right) \cdot \left(E - \hat{S}\right)^{-1},$$

що і треба було довести.

Можливість зміни порядку множників в формулах зв'язку між матрицями дозволяє спростити багато-які викладки при розрахунках параметрів НВЧ пристроїв.

### 3.3.3.2 Вплив порядку нумерації входів на матриці БП НВЧ

Будь-яка матриця БП НВЧ має зміст тільки при тій нумерації входів при якій вона визначена. При зміні нумерації входів ми отримуємо іншу матрицю в тому розумінні, що зміниться місцезнаходження елементів в матриці, але їх чисельні значення, природньо, не зміняться. Для отримання відповідних розрахункових співвідношень побудуємо квадратну матрицю перенумерації  $\hat{N}$  порядку  $n$  по наступному алгоритму (для  $2 \cdot n$  – полюсника):

– в кожний рядок матриці  $\hat{N}$  запишемо  $n-1$  нулів і одну одиницю в ту позицію, номер якої відповідає новому номеру входу, старий номер якого дорівнює номеру цього рядка.

Приклад: 20-полюсник ( $n = 10$ ), вхід 3 став 7, тоді третій рядок матриці  $\hat{N}$  буде мати вигляд  $(0,0,0,0,0,0,1,0,0,0)$ .

Ця матриця є ортогональною, тобто:

$$\hat{N}^{-1} = \hat{N}^T; \quad \hat{N}^T \cdot \hat{N} = \hat{N} \cdot \hat{N}^T = E.$$

Хай  $\check{u}'_{\Pi}$ ,  $\check{u}'_B$  – вектори розподілів напруг при старій нумерації,  $\check{u}'_{\Pi}$ ,  $\check{u}'_B$  – при новій нумерації, тоді:

$$\check{u}'_{\Pi} = \hat{N} \cdot \check{u}'_{\Pi}; \quad \check{u}'_B = \hat{N} \cdot \check{u}'_B.$$

Підставимо ці стовпці в СЛАР для МР  $\check{u}'_B = \hat{S} \cdot \check{u}'_{\Pi}$

$$\hat{N} \cdot \check{u}'_B = \hat{S} \cdot \hat{N} \cdot \check{u}'_{\Pi}.$$

Домножимо зліва на  $\hat{N}^{-1} = \hat{N}^T$  і отримаємо:

$$\hat{N}^T \cdot \hat{N} \cdot \check{u}'_B = \hat{N}^T \cdot \hat{S} \cdot \hat{N} \cdot \check{u}'_{\Pi} \rightarrow \check{u}'_B = \hat{N}^T \cdot \hat{S} \cdot \hat{N} \cdot \check{u}'_{\Pi},$$

а звідси отримаємо МР  $\hat{S}_N$  при новій нумерації:

$$\hat{S}_N = \hat{N}^T \cdot \hat{S} \cdot \hat{N}. \quad (3.44)$$

Вираз (3.44) є частковим випадком перетворення подібності, яке відоме з математики.

Аналогічно можна отримати вирази в термінах  $\hat{z}$  - та  $\hat{y}$  - матриць:

$$\hat{z}_N = \hat{N}^T \cdot \hat{z} \cdot \hat{N}; \quad \hat{y}_N = \hat{N}^T \cdot \hat{y} \cdot \hat{N}. \quad (3.45)$$

За допомогою виразів (3.44), (3.45) вдається привести матриці параметрів до деякої стандартної форми, яка є загальноприйнятою для БП НВЧ того чи іншого виду.

### 3.3.3.3 Таблиця співвідношень між матрицями $\hat{S}$ , $\hat{y}$ , $\hat{A}$ , $\hat{T}$ для 4-поліосників

В теорії НВЧ ланцюгів (кіл) 4-поліосники НВЧ займають особливе місце. Як буде показано далі, до аналізу адних з'єднань 4-поліосників можна звести значну кількість задач аналізу складних пристроїв НВЧ.

Для довідки в табл. 3.1 узагальнені всі формули зв'язку між матрицями  $\hat{S}$ ,  $\hat{y}$ ,  $\hat{A}$ ,  $\hat{T}$  для 4-поліосників.

## 3.4 Ідеальні та реальні вузли НВЧ, БП НВЧ та їх матриці

До цих пір ми в усіх випадках нехтували такими факторами, як наявність неминучих втрат в ЛП, як створення хвиль вищого типу в неоднорідностях ЛП і т. і. Така ідеалізація дозволяла зосередити головну увагу на принципових моментах і не відволікати її на врахування менш важливих (на цей час) факторів. Тепер розглянемо взаємозв'язок між ідеальним та реальним підходами.

Таблиця 3.1 – Формули зв'язку між матрицями 4-полюсників НВЧ

	$\hat{S}$	$\hat{A}$
$\hat{S}$	$\begin{bmatrix} \dot{u}_{e1} \\ \dot{u}_{e2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{S}_{11} & \dot{S}_{12} \\ \dot{S}_{21} & \dot{S}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{u}_{n1} \\ \dot{u}_{n2} \end{bmatrix}$ $\dot{\Delta}_s = \dot{S}_{11} \cdot \dot{S}_{22} - \dot{S}_{21} \cdot \dot{S}_{12}$ $\dot{D}_s = 1 + \dot{S}_{11} + \dot{S}_{22} + \Delta S$	$\begin{bmatrix} \frac{\dot{a} - \dot{d} + \dot{b} - \dot{c}}{\dot{D}_A} & \frac{2\dot{\Delta}_A}{\dot{D}_A} \\ \frac{2}{\dot{D}_A} & \frac{-\dot{a} + \dot{b} - \dot{c} + \dot{d}}{\dot{D}_A} \end{bmatrix}$
$\hat{A}$	$\begin{bmatrix} \frac{1 + \dot{S}_{11}\dot{S}_{21} - \dot{\Delta}_s}{2\dot{S}_{21}} & \frac{\dot{D}_s}{2\dot{S}_{21}} \\ \frac{1 - \dot{S}_{11} - \dot{S}_{22} + \dot{\Delta}_s}{2\dot{S}_{21}} & \frac{1 - \dot{S}_{11} + \dot{S}_{22} - \dot{\Delta}_s}{2\dot{S}_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{i}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{a} & \dot{b} \\ \dot{c} & \dot{d} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{u}_2 \\ -\dot{i}_2 \end{bmatrix}$ $\dot{\Delta}_A = \dot{a} \cdot \dot{d} - \dot{b} \cdot \dot{c}$ $\dot{D}_A = \dot{a} + \dot{d} + \dot{b} + \dot{c}$
$\hat{T}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{\dot{S}_{21}} & -\frac{\dot{S}_{22}}{\dot{S}_{21}} \\ \frac{\dot{S}_{11}}{\dot{S}_{21}} & -\frac{\dot{\Delta}_s}{\dot{S}_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{\dot{D}_A}{2} & \frac{\dot{a} - \dot{b} + \dot{c} - \dot{d}}{2} \\ \frac{\dot{a} - \dot{d} + \dot{b} - \dot{c}}{2} & \frac{\dot{a} - \dot{b} - \dot{c} + \dot{d}}{2} \end{bmatrix}$
$\hat{y}$	$\begin{bmatrix} \frac{1 - \dot{S}_{11}\dot{S}_{22} - \dot{\Delta}_s}{\dot{D}_s} & -\frac{\dot{S}_{12}}{\dot{D}_s} \\ -\frac{\dot{S}_{21}}{\dot{D}_s} & \frac{1 + \dot{S}_{11} - \dot{S}_{22} - \dot{\Delta}_s}{\dot{D}_s} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{\dot{d}}{\dot{b}} & -\frac{\dot{\Delta}_A}{\dot{b}} \\ -\frac{1}{\dot{b}} & \frac{\dot{a}}{\dot{b}} \end{bmatrix}$

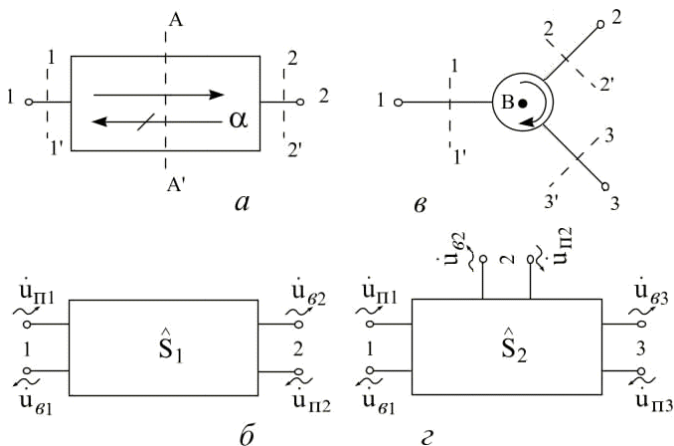
Продовження таблиці 3.1

	$\hat{T}$	$\hat{y}$
$\hat{S}$	$\begin{bmatrix} \frac{\dot{t}_{21}}{\dot{t}_{11}} & \frac{\dot{\Delta}_T}{\dot{t}_{11}} \\ \frac{1}{\dot{t}_{11}} & \frac{-\dot{t}_{12}}{\dot{t}_{11}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1 - \dot{y}_{11} + \dot{y}_{22} - \dot{\Delta}_y}{\dot{D}_y} & \frac{-2\dot{y}_{12}}{\dot{D}_y} \\ \frac{-2\dot{y}_{21}}{\dot{D}_y} & \frac{1 + \dot{y}_{11} - \dot{y}_{22} - \dot{\Delta}_y}{\dot{D}_y} \end{bmatrix}$
$\hat{A}$	$\begin{bmatrix} \frac{\dot{t}_{11} + \dot{t}_{22} + \dot{t}_{12} + \dot{t}_{21}}{2} & \frac{\dot{D}_T}{2} \\ \frac{\dot{t}_{11} - \dot{t}_{22} + \dot{t}_{12} - \dot{t}_{21}}{2} & \frac{\dot{t}_{11} + \dot{t}_{22} - \dot{t}_{12} - \dot{t}_{21}}{2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{-\dot{y}_{22}}{\dot{y}_{21}} & \frac{-1}{\dot{y}_{21}} \\ \frac{-\dot{\Delta}_y}{\dot{y}_{21}} & \frac{-\dot{y}_{11}}{\dot{y}_{21}} \end{bmatrix}$
$\hat{T}$	$\begin{bmatrix} \dot{u}_{e1} \\ \dot{u}_{e2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{t}_{11} & \dot{t}_{12} \\ \dot{t}_{21} & \dot{t}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{u}_{e1} \\ \dot{u}_{e2} \end{bmatrix}$ $\dot{\Delta}_T = \dot{t}_{11} \cdot \dot{t}_{22} - \dot{t}_{21} \cdot \dot{t}_{12}$ $\dot{D}_T = \dot{t}_{11} - \dot{t}_{22} - \dot{t}_{12} + \dot{t}_{21}$	$\begin{bmatrix} \frac{-\dot{D}_y}{2\dot{y}_{21}} & \frac{1 + \dot{y}_{11} - \dot{y}_{22} - \dot{\Delta}_y}{2\dot{y}_{21}} \\ \frac{-1 + \dot{y}_{11} - \dot{y}_{22} + \dot{\Delta}_y}{2\dot{y}_{21}} & \frac{1 - \dot{y}_{11} - \dot{y}_{22} + \dot{\Delta}_y}{2\dot{y}_{21}} \end{bmatrix}$
$\hat{y}$	$\begin{bmatrix} \frac{\dot{t}_{11} + \dot{t}_{22} - \dot{t}_{12} - \dot{t}_{21}}{\dot{D}_T} & \frac{-2\dot{\Delta}_T}{\dot{D}_T} \\ \frac{-2}{\dot{D}_T} & \frac{\dot{t}_{11} + \dot{t}_{22} + \dot{t}_{12} + \dot{t}_{21}}{\dot{D}_T} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{y}_{11} & \dot{y}_{12} \\ \dot{y}_{21} & \dot{y}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{bmatrix}$ $\dot{\Delta}_y = \dot{y}_{11} \cdot \dot{y}_{22} - \dot{y}_{21} \cdot \dot{y}_{12}$ $\dot{D}_y = 1 + \dot{y}_{11} + \dot{y}_{22} + \dot{\Delta}_y$

### 3.4.1 Ідеальний вузол НВЧ та його матриця параметрів

Ідеальний вузол НВЧ говорить сам за себе – він повинен ідеально виконувати свої функції в тракці НВЧ, а відповідна йому модель у вигляді БП НВЧ (який описується тією чи іншою матрицею параметрів) повинна адекватно описувати ці функції, тобто також в ідеальному варіанті. Таким чином приходимо до висновку, що елементи ідеальної матриці параметрів ( $\hat{S}$ ,  $\hat{z}$ ,  $\hat{y} \dots$ ) визначаються не шляхом аналізу внутрішньої структури конкретного вузла НВЧ, а просто відбивають і фіксують бажану поведінку (параметри) відповідного БП НВЧ, виходячи з тих задач, які цей вузол вирішує в тракці радіосистеми. За допомогою ідеальних матриць зручно формулювати вимоги до вузла НВЧ, виходячи з його ідеалізованої поведінки в тракці НВЧ.

Розглянемо це питання на прикладах вентиля (рис. 3.8, а, б) та циркулятора (рис. 3.8, в, з).



а – вентиль; б – відповідний йому 4-полюсник з МР  $\hat{S}_1$ ;

в – циркулятор; з – відповідний йому 6-полюсник з МР  $\hat{S}_2$ ;

Рисунок 3.8 – До визначення ідеальних та реальних матриць БП НВЧ

Ідеальний вентиль повинен передавати енергію НВЧ коливань без затухання тільки в одному напрямку – зі входу 1 на вхід 2, (тобто  $\alpha_{21} \rightarrow 0$ , а коефіцієнт передавання  $\hat{S}_{21}=1$ ); для протилежного напрямку передавання енергії затухання повинне бути нескінченно великим, тобто  $\alpha_{12} \rightarrow \infty$ , а  $\hat{S}_{12}=0$ . (Тут  $\alpha_{ij}$  – робоче затухання при передачі потужності ЕМХ з входу номер  $j$  на вхід номер  $i$ . Якщо не враховувати фазові набіги на довжині вентиля, тобто якщо координати ПВФ (РП) співпадають з площиною симетрії AA', то такому ідеалізованому вентилю буде відповідати 4-полюсник, описаний ідеальною МР  $\hat{S}_1$  наступного виду

$$\hat{S}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.46)$$

Проаналізуємо другий стовпець матриці  $\hat{S}_1$ , якому фізично відповідає живлення зі входу 2, тобто  $u_{m2} \neq 0$  (а тоді  $u_{m1} = 0$ ). Робоче затухання  $\alpha_{12}$  може бути нескінченно великим з двох причин:

- повне відбиття ЕМХ від входу 2;
- повне затухання ЕМХ при проходженні її в напрямку від входу 2 до входу 1 при виконанні умови узгодженості входу 2.

Оскільки з (3.46) виходить, що  $\hat{S}_{22}=0$ , тобто вхід 2 є ідеально узгодженим, то приходимо до висновку, що при передачі зі входу 2 на вхід 1 ідеальний вентиль повинен перетворювати енергію ЕМХ в другий вид енергії, наприклад, у теплову, яка розсіюється в оточуючому просторі, або, іншими словами, вентиль в цьому напрямі повинен мати дисипативні властивості. До цього питання ми ще повернемося при розгляданні властивостей взаємних недисипативних БП НВЧ.

Ідеальний циркулятор повинен передавати енергію НВЧ коливань тільки в напрямку стрілки, тобто зі входу 1 тільки на вхід 2 ( $S_{21}=1$ ), зі входу 2 тільки на вхід 3 ( $S_{32}=1$ ), а зі входу 3 тільки на вхід 1 ( $S_{13}=1$ ). Якщо не враховувати фазові набіги на довжині циркулятора, тобто відраховувати фази відносно точки В центральної симетрії (сумістити координати ПВФ всіх трьох плечей з точкою В

– так ми вже робили в п. 3.2.3.4 при визначенні МР розгалуження), то такому ідеалізованому циркулятору буде відповідати 6-полюсник з МР  $\hat{S}_2$  наступного виду

$$\hat{S}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.47)$$

Звичайно в реальних НВЧ пристроях дають про себе знати і втрати в ЛП (магнітодіелектричному заповненні) і ефекти створення реактивних хвиль вищого типу на неоднорідностях та розгалуженнях ЛП, і фазові набіги на відрізках ЛП кінцевої довжини і т. і. Всі ці ефекти (або хоча б найдієвіші та найзначніші з них) позначаються на роботі реальних пристроїв НВЧ та повинні враховуватися при розрахунках реальних матриць параметрів.

### 3.4.2 Реальний вузол НВЧ та його матриця параметрів

Реальний вузол НВЧ – це конкретний пристрій зі своєю внутрішньою структурою та попередньо визначеними координатами ПВФ (наприклад, для вентиля це площини 1-1' та 2-2' – рис. 3.8, *a* і аналогічно для циркулятору).

Реальна матриця параметрів ( $\hat{S}, \hat{z}, \hat{y} \dots$ ) – відбиває та фіксує результати дослідження та розрахунку (з урахуванням внутрішньої структури вузла), або експерименту. Розглянемо поступовий перехід від ідеалізованих об'єктів та їх матриць параметрів до реальних.

Наприклад, якщо врахувати в вентилі (рис. 3.8, *a*) тільки фазовий набіг від ПВФ 1-1' до ПВФ 2-2' (позначимо його  $\varphi'_{21}(\omega)$ ) та додатковий фазовий набіг  $\varphi'_{21}(\omega)$  за рахунок процесів в магнітодіелектричному заповненні, то МР буде мати вигляд

$$\hat{S}' = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 \cdot e^{-j\varphi'_{21}(\omega)} & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.46')$$

і аналогічно для циркуляру

$$\hat{S}2' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \exp\left\langle j\varphi_{13\Sigma} \right\rangle \\ \exp\left\langle j\varphi_{21\Sigma} \right\rangle & 0 & 0 \\ 0 & \exp\left\langle j\varphi_{32\Sigma} \right\rangle & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.47')$$

де  $\varphi_{13\Sigma}(\omega)$ ,  $\varphi_{21\Sigma}(\omega)$ ,  $\varphi_{32\Sigma}(\omega)$  – сумарні фазові набіги між відповідними плечами циркуляру.

Зауважимо, що матриці  $\hat{S}1'$  (3.46') та  $\hat{S}2'$  (3.47') визначені відносно відповідних ПВФ. Далі треба врахувати частотно залежні втрати, порушення узгодженості, трансформацію хвиль (по модулю та фазі) на неоднорідностях і т. і. В результаті елементи реальної матриці відповідного БП НВЧ будуть комплекснозначними функціями частоти, наприклад для вентиля в загальному вигляді буде:

$$\hat{S}1_{3A\Gamma} = \begin{bmatrix} |\dot{S}_{11} \rangle \cdot \exp\left\langle j\varphi_{11} \right\rangle & |\dot{S}_{12} \rangle \cdot \exp\left\langle j\varphi_{12} \right\rangle \\ |\dot{S}_{21} \rangle \cdot \exp\left\langle j\varphi_{21} \right\rangle & |\dot{S}_{22} \rangle \cdot \exp\left\langle j\varphi_{22} \right\rangle \end{bmatrix}.$$

### 3.5 Ненормовані матриці параметрів БП НВЧ

Ненормовані матриці параметрів мають обмежене поширення в техніці НВЧ і використовуються здебільш при дослідженні НВЧ пристроїв з хвилею TEM. Для кожної такої  $k$ -тої вхідної ЛП співвідношення нормування для напруг та струму має вигляд (див. також 3.15):

$$\dot{u}_k = \dot{U}_k / \sqrt{Z_{Xk}}; \quad \dot{i}_k = \dot{I}_k \cdot \sqrt{Z_{Xk}}, \quad (3.48)$$

де  $\dot{u}_k$ ,  $\dot{i}_k$  – нормовані повні напруга та струм розмірністю  $\sqrt{\text{ВТ}}$  відповідно;

$\dot{U}_k$ ,  $\dot{I}_k$  – ненормовані повні напруга та струм розмірністю В та А, відповідно;

$Z_{Xk}$  – ненормований хвильовий опір  $k$ -ої ЛП, Ом.

Спочатку розглянемо загальний підхід до нормування (на прикладах матриць  $\hat{z}$  та  $\hat{y}$  для  $2N$ -полюсників), а потім – на більш простих прикладах 4-полюсників (для матриць  $\hat{A}$ ,  $\hat{T}$ ,  $\hat{S}$ ).

Всій сукупності вхідних ЛП будуть відповідати аналогічні (3.48) матричні співвідношення

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \\ \vdots \\ \dot{i}_N \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Z_{X1}^{-1/2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Z_{X2}^{-1/2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Z_{XN}^{-1/2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \vdots \\ \dot{U}_N \end{bmatrix}; \\ \begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \\ \vdots \\ \dot{i}_N \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Z_{X1}^{1/2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Z_{X2}^{1/2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Z_{XN}^{1/2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \vdots \\ \dot{I}_N \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.49)$$

або в матричній формі

$$\check{u} = \hat{Z}_X^{-1/2} \cdot \check{U}; \quad \check{i} = \hat{Z}_X^{1/2} \cdot \check{I}. \quad (3.49')$$

Підставивши (3.49') в СЛАР (3.19) та вирішуючи матричну систему відносно стовпця  $\check{U}$ , отримаємо:

$$\check{U} = \hat{Z}_X^{1/2} \cdot \hat{z} \cdot \hat{Z}_X^{1/2} \cdot \check{I}, \text{ або } \check{U} = \hat{Z} \cdot \check{I}, \quad (3.50)$$

де  $\hat{Z}$  – ненормована МО для відповідного БП НВЧ, яка визначається з (3.50)

$$\hat{Z} = \hat{Z}_X^{1/2} \cdot \hat{z} \cdot \hat{Z}_X^{1/2}. \quad (3.51)$$

В (3.50), (3.51) матриця  $\hat{z}$  – це звичайна нормована МО.

Елементи ненормованої МО мають розмірність Ом і визначаються з (3.51)

$$Z_{nm} = z_{nm} \cdot \sqrt{Z_{Xn} \cdot Z_{Xm}}. \quad (3.52)$$

Аналогічно виводяться співвідношення між нормованою та ненормованою МП.

$$\check{I} = \hat{Y} \cdot \check{U}; \quad \hat{Y} = \hat{Z}_X^{-1/2} \cdot \hat{y} \cdot \hat{Z}_X^{-1/2}. \quad (3.53)$$

Причому елементи ненормованої МП мають розмірність См і визначаються

$$\dot{Y}_{mn} = \frac{\dot{y}_{mn}}{\sqrt{Z_{Xm} \cdot Z_{Xn}}}. \quad (3.54)$$

Приймаючи до уваги СЛАР (3.25) для матриці  $\hat{A}$  та співвідношення нормування (3.48), отримаємо СЛАР між ненормованими величинами для 4-полосника:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{U}_1}{\sqrt{Z_{X1}}} &= \left( \dot{A} \cdot \sqrt{\frac{Z_{X2}}{Z_{X1}}} \right) \cdot \frac{\dot{U}_2}{\sqrt{Z_{X2}}} - \left( \frac{\dot{B}}{\sqrt{Z_{X1} \cdot Z_{X2}}} \right) \cdot \sqrt{Z_{X2}} \cdot \dot{i}_2, \\ \dot{i}_1 \cdot \sqrt{Z_{X1}} &= \left( \dot{C} \cdot \sqrt{Z_{X1} \cdot Z_{X2}} \right) \cdot \frac{\dot{U}_2}{\sqrt{Z_{X2}}} - \left( \dot{D} \cdot \sqrt{\frac{Z_{X1}}{Z_{X2}}} \right) \cdot \sqrt{Z_{X2}} \cdot \dot{i}_2 \end{aligned}$$

тут  $\dot{A}$ ,  $\dot{B}$ ,  $\dot{C}$ ,  $\dot{D}$  – елементи ненормованої МПК.

Звідси зв'язок між нормованою та ненормованою МПК

$$\begin{bmatrix} \dot{A} & \dot{B} \\ \dot{C} & \dot{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{a} \cdot \sqrt{\frac{Z_{X1}}{Z_{X2}}} & \dot{b} \cdot \sqrt{Z_{X1} \cdot Z_{X2}} \\ \dot{c} & \dot{d} \cdot \sqrt{\frac{Z_{X2}}{Z_{X1}}} \end{bmatrix}. \quad (3.55)$$

Аналогічно прийемо умови нормування для падаючих та відбитих хвиль 4-полосника:

$$\begin{aligned} \dot{u}_{I1} &= \frac{\dot{U}_{I1}}{\sqrt{Z_{X1}}}; & \dot{u}_{B1} &= \frac{\dot{U}_{B1}}{\sqrt{Z_{X1}}}; \\ \dot{u}_{I2} &= \frac{\dot{U}_{I2}}{\sqrt{Z_{X2}}}; & \dot{u}_{B2} &= \frac{\dot{U}_{B2}}{\sqrt{Z_{X2}}}. \end{aligned} \quad (3.56)$$

Тоді для ненормованої МПХ 4-полосника будемо мати

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_{11} & \dot{T}_{12} \\ \dot{T}_{21} & \dot{T}_{22} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{Z_{X1}}{Z_{X2}}} \cdot \begin{bmatrix} \dot{t}_{11} & \dot{t}_{12} \\ \dot{t}_{21} & \dot{t}_{22} \end{bmatrix}, \quad (3.57)$$

де  $\dot{T}_{ij}$  – елементи ненормованої МПХ,  $\dot{t}_{ij}$  – елементи нормованої МПХ.

Приймаючи до уваги СЛАР (3.10) для МР та поширюючи умови нормування напруг падаючих та відбитих хвиль (3.56) на  $N$  величин, знайдемо взаємозв'язок між елементом  $\dot{S}_{Hmn}$  ненормованої МР та елементом  $\dot{S}_{mn}$  нормованої МР для БП НВЧ:

$$\dot{S}_{Hmn} = \dot{S}_{mn} \cdot \sqrt{\frac{Z_{Xm}}{Z_{Xn}}}. \quad (3.58)$$

З (3.58) видно, що для головної діагоналі (коефіцієнти відбиття) значення елементів нормованих та ненормованих матриць співпадають.

## 4 ЗАГАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ БП НВЧ ТА ЇХ МАТРИЦЬ ПАРАМЕТРІВ

При дослідженні та розрахунках НВЧ вузлів дуже важливе значення має апріорна інформація про властивості досліджуваних вузлів та обмеження на їх параметри. Ця інформація може бути отримана із аналізу фундаментальних властивостей БП НВЧ основних типів та витікаючі з цих властивостей взаємозв'язки між окремими параметрами. Фундаментальні властивості витікають з основних законів фізики. Відмітимо, що їх знання дозволяє також уникнути грубих помилок і при експериментальному дослідженні НВЧ пристроїв.

### 4.1 Вплив положення ПВФ на матриці параметрів БП НВЧ

До цих пір ми жорстко «прив'язували» будь-які матриці параметрів БП НВЧ до вибраних координат ПВФ. Представляє інтерес розглянути, як залежать значення елементів різних матриць від зміни координат ПВФ. Ця залежність буде різною для різних типів матриць параметрів.

#### 4.1.1 Вплив зміни координат ПВФ на МР

Розглянемо  $2N$ -поліосник НВЧ, у якого в підвідних ЛП зафіксовані координати ПВФ в площинах  $1-1'$ ,  $2-2'$ , ...,  $N-N'$  (рис. 4.1);

відносно цих координат хай буде визначена матриця  $\hat{S}$ .

Введемо відлік координати  $\ell$  в підвідних ЛП в напрямку від  $2N$ -поліосника і будемо нехтувати втратами в ЛП (тобто  $\gamma = j\beta$ ).

Хай в  $k$ -тій ЛП ПВФ змістилася в напрямку від площини  $k - k'$  на відстань  $\ell_k$  та зафіксована в площині  $a_k - a'_k$  - див. рис. 4.1. Тоді для падаючої та відбитої хвиль в  $K$ -тій ЛП можна записати

$$\dot{u}'_{Pk} = \dot{u}_{Pk} \cdot e^{+j\beta_k \ell_k}; \quad \dot{u}'_{Bk} = \dot{u}_{Bk} \cdot e^{-j\beta_k \ell_k},$$

де  $\dot{u}_{Pk}$ ,  $\dot{u}_{Bk}$  - нормовані напруги падаючої та відбитої хвиль, відповідно, відносно ПВФ  $k - k'$ ;

$\dot{u}'_{\Pi k}, \dot{u}'_{Bk}$  – нормовані напруги падаючої та відбитої хвиль, відповідно, відносно ПВФ  $a_k - a'_k$  (див. рис. 4.1), тобто при зміщенні ПВФ на відстань  $e_k$ .

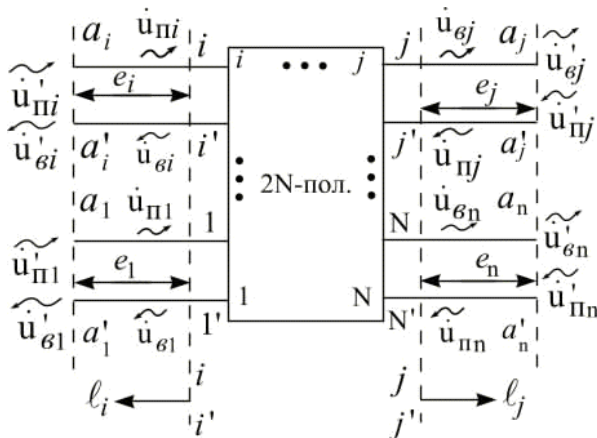


Рисунок 4.1 – До впливу положення ПВФ на МР БП НВЧ

Зміна розподілів падаючих та відбитих хвиль формально може бути описана діагональною матрицею  $\hat{L}$  зміщення у вигляді:

$$\hat{L} = \begin{bmatrix} \exp\left\langle j\beta_1 l_1 \right\rangle & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \exp\left\langle j\beta_2 l_2 \right\rangle & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \exp\left\langle j\beta_N l_N \right\rangle \end{bmatrix}. \quad (4.1)$$

Ця матриця враховує одночасно зміщення координат всіх ПВФ, так що можна ввести вектори нових розподілів напруг падаючих та відбитих хвиль:

$$\check{u}'_{\Pi} = \hat{L}^{-1} \cdot \check{u}_{\Pi}; \quad \check{u}'_{B} = \hat{L} \cdot \check{u}_{B}.$$

З цих виразів знайдемо вектори колишніх (без змін координат ПВФ) розподілів  $\check{y}_\Pi$ ,  $\check{y}_B$ . Для цього перший вираз помножимо зліва на матрицю  $\hat{L}$ , а другий – на матрицю  $\hat{L}^{-1}$ :

$$\hat{L} \cdot \check{y}'_\Pi = \hat{L} \cdot \hat{L}^{-1} \cdot \check{y}'_\Pi; \quad \hat{L}^{-1} \cdot \check{y}'_B = \hat{L}^{-1} \cdot \hat{L} \cdot \check{y}'_B.$$

Тут  $\hat{L} \cdot \hat{L}^{-1} = \hat{L}^{-1} \cdot \hat{L} = E$ , а в свою чергу  $E \cdot \check{y}'_\Pi = \check{y}'_\Pi$  та  $E \cdot \check{y}'_B = \check{y}'_B$  і тому отримаємо  $\check{y}'_\Pi = \hat{L} \cdot \check{y}'_\Pi$ ;  $\check{y}'_B = \hat{L}^{-1} \cdot \check{y}'_B$ .

Згадаємо СЛАР (3.12)  $\check{y}'_B = \hat{S} \cdot \check{y}'_\Pi$ , підставимо сюди отримані вектори і одержимо  $\hat{L}^{-1} \cdot \check{y}'_B = \hat{S} \cdot \hat{L} \cdot \check{y}'_\Pi$ .

Домножимо це рівняння зліва на матрицю  $\hat{L}$

$$\hat{L} \cdot \hat{L}^{-1} \cdot \check{y}'_B = \hat{L} \cdot \hat{S} \cdot \hat{L} \cdot \check{y}'_\Pi \rightarrow \check{y}'_B = \hat{L} \cdot \hat{S} \cdot \hat{L} \cdot \check{y}'_\Pi.$$

Порівнюючи останній вираз з СЛАР (3.12)  $\check{y}'_B = \hat{S} \cdot \check{y}'_\Pi$ , приходимо до висновку, що

$$\hat{S}_\Delta = \hat{L} \cdot \hat{S} \cdot \hat{L}, \quad (4.2)$$

де  $\hat{S}_\Delta$  матриця розсіювання БП НВЧ відповідно нової системи ПВФ.

Запишемо вираз (4.2) поелементно

$$\dot{S}_{\Delta mn} = \dot{S}_{mn} \cdot e^{-j\beta_m \ell_m} \cdot e^{-j\beta_n \ell_n}. \quad (4.2')$$

Звідси видно, що при зміщенні ПВФ в напрямку від БП НВЧ, в елементи МР вносяться **лише додатковий фазовий набіг**, який виникає з-за здовження шляху проходження е. м. х. (Якщо не нехтувати втратами в ЛП, то буде зменшуватися також і модуль відповідного елемента МР).

## 4.1.2 Вплив зміни координат ПВФ на МО, МП, МПК, МПХ

В термінах матриць  $\hat{z}$ ,  $\hat{y}$ ,  $\hat{A}$ ,  $\hat{T}$  ця задача вирішується набагато складніше, тому при розрахунках частіше всього вважають за краще спочатку перейти по формулам зв'язку до  $\hat{S}$ -матриці; визначити її зміну, а потім виконати зворотній перехід.

## 4.2 Властивість взаємності БП НВЧ

**Визначення:** Взаємний БП – такий, який задовільняє вимоги **теорема взаємності** відносно будь-яких двох входів при довільному встановленні режимів на решті входів.

Згадаємо **теорему взаємності** (оборотності) з дисципліни «Основи теорії кіл»: Якщо деяка ЕРС  $e$  в колі входу номер  $q$  деякого БП визиває в колі  $p$ -того к.з. входу електричний струм  $i$ , то при переміщенні джерела ЕРС  $e$  в коло входу  $p$ , в колі к. з. входу  $q$  з'явиться точно такий самий струм  $i$ .

### 4.2.1 Властивість взаємності в термінах матриць $\hat{y}$ та $\hat{z}$

Теорема взаємності еквівалентна правильності рівності

$$\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}, \quad (4.3)$$

де  $\dot{U}_1$  – ненормована напруга на вході 1 БП;

$\dot{I}_2$  – ненормований струм на к.з. вході 2, який збуджується напругою  $\dot{U}_1$ ;

$\dot{U}_2$ ,  $\dot{I}_1$  – відповідно, ненормована напруга на вході 2 та ненормований струм на к.з. вході 1, який збуджується напругою  $\dot{U}_2$ .

Звернемо увагу, що зліва та справа в рівності (4.3) стоять величини, які визначають елементи ненормованої МП для БП, якщо індекси 1 та 2 поміняти на  $m$  та  $n$ , то

$$Y_{mn} = Y_{nm}, \quad (4.4)$$

або, другими словами, ненормована МП взаємного БП НВЧ повинна бути симетричною, що математично записується

$$\hat{Y} = \hat{Y}^T. \quad (4.5)$$

Перехід до нормованих напруг та струмів не вносить зміни в це твердження, бо зв'язок між  $\hat{Y}$  та  $\hat{y}$  виражається формулами (3.53), (3.54), з яких виходить, що нормування не порушує симетрії матриці відносно головної діагоналі, а тому нормована МП для взаємного БП НВЧ

$$\hat{y} = \hat{y}^T. \quad (4.5')$$

Матриця  $\hat{z}$  також повинна бути симетричною для взаємного БП НВЧ

$$\hat{z} = \hat{z}^T, \quad (4.6)$$

оскільки матриці  $\hat{z}$  та  $\hat{y}$  взаємно обернені, а обернена матриця симетричної матриці також симетрична.

#### 4.2.2 Властивість взаємності в термінах матриці $\hat{S}$

У відповідності з (3.39) матриця  $\hat{S} = (E + \hat{y})^{-1} (E - \hat{y})$ . Підставимо сюди властивість (4.5') і отримаємо (із врахуванням властивості одиничних матриць  $E = E^T$ ):

$$\hat{S} = (E^T + \hat{y}^T)^{-1} (E^T - \hat{y}^T).$$

З лінійної алгебри відомі властивості будь-яких неособливих квадратних матриць  $\hat{A}$  та  $\hat{B}$

$$\left( \hat{A} - \hat{B} \right)^T = \hat{A}^T - \hat{B}^T. \quad (4.7)$$

$$\left(\hat{A}^{-1}\right)^T = \left(\hat{A}^T\right)^{-1}. \quad (4.8)$$

$$\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right)^T = \hat{B}^T \cdot \hat{A}^T. \quad (4.9)$$

У відповідності з цими властивостями, одержимо

$$\hat{S} = \left[ \left( E + \hat{y} \right)^{-1} \left( E - \hat{y} \right) \right]^{-T} = \hat{S}^T \rightarrow \hat{S} = \hat{S}^T, \quad (4.10)$$

тобто МР взаємного БП НВЧ також повинна бути симетричною відносно головної діагоналі.

### 4.2.3 Властивість взаємності 4-полюсника

**в термінах матриць  $\hat{A}$  та  $\hat{T}$**

Користуючись формулами зв'язку між елементами різних матриць 4-полюсників з табл. 3.1 встановимо умови взаємності і в термінах матриць  $\hat{A}$  та  $\hat{T}$ .

Зв'язок між елементами  $\dot{y}_{12}$ ,  $\dot{y}_{21}$  та елементами матриці  $\hat{A}$  (з останнього рядка табл. 3.1)

$$\dot{y}_{12} = \frac{-\dot{\Delta}_A}{\dot{\epsilon}}; \quad \dot{y}_{21} = \frac{-1}{\dot{\epsilon}},$$

а, оскільки для взаємного 4-полюсника  $\dot{y}_{12} = \dot{y}_{21}$ , одержимо

$$\frac{-1}{\dot{\epsilon}} = \frac{-\dot{\Delta}_A}{\dot{\epsilon}},$$

Звідси одержимо для взаємного 4-полюсника

$$\dot{\Delta}_A = 1. \quad (4.11)$$

Зв'язок між елементами  $\dot{S}_{12}$ ,  $\dot{S}_{21}$  та елементами матриці  $\dot{T}$  (з першого рядка табл. 3.1)

$$\dot{S}_{21} = 1/\dot{t}_{11}; \dot{S}_{12} = \dot{\Delta}_T/\dot{t}_{11},$$

а, оскільки  $\dot{S}_{12} = \dot{S}_{21}$  для взаємного 4-полюсника, то одержимо

$$\dot{\Delta}_T = 1. \quad (4.11')$$

Таким чином, встановлено, що для взаємного 4-полюсника визначники матриць  $\hat{A}$  та  $\hat{T}$  повинні дорівнювати одиниці.

З дисципліни «Електродинаміка» відомо, що **властивість взаємності пасивних пристроїв забезпечується відсутністю всередині їх анізотропних речовин** (намагнічені феррити, плазма з зовнішнім підмагнічуванням і т. і.).

### 4.3 Властивість недисипативності (ВНД) БП НВЧ

Недисипативний БП НВЧ це частинний випадок пасивного БП. Для пасивного БП  $P_{\text{втр}} \geq 0$ , для недисипативного  $P_{\text{втр}} = 0$ , тобто в ньому відсутні внутрішні втрати електромагнітної енергії. Таке визначення вимагає, щоб **сума потужностей хвиль, які проходять всередину БП НВЧ по одній групі входів, дорівнювала сумі потужностей хвиль, які виходять з БП НВЧ по другій групі входів** (або другими словами, їх алгебраїчна сума повинна дорівнювати нулю, тобто  $P_{\text{вх}\Sigma} = 0$ ), причому ця **властивість повинна зберігатися при будь-яких можливих збудженнях БП.**

Цю властивість ми і будемо використовувати при математичному аналізі властивості недисипативності.

Природньо, що строго недисипативних пристроїв НВЧ не існує, але майже завжди прагнуть зробити втрати мінімальними. Малисть втрат треба розуміти таким чином, що  $P_{\text{втр}} \ll P$ , де  $P$  – загальна потужність, яка подається на входи  $2N$ -полюсника. Знехтування внутрішніми втратами приводить до спрощення багатьох розрахункових співвідношень, а інколи властивості, які з цього витікають, дозволяють отримати і розрахункові формули.

### 4.3.1 ВВД в термінах матриць $\hat{z}$ та $\hat{y}$

У відповідності з розділом 1, потужність, яка по ЛП надходить всередину БП, або виходить зовні через деякий вхід  $k$  можна представити у вигляді:

$$P_{BX,k} = \operatorname{Re} \left( \check{i}_k^* \cdot \check{i}_k \right).$$

В той же час дійсну частину від добутку деякої комплексної величини  $\check{a}$  на комплексно спряжену величину  $\check{b}^*$  можна записати у вигляді (перевіряється підстановкою):

$$\operatorname{Re} \left( \check{a} \cdot \check{b}^* \right) = \frac{1}{2} \left( \check{a} \cdot \check{a}^* + \check{a}^* \cdot \check{b} \right).$$

З використанням цієї властивості комплексних величин, отримаємо

$$P_{BX,k} = \frac{1}{2} \left( \check{i}_k^* \cdot \check{i}_k + \check{i}_k^* \cdot \check{i}_k \right).$$

Знайдемо сумарну потужність по всім входам  $2N$ -полюсника:

$$P_{BX,\Sigma} = \sum_{k=1}^N P_{BX,k} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} \left( \check{i}_k^* \cdot \check{i}_k + \check{i}_k^* \cdot \check{i}_k \right).$$

Представимо часткові суми в матричній формі, як добуток вектора-рядка (транспонований стовпець) на вектор-стовпець:

$$P_{BX,\Sigma} = \frac{1}{2} \left( \check{i}^{T*} \cdot \check{u} + \check{u}^{T*} \cdot \check{i} \right). \quad (4.12)$$

Врахуємо СЛАР для матриці  $\hat{z}$  в формі (3.19)

$$P_{BX,\Sigma} = \frac{1}{2} \left( \check{i}^{T*} \cdot \hat{z} \cdot \check{i} + (\hat{z} \cdot \check{i})^{T*} \cdot \check{i} \right),$$

і скористаємось властивістю (4.9) транспонованого добутку двох матриць. Тоді отримаємо:

$$P_{BX,\Sigma} = \frac{1}{2} \left( \check{i}^{T*} \cdot \hat{z} \cdot \check{i} + \check{i}^{T*} \cdot \hat{z}^{T*} \cdot \check{i} \right).$$

Винесемо вектор  $\check{i}^{T*}$  вліво, а вектор  $\check{i}$  вправо за дужки і скористаємось умовою  $P_{BX\Sigma} = 0$  для недисипативних БП:

$$\frac{1}{2} \cdot \check{i}^{T*} \cdot (\hat{z} + \hat{z}^{T*}) \cdot \check{i} = \hat{0}. \quad (4.13)$$

Тут  $\hat{0}$  – нульова матриця порядку  $N$ .

Рівність (4.13) буде виконуватись при будь-яких впливах  $\check{i}$  тільки при виконанні умови

$$\hat{z} + \hat{z}^{T*} = \hat{0}, \text{ або } \hat{z} = -\hat{z}^{T*}. \quad (4.14)$$

Це і є математичним виразом недисипативності БП НВЧ в термінах матриці  $\hat{z}$ .

Аналогічно доводиться і ВНД для матриці  $\hat{y}$

$$\hat{y} + \hat{y}^{T*} = \hat{0}, \text{ або } \hat{y} = -\hat{y}^{T*}. \quad (4.14')$$

#### 4.3.1.1 Головні властивості ВНБП в термінах матриць $\hat{z}$ та $\hat{y}$

Розглянемо на прикладі 4-полосника. Хай елемент  $\check{z}_{mn} = r_{mn} + jx_{mn}$ , тоді з ВНП (4.14') запишемо матричну рівність

$$\begin{bmatrix} r_{11} + jx_{11} & r_{12} + jx_{12} \\ r_{21} + jx_{21} & r_{22} + jx_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_{11} + jx_{11} & -r_{21} + jx_{21} \\ -r_{12} + jx_{12} & -r_{22} + jx_{22} \end{bmatrix},$$

а звідси виходить, що  $r_{11} = r_{22} = 0$ , бо  $r_{11} = -r_{11}$ ,  $r_{22} = -r_{22}$  лише при умові, що  $r_{11} = r_{22} = 0$ ;  $r_{12} = -r_{21}$ ,  $r_{21} = -r_{12}$ ;  $x_{12} = x_{21}$ . При таких обмеженнях будемо мати

$$\hat{z} = \hat{r} + j\hat{x} = \begin{bmatrix} 0 & r_{12} \\ -r_{12} & 0 \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{12} & x_{22} \end{bmatrix}.$$

Таким чином, МО недисипативного 4-полюсника (а в загальному випадку і  $2N$ -полюсника) повинна мати кососиметричну дійсну частину та симетричну уявну частину. В силу аналогії умов (4.14), (4.14') цю ж властивість повинна мати і матриця  $\hat{y}$ . Якщо ж недисипативний БП є ще і взаємним (ВНБП), то  $\hat{z} = \hat{z}^T$ ,  $\hat{y} = \hat{y}^T$ , а звідси виходить, що  $\hat{R} = \hat{G} = 0$ . Висновок: **МО та МП ВНБП повинні бути чисто уявними і симетричними**

$$\hat{z} = j\hat{x} = j \begin{bmatrix} x_{11} & x_{21} & \dots & x_{N1} \\ x_{12} & x_{22} & \dots & x_{N2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1N} & x_{2N} & \dots & x_{NN} \end{bmatrix}; \hat{y} = j\hat{B} = j \begin{bmatrix} b_{11} & b_{21} & \dots & b_{N1} \\ b_{12} & b_{22} & \dots & b_{N2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{1N} & b_{2N} & \dots & b_{NN} \end{bmatrix}. \quad (4.15)$$

По цій причині ВНБП звать ще **реактивними БП**. Звернемо увагу на той факт що реактивний БП повністю характеризують уже  $N \times (N+1)/2$  **дійсних** параметра, а в той же час для взаємного з втратами (дисипативного) треба така ж кількість **комплексних** величин (вдвічі більше).

### 4.3.2 ВНД в термінах матриці $\hat{S}$

Знайдемо потужність Е. М. Х. в ЛП, яка створює вхід  $k$ :

$$P_{BX.k} = P_{\Pi.k} - P_{B.k} = |\dot{u}_{\Pi.k}|^2 - |\dot{u}_{B.k}|^2,$$

де  $P_{\Pi.k}$ ,  $P_{B.k}$  – потужність падаючої та відбитої хвиль на вході  $k$ .

Квадрат модуля будь-якої комплексної величини  $\dot{a}$  це

$$|\dot{a}|^2 = \dot{a} \cdot \dot{a}^* = \dot{a}^* \cdot \dot{a}.$$

Знайдемо  $P_{BX.\Sigma}$  для  $2N$ -полюсника

$$P_{BX.\Sigma} = \sum_{k=1}^N P_{BX.k} = \sum_{k=1}^N (|\dot{u}_{\Pi.k}|^2 - |\dot{u}_{B.k}|^2) = \sum_{k=1}^N (\dot{u}_{\Pi.k}^* \cdot \dot{u}_{\Pi.k} - \dot{u}_{B.k}^* \cdot \dot{u}_{B.k}).$$

Як і в попередньому випадку, представимо часткові суми добутком матриці-рядка на матрицю-стовпець і врахуємо СЛАР для матриці  $\hat{S}$  у вигляді (3.12)  $\check{u}_B = \hat{S} \cdot \check{u}_\Pi$ :

$$P_{Bx\Sigma} = \check{u}_\Pi^{T*} \cdot \check{u}_\Pi - \check{u}_B^{T*} \cdot \check{u}_B = \check{u}_\Pi^{T*} \cdot \check{u}_\Pi - (\hat{S} \cdot \check{u}_\Pi)^{T*} \cdot \hat{S} \cdot \check{u}_\Pi.$$

Використаємо властивість (4.9) і прирівняємо  $P_{Bx\Sigma} = 0$ , тоді:

$$\check{u}_\Pi^{T*} \cdot \check{u}_\Pi - \check{u}_\Pi^{T*} \cdot \hat{S} \cdot \hat{S} \cdot \check{u}_\Pi = \hat{0}.$$

Винесемо вектор  $\check{u}_\Pi^{T*}$  вліво, а вектор  $\check{u}_\Pi$  вправо за дужки

$$\check{u}_\Pi^{T*} \cdot (E - \hat{S}^{T*} \cdot \hat{S}) \cdot \check{u}_\Pi = \hat{0}.$$

Ця рівність повинна виконуватись при будь-яких впливах  $\check{u}_\Pi$ , що може бути лише при умові

$$E - \hat{S}^{T*} \cdot \hat{S} = \hat{0}, \text{ або } \hat{S}^{T*} \cdot \hat{S} = E. \quad (4.16)$$

Це є математичним виразом ВНД БП НВЧ в термінах матриці  $\hat{S}$ .

В теорії матриць властивість типу (4.16) звать властивістю **унітарності**, а матриці, які її мають – **унітарними**.

### 4.3.2.1 Властивості унітарних матриць

– норма стовпця дорівнює одиниці

$$\sum_{j=1}^N |\dot{S}_{ji}|^2 = 1; \quad i = 1 \dots N;$$

– стовпці ортогональні між собою

$$\hat{S}_m^{T*} \cdot \hat{S}_n = 0, \quad m \neq n;$$

– модуль визначника матриці дорівнює одиниці

$$\left| \det \hat{S} \right| = 1, \text{ або } \det \hat{S} = 1 \cdot e^{j\varphi}.$$

Таким чином, властивість унітарності накладає деякі обмеження на елементи МР. Розглянемо на прикладах.

#### 4.3.2.2 Обмеження на МР недисипативного двополюсника

При  $N = 1$   $\hat{S} = \dot{S}_{11}$  і, застосувавши властивість (4.16), отримаємо  $|\dot{S}_{11}|^2 = 1 = |\dot{I}|^2$ . Але такий коефіцієнт відбиття мають реактивні шлейфи (тобто відрізки ЛП з режимом ХХ або КЗ в площині навантаження), з  $\dot{I} = 1 \cdot e^{j0}$  (ХХ) або  $\dot{I} = 1 \cdot e^{j\pi}$  (КЗ). Таким чином, реактивний двополюсник може бути реалізований тільки на основі реактивного шлейфу з нульовими втратами (Якщо ж втрати не нульові, або навантаження не К.З. або ХХ, то буде спостерігатися поглинання енергії).

#### 4.3.2.3 Обмеження на МР недисипативного 4-полюсника

Запишемо в розгорнутому вигляді умову (4.16) при  $N = 2$

$$\begin{bmatrix} \dot{S}_{11}^* & \dot{S}_{21}^* \\ \dot{S}_{12}^* & \dot{S}_{22}^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{S}_{11} & \dot{S}_{12} \\ \dot{S}_{21} & \dot{S}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Виконаємо перемноження матриць по правилу «рядок на стовець» і отримаємо:

$$|\dot{S}_{11}|^2 + |\dot{S}_{21}|^2 = 1; \quad |\dot{S}_{12}|^2 + |\dot{S}_{22}|^2 = 1; \quad (4.17)$$

$$\dot{S}_{11}^* \cdot \dot{S}_{12} + \dot{S}_{21}^* \cdot \dot{S}_{22} = 0; \quad \dot{S}_{12}^* \cdot \dot{S}_{11} + \dot{S}_{22}^* \cdot \dot{S}_{21} = 0. \quad (4.17')$$

Рівності (4.17) є очевидними вираженнями закону збереження енергії при живленні з плеча 1, та з плеча 2.

Рівності (4.17') накладають додаткові обмеження на модулі та фази елементів МР 4-полюсника.

Проведемо дослідження цих обмежень. Перегрупуємо (4.17')

$$\dot{S}_{11}^* \cdot \dot{S}_{12} = -\dot{S}_{21}^* \cdot \dot{S}_{22}; \quad \dot{S}_{11} \cdot \dot{S}_{12}^* = -\dot{S}_{21} \cdot \dot{S}_{22}^*.$$

Ці дві рівності повинні виконуватися одночасно, а тому

$$|\dot{S}_{11}| = |\dot{S}_{22}|; \quad |\dot{S}_{12}| = |\dot{S}_{21}|. \quad (4.18)$$

Для накладення умов на фази елементів МР, знайдемо  $\dot{S}_{11}$  та  $\dot{S}_{11}^*$ :

$$\dot{S}_{11}^* = -\dot{S}_{22} \cdot \frac{\dot{S}_{21}^*}{\dot{S}_{12}}; \quad \dot{S}_{11} = -\dot{S}_{22}^* \cdot \frac{\dot{S}_{21}}{\dot{S}_{12}^*}, \text{ а звідси}$$

$$-\varphi_{11} = \pm\pi + \varphi_{22} - \varphi_{21} - \varphi_{12}; \quad \varphi_{11} = \pm\pi - \varphi_{22} + \varphi_{21} + \varphi_{12}, \text{ або}$$

$$\varphi_{11} + \varphi_{22} = \varphi_{21} + \varphi_{12} \pm \pi. \quad (4.18')$$

Таким чином, для недисипативного 4-полюсника (не обов'язково взаємного) фази елементів МР не є незалежними величинами.

Обмеження типу (4.18), (4.18') треба мати на увазі при складенні МР ідеальних 4-полюсників.

У відповідності з (4.17) та (4.18), для знаходження  $|\dot{S}_{ij}|$   $i, j = 1, 2$  достатньо знайти 1 параметр ( $|\dot{S}_{11}|$ , або  $|\dot{S}_{21}|$ ). Звернемо увагу на те, що взаємозв'язок між  $|\dot{S}_{11}|$  та  $|\dot{S}_{21}|$  такий самий, як і тригонометричних функцій  $\sin$  та  $\cos$ , а тому можна прийняти, що  $|\dot{S}_{11}| = \cos \tau$ ,  $|\dot{S}_{21}| = \sin \tau$  ( $|\dot{S}_{11}| \leq 1$ ,  $|\dot{S}_{21}| \leq 1$ ), де  $\tau$  – деякий незалежний параметр  $0 \leq \tau \leq \pi/2$  значення якого очевидно буде залежати від конструктивного виконання двовходового пристрою НВЧ.

Щодо фаз: позначимо  $\varphi_{11} = \varphi_1$ ,  $\varphi_{12} = \varphi_2$ ,  $\varphi_{21} = \varphi_3$ , тоді  $\varphi_{22} = \varphi_2 + \varphi_3 - \varphi_1 \pm \pi$ .

Тоді МР недисипативного 4-полюсника прийме вигляд

$$\hat{S} = \begin{bmatrix} \cos\tau \cdot e^{j\varphi_1} & \sin\tau \cdot e^{j\varphi_2} \\ \sin\tau \cdot e^{j\varphi_3} & -\cos\tau \cdot e^{j(\varphi_2 + \varphi_3 - \varphi_1)} \end{bmatrix}. \quad (4.19)$$

Для повного визначення матриці  $\hat{S}$  4-полюсника треба задати чотири незалежні параметри:  $\tau$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$  (порівняти з п. 4.3.1.1).

Якщо ж недисипативний 4-полюсник ще й взаємний, то його МР повинна бути симетричною, тобто  $\varphi_2 = \varphi_3$  і кількість незалежних параметрів зменшується до трьох:

$$0 \leq \tau \leq \pi/2; \quad 0 \leq \varphi_1 \leq 2\pi; \quad 0 \leq \varphi_2 \leq 2\pi. \quad (4.20)$$

Відмітимо, що МР недисипативного 4-полюсника у вигляді (4.19) – це загальний вираз унітарної матриці другого порядку. Її звать ще канонічною формою МР для 4-полюсника.

### 4.3.3 ВНД для 4-полюсників в термінах матриць $\hat{A}$ та $\hat{T}$

#### 4.3.3.1 ВНД в термінах матриці $\hat{A}$

По формулам зв'язку (другий рядок табл. 3.1) маємо

$$\dot{a} = -\dot{y}_{22}/\dot{y}_{21}; \quad \dot{d} = -\dot{y}_{11}/\dot{y}_{21}; \quad \dot{b} = -1/\dot{y}_{21}; \quad \dot{c} = -\dot{\Delta}_y/\dot{y}_{21}.$$

Але елементи матриці  $\hat{y}$  для ВНД БП повинні бути, у відповідності з (4.15), чисто уявними величинами, а звідси виходить, що елементи  $\dot{a}$  та  $\dot{d}$  повинні бути (як відношення чисто уявних величин) дійсними величинами, а елемент  $\dot{b}$  – чисто уявною величиною, причому ці властивості справедливі для будь-яких 4-полюсників – як взаємних, так і не взаємних. Щодо елементу  $\dot{c}$ : він повинен бути чисто уявною величиною тільки для взаємних 4-полюсників, для яких, у відповідності з (4.11)  $\dot{\Delta}_A = 1$ . Випадок не взаємного 4-полюсника потребує подальшого дослідження.

### 4.3.3.2 ВНД в термінах матриці $\hat{T}$

Для взаємного чотириполосника, у відповідності з (4.11)  $\dot{\Delta}_T = 1$ , а в канонічній формі (4.19) МР недисипативного 4-полосника величини  $\varphi_2 = \varphi_3$ , тоді, скориставшись результатами п.3.3.1.4 (або третім рядком табл. 3.1) для матриці  $\hat{T}$  взаємного недисипативного 4-полосника будемо мати

$$\hat{T} = \begin{bmatrix} \text{csct} \cdot e^{-j\varphi_2} & \text{ctgt} \cdot e^{-j(\varphi_1 - \varphi_2)} \\ \text{ctgt} \cdot e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} & \text{csct} \cdot e^{j\varphi_2} \end{bmatrix},$$

звідси видно, що умовою недисипативності для взаємного 4-полосника буде:  $\dot{t}_{11} = \dot{t}_{22}^*$ ,  $\dot{t}_{12} = \dot{t}_{21}^*$ .

Можна показати [1], що цю умову можна записати і по-іншому:  $|\dot{t}_{11}|^2 - |\dot{t}_{21}|^2 = 1$ ;  $|\dot{t}_{22}|^2 - |\dot{t}_{12}|^2 = 1$ ;  $\dot{t}_{11}^* \cdot \dot{t}_{12} - \dot{t}_{21}^* \cdot \dot{t}_{22} = 0$ .

## 4.4 Властивість симетрії БП НВЧ

**Визначення:** СБП – такий, що можлива така **перенумерація** входів, яка **не** приводить до зміни матриць параметрів БП.

Найбільш важливою в загальній теорії НВЧ ланцюгів (кіл) є **геометрична** симетрія. Вона проявляється в тому, що БП **залишається подібним самому собі при симетричних** перетвореннях; ці перетворення можуть бути елементарними та складними.

Елементарні:

- поворот навкруги вісі симетрії;
- «дзеркальне» відображення відносно площини симетрії.

### 4.4.1 Матриця симетрії БП НВЧ

Формально симетрія  $2N$ -полосника може бути охарактеризована спеціальною квадратною матрицею  $\hat{G}$  порядку  $N$ . Матриця  $\hat{G}$  вводиться так, щоб

$$\hat{G} \cdot \check{u}_B = \hat{S} \cdot \hat{G} \cdot \check{u}_\Pi. \quad (4.21)$$

Це треба розуміти, як можливість такого симетричного перетворення довільного стовпця впливу  $\check{u}_\Pi \rightarrow \hat{G} \cdot \check{u}_\Pi$  при якому так само перетворюється і стовпець реакцій  $\check{u}_B \rightarrow \hat{G} \cdot \check{u}_B$ . Матриця  $\hat{G}$  формується по тим самим правилам, що і матриця  $\hat{N}$ . Відміна полягає в тому, що інколи замість +1 треба записувати -1. Розглянемо це питання окремо. Внаслідок симетрії можлива лише взаємна заміна хвиль на симетричних входах БП. Ця зміна супроводжується інколи необхідністю і заміни спочатку встановленого додатнього напрямку напруги на деяких ПВФ (при симетричному перетворенні інколи  $+i$  треба замінити на  $-i$  і в цьому випадку в матриці  $\hat{G}$  на відповідному місці +1 замінюється на -1).

Властивості матриці  $\hat{G}$ :

– ортогональність, що математично записується, як:

$$\hat{G}^T \cdot \hat{G} = E, \text{ а звідси витікає, що } \hat{G}^{-1} = \hat{G}^T.$$

– комутативність з матрицями параметрів БП

$$\hat{G} \cdot \hat{S} = \hat{S} \cdot \hat{G}; \hat{G} \cdot \hat{z} = \hat{z} \cdot \hat{G}; \hat{G} \cdot y = y \cdot \hat{G}. \quad (4.22)$$

Доведемо властивість (4.22), наприклад, для МР. Для цього ліву та праву частини співвідношення (4.21), що визначає матрицю  $\hat{G}$ , домножимо зліва на матрицю  $\hat{G}^{-1} = \hat{G}^T$

$$\hat{G}^{-1} \cdot \hat{G} \cdot \check{u}_B = \hat{G}^{-1} \cdot \hat{S} \cdot \hat{G} \cdot \check{u}_\Pi.$$

Оскільки  $\hat{G}^{-1} \cdot \hat{G} = E$ , а  $E \cdot \check{u}_B = \check{u}_B$  і  $\check{u}_B = \hat{S} \cdot \check{u}_\Pi$ , то отримаємо

$$\hat{S} \cdot \check{u}_\Pi = \hat{G}^{-1} \cdot \hat{S} \cdot \hat{G} \cdot \check{u}_\Pi.$$

Це співвідношення повинно виконуватися при будь-яких розподілах впливу  $\hat{y}_P$ , а тому

$$\hat{S} \equiv \hat{G}^{-1} \cdot \hat{S} \cdot \hat{G} \text{ (знак } \equiv \text{ – тотожно дорівнює)}.$$

Домножимо ліву та праву частини зліва на матрицю  $\hat{G}$

$$\hat{G} \cdot \hat{S} = \hat{G} \cdot \hat{G}^{-1} \cdot \hat{S} \cdot \hat{G} = E \cdot \hat{S} \cdot \hat{G} = \hat{S} \cdot \hat{G},$$

що і треба було довести.

Властивість комутативності (4.22) ми далі будемо використовувати в деяких математичних перетвореннях та для дослідження, аналізу і отримання матриць параметрів в деяких симетричних вузлах НВЧ.

Для геометрично симетричних БП НВЧ матрицю  $\hat{G}$  можна отримати на основі елементарних міркувань ще до початку електричних розрахунків матриць параметрів. Переконалися в цьому можна на конкретних прикладах.

## 4.4.2 Приклади отримання матриці $\hat{G}$ для СБП НВЧ

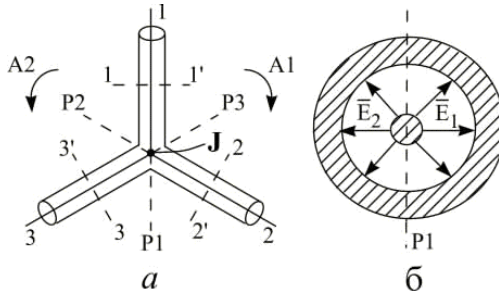
### 4.4.2.1 Матриця $\hat{G}$ для $Y$ – розгалуження КК

Якщо КК однакові, то це повністю симетричний вузол – рис. 4.2, а

Якщо ПВФ 1–1', 2–2', 3–3' розташовані на однакових відстанях від точки розгалуження  $J$ , то цей вузол має такі види симетрії:

- симетрія обертання навкруги вісі, яка проходить через точку  $J$ ;
- симетрія відображення («дзеркального» відбиття) відносно площин симетрії  $P_1, P_2, P_3$ . В цьому випадку площини симетрії пересікають («ріжуть») вхідні КК 1, 2, 3, а тому треба досліджувати випадок зміни знаку напруги при симетричному перетворенні.

А) Розглянемо симетрію обертання



$a$  – розгалуження;  $b$  – переріз КК в плечі 1 площиною симетрії P1

Рисунок 4.2 – Симетричне Y-розгалуження КК

Очевидно, що поворот на  $120^\circ$  в напрямі стрілки годинника (обертання A1 на рис. 4.2,  $a$ ) приведе до самосуміщення розгалуження з циклічною зміною номерів плеч :  $2 \rightarrow 1$ ;  $3 \rightarrow 2$ ;  $1 \rightarrow 3$ , значить матриця  $\hat{G}_{A1} = \hat{N}_{A1}$  і має вигляд:

$$\hat{G}_{A1} = \hat{N}_{A1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

При повороті на  $120^\circ$  проти стрілки годинника (A2)  $1 \rightarrow 2$ ;  $2 \rightarrow 3$ ;  $3 \rightarrow 1$ :  $\hat{G}_{A2} = \hat{N}_{A2}$

$$\hat{G}_{A2} = \hat{N}_{A2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Б) Розглянемо «дзеркальну» симетрію відносно площини P1

Площина P1 перерізає КК 1 (рис. 4.2,  $b$ ). При дзеркальному відображенні правої частини на ліву вектор  $\vec{E}_1$  суміщається з  $\vec{E}_2$  і таким чином знак напруги  $u_1$  при симетричному перетворенні не змінюється, а тому  $\hat{G}_{P1} = \hat{N}_{P1}$

Зміна номерів:  $1 \rightarrow 1$ ;  $2 \rightarrow 3$ ;  $3 \rightarrow 2$ , а тому

$$\hat{G}_{P1} = \hat{N}_{P1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Аналогічно будуються і матриці  $\hat{G}_{P2}$ ,  $\hat{G}_{P3}$ .

#### 4.4.2.2 Матриця $\hat{G}$ для Н-розгалуження ПХ з хвилею $H_{10}$

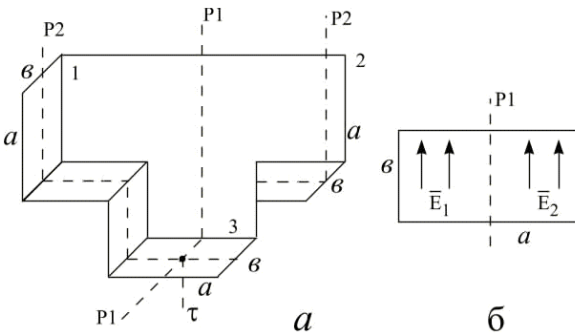
Цей вузол (рис. 4.3, а) має три види симетрії:

- обертання навколо вісі  $\tau$ ;
- дзеркальне відображення відносно площини P2: це тривіальне відображення;
- дзеркальне відображення відносно площини P1 – представляє практичний інтерес.

При дзеркальному відображенні відносно площини P1 не виникає зміни знаку напруги (рис. 4.3, б), а тому заміна номерів:

$1 \rightarrow 2$ ;  $2 \rightarrow 1$ ;  $3 \rightarrow 3$  і матриця  $\hat{G}_{P1} = \hat{N}_{P1}$ :

$$\hat{G}_{P1} = \hat{N}_{P1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

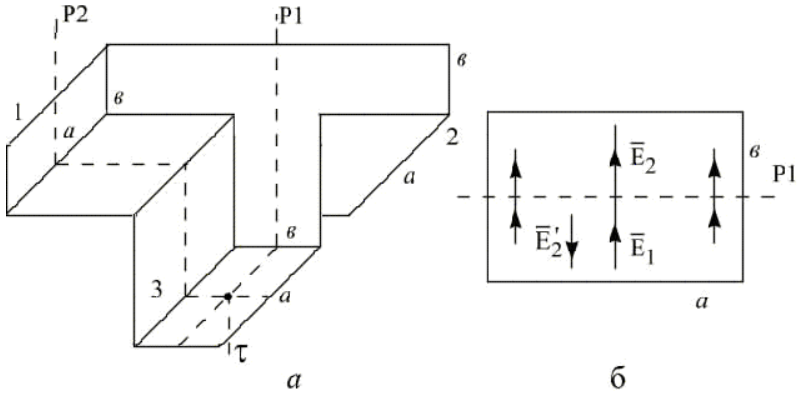


$a$  – розгалуження;  $b$  – переріз ПХ в плечі 3 площиною симетрії P1

Рисунок 4.3 – Симетричне Н-розгалуження ПХ з хвилею  $H_{10}$

#### 4.4.2.3 Матриця $\hat{G}$ для Е-розгалуження ПХ з хвилею $H_{10}$

Цей вузол (рис. 4.4, а) має тіж види симетрії, що і попередній. Практичне застосування знаходить симетрія відображення відносно площини P1.



$a$  – розгалуження;  $b$  – переріз ПХ в плечі 3 площиною P1

Рисунок 4.4 – Симетричне Е-розгалуження ПХ з хвилею  $H_{10}$

Ця площина пересікає ПХ в плечі 3. При симетричному перетворенні верхньої половини поперечного перерізу ПХ на нижню (рис. 4.4, б) частина вектору  $\vec{E}$  – тобто  $\vec{E}_2$  міняє напрямок (вектор  $\vec{E}'_2$ ) і стає протилежним нижній частині вектору  $\vec{E} - \vec{E}_1$ , а значить буде змінюватись і знак напруги  $\dot{u}_3 \rightarrow -\dot{u}_3$  при такому симетричному перетворенні. Звідси заміна:  $1 \rightarrow 2$ ;  $2 \rightarrow 2$ ;  $3 \rightarrow -3$ , а тому матриця  $\hat{G}_{P1} \neq \hat{N}_{P1}$  і має вигляд:

$$\hat{G}_{P1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

#### 4.4.2.4 Матриця $\hat{G}$ для ПХТ з хвилями $H_{10}$

ПХТ – це сумішені в одному перерізі Н- та Е-розгалуження ПХ (рис. 4.5). Тут одна площина симетрії Р, яка перетинає Н- та Е-плечі. При встановленій на рис. 4.5 нумерації плечей у відповідності з п.4.4.4.2 та п.4.4.4.3 при симетричному відображенні правої частини на ліву будемо мати наступну заміну номерів плечей: 1→1; 2→-2; 3→4; 4→3, а тому матриця симетрії  $\hat{G}_P$  буде мати вигляд:

$$\hat{G}_P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.23)$$

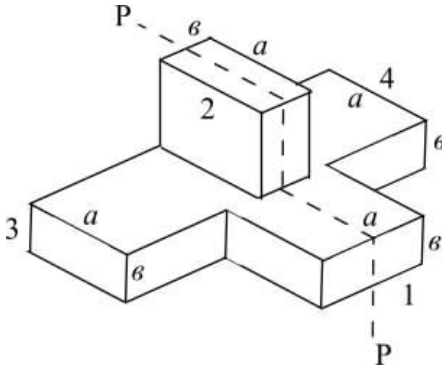


Рисунок 4.5 – Подвійний хвилеводний трійник (ПХТ)

Матрицю симетрії у вигляді (4.23) будемо далі використовувати для дослідження цього вузла, зокрема для знаходження його МР.

### 4.4.3 Метод симетричного та антисиметричного збудження (МСАЗ)

Геометрична симетрія багатьох НВЧ вузлів дозволяє в багатьох випадках знайти такі види векторів впливу на входах НВЧ вузла (СБП) при яких суттєво спрощується розрахунок реакцій, тобто спрощується розрахунок матриць параметрів. Розглянемо це питання на прикладі деякого геометрично симетричного пристрою, який має таку площину симетрії  $P$ , що не перетинає жодної вхідної ЛП. Тоді такий пристрій повинен мати **парну кількість** входів. Відповідний такому симетричному вузлу СБП зображений на рис. 4.6. Для знаходження МР таких СБП використовується МСАЗ.

Для СБП типу зображеного на рис. 4.6 матриця симетрії  $\hat{G}$  буде блоковою (неважко перевірити прямим перебором)

$$\hat{G} = \begin{bmatrix} \hat{0}1 & E1 \\ E1 & \hat{0}1 \end{bmatrix}, \quad (4.24)$$

де  $E1$  – одинична матриця порядку  $N/2$ ,  $\hat{0}1$  – нульова матриця порядку  $N/2$ .

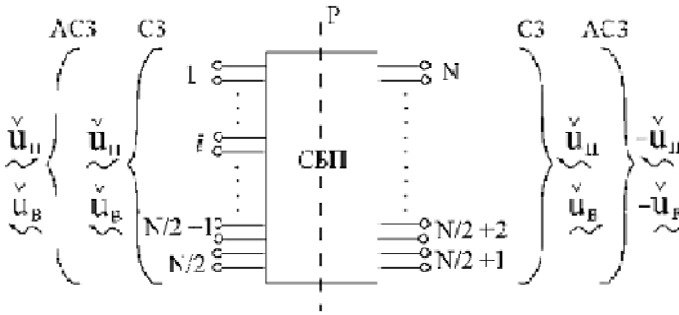


Рисунок 4.6 – Розташування площини симетрії, впливи та реакції в СБП з парною кількістю входів

Позначимо невідому поки матрицю СБП  $\hat{S}$  та розіб'ємо її на квадратні блоки розмірністю  $N/2$  таким чином:

$$\hat{S} = \begin{bmatrix} \hat{S}_1 & \hat{S}_2 \\ \hat{S}_3 & \hat{S}_4 \end{bmatrix}. \quad (4.25)$$

По умові комутації (4.22) повинно бути  $\hat{G} \cdot \hat{S} = \hat{S} \cdot \hat{G}$

$$\begin{bmatrix} \hat{0}1 & E1 \\ E1 & \hat{0}1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{S}_1 & \hat{S}_2 \\ \hat{S}_3 & \hat{S}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{S}_1 & \hat{S}_2 \\ \hat{S}_3 & \hat{S}_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{0}1 & E1 \\ E1 & \hat{0}1 \end{bmatrix}.$$

Проведемо блокове множення і знайдемо елементи першого стовпця матриць – добутків справа та зліва:

$$\begin{aligned} \hat{0}1 \cdot \hat{S}_1 + E1 \cdot \hat{S}_3 &= \hat{S}_1 \cdot \hat{0}1 + \hat{S}_2 \cdot E1 \rightarrow \hat{S}_3 = \hat{S}_2, \\ \hat{0}1 \cdot \hat{S}_2 + E1 \cdot \hat{S}_4 &= \hat{S}_1 \cdot E1 + \hat{S}_2 \cdot \hat{0}1 \rightarrow \hat{S}_4 = \hat{S}_1, \end{aligned}$$

а звідси отримаємо блокову матрицю  $\hat{S}$  в такій формі

$$\hat{S} = \begin{bmatrix} \hat{S}_1 & \hat{S}_2 \\ \hat{S}_2 & \hat{S}_1 \end{bmatrix}. \quad (4.26)$$

З (4.26) виходить, що для знаходження повної МР симетричного  $2N$ -полюсника розміром  $N \times N$  достатньо знайти дві квадратні матриці (блоки повної матриці)  $\hat{S}_1$  та  $\hat{S}_2$  вдвоє меншого порядку  $N/2 \times N/2$ .

#### 4.4.3.1 СЗ та АСЗ

Для розрахунку матриць-блоків  $\hat{S}_1$  та  $\hat{S}_2$  зважимо на те, що при симетричному (див. збудження СЗ на рис. 4.6) та антисиметричному (див. АСЗ на рис. 4.6) збудженні СБП через площину симетрії  $P$  **не спостерігається передача потужності**, тобто в площині симетрії можна встановити непроникну перегородку, яка (при да-

них збудженнях) не змінить електричних властивостей СБП з точки зору передавання потужності.

Встановимо властивості цих перегородок.

а) Симетричне збудження (+)

В цьому варіанті збудження вектор впливу (див. СЗ на рис. 4.6):

$$\overset{\vee}{i}_P^+ = \begin{bmatrix} \overset{\vee}{i}_P \\ \overset{\vee}{i}_P \end{bmatrix}, \text{ а тоді реакція}$$

$$\overset{\vee}{i}_B^+ = \begin{bmatrix} \hat{S}_1 & \hat{S}_2 \\ \hat{S}_2 & \hat{S}_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overset{\vee}{i}_P \\ \overset{\vee}{i}_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\hat{S}_1 + \hat{S}_2) \cdot \overset{\vee}{i}_P \\ (\hat{S}_1 + \hat{S}_2) \cdot \overset{\vee}{i}_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overset{\vee}{i}_B \\ \overset{\vee}{i}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{S}^+ \\ \hat{S}^+ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overset{\vee}{i}_P \\ \overset{\vee}{i}_P \end{bmatrix}.$$

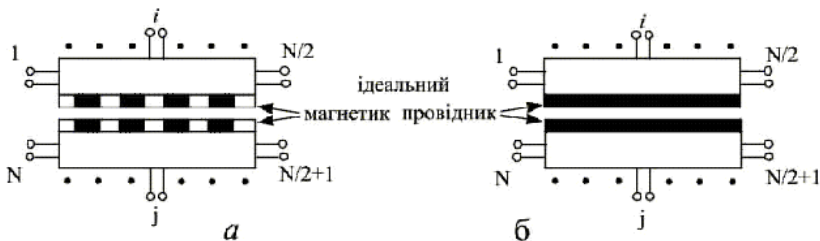
Тут матриця  $\hat{S}^+ = \hat{S}_1 + \hat{S}_2$ .

Як видно, реакція – вектор  $\overset{\vee}{i}_B^+$  також має симетричний розподіл, як і позначено на рис. 4.6 – див. СЗ. З електричної точки зору це означає, що в площині  $P$  створиться максимум (видуга, пучність) тангенціальної до неї (площини) складової напруженості електричного поля  $E_\tau \rightarrow \max$  та нуль тангенціальної складової напруженості магнітного поля  $H_\tau = 0$ . Другими словами, в площині  $P$  можна встановити магнітопровідну перегородку. Якщо всередині БП ця перегородка перетинає ЛП, то це відповідає умові ХХ в цьому перерізі.

Таким чином, в режимі СЗ СБП можна розділити на дві однакові та не зв'язані між собою половини (див. рис. 4.7, а), кожна з яких описується квадратною матрицею  $\hat{S}^+ = \hat{S}_1 + \hat{S}_2$  порядку  $N/2$ . Матриця  $\hat{S}^+$  є звичайною МР однієї половини СБП у якого в площині симетрії встановлена магнітопровідна перегородка (на ній виконується гранична умова  $H_\tau = 0$ , що еквівалентна встановленню режиму ХХ в ЛП).

б) Антисиметричне збудження (-)

В цьому варіанті збудження вектор впливу (див. АСЗ на рис. 4.6):



*a* – СЗ; *б* – АСЗ

Рисунок 4.7 – Розділення СБП на дві симетричні половини при СЗ та АСЗ

$$\check{u}_{\Pi}^{-} = \begin{bmatrix} \check{u}_{\Pi} \\ -\check{u}_{\Pi} \end{bmatrix}, \text{ а тоді реакція}$$

$$\check{u}_{B}^{-} = \begin{bmatrix} \hat{S}_1 & \hat{S}_2 \\ \hat{S}_2 & \hat{S}_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \check{u}_{\Pi} \\ -\check{u}_{\Pi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\hat{S}_1 - \hat{S}_2) \cdot \check{u}_{\Pi} \\ -(\hat{S}_1 - \hat{S}_2) \cdot \check{u}_{\Pi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \check{u}_B \\ -\check{u}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{S}^- \\ \hat{S}^- \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \check{u}_{\Pi} \\ -\check{u}_{\Pi} \end{bmatrix}.$$

Тут матриця  $\hat{S}^- = \hat{S}_1 - \hat{S}_2$ .

Як видно, реакція-вектор  $\check{u}_B^{-}$  також має антисиметричний розподіл, як і позначено на рис. 4.6 – див. АСЗ. З електричної точки зору це означає, що в площині  $P$  створюється нуль  $E_{\tau}$  та максимум  $H_{\tau}$ , тобто тут можна встановити електропровідну перегородку ( $E_{\tau} = 0$ ). Якщо всередині БП ця перегородка перетинає ЛП, то це відповідає умові к.з. в цьому перерізі.

Отже в режимі АСЗ СБП можна розділити на дві однакові та не зв'язані між собою половини (див. рис. 4.7, б), кожна з яких описується квадратною матрицею  $\hat{S}^- = \hat{S}_1 - \hat{S}_2$  порядку  $N/2$ . Матриця  $\hat{S}^-$  є звичайною МР однієї половини СБП у якого в площині симетрії встановлена електропровідна перегородка (на ній виконується гранична умова  $E_{\tau} = 0$ , що еквівалентна встановленню режиму К.З. в ЛП).

#### 4.4.3.2 Знаходження МР СБП методом СЗ та АСЗ

Якщо матриці  $\hat{S}^+$  та  $\hat{S}^-$  ( $\hat{S}^+ = \hat{S}_1 + \hat{S}_2$ ;  $\hat{S}^- = \hat{S}_1 - \hat{S}_2$ ) для половини СБП знайдені шляхом електричного розрахунку (тут звичайно використовуються методи обчислювальної електродинаміки), то шукані матриці-блоки  $\hat{S}_1$  та  $\hat{S}_2$  матриці розсіювання (4.26) СБП в цілому розраховують у вигляді комбінації матриць  $\hat{S}^+$  та  $\hat{S}^-$ :

$$\hat{S}_1 = \frac{1}{2} \left( \hat{S}^+ + \hat{S}^- \right); \quad \hat{S}_2 = \frac{1}{2} \left( \hat{S}^+ - \hat{S}^- \right). \quad (4.27)$$

Таким чином, **аналіз СБП з однією площиною симетрії МСАЗ зводиться до аналізу двох БП в режимах СЗ та АСЗ, у яких кількість входів вдвоє менша, ніж у вихідного СБП.**

Якщо площин симетрії декілька, то МСАЗ можна застосувати декілька раз; при цьому на кожному кроці забезпечується перехід до аналізу БП з вдвоє меншою кількістю входів.

МСАЗ використовується і для полегшення розрахунків власних параметрів ( $z_\chi, \lambda_\chi, \nu_\phi$ ) деяких напрямних систем зі складною формою поперечного перерізу.

#### 4.4.4 Застосування МСАЗ для розрахунку власних параметрів зв'язаних НСЛ

Поперечний переріз двох зв'язаних НСЛ та структура поля таких ліній зображені на рис. 4.8).

Звичайно використовуються підкладинки з  $h \approx 1 \cdot 10^{-3}$  м та  $\epsilon_r \approx 10$ ,  $\text{tg } \delta \approx 10^{-4}$ . При таких значеннях  $\epsilon_r$  Е.М.П. так би мовити «втягується» в підкладинку, а тому доля потужності Е.М.Х., що розповсюджується в повітрі ( $\epsilon_r = 1$ ) досить мала (на рівні одного або декількох %).

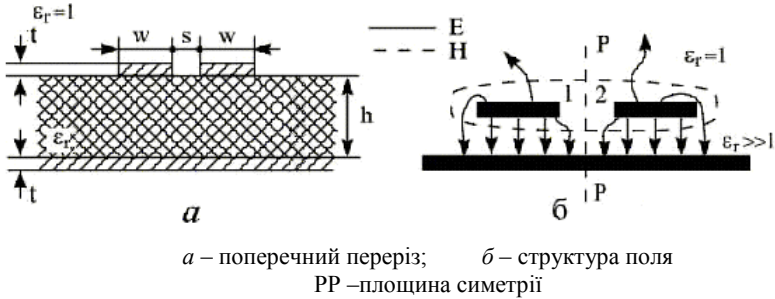


Рисунок 4.8 – Зв’язані НСЛ

Використовуючи МСАЗ, подумки встановимо в площині симетрії магнітну стінку і одержимо структуру поля, як на рис. 4.9, *a*, а потім електричну стінку – рис. 4.9, *б*. Зауважимо, що розрахунок параметрів таких структур значно простіший, бо маємо вже не дві смужки, а тільки одну в обох випадках.

Методами обчислювальної електродинаміки розраховуються параметри  $z_{\chi}^+$ ,  $v_{\phi}^+$  та  $z_{\chi}^-$ ,  $v_{\phi}^-$ , а потім, комбінуючи ці величини знаходимо параметри зв’язаних НСЛ.

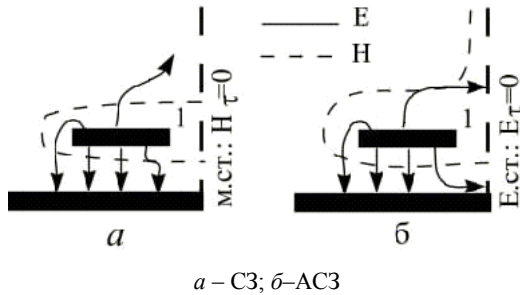


Рисунок 4.9 – Структура поля в зв’язаних НСЛ при СЗ та АСЗ

Звернемо увагу на таку обставину: оскільки структури поля при СЗ та АСЗ відрізняються, то  $v_{\phi}^+ \neq v_{\phi}^-$ , а точніше  $v_{\phi}^+ < v_{\phi}^-$ . Це зв’язано з тим, що частина потужності е. м. х., що розповсюджується в повітрі ( $\epsilon_r = 1$ ) при СЗ менша від частини, що розповсюджу-

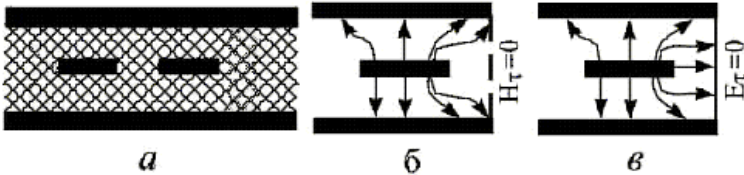
ється в підкладинці ( $\epsilon_r \approx 10$ ), ніж аналогічні величини при АСЗ. Ці ефекти враховуються величиною  $\epsilon_{ef}^+$  та  $\epsilon_{ef}^-$ , які визначаються так

$$\epsilon_{ef}^+ = \sqrt{c/v_\Phi^+}; \quad \epsilon_{ef}^- = \sqrt{c/v_\Phi^-}, \quad (4.28)$$

де  $c = 3 \cdot 10^8$  м/сек – швидкість світла в вакуумі.

Враховуючи співвідношення між  $v_\Phi^+$  та  $v_\Phi^-$  ( $v_\Phi^+ < v_\Phi^-$ ), одержимо, що  $\epsilon_{ef}^+ > \epsilon_{ef}^-$ . Це явище, як побачимо далі, обмежує величину розв'язки в спрямованих відгалужувачах на зв'язаних НСЛ.

В той же час, при однорідному діелектричному заповненні ЛП, наприклад в зв'язаних ССЛ (рис. 4.10) це явище не повинно спостерігатися, тут  $\epsilon_{ef}^+ = \epsilon_{ef}^-$ ,  $v_\Phi^+ = v_\Phi^-$  і в спрямованих відгалужувачах можна досягти більшої величини розв'язки. Справедливості ради треба зауважити, що НСЛ більш технологічні, ніж ССЛ, в них менші втрати і т. і., а тому спектр їх застосування набагато ширший.



*a* – поперечний переріз; *б* – структура  $E$  при СЗ; *в* – структура  $E$  при АСЗ

Рисунок 4.10 – Зв'язані ССЛ

В посібниках, наприклад [5] приводяться табличні дані і графіки залежностей  $z_\chi^+$ ,  $z_\chi^-$ ,  $\epsilon_{ef}^+$ ,  $\epsilon_{ef}^-$  від геометричних ( $w/h$ ,  $s/h$ ,  $t/h$ ) та електрофізичних ( $\epsilon_r$ ) параметрів ліній та підкладинки, а в більш пізніх монографіях, наприклад [20] – апроксимаційні формули по цим залежностям. По цим даним будують алгоритми і програми для розрахунку та проектування пристроїв на зв'язаних НСЛ.

## 5 ВИКОРИСТАННЯ ОСНОВНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ БП НВЧ ТА ЇХ МАТРИЦЬ ПАРАМЕТРІВ

Для дослідження та аналізу вузлів (пристроїв) НВЧ можна використати такі властивості відповідних їм БП НВЧ, як взаємність, недисипативність та симетрія. Якщо сказати точніше, то виконуються властивості матриць параметрів  $\left(\hat{z}, \hat{y}, \hat{S}, \hat{A}, \hat{T}\right)$ , які є наслідком відповідних властивостей БП НВЧ.

### 5.1 Використання ВНД для дослідження та аналізу БП НВЧ

#### 5.1.1 Трьох входові вузли НВЧ та їх властивості

Розглянемо деякий 6-полюсник НВЧ, який описаний МР  $\hat{S}$  та знайдемо відповідь на 2 запитання:

- чи можливо узгодити 6-полюсник одночасно з усіх його трьох плеч?
- якими властивостями буде володіти узгоджений 6-полюсник?

По тій причині, що 6-полюсник вважається недисипативним, тобто реактивним, підключимо до всіх його плеч керовані реактивні елементи (рис. 5.1) і зробимо спробу провести одночасне узгодження по всім трьом плечам.

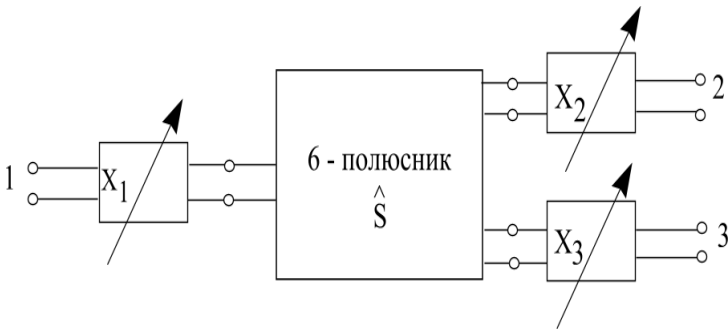


Рисунок 5.1 – До спроби узгодження шестиполюсника

Припустимо, що це вдалося, тоді у МР елементи головної діагоналі будуть мати нульове значення. Скористаємося умовою унітарності МР недисипативного БП НВЧ:

$$\begin{bmatrix} 0 & \dot{S}_{21}^* & \dot{S}_{31}^* \\ \dot{S}_{12} & 0 & \dot{S}_{32}^* \\ \dot{S}_{13}^* & \dot{S}_{23} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & \dot{S}_{21} & \dot{S}_{31} \\ \dot{S}_{12} & 0 & \dot{S}_{32} \\ \dot{S}_{13} & \dot{S}_{23} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Знайдемо елементи матриці добутків в лівій частині цієї рівності і прирівнявши їх до відповідних елементів правої частини одержимо:

$$\begin{aligned} |\dot{S}_{21}|^2 + |\dot{S}_{31}|^2 &= 1; |\dot{S}_{12}|^2 + |\dot{S}_{32}|^2 = 1; |\dot{S}_{13}|^2 + |\dot{S}_{23}|^2 = 1; \\ \dot{S}_{31}^* \cdot \dot{S}_{32} &= 0; \dot{S}_{21}^* \cdot \dot{S}_{23} = 0; \dot{S}_{32}^* \cdot \dot{S}_{31} = 0; \\ \dot{S}_{23}^* \cdot \dot{S}_{21} &= 0; \dot{S}_{13}^* \cdot \dot{S}_{12} = 0; \dot{S}_{12}^* \cdot \dot{S}_{13} = 0. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Співвідношення (5.1) можна розглядати, як систему нелінійних рівнянь відносно елементів МР. Проведемо дослідження системи (5.1) окремо для взаємних та невзаємних 6-полосників.

### 5.1.1.1 Взаємні шестиполосники

Аналіз системи (5.1) показує, що в класі взаємних 6-полосників з симетричними МР, тобто  $\dot{S}_{12} = \dot{S}_{21}$ ;  $\dot{S}_{13} = \dot{S}_{31}$ ;  $\dot{S}_{23} = \dot{S}_{32}$ ; вирішення системи (5.1) не існує, тобто вихідне припущення невірне. Оскільки не робилось ніяких припущень про внутрішню будову 6-полосника, то цей результат має загальний характер і його формулюють у вигляді наступної леми: **взаємний недисипативний шестиполосник не може бути одночасно узгоджений по всім плечам за допомогою реактивних узгоджувальних пристроїв.**

В додатку А наведені приклади виконання трьохвходових пристроїв на прямокутних хвилеводах, де за рахунок використання особливостей ЕМП вдалося добитися деяких корисних для практи-

ки властивостей; ці властивості проявляються в пристроях зі складною формою поперечного перерізу в  $H$  – площині ПХ.

### 5.1.1.2 Невзаємні шестиполюсники

Якщо допустити невідповідність узгодженого 6-полюсника, тобто:  $\dot{S}_{12} \neq \dot{S}_{21}$ ;  $\dot{S}_{13} \neq \dot{S}_{31}$ ;  $\dot{S}_{23} \neq \dot{S}_{32}$ , то система (5.1) допускає два вирішення [1, 7]:

$$\text{а) } S_{31} = 0; |S_{21}| = 1; S_{23} = 0; |S_{13}| = 1; S_{12} = 0; |S_{32}| = 1; \quad (5.2)$$

$$\text{б) } |S_{31}| = 1; S_{21} = 0; |S_{23}| = 1; S_{13} = 0; |S_{12}| = 1; S_{32} = 0; \quad (5.3)$$

Цим вирішенням відповідають ідеальні МР узгоджених недисипативних 6-полюсників (невзаємних) наступного виду:

$$\hat{S}A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \cdot e^{j\varphi_3} \\ 1 \cdot e^{-j\varphi_1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 \cdot e^{-j\varphi_2} & 0 \end{bmatrix}, \hat{S}B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \cdot e^{j\varphi_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \cdot e^{j\varphi_3} \\ 1 \cdot e^{j\varphi_1} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.4)$$

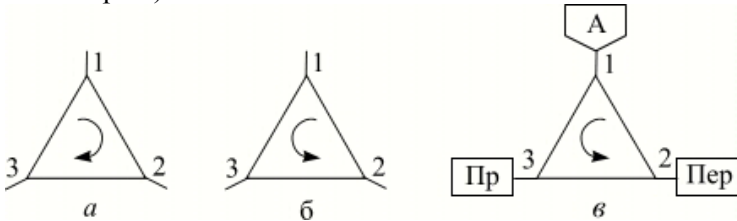
де довільні фазові сталі  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$  не впливають на виконання умови унітарності МР і залежать лише від вибору координат ПВФ на всіх трьох входах 6-полюсника.

Як виходить з (5.4), потужність НВЧ, що подається на кожний вхід шестиполюсника проходить лише на один вихід; при цьому в випадку а) (матриця  $\hat{S}A$ ) порядок передавання потужності  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ , тобто зі входу 1 тільки до входу 2, від 2 тільки до 3, від 3 тільки до 1. В випадку б) (матриця  $\hat{S}B$ ) порядок передавання потужності змінюється на протилежний, а саме  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ .

Пристрої з ідеальними МР виду (5.4) зветься шестиполюсними циркуляторами. На схемах електричних принципових НВЧ трактів вони позначаються, як показано на рис. 5.2.

Циркулятори знаходять широке застосування в НВЧ техніці для розділення вхідних та вихідних сигналів в параметричних підсилювачах, для розділення входів передавача та приймача при їх сумісній роботі на одну антену (рис. 5.2, в) і т. і. але НВЧ циркуля-

тори, як видно з (5.4) є невзаємними пристроями і для своєї реалізації вимагають обов'язкової наявності всередині цих вузлів анізотропного матеріалу (частіше всього це підмагнічений ферит – гіротропний матеріал).



$a$  – відповідно матриці  $\hat{SA}$ ;  $b$  – відповідно матриці  $\hat{SB}$ ;  
 $v$  – робота приймача (Пр) та передавача (Пер) на одну антену А.

Рисунок 5.2 – Позначення умовні графічні для шестиполусних циркуляторів та приклад їх використання

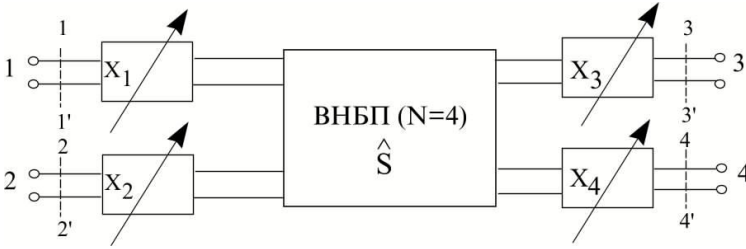
При виведенні співвідношень (5.2), (5.3), (5.4) не робилось ніяких припущень про внутрішню будову трьохплечого вузла, а тому отримані результати мають загальний характер і їх формулюють в вигляді наступної теореми: **будь який невзаємний недисипативний шестиполусник може бути перетворений в ідеальний циркулятор за допомогою належного настроювання реактивних узгоджувальних пристроїв на його входах.**

### 5.1.2 Чотирьохходові узгоджені вузли НВЧ та їх загальні властивості

Розглянемо деякий реактивний (взаємний та недисипативний) 8-полусник НВЧ (рис. 5.3). З метою узгодження підключимо до всіх його входів керовані реактивні чотириполусні пристрої  $X_1, X_2, X_3, X_4$  (це саме реактивні пристрої, бо досліджуваний восьмиполусник по вихідному припущенні також є реактивним). Припустимо, що узгодження досягнуте, отже  $S_{ii} = 0, i = 1..4$ .

По причині взаємності уже узгодженого 8-полусника, його МР повинна бути симетричною матрицею виду:

$$\hat{S} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{S}_{21} & \dot{S}_{31} & \dot{S}_{41} \\ \dot{S}_{21} & 0 & \dot{S}_{32} & \dot{S}_{42} \\ \dot{S}_{31} & \dot{S}_{32} & 0 & \dot{S}_{43} \\ \dot{S}_{41} & \dot{S}_{42} & \dot{S}_{43} & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$



$X_1, X_2, X_3, X_4$  – керовані реактивні чотириполюсні пристрої.

Рисунок 5.3 – Узгоджений ВНБП ( $N = 4$ )

Будемо вимагати, щоб МР 8-полюсника у вигляді (5.5) була унітарною ( $\hat{S}^{*T} \cdot \hat{S} = E$ ):

$$\begin{bmatrix} 0 & \dot{S}_{21}^* & \dot{S}_{31}^* & \dot{S}_{41}^* \\ \dot{S}_{21}^* & 0 & \dot{S}_{32}^* & \dot{S}_{42}^* \\ \dot{S}_{31}^* & \dot{S}_{32}^* & 0 & \dot{S}_{43}^* \\ \dot{S}_{41}^* & \dot{S}_{42}^* & \dot{S}_{43}^* & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & \dot{S}_{21} & \dot{S}_{31} & \dot{S}_{41} \\ \dot{S}_{21} & 0 & \dot{S}_{32} & \dot{S}_{42} \\ \dot{S}_{31} & \dot{S}_{32} & 0 & \dot{S}_{43} \\ \dot{S}_{41} & \dot{S}_{42} & \dot{S}_{43} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.6)$$

Виконаємо перемноження матриць (правило Крамера – «рядок на стовпець») та випишемо окремо рівняння, які відповідають діагональним елементам матриці – добутку:

$$\begin{aligned} |S_{21}|^2 + |S_{31}|^2 + |S_{41}|^2 &= 1; & |S_{21}|^2 + |S_{32}|^2 + |S_{42}|^2 &= 1; \\ |S_{31}|^2 + |S_{32}|^2 + |S_{43}|^2 &= 1; & |S_{41}|^2 + |S_{42}|^2 + |S_{43}|^2 &= 1. \end{aligned} \quad (5.7)$$

З (5.7) витікає, що в кожному рядку МР (5.5) повинен бути хоча б один ненульовий елемент.

Випишемо також однорідні рівняння, які відповідають елементам першого рядка матриці – добутку:

$$\dot{S}_{31}^* \cdot \dot{S}_{32} + \dot{S}_{41}^* \cdot \dot{S}_{42} = 0, \quad (5.8)$$

$$\dot{S}_{21}^* \cdot \dot{S}_{32} + \dot{S}_{41}^* \cdot \dot{S}_{43} = 0, \quad (5.8')$$

$$\dot{S}_{21}^* \cdot \dot{S}_{42} + \dot{S}_{31}^* \cdot \dot{S}_{43} = 0. \quad (5.8'')$$

Будемо досліджувати цю систему, беручи по парі рівнянь в усіх можливих комбінаціях.

Розглянемо систему (5.8'), (5.8'') відносно невідомих  $\dot{S}_{21}^*$ ,  $\dot{S}_{43}$ .

Вона має тривіальне вирішення  $\dot{S}_{21}^* = \dot{S}_{43} = 0$ , якщо її визначник:

$$\mathbf{det}_1 = \dot{S}_{32} \cdot \dot{S}_{31}^* - \dot{S}_{42} \cdot \dot{S}_{41}^* \neq 0.$$

Припустимо, що  $\mathbf{det}_1 = 0$ , тоді  $\dot{S}_{32} \cdot \dot{S}_{31}^* = \dot{S}_{42} \cdot \dot{S}_{41}^*$ , але з рівняння (5.8) витікає, що  $\dot{S}_{32} \cdot \dot{S}_{31}^* = -\dot{S}_{42} \cdot \dot{S}_{41}^*$  і звідси висновок, що  $\mathbf{det}_1 \neq 0$ . Таким чином  $\dot{S}_{21}^* = \dot{S}_{43} = 0$ . Якщо ж  $\dot{S}_{21}^* = \mathbf{Re} \left\{ \overset{\sim}{S}_{21}^* \right\} - j \mathbf{Im} \left\{ \overset{\sim}{S}_{21}^* \right\} = 0$ , то  $\mathbf{Re} \left\{ \overset{\sim}{S}_{21}^* \right\} = j \mathbf{Im} \left\{ \overset{\sim}{S}_{21}^* \right\} = 0$ , а звідси і  $\dot{S}_{21} = 0$ . З властивості взаємності маємо  $\dot{S}_{12} = \dot{S}_{21} = 0$ ;  $\dot{S}_{34} = \dot{S}_{43} = 0$ . Узагальнимо отримані результати:

$$\dot{S}_{12} = \dot{S}_{21} = \dot{S}_{34} = \dot{S}_{43} = 0. \quad (5.8''')$$

З врахуванням (5.8''') МР (5.5) прийме вигляд

$$\hat{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{S}_{31} & \dot{S}_{41} \\ 0 & 0 & \dot{S}_{32} & \dot{S}_{42} \\ \dot{S}_{31} & \dot{S}_{32} & 0 & 0 \\ \dot{S}_{41} & \dot{S}_{42} & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{0} & \hat{T}^T \\ \hat{T} & \hat{0} \end{bmatrix}, \quad (5.9)$$

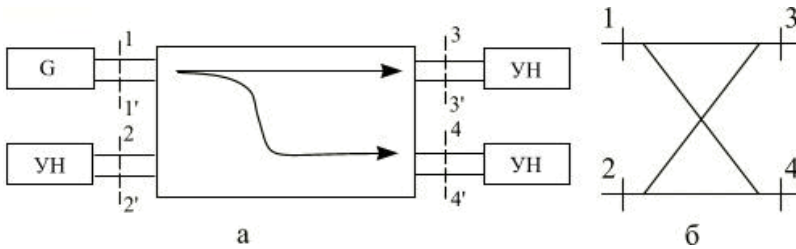
де  $\hat{T}, \hat{T}^T$  – квадратні блоки розмірністю  $2 \times 2$ ,  $\hat{0}$  – нульова матриця розміром  $2 \times 2$ .

Таким чином, припущення про повну узгодженість взаємного недисипативного восьмиполюсника привело до висновку про попарну розв'язку пар входів: 1, 2 та 3, 4. Термін «розв'язані» означає, що електричний зв'язок між цими входами відсутній (бо дорівнюють нулю коефіцієнти передавання  $\dot{S}_{12}$ ,  $\dot{S}_{21}$  між входами 1, 2 та  $\dot{S}_{43}$ ,  $\dot{S}_{34}$  між входами 3, 4).

Оскільки ніяких припущень про внутрішню структуру БП НВЧ не робилося, то цей результат має загальний характер і може бути сформульований у вигляді наступної теореми: **у будь-якого взаємного реактивного 8-полюсника можна отримати властивість повної попарної розв'язки входів за допомогою належного настроювання реактивних узгоджувальних пристроїв на його входах.**

### 5.1.3 Узгоджені реактивні 8-полюсники, як СВ

В (5.9) проведений поділ матриці  $\hat{S}$  на чотири підматриці, тобто виконаний перехід до блокової МР. Відповідно такому поділу, зручно зобразити 8-полюсник з МР (5.9) у вигляді прохідного пристрою з двома групами входів: 1, 2 та 3, 4 і характеризувати його схемою розподілу потужності (рис. 5.4).



G – генератор; УН – узгоджене навантаження  
 а – схема розподілу потужності; б – зображення умовне графічне для СВ

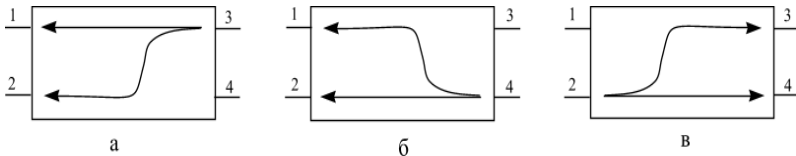
Рисунок 5.4 – Спрямований відгалужувач в тракті НВЧ

Кожна група входів є узгодженою та попарно розв'язаною між собою, про що свідчать нульові діагональні блоки в МР (5.9). Неді-

агональні блоки містять у собі хвильові коефіцієнти передавання з однієї групи в іншу і тому їх можна назвати блоками передавання, або блоками трансформації.

Визначення: **восьмиполюсник НВЧ, який має властивість розв'язки та узгодженості двох пар входів зветься спрямованим відгалужувачем (СВ).** На схемах електричних принципів для СВ застосовують зображення умовне графічне, приведене на рис. 5.4, б.

СВ можна трактувати, як пристрій спрямованого взаємозв'язку двох ліній: первинної лінії 1–3 та вторинної лінії 2–4 (відповідно з нумерацією на рис. 5.4, а). Цей взаємозв'язок дійсно спрямований, бо напрямок відгалуження потужності в вторинну лінію залежить від напряму передавання в первинній лінії. Щоб в цьому переконатися організуємо зміну напряму передавання потужності в первинній лінії, тобто підключимо генератор  $G$  до плеча №3. Тоді відповідні коефіцієнти передавання  $S_{13}$ ,  $S_{23}$  – третій стовпець матриці (5.9), а схема розподілу потужності, як на рис. 5.5, а. При такому збудженні потужність відгалужується вже не в плече 4, а в плече 2, а плече 4, природньо, розв'язане по відношенню до плеча 3. Плечі 1 та 2 залишаються, природньо, розв'язаними. Решта випадків живлення зображені на рис. 5.5, б, рис. 5.5, в. Тут вже первинна лінія 2–4, а вторинна – 1–3.



а – генератор в плечі 3; б – в плечі 4; в – в плечі 2

Рисунок 5.5 – До визначення напряму відгалуження потужності в спільноспрямованому СВ

В техніці НВЧ СВ з таким типом спрямованості зветься спільноспрямованим. Можливі і інші типи спрямованості.

### 5.1.4 Різновидності спрямованості СВ

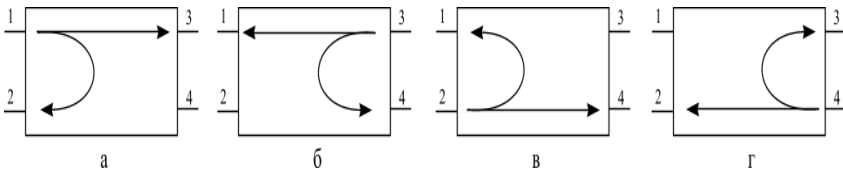
Розглянемо систему рівнянь (5.8) та (5.8') відносно невідомих  $S_{32}$  та  $S_{41}^*$ . Визначник цієї системи  $\mathbf{det}_2 = \dot{S}_{31} \cdot \dot{S}_{43} - \dot{S}_{21} \cdot \dot{S}_{42} \neq 0$  у відповідності з співвідношенням (5.8''), а значить

$$\dot{S}_{32} = \dot{S}_{23} = \dot{S}_{41} = \dot{S}_{14} = 0.$$

При цьому МР прийме вигляд

$$\hat{S} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{S}_{21} & \dot{S}_{31} & 0 \\ \dot{S}_{21} & 0 & 0 & \dot{S}_{42} \\ \dot{S}_{31} & 0 & 0 & \dot{S}_{43} \\ 0 & \dot{S}_{42} & \dot{S}_{43} & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.10)$$

а відповідні їй схеми розподілу потужності – рис. 5.6.



а – живлення з плеча 1; б – з плеча 3; в – з плеча 2; г – з плеча 4

Рисунок 5.6 – Схеми розподілу потужності протиспрямованого СВ

СВ з такими властивостями зветься протиспрямованим. Відмітимо, що матрицю (5.10) можна привести до вигляду (5.9), виконавши перенумерацію плечей  $1 \rightarrow 1; 2 \rightarrow 4; 3 \rightarrow 3; 4 \rightarrow 2$ . Тоді матриця перенумерації  $\hat{N}$  та нова МР  $\left( \hat{S}_N = \hat{N}^T \cdot \hat{S} \cdot \hat{N} \right)$  будуть:

$$\hat{N} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \hat{S}_N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{S}_{31} & \dot{S}_{41} \\ 0 & 0 & \dot{S}_{32} & \dot{S}_{42} \\ \dot{S}_{31} & \dot{S}_{32} & 0 & 0 \\ \dot{S}_{41} & \dot{S}_{42} & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Звичайно в матриці  $\hat{S}_N$  індекси при елементах МР відповідають попередній нумерації плечей.

Тепер розглянемо систему рівнянь (5.8) та (5.8'') відносно невідомих  $\dot{S}_{31}^*$  та  $\dot{S}_{42}^*$ :

$$\begin{cases} \dot{S}_{32} \cdot \dot{S}_{31}^* + \dot{S}_{41}^* \cdot \dot{S}_{42} = 0, \\ \dot{S}_{43} \cdot \dot{S}_{31}^* + \dot{S}_{21}^* \cdot \dot{S}_{42} = 0. \end{cases}$$

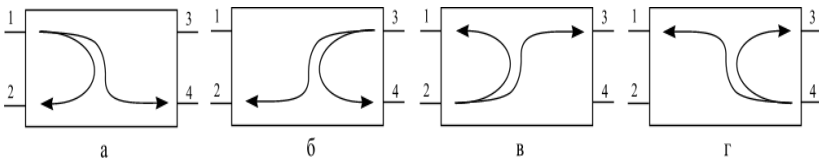
Визначник цієї системи  $\mathbf{det}_3 = \dot{S}_{32} \cdot \dot{S}_{21}^* + \dot{S}_{43} \cdot \dot{S}_{41}^* \neq 0$  у відповідності з співвідношенням (5.8'), а тому

$$\dot{S}_{31} = \dot{S}_{42} = \dot{S}_{13} = \dot{S}_{24} = 0.$$

При цьому МР прийме вигляд:

$$\hat{S} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{S}_{21} & 0 & \dot{S}_{41} \\ \dot{S}_{21} & 0 & \dot{S}_{32} & 0 \\ 0 & \dot{S}_{32} & 0 & \dot{S}_{43} \\ \dot{S}_{41} & 0 & \dot{S}_{43} & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.11)$$

а відповідні їй схеми розподілу потужності – рис. 5.7. Це друга різновидність протиспрямованого СВ. Звичайно матрицю (5.11) можна привести до вигляду (5.9), виконавши відповідну перенумерацію плечей. Треба довести цей факт самостійно.



*a* – живлення з плеча 1; *б* – з плеча 3; *в* – з плеча 2; *г* – з плеча 4

Рисунок 5.7 – Друга різновидність протиспрямованого СВ

### 5.1.5 Канонічна МР для СВ

Вже отримано МР для СВ в блоковій формі (5.9). Доведемо, що квадратні блоки  $\hat{T}$  також є унітарними матрицями другого порядку. Для цього створимо добуток  $\hat{S}^{T*} \cdot \hat{S}$  в блоковій формі

$$\begin{bmatrix} \hat{0} & \hat{T}^T \\ \hat{T} & \hat{0} \end{bmatrix}^{T*} \cdot \begin{bmatrix} \hat{0} & \hat{T}^T \\ \hat{T} & \hat{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix}.$$

З врахуванням властивості взаємності  $\hat{S}^T = \hat{S}$ , в лівій частині можна опустити знак транспонування, виконати комплексне спряження і тоді отримаємо добуток по правилу Крамера для блокових матриць

$$\begin{bmatrix} \hat{0} & \hat{T}^{T*} \\ \hat{T}^* & \hat{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{0} & \hat{T}^T \\ \hat{T} & \hat{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{T}^{T*} \cdot \hat{T} & 0 \\ 0 & \hat{T} \cdot \hat{T}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix}.$$

Звідси витікає, що  $\hat{T}^{T*} \cdot \hat{T} = E$ , тобто блок  $\hat{T}$  є унітарною матрицею другого порядку, але для неї уже отримана канонічна форма (4.19)

$$\hat{T} = \begin{bmatrix} \cos \tau \cdot e^{j\varphi_1} & \sin \tau \cdot e^{j\varphi_2} \\ \sin \tau \cdot e^{j\varphi_3} & -\cos \tau \cdot e^{j(\varphi_2 + \varphi_3 - \varphi_1)} \end{bmatrix},$$

де  $0 \leq \tau \leq \pi/2$ ;  $0 \leq \varphi_i \leq 2\pi$ , ( $i = 1 \dots 3$ ) – незалежні параметри.

Скористаємося цією формою і запишемо МР для узгодженого взаємного (тоді  $\varphi_2 = \varphi_3$  і залишиться тільки три незалежні параметри  $\tau$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ) недисипативного 8-полюсника-спрямованого відгалужувача:

$$\hat{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cos\tau \cdot e^{j\varphi_1} & \sin\tau \cdot e^{j\varphi_2} \\ 0 & 0 & \sin\tau \cdot e^{j\varphi_2} & -\cos\tau \cdot e^{j(\varphi_2 - \varphi_1)} \\ \cos\tau \cdot e^{j\varphi_1} & \sin\tau \cdot e^{j\varphi_2} & 0 & 0 \\ \sin\tau \cdot e^{j\varphi_2} & -\cos\tau \cdot e^{j(\varphi_2 - \varphi_1)} & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.12)$$

Для повного визначення цієї матриці (вона зветься загальною канонічною) треба задати всього 3 параметри  $\tau$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ .

### 5.1.6 Класифікація СВ по фазовим співвідношенням

Кількість незалежних параметрів за допомогою яких визначається канонічна МР (5.12) СВ можна зменшити, якщо врахувати той факт, що величини фазових зсувів  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  можна змінити шляхом зміни координат ПВФ. Існує можливість [1, 7] вибрати ці координати таким чином, щоб привести МР до однієї з двох частинних канонічних форм:

$$\hat{S1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cos\tau & \sin\tau \\ 0 & 0 & \sin\tau & -\cos\tau \\ \cos\tau & \sin\tau & 0 & 0 \\ \sin\tau & -\cos\tau & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (5.13)$$

$$\hat{S2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cos\tau & j \cdot \sin\tau \\ 0 & 0 & j \cdot \sin\tau & \cos\tau \\ \cos\tau & j \cdot \sin\tau & 0 & 0 \\ j \cdot \sin\tau & \cos\tau & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

де залишається лише один незалежний параметр  $\tau$ .

### 5.1.6.1 Синфазно-протифазні СВ

СВ з матрицею розсіювання  $\hat{S}1$  в формі (5.13) зуть синфазно-протифазними. Ця назва зв'язана з тим, що:

– при живленні з плеча №1 (перший стовпець)  $\arg \dot{S}_{31} - \arg \dot{S}_{41} = 0$ , тобто вихідні сигнали будуть синфазними. З цього приводу вхід 1 зветься синфазним входом;

– при живленні з плеча №2 (другий стовпець)  $\arg \dot{S}_{32} - \arg \dot{S}_{42} = \pi$  (за рахунок знаку «-» при  $\dot{S}_{42}$ ), тобто вихідні сигнали будуть протифазними. З цього приводу вхід 2 зветься протифазним.

Аналогічно входи 3 та 4.

### 5.1.6.2 Квадратурні СВ

СВ з матрицею розсіювання  $\hat{S}2$  в формі (5.13) зуть квадратурними. Ця назва зв'язана з тим, що при живленні з будь-якого плеча вихідні сигнали будуть мати фазовий зсув  $\pi/2$ , тобто будуть у квадратурі і, наприклад, при живленні з плеча №1 (перший стовпець) маємо  $\arg \dot{S}_{31} - \arg \dot{S}_{41} = \pi/2$  (за рахунок множника  $j$ ).

Як буде далі, синфазно-протифазні СВ реалізуються вузлами НВЧ з однією площиною симетрії, а квадратурні – вузлами НВЧ з двома площинами симетрії.

## 5.1.7 Робочі параметри СВ. Смуга робочих частот

Робочі параметри СВ (як і будь-якого іншого вузла) визначаються через їх матриці параметрів. Найбільш поширене визначення через МР, оскільки її елементи мають чіткий фізичний зміст, легко визначаються на практиці при експериментальному дослідженні, а режим визначення завжди технічно просто реалізується.

Визначення робочих параметрів розглянемо на прикладі спільно-спрямованого СВ з нумерацією плечей і живлення, як на рис. 5.4, а. Тоді первинна лінія 1–3, а вторинна 2–4. В залежності від величини зв'язку (він визначається конструкцією СВ) між первинною та вторинною лініями, СВ розділяють на слабозв'язані та сильнозв'язані. СВ, які ділять вхідну потужність між робочими плечами 3 та 4 порівну (сильнозв'язані) звать гібридними (гібридами). Гібриди, які забезпечують сталий фазовий зсув між сигналами в вихідних плечах звать мостами. Детально ці питання вивчаються при виконанні лабораторних робіт.

Досі ми розглядали ідеалізовані СВ. В реальних пристроях, звичайно, властивість розв'язки та узгодження хоч і виконується, але лише в деякій мірі, а не ідеально (причини – технологічні відхилення параметрів елементів конструкції, втрати в ЛП і т. і.).

До того ж, розрахункові співвідношення виконуються досить строго лише на розрахунковій частоті. При досить великому відхиленні частоти вони будуть досить істотно відхилятися, що призведе і до відповідної зміни (як правило в гіршу сторону) робочих параметрів. Систему робочих параметрів треба визначити так, щоб була можливість легкої оцінки їх зміни.

СВ звичайно характеризують такими робочими параметрами:

– пряме ослаблення (в первинній лінії)

$$C_{31} = 10 \cdot \lg \left( \frac{1}{|\dot{S}_{31}|^2} \right), \text{ дБ}; \quad C_{31} = 10 \cdot \lg \left( \frac{P_1}{P_3} \right), \text{ дБ}; \quad (5.14)$$

– перехідне затухання (відгалуження з первинної лінії у вторинну)

$$C_{41} = 10 \cdot \lg \left( \frac{1}{|\dot{S}_{41}|^2} \right), \text{ дБ}; \quad C_{41} = 10 \cdot \lg \left( \frac{P_1}{P_4} \right), \text{ дБ}; \quad (5.15)$$

– розв’язка (ізоляція) неробочого плеча (характеризує долю потужності, що проникає в розв’язане плече)

$$C_{21} = 10 \cdot \lg \left( \frac{1}{|\dot{S}_{21}|^2} \right), \text{ дБ}; \quad C_{21} = 10 \cdot \lg \left( \frac{P_1}{P_2} \right), \text{ дБ}; \quad (5.16)$$

– спрямованість

$$C = 10 \cdot \lg \left( \frac{|\dot{S}_{41}|^2}{|\dot{S}_{21}|^2} \right), \text{ дБ}; \quad C = 10 \cdot \lg \left( \frac{P_4}{P_2} \right), \text{ дБ}; \quad C = C_{21} - C_{41}, \text{ дБ}; \quad (5.17)$$

– коефіцієнт стоячої хвилі в  $i$ -тому плечі (характеризує узгодження  $i$ -того плеча)

$$KCX_i = \left( \frac{1 + |\dot{S}_{ii}|^2}{1 - |\dot{S}_{ii}|^2} \right). \quad (5.18)$$

Окрім того, гібриди та мости додатково характеризуються величинами розбалансу вихідних робочих плеч по амплітуді

$$\Delta C_{43} = |C_{41} - C_{31}|, \text{ дБ} \quad (5.19)$$

та по фазі

$$\Delta \varphi_{43} = \arg \dot{S}_{43} - \arg \dot{S}_{31}. \quad (5.19')$$

Смугу робочих частот (абсолютну або відносну, %) визначають по АЧХ та ФЧХ робочих параметрів. Типові частотні залежності робочих параметрів гібриду зображені на рис. 5.8.

$$\xi = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$$

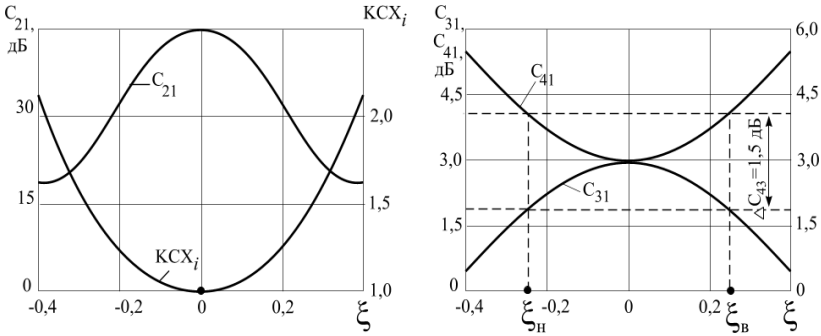


Рисунок 5.8 – Типові частотні залежності робочих параметрів гібридного СВ

Визначимо, наприклад, смугу робочих частот за критерієм  $\Delta C_{43} = 1,5$  дБ. Тоді проведемо горизонтальні лінії заданого розбалансу і визначимо:  $\xi_H = -0,22$ ;  $\xi_E = +0,25$ ; тобто робоча відносна смуга  $\Delta \xi, \% = (\xi_E - \xi_H) \cdot 100 = 47 \%$ .

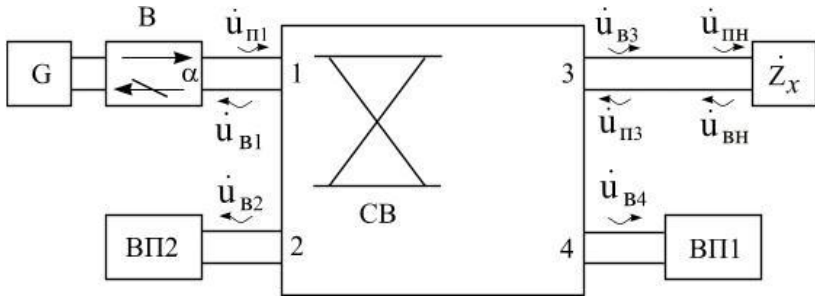
## 5.1.8 Застосування СВ в трактах НВЧ

СВ знаходять дуже широке застосування в трактах НВЧ. Широке їх розповсюдження пояснюється властивостями спрямованого відгалуження потужності, розв'язки між плечами та узгодженості в деякій смузі частот. Розглянемо це питання на прикладах (СВ спільноспрямований).

### 5.1.8.1 Рефлектометр

Якщо коефіцієнт зв'язку первинної та вторинної ліній малий, тобто  $|\dot{S}_{31}| \rightarrow 1$ ,  $|\dot{S}_{41}| \ll 1$ , або  $C_{31} \rightarrow 0$ ;  $C_{41} > 20$  дБ ( $\sin \tau \ll 1$ ;  $\cos \tau \approx 1$ ) – ця властивість досягається відповідною конструкцією елементів зв'язку між лініями) і СВ добре узгоджений ( $KCX_i \approx 1$ ) то включення СВ в первинну лінію практично не змінить її режиму. Але у вторинній лінії з'являються ослаблені (на величину  $C_{41}$ ) рухомі хвилі і їх можна використати для індикації режиму первинної лінії. Розглянемо схему на рис. 5.9, яка призначена для вимірювання коефіцієнту відбиття від невідомого навантаження  $Z_x$ . Вона зветься рефлектометром (від англ. слова reflect – відбивати).

При підключенні генератора до входу 1 майже вся потужність  $P_1 = |\dot{i}_{I1}|^2$ , яку він розвиває буде передана у плече 3 (коли  $C_{31} \rightarrow 0$ ), тобто  $P_3 = |\dot{i}_{B3}|^2 \approx P_1$  і буде падати на навантаження  $\dot{i}_{B3} = \dot{i}_{II}$ , але в той же час у плечі 4 з'явиться ослаблена хвиля з нормованою напругою  $\dot{i}_{B4}$  (приклад:  $C_{41} = 20$  дБ, тоді  $P_{B4} = 0,01 \cdot P_1$ , а  $|\dot{i}_{B4}| = 0,1 \cdot |\dot{i}_{II}|$ , або  $|\dot{S}_{41}| = 0,1$ ). Таким чином, підключивши сюди ВПІ, ми отримаємо можливість виміряти величину, яка пропорційна вхідній потужності.



G – генератор; ВП1 – вимірювач потужності падаючої хвилі; В – вентиль;

ВП2 – вимірювач потужності відбитої хвилі;  $Z_x$  – навантаження з невідомим опором (невідомим коефіцієнтом відбиття)

Рисунок 5.9 – Рефлектометр

Якщо  $Z_x \neq Z_{x3}$ , де  $Z_{x3}$  – хвильовий опір ЛП у плечі 3, то з’явиться хвиля, відбита від навантаження, з нормованою напругою  $\dot{u}_{ВН}$ . Ця хвиля буде падаючою для плеча 3, тобто  $\dot{u}_{П3} = \dot{u}_{ВН}$ . Отже в режимі відбиття від  $Z_x$  вхід 3 буде збуджуватися хвилею  $\dot{u}_{П3}$ . Як виходить з рис. 5.5, а більша частина потужності цієї хвилі буде передана в плече 1 і завдяки цьому з’явиться хвиля  $\dot{u}_{В1}$  і для її ослаблення (тобто щоб не порушувати умову узгодження генератору) включають вентиль В. В той же час в плечі 2 з’явиться ослаблена ( $\dot{u}_{В2} \approx 0,1 \cdot \dot{u}_{П3}$ ) хвиля  $\dot{u}_{В2}$ . Вимірявши потужність цієї хвилі  $P_{В2} = |\dot{u}_{В2}|^2$ , ми отримаємо величину, пропорційну потужності хвилі, відбитої від навантаження (з тим же коефіцієнтом пропорційності, що в попередньому випадку). Взнявши відношення потужностей,

$$\frac{P_{B2}}{P_{B1}} = \Gamma_P; |\Gamma_U| = \sqrt{\Gamma_P}$$

знайдемо коефіцієнт відбиття по потужності  $\Gamma_P$ , а звідси і по напрузі  $\Gamma_U$ . Якщо відоме значення  $Z_{x3}$ , то тоді

$$\Gamma_U = \frac{|Z_x| - Z_{x3}}{|Z_x| + Z_{x3}};$$

з останнього виразу неважко знайти і модуль невідомого опору навантаження  $|Z_x|$ .

$$Z_x = Z_{x3} \cdot \frac{1 + |\Gamma_U|}{1 - |\Gamma_U|}.$$

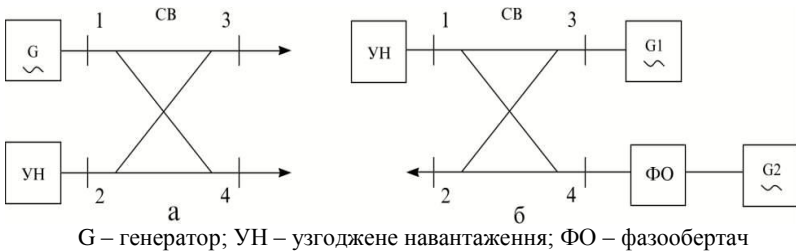
Для знаходження фазового коефіцієнту треба мати або фазометр, або вимірювальну лінію.

### 5.1.8.2 Поділ та додавання потужностей

Розглянемо схему на рис. 5.10, а з квадратурним спільноспрямованим мостом; для мосту  $C_{31}=C_{41}=3$  дБ,  $|\arg \dot{S}_{31} - \arg \dot{S}_{41}| = \pi/2$ , тобто він буде ділити потужність від генератора порівну між плечами 3 та 4 з фазовим зсувом  $\pi/2$ . Якщо навантаження в плечах 3 та 4 неузгоджені але однакові за значенням їх опору, то хвилі, відбиті від них, будуть в плечі 1 протифазними і взаємно компенсуються і при цьому не порушується узгодження генератора; в той же час ці хвилі в плечі 2 будуть синфазними і тут ми отримуємо їх суму; по цій причині в плече 2 включають узгоджене навантаження,

яке повністю поглинає відбиті е. м. х. Таким чином СВ буде робити, як подільник потужності (ПП).

Якщо ж треба додати потужності двох **когерентних** генераторів  $G1, G2$ , то для створення в плечі 2 умов додавання, треба додатково включити в плече 4 фазообертач (рис. 5.10, б), який створить додатковий фазовий зсув на  $\varphi = \pi/2$ . До плеча 1 підключають узгоджене навантаження для поглинання тих хвиль, які можуть бути тут за рахунок, наприклад, того, що фазообертач створює фазовий зсув, який не точно дорівнює  $\pi/2$ ;  $\varphi = \pi/2 + \Delta\varphi$ . В найпростішому випадку фазообертач на  $\varphi = \pi/2$  – це  $\lambda/4$  відрізок ЛП.



з  $\Delta\varphi = \pi/2$ ;  $G1, G2$  – когерентні генератори; СВ – квадратурний

спільноспрямований міст

*a* – подільник потужності (ПП); *б* – суматор потужностей

Рисунок 5.10 – Схеми подільника та суматора потужностей

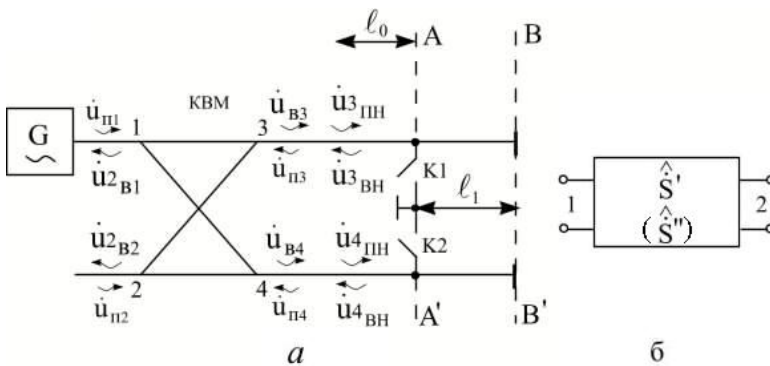
Таким чином, в плечі 2 сигнали когерентних генераторів  $G1$  та  $G2$  будуть додаватися. Відмітимо, що таку ж схему можна використати і для роботи двох передавачів на одну антену.

### 5.1.8.3 Керованийнй ФО з дискретним зсувом фази на основі квадратурного мосту

Для електричного керування кутовим положенням проміню фазованої антенної решітки треба мати фазообертач з електрично керованим фазовим зсувом. Керування може здійснюватися плавно або дискретно. Розглянемо принцип дії та проведемо аналіз керованого ФО з дискретним зсувом фази, схема якого приведена на рис. 5.11, а. Тут використовується квадратурний міст (КВМ) з МР (5.13) в формі  $\hat{S}2$ ; природньо, якщо це міст, то його конструкція повинна бути такою, щоб забезпечити значення параметра  $\tau = \pi/4$ .

Тоді в (5.13) для  $\hat{S}2$  буде  $\cos\pi/4 = \sin\pi/4 = \sqrt{2}/2$  і МР буде мати вигляд

$$\hat{S}2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & j \\ 0 & 0 & j & 1 \\ 1 & j & 0 & 0 \\ j & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$



G – генератор; K1, K2 – електричнокеровані ключі; КВМ – квадратурний

міст;  $\hat{S}'$  – МР 4-полюсника, коли K1 та K2 в стані «замкнено»,

$\hat{S}''$  – K1, K2 в стані «розімкнено»;

a – схема ФО; б – еквівалентний 4-полюсник

Рисунок 5.11 – Електричнокерований фазообертач з дискретним зсувом фази

Хай до входу 1 КВМ підключено генератор G, який забезпечує ЕМХ з нормованою напругою  $\dot{u}_{1П}$ . Якщо в цьому випадку нормовані напруги  $\dot{u}_{1П2} = \dot{u}_{1П3} = \dot{u}_{1П4} = 0$ , то вектор впливу для КВМ  $\overset{\vee}{u}1_{П}$  буде мати тільки один ненульовий елемент

$$\overset{\vee}{u}1_{П} = |\dot{u}_{1П}, 0, 0, 0|^T. \quad (5.20)$$

Знайдемо вектор реакцій КВМ за співвідношенням (3.12)

$$\overset{\vee}{u}1_{В} = \hat{S}2 \cdot \overset{\vee}{u}1_{П} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & j \\ 0 & 0 & j & 1 \\ 1 & j & 0 & 0 \\ j & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{u}_{1П} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{u}_{1П} \\ j \cdot \dot{u}_{1П} \end{bmatrix}.$$

З останнього виразу видно, що нормовані напруги хвиль, що є реакціями КВМ на вплив у вигляді вектору  $\check{u}_{П1}$  будуть мати ненульове значення тільки на входах 3 та 4 –  $\check{u}_{B3}, \check{u}_{B4}$ . Тут

$$\check{u}_{B3} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \check{u}_{П1}; \quad \check{u}_{B4} = j \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \check{u}_{П1}.$$

Оскільки ми ніяких умов на генератор не накладали, для спрощення розрахунків приймемо, що  $\check{u}_{П1} = 1$  і перейдемо в останніх виразах до експоненціальної форми запису комплексних чисел, а тоді

$$\check{u}_{B3} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \exp(j0); \quad \check{u}_{B4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \exp\left(j\frac{\pi}{2}\right). \quad (5.21)$$

Припустимо, що ключі К1 та К2 знаходяться в замкненому стані, що еквівалентно створенню в перетині АА' режиму К. З. для ЕМХ в ЛП. Тоді хвилі з нормованими напругами  $\check{u}_{B3}$  та  $\check{u}_{B4}$  пройдуть відстань  $\ell_0$ , отримавши фазовий набіг  $\varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda_X} \cdot \ell_0$ , будуть мати нормовані напруги

$$\check{u}_{B3} \cdot \exp(-j\varphi_0); \quad \check{u}_{B4} \cdot \exp(-j\varphi_0). \quad (5.21')$$

Ці хвилі будуть падаючі для навантаження у вигляді К.З., отже введемо для них позначення

$$\check{u}_{3ПН} = \check{u}_{B3} \cdot \exp(-j\varphi_0); \quad \check{u}_{4ПН} = \check{u}_{B4} \cdot \exp(-j\varphi_0).$$

Оскільки коефіцієнт відбиття від К. З.  $\check{\Gamma}_{К.З.} = -1 = 1 \cdot e^{j\pi}$ , то з'являться відбиті хвилі з нормованими напругами

$$\begin{aligned} \dot{i}_{3_{BH}} &= \Gamma_{К.3.} \cdot \dot{i}_{3_{ПН}} = \dot{i}_{B3} \cdot \exp\left\langle j\varphi_0 + \pi \right\rangle \\ \dot{i}_{4_{BH}} &= \Gamma_{К.3.} \cdot \dot{i}_{4_{ПН}} = \dot{i}_{B4} \cdot \exp\left\langle j\varphi_0 + \pi \right\rangle \end{aligned} \quad (5.22)$$

Ці хвилі пройдуть відстань  $\ell_0$  в напрямі від К. 3. до КВМ і, отримавши фазовий набіг  $\varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda_X} \cdot \ell_0$ , будуть мати нормовані напруги  $\dot{i}_{3_{BH}} \cdot \exp\left\langle j\varphi_0 \right\rangle$ ,  $\dot{i}_{4_{BH}} \cdot \exp\left\langle j\varphi_0 \right\rangle$ . Оскільки вони будуть падаючими на входи 3 та 4 КВМ, введемо для них позначення

$$\dot{i}_{П3} = \dot{i}_{3_{BH}} \cdot \exp\left\langle j\varphi_0 \right\rangle; \quad \dot{i}_{П4} = \dot{i}_{4_{BH}} \cdot \exp\left\langle j\varphi_0 \right\rangle.$$

З врахуванням (5.21) та (5.22), отримаємо для  $\dot{i}_{П3}$  та  $\dot{i}_{П4}$

$$\begin{aligned} \dot{i}_{П3} &= \dot{i}_{B3} \cdot \exp\left\langle j\varphi_0 + \pi \right\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \exp\left\langle j\varphi_0 + \pi \right\rangle \\ \dot{i}_{П4} &= \dot{i}_{B4} \cdot \exp\left\langle j\varphi_0 + \pi \right\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \exp\left[ -j\left(2\varphi_0 + \pi - \frac{\pi}{2}\right) \right]. \end{aligned}$$

Як буде видно далі, відрізок ЛП довжиною  $\ell_0$  впливає лише на початковий фазовий зсув, а тому виберемо  $\ell_0$  так, щоб  $2\varphi_0 + \pi = 2 \cdot \frac{2\pi}{\lambda_X} \cdot \ell_0 + \pi = 2\pi n$ , де  $n = 1, 2, \dots$ . Тоді  $\exp\left\langle j \cdot 2\pi \right\rangle = 1$  і отримаємо

$$\dot{i}_{П3} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \dot{i}_{П4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \exp\left(j \frac{\pi}{2}\right). \quad (5.23)$$

Таким чином приходимо до висновку, що в результаті відбиття від К. 3. (в перетині А–А') будуть виникати хвилі з нормованими напругами  $\dot{i}_{П3}$ ,  $\dot{i}_{П4}$ , які за напрямком свого руху є падаючими на входи 3 та 4 КВМ. Згрупуємо їх у вектор впливу  $\dot{i}_{2_{П}}$

$$\check{u}2_{II} = |0, 0, \dot{u}_{II3}, \dot{u}_{II4}|^T \quad (5.23')$$

та знайдемо вектор  $\check{u}2_B$  реакції КВМ на такий вплив

$$\check{u}2_B = \hat{S}2 \cdot \check{u}2_{II}$$

$$\check{u}2_B = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & j \\ 0 & 0 & j & 1 \\ 1 & j & 0 & 0 \\ j & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{u}_{II3} \\ \dot{u}_{II4} \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \begin{bmatrix} \dot{u}_{II3} + j\dot{u}_{II4} \\ j\dot{u}_{II3} + \dot{u}_{II4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5.24)$$

Знайдемо з (5.24) елементи  $\dot{u}2_{B1}$  та  $\dot{u}2_{B2}$  цього вектора (див. рис. 5.11) з врахуванням значень  $\dot{u}_{II3}$  та  $\dot{u}_{II4}$  з (5.23)

$$\dot{u}2_{B1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left( \dot{u}_{II3} + j\dot{u}_{II4} \right) \stackrel{5.23}{=} \frac{\sqrt{2}}{2} \left[ \frac{\sqrt{2}}{2} + j \left( j \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \right] = \frac{\sqrt{2}}{2} \left[ \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (-1) \right] = 0, \quad (5.25)$$

$$\dot{u}2_{B2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left( j\dot{u}_{II3} + \dot{u}_{II4} \right) \stackrel{5.23}{=} \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left[ j \frac{\sqrt{2}}{2} + j \frac{\sqrt{2}}{2} \right] = j = 1 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}.$$

Як видно з (5.25), розсіяної хвилі (відбитої від входу 1) на вході 1 не буде, бо  $\dot{u}2_{B1} = 0$ , а нормована напруга розсіяної хвилі на вході 2 –  $\dot{u}2_{B2}$  – відрізняється від  $\dot{u}_{II1}$  тільки по фазі на величину  $\pi/2$ . Оскільки величина  $\dot{u}2_{B2}$  є реакцією КВМ на збудження у вигляді (5.22'), а це збудження є реакцією схеми (при К1 та К2 в стані «замкнено») на збудження у вигляді (5.20), то можна дійти до висновку, що КВМ (це 8-полюсник), у якого до робочих входів 3 та 4 підключені повністю відбиваючі навантаження (К.3.) перетворюється в ідеально узгоджений прохідний 4-полюсник (рис. 5.11, б) з нульовими втратами передавання (бо напруга за модулем не змінюється). Звичайно цей висновок буде справедливим при умові неутування дисипативними втратами в ЛП, КВМ та ключах К1 та К2.

Таким чином, перший стовпець МР  $\hat{S}'$  прохідного 4-полюсника вже визначено:  $\dot{S}'_{11} = 0$ ;  $\dot{S}'_{21} = 1 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} = j$ . Для знаходження другого стовпця підключимо генератор до другого входу КВМ, тобто задамо (як і в попередньому випадку)  $\dot{u}_{H2} = 1$ . Провівши аналогічний аналіз неважко впевнитися, що  $\dot{S}'_{22} = 0$ ;  $\dot{S}'_{12} = j$ . Цей результат по недіагональним елементам є природнім, бо ми не передбачували наявності в схемі анізотропних складових, а звідси 4-полюсник повинен бути взаємним і тому МР  $\hat{S}'$  симетрична відносно головної діагоналі. Отже МР  $\hat{S}'$  буде мати такий вигляд:

$$\hat{S}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \cdot \exp\left(j\frac{\pi}{2}\right) \\ 1 \cdot \exp\left(j\frac{\pi}{2}\right) & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.26)$$

У відповідності з (4.2') фазовий коефіцієнт елементів МР можна змінювати за рахунок зміни довжини підвідної лінії. Підберемо її на вході 2 так, щоб в (5.26) отримати для  $\varphi_{21}$  та  $\varphi_{12}$  фазові коефіцієнти величиною  $2\pi$ , тоді матриця  $\hat{S}'$  стане

$$\hat{S}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.27)$$

Переведемо тепер ключі К1 та К2 в стан «розімкнено». Тоді їх внутрішній опір буде нескінченно великим і ключі, оскільки вони включені в ЛП (перетин А–А') паралельно, не будуть впливати на процес розповсюдження хвилі. При цьому ЕМХ з нормованими напругами у вигляді (5.21) пройдуть до К.З. в перетині В–В' додаткову відстань довжиною  $\ell_1$  і отримають додатковий фазовий зсув

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_X} \cdot \ell_1, \text{ тобто сумарна їх фаза буде } \varphi_{\Sigma} = \varphi_0 + \varphi_1.$$

Провівши аналогічний попередньому випадку аналіз (це читачу пропонується зробити самостійно), ми отримаємо МР  $\hat{S}''$  для ФО, коли ключі К1 та К2 в стані «розімкнено».

$$\hat{S}'' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \cdot e^{-j2\varphi_1} \\ 1 \cdot e^{-j2\varphi_1} & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.27')$$

Різниця фазових коефіцієнтів комплексних коефіцієнтів передавання  $\hat{S}'$  та  $\hat{S}''$ , тобто  $\varphi''_{21} - \varphi'_{21}$  (тут з (5.27') маємо, що  $\varphi''_{21} = 2\varphi_1$ , а з (5.27) –  $\varphi'_{21} = 0$ ) і є тим фазовим зсувом  $\varphi$ , що забезпечує ФО при зміні стану ключів К1 та К2. Порівнявши ці величини отримаємо

$$\varphi = 2\varphi_1 = 2 \cdot \frac{2\pi}{\lambda_X} \cdot \ell_1,$$

а звідси знаходимо потрібну довжину  $\ell_1$  фазозсувного відрізка ЛП

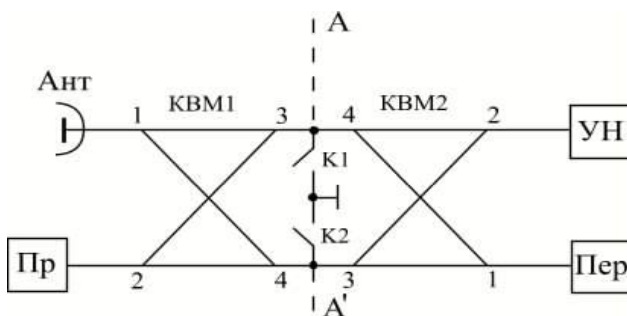
$$\ell_1 = \lambda_X \cdot \frac{4\pi}{\varphi}, \quad (5.28)$$

де  $\lambda_X$  – повздовжня довжина хвилі фазозсувної ЛП (довжина хвилі в напрямній системі).

Слід звернути увагу на те, що при проведенні аналізу роботи схеми ФО ми передбачували, що в робочих плечах ідеального КВМ включені ідеально однакові навантаження, тобто до входів 3 та 4 підключені однакові за довжиною та властивостями ЛП, однакові за властивостями ключі та К.З. Якщо ця умова не виконується, то, як неважко встановити за вище розглянутою методикою, значення  $\dot{S}'_{11} \neq 0$ ,  $\dot{S}'_{22} \neq 0$ ,  $\dot{S}''_{11} \neq 0$ ,  $\dot{S}''_{22} \neq 0$ , а звідси з властивості унітарності (п.4.3.2.1) виходить, що, навіть при відсутності дисипативних втрат,  $|\dot{S}'_{21}| < 1$ ,  $|\dot{S}''_{21}| < 1$ . В інженерній практиці такі розрахунки звичайно виконують, коли необхідно проаналізувати вплив технологічних та інших відхилень, які можуть виникнути в процесі виробництва, на відхилення робочих параметрів пристроїв.

### 5.1.8.4 Антенний перемикач на основі КВМ

В радіолокаційних системах передавач та приймач звичайно працюють на одну антену. Для того, щоб вони не впливали один на одного (або, іншими словами, були «розв'язані» між собою) треба застосовувати антенний перемикач. Один з прикладів було розглянуто в п.5.1.1.2 (рис. 5.2, в) з застосуванням циркулятору. Приклад схеми антенного перемикача з застосуванням КВМ наведено на рис. 5.12.



Ант – антена; Пр – приймач; Пер – передавач; К1, К2 – ключі;  
КВМ1, КВМ2 – квадратурні мости; УН – узгоджене навантаження

Рисунок 5.12 – Схема антенного перемикача на основі КВМ

Звичайно добиваються того, щоб антена, приймач та передавач були узгоджені зі схемою перемикача. Розглянемо роботу схеми при виконанні цієї умови.

Хай ключі К1 та К2 переведено в стан «замкнено». Оскільки при цьому їх опір прагне до нуля, то це призводить до того, що в перерізі AA' в з'єднувальних ЛП створюється режим К.З. Як видно з результатів аналізу п.5.1.8.3, в цьому режимі сигнал з антени без затухання (якщо знехтувати втратами) передається в приймач, а умова узгодження антени при цьому не порушується. Отже це режим роботи перемикача на прийом.

Переведемо ключі К1 та К2 в стан «розімкнено»; їх внутрішній опір прагне до нескінченності, отже вони не будуть впливати на режим роботи з'єднувальних ліній. Хай довжини з'єднувальних ліній між входами 3 та 4 КВМ1 та КВМ2 будуть однаковими. Рабо-

ту схеми в цьому режимі розглянемо з застосуванням схем розподілу потужності для КВМ1 та КВМ2, при умові, що передавач включений, отже  $\dot{i}_{2П1} \neq 0$  (див. рис. 5.13). КВМ2 розділить потужність падаючої хвилі порівну між входами 3 та 4 – хвилі  $\ell$  та  $f$  на рис. 5.13. Їх нормовані амплітуди визначаються виразом (5.21). Хвилі  $\ell$  та  $f$  пройдуть деяку, але однакову відстань між КВМ1 та КВМ2, отримають деякий фазовий зсув  $\varphi_0$  – вираз (5.21') і будуть падаючими для входів 3 та 4 КВМ1. Згрупуємо з них вектор впливу для КВМ1 з врахуванням (5.21')

$$\vec{\dot{i}}_{1П} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{i}_{2В4} \cdot \exp\left\langle -j\varphi_0 \right\rangle \\ \dot{i}_{2В3} \cdot \exp\left\langle -j\varphi_0 \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{i}_{1П3} \\ \dot{i}_{1П4} \end{bmatrix}^T.$$

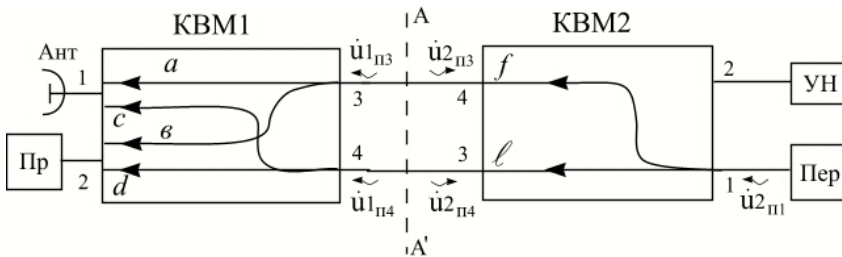


Рисунок 5.13 – До розглядання роботи антенного перемикача в режимі передавання

Таку ситуацію ми вже досліджували в попередньому підрозділі, але різниця в тому, що  $\dot{i}_{1П3}$  визначається через  $\dot{i}_{2В4} \cdot \exp\left\langle -j\varphi_0 \right\rangle$ , а  $\dot{i}_{1П4}$  – через  $\dot{i}_{2В3} \cdot \exp\left\langle -j\varphi_0 \right\rangle$ . Це призведе до того, що хвилі  $a$  та  $c$  будуть синфазними вже не на вході 2, а на вході 1, отже тут вони додаються і будуть подаватися в антену, а хвилі  $b$  та  $d$  будуть проти-фазними, отже будуть взаємно компенсуватися на вході 2 і в приймач не попадуть.

В якості ключів  $K1$  та  $K2$  на НВЧ частіше всього використовують комутувальні  $p-i-n$  діоди [12]. Їх опір в стані «розімкнено», природньо не буде нескінченно великим, отже буде спостерігатися деяке відбиття, тобто на входах 3 та 4 КВМ2 з'являться хвилі

з нормованими напругами  $i_{2_{ПЗ}}$  та  $i_{2_{П4}}$ , які зсунуті по фазі на  $\pi/2$  – вирази (5.21) та (5.21'). Таку ситуацію ми також досліджували в попередньому розділі і впевнилися, що для КВМ2 вхід 1 залишається узгодженим, а на вході 2 ці хвилі будуть синфазними, отже будуть додаватися. Для їх поглинання і встановлюють узгоджене навантаження УН. До того ж, на практиці розв'язка КВМ ніколи не є нескінченно великою, отже частина потужності передавача зі входу 1 все-таки попадає на вхід 2, а тут вона знову ж таки поглинається в УН.

## 5.2 Використання властивості симетрії для дослідження та аналізу БП НВЧ

Для дослідження властивостей, аналізу та розрахунку матриць параметрів симетричних БП НВЧ звичайно [1, 3, 7] використовують або властивість комутативності матриці симетрії  $\hat{G}$  з матрицями параметрів  $\hat{S}$ ,  $\hat{Z}$ ,  $\hat{Y}$ , або МСАЗ.

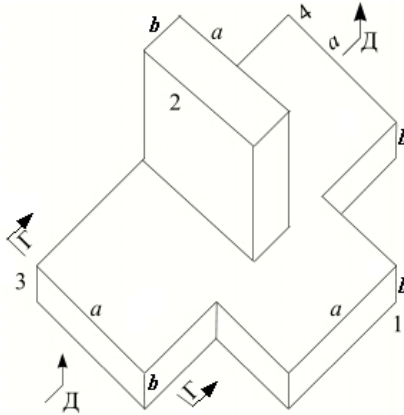
### 5.2.1 Використання властивості комутативності

матриць  $\hat{S}$  та  $\hat{G}$

Розглянемо на прикладі ПХТ (рис. 5.14). Раніше вже отримали матрицю симетрії  $\hat{G}$  цього вузла. Не накладаючи на  $\hat{S}$  ніяких додаткових умов, окрім реактивності  $\hat{S}^{T*} \cdot \hat{S} = E$  (навіть не вимагаючи узгодженості), запишемо в розгорнутій формі властивість комутації  $\hat{G} \cdot \hat{S} = \hat{S} \cdot \hat{G}$ :

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{S}_{11} & \dot{S}_{12} & \dot{S}_{13} & \dot{S}_{14} \\ \dot{S}_{12} & \dot{S}_{22} & \dot{S}_{23} & \dot{S}_{24} \\ \dot{S}_{13} & \dot{S}_{23} & \dot{S}_{33} & \dot{S}_{34} \\ \dot{S}_{14} & \dot{S}_{24} & \dot{S}_{34} & \dot{S}_{44} \end{bmatrix} = \\
& = \begin{bmatrix} \dot{S}_{11} & \dot{S}_{12} & \dot{S}_{13} & \dot{S}_{14} \\ \dot{S}_{12} & \dot{S}_{22} & \dot{S}_{23} & \dot{S}_{24} \\ \dot{S}_{13} & \dot{S}_{23} & \dot{S}_{33} & \dot{S}_{34} \\ \dot{S}_{14} & \dot{S}_{24} & \dot{S}_{34} & \dot{S}_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

В першу чергу поцікавимося коефіцієнтами передачі між Е-та на Н-плечами (елементи  $S_{12}$ ,  $S_{21}$ ), між Н-плечем та основним хвилеводом ( $S_{13}$ ,  $S_{31}$ , або  $S_{14}$ ,  $S_{41}$ ), між Е-плечем та основним хвилеводом ( $S_{32}$ ,  $S_{23}$ , або  $S_{24}$ ,  $S_{42}$ ) та між плечами основного хвилеводу ( $S_{43}$ ,  $S_{34}$ ). Для цього обчислимо елементи матриць-добутків зліва ( $A_{pq}$ ) та справа ( $B_{pq}$ ) при відповідних значеннях індексів (1, 2; 3, 1; 3, 2; 4, 3) і прирівняємо їх ( $A_{pq} = B_{pq}$ ):



1 – Н-плече; 2 – Е-плече; 3–4 – основний хвилевід

Рисунок 5.14 – Подвійний хвилеводний трійник

$$p = 1; q = 2: \dot{S}_{12} = -\dot{S}_{21}; \quad (5.29)$$

$$p = 3; q = 1: \dot{S}_{14} = \dot{S}_{13}; \quad (5.29')$$

$$p = 3; q = 2: \dot{S}_{24} = -\dot{S}_{23}; \quad (5.29'')$$

$$p = 4; q = 3: \dot{S}_{33} = \dot{S}_{44}. \quad (5.29''')$$

Із (5.29) виходить, що  $\dot{S}_{12} = 0$ , тобто плечі Е та Н розв'язані між собою, причому незалежно від частоти, але при виконанні вихідних умов: взаємності, недисипативності (або в сумі вимог – реактивності), симетрії, та додатковій умові однакового узгодження по

плечам 3 та 4 (5.29'''). Проаналізуємо поведінку цього вузла в режимі узгодження Н- та Е-плечей ( $S_{11} \rightarrow 0$ ;  $S_{22} \rightarrow 0$ ).

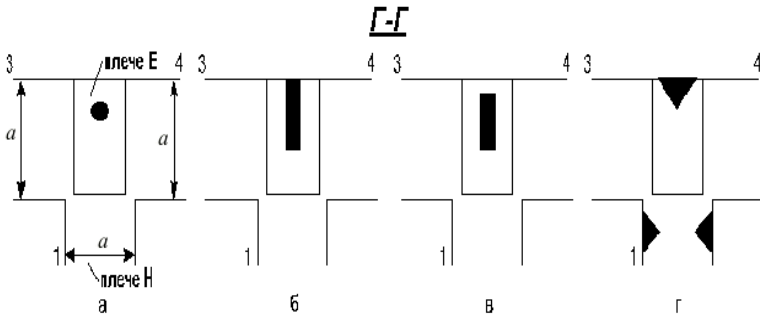
### 5.2.1.1 Узгодження Е- та Н- плечей

Якщо  $\dot{S}_{12} = 0$ , то ПХТ веде себе, як два не зв'язаних між собою хвилеводних Г- розгалуження типу Е та Н. Як ми вже виявили при розгляді розгалуження КК, такі вузли принципово неможливо одночасно узгодити зі всіх трьох плечей ( $\dot{S}_{ii} \approx -1/3, K\dot{C}X_i \approx 2$ ). Треба здійснювати додаткові заходи для узгодження, наприклад, як на рис. 5.15 для Н-плеча та на рис. 5.16 для Е-плеча (відповідно, перерізи Г-Г та Д-Д – рис. 5.14). При відсутності зв'язку між плечами Е та Н ( $\dot{S}_{12} = 0$ ), елементи для узгодження Е-та Н-плеча діють незалежно один від другого. Припустимо, що досягли  $S_{11} = 0, S_{22} = 0$ .

Після узгодження входів 1 та 2, МР для ПХТ з врахуванням (5.29)–(5.29''') приймає вигляд :

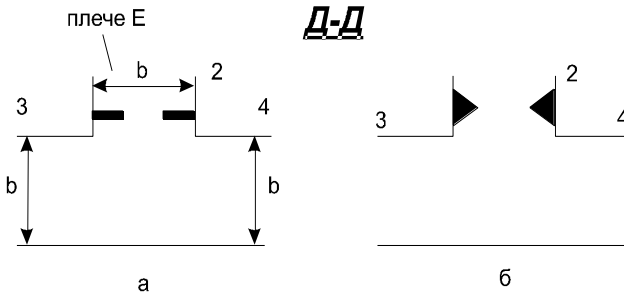
$$\hat{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{S}_{13} & \dot{S}_{23} \\ 0 & 0 & \dot{S}_{13} & -\dot{S}_{23} \\ \dot{S}_{13} & \dot{S}_{23} & \dot{S}_{33} & \dot{S}_{43} \\ \dot{S}_{13} & -\dot{S}_{23} & \dot{S}_{43} & \dot{S}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{0} & \hat{T}^T \\ \hat{T} & \hat{Q} \end{bmatrix}. \quad (5.30)$$

МР для ПХТ у вигляді (5.30) відрізняється від МР ідеального СВ (5.9) наявністю квадратного блока  $\hat{Q}$ . Доведемо, що  $\hat{Q} = \hat{0}$ , тобто ПХТ є ідеальним СВ.



$a$ –індуктивний штир;  $б$ –індуктивна полоса;  
 $в$ –індуктивна стрічка;  $г$ –індуктивні розподілені виступи

Рисунок 5.15 – Засоби узгодження Н-плеча в ПХТ



*a*– зосереджена ємнісна діафрагма в Е- плечі;

*б*–розподілена ємнісна діафрагма в Е- плечі

Рисунок 5.16 – Засоби узгодження Е- плеча в ПХТ

### 5.2.1.2 Узгоджений по Н– та по Е – плечам ПХТ, як ідеальний СВ

Матриця розсіювання ПХТ у вигляді (5.30) повинна бути унітарною. Запишемо умову  $\hat{S}^{T*} \cdot \hat{S} = E$  в блоковій формі:

$$\begin{bmatrix} \hat{0} & \hat{T}^{T*} \\ \hat{T}^* & \hat{Q}^* \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} \hat{0} & \hat{T}^T \\ \hat{T} & \hat{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & \hat{0} \\ \hat{0} & E \end{bmatrix},$$

і врахуємо, що для взаємних БП НВЧ  $\hat{S}^T = \hat{S}$ , тоді

$$\begin{bmatrix} \hat{0} & \hat{T}^{T*} \\ \hat{T}^* & \hat{Q}^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{0} & \hat{T}^T \\ \hat{T} & \hat{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & \hat{0} \\ \hat{0} & E \end{bmatrix}.$$

Проведемо блокове перемноження та, знайшовши елементи першого рядка матриці-добутку, утворимо матричні рівняння:

$$\hat{T}^{T*} \cdot \hat{T} = E; \hat{T}^{T*} \cdot \hat{Q} = \hat{0}.$$

Перше рівняння підтверджує унітарність блока  $\hat{T}$  матриці  $\hat{S}$ .  
 Домножимо друге рівняння зліва на матрицю – блок  $\hat{T}$  і отримаємо:

$$\hat{T} \cdot \hat{T}^{T*} \cdot \hat{Q} = \hat{T} \cdot \hat{0}.$$

Добуток  $\hat{T} \cdot \hat{T}^{T*} = \hat{T}^{T*} \cdot \hat{T} = E$ , а тоді  $E \cdot \hat{Q} = \hat{0}$ .

Оскільки матриця  $E \neq 0$ , то  $\hat{Q} = 0$  і отримаємо по елементам блока  $Q$ :

$$\dot{S}_{44} = \dot{S}_{33} = 0; \quad \dot{S}_{34} = \dot{S}_{43} = 0.$$

Висновок: входи 3 та 4 також розв'язані між собою та узгоджені.

Таким чином, матриця  $S$  для ПХТ приймає вигляд матриці (5.9), що властива ідеальному СВ. Цей висновок також має загальний характер і формулюється у вигляді теореми [1]:

**Якщо реактивний симетричний 8-полосник узгоджений і одночасно розв'язаний відносно однієї пари входів, то він стає узгодженим та розв'язаним і відносно другої пари входів, тобто буде ідеальним СВ.**

### 5.2.1.3 Розрахунок числових значень елементів МР для ПХТ

Знайдемо модулі елементів МР для ПХТ. Для цього скористаємося властивістю унітарності блоку  $T$ .

$$\begin{bmatrix} \dot{S}_{13}^* & \dot{S}_{13}^* \\ \dot{S}_{23}^* & -\dot{S}_{23}^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{S}_{13} & \dot{S}_{23} \\ \dot{S}_{13} & -\dot{S}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

а звідси

$$|\dot{S}_{13}|^2 + |\dot{S}_{13}|^2 = 1; \quad |\dot{S}_{23}|^2 + |\dot{S}_{23}|^2 = 1, \text{ тому}$$

$$|\dot{S}_{13}| = \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad |\dot{S}_{23}| = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Для знаходження фазових співвідношень скористаємося канонічною формою унітарної матриці 2-го порядку; для нашого випадку значення  $\tau = \pi/4$  ( $\sin \tau = \cos \tau = 1/\sqrt{2}$ ), а тому

$$\hat{T} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{bmatrix} e^{j\varphi_1} & e^{j\varphi_2} \\ e^{j\varphi_2} & -e^{j(\varphi_2 - \varphi_1)} \end{bmatrix}.$$

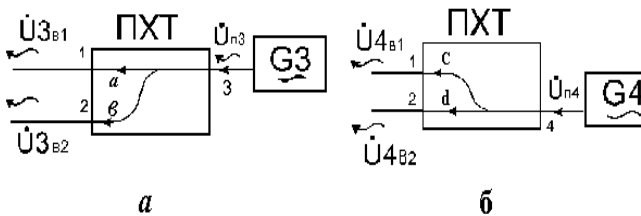
Оскільки фази елементів МР залежать від координат ПВФ, їх можна підібрати так, щоб, залишаючи ПХТ симетричним, привести його МР до канонічної форми  $\hat{S}1$  виразу (5.13):

$$\hat{S} = \frac{e^{j\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.31)$$

Вираз (5.31) показує, що ПХТ є синфазно-протифазним мостом НВЧ.

#### 5.2.1.4 До пояснення поняття «міст НВЧ»

Розглянемо ПХТ, як спільноспрямований СВ-міст зі схемою розподілу потужності, як на рис. 5.4, а. З п.5.1.8.2. ясно, що при деяких умовах цей пристрій може бути як ПП так і додавати потужності генераторів, які будуть підключені до робочих плечей 3 та 4 (або до другої пари) – рис. 5.17.



*a* – джерело в плечі 3; *b* – джерело в плечі 4

Рисунок 5.17 – Умовні позначення при підключенні генератору до плечей 3 або 4

З матриці (5.31) при  $\varphi=0$  отримаємо, що

– при підключенні генератору G3 до плеча 3:

$$\dot{U}_{3_{B1}} = \dot{S}_{13} \cdot \dot{U}_{П3} = \frac{\dot{U}_{П3}}{\sqrt{2}}; \quad \dot{U}_{3_{B2}} = \dot{S}_{23} \cdot \dot{U}_{П3} = \frac{\dot{U}_{П3}}{\sqrt{2}};$$

– при підключенні генератора до плеча 4:

$$\dot{U}_{4_{B1}} = \dot{S}_{14} \cdot \dot{U}_{П4} = \frac{\dot{U}_{П4}}{\sqrt{2}}; \quad \dot{U}_{4_{B2}} = \dot{S}_{24} \cdot \dot{U}_{П4} = \frac{-\dot{U}_{П4}}{\sqrt{2}}.$$

Якщо підключити два генератори (G3 та G4) одночасно, то, при умові їх когерентності, отримаємо (рис. 5.18):

$$\dot{U}_{B1} = \dot{U}_{3_{B1}} + \dot{U}_{4_{B1}}; \quad P_{B1} = P_{3_{B1}} + P_{4_{B1}};$$

$$P = |\dot{u}|^2 \quad (5.32)$$

$$\dot{U}_{B2} = \dot{U}_{3_{B2}} + \dot{U}_{4_{B2}}; \quad P_{B2} = P_{3_{B2}} + P_{4_{B2}},$$

де  $P_{k_{ej}}(k, j=1,2)$ ,  $P_{ei}(i=1,2)$  – нормовані потужності відбитих хвиль, тобто, по термінології МР, тих хвиль, що розсіюються багатополуномиком (або, іншими словами, відбиваються від нього).

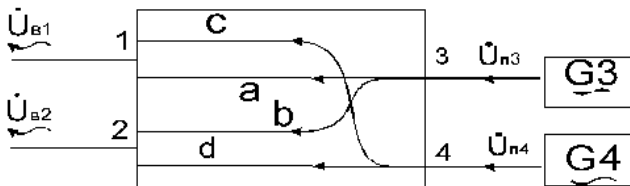


Рисунок 5.18 – Умовні позначення при одночасному підключенні когерентних генераторів до плечей 3 та 4

Розглянемо 2 випадки:

– генератори G3 та G4 видають синфазні хвилі, тоді, при

$\dot{U}_{П3} = \dot{U}_{П4}$ , з (5.32) отримаємо:

$$\dot{U}_{B1} = \frac{\dot{U}_{П3}}{\sqrt{2}} + \frac{\dot{U}_{П3}}{\sqrt{2}}; \quad P_{B1} = \frac{|\dot{U}_{П3}|^2}{2} + \frac{|\dot{U}_{П3}|^2}{2} = P'_a + P'_c;$$

$$\dot{U}_{B2} = \frac{\dot{U}_{II3}}{\sqrt{2}} - \frac{\dot{U}_{II3}}{\sqrt{2}} = 0; \quad P_{B2} = 0;$$

– генератори G3 та G4 видають протифазні хвилі,  $\dot{U}_{II3} = -\dot{U}_{II4}$  тоді

$$\begin{aligned} \dot{U}_{B1} &= \frac{\dot{U}_{II3}}{\sqrt{2}} - \frac{\dot{U}_{II3}}{\sqrt{2}} = 0; \quad P_{B1} = 0; \\ \dot{U}_{B2} &= \frac{\dot{U}_{II3}}{\sqrt{2}} - \left( -\frac{\dot{U}_{II3}}{\sqrt{2}} \right) = 2 \cdot \frac{\dot{U}_{II3}}{\sqrt{2}}; \quad P_{B2} = P'_e + P'_d. \end{aligned}$$

Зміст позначень  $P_a, P_e, P_c, P_d$  зрозумілий з розглядання рис. 5.17 та рис. 5.18.

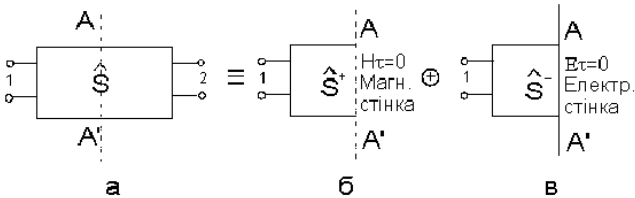
Висновок: при синфазному живленні плеч 3 та 4 в плечі Н (1) маємо суму потужностей  $P'_a + P'_c$ ; в плечі Е (2) – їх різницю (нуль при  $P_e = P_d$ ), а при протифазному живленні навпаки. В цьому є деяка аналогія з звичайним низькочастотним мостом, де (для ПХТ) плечі Н та Е грають роль діагоналей.

ПХТ ще звать подвійним хвилеводним Т-мостом.

### 5.2.2 Використання МСАЗ для знаходження МР симетричного 4-полюсника

Розглянемо симетричний 4-полюсник. Хай площина симетрії AA' (рис. 5.19, а). Представимо МР 4-полюсника в блоковій формі:

$\hat{S}$  – МР для 4-полюсника в цілому;  $\hat{S}^+$  – МР для 1/2 чотиріполюсника з магнітною стінкою (СЗ) в площині симетрії;  $\hat{S}^-$  – аналогічна МР для АСЗ



$a$  – вихідний 4-полюсник;  $b$  – СЗ;  $c$  – АСЗ

Рисунок 5.19 – МСАЗ для 4-полюсника

$$\hat{S} = \begin{bmatrix} \dot{S}_{11} & \dot{S}_{12} \\ \dot{S}_{12} & \dot{S}_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{S}_1 & \hat{S}_2 \\ \hat{S}_2 & \hat{S}_1 \end{bmatrix},$$

тут  $\hat{S}_1 = \dot{S}_{11}$ ,  $\hat{S}_2 = \dot{S}_{12}$  – матриці-блоки розміром  $1 \times 1$ .

В рамках МСАЗ представимо 4-полюсник у вигляді деякої сукупності 2-полюсника СЗ (рис. 5.19,  $b$ ) з матрицею  $\hat{S}^+ = \Gamma^+$  (бо це буде коефіцієнт відбиття – єдиний елемент МР 2-полюсника) та двополюсника АСЗ (рис. 5.19,  $c$ ) з МР  $\hat{S}^- = \Gamma^-$ . Тоді, знайшовши будь-яким способом (з врахуванням внутрішньої будови 4-полюсника) коефіцієнти відбиття  $\Gamma^+$  та  $\Gamma^-$ , для матриць-блоків  $\hat{S}_1$  та  $\hat{S}_2$  будемо мати

$$\hat{S}_1 = S_{11} = \frac{1}{2} \left( \Gamma^+ + \Gamma^- \right); \quad \hat{S}_2 = S_{12} = \frac{1}{2} \left( \Gamma^+ - \Gamma^- \right),$$

і тоді складемо шукану МР для 4-полюсника

$$\hat{S} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Gamma^+ + \Gamma^- & \Gamma^+ - \Gamma^- \\ \Gamma^+ - \Gamma^- & \Gamma^+ + \Gamma^- \end{bmatrix}.$$

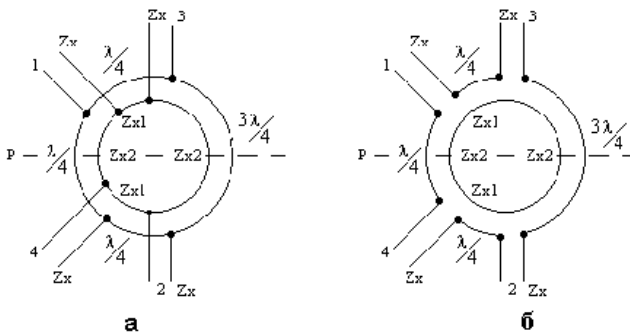
### 5.2.3 Знаходження МР кільцевого СВ

Кільцевий СВ уявляє собою ЛП (довжиною  $1,5 \cdot \lambda$ ), звернуту в кільце з Т-розгалуженнями. Ці розгалуження можуть бути паралельними (рис. 5.20,  $a$ ), або послідовними (рис. 5.20,  $b$ ). Будемо досліджувати СВ з паралельними розгалуженнями.

Хай  $Z_X$  – хвильовий опір ЛП для підключення;  $Z_{X1}$ ,  $Z_{X2}$  – хвильовий опір ЛП, які створюють кільце.

Коротко розглянемо принцип роботи цього пристрою.

При збудженні плеча 1 хвилі в плечах 3 та 4 будуть синфазними, бо проходять однакову відстань  $\lambda/4$ . Щодо плеча 2: хвиля по траєкторії 1-4-2 проходить шлях  $\lambda/2$ , а по траєкторії 1-3-2 – шлях  $\lambda$ ; різниця ходу  $\lambda/2$ , хвилі протифазні і в плечі 2 взаємно компенсуються, тому плече 2 розв'язане по відношенню до плеча 1. Аналогічно при збудженні плеча 2, в плечах 3 та 4 збуджуються протифазні хвилі, плече 1 як і раніш, розв'язане, тобто це синфазно-протифазний СВ.



*a* – СВ з паралельними розгалуженнями; *б* – з послідовними

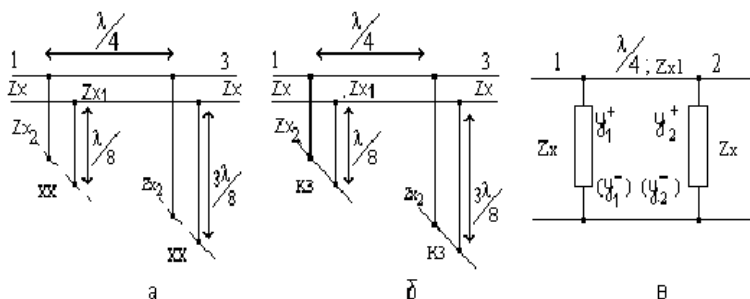
Рисунок 5.20 – Кільцеві СВ

Діючи в рамках МСАЗ, представимо кільцевий СВ сукупністю 4-полосників СЗ та АСЗ (рис. 5.21 *a, б*). Тут номери входів відповідають номерам вихідної схеми. Перераховуючи ХХ та КЗ в переріз ліній 1-3 по звичайним формулам:

$$y1^- = y1_{K3} = \left( \frac{-j}{z_{X2}} \right) \cdot ctg\left( \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{8} \right); \quad y1^+ = y1_{XX} = \left( \frac{+j}{z_{X2}} \right) \cdot tg\left( \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{8} \right);$$

$$y2^- = y2_{K3} = \left( \frac{-j}{z_{X2}} \right) \cdot ctg\left( \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{3\lambda}{8} \right); \quad y2^+ = y2_{XX} = \left( \frac{+j}{z_{X2}} \right) \cdot tg\left( \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{3\lambda}{8} \right),$$

перейдемо до рис. 5.21, *в*, де зображена еквівалентна схема після перерахунку опорів (КЗ та ХХ) в переріз лінії 1-3.



*a* – 4-полосник СЗ; *б* – 4-полосник АСЗ; *в* – еквівалентна схема

Рисунок 5.21 – До аналізу кільцевого СВ

Для розрахунку однієї з матриць параметрів (частіше всього це матриці  $\hat{S}$  або  $\hat{T}$ ) найчастіше використовують декомпозиційний підхід. В рамках цього підходу зробимо декомпозицію еквівалентної схеми рис. 5.21, *в*. В результаті одержимо декомпозиційну схему, яка зображена на рис. 5.22.

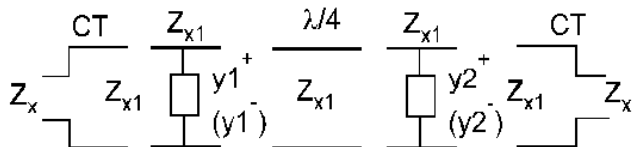


Рисунок 5.22 – Декомпозиційна схема для розрахунку  $\hat{S}^+$  та  $\hat{S}^-$  при аналізі кільцевого СВ ( $\hat{S}^+ \rightarrow y1^+, y2^+; \hat{S}^- \rightarrow y1^-, y2^-$ )

На цій схемі чотириполосний елемент, позначений як СТ, враховує різкий перехід від ЛПІ з хвильовим опором  $Z_x$  до ЛПІ з хвильовим опором  $Z_{x1}$ . Це так званий «стрибок» хвильового опору. Вводячи для кожного елемента 4-полосну модель, що описується відповідною матрицею параметрів  $\hat{Q}$ , отримаємо каскадне з'єднання 4-полосників (рис. 5.23). Методи аналізу таких з'єднань залежать від типу матриці  $\hat{Q}$ . Найчастіше для таких з'єднань ви-

користуються МПК та МПХ [1, 3], але можна скористатися і МР в поєднанні з відповідними алгоритмами аналізу. Методи аналізу з'єднань БП НВЧ будуть розглядатися в наступному розділі.

Використавши той чи інший алгоритм, знайдемо матриці  $\hat{Q}^+$ ,  $\hat{Q}^-$ . При розрахунку  $\hat{Q}^+$  приймають участь величини  $y_1^+, y_2^+$ , а для  $\hat{Q}^-$  –  $y_1^-, y_2^-$ . Припустимо що знайдено  $\hat{S}^+$ ,  $\hat{S}^-$ . Тоді, у відповідності з МСАЗ, матриці-блоки  $\hat{S}1$ ,  $\hat{S}2$

$$\hat{S}1 = \frac{1}{2}(\hat{S}^+ + \hat{S}^-); \quad \hat{S}2 = \frac{1}{2}(\hat{S}^+ - \hat{S}^-),$$

а МР кільцевого СВ

$$\hat{S} = \begin{bmatrix} \hat{S}1 & \hat{S}2 \\ \hat{S}2 & \hat{S}1 \end{bmatrix}.$$

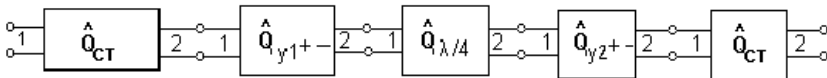
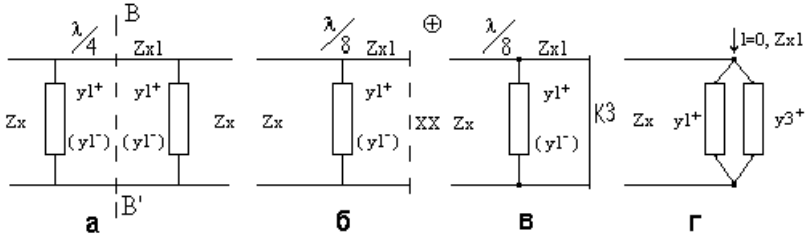


Рисунок 5.23 – Багатополюсна модель для декомпозиційної схеми на рис. 5.19

Відмітимо, що для цього пристрою зміню величин  $z_{X1}$ ,  $z_{X2}$ ,  $z_X$  можна добитись будь-якого співвідношення  $|\dot{S}_{31}|/|\dot{S}_{41}|$ . В окремому випадку, для того, щоб одержати гібрид, треба взяти:  $z_{X1} = z_{X2} = z_X \cdot \sqrt{2}$ . Зауважимо, що кільцевий СВ є синфазно-протифазним, оскільки має тільки одну поздовжню площину симетрії  $p$  – рис. 5.20.

### 5.2.4 Знаходження МР шлейфного СВ





*a* – вихідна схема симетричного 4-полюсника; *б* – 2-полюсник СЗ;  
*в* – двополюсник АСЗ; *г* – 2-полюсник СЗ після перерахування ХХ

Рисунок 5.25 – До аналізу СБП на рис. 5.24, *б* та рис. 5.24, *в*

Перерахувавши ХХ в переріз ЛП, де розташована  $y_1^+$  по формулі  $\dot{y}_3^+ = \dot{y}_{3XX} = \left( \frac{j}{z_{X1}} \right) \cdot \text{tg} \left( \frac{\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{8} \right)$ , ми отримаємо паралельне з'єднання (рис. 5.25, *г*) провідностей  $\dot{y}_1^+ + \dot{y}_3^+ = y^{++}$ , але сумарна провідність  $y^{++}$  включена в ЛП з хвильовим опором  $Z_{x1}$  і цей факт примушує враховувати дві обставини:

- «стрибок» хвильового опору з величини  $Z_x$  до величини  $Z_{x1}$ ; відповідний елемент треба вводити в декомпозиційну схему;
- сумарна провідність  $y^{++}$  «працює» в ЛП з хвильовим опором  $Z_{x1}$ , як деяке навантаження. Від цього навантаження Е. М. Х. буде відбиватися (в загальному випадку) з коефіцієнтом відбиття:

$$\Gamma_{1^{++}} = \hat{S}1^{++} = \frac{y_{X1} - y^{++}}{y_{X1} + y^{++}}, \quad (5.33)$$

де  $y_{X1} = 1/z_{X1}$  – хвильова провідність ЛП, в яку включена провідність  $y^{++}$ .

З врахуванням цих обставин і побудуємо декомпозиційні схеми всіх чотирьох двополюсників:

- 1)  $y_1^+ - \text{XX}$  ( $\Gamma_{1^{++}}$ ); 2)  $y_1^+ - \text{КЗ}$  ( $\Gamma_{1^{--}}$ );
- 3)  $y_1^- - \text{XX}$  ( $\Gamma_{1^{++}}$ ); 4)  $y_1^- - \text{КЗ}$  ( $\Gamma_{1^{--}}$ ); – рис. 5.26

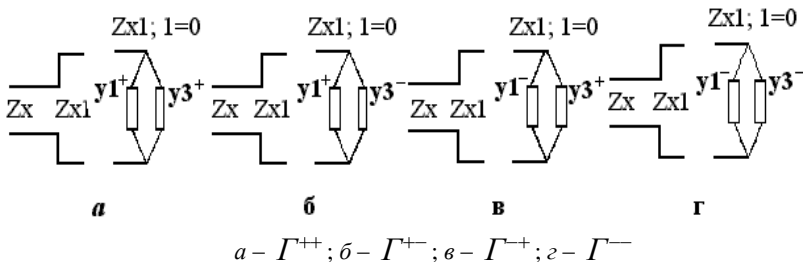


Рисунок 5.26 – Декомпозиційні схеми для визначення коефіцієнтів відбиття від парціальних 2-полосників

Як і для попереднього випадку, введемо для «стрибка» модель у вигляді 4-полосника з МР  $\hat{S}_{CT}$ , а для лінії  $Z_{x1}$  і  $\ell=0$ , що навантажена на відповідну провідність – двополосника з коефіцієнтом відбиття  $\Gamma^{++}$ , або  $\Gamma^{+-}$ , або  $\Gamma^{-+}$ , або  $\Gamma^{--}$ ; тоді для визначення МР  $\hat{S}^+$  парціального симетричного 4-полосника СЗ з провідністю  $y1^+$  – рис. 5.27, а – одержимо з'єднання, як на рис. 5.27, б, рис. 5.27, в.

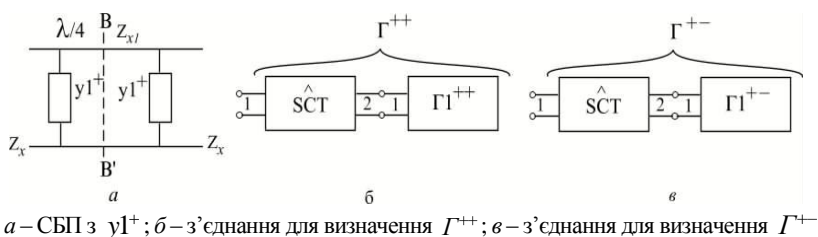
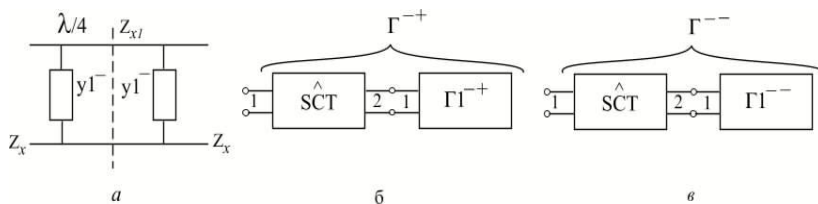


Рисунок 5.27 – До обчислення МР  $\hat{S}^+$

Для визначення МР  $\hat{S}^-$  парціального 4-полосника АСЗ(з  $y1^-$ ) – рис. 5.28, а – одержимо з'єднання, як на рис. 5.28, б та 5.28, в.



$a$  – СБП з  $yI^+$ ;  $b$  – з’єднання для визначення  $\Gamma^{++}$ ;  $c$  – з’єднання для визначення  $\Gamma^{--}$

Рисунок 5.28 – До визначення МР  $\hat{S}^-$

Знайшовши будь-якими способами МР з’єднання на рис. 5.27,  $b$  ( $\Gamma^{++}$ ) та на рис. 5.27,  $c$  ( $\Gamma^{--}$ ) по алгоритму МСАЗ отримаємо матрицю  $\hat{S}^+$  парціального 4-полюсника з  $yI^+$  (рис. 5.27,  $a$ ):

$$\hat{S}^+ = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Gamma^{++} + \Gamma^{+-} & \Gamma^{++} - \Gamma^{+-} \\ \Gamma^{++} - \Gamma^{+-} & \Gamma^{++} + \Gamma^{+-} \end{bmatrix}. \quad (5.34')$$

Аналогічно, знайшовши  $\Gamma^{++}$  по з’єднанню рис. 5.28,  $b$  та  $\Gamma^{--}$  по з’єднанню рис. 5.28,  $c$ , отримаємо матрицю  $\hat{S}^-$  парціального чотириполюсника з  $yI^-$  (рис. 5.28,  $a$ ):

$$\hat{S}^- = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Gamma^{--} + \Gamma^{-+} & \Gamma^{--} - \Gamma^{-+} \\ \Gamma^{--} - \Gamma^{-+} & \Gamma^{--} + \Gamma^{-+} \end{bmatrix}. \quad (5.34'')$$

По матрицям  $\hat{S}^+$  та  $\hat{S}^-$  парціальних 4-полюсників знайдемо матриці-блоки  $\hat{S}1$  та  $\hat{S}2$  МР шлейфного СВ в цілому:

$$\hat{S}1 = \frac{1}{2} \left( \hat{S}^+ + \hat{S}^- \right), \quad \hat{S}2 = \frac{1}{2} \left( \hat{S}^+ - \hat{S}^- \right),$$

або в розгорнутому вигляді:

$$\hat{S}1 = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} \Gamma^{++} + \Gamma^{+-} + \Gamma^{-+} + \Gamma^{--} & \Gamma^{++} - \Gamma^{+-} + \Gamma^{-+} - \Gamma^{--} \\ \Gamma^{++} - \Gamma^{+-} + \Gamma^{-+} - \Gamma^{--} & \Gamma^{++} + \Gamma^{+-} + \Gamma^{-+} + \Gamma^{--} \end{bmatrix}, \quad (5.35')$$

$$\hat{S}2 = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} \Gamma^{++} + \Gamma^{+-} - \Gamma^{-+} - \Gamma^{--} & \Gamma^{++} - \Gamma^{+-} - \Gamma^{-+} + \Gamma^{--} \\ \Gamma^{++} - \Gamma^{+-} - \Gamma^{-+} + \Gamma^{--} & \Gamma^{++} + \Gamma^{+-} - \Gamma^{-+} - \Gamma^{--} \end{bmatrix}. \quad (5.35'')$$

З матриць-блоків  $\hat{S}1$  (5.35') та  $\hat{S}2$  (5.35'') складаємо блокову МР шлейфного СВ в цілому:

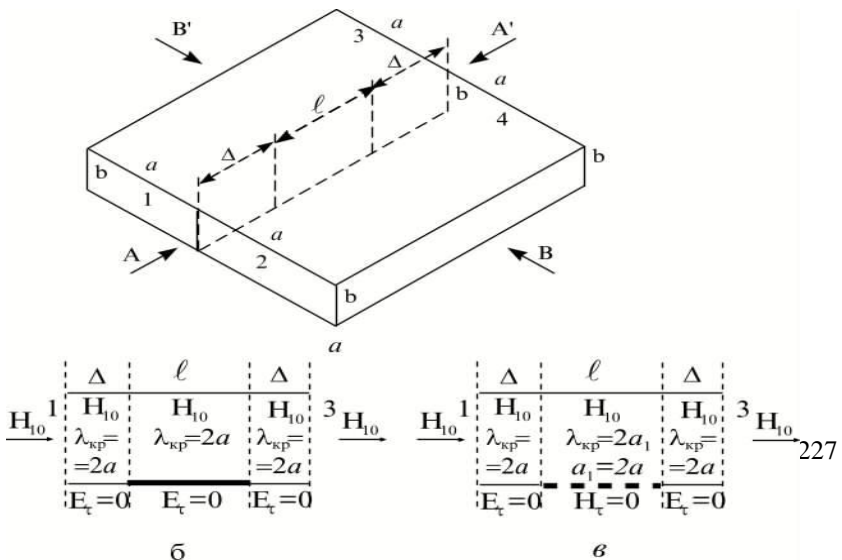
$$\hat{S} = \begin{bmatrix} \hat{S}1 & \hat{S}2 \\ \hat{S}2 & \hat{S}1 \end{bmatrix}.$$

Відмітимо, що для цього пристрою зміною величин  $Z_{X1}, Z_{X2}, Z_X$  можна добитися будь-якого співвідношення  $|\dot{S}_{31}|/|\dot{S}_{41}|$ . В окремому випадку гібриду треба взяти:  $z_{X1} = z_X/\sqrt{2}$ ;  $z_{X2} = z_X$ . Зауважимо, що шлейфний СВ є квадратурним, оскільки має дві площини симетрії: поздовжню  $AA'$  та поперечну  $BB'$ .

### 5.2.5 Знаходження МР хвильоводного щілинного СВ

Щілинний СВ уявляє собою два ПХ з хвилею  $H_{10}$ , сполучені по вузьким стінкам. В загальній стінці цього з'єднання зроблено отвір зв'язку довжиною  $\ell$  (рис. 5.29, а), висота щілини зв'язку дорівнює висоті (розміру стінки  $b$ ) ПХ.

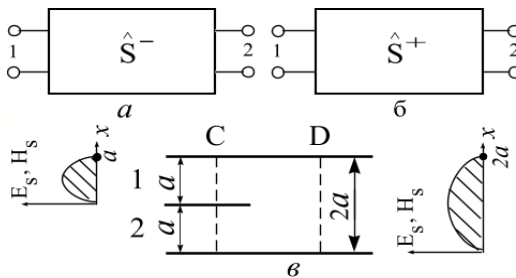
Цей пристрій має дві площини симетрії – поздовжню  $AA'$  та поперечну  $BB'$ . Скористаємося поздовжньою симетрією і, у відповідності з МСАЗ, спочатку встановимо в площині симетрії електропровідну стінку ( $E_\tau=0$ ); тоді отримаємо двохходову систему, зображену на рис. 5.29, б. Хай її МР буде поки що невідома матриця



$\hat{S}^-$  другого порядку (модель – чотириполюсник АСЗ – рис. 5.30, а). На другому етапі встановимо магнітопровідну стінку ( $H_\tau = 0$ ), відповідна двохходова система зображена на рис. 5.29, в, а її модель – на рис. 5.30, б (матриця розсіювання  $\hat{S}^+$ ).

а – ескіз пристрою; б – симетрична половина при АСЗ; в – симетрична половина при СЗ

Рисунок 5.29 – Представлення щілинного СВ по МСАЗ



а – 4-полюсник АСЗ; б – 4-полюсник СЗ;

в – вузол (розгалуження ПХ), що створюється в режимі СЗ

Рисунок 5.30 – До розрахунку  $\hat{S}^+$  та  $\hat{S}^-$  щілинного СВ

### 5.2.5.1 Розрахунок матриці $\hat{S}^-$

Двохходовий вузел, що відповідає АСЗ (рис. 5.29, б) – це відрізок ПХ (бо електропровідна стінка ( $E_\tau = 0$ ) є просто продовженням електропровідних вузьких стінок ПХ) з довжиною  $\ell + 2\Delta$ . Якщо збудити в плечі 1 хвилю  $H_{10}$ , то в переході з відрізка  $\Delta$  на відрізок  $\ell$  граничні умови не порушуються і продовжується поширення хвилі  $H_{10}$  з тою ж фазовою швидкістю  $V\phi^-$ , довжиною хвилі  $\lambda_X^-$ , що і перед цим. Оскільки хвилевід вважається узгодженим ( $S_{11} = 0$ ), то при проходженні відрізка  $\ell + 2\Delta$  Е. М. Х. отримує тільки фазовий набіг  $\varphi^- = \left( \pi/\lambda_X^- \right) \left( \ell + 2\Delta \right)$ , тут  $\lambda_X^- = \lambda_0 / \sqrt{1 - \left( \epsilon_0/2a \right)^2}$  – поз-

довжня довжина хвилі типу  $H_{10}$  в хвилеводі з розміром широкої стінки  $a$ ,  $\lambda_0 = C/f$  – довжина хвилі в вакуумі,  $f$  – частота збудження,  $C = 3 \cdot 10^8$  м/сек – швидкість Е. М. Х. в вакуумі, таким чином  $S_{21}^- = \exp\{j\varphi^-\}$ . Тоді, з врахуванням поперечної симетрії  $S_{22}^- = S_{11}^-$ ,  $S_{21}^- = S_{12}^-$ , отримаємо:

$$\hat{S}^- = \begin{bmatrix} 0 & \exp\{j\varphi^-\} \\ \exp\{j\varphi^-\} & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.36)$$

### 5.2.5.2 Розрахунок матриці $\hat{S}^+$

В двохходовому вузлі, що відповідає СЗ, в місці переходу від відрізка  $\Delta$  до відрізка  $\ell$  будуть порушуватися граничні умови (на відріжку  $\Delta - E_\tau = 0$ , а на відріжку  $\ell - H_\tau = 0$ ), тому в дійсній структурі на протязі від перерізу **C** до перерізу **D** (рис. 5.30, в) повинні створюватися хвилі вищого типу, які будуть, так би мовити, «відбирати» частково енергію у основної хвилі, створювати відбиті хвилі і т. і. По цій причині, строго кажучи, матриця  $\hat{S}^+$  4-полюсника СЗ повинна мати вигляд

$$\hat{S}^+ = \begin{bmatrix} \dot{\rho} & \dot{t} \\ \dot{t} & \dot{\rho} \end{bmatrix}.$$

Але в першому наближенні відбиття можна не враховувати (вважати, що в МР  $\hat{S}^+ S_{11}^+ = S_{22}^+ = 0$ ), а  $S_{21}^+ = S_{12}^+ = \exp(j\varphi^+)$ . Величина фазового набігу

$$\varphi^+ = \frac{2\pi}{\lambda_X^+} \cdot \ell + \frac{2\pi}{\lambda_X} \cdot 2 \cdot \Delta.$$

тут  $\lambda_X^+$  – поздовжня довжина хвилі  $H_{10}$  в хвилеводі подвоєної ширини

$$\lambda_X^+ = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{4a}\right)^2}},$$

де  $\lambda_0$  – довжина хвилі збудження (в вакуумі).

Оскільки  $\lambda_X^+ < \lambda_X^-$ , то  $\varphi^+ > \varphi^-$ .

Позначимо величину  $\varphi^+ = \varphi^- + \Delta\varphi$ , де  $\Delta\varphi$  – добавка за рахунок того, що  $\varphi^+ > \varphi^-$ , тоді МР  $\hat{S}^+$  буде

$$\hat{S}^+ = \begin{bmatrix} 0 & \exp\left\{j\left(\varphi^- + \Delta\varphi\right)\right\} \\ \exp\left\{j\left(\varphi^- + \Delta\varphi\right)\right\} & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.36')$$

### 5.2.5.3 Розрахунок МР в цілому

У відповідності з МСАЗ, знайдемо матриці-блоки  $\hat{S}1$  та  $\hat{S}2$  загальної МР щілинного СВ

$$\hat{S}1 = \frac{1}{2} \left( \hat{S}^+ + \hat{S}^- \right), \quad \hat{S}2 = \frac{1}{2} \left( \hat{S}^+ - \hat{S}^- \right)$$

Тут з врахуванням (5.36) та (5.36')

$$S1_{21} = \frac{1}{2} \left( e^{-j(\varphi^- + \Delta\varphi)} + e^{-j\varphi^-} \right), \quad S2_{21} = \frac{1}{2} \left( e^{-j(\varphi^- + \Delta\varphi)} - e^{-j\varphi^-} \right);$$

$$S1_{11} = 0, \quad S1_{22} = 0, \quad S2_{11} = 0, \quad S2_{22} = 0.$$

По формулі Ейлера  $e^{\pm jx} = \cos x \pm j \cdot \sin x$ ; врахуємо формули суми косинусів та синусів

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2 \cdot \cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2};$$

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2 \cdot \sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

та отримаємо:

$$\hat{S}1_{21} = e^{-j(\varphi^- + \Delta\varphi/2)} \cdot \cos(\Delta\varphi/2); \quad \hat{S}1_{11} = -j \cdot e^{-j(\varphi^- + \Delta\varphi/2)} \cdot \sin(\Delta\varphi/2).$$

Тоді МР для щілинного СВ отримає вигляд

$$\hat{S} = \begin{bmatrix} \hat{S}1 & \hat{S}2 \\ \hat{S}2 & \hat{S}1 \end{bmatrix} = e^{-j(\varphi^- + \Delta\varphi/2)} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cos(\Delta\varphi/2) & -j \sin(\Delta\varphi/2) \\ 0 & 0 & -j \sin(\Delta\varphi/2) & \cos(\Delta\varphi/2) \\ \cos(\Delta\varphi/2) & -j \sin(\Delta\varphi/2) & 0 & 0 \\ -j \sin(\Delta\varphi/2) & \cos(\Delta\varphi/2) & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.37)$$

При виборі довжини  $l$  ділянки зв'язку так, щоб  $\Delta\varphi = \pi/2$ , отримаємо, що  $\cos\pi/4 = \sin\pi/4 = \sqrt{2}/2 = 1/\sqrt{2}$ , та змінивши координати ПВФ, приходимо до МР ідеального квадратурного мосту:

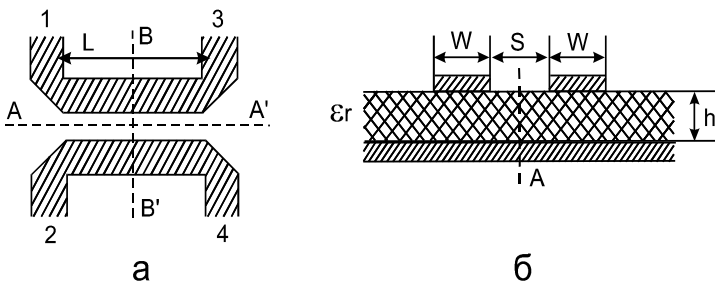
$$\hat{S} = \frac{e^{-j\varphi_0}}{\sqrt{2}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -j \\ 0 & 0 & -j & 1 \\ 1 & -j & 0 & 0 \\ -j & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.37')$$

Взагалі, можна довести строго [1, 7], що властивість квадратурності притаманна всім СВ з двома площинами симетрії.

В Додатку Б наведено приклад виконання щілинного хвильового мосту з складною формою поперечного перерізу області зв'язку. Цей захід дозволяє суттєво збільшити смугу робочих частот цього пристрою за рахунок використання особливостей ЕМП в області зв'язку.

### 5.2.6 Знаходження МР для СВ на зв'язаних ЛП

Розглянемо СВ на зв'язаних НСЛ – рис. 5.31, де зазначені всі їх розміри.



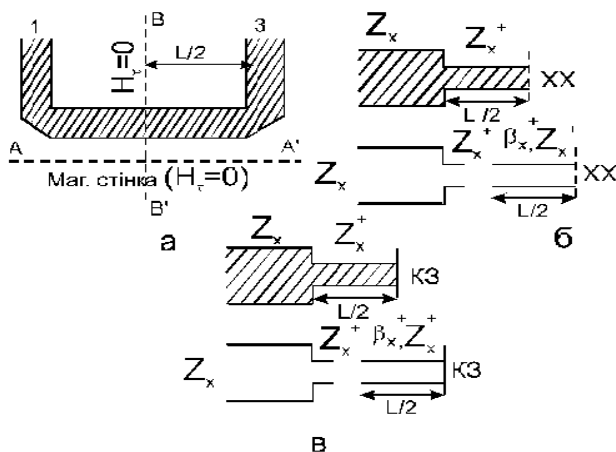
*a* – вид зверху на смужкові провідники; *б* – поперечний переріз

Рисунок 5.31 – СВ на зв'язаних НСЛ

Ми вже розглядали таку структуру з точки зору розрахунку її власних параметрів  $\beta^+$ ,  $\beta^-$ ,  $z_X^+$ ,  $z_X^-$ ,  $\epsilon_{ef}^+$ ,  $\epsilon_{ef}^-$  за допомогою МСАЗ з використанням властивості поздовжньої симетрії відносно площини AA'. Тепер використаємо додатково властивості поперечної симетрії відносно площини В-В'.

Хай хвильовий опір підвідних ліній буде  $Z_X$  (у всіх плечах). Використавши повздовжню симетрію спочатку з режимом СЗ, перейдемо до однієї ЛП з хвилею СЗ (параметри з позначкою «+») – рис. 5.32, а.

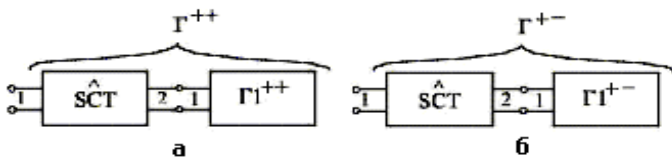
У відповідності з МСАЗ, встановимо в режимі СЗ магнітопровідну стінку в площині В-В' (режим ХХ) і отримаємо структуру та декомпозиційну схему, зображену на рис. 5.32, б. Аналогічно в режимі АСЗ – рис. 5.32, в. Перерахувавши навантаження у вигляді ХХ та КЗ в переріз входу, одержимо провідності  $y^{++}$  та  $y^{+-}$ , які включені в ЛП з хвильовою провідністю  $y_X^+ = 1/z_X^+$ , а звідси і коефіцієнти відбиття  $\Gamma^{++}$  та  $\Gamma^{+-}$  по формулі (5.33), де замість  $y_{X1}$  треба підставити  $y_X^+$ . Таким чином, в режимі СЗ по повздовжній симетрії отримаємо з'єднання, зображені на рис. 5.33.



а – повздовжня симетрія, режим СЗ; б – поперечна симетрія, режим СЗ;

в – поперечна симетрія, режим АСЗ

Рисунок 5.32 – До визначення МР для СВ на зв'язаних НСЛ



$a$  – з'єднання для визначення  $\Gamma^{++}$ ;  $b$  – аналогічно для  $\Gamma^{-}$

Рисунок 5.33 – До визначення матриці розсіювання  $\hat{S}^+$

Тут чотириполусник з МР  $\hat{SCT}^+$  – це модель «стрибка» хвильового опору з значення  $z_X$  до  $z_X^+$ . МР  $\hat{SCT}^+$  визначається [1, 3] по формулі:

$$\hat{SCT}^+ = \frac{1}{z_X^+ + z_X} \cdot \begin{bmatrix} z_X^+ - z_X & 2 \cdot \sqrt{z_X^+ \cdot z_X} \\ 2 \cdot \sqrt{z_X^+ \cdot z_X} & z_X^+ - z_X \end{bmatrix}. \quad (5.38)$$

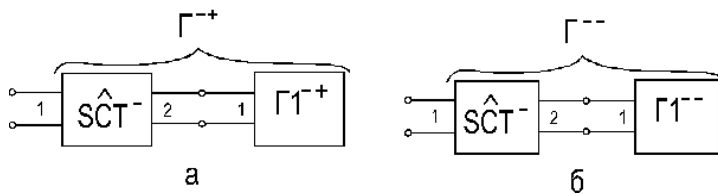
Коефіцієнти відбиття  $\Gamma^{++}$ ,  $\Gamma^{+-}$  еквівалентних 2-полусників знаходяться по одному з методів, які будуть розглянуті далі.

Матриця  $\hat{S}^+$  парціального 4-полусника в режимі **СЗ** по поздовжній симетрії визначається тоді по формулі (5.34').

Аналогічно, використавши поздовжню симетрію з режимом АСЗ (параметри з позначкою « $\leftarrow$ »), отримаємо структури, які аналогічні рис. 5.32,  $b$  та рис. 5.32,  $в$  з лініями  $\beta_X^-$ ,  $z_X^-$ . Перерахувавши навантаження у вигляді ХХ та КЗ до входу, отримаємо провідності  $y^+$  та  $y^-$ , які включені в ЛП з  $y_X^- = 1/z_X^-$ , а звідси і коефіцієнти відбиття  $\Gamma^{+-}$ ,  $\Gamma^{--}$  по формулі (5.33), де замість  $y_{X1}$  треба підставити  $y_X^-$ . Таким чином, в режимі АСЗ по поздовжній симетрії, отримаємо з'єднання, які зображені на рис. 5.34.

Тут МР  $\hat{SCT}^-$  – визначається по формулі, аналогічній (5.38), де замість  $z_X^+$  треба підставити  $z_X^-$ . Аналогічно знаходяться і кое-

фіцієнти  $\Gamma^{++}$ ,  $\Gamma^{--}$  та МР  $\hat{S}^-$  парціального 4-полюсника в режимі АСЗ по повздовжній симетрії – формула (5.34''). По алгоритму МСАЗ далі знаходяться матриці блоки  $\hat{S}1$  по формулі (5.35') та  $\hat{S}2$  по формулі (5.35'') і складається МР в цілому.



*а* – з'єднання для визначення  $\Gamma^{++}$ ; *б* – аналогічно для  $\Gamma^{--}$

Рисунок 5.34 – До визначення МР  $\hat{S}^-$

## **6 МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ З'ЄДНАНЬ БП НВЧ**

Якщо розглядати це питання в історичному ракурсі то треба виділити дві основні групи методів розрахунку з'єднань БП НВЧ:

– методи для розрахунку конкретних типів з'єднань (послідовні, паралельні, каскадні);

– методи для розрахунку довільних типів з'єднань.

Перша група методів спочатку орієнтувалася на тих прийомах, які властиві звичайним «низькочастотним» ланцюгам, а тому тут використовувався, як правило, класичний підхід до опису БП НВЧ причому спочатку на рівні МО та МП, а трохи пізніше – на рівні МПК та МПХ. Але використання цих методів наштовхувалося на досить значні труднощі при спробах врахування, з однієї сторони більш «тонких» ефектів в НВЧ ланцюгах, а з другої – при ускладненні самих ланцюгів. Ці спроби заставляли будувати більш складні моделі вузлів НВЧ, що приводило, з однієї сторони до ускладнення відповідних БП НВЧ, а з другої – до досить значного розмаїття схем їх з'єднань.

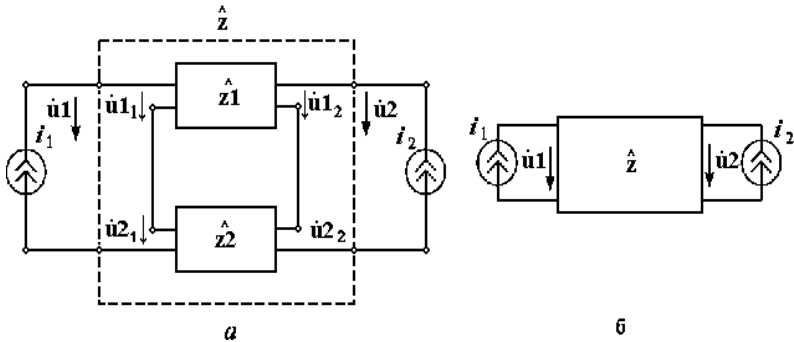
Такі обставини привели до необхідності розробки більш універсального способу опису вузлів НВЧ та відповідних їм БП НВЧ у вигляді МР. Застосування МР дозволило розробити і найбільш універсальні методи аналізу довільних з'єднань БП НВЧ. Зауважимо, що сучасні методи аналізу НВЧ ланцюгів (кіл) дозволяють проводити їх дослідження в замкненому аналітичному вигляді, але в основному орієнтовані на застосування для цих цілей можливостей сучасних ЕОМ. Сучасні ЕОМ характеризуються, з однієї сторони, прямо-таки фантастичним збільшенням своїх обчислювальних можливостей (в порівнянні з такими ж ще десяток років тому назад) та «наближенням» їх до користувачів (персональні ЕОМ), а з другої – наявністю досить універсальних та різноманітних програм-оболонки, що дозволяють досить просто користуватися можливостями ЕОМ і майже непідготовленим користувачам.

### **6.1 З'єднання БП НВЧ, описаних МО та МП**

МО та МП зручні при аналізі послідовного та паралельного з'єднань БП НВЧ. Розглянемо на прикладах з'єднання 4-поліосників.

### 6.1.1 Послідовні з'єднання 4-поліосників НВЧ

Розглянемо послідовне з'єднання двох 4-поліосників, кожний з яких описаний своєю МО (рис. 6.1)



*a* – послідовне з'єднання; *б* – еквівалентний 4-поліосник

Рисунок 6.1 – До аналізу послідовного з'єднання БП НВЧ

Запишемо матричні СЛАР для обох 4-поліосників

$$\check{u}1 = \hat{z}1 \cdot \check{i}1; \check{u}2 = \hat{z}2 \cdot \check{i}2.$$

З'єднання послідовне, а тому напруга  $\check{u} = \check{u}1 + \check{u}2$ , а струм  $\check{i} = \check{i}1 = \check{i}2$ , тому  $\check{u} = \check{u}1 + \check{u}2 = \hat{z}1 \cdot \check{i} + \hat{z}2 \cdot \check{i} = (\hat{z}1 + \hat{z}2) \cdot \check{i}$ , а звідси

$$\hat{z} = \hat{z}1 + \hat{z}2. \quad (6.1)$$

Цю формулу можна узагальнити на випадок з'єднання *N* чотириполіосників.

### 6.1.2 Паралельні з'єднання 4-поліосників НВЧ

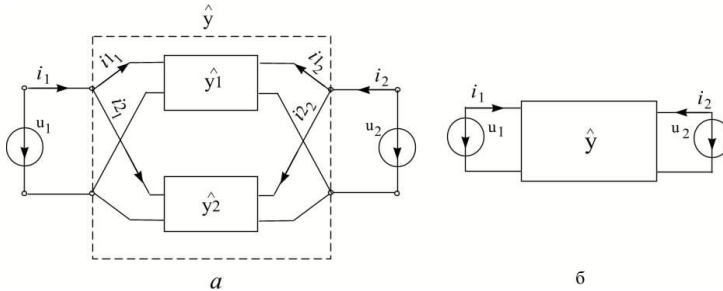
Розглянемо паралельне з'єднання двох 4-поліосників, кожний з яких описаний своєю МП (рис. 6.2). Запишемо СЛАР для обох чотириполіосників

$$\check{i}1 = \hat{y}1 \cdot \check{u}1 ; \quad \check{i}2 = \hat{y}2 \cdot \check{u}2$$

З'єднання паралельне, а тому струм  $\check{i} = \check{i}1 + \check{i}2$  а напруга  $\check{u} = \check{u}1 = \check{u}2$  тому  $\check{i} = \hat{y}1 \cdot \check{u} + \hat{y}2 \cdot \check{u} = (\hat{y}1 + \hat{y}2) \cdot \check{u}$  а звідси

$$\hat{y} = \hat{y}1 + \hat{y}2. \tag{6.2}$$

Формулу (6.2) можна узагальнити на випадок з'єднання  $N$  чотириполіосників НВЧ.



а – паралельне з'єднання; б – еквівалентний 4 – поліосник

Рисунок 6.2 – До аналізу паралельного з'єднання БП НВЧ

## 6.2 Каскадні з'єднання БП НВЧ, описаних МПК та МПХ

Каскадні (ланцюгові) з'єднання БП НВЧ (а найбільше чотириполіосників) до недавнього часу були чи не найпоширенішим типом з'єднань БП НВЧ. До цього типу з'єднання прагнули звести аналіз дуже широкого класу НВЧ пристроїв. Така популярність каскадного з'єднання 4-поліосників НВЧ серед дослідників та розробників пояснюється досить глибоким дослідженням властивостей цього типу з'єднання [5, 12, 20] (і багато інших).

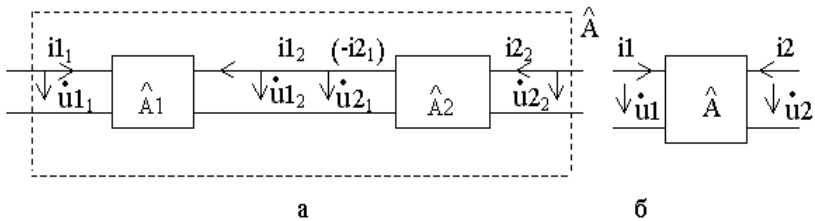
Найбільш поширеним для аналізу каскадного (ланцюгового) з'єднання 4-поліосників НВЧ є застосування МПК та МПХ.

### 6.2.1 Аналіз за допомогою МПК

Каскадне (ланцюгове) з'єднання двох 4-поліусників, кожний з яких описаний своєю МПК  $\hat{A}_1$ ,  $\hat{A}_2$ , наведено на рис. 6.3, а. Звернемо увагу на те, що вхідний струм другого 4-поліусника протилежний по напрямку вихідному струму першого 4-поліусника.

Запишемо СЛАР для обох 4-поліусників в розгорнутій матричній формі:

$$\begin{bmatrix} u_{1_1} \\ i_{1_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{a}_1 & \dot{b}_1 \\ \dot{c}_1 & \dot{d}_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{1_2} \\ -i_{1_2} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} u_{2_1} \\ i_{2_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{a}_2 & \dot{b}_2 \\ \dot{c}_2 & \dot{d}_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{2_2} \\ i_{2_2} \end{bmatrix}.$$



а – каскадне (ланцюгове) з'єднання; б – еквівалентний 4-поліусник

Рисунок 6.3 – До аналізу каскадного (ланцюгового) з'єднання БП НВЧ, описаних МПК

Для каскадного з'єднання  $u_{1_2} = u_{2_1}$  та  $i_{2_1} = -i_{1_2}$  і звідси виходить, що вектор впливу першої СЛАР дорівнює вектору реакції другої СЛАР, або  $\check{r}_1 = \hat{A}_1 \cdot \check{f}_1$ ;  $\check{f}_1 = \hat{A}_2 \cdot \check{f}_2$ . Скориставшись цим, підставимо другу СЛАР в першу і отримаємо:

$$\begin{bmatrix} u_{1_1} \\ i_{1_1} \end{bmatrix} = \hat{A}_1 \cdot \hat{A}_2 \cdot \begin{bmatrix} u_{2_2} \\ i_{2_2} \end{bmatrix}.$$

Але для каскадного з'єднання  $u_{11} = u_1$ ;  $i_{11} = i_1$ ;  $u_{22} = u_2$ ;  $i_{22} = i_2$ , а тому  $\begin{bmatrix} u_{11} \\ i_{11} \end{bmatrix} = \hat{A}1 \cdot \hat{A}2 \cdot \begin{bmatrix} u_2 \\ i_2 \end{bmatrix}$ , а звідси виходить, що

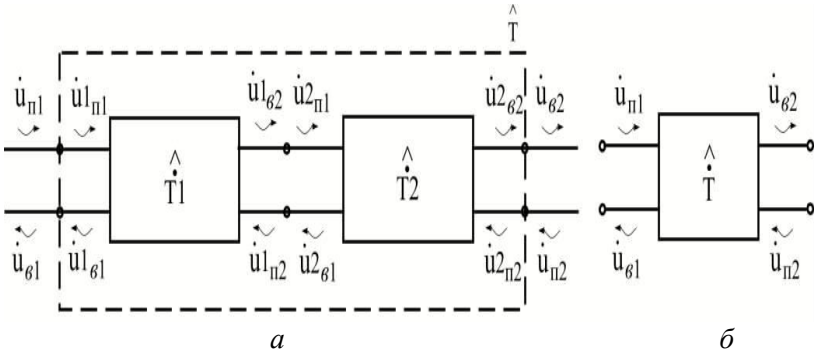
$$\hat{A} = \hat{A}1 \cdot \hat{A}2. \quad (6.3)$$

Формулу (6.3) можна поширити на каскадне з'єднання  $N$  чотириполосників НВЧ, описаних своїми МПХ.

### 6.2.2 Аналіз за допомогою МПХ

Каскадне з'єднання двох 4-полосників НВЧ, описаних своїми МПХ, зображене на рис. 6.4. СЛАР для цих БП НВЧ (в термінах матриць типу  $\hat{T}$ ) в розгорнутій матричній формі:

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_{1П1} \\ \dot{u}_{1Б1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{i}_{111} & \dot{i}_{112} \\ \dot{i}_{121} & \dot{i}_{122} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{u}_{1Б2} \\ \dot{u}_{1П2} \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} \dot{u}_{2П1} \\ \dot{u}_{2Б1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{i}_{211} & \dot{i}_{212} \\ \dot{i}_{221} & \dot{i}_{222} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{u}_{2Б2} \\ \dot{u}_{2П2} \end{bmatrix}.$$



а – каскадне з'єднання; б – еквівалентний 4-полосник

Рисунок 6.4 – До аналізу каскадного з'єднання 4-полосників НВЧ, описаних МПХ

Для каскадного з'єднання  $u1_{B2} = u2_{П1}$ ;  $u1_{П2} = u2_{B1}$ , тобто вектор впливу першої СЛАР  $\begin{bmatrix} i1_{B2} \\ i1_{П2} \end{bmatrix}^T = \check{f}1$  дорівнює вектору реакцій  $\check{r}2 = \begin{bmatrix} J2_{П1} \\ U2_{B1} \end{bmatrix}^T$  другої СЛАР,  $\check{r}1 = \check{T}1 \cdot \check{f}1$ ;  $\check{f}1 = \check{T}2 \cdot \check{f}2$ . Скористаємося цим і підставимо другу СЛАР в першу :

$$\begin{bmatrix} i1_{П1} \\ i1_{B1} \end{bmatrix} = \hat{T}1 \cdot \hat{T}2 \cdot \begin{bmatrix} i2_{B2} \\ i2_{П2} \end{bmatrix}.$$

Оскільки для каскадного з'єднання  $i_{П1} = i1_{П1}$ ;  $i_{B1} = i1_{B1}$ ;  $i_{B2} = i2_{B2}$ ;  $i_{П2} = i2_{П2}$ , то отримаємо:

$$\begin{bmatrix} i_{П1} \\ i_{B1} \end{bmatrix} = \hat{T}1 \cdot \hat{T}2 \cdot \begin{bmatrix} i_{B2} \\ i_{П2} \end{bmatrix},$$

а звідки виходить що

$$\hat{T} = \hat{T}1 \cdot \hat{T}2. \quad (6.4)$$

Формулу (6.4) можна поширити на каскадне з'єднання N чотириполюсників НВЧ, описаних своїми МПХ.

### 6.3 Деякі суттєві зауваження по п. 6.1 та п. 6.2

Розглянуті методи використовують операції додавання (6.1), (6.2) та перемноження (6.3), (6.4) матриць БП НВЧ, що з'єднуються. Ці операції, по їх визначенню [5], мають зміст лише в тому випадку, коли матриці-операнди мають однаковий порядок. Але порядок матриць  $\hat{z}$ ,  $\hat{y}$ ,  $\hat{T}$ ,  $\hat{A}$ ,  $\hat{S}$  дорівнює кількості входів вузла, який вони описують. По цій причині розглянуті методи при їх застосуванні мають два обмеження:

– ними можна користуватися лише тоді, коли з'єднуювані БП НВЧ мають однакову кількість полюсів;

– в парціальному БП НВЧ кількість полюсів, що зв'язуються в результаті з'єднання, повинна дорівнювати кількості полюсів, що залишаються вільними, або, другими словами, вони придатні лише для 4М-полюсників (4-пол., 8-пол....).

Таким чином, випадок  $2 \cdot \mathbb{C} \cdot N + 1$  – полюсників потребує в кожному випадку індивідуального підходу.

На відміну від цього, можна з використанням МР розробити такий математичний апарат [1, 7] алгоритм якого не залежить ні від типу парціальних БП НВЧ ні від типу їх з'єднання.

## 6.4 Довільні з'єднання БП НВЧ

### 6.4.1 Поверхневий огляд методів аналізу з'єднань БП НВЧ

Методи аналізу довільних з'єднань БП НВЧ використовують їх опис матрицями розсіювання і можуть бути розділені (досить умовно) на дві великі групи:

- методи, де всі зв'язки між з'єднуваними БП НВЧ враховуються одночасно;
- рекурентні методи, де на кожному етапі враховуються вплив зв'язку однієї пари полюсів [11].

Критерії порівняльного аналізу:

- кількість та зручність підготовчих операцій;
- кількість арифметичних операцій («+», «-», «\*», «:»), необхідних для здійснення математичних перетворень для досягнення кінцевого результату: отримання МР сукупності з'єднаних БП НВЧ;
- наявність особливих ситуацій (обернена матриця не існує, несумісність системи рівнянь і т. і.).

Треба мати чітке уявлення про те що аналіз з'єднань БП НВЧ – це не що інше, як розв'язок СЛАР з виключенням (вилученням) тих невідомих (реакцій БП НВЧ), які мають причетність до зв'язаних плечей  $2K$  – та  $2L$  –полюсників\_при їх з'єднанні (рис. 6.5).

### 6.4.2 Про нумерацію плечей та структуру МР парціальних БП НВЧ

Розглянемо досить загальну схему з'єднання  $2K$ -полюсника (БП1) та  $2L$ -полюсника (БП2), зображену на рис. 6.5. Хай МР для БП1 буде  $\hat{S}_1'$ , а для БП2-  $\hat{S}_2'$ . Звичайно ці матриці визначені відносно своїх систем ПВФ, які на рис. 6.5 зображені перпендикулярними рисками.

З самої суті з'єднання двох БП ясно, що кількість зв'язаних плечей у БП1 повинна дорівнювати такій же в БП2. Хай кількість зв'язаних плечей дорівнює  $P$  (на рис. 6.5.  $P = 5$ ). Тоді в БП1 кількість вільних плечей буде  $M = K - P$ , а в БП2 –  $N = L - P$ . Тоді можна

казати, що БП1 – це  $2(M+P)$ -полюсник, а БП2 – це  $2(N+P)$ -полюсник, а після об'єднання отримаємо  $2(M+N)$ -полюсник.

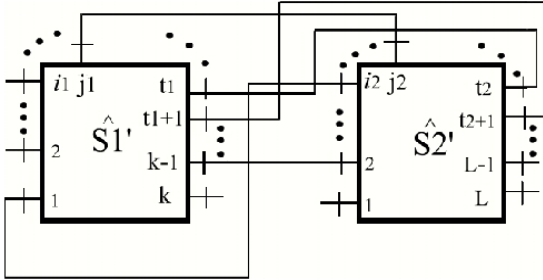


Рисунок 6.5 – До нумерації та визначення структури МР (вихідний стан)

Проведемо перенумерацію входів БП1 та БП2 таким чином, щоб їх МР придбали блокову форму, виділивши окремо блоки, які відповідають зв'язаним плечам ( $\hat{S1}_{\beta\beta}$  – для БП1 та  $\hat{S2}_{\beta\beta}$  – для БП2):

$$\hat{S1} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 \dots M & 1 \dots P \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ P \end{matrix} & \begin{bmatrix} \hat{S}_{\alpha\alpha} & \hat{S}_{\alpha\beta} \\ \hat{S}_{\beta\alpha} & \hat{S1}_{\beta\beta} \end{bmatrix} \end{matrix}; \hat{S2} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 \dots P & 1 \dots N \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ N \end{matrix} & \begin{bmatrix} \hat{S2}_{\beta\beta} & \hat{S}_{\beta\gamma} \\ \hat{S}_{\gamma\beta} & \hat{S}_{\gamma\gamma} \end{bmatrix} \end{matrix}; \quad (6.5)$$

Тоді для БП1:

– перенумерація для вільних входів:

$2 \rightarrow 1; i1 \rightarrow i1-1; \dots; K \rightarrow K-P=M;$

– перенумерація для зв'язаних входів:

$1 \rightarrow M+1; j1 \rightarrow M+j1-1; t1 \rightarrow M+t1-2; \dots; K-1 \rightarrow M+P.$

Для БП2:

– перенумерація для зв'язаних входів:

$2 \rightarrow 1; i2 \rightarrow i2-1; j2 \rightarrow j2-2; \dots; t2+1 \rightarrow P;$

– перенумерація для вільних входів:

$1 \rightarrow P+1; L-1 \rightarrow L-1; L \rightarrow L=P+N.$

Тоді з'єднання двох БП на рис. 6.5 прийме вигляд зображений на рис. 6.6 (кожному входу припишемо, як і завжди, два полюси). Тут  $\hat{S}1 = \hat{N}1^T \cdot \hat{S}1' \cdot \hat{N}1$ ;  $\hat{S}2 = \hat{N}2^T \cdot \hat{S}2' \cdot \hat{N}2$ , де  $\hat{N}1$ ,  $\hat{N}2$  – матриці перенумерації, побудовані у відповідності з вищезгаданою перенумерацією входів. Зміст векторів впливів  $\check{u}\alpha_{\Pi}$ ,  $\check{u}\beta_{1\Pi}$ ,  $\check{u}\beta_{2\Pi}$ ,  $\check{u}\gamma_{\Pi}$  та реакцій  $\check{u}\alpha_B$ ,  $\check{u}\beta_{1B}$ ,  $\check{u}\beta_{2B}$ ,  $\check{u}\gamma_B$  зрозумілий з позначень на рис. 6.6.

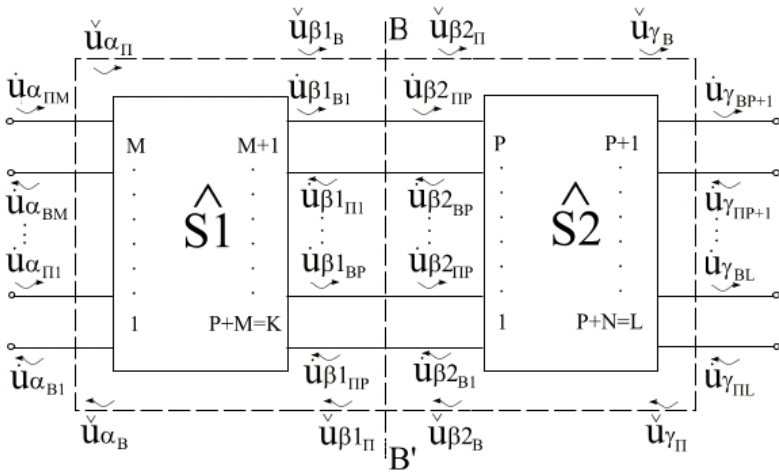


Рисунок 6.6 – До перенумерації та визначення структури МР (після перенумерації)

### 6.4.3 Матриця розсіювання для довільного з'єднання двох БП НВЧ

Запишемо природню граничну умову в перетині ВВ':

$$\check{u}\beta_{1B} = \check{u}\beta_{2\Pi}; \check{u}\beta_{1\Pi} = \check{u}\beta_{2B}. \quad (6.6)$$

Запишемо матричні рівняння (СЛАР в матричній компактній формі для БП1 та БП2 з МР у вигляді 6.5)

$$\begin{bmatrix} \check{u}\alpha_B \\ \check{u}\beta_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{S}_{\alpha\alpha} & \hat{S}_{\alpha\beta} \\ \hat{S}_{\beta\alpha} & \hat{S}_{\beta\beta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \check{u}\alpha_{II} \\ \check{u}\beta_{II} \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} \check{u}\beta_{2B} \\ \check{u}\gamma_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{S}_{2\beta\beta} & \hat{S}_{\beta\gamma} \\ \hat{S}_{\gamma\beta} & \hat{S}_{\gamma\gamma} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \check{u}\beta_{2II} \\ \check{u}\gamma_{II} \end{bmatrix}.$$

Проведемо блокове перемноження та запишемо чотири рівняння з врахуванням граничної умови (6.6)

$$\begin{aligned} \check{u}\alpha_B &= \hat{S}_{\alpha\alpha} \cdot \check{u}\alpha_{II} + \hat{S}_{\alpha\beta} \cdot \check{u}\beta_{II}; \\ \check{u}\beta_{2II} = \check{u}\beta_B &= \hat{S}_{\beta\alpha} \cdot \check{u}\alpha_{II} + \hat{S}_{\beta\beta} \cdot \check{u}\beta_{II}; \\ \check{u}\beta_{II} = \check{u}\beta_{2B} &= \hat{S}_{2\beta\beta} \cdot \check{u}\beta_{2II} + \hat{S}_{\beta\gamma} \cdot \check{u}\gamma_{II}; \\ \check{u}\gamma_B &= \hat{S}_{\gamma\beta} \cdot \check{u}\beta_{2II} + \hat{S}_{\gamma\gamma} \cdot \check{u}\gamma_{II}. \end{aligned} \quad (6.7)$$

З цієї системи треба вилучити (виключити) «зв'язані» умовою (6.6) «внутрішні» вектори реакцій  $\check{u}\beta_B$  та  $\check{u}\beta_{2B}$ . Ті два рівняння що залишаються, будуть зв'язувати (після вилучення) падаючі на об'єднаний БП та відбиті від нього хвилі і створювати, таким чином, систему рівнянь, яка буде визначати МР об'єднаного БП.

Підставимо вектор  $\check{u}\beta_{2II} = \check{u}\beta_B$  з другого рівняння системи (6.7) в третє і отримаємо:

$$\begin{aligned} \check{u}\beta_{II} &= \hat{S}_{2\beta\beta} \cdot \hat{S}_{\beta\alpha} \cdot \check{u}\alpha_{II} + \hat{S}_{\beta\gamma} \cdot \check{u}\gamma_{II} + \hat{S}_{2\beta\beta} \cdot \hat{S}_{\beta\beta} \cdot \check{u}\beta_{II}, \text{ або} \\ \left( E - \hat{S}_{2\beta\beta} \cdot \hat{S}_{\beta\beta} \right) \cdot \check{u}\beta_{II} &= \hat{S}_{2\beta\beta} \cdot \hat{S}_{\beta\alpha} \cdot \check{u}\alpha_{II} + \hat{S}_{\beta\gamma} \cdot \check{u}\gamma_{II}. \end{aligned}$$

Припустимо, що існує матриця  $\left( E - \hat{S}_{2\beta\beta} \cdot \hat{S}_{\beta\beta} \right)^{-1}$  і помножимо на неї зліва останнє рівняння:

$$\check{u}\beta_{1\Pi} = \left( E - \hat{S}2_{\beta\beta} \hat{S}1_{\beta\beta} \right)^{-1} \hat{S}2_{\beta\beta} \hat{S}_{\beta\alpha} \check{u}\alpha_{\Pi} + \left( E - \hat{S}2_{\beta\beta} \hat{S}1_{\beta\beta} \right)^{-1} \hat{S}_{\beta\gamma} \check{u}\gamma_{\Pi}.$$

Підставивши вектор  $\check{u}\beta_{1\Pi} = \check{u}\beta_{2B}$  з третього рівняння в друге, отримаємо:

$$\check{u}\beta_{2\Pi} = \hat{S}1_{\beta\beta} \cdot \hat{S}2_{\beta\beta} \check{u}\beta_{2\Pi} + \hat{S}_{\beta\alpha} \check{u}\alpha_{\Pi} + \hat{S}1_{\beta\beta} \cdot \hat{S}_{\beta\gamma} \check{u}\gamma_{\Pi}, \text{ або}$$

$$\left( E - \hat{S}1_{\beta\beta} \cdot \hat{S}2_{\beta\beta} \right) \check{u}\beta_{2\Pi} = \hat{S}_{\beta\alpha} \check{u}\alpha_{\Pi} + \hat{S}1_{\beta\beta} \cdot \hat{S}_{\beta\gamma} \check{u}\gamma_{\Pi}.$$

Припустивши, що існує матриця  $\left( E - \hat{S}1_{\beta\beta} \cdot \hat{S}2_{\beta\beta} \right)^{-1}$  і, домноживши останнє рівняння зліва на цю матрицю, отримаємо:

$$\check{u}\beta_{2\Pi} = \left( E - \hat{S}1_{\beta\beta} \cdot \hat{S}2_{\beta\beta} \right)^{-1} \hat{S}_{\beta\alpha} \check{u}\alpha_{\Pi} +$$

$$+ \left( E - \hat{S}1_{\beta\beta} \cdot \hat{S}2_{\beta\beta} \right)^{-1} \hat{S}1_{\beta\beta} \cdot \hat{S}_{\beta\gamma} \check{u}\gamma_{\Pi}$$

Підставимо отримані вектори  $\check{u}\beta_{1\Pi}$  та  $\check{u}\beta_{2\Pi}$  в перше та четверте рівняння системи (6.7) і отримаємо:

$$\check{u}\alpha_B = \left[ \hat{S}_{\alpha\alpha} + \hat{S}_{\alpha\beta} \cdot \left( E - \hat{S}2_{\beta\beta} \cdot \hat{S}1_{\beta\beta} \right)^{-1} \hat{S}2_{\beta\beta} \cdot \hat{S}_{\beta\alpha} \right] \check{u}\alpha_{\Pi} +$$

$$+ \left[ \hat{S}_{\alpha\beta} \cdot \left( E - \hat{S}2_{\beta\beta} \cdot \hat{S}1_{\beta\beta} \right)^{-1} \hat{S}_{\beta\gamma} \right] \check{u}\gamma_{\Pi};$$

$$\check{u}\gamma_B = \left[ \hat{S}_{\gamma\beta} \cdot \left( E - \hat{S}1_{\beta\beta} \cdot \hat{S}2_{\beta\beta} \right)^{-1} \hat{S}_{\beta\alpha} \right] \check{u}\alpha_{\Pi} +$$

$$+ \left[ \hat{S}_{\gamma\gamma} + \hat{S}_{\gamma\beta} \cdot \left( E - \hat{S}1_{\beta\beta} \cdot \hat{S}2_{\beta\beta} \right)^{-1} \hat{S}1_{\beta\beta} \cdot \hat{S}_{\beta\gamma} \right] \check{u}\gamma_{\Pi}. \quad (6.8)$$

Запишемо гадане визначення МР в блоковій матричній формі для об'єднаного БП відносно векторів впливів та векторів реакцій в сукупностях вільних плечей:

$$\begin{bmatrix} \overset{\vee}{u}\alpha_B \\ \overset{\vee}{u}\gamma_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{S}\Sigma_{\alpha\alpha} & \hat{S}\Sigma_{\alpha\gamma} \\ \hat{S}\Sigma_{\gamma\alpha} & \hat{S}\Sigma_{\gamma\gamma} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overset{\vee}{u}\alpha_{\Pi} \\ \overset{\vee}{u}\gamma_{\Pi} \end{bmatrix}, \text{ або}$$

$$\overset{\vee}{u}\alpha_B = \hat{S}\Sigma_{\alpha\alpha} \cdot \overset{\vee}{u}\alpha_{\Pi} + \hat{S}\Sigma_{\alpha\gamma} \cdot \overset{\vee}{u}\gamma_{\Pi},$$

$$\overset{\vee}{u}\gamma_B = \hat{S}\Sigma_{\gamma\alpha} \cdot \overset{\vee}{u}\alpha_{\Pi} + \hat{S}\Sigma_{\gamma\gamma} \cdot \overset{\vee}{u}\gamma_{\Pi}.$$

Порівнявши цю форму з системою (6.8), для блоків  $\hat{S}\Sigma_{\alpha\alpha}$ ,  $\hat{S}\Sigma_{\alpha\gamma}$ ,  $\hat{S}\Sigma_{\gamma\alpha}$ ,  $\hat{S}\Sigma_{\gamma\gamma}$  запишемо:

$$\begin{aligned} \hat{S}\Sigma_{\alpha\alpha} &= \hat{S}_{\alpha\alpha} + \hat{S}_{\alpha\beta} \cdot \left( E - \hat{S}2_{\beta\beta} \cdot \hat{S}1_{\beta\beta} \right)^{-1} \hat{S}2_{\beta\beta} \cdot \hat{S}_{\beta\alpha}, \\ \hat{S}\Sigma_{\alpha\gamma} &= \hat{S}_{\alpha\beta} \cdot \left( E - \hat{S}2_{\beta\beta} \cdot \hat{S}1_{\beta\beta} \right)^{-1} \hat{S}_{\beta\gamma}, \\ \hat{S}\Sigma_{\gamma\alpha} &= \hat{S}_{\gamma\beta} \cdot \left( E - \hat{S}1_{\beta\beta} \cdot \hat{S}2_{\beta\beta} \right)^{-1} \hat{S}_{\beta\alpha}, \\ \hat{S}\Sigma_{\gamma\gamma} &= \hat{S}_{\gamma\gamma} + \hat{S}_{\gamma\beta} \cdot \left( E - \hat{S}1_{\beta\beta} \cdot \hat{S}2_{\beta\beta} \right)^{-1} \hat{S}1_{\beta\beta} \cdot \hat{S}_{\beta\gamma}. \end{aligned} \quad (6.9)$$

Для деяких різновидів з'єднаних БП співвідношення (6.9) суттєво спрощуються і навіть можуть бути використані для отримання аналітичних залежностей для елементів МР деяких вузлів НВЧ, але частіше ці вирази знаходять застосування при аналізі з'єднань за допомогою ЕОМ.

Істотною перевагою матричних виразів типу (6.9) є їхня повна формалізація: це по суті готовий обчислювальний алгоритм, придатний для розробки програми, але, з другого боку, треба досить багато зусиль для підготовчих операцій (правильна перенумерація і т. і.).

Відзначимо, що при використанні формул для знаходження МР для з'єднання двох БП НВЧ, описаних МР, треба не випускати з розглядання той факт, що з'єднувані входи є ПВФ, які повинні належати одній і тій же ЛП, або, другими словами, не можна безпосередньо з'єднувати між собою дві різні ЛП (різниця в типі ЛП або в параметрах ЛП з однієї та другої сторони відносно перетину з'єднання). Якщо це не так (тобто треба з'єднувати дві ЛП, які відрізняються між собою: тип ЛП, тип хвилі, різні параметри), то в цей перетин треба ввести додатковий елемент (це звичайно 4-полюсник «стрибок» хвильового опору), який враховує згадану різницю. Це є однією з умов визначення самої МР.

Зауважимо, що набагато простіші формули як для окремих елементів МР з'єднання двох БП НВЧ, так і для матриці в цілому можна отримати при використанні графічних образів МР в вигляді орієнтованих графів.

## **6.5 Орієнтовані графи (ОГ) для МР багатополосників НВЧ**

Найбільш поширені топологічні способи представлення та визначення залежностей між змінними, в теорії кіл (ланцюгів) НВЧ засновані на використанні орієнтованих графів (ОГ). Ці способи тісно зв'язані з матричними і призначені по суті для вирішення тих же задач, але є більш наглядними і дозволяють в ряді випадків отримати кінцевий результат з меншими затратами праці та часу. При цьому отримувані результати в більшості випадків мають вигляд, який з одного боку є зручним для інтерпретації, а з другого – допускає формалізацію для побудови обчислювальних алгоритмів з подальшим застосуванням ЕОМ. Розгляд ОГ зручно почати з визначень.

Визначення

Орієнтований граф – це топологічне (графічне) зображення залежностей між декількома змінними. До цих пір ми розглядали лінійні залежності, отже в нашому випадку ОГ буде зображати СЛАР. Доречно відмітити, що вирішення цих СЛАР легко отримується безпосередньо із структури відповідного їм графа.

ОГ являє собою деякий ланцюг (коло) який складається з вузлів та гілок (віток).

Вузол графа – графічний образ (точка), що відповідає або незалежним (впливам, джерелам) або залежним (реакціям) змінним.

Гілка (вітка) графа – графічний образ (лінія), який задає напрям та величину (передачу) зв'язку між вузлами (змінними).

Вузли характеризуються їх вузловими сигналами.

Гілки характеризуються напрямом та величиною коефіцієнту передавання (передачею).

Вузли в ОГ діляться на залежні (реакції) та незалежні (впливи, джерела).

Залежний вузол – вузол до якого підходить щонайменше одна гілка (вітка) – позначається буквою  $b_i$ ,  $i$  – номер плеча.

Незалежний вузол – вузол з якого гілки (вітки) виходять – позначається буквою  $a_j$ ,  $j$  – номер плеча.

### 6.5.1 Побудова ОГ для БП НВЧ

Розглянемо для прикладу деякий 6-поліусник (рис. 6.7, а) загального виду з МР  $\hat{S}$ . При збудженні тільки першого плеча (вектор впливу  $\check{u}1_{II} = \begin{bmatrix} \check{u}_{11}, 0, 0 \end{bmatrix}^T$ ) – (рис. 6.7, б) – отримаємо реакції (парціальні сигнали)

$$\dot{u}_{B1} = \dot{S}_{11}\dot{u}_{II1}; \dot{u}_{B2} = \dot{S}_{21}\dot{u}_{II1}; \dot{u}_{B3} = \dot{S}_{31}\dot{u}_{II1}, \quad (6.10)$$

тобто сигнал незалежного вузла  $a_i$ , нібито розділяється на три напрями (передачі  $S_{11}$ ,  $S_{21}$ ,  $S_{31}$  – зображають стрілками) до трьох залежних вузлів  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$  і в цих вузлах отримаємо парціальні сигнали (6.10).

При збудженні тільки другого плеча (рис. 6.7, в):

– вектор впливу  $\check{u}2_{II} = \begin{bmatrix} 0, \check{u}_{II2}, 0 \end{bmatrix}^T$ ;

– реакції (парціальні сигнали) залежних вузлів

$$\dot{u}_{B1} = \dot{S}_{12}\dot{u}_{II2}; \dot{u}_{B2} = \dot{S}_{22}\dot{u}_{II2}; \dot{u}_{B3} = \dot{S}_{32}\dot{u}_{II2}, \quad (6.11)$$

– передачі, зображені на ОГ стрілками

$$\dot{S}_{12}, \dot{S}_{22}, \dot{S}_{32}.$$

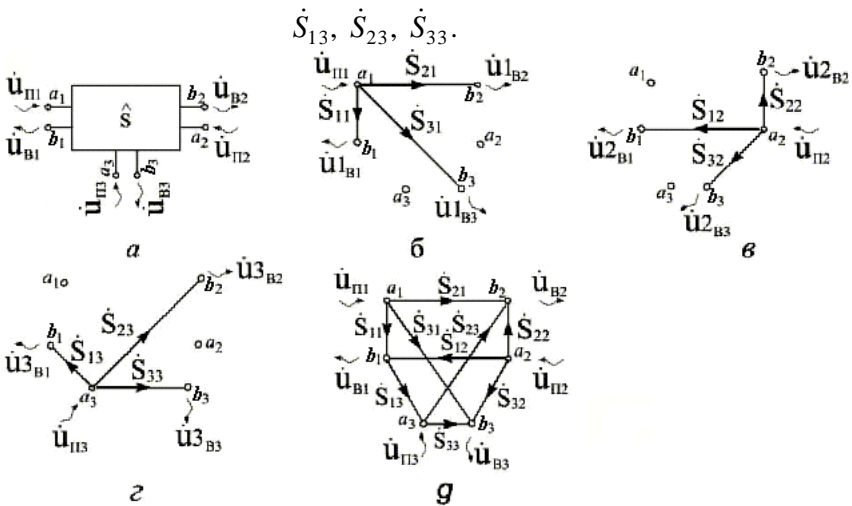
При збудженні тільки третього плеча (рис. 6.7, з):

– вектор впливу  $\overset{\vee}{u}3_{II} = \mathbf{1}, 0, \dot{u}_{PI3}^T$ ;

– реакції (парціальні сигнали) залежних вузлів

$$\dot{u}3_{B1} = \dot{S}_{13}\dot{u}_{PI3}; \dot{u}3_{B2} = \dot{S}_{23}\dot{u}_{PI3}; \dot{u}3_{B3} = \dot{S}_{33}\dot{u}_{PI3}, \quad (6.12)$$

– передачі, зображені на ОГ стрілками



$a$  – 6-полюсник загального виду з МР  $\hat{S}$ ;  $б$  – ОГ при збудженні з плеча 1;  $в$  – з плеча 2;  $з$  – з плеча 3;  $г$  – ОГ при одночасному збудженні всіх трьох плечей

Рисунок 6.7 – До побудування ОГ для 6-полюсника

Якщо ж на всі три незалежні вузли подаються одночасно всі три сигнали (вектор впливу  $\overset{\vee}{u}II = \mathbf{1}, \dot{u}_{PI2}, \dot{u}_{PI3}^T$  то, в силу лінійності шестиполусника, можна використати принцип накладання (на рос. мові «принцип наложения»), або, як ще кажуть, принцип

суперпозиції і тоді сигнали в залежних вузлах можна отримати, як відповідну суму парціальних сигналів:

$$\begin{aligned} \dot{i}_{B1} &= \dot{i}1_{B1} + \dot{i}2_{B1} + \dot{i}3_{B1}, \\ \dot{i}_{B2} &= \dot{i}1_{B2} + \dot{i}2_{B2} + \dot{i}3_{B2}, \\ \dot{i}_{B3} &= \dot{i}1_{B3} + \dot{i}2_{B3} + \dot{i}3_{B3} \end{aligned} \quad (6.13)$$

Підставимо сюди відповідні парціальні сигнали в залежних вузлах (6.10), (6.11), (6.12) і отримуємо:

$$\begin{aligned} \dot{i}_{B1} &= \dot{S}_{11}\dot{i}_{I1} + \dot{S}_{12}\dot{i}_{I2} + \dot{S}_{13}\dot{i}_{I3}, \\ \dot{i}_{B2} &= \dot{S}_{21}\dot{i}_{I1} + \dot{S}_{22}\dot{i}_{I2} + \dot{S}_{23}\dot{i}_{I3}, \\ \dot{i}_{B3} &= \dot{S}_{31}\dot{i}_{I1} + \dot{S}_{32}\dot{i}_{I2} + \dot{S}_{33}\dot{i}_{I3}. \end{aligned} \quad (6.14)$$

Ця СЛАР визначає МР 6-полюсника, яка позначена як  $\hat{S}$ . Таким чином, побудувавши сукупність ОГ на рис. 6.7, б, рис. 6.7, в та рис. 6.7, з, у відповідності з співвідношеннями (6.13), ми отримуємо ОГ для шестиполюсника з МР  $\hat{S}$ , або, другими словами, ОГ для СЛАР, що визначає МР шестиполюсника.

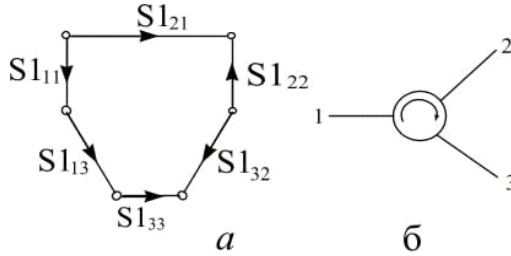
Аналогічно будують ОГ для 2-пол., 4-пол., 8-пол. і будь-якого 2N-полюсника. У випадку  $S_{ij} = 0$ , буде відсутня відповідна гілка на

ОГ. Приклад: циркулятор з МР  $\hat{S1}$

$$\hat{S1} = \begin{bmatrix} S1_{11} & 0 & S1_{13} \\ S1_{21} & S1_{22} & 0 \\ 0 & S1_{32} & S1_{33} \end{bmatrix},$$

буде мати ОГ, як на рис. 6.8.

ОГ для циркулятора дає чітку інтерпретацію циклічного способу передачі енергії в пристрої (стрілки  $S_{21}$ ,  $S_{32}$ ,  $S_{13}$  розташовані по колу – це відповідні коефіцієнти передачі 6-полюсника, який є моделлю циркулятора, стрілки  $S_{11}$ ,  $S_{22}$ ,  $S_{33}$  можна при цьому і не враховувати, бо це коефіцієнти відбиття, а завжди прагнуть до того, щоб  $S_{ii} \rightarrow 0$ ).



$a$  – ОГ;  $b$  – позначення умовне графічне для циркуляра

Рисунок 6.8 – Трьохходовий циркуляр

Якщо ж, наприклад, в силу деяких технічних причин, циркулятор буде пропускати деяку (хоч і досить малу) частину потужності з плеча 3 в плече 2 та з плеча 1 в плече 3, то МР прийме вигляд  $\hat{S}2$ , а відповідний граф – рис. 6.9

$$\hat{S}2 = \begin{bmatrix} S2_{11} & 0 & S2_{13} \\ S2_{21} & S2_{22} & S2_{23} \\ S2_{31} & S2_{32} & S2_{33} \end{bmatrix}.$$

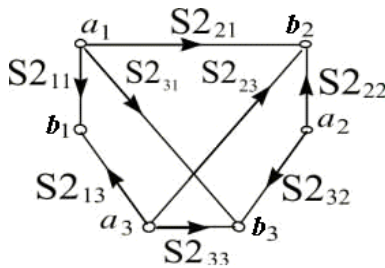


Рисунок 6.9 – ОГ неідеального циркулятора

Визначимо вузлові сигнали:

незалежні вузли:  $a_1 - \dot{u}_{П1}$ ;  $a_2 - \dot{u}_{П2}$ ;  $a_3 - \dot{u}_{П3}$ ,

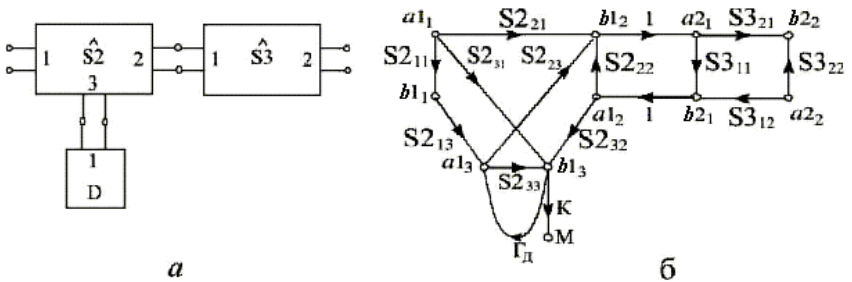
залежні вузли:  $b_1 - \dot{u}_{В1}$ ;  $b_2 - \dot{u}_{В2}$ ;  $b_3 - \dot{u}_{В3}$ .

На структуру сигналів залежних вузлів (6.13), (6.14) ми ще звернемо увагу.

## 6.5.2 Структура та складові ОГ: сигнали, шляхи, контури

Сигнал, відповідний залежному вузлу (сигнал залежного вузла) визначається тільки гілками, які до нього підходять. Так само, сигнали, які передаються кожною вихідною з будь-якого вузла гілкою, визначаються його вузловим сигналом. Сигнал, який передається гілкою в вузол, до якого ця гілка підходить, дорівнює добутку вхідного сигналу (тобто сигналу, який відповідає вузлу, з якого гілка виходить) на її передачу. Приклад: сигнали (6.10), (6.11), (6.12).

Для визначення шляхів та контурів графа, розглянемо неідеальний циркулятор (ОГ на рис. 6.9), до 3 плеча якого підключений неузгоджений детектор  $\hat{D}$  (двополюсник з коефіцієнтом відбиття  $\Gamma_d$ ) з індикатором чутливістю  $K$ , а до другого плеча – деякий 4-полюсник з МР  $\hat{S}_3$ . Не вдаючися поки що у подробиці побудовання ОГ для з'єднань БП, визначення шляхів та контурів розглянемо на об'єднаному ОГ вищезгаданого НВЧ вузла (неідеальний циркулятор з неузгодженим детектором в плечі 3 та двохвходовим пристроєм в плечі 2) – рис. 6.10. Тут передачі (вітки), позначені цифрою 1, введені тільки для зручності графічного зображення і не впливають на загальні передачі.



$\hat{M}$  – показання індикатора в детекторній секції  $\hat{D}$ ;  
 $a$  – багатополусна модель з'єднання;  $b$  – ОГ з'єднання

Рисунок 6.10 – До визначення структурних елементів  
 ОГ для з'єднання БП

Визначення

Контур першого порядку – замкнена сукупність гілок, яка є прохідною в прямому напрямі (по стрілках) і не дотикається жодного вузла більше, ніж один раз. Контур характеризується передачею  $Q = \prod_i Q_i$  – де  $Q$  – добуток передач гілок, що входять в контур.

Приклади: контури з передачами  $S_{2_{33}} \cdot \Gamma_d$ ;  $S_{2_{22}} \cdot S_{3_{11}}$ ;  $S_{2_{23}} \cdot S_{3_{11}} \cdot S_{2_{32}} \cdot \Gamma_d$ . В той же час сукупність з передачею  $S_{2_{22}} \cdot S_{3_{21}} \cdot S_{3_{22}} \cdot S_{3_{12}}$  не є контуром, бо передача  $S_{3_{22}}$  входить з напрямом стрілки, який є протилежним для даного контуру; сукупність з передачею  $S_{2_{33}} \cdot \Gamma_d \cdot S_{2_{23}} \cdot S_{3_{11}} \cdot S_{2_{32}}$  теж не є контуром, бо дотикається до вузла  $b1_3$  два рази.

Контур другого порядку – це сукупність двох контурів першого порядку, яка не має спільних вузлів. Передача контуру другого порядку – це добуток передач парціальних контурів першого порядку.

Приклади: контур з передачею  $(S_{2_{33}} \cdot \Gamma_d) \cdot (S_{2_{22}} \cdot S_{3_{11}})$  є контуром другого порядку. В той же час сукупність з передачею  $(S_{2_{33}} \cdot S_{3_{11}} \cdot S_{2_{32}} \cdot \Gamma_d) \cdot (S_{2_{22}} \cdot S_{3_{11}})$  не є контуром другого порядку, бо має два спільні вузли:  $b1_2$  та  $a1_2$ .

Аналогічно вводиться визначення контуру 3-го, ...,  $n$ -го порядку. Контури позначаються, як  $L_i^{(j)}$ . Тут ( $j$ ) – порядок контуру (зазначається в дужках);  $i$  – номер контуру порядку  $j$ ;  $L$  – передача контуру. Наприклад:  $L_3^{(3)}$  – передача контуру номер 3 порядку 1;  $L_1^{(1)}$  – передача контуру номер 1 порядку 2.

Зазначимо, що, як правило, намагаються будувати такі з'єднання, щоб не виникали контури з порядком більше, ніж 2, оскільки отримувані формули будуть дуже громіздкими, і в них дуже ймовірні помилки.

Шлях – сукупність гілок, яку треба пройти в одному (прямому) напрямі від одного вузла до іншого і яка жодного вузла не дотикається більше, ніж один раз. Шлях характеризується передачею.

Приклади: шляхи від вузла  $a1_1$  до вузла  $b1_1$  з передачами:

- 1)  $S_{2_{11}}$ ;
- 2)  $S_{2_{31}} \cdot \Gamma_d \cdot S_{2_{13}}$ ;
- 3)  $S_{2_{21}} \cdot S_{3_{11}} \cdot S_{2_{32}} \cdot \Gamma_d \cdot S_{2_{13}}$

і в той же час сукупність з передачею  $S_{2_{31}} \cdot S_{2_{33}} \cdot S_{2_{13}}$  не є шляхом, бо стрілка елементу  $S_{2_{33}}$  протилежна загальному напрямку шляху; сукупність  $S_{2_{31}} \cdot \Gamma_d \cdot S_{2_{33}} \cdot K$  теж не є шляхом, бо двічі дотикається до вузла  $b_{13}$ .

Передачі шляхів позначаються буквою  $P_i$ , де  $i$  – номер шляху,  
 $P$  – передача шляху.

### 6.6 ОГ для з'єднань декількох БП НВЧ

Розглянемо випадок з'єднання ОГ для НВЧ елементів, властивості яких відображаються в термінах МР. На будь-яких затисках (на рос. мові «зажимах»), які є загальними для двох елементів, що об'єднуються, одна і та ж хвиля є падаючою (впливом, сигналом незалежного вузла в термінах ОГ) для одного з цих елементів і відбитою (реакцією, сигналом залежного вузла в термінах ОГ) – для другого. (Дивися граничну умову в перетині з'єднання – (6.6)).

Відповідно, на ОГ першого елементу вона (хвиля) відображається джерелом ( $a$ ), а на ОГ другого елементу – залежним вузлом ( $b$ ). Таким чином, згадана вище гранична умова завжди виконується при з'єднанні ОГ елементів, які описані своїми МР. Висновок: складному пристрою НВЧ буде відповідати ОГ, який отримується в результаті безпосереднього об'єднання ОГ тих елементів, що в нього входять. Так був отриманий ОГ на рис. 6.10, б.

Ця властивість суттєво спрощує складення ОГ для складних НВЧ пристроїв, дозволяючи використати раніше розроблені ОГ для елементарних БП НВЧ (2-, 4-, 8-полюсники і т. д.). При використанні матриць других типів – МО, МП і т. і. об'єднання відповідних їм ОГ не завжди є простим ділом. В цих випадках використовують деякі перетворення вихідних графів. Ми ці питання окремо розглядати не будемо.

### 6.7 «Правило недотичного контуру»

При вирішенні СЛАР типу  $\overset{\vee}{u}_B = \overset{\wedge}{S} \cdot \overset{\vee}{u}_\Pi$ , які відображають залежності між  $\overset{\vee}{u}_B$  та  $\overset{\vee}{u}_\Pi$  на тих чи інших плечах пристрою НВЧ (а це, звичайно, деяке з'єднання більш простих елементів з відомими

МР), звичайно, визначають комплексні коефіцієнти відбиття та передачі відносно вільних плечей пристрою. Таким чином, задача аналізу складного пристрою полягає (в рамках декомпозиційного підходу) у визначенні МР об'єднаного БП НВЧ по відомим МР тих парціальних БП, з яких складається досліджуваний пристрій.

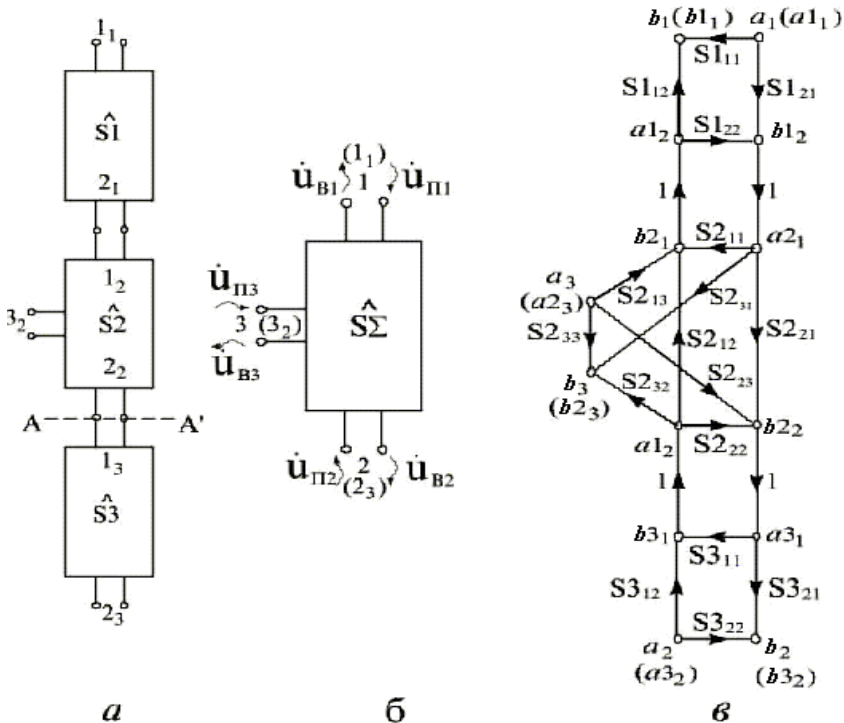
Але елементи МР об'єднаного БП  $S_{\Sigma ij}$  – це відношення вузлових сигналів в вільних плечах – сигналу залежного вузла ( $b_i$ ) до сигналу незалежного вузла ( $a_j$ ):

$$S_{\Sigma ij} = \frac{b_i}{a_j} \Big|_{a_p=0; p=1 \dots N; p \neq j} \quad (6.15)$$

при умові узгодження всіх плечей, що математично виражаються як:  $a_p = 0$ ;  $p = 1 \dots N$ ;  $p \neq j$ , де  $N$  – кількість вільних входів.

Розглянемо це питання на прикладі знаходження МР для з'єднання БП, зображеного на рис. 6.11, а, ОГ цієї схеми рис. 6.11, в.

Порядок нумерації плечей парціальних БП та плечей об'єднаного БП стає зрозумілим з розглядання рис. 6.11, а та рис. 6.11, б. Тут в дужках записані ті номери входів, які відповідали парціальним БП до їх об'єднання в ланцюг. ОГ об'єднаного 6-полюсника має загальний вигляд, зображений на рис. 6.7, д, де елементи  $S_{ij}$  треба замінити на  $S_{\Sigma ij}$ .



*a* – з’єднання БП; *б* – еквівалентний БП; *в* – ОГ для з’єднання

Рисунок 6.11 – Приклад для розглядання «правила недотичного контуру»

Для використання «правила недотичного контуру» в цілях знаходження, наприклад, елементу  $S_{\Sigma 33} = \frac{b_3}{a_3} \Big|_{a_1=a_2=0}$ , треба виконати

наступну послідовність операцій [7]:

– Знайти на ОГ для з’єднання (рис. 6.11, в) всі шляхи від джерела (незалежний вузол  $a_3$  ( $a3_3$ )) до залежного вузла  $b_3$  ( $b3_3$ ) і визначити їх передачі. В нашому випадку це будуть:

$$P_1 = S_{233}; P_2 = S_{213} \cdot S_{122} \cdot S_{231}; P_3 = S_{223} \cdot S_{311} \cdot S_{232};$$

$$P_4 = S_{213} \cdot S_{122} \cdot S_{221} \cdot S_{311} \cdot S_{232};$$

Кількість шляхів позначається буквою  $\mu$ , в нашому випадку:  $\mu = 4$ .

– Знайти на ОГ всі контури 1-го, 2-го, 3-го ... порядків та визначити їх передачі:

$$L_1^{(1)} = S1_{22}S2_{11}; L_2^{(1)} = S2_{22}S3_{11};$$

$$L_3^{(1)} = S1_{22}S2_{21}S3_{11}S2_{12}; L_1^{(2)} = L_1^{(1)} \cdot L_2^{(1)};$$

– Знайти на ОГ всі контури, які не дотикаються до визначених шляхів:

1) шляху  $P_1$  – це  $L_1^{(1)}, L_2^{(1)}, L_3^{(1)}, L_1^{(2)}$ ;

2) шляху  $P_2$  – це  $L_2^{(1)}$ ;

3) шляху  $P_3$  – це  $L_1^{(1)}$ ;

4) шляху  $P_4$  – всі визначені контури дотикаються до цього шляху;

– Підставити отримані значення передач в формулу яка визначає «правило недотичного контуру»:

$$S_{\sum ij} = \frac{\sum_{\mu} \left[ P_{\mu} \cdot \left( 1 - \sum_{\mu,r} L_{\mu,r}^{(1)} + \sum_{v,r} L_{v,r}^{(2)} - \sum_{v,r} L_{v,r}^{(3)} + \dots \right) \right]}{1 - \sum_v L_v^{(1)} + \sum_v L_v^{(2)} - \sum_v L_v^{(3)} + \dots - \dots} \quad (6.16)$$

Тут в знаменнику додавання (в алгебраїчному значенні, тобто з «+», або «-») ведеться по всім знайденим контурам, а в чисельнику ж тільки по контурам, які не дотикаються до того шляху, передача якого стоїть перед круглою дужкою. На цей факт вказує індекс « $\mu$ » при передачах контурів.

Використавши формулу (6.16) для нашого прикладу отримаємо:

$$S \Sigma_{33} = \frac{P_1 \left( -L_1^{(1)} - L_2^{(1)} + L_1^{(2)} \right) + P_2 \left( -L_2^{(1)} \right) + P_3 \left( -L_1^{(1)} \right) + P_4}{1 - L_1^{(1)} - L_2^{(1)} + L_1^{(2)}}. \quad (6.17)$$

Цей вираз можна спростити, оскільки вираз в перших дужках чисельника повністю повторює знаменник:

$$S \Sigma_{33} = P_1 + \frac{P_2 \cdot \left( -L_2^{(1)} \right) + P_3 \cdot \left( -L_1^{(1)} \right) + P_4}{1 - L_1^{(1)} - L_2^{(1)} + L_1^{(2)}}. \quad (6.17')$$

Вирази типу (6.17') будуть справедливі тоді, коли при побудованні формули для деякого елемента  $S \Sigma_{pq}$  є шлях (наприклад  $P_1$  для  $S \Sigma_{33}$ ), який не дотикається жодного контуру, але це не завжди так. Наприклад, для елемента  $S \Sigma_{13}$  будемо мати:

- шляхи та їх передачі:  $P_1 = S_{23} \cdot S_{12}$ ;  $P_2 = S_{23} \cdot S_{31} \cdot S_{21} \cdot S_{12}$ ;
- контури та їх передачі: ті ж самі, що й для  $S \Sigma_{33}$ ;
- контури, які не дотикаються до визначених шляхів:

- 1) шляху  $P_1$  – це  $L_2^{(1)}$ ;
  - 2) шляху  $P_2$  – всі визначені контури дотикаються.
- Отже будемо мати:

$$S \Sigma_{13} = \frac{P_1 \cdot \left( -L_2^{(1)} \right) + P_2}{1 - L_1^{(1)} - L_2^{(1)} - L_3^{(1)} + L_1^{(2)}}.$$

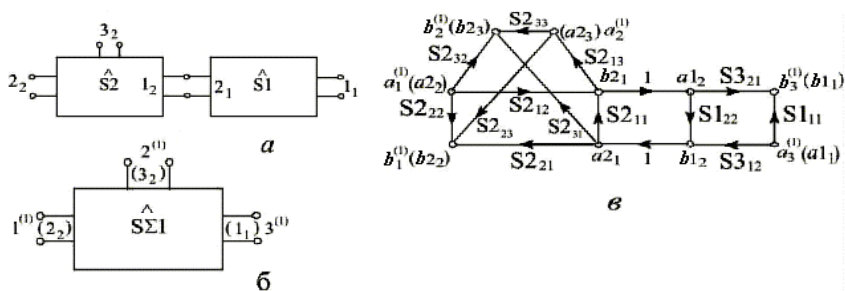
Як видно з цих прикладів, формули для безпосереднього визначення елементів МР об'єднаного БП по (6.16) хоч і отримуються в замкненій формі, але є досить громіздкими. Значно простіші по формі результати можна отримати при застосуванні рекурентного алгоритму.

## 6.8 Рекурентний алгоритм розрахунку МР для з'єднань БП

### 6.8.1 З'єднання двох БП

Розглянемо цей алгоритм на прикладі з'єднання БП, яке зображено на рис. 6.11, *а*. Оскільки в перерізі будь-якого з'єднання (наприклад в перерізі А–А' на рис. 6.11, *а*) завжди виконується гранична умова типу (6.6), то є всі підстави для того, щоб вважати, що на першому етапі БП з МР  $\hat{S}\hat{3}$  відсутній, тобто плече  $2_1$  БП1 навантажено на узгоджене навантаження і на першому етапі розглядати тільки з'єднання БП1 та БП2 – рис. 6.12, *а*; таким чином, на цьому етапі ми врахуємо тільки з'єднання БП з МР  $\hat{S}\hat{2}$  та БП з МР  $\hat{S}\hat{1}$  (див.рис.6.11а) і отримаємо об'єднаний БП з МР  $\hat{S}\hat{\Sigma}1$  (див. рис. 6.12, *б*).

Порядок нумерації плечей парціальних БП та плечей об'єданого БП стає зрозумілим з розглядання рис. 6.12, *а* та рис. 6.12, *б*. На рис. 6.12, *б*, рис. 6.12, *в* верхнім індексом в дужках позначено номер етапу при застосуванні рекурентного алгоритму. ОГ об'єданого БП з новою нумерацією плечей та новими індексами при елементах МР зображено на рис. 6.13 (6-полюсник з МР  $\hat{S}\hat{\Sigma}1$ ).



*а* – з'єднання БП; *б* – еквівалентний БП; *в* – ОГ з'єднання

Рисунок 6.12 – До рекурентного алгоритму; етап 1

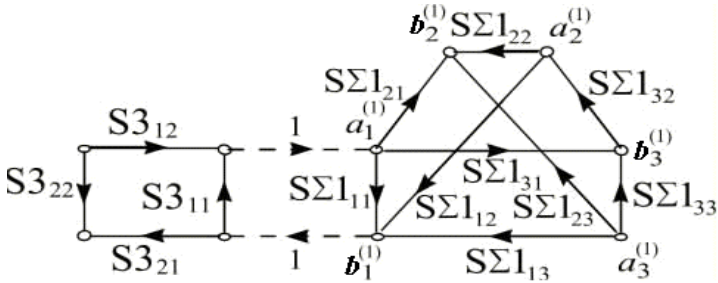


Рисунок 6.13 – ОГ об'єднаного БП після першого етапу (пунктиром показане з'єднання на етапі 2)

Зауважимо, що з'єднання типу зображеного на рис. 6.12,  $a$  є найпростішим типом з'єднання БП з будь-яким числом плечей. Твердження про те, що це є найпростішим типом з'єднання обгрунтоване тим, що ОГ цього з'єднання має один і єдиний контур першого порядку з передачею  $L_1^{\leftarrow} = S_{211} \cdot S_{122}$ .

Знайдемо шляхи при визначенні всіх елементів МР  $\hat{S} \Sigma 1$ :

$S \Sigma 1_{11} - P_1 = S_{222}$ ;	$P_2 = S_{212} \cdot S_{122} \cdot S_{221}$ ;
$S \Sigma 1_{22} - P_1 = S_{233}$ ;	$P_2 = S_{213} \cdot S_{122} \cdot S_{231}$ ;
$S \Sigma 1_{33} - P_1 = S_{111}$ ;	$P_2 = S_{121} \cdot S_{211} \cdot S_{112}$ ;
$S \Sigma 1_{21} - P_1 = S_{232}$ ;	$P_2 = S_{212} \cdot S_{122} \cdot S_{231}$ ;
$S \Sigma 1_{12} - P_1 = S_{223}$ ;	$P_2 = S_{213} \cdot S_{122} \cdot S_{231}$ ;
$S \Sigma 1_{32} - P_1 = S_{121} \cdot S_{231}$ ;	$P_2$ – не існує;
$S \Sigma 1_{23} - P_1 = S_{213} \cdot S_{112}$ ;	$P_2$ – не існує;
$S \Sigma 1_{31} - P_1 = S_{121} \cdot S_{221}$ ;	$P_2$ – не існує;
$S \Sigma 1_{13} - P_1 = S_{212} \cdot S_{112}$ ;	$P_2$ – не існує.

Визначимо, що для перших п'яти елементів МР  $\hat{S} \Sigma 1$  шлях  $P_1$  не дотикається до єдиного контуру  $L_1^{\leftarrow}$ , а тому, наприклад,

$$S \Sigma 1_{11} = P_1 + \frac{P_2}{1 - L_1^{\leftarrow}} = S_{222} + \frac{S_{212} \cdot S_{122} \cdot S_{221}}{1 - S_{211} \cdot S_{122}}; \quad (6.18)$$

$S \Sigma 1_{22}$ ,  $S \Sigma 1_{33}$ ,  $S \Sigma 1_{21}$ ,  $S \Sigma 1_{12}$  знаходяться по аналогічним за структурою формулам, а при побудові формул для останніх чотирьох еле-

ментів МР  $\hat{S}\Sigma 1$  єдиний шлях  $P_1$  дотикається до єдиного контуру  $L_1^{\text{C}}$ , а тому

$$S\Sigma 1_{23} = \frac{P_1}{1 - L_1^{\text{C}}} = \frac{S2_{13} \cdot S1_{12}}{1 - S2_{11} \cdot S1_{22}}. \quad (6.18)$$

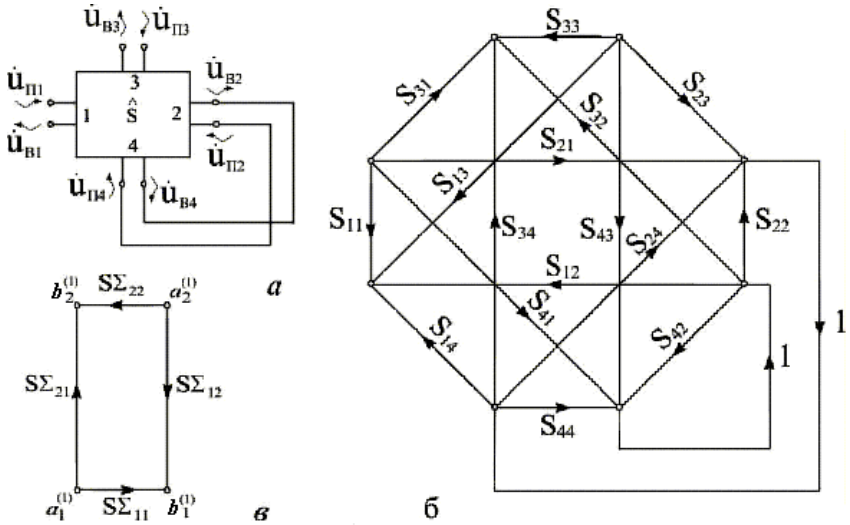
Формули для  $S\Sigma 1_{32}$ ,  $S\Sigma 1_{31}$ ,  $S\Sigma 1_{13}$  будуються по аналогічному принципу з використанням  $P_1$  для відповідних елементів МР  $\hat{S}\Sigma 1$ .

На другому етапі проміжний 6-поліосник з МР  $\hat{S}\Sigma 1$  плечем №1<sup>(1)</sup> (новий номер після перенумерації етапу 1) треба з'єднати з 1-м плечем 4-поліосника БПЗ (з МР  $\hat{S}3$ ). Це з'єднання показане пунктиром на рис. 6.13. Правила перенумерації плечей і алгоритм розрахунку МР такого з'єднання цілком аналогічні вже розглянутому випадку і нема потреби для їх детального пояснення.

### 6.8.2 Замикання двох плеч у проміжного БП

На деякому етапі застосування рекурентного алгоритму виникає необхідність розрахувати МР для деякого проміжного БП у якого з'єднані два плеча (цю ситуацію не важко прослідити при спробі аналізу декомпозиційних схем). Розглянемо для прикладу

8-поліосник з МР  $\hat{S}$  (рис. 6.14, а), у якого вхід №2 з'єднаний зі входом №4. З'єднання здійснене відрізками ЛП з одиначною передачею – рис. 6.14, б, причому, як завжди, з'єднувати можна лише незалежний вузол з залежним, або навпаки, але ні в якому разі не залежний з залежним або незалежний з незалежним.



*a* – коротке замикання двох плечей 8-полюсника; *б* – ОГ з'єднання;  
*в* – 4-полюсник, який еквівалентний з'єднанню

Рисунок 6.14 – До визначення МР БП з двома з'єднаними плечами

В принципі, з точки зору використання формули (6.16), ця схема нічим не відрізняється від уже розглянутих, але, оскільки має часте застосування, введемо необхідні формули.

Знайдемо:

а) контури –  $L_1^{\text{с}} = S_{42}$ ;  $L_2^{\text{с}} = S_{24}$ ;  $L_3^{\text{с}} = S_{22} \cdot S_{44}$ ;  $L_1^{\text{е}} = L_1^{\text{с}} \cdot L_2^{\text{с}}$ ;

б) шляхи при визначенні МР  $\hat{S}\Sigma$ :

$S\Sigma_{11} - P_1 = S_{11}$ ;  $P_2 = S_{21} \cdot S_{14}$ ;  $P_3 = S_{41} \cdot S_{24}$ ;  $P_4 = S_{21} \cdot S_{44} \cdot S_{12}$ ;  $P_5 = S_{41} \cdot S_{22} \cdot S_{14}$ .

При цьому контури, які не дотикаються визначених шляхів (при побудові формули для  $S\Sigma_{11}$ ):

шлях  $P_1$  – це контури  $L_1^{\text{с}}$ ;  $L_2^{\text{с}}$ ;  $L_3^{\text{с}}$ ;  $L_1^{\text{е}}$ ;

шлях  $P_2$  – це контур  $L_1^{\text{с}}$ ;

шлях  $P_3$  –  $L_2^{\text{с}}$ ;

шлях  $P_4$  – всі визначені контури дотикаються  $P_4$ ;

шлях  $P_5$  – всі визначені контури дотикаються  $P_5$ .

$S\Sigma_{21} - P_1 = S_{31}$ ;  $P_2 = S_{21} \cdot S_{34}$ ;  $P_3 = S_{41} \cdot S_{32}$ ;  $P_4 = S_{21} \cdot S_{44} \cdot S_{32}$ ;  $P_5 = S_{41} \cdot S_{22} \cdot S_{34}$ .

При цьому контури, які не дотикаються визначених шляхів (при побудові формули для  $S_{\Sigma_{21}}$ :

шлях  $P_1$  – це контури  $L_1^{\ominus}$ ;  $L_2^{\ominus}$ ;  $L_3^{\ominus}$ ;  $L_4^{\ominus}$ ;

шлях  $P_2$  – це контур  $L_1^{\ominus}$ ;

шлях  $P_3$  –  $L_1^{\ominus}$ ;

шляхи  $P_4$  та  $P_5$  всі визначені контури дотикаються до всіх визначених контурів.

Аналогічно для  $S_{\Sigma_{22}}$  та  $S_{\Sigma_{12}}$ .

На основі визначених величин побудуємо формули для розрахунку  $S_{\Sigma_{11}}$  та  $S_{\Sigma_{21}}$ :

$$S_{\Sigma_{11}} = P_1 + \frac{P_2 \left( -L_1^{\ominus} \right) + P_3 \left( -L_1^{\ominus} \right) + P_4 + P_5}{1 - L_1^{\ominus} - L_2^{\ominus} - L_3^{\ominus} - L_4^{\ominus}};$$

для  $S_{\Sigma_{21}}$  приведемо повну формулу з розшифруванням всіх позначень:

$$S_{\Sigma_{21}} = S_{31} + \frac{S_{21}S_{34} \left( -S_{42} \right) + S_{41}S_{32} \left( -S_{24} \right) + S_{21}S_{44}S_{32} + S_{41}S_{22}S_{34}}{1 - S_{42} - S_{24} - S_{22} \cdot S_{44} + S_{42} \cdot S_{24}}$$

Формули для  $S_{\Sigma_{22}}$  та  $S_{\Sigma_{12}}$  будуються аналогічно.

### 6.8.3 Зауваження до п. 6.4.7.1 та п. 6.4.7.2

1) Для використання алгоритму розрахунку МР для з'єднання БП НВЧ в САПР треба формалізувати декілька процедур, серед яких головними є наступні:

– використання бібліотеки декомпозиційних елементів для розрахунку МР парціальних БП (в загальній схемі пристрою) та використання цієї бібліотеки при спілкуванні з ЕОМ (коли давати завдання на розрахунок) на рівні графічних образів з елементами підказування;

– перенумерації плечей як парціальних так і проміжних БП при об'єднанні;

– пошук зв'язків між елементами декомпозиційної схеми досліджуваного НВЧ пристрою;

– представлення кінцевих результатів в формі, яка зручна для інтерпретації та творчого аналізу.

Всі ці задачі вирішені при створенні програми для автоматизованого моделювання інтегральних НВЧ схем САМІС, яка розроблена на кафедрі радіотехніки ЗНТУ.

2) Алгоритм вирішення СЛАР, розглянутий в п. 6.4.7 є досить ефективним з обчислювальної точки зору, бо є аналогом найбільш ефективного вирішення СЛАР методом Гауса (вилучення невідомих) на кожному етапі його застосування.

## ВИСНОВКИ

Пристрої НВЧ та антени – це та область сучасної радіоелектроніки, яка дуже швидко розвивається. Її розвитку сприяють не тільки «власні» досягнення, але і сумісні зусилля фахівців з обчислювальною електродинамікою, системотехнікою, радіотехнічних пристроїв та систем, електронікою, автоматикою, метрологією, конструювання і технології виробництва і др. Тенденції розвитку цієї галузі такі, що можна з певністю казати, що подальший її розвиток дозволить успішно вирішувати багато задач, пов'язаних з подальшим розвитком систем мобільного зв'язку різного призначення, отриманням інформації про навколишнє середовище та віддалених об'єктах, освоєнні космосу, бездротового енергопередавання, медицині (діагностика, мікрохвильова терапія), сучасних якісних технологій (наприклад, якісне висушування деревини, обробка робочої поверхні інструментів, ...) і багатьох інших.

За сучасним станом розвитку радіоелектроніки незаперечним є твердження про те, що її майбутнє належить інтегральним структурам та інтегрованому підходу до її проектування та технічної реалізації.

В той же час, маючи на увазі очевидні успіхи в плані мінімізації масагабаритних показників елементної бази, її подальший розвиток історично йде в сторону освоєння все більш високочастотних смуг. Пристрої НВЧ мають характерну рису – розміри електродинамічних структур спільномірні з довжиною хвилі робочого коливання; маючи на увазі цю обставину, деякий час здавалося, що перехід до НВЧ інтегральних структур навряд чи й можливий. Але дійсність була такою, що перехід до ІС НВЧ планарного типу пройшов досить швидко. Тепер на черзі логічне продовження і розвиток принципу інтеграції від площини до об'єму, тобто переходу до об'ємних інтегральних схем (ОІС) НВЧ. Перші ж роботи по ОІС НВЧ з'ясували, що освоєння нової елементної бази вимагає нових типів ЛП та елементів на їх основі; з'ясувалося, що ці структури по своїй конструкції виявились дуже різноманітними, різнорідними та досить складними з електродинамічної точки зору, а обчислювальна електродинаміка виявилась не готовою до вирішення

таких задач з прийнятними витратами обчислювальних ресурсів. Ця обставина вимагає інколи застосовувати і найпростіші фізичні і математичні моделі та методи.

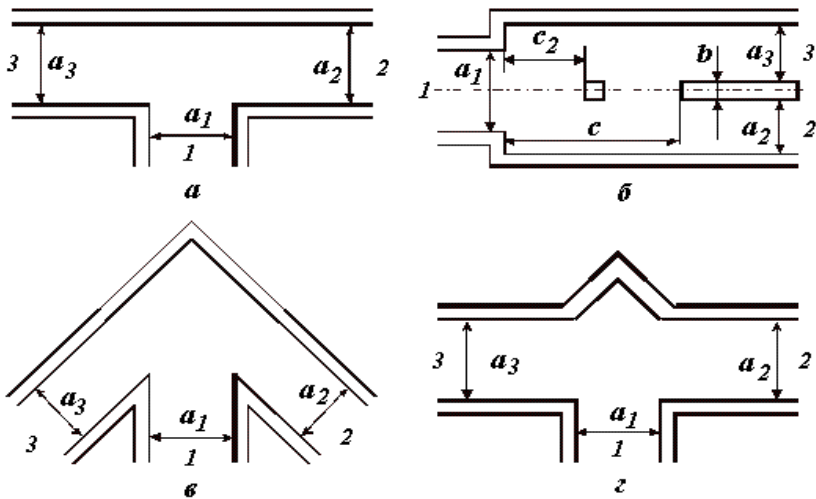
Найпростіші моделі мають добру наглядність і дозволяють скласти досить ясну загальну картину фізичних явищ в досліджуваному пристрої. Глибоке розуміння фізики явищ, в свою чергу, майже завжди сприяє і виробці розуміння шляхів та методів створення більш адекватних моделей та чисельних методів її отримання і таким чином більш якісному вирішенню задач.

# ДОДАТОК А – ПРО ДОДАТКОВІ СХЕМОТЕХНІЧНІ МОЖЛИВОСТІ Н-ПЛОЩИННИХ РОЗГАЛУЖЕНЬ ПХ

## А.1 Короткий огляд деяких властивостей розгалужень однакових за параметрами ПХ

Розгалуження однакових ПХ в Н-площині (поперечний переріз показано на рис. А.1, *a*) є одним з найпоширеніших елементів НВЧ. Вони використовуються і як самостійні схематичні елементи, наприклад, в якості подільників потужників – рис. А.1, *б* і як складові більш складних НВЧ пристроїв. Але, як виходить з попереднього розглядання (розд. 4) такий пристрій (при нехтуванні втратами він є недисипативним і принципово взаємним елементом) неможливо узгодити одночасно з усіх трьох плечей. В той же час, спроба узгодити розгалуження на рис. А.1, *a* тільки зі сторони одного з плечей наприклад зі сторони плеча 1, призводить до необхідності застосування в плечах 2 та 3 прямокутних хвилеводів з зовсім іншими параметрами (по хвилевому опорі), ніж в плечі 1. В деякій мірі альтернативою такому засобу узгодження є використання модифікованого розгалуження, зображеного на рис. А.1, *б*. В [11] доведено, що належним вибором розмірів  $c$  та  $b$  ( $c = 1,203a$ ,  $b = 0,05a$ ) можна досягти смуги частот узгодження зі сторони плеча 1 по критерію  $KCX_1 \leq 1,1$  на рівні 10 %, а по критерію  $KCX_1 \leq 1,2$  – 38 %, але повного узгодження ( $KCX_1 = 1$ ) не вдається досягти в жодній точці частотного діапазону основної хвилі  $H_{10}$ . В [13] доведено, що введенням в загальну область узгоджувального індуктивного штиря з квадратним перерізом (на рис. А.1, *б* цей штир показано точковою лінією) з розмірами  $b \times b$  вдається досягти практично повного узгодження хоча б в одній частотній точці (при ширині смуги узгодження з  $KCX_1 \leq 1,2$ , на рівні результатів роботи [11]). При цьому необхідно для кожного значення розміру  $c$  підбирати відповідне тільки йому значення розміру  $c_2$ , але при  $c - (c_2 + b) \approx 0,1a$  штир уже практично не впливає на АЧХ та ФЧХ пристрою і його треба розглядати, як частину загальної стінки хвилеводів 2 та 3.

В [14] доведено, що в деякій мірі вирішити задачу узгодження розгалужень однакових за розмірами ПХ зі сторони плечей 2 та 3 вдається за допомогою не прямокутного розташування основного (плечі 2, 3) та відгалуженого (плече 1) прямокутних хвильоводів, як зображено на рис. А.1, в. До того ж, автори роботи [14] виявили в цьому елементі властивість досить слабого зв'язку між основним та відгалуженим хвильоводами, але вона проявляється в досить вузькій ( $\approx 2...4\%$ ) смузі частот. Доречно також зауважити, що некоординатні хвильоводні елементи такого типу є досить нетехнологічними.



1, 2, 3 – номери плечей розгалужень;  $a_1, a_2, a_3$  – розміри широких стінок відповідних прямокутних хвильоводів; *a* – під прямим кутом, *б* – модифіковане прямокутне (... – узгоджувальний індуктивний штир), *в* – некоординатне, *г* – під прямим кутом з зовнішнім трикутним симетричним виступом

Рисунок А.1 – Різновиди Н-площинних розгалужень прямокутних хвильоводів

Другим прийомом використання некоординатних елементів є прямокутне Т-розгалуження однакових за розмірами ПХ з зовнішнім трикутним симетричним виступом (див. рис. А.1, г). Тут зміною розмірів трикутного виступу можна досягти як узгодження зі

сторони плеча 1 так і слабого зв'язку між основним та відгалуженим хвилеводами.

На завершення цього короткого огляду зауважимо, що загальні властивості прямокутних Т-розгалужень досить детально досліджено (на електродинамічному рівні строгості) в монографії [10], а більш «тонкі» ефекти досліджувалися в багатьох роботах Рудь Л. А., опублікованих в періодичних виданнях. Ці роботи стали вже класичними для хвилеводної техніки, тому такі питання окремо розглядати не будемо, а звернемо увагу читачів на ті додаткові схемотехнічні можливості Н-площинних розгалужень ПХ, що проявляються при некоординатному (не під прямим кутом) розташуванні окремих елементів контуру загальної області.

Частоту будемо задавати через узагальнений частотний параметр [10]

$$\alpha = a/\lambda, \quad (\text{A.1})$$

де  $a$  – розмір широкої стінки прямокутного хвилеводу,  
 $\lambda$  – довжина хвилі у вільному просторі.

## **A.2 Про додаткові можливості ширококутового узгодження модифікованого Т-розгалуження ПХ**

Переріз модифікованого Н-площинного прямокутного Т-розгалуження прямокутних хвилеводів зображено на рис. А.1, б в двох варіантах виконання загальної області: без узгоджувального індуктивного штиря та при наявності останнього. Таке розгалуження використовується (при виконанні умови узгодженості зі сторони плеча 1), як подільник з рівномірним розподілом потужності [11] між плечами 2 та 3. Але в роботах [10, 13] показано, що загальною особливістю наведених конструкцій є різке погіршення параметрів в смузі  $0,78 \leq \alpha \leq 0,88$ , а це найбільш прийнятна для практичного використання частина частотного діапазону основної хвилі типу  $H_{10}$  ПХ. Назвемо такий подільник МХПП.

З метою послаблення згаданого ефекту при одночасному розширенні смуги частот узгодження було виконано чисельні дослідження по вивченню впливу зміни геометрії загальної області Т-роз-

галуження на АЧХ та ФЧХ робочих параметрів (коефіцієнтів передавання між плечами та КСХ в плечах). Розрахунки велись по програмі, що реалізує метод добутку областей, запропонований Чумаченко В. П. Розглянемо результати цих досліджень тільки в частині узгодження зі сторони плеча 1; ці результати мають практичне значення для конструювання хвилеводних подільників потужності небалансного типу [15].

Спочатку було досліджено вплив узгоджувальних зрізів в загальній області хвилеводів 2 та 3 МХПП. Відповідну конструкцію зображено на рис. А.2 штрихпунктирною лінією. Назвемо такий МХПП модифікованим подільником з узгоджувальними зрізами (МПУЗ). Чисельні дослідження показали, що зміна геометрії пристрою призводить до деформації його частотних характеристик (в межах смуги пропускання по відповідному критерію) та до переміщення їх по вісі частоти; по цій причині для проведення порівняльного аналізу подільників потужності з різною геометрією введемо наступні параметри їх АЧХ:

$\alpha_n^1, \alpha_n^2$  – нижнє значення частотного параметру, при якому  $КСХ_1 \leq 1,1$  та  $КСХ_1 \leq 1,2$ , відповідно;

$\alpha_s^1, \alpha_s^2$  – відповідно зі сторони верхньої частоти;

$$\Delta\alpha^1 = \frac{\alpha_b^1 - \alpha_n^1}{\Delta\alpha_0}, \quad \Delta\alpha^2 = \frac{\alpha_b^2 - \alpha_n^2}{\Delta\alpha_0} \quad \text{– відносна смуга частот по кри-}$$

теріям  $КСХ_1 \leq 1,1$  та  $КСХ_1 \leq 1,2$ , відповідно. Тут  $\Delta\alpha_0 = \alpha_s - \alpha_n = 0,5$  ( $\alpha_s = 1$  – критична частота хвилі  $H_{20}$ ,  $\alpha_s = 0,5$  – критична частота хвилі  $H_{10}$ ) – смуга частот, що відповідає одномодовому хвилеводу з розміром широкої стінки  $a$ ;

$\alpha_p$  – значення частоти, при якій спостерігається резонансний сплеск;

$$\alpha_0^1 = \frac{\alpha_b^1 - \alpha_n^1}{2}, \quad \alpha_0^2 = \frac{\alpha_b^2 - \alpha_n^2}{2} \quad \text{– центральна частота смуг частот}$$

$\Delta\alpha^1$  та  $\Delta\alpha^2$ , відповідно.

Параметри АЧХ оптимізованих МПУЗ наведено в таблиці А.1. В інформативних рядках таблиці в дужках наведено для порівняння параметри МХПП з аналогічними геометричними розмірами, але без узгоджувальних зрізів.

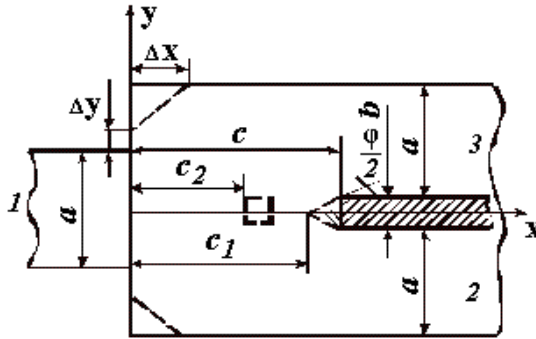


Рисунок А.2 – До зміни геометрії загальної області хвильоводів 2 та 3 і торцю їх загальної стінки

Таблиця А.1 – Параметри АЧХ оптимізованих МПУЗ

		$c = 1,073a$ $\Delta x = 0,58a$ $\Delta y = 0,145a$	$c = 1,121a$ $\Delta x = 0,66a$ $\Delta y = 0,195a$	$c = 1,150a$ $\Delta x = 0,660a$ $\Delta y = 0,220a$	$c = 1,203a$ $\Delta x = 0,760a$ $\Delta y = 0,285a$
$\Delta \alpha^1$	1	25,2 (21,4)	31,4 (27,8)	32,8 (31,2)	8,4 (11,4)
$\Delta \alpha^2$	2	36 (30,6)	40,2 (35,0)	42,4 (37,2)	43,2 (39,2)
$\alpha_0^1$	3	0,773 (0,775)	0,775 (0,778)	0,742 (0,739)	0,649 (0,659)
$\alpha_0^2$	4	0,762 (0,758)	0,748 (0,742)	0,738 (0,732)	0,715 (0,708)
$\alpha_p$	5	0,839 (0,845)	0,886 (0,835)	0,874 (0,829)	0,859 (0,82)

Аналіз даних наведених в таблиці А.1 показує, що для кожного значення розміру  $c$  можливо підібрати такі значення розмірів  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  при яких  $\Delta \alpha^2$  збільшується в середньому на 5 %. При малих значеннях розміру  $c$  ( $1,07a \leq c \leq 1,15a$ ) також спостерігається і деяке збільшення параметру  $\Delta \alpha^1$ , але при  $c > 1,2a$  смуга узгодження з  $KCX_1 < 1,1$  починає зменшуватися. Відмітимо також два ефекти:

- значення параметрів  $\alpha_0^1$  та  $\alpha_0^1$  для МХПП та МПУЗ практично не змінюються і лише при  $c > 1,2a$  для МПУЗ спостерігається зміщення значення цих параметрів в високочастотну область діапазону хвильоводу;

- введення зрізів зміщує параметр  $\alpha_p$  також в високочастотну область діапазону хвильоводу.

Особливості конструкторської реалізації модифікованого подільника призводять інколи до необхідності збільшення розміру  $b$ . Для таких конструкцій було проведено дослідження впливу геометрії торцю загальної стінки хвилеводів 2 та 3 на АЧХ та ФЧХ подільника. Дослідження показали, що геометрична форма торцю загальної стінки починає впливати на АЧХ та ФЧХ подільників при значенні розміру  $b \approx 0,1a$ , причому близької до оптимальної виявилась форма торцю в вигляді вістря, спрямованого в напрямі хвилеводу 1. На рис. А.2 геометрія модифікованого торцю загальної стінки хвилеводів 2 та 3 показана штрихованою лінією і тут же наведено позначення відповідних геометричних параметрів. Відсутність узгоджувальних зрізів в цьому варіанті умовно показано суцільною лінією. Для цього типу подільника введемо позначення МХПВ.

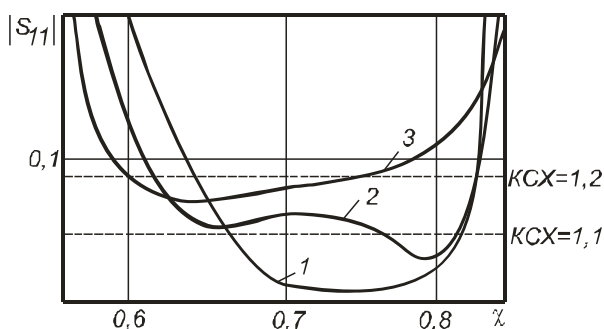
Таблиця А.2 – Параметри АЧХ для МХПВ

	$c_1 = 1,05a$	$c_1 = 1,1a$	$c_1 = 1,125a$	$c_1 = 1,132a$	$c_1 = 1,15a$	$c_1 = 1,175a$	$c_1 = 1,2a$
1	20	27,2	30,8	30,6	33,2	17,2	13
2	29	33,8	36,2	37,6	37,6	40	40
3	0,76	0,743	0,732	0,728	0,723	0,667	0,642
4	0,742	0,729	0,721	0,721	0,714	0,705	0,693

Чисельні дослідження МХПВ показали, що найкращі результати досягаються при  $\varphi = 30^\circ$  та менше. В табл. А.2 наведено результати розрахунків для МХПВ з  $b = 0,1a$ ,  $\varphi = 30^\circ$ . В рубрикаційному стовпці табл. А.2 використано ті ж самі позначення, що і в табл. А.1. Для досліджених варіантів МХПВ параметр  $\alpha_p$  мав практично ті ж значення, що і для аналогічних МХПП, а збільшення параметрів  $\Delta\alpha^1$  та  $\Delta\alpha^2$  здійснювалося за рахунок зміщення робочої частини АЧХ в низькочастотну область діапазону хвилеводу, що з практичної точки зору небажано.

Суттєвого покращення характеристик МХПВ при  $b = 0,1a$  та  $\varphi = 30^\circ$  можливо досягти при введенні узгоджувальних зрізів, як у варіанті МПУЗ – на рис. А.2 відповідна конструкція зображена штрихпунктирною лінією для загальної області хвилеводів 2 та 3, та пунктирною лінією – для їх загальної стінки. Тут наведено і позначення

чення відповідних цьому варіанту геометричних параметрів. Для такого подільника введемо позначення МПВЗ. Приклади АЧХ для модуля коефіцієнту відбиття МПВЗ зі сторони хвилеводу 1 наведено на рис. А.3. Аналіз цих АЧХ показує, що широкої смуги узгодження можливо досягти при виборі  $c_1 = 1,2a$ , але при збільшенні цього розміру дещо збільшується коефіцієнт відбиття в робочій смугі частот та ця смуга зміщується в низькочастотну область діапазону хвилеводу.



1 –  $c_1 = 1,1a$ ,  $\Delta x = 0,805a$ ,  $\Delta y = 0,155a$ ; 2 –  $c_1 = 1,2a$ ,  $\Delta x = 0,61a$ ,  $\Delta y = 0$ ;  
3 –  $c_1 = 1,3a$ ,  $\Delta x = 1,03a$ ,  $\Delta y = 0$ .

Рисунок А.3 – Приклади АЧХ для  $|\dot{S}_{11}|$  трьох типових варіантів МПВЗ

Узагальнені параметри оптимізованих МПВЗ наведено в табл. А.3. Інтерпретація даних, що наведені в цій таблиці аналогічна даним табл. А.1.

Таблиця А.3 – Параметри АЧХ оптимізованих МПВЗ

	$c = 1,1a$ $\Delta x = 0,805a$ $\Delta y = 0,395a$	$c = 1,15a$ $\Delta x = 0,32a$ $\Delta y = 0$	$c = 1,2a$ $\Delta x = 0,61a$ $\Delta y = 0$	$c = 1,25a$ $\Delta x = 0,915a$ $\Delta y = 0$	$c = 1,3a$ $\Delta x = 1,03a$ $\Delta y = 0$
1	29,2 (19)	32 (26)	10 (16,4)	-	-
2	37,4 (27,4)	39 (38,2)	42,4 (38,2)	38,6 (36)	32 (15,4)
3	0,745 (0,763)	0,737 (0,731)	0,785 (0,687)	-	-
4	0,735 (0,744)	0,724 (0,731)	0,721 (0,711)	0,705 (0,685)	0,68 (0,611)
5	0,849 (0,830)	0,838 (0,818)	0,867 (0,808)	0,91 (0,801)	0,919 (0,795)

Виконавши порівняльний аналіз всіх наведених даних, можливо дійти до висновку, що найкращі характеристики по критерію узгодження в широкій смузі частот із всіх досліджених варіантів модифікованих хвилеводів подільників потужності мають МПВЗ [15].

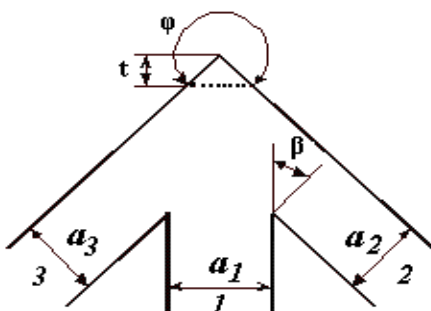
### **А.3 Ефект слабого зв'язку хвилеводів в Н-площинних розгалуженнях з елементами некоординатності**

В монографії [10] та в інших роботах її авторів детально досліджено резонансні ефекти в некоординатних зломах та координатних Т-розгалуженнях прямокутних хвилеводів і показано, що фізична природа цих ефектів зв'язана з власними коливаннями деякого об'єму, який уявляє собою область зв'язку регулярних хвилеводів, що утворюють відповідну некоординатність. Особливо цікавими для практики є, як відомо, Т-подібні розгалуження прямокутних хвилеводів. Тут в випадку некоординатної області зв'язку слід чекати змін в характері та параметрах власних коливань; наслідком цього може бути і зміна частотних залежностей відповідних параметрів розгалужень (КСХ та коефіцієнтів передавання) і виникнення досі невідомих ефектів. Некоординатна область зв'язку може утворитись, наприклад, при некоординатному розташуванні поздовжніх вісей тих регулярних хвилеводів, що утворюють розгалуження (див. рис. А.1, в), або при введені в область зв'язку зовнішнього, як на рис. А.1, з, або внутрішнього трикутного виступу. Даних по властивостям таких елементів в літературі дуже мало, але в той же час вони можуть бути цікавими і корисними для практики.

#### **А.3.1 Некоординатне Н-площинне розгалуження**

Переріз розглядуваного розгалуження Н-площиною представлено на рис. А.4. Амплітудно-частотні характеристики параметрів цього хвилеводного елемента на електродинамічному рівні строгості вперше було досліджено в [14], де було виявлено, що, починаючи з значення кута розгалуження  $\varphi \approx 210^\circ$ , спостерігається дуже слабкий зв'язок (менше -20дБ) основного хвилеводу (плечі 2–3) з відгалуженим хвилеводом (плече 1) в смузі частот порядку 6...7%. Треба відмітити, що цей ефект спостерігається не тільки при значеннях  $\alpha \approx 1$ ,

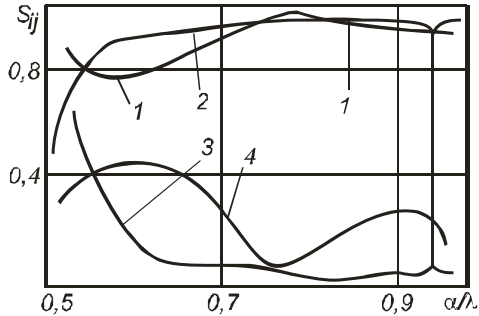
як в координатному розгалуженні, але і при  $0,7 < \alpha < 1$ . При цьому в тій же смузі частот таке розгалуження виявилось досить добре узгодженим по плечам 2 та 3 (коефіцієнти відбиття  $|S_{22}| = |S_{33}| \leq 0,1$ ), а від плеча 1 спостерігається майже повне відбиття  $|S_{11}| \leq 0,96$ . Цікавим є той факт, що із збільшенням значення кута розгалуження  $\varphi$  та смуга частот, де спостерігається ефект слабого зв'язку та резонансних явищ, зміщується в сторону більш низьких частот і при цьому зменшується крутизна амплітудно-частотних характеристик при значеннях  $\alpha \approx 1$ .



1, 2, 3 – номери плечей;  $a_1, a_2, a_3$  – розмір широкі стінки відповідного хвилеводу

Рисунок А.4 – Н-площинне некоординатне розгалуження

Однією з фізичних причин цього явища є збільшення об'єму тієї резонансної порожнини (в районі зламу основного хвилеводу), яке спостерігається при збільшенні кута розгалуження. Амплітудно-частотні характеристики елементів матриці розсіювання хвиле водного розгалуження при значенні  $\varphi = 225^\circ$  та  $\varphi = 210^\circ$  наведено в роботі [14].



1 –  $|S_{11}|$ , 2 –  $|S_{32}|$ , 3 –  $|S_{22}|$ , 4 –  $|S_{21}|$ ;  $\varphi = 225^\circ$   $\Delta = 0,5t$

Рисунок А.5 – АЧХ для елементів  $|S_{ij}|$  некоординатних розгалужень

Для з'ясування впливу форми та розмірів загальної області на характеристики розгалуження було введено симетричне дзеркало, як показано на рис. А.4 крапковою лінією, де розмір  $t$  обирається так, щоб виконувалась рівність  $\alpha = 180^\circ - 2\beta$ . При зміщенні дзеркала вгору будемо відраховувати цей розмір в частках від розміру  $t$  і позначати  $\Delta$ . При  $\varphi = 210^\circ$  розмір  $t = 0,2033a$ ,  $\varphi = 225^\circ - t = 0,3756a$ ,  $\varphi = 240^\circ - t = 0,5774a$ . Амплітудно-частотні характеристики елементів S-матриці розгалуження з дзеркалом при  $\varphi = 225^\circ$  та  $\Delta = 0,5t$  наведено на рис. А.5, б. Аналіз наведених залежностей показує, що введення дзеркала суттєво впливає на хід амплітудно-частотних характеристик:

- суттєво зменшується амплітуда резонансних сплесків;
- смуга частот, де спостерігається ефект слабого зв'язку, зміщується по вісі частот;
- змінюється рівень і смуга узгодження по плечам 2 та 3 (основний хвилевід).

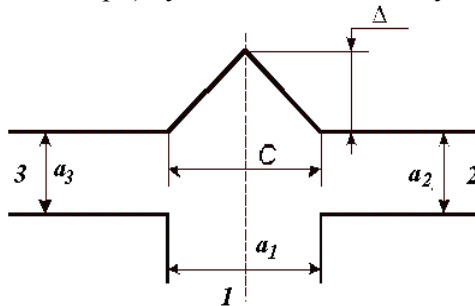
Отримані чисельні результати можуть знайти застосування в вирішенні задач конструювання реальних хвилеводних трактів при виникненні необхідності відгалуження малої частки потужності в бічне плече. Але треба зауважити, що отримувана при цьому конструкція буде нетехнологічною, оскільки повздовжні вісі кожного парціального елемента будуть розташовані некоординатно. Цей

недолік можна усунути при застосуванні координатних Т-подібних розгалужень з зовнішнім трикутним некоординатним виступом.

### А.3.2 Координатне Н-площинне розгалуження з зовнішнім трикутним виступом

Перетин Н-площиною координатного Т-подібного розгалуження прямокутних хвильоводів з зовнішнім симетричним трикутним виступом, який розташовано співвісно з відгалуженим хвильоводом, зображено на рис. А.6. Розташований таким чином виступ буде частиною області зв'язку основного (плечі 2 та 3) та відгалуженого (плече 1) прямокутних хвильоводів.

В результаті чисельного дослідження цього хвильоводного елемента у випадку знехтування втратами та при  $a_1 = a_2 = a_3 = a$  і  $c = a$  (випадок повної симетрії) було встановлено наступне:



1, 2, 3 – номери плечей,  $a_1, a_2, a_3$  – розміри широкіх стінок прямокутних хвильоводів в відповідних плечах розгалуження

Рисунок А.6 – Н-площинний перетин координатного розгалуження з зовнішнім трикутним виступом

– ефект слабого зв'язку хвильоводів спостерігається в досить вузькій смузі частот, яку позначимо  $\Delta\epsilon_i$ ;

– смуга  $\Delta\epsilon_i$  зміщується в напрямку зменшення частоти із збільшенням висоти трикутного виступу – розміру  $\Delta$ ;

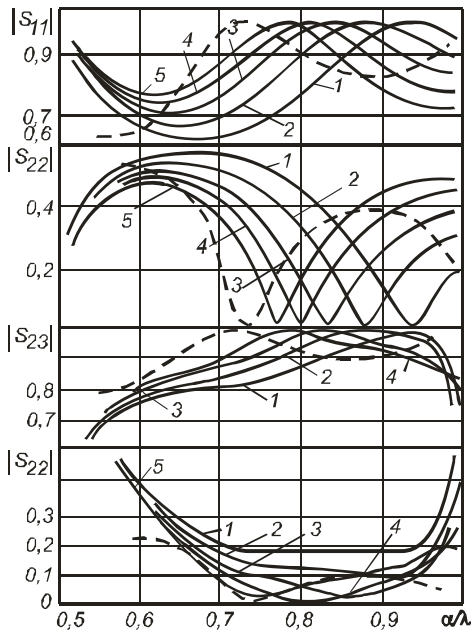
– в смузі  $\Delta\epsilon_i$  плечі 2 та 3 розгалуження досить добре узгоджені, а плече 1 виявляється майже повністю розузгодженим;

– коефіцієнт передавання між плечами 2 та 3 основного хвилеводу в смузі  $\Delta\alpha_i$  прагне до одиничного значення.

На рис. А.7 наведено розраховані залежності  $|S_{ij}(\alpha)|$  при різних значеннях розміру  $\Delta$ , які ілюструють ці висновки.

Для з'ясування впливу форми симетричного трикутного виступу на хід частотних залежностей параметрів цього типу розгалуження, було виконано розрахунки при значенні розміру  $c > a$ . На рис. А.7 відповідні криві зображено пунктирною лінією. Тут  $c = 2a$ ,  $\Delta = 0,4a$ .

З співставлення наведених розрахункових даних видно, що варіацією розмірів та форми зовнішнього трикутного виступу можна в досить широких межах змінювати частотні властивості параметрів узгодження та передавання цього типу розгалуження. Виявлені ефекти можуть знайти широке поле застосувань при вирішенні тематичних задач з використанням хвилеводних елементів.



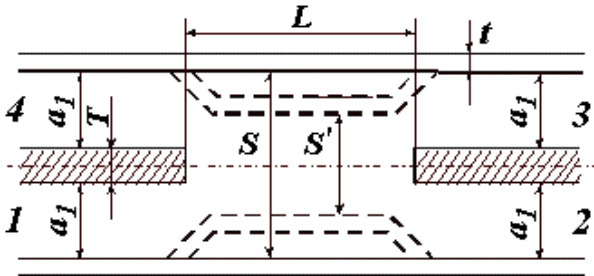
суцільна лінія: 1 –  $\Delta = 0,1a$ , 2 –  $\Delta = 0,2a$ ; 3 –  $\Delta = 0,3a$ , 4 –  $\Delta = 0,4a$ , 5 –  $\Delta = 0,5a$   
штрихова лінія:  $\Delta = 0,4a$ ,  $c = 2a$

Рисунок А.7 – АЧХ для елементів  $|S_{ij}|$  розгалуження з виступом

# ДОДАТОК Б – Н-ПЛОЩИННІ ШИРОКОСМУГОВІ ХВИЛЕВОДНІ ЩІЛИННІ МОСТИ З НЕОДНОРІДНОЮ ОБЛАСТЮ ЗВ'ЯЗКУ

## Б.1 Зауваження по конструкції

Н-площинні хвильоводні щілинні спрямовані відгалужувачі – рис. Б.1 – (і як частковий випадок – мости) часто використовуються при розробці схем НВЧ-трактів.



– базова конструкція; -- звуження в області зв'язку;  $a_1$  – розмір широкі стінки ПХ; 1, 2, 3, 4 – номери плечей щілинного спрямованого відгалужувача

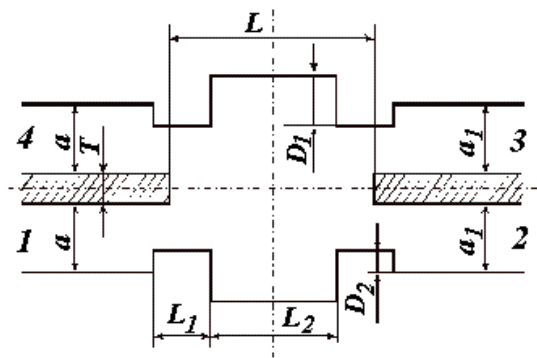
Рисунок Б.1 – До придушення хвилі типу  $H_{30}$  в області зв'язку щілинного відгалужувача

Розглянемо особливості їх конструктивного виконання на стандартних прямокутних хвильоводах (ПХ). Такі ПХ мають стінки з товщиною  $t$ , що змінюється від  $t \approx 1 \cdot 10^{-3}$  м в трьохсантиметровому діапазоні до  $t \approx (0.3 \dots 3) \cdot 10^{-3}$  м в десятисантиметровому діапазоні. Це призводить до того, що при сполученні двох хвильоводів по вузьким стінкам (в Н-площині) поперечний розмір загальної області (області зв'язку двох ПХ)  $S = 2a_1 + T > 2a_1$ ; в наслідок цього в області зв'язку створюються умови для поширення хвилі типу  $H_{30}$ . З точки зору розглядання принципу роботи спрямованого відгалу-

жувача цього типу, хвиля  $H_{30}$  є паразитною і для її придушення поперечний розмір області зв'язку звичайно дещо звужують до розміру  $S' < S$ , як зображено пунктиром на рис. Б.1. Але більш точні розрахунки (на електродинамічному рівні строгості), проведені авторами роботи [17] показали, що при відповідному виборі параметрів  $T$  (товщини загальної стінки двох ПХ) та  $L$  (довжина області зв'язку) існує можливість деякого розширення смуги робочих частот мосту такого типу.

В авторському свідоцтві [16] запропоновано з метою збільшення електричної міцності Н-площинного хвилеводного щілинного мосту використовувати неоднорідну область зв'язку. Але при дослідженні такого пристрою на електродинамічному рівні строгості (методом добутку областей) виявилось, що геометричні параметри області зв'язку можна додатково оптимізувати ще й з метою покращення робочих параметрів в досить широкій смугі частот, що досягала значень 22–24% [17]. Було виявлено і недолік: ефекту покращення параметрів вдалося досягти лише в діапазоні  $0,7\lambda < a < 0,82\lambda$ ,  $\lambda$  – довжина хвилі у вільному просторі. В других частотних діапазонах (з робочого діапазону хвилі  $H_{10}$  ПХ) отримати достатньо добрі робочі параметри мосту шляхом оптимізації геометричних розмірів неоднорідної області зв'язку не вдалося.

Переріз щілинного мосту (Н-площиною) з неоднорідною областю зв'язку зображено на рис. Б.2.



1, 2, 3, 4 – номери плечей щілинного мосту

Рисунок Б.2 – Щілинний міст з неоднорідною областю зв'язку

Розрахунки проводились за допомогою пакета прикладних програм, де реалізовано електродинамічний аналіз  $H$ -площинних хвилеводних трансформаторів з загальною областю в вигляді довільних багатокутників [13] методом добутку областей. Перевірка вірогідності розрахунків здійснювалась порівнянням з результатами розрахунку та експерименту по більш простим модельним структурам, які відомі, наприклад з [17], а також виконанням властивості унітарності розрахованої матриці розсіювання, яка завжди задовольнялась з точністю не менше трьох десятинних знаків.

## Б.2 Параметри АЧХ оптимізованої конструкції

Для того, щоб здійснювати порівняльний аналіз щільних мостів різних конструкцій, введемо наступні частотні параметри їх амплітудно-частотних характеристик (АЧХ) [18].

$\alpha_n^i$  – нижнє значення узагальненого частотного параметра, де виконується  $i$ -та умова;

$\alpha_v^i$  – аналогічно, верхнє значення;

$\Delta\alpha^i = \alpha_v^i - \alpha_n^i$  – смуга частот, в межах якої виконується  $i$ -та умова;

$\Delta\alpha_p^i = (\Delta\alpha^i / \alpha_p) \cdot 100\%$  – аналогічно відносне значення;

$\Delta\alpha_p = 0,952 - 0,625 = 0,327$  – робочий частотний діапазон прямокутного хвилеводу, що працює на хвилі  $H_{10}$  (взято з рекомендацій монографії [10]).

Робочі параметри мосту – коефіцієнт стоячої хвилі (КСХ), коефіцієнт поділення потужності ( $K_d$ ) та спрямованість ( $D$ ) – визначимо через розраховані відповідні елементи матриці розсіювання (див. розділ 4).

Геометричні параметри неоднорідної області зв'язку підбирались таким чином, що виконувались наступні умови:

$$КСХ \leq 1,1 \ (i=1); \ K_d \leq 0,5 \text{дБ} \ (i=2); \ D \geq 20 \text{дБ} \ (i=3). \quad (Б.1)$$

Виконання відповідних умов перевірялось по розрахованим АЧХ відповідних робочих параметрів мостів.

В результаті пошуку були отримані значення геометричних параметрів неоднорідної області зв'язку

$$\begin{aligned} T &= 0,06a_1, & D_1 &= 0,085a_1, & D_2 &= 0,03a_1, \\ L &= 1,88a_1, & L_1 &= 1,0a_1, & L_2 &= 0,44a_1, \end{aligned} \quad (\text{Б.2})$$

$$a_1 = 1,$$

при яких в смузі  $0,7 \leq \alpha \leq 0,82$  виконуються умови (Б.1).

Назвемо частотний діапазон  $0,7 \leq \alpha \leq 0,82$ , для якого геометричні параметри неоднорідної області зв'язку (Б.2) є оптимальними, базовим частотним діапазоном. Параметри цього діапазону приведено в таблиці Б.1, а частотні характеристики – на рис. Б.3

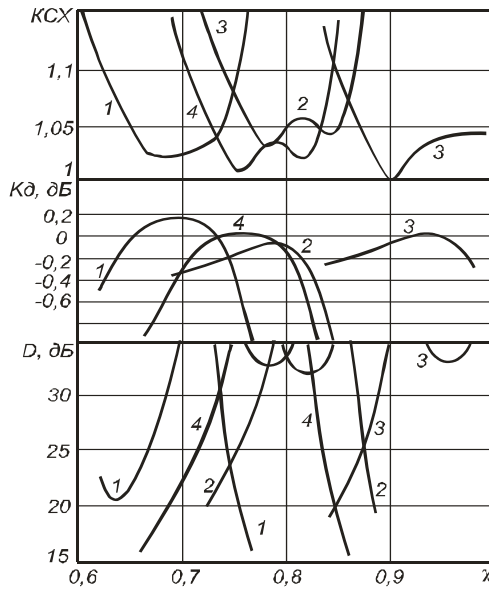


Рисунок Б.3 – Залежність КСХ, коефіцієнту поділення потужності  $K_d$ , спрямованості  $D$  від частотного параметра  $\alpha$  в діапазонах 1 (криві 1), 2 (криві 2), 3 (криві 3) та базовому діапазоні (криві 4)

(криві 4). З цих даних видно, що в базовому частотному діапазоні широкосмуговість розробленої конструкції щілинного мосту практично вдвоє перевищує широкосмуговість аналогічного пристрою

з однорідною областю зв'язку, що описаний в [17] і наближується до параметрів пристрою з роботи [19]. Але останній уявляє собою Е-площинний спрямований відгалужувач щілинного типу у якого щілина зв'язку затягнута плівкою, виконаною з матеріалу з досить значними втратами на НВЧ. Цей засіб забезпечує, з однієї сторони, досить суттєве збільшення смуги робочих частот, а з другої – приводить до неможливості отримати нерівномірність розподілу потужності між робочими плечами  $K_d < 0,5 \dots 2$ дБ.

Таблиця Б.1 – Параметри АЧХ оптимізованого щілинного мосту в базовому частотному діапазоні

Значення $i$	Параметр			
	$\alpha_n^i$	$\alpha_p^i$	$\Delta\alpha^i$	$\Delta\alpha_p^i$
1	0,712	0,845	0,133	40,6
2	0,628	0,827	0,199	60,86
3	0,687	0,863	0,176	53,83

### Б.3 Перенастроювання щілинного мосту

Одним з найпростіших схемотехнічних прийомів, що можна застосувати для перенесення базового частотного діапазону щілинного мосту з оптимальними геометричними параметрами (Б.2) неоднорідної області зв'язку в другі частотні діапазони (з робочого частотного діапазону  $\Delta\alpha_p = 0,952 - 0,625 = 0,327$  для ПХ з хвилею  $H_{10}$ ) є використання підвідних хвилеводів з розміром широкої стінки  $a$ , що відрізняється від розміру  $a_1$  базової конструкції з пропорційною зміною геометричних параметрів області зв'язку. Для організації зв'язку між хвилеводами з різними розмірами широкої стінки ( $a$  та  $a_1$ ) було обрано лінійний перехід, бо чисельні дослідження показали, що його використання практично не змінює частотні параметри базової конструкції, а загальне подовження конструкції  $\Delta L_0/a$  за рахунок введення переходів є незначним. Конструкцію з лінійними переходами зображено на рис. Б.4.

Розіб'ємо весь робочий діапазон частот ПХ  $0,625 \leq \alpha \leq 0,952$ , що відповідає поширенню хвилі основного типу, на три піддіапазони та пронумеруємо їх в послідовності зростання частоти:

$$\begin{aligned}
 \text{діапазон 1} & - 0,625 \leq \alpha \leq 0,725, \\
 \text{діапазон 2} & - 0,725 \leq \alpha \leq 0,840, \\
 \text{діапазон 3} & - 0,840 \leq \alpha \leq 0,952.
 \end{aligned}
 \tag{Б.3}$$

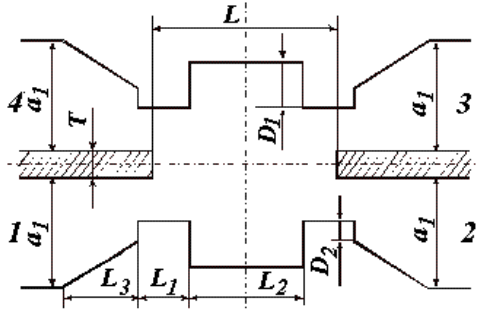


Рисунок Б.4 – До перенастроювання щілинного мосту

Чисельні дослідження [18] показали, що в кожному з діапазонів (Б.3) існує таке оптимальне значення довжини лінійного переходу  $L_3$ , що відхилення від нього погіршує або тільки один робочий параметр в відповідному діапазоні, або одночасно декілька. Отримані оптимальні (в деякому наближенні) значення геометричних параметрів (віднесені до  $a = 1$  в відповідному діапазоні) щілинних мостів з лінійними переходами наведено в табл. Б.2 для трьох діапазонів. Частотні характеристики робочих параметрів щілинних мостів з неоднорідною областю зв'язку та лінійними переходами при їх геометричних параметрах з табл. Б.2 наведено на рис. Б.3 (криві 1, 2, 3), а параметри цих характеристик – в табл. Б.3. З аналізу цих даних видно, що смуги частот, де виконуються задані умови, перекриваються при переході від діапазону до діапазону з достатнім для практичного використання запасом.

Таблиця Б.2 – Оптимальні значення геометричних параметрів щілинних мостів з лінійними переходами в діапазонах 1–3

Параметр	Діапазон		
	1	2	3
T	0,060	0,060	0,060
D	-0,110	-0,030	0,180

$D_1$	0,094	0,082	0,070
$D_2$	0,033	0,029	0,015
$L$	2,086	1,824	1,540
$L_1$	1,110	0,970	0,820
$L_2$	0,488	0,427	0,360
$L_3$	0,700	0,250	0,600

Необхідно відмітити, що загальне подовження щільного мосту  $\Delta L_0 / a$  (віднесене до розміру широкої стінки підвідного хвилеводу в відповідному діапазоні) за рахунок введення лінійних переходів, досить незначне і складає 1,5 в діапазоні 1, 1,03–2 та 0,86–3. Подальші дослідження показують, що при зниженні вимог типу (Б.1) до допустимої зміни значень робочих параметрів на краях робочої смуги частот на 10–15 %, є можливість додатково зменшити величину  $\Delta L_0 / a$  на 0,2...0,3 в будь-якому з діапазонів (Б.3).

Таблиця Б.3 – Параметри частотних характеристик широкосмужових мостів з лінійними переходами

Діапазон	Значення $i$	Параметр			
		$\alpha_n^i$	$\alpha_b^i$	$\Delta\alpha^i$	$\Delta\alpha_p^i$
1	1	0,644	0,757	0,113	34,56
	2	0,625	0,748	0,123	37,61
	3	0,620	0,767	0,147	44,95
2	1	0,737	0,876	0,139	42,50
	2	0,720	0,837	0,117	35,78
	3	0,724	0,876	0,152	46,48
3	1	0,862	0,990	0,128	39,14
	2	0,825	0,990	0,165	50,46
	3	0,861	0,990	0,129	39,45

## ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Сазонов Д. М. Устройства СВЧ [текст]: навч. посіб. [для студ. вищ. навч. закл.] / Д. М. Сазонов, А. М. Гридин, Б. А. Мишустин. – М. : Высшая школа, 1981. – 270 с.
2. Никольский В. В. Электродинамика и распространение радиоволн [текст]: учебн. [для студ. вищ. навч. закл.] / В. В. Никольский, Т. И. Никольская. – М. : Наука, 1989. – 544 с.
3. Будурис Ж. Цепи сверхвысоких частот [текст] / Ж. Будурис, П. Шеневье. – М. : Сов. радио, 1979. – 288 с.
4. Захарія Й. А. Основи надвисокочастотних радіовимірювань [текст] / Й. А. Захарія. – К. : Вища школа, 1972. – 344 с.
5. Фельдштейн А. Л. Справочник по элементам волноводной техники [текст] / А. Л. Фельдштейн, Л. Р. Явич, В. П. Смирнов. – М. : Сов. радио, 1967. – 651 с.
6. Справочник по расчету и конструированию СВЧ полосковых устройств [текст] / С. И. Бахарев, В. П. Смирнов и др.: Под ред. В. И. Вольмана. – М. : Радио и связь, 1982. – 328 с.
7. Силаев М. А. Приложение матриц и графов к анализу СВЧ устройств [текст] / М. А. Силаев, С. Ф. Брянцев. – М. : Сов. радио, 1970. – 248 с.
8. Фано Р. М. Теоретические ограничения полосы согласования произвольных импедансов [текст] / Р. М. Фано. – М. : Сов. радио, 1965. – 179 с.
9. Фрадин А. З. Измерение параметров антенно-фидерных устройств [текст] / А. З. Фрадин, Е. В. Рыжов. – М. : Связь, 1972. – 352 с.
10. Шестопапов В. П. Резонансное рассеяние волн. Т. 2. Волноводные неоднородности [текст] / В. П. Шестопапов, А. А. Кириленко, Л. А. Рудь. – К. : Наукова думка, 1986. – 215 с.
11. Прохода И. Г. Расширение рабочей полосы частот Н-плоскостного модифицированного делителя мощности [текст] / И. Г. Прохода, С. Г. Дмитрюк, В. И. Лозяной // Радиофизика. Изв. ВУЗов – 1991. – т. XXIV. – №2. – С. 256–260.
12. Бова А. Т. Управляющие устройства СВЧ [текст] / А. Т. Бова, П. А. Стукало, В. А. Храмов. – К. : Техніка, 1973. – 114 с.

13. Кирилленко А. А. Характеристики Н-плоскостных Т-образных делителей мощности, содержащих проводящие включения в области связи [текст] / А. А. Кирилленко, Л. М. Онуфриенко, В. П. Чумаченко // РЭ. – 1991. – 36, №1. – С. 189–191.

14. Дмитренко В. П. Эффект слабой связи волноводов в Н-плоскостном некоординатном разветвлении [текст] / В. П. Дмитренко, Л. М. Онуфриенко, В. П. Чумаченко // РЭ. – 1991. – 36, №1. – С. 188–189.

15. Дмитренко В. П. Про додаткові можливості ширококутового узгодження модифікованого хвильового подільника потужності [текст] / В. П. Дмитренко // Радіоелектроніка, інформатика, управління. – 2002. – №2. – С. 11–13.

16. А.С. 1190432 СССР, МКИ<sup>3</sup> Н01, Р 5/18. Волноводный щелевой мост / А. Б. Голиус, Б. В. Сестрорецкий (СССР); опубл. 12.11.85, Бюл. №41. – 8 с.

17. Лозяной В. И. Направленные ответвители и фильтры [текст] навч. посіб. [для студ. вищ. навч. закл.] / В. И. Лозяной, И. Г. Прохода, В. П. Прудкий. – Днепропетровск : изд. ДГУ, 1983. – 92 с.

18. Дмитренко В. П. Исследование ряда из трех Н-плоскостных щелевых мостов, перекрывающего рабочий диапазон волны Н<sub>10</sub> [текст] / В. П. Дмитренко, В. А. Тимошенко // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. – 1991. – вып. 6 (440). – С. 7–9

19. Баканов С. А. Широкополосные щелевые мосты [текст] / С. А. Баканов // РЭ. – 1976. – 21, №6. – С. 1200–1207.

20. Данилин В. Н. Аналоговые полупроводниковые интегральные схемы СВЧ [текст] / В. Н. Данилин, А. И. Кушниренко, Г. В. Петров. – М. : Радио и связь, 1985. – 192 с.

*Наукове видання*

**Дмитренко**

**Бугрова**

**Логачова**

**ПРИСТРОЇ НВЧ. ОСНОВИ ТЕОРІЇ**

**Монографія**

Під загальною редакцією С. О. Субботіна

Оригінал-макет підготовлено на кафедрі програмних засобів  
та у редакційно-видавничому відділі ЗНТУ

Верстання

Рибалка Ірина Сергіївна

Підписано до друку 04.12.2008. Формат 60x84/16. Бум. офс.  
Різогр. друк. Ум. друк. арк. 21,8. Обл.-вид. арк. 18,6.  
Тираж 300 прим. Зам. № 1811.

Запорізький національний технічний університет  
Україна, 69063, м. Запоріжжя, вул. Жуковського, 64  
Тел.: 8 (061) 769–82–96, 220–12–14

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи  
до державного реєстру видавців, виготівників  
і розповсюджувачів видавничої продукції  
від 27.12.2005 р., серія ДК № 2394