

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Запорізький національний технічний університет

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з дисципліни

“Технології комп’ютерного проектування”

для студентів за спеціальністю

122 “Комп’ютерні науки”

усіх форм навчання

2017

Конспект лекцій з дисципліни “Технології комп’ютерного проектування” для студентів за спеціальністю 122 “Комп’ютерні науки ” усіх форм навчання /Укладач: А.В. Пархоменко. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2017. – 86 с.

Укладач: Пархоменко А. В., канд. техн. наук, доцент

Рецензент: Шило Г.М., канд. техн. наук, доцент

Відповідальний

за випуск: зав. каф. ПЗ Субботін С.О., д.т.н., проф..

Затверджено
на засіданні кафедри
“Програмних засобів”

Протокол № 11
від “06” червня 2017 р.

ЗМІСТ

Вступ.....	4
1 Методологія проектування складних об'єктів і систем.....	5
1.1 Структура та особливості складних об'єктів та систем.....	5
1.2 Класифікація систем.....	7
1.3 Блочно – ієрархічний підхід до проектування.....	7
1.4 Життєвий цикл виробу.....	10
1.5 Способи проектування СО і С.....	12
1.6 Типові процедури проектування.....	14
1.7 Принципи побудови маршрутів проектування.....	18
1.8 Вибір критеріїв оптимальності при проектуванні СО і С.....	19
2 Математичне моделювання об'єктів проектування.....	22
2.1 Особливості моделювання СО і С.....	22
2.2 Різновиди та ієрархічні ряди моделей.....	25
2.3 Методи одержання математичних моделей.....	29
2.4 Вимоги до математичних моделей.....	30
2.5 Математичне моделювання об'єктів проектування на мікрорівні.....	31
2.5.1 Основні рівняння математичної фізики, що використовуються в моделях об'єктів, які проектуються.....	32
2.5.2 Принципи побудови математичних моделей (ММ) об'єктів проектування на мікрорівні.....	35
2.5.3 Метод скінчених різниць (МСР).....	36
2.5.4 Метод скінчених елементів(МСЕ).....	42
2.6 Математичне моделювання об'єктів проектування на макрорівні.....	51
2.6.1 Методика побудови математичної моделі елемента на макрорівні.....	51
2.6.2 Побудова математичної моделі системи на макрорівні.....	52
2.6.3 Методи формування математичних моделей систем на макрорівні.....	57
2.6.4 Приклад побудови еквівалентної схеми для механічної поступальної системи.....	61
2.7 Побудова ММ об'єктів проектування на метарівні.....	62
2.7.1 Аналогові моделі на метарівні.....	62
2.7.2 Дискретні математичні моделі на метарівні.....	64
2.7.3 Елементи мережі Петрі.....	66
2.8 Ідентифікація математичних моделей СО і С.....	68
3 Автоматизація конструкторського проектування.....	72
3.1 Підходи до конструювання.....	72
3.2 Класифікація задач конструкторського проектування.....	74
3.3 Топологічне проектування.....	74
3.4 Геометричне проектування.....	76
4 Автоматизація технологічного проектування.....	78
4.1 Ієрархічні рівні технологічного проектування(ТП).....	78
4.2 Моделі й алгоритми автоматизації ТП.....	79
4.3 Методи синтезу технологічного процесу.....	83
4.4 Підготовка керуючих програм для верстатів з ЧПУ.....	84
Рекомендована література.....	85

ВСТУП

Мета дисципліни: вивчення методології проектування складних об'єктів і систем (СО і С) і основ ефективного застосування обчислювальної техніки при автоматизації науково–дослідних і проектно–конструкторських етапів життєвого циклу складних технічних виробів і систем.

Задачі дисципліни:

- вивчити загальні методологічні принципи проектування СО і С;
- вивчити загальну схему процесу автоматизованого проектування (АП);
- одержати відомості про координацію проектних робіт при створенні СО і С;
- вивчити основні задачі, методи, моделі та алгоритми автоматизації функціонального, конструкторського і технологічного проектування;
- одержати навички аналізу і синтезу технічних об'єктів при АП;
- вміти виконувати розробку та ідентифікацію моделей СО і С;

1 МЕТОДОЛОГІЯ ПРОЕКТУВАННЯ СКЛАДНИХ ОБ'ЄКТІВ І СИСТЕМ

1.1 Структура та особливості складних об'єктів та систем

Під складним об'єктом або системою можна розуміти деяку множину взаємодіючих чи зв'язаних елементів. Система володіє принаймні однією властивістю, що не є характерною ні для жодного зі структурних елементів. Це так звана системна властивість.

Існує два підходи при аналізі та синтезі великих систем:

1. Класичний (індуктивний) – система розглядається шляхом переходу від часткового до загального і синтезується шляхом злиття її компонентів розроблювальних окремо;

2. Системний – передбачає послідовний перехід від загального до окремого, коли в основі розгляду лежить мета, причому досліджуваній об'єкт виділяється з навколишнього середовища.

Компонентами системи є елемент і підсистема.

Підсистема – це частина системи, що може бути піддана декомпозиції, тобто розкладена на інші підсистеми та елементи.

Елемент – це компонент системи, що не розкладається.

Характеристики системи – структура (рисунок 1.1) і складність.

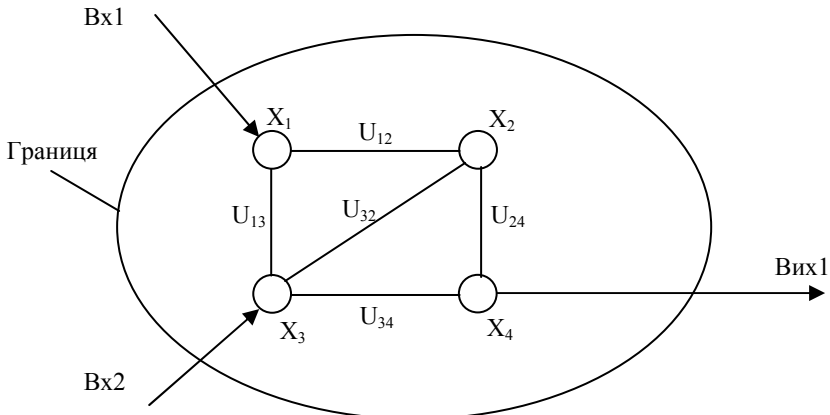


Рисунок 1.1 – Структура складної системи, відображена за допомогою теорії графів

Структура системи – це сукупність зв'язків між елементами системи, що відбивають їх взаємодію.

Існує два підходи до дослідження структури системи: структурний та функціональний.

Параметри системи поділяються на: внутрішні, вхідні та вихідні.

Внутрішні – параметри взаємодії між елементами (блоками) системи.

Вхідні – параметри зовнішнього середовища, що описують її вплив на функціонування системи.

Вихідні – параметри показників якості, за якими судять про функціонування системи.

Метаболізм – це процеси обміну між системою і зовнішнім середовищем шляхом передачі речовини, енергії, інформації.

Системи бувають відкриті (взаємодіють із зовнішнім середовищем) і закриті (автономні).

Методи опису систем:

- опис структури;
- властивостей елементів (параметри, характеристики);
- станів елементів;
- зв'язків між елементами;
- станів входів і виходів;
- відносин між станами елементів.

Стан системи – це множина значень, що описують стани елементів, зв'язків, входів і виходів. Відповідні набори величин називаються вектори змінних стану.

Характеристики складності систем:

- 1) багатомірність системи (велика кількість елементів, великі потоки інформації);
- 2) різноманіття можливих форм зв'язку елементів системи між собою (різнорідність структур);
- 3) багатокритеріальність (тобто наявність багатьох суперечливих критеріїв, яким повинна задовольняти система);
- 4) різноманіття природи елементів і різнорідність інформації;
- 5) багаторазова зміна стану структури і складу системи;
- 6) багатоплановість у науковому відношенні.

Вимоги до систем:

- 1) наявність мети;
- 2) точність функціонування;

- 3) динамічна стійкість;
- 4) інваріантність щодо зовнішніх перешкод і збурювань;
- 5) надійність;
- 6) адаптивність;
- 7) економічність;
- 8) зручність експлуатації.

1.2 Класифікація систем

Складні системи поділяються за наступними ознаками:

- по положенню системи в ієрархії (надсистема, система, підсистема);
- по зв'язку з оточенням (відкриті, закриті);
- по зміні стану (динамічні, статичні);
- по характеру функціонування (детерміновані, стохастичні);
- по типу елементів (конкретні системи, абстрактні системи);
- по походженню (природні, штучні);
- по характеру залежності виходів (комбінаторні (вихід залежить тільки від входу), секвентивні (вихід залежить від входу і від інших величин));
- по ступеню складності структури (надзвичайно складні, дуже складні, складні, прості)
- по виду елементів (система типу “об’єкт”, система типу “процес”).

1.3 Блочно – ієрархічний підхід до проектування

Проектування – це комплекс робіт з метою одержання нового або модернізованого технічного об’єкта в заданих умовах. Містить у собі теоретичні і експериментальні дослідження, розрахунки, конструювання.

Описи технічних об’єктів повинні по складності бути узгоджені з можливостями сприйняття людиною і можливостями оперування цими описами в процесі їх перетворення за допомогою наявних засобів проектування.

Тому, для СО і С потрібно структурування описів і відповідне розчленовування уявлень про проектовані об’єкти на ієрархічні рівні та аспекти. Це дозволяє виконувати розподіл робіт по проектуванню

СО і С між підрозділами проектної організації, що сприяє підвищенню ефективності та продуктивності праці проектувальників. Внаслідок цього з'являється ієрархічна структура, об'єкта, що проектується (рисунок 1.2), а також блочно-ієрархічний підхід до проектування.

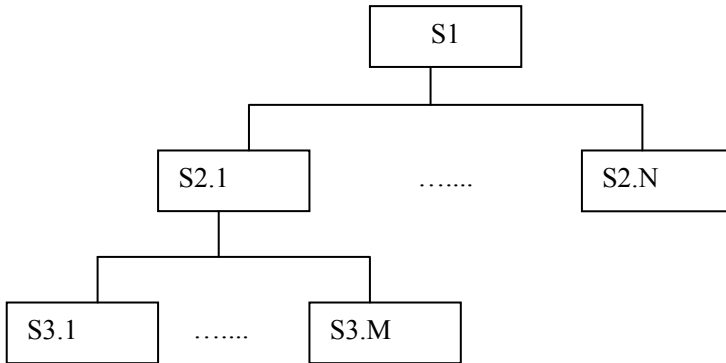


Рисунок 1.2 – Ієрархічна структура складного об'єкта

На кожному ієрархічному рівні використовуються свої поняття системи та елементів (наприклад, S2.1 – також складна система, що може бути розкладена на елементи).

Базові елементи – це ті, що не підлягають подальшому розкладенню.

Принцип ієрархічності означає структурування уявлень про об'єкти проектування за ступенем детальності описів.

Принцип декомпозиції (блочності) означає розбивку уявлень кожного рівня на ряд складових частин із можливостями роздільного проектування об'єктів. Уяви інженера про СО і С в процесі їх проектування розподіляються на ієрархічні рівні та аспекти.

Аспекти характеризують ту або іншу групу родинних властивостей об'єктів. Існують вертикальні та горизонтальні рівні (аспекти).

Типові аспекти:

1. Функціональний аспект – відбиває фізичні і/або інформаційні процеси, що протікають в об'єкті при його функціонуванні.

2. Конструкторський аспект – характеризує структуру, розташування в просторі і форму складових частин об'єкта.

3. Технологічний аспект – характеризує технологічність, можливості і засоби виготовлення об'єкта в заданих умовах.

4. Алгоритмічний аспект – існує при проектуванні обчислювальних систем і служить для опису алгоритмів і програм.

Ці рівні (аспекти) називаються вертикальними – це рівні по характеру відбиваних властивостей.

Горизонтальні рівні – це рівні за ступенем подробиць відображення властивостей об'єкта.

Таблиця 1.1 – Структура блочно – ієрархічного підходу (БІП) до проектування

Функціо- нальний	Алгоритмічний	Конструкторський	Техноло- гічний
Системний	Програму- вання системи	Шкаф, стойка	Принци- пальна схема ТП
Логічний		Панель	
Схемотехніч- ний	Програму- вання окремих модулів	ТЕЗ(типові елементи заміни)	Маршрутна технологія
Компонент- ний	Проектування мікропрограм	Модуль	
		Кристал	Техноло- гічні операції
		Комірка	

БІП базується на структуруванні описів об'єктів із поділом цих описів на ряд ієрархічних рівнів за ступенем детальності відображення в них властивостей об'єкта і його частин.

Кожному ієрархічному рівню властиві свої форми документації, математичний апарат для побудови моделей і алгоритмів дослідження.

Сукупність мов, моделей, постановок задач і методів одержання описів деякого ієрархічного рівня називається рівнем проектування.

Методологія БП базується на трьох концепціях:

1. Розбиття і локальна оптимізація – дозволяє складну задачу проектування об'єкта зводити до рішення більш простих задач з урахуванням взаємодій між ними, а також розуміє поліпшення параметрів усередині кожної простої задачі.

2. Абстрагованість – полягає в побудові формальних математичних моделей, що відбивають тільки значимі в даних умовах властивості об'єктів (у кожному конкретному випадку розглядаємо те, що найбільш важливе).

3. Повторюваність – полягає у використанні існуючого досвіду в проектуванні.

Основна перевага БП – спрощення процесу проектування та одержання можливості вирішувати задачі проектування доступними засобами.

Використання БП допомагає спростити рішення проблеми збереження даних, скоротити розмірність виконуваних програм і час проектування.

1.4 Життєвий цикл виробу

У міжнародних стандартах серії 9004 (ISO 9004) вводиться поняття життєвого циклу виробу (ЖЦВ). Це поняття містить у собі поняття ЖЦВ:

1. маркетингові дослідження потреб ринку;
2. розробка технічних вимог до створюваної продукції;
3. проектування;
4. матеріально-технічне постачання;
5. підготовка і розробка технологічних процесів;
6. виробництво;
7. контроль і проведення випробувань;
8. упакування і збереження;
9. реалізація продукції;
10. монтаж і експлуатація;
11. технічна допомога в обслуговуванні;

12. утилізація.

Процес проектування можна уявити як послідовність етапів, що зв'язують концептуальний опис об'єкта і створення цього об'єкта.

Цей зв'язок можна реалізувати в одному із двох напрямків:

1. Висхідне проектування – це проектування, при якому спочатку розробляються елементи, а потім система з них.

Нисхідне проектування – характеризується тим, що рішення задач більш високих ієрархічних рівнів передують рішенням задач нижніх рівней.

У випадку нисхідного проектування можна лише здогадуватись про властивості об'єктів, що будуть проектуватися на останніх етапах.

При висхідному проектуванні непевність пов'язана з тим, що тільки на верхньому рівні можна судити про виконання вимог до системи. Наслідком цього є ітераційність проектування.

Проектування – складний процес, що розвивається в часі, який розчленовується на стадії, етапи, проектні процедури та операції.

Основні стадії: передпроектних досліджень, технічного завдання, технічної пропозиції, ескізного, технічного, робочого проектів, випробувань та впровадження.

Складові частини етапу проектування називають проектними процедурами.

Проектна процедура – це частина етапу, виконання якої закінчується одержанням проектного рішення; кожній проектній процедурі відповідає деяка задача проектування, розв'язувана в рамках цієї процедури.

Операції, що входять до складу проектних процедур, називаються проектними операціями.

Таким чином, поняття рівень і аспект відносяться до структурування об'єкта, а поняття етап і процедура – до структурування процесу проектування.

1.5 Способи проектування СО і С

Процес створення опису нового об'єкта може виконуватися різними способами:

- неавтоматизоване або ручне проектування (якщо весь процес проектування здійснюється проектувальником);
- автоматизоване (проектування в режимі діалогу людини з машиною на основі спеціальних мов спілкування);
- автоматичне (усі перетворення описів об'єктів і алгоритму його функціонування здійснюються без участі людини).

Автоматизоване проектування – широке використання засобів обчислювальної техніки для виконання проектних операцій та процедур.

Актуальність застосування САПР обумовлена наступними причинами:

- суспільство вимагає нові, складні промислові вироби;
- необхідність виконання проектних робіт у великих обсягах;
- необхідність забезпечення конкурентноздатної продукції;
- необхідність забезпечення якості проектів;
- необхідність зниження собівартості продукції.

Мета автоматизації проектування – підвищення якості, зниження матеріальних витрат, скорочення термінів проектування, ліквідація тенденції до зростання числа працівників, зайнятих проектуванням, підвищення продуктивності їх праці.

Аспекти автоматизованого проектування:

1. Трудомісткі, рутинні роботи, що не вимагають творчого підходу (наприклад, виготовлення КТД).
2. Заміна експериментальних досліджень і ручних розрахунків машинними розрахунками та експериментами.
3. Рішення задач, що не піддаються повній формалізації (ЕОМ при вирішенні таких задач має допоміжний характер і сприяє прийняттю правильних рішень).

Предметом автоматизації проектування є формалізація проектних процедур, структурування і типізація проектів, постановка, моделі, методи, алгоритми рішення проектних задач, а також спосіб побудови технічних засобів, мов, програм, банків даних і питання їхнього об'єднання в єдину систему, що проектує.

САПР – організаційно–технічна система, що складається з комплексу засобів автоматизації проектування, який взаємодіє з підрозділами проектної організації і виконує автоматизоване проектування.

Функціонування САПР – виконання проектування в САПР відповідно до заданого алгоритму проектування. Повинно забезпечити одержання проектних рішень, тобто проміжних чи кінцевих описів об'єкта проектування, необхідних для його створення.

Результат проектування в САПР – це сукупність закінчених проектних рішень, що задовольняють технічному завданню і необхідних для створення об'єктів проектування.

Інтегрована САПР – система, що має альтернативне програмне забезпечення та операційну систему САПР та дозволяє визначати сукупність машинних програм стосовно до заданого об'єкта, класу об'єктів або до задач проектування.

1.6 Типові процедури проектування

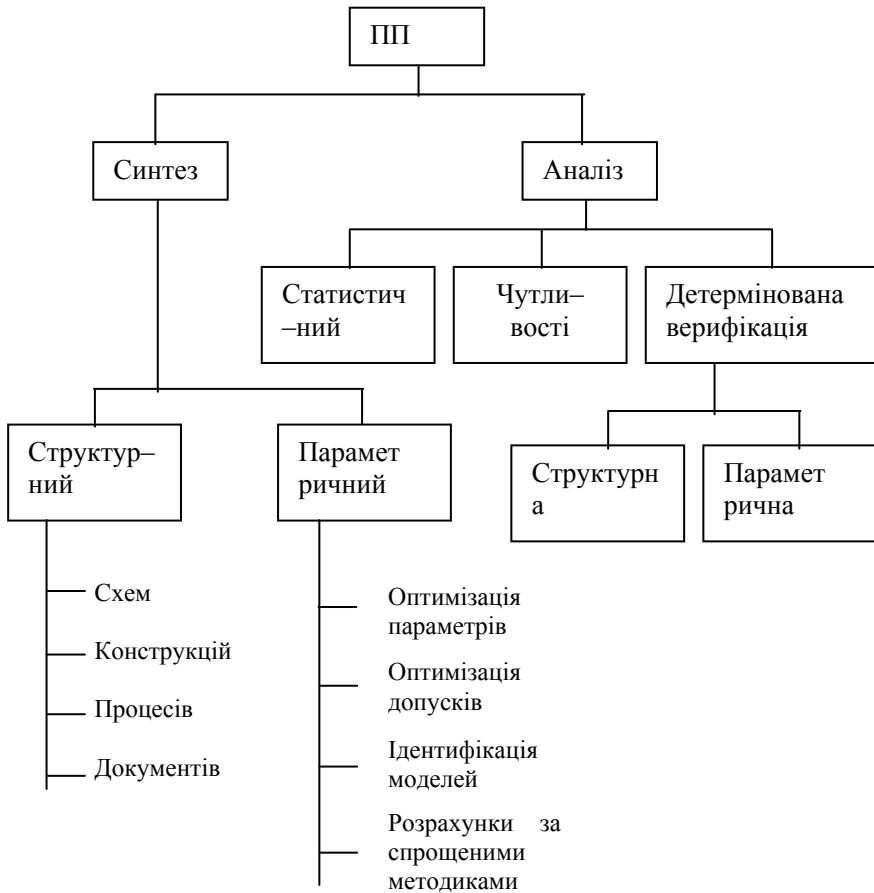


Рисунок 1.4 – Класифікація проектних процедур

Проектна процедура – це частина етапу, виконання якої закінчується одержанням проектного рішення; кожній проектній процедурі відповідає деяка задача проектування, розв'язувана в рамках цієї процедури.

Процедури синтезу полягають в створенні описів об'єктів, що проектується, їх структури, складу елементів та їх зв'язків між собою.

Мета структурного синтезу – отримання структури об'єкта, тобто складу його елементів і способу їх зв'язку між собою.

Мета параметричного синтезу – визначення числових значень параметрів елементів.

Оптимізація – задача, при якій визначаються найкращі (в сенсі структури або значень) параметри.

Ідентифікація моделей – розрахунок параметрів, які входять до системи рівнянь або аналітичного виразу, на якому базується математична модель.

Процедури аналізу полягають в дослідженні об'єкта, що проектується, або його опису, яке направлено на отримання корисної інформації про властивості об'єктів.

Мета та задачі аналізу при проектуванні – це дослідження та оцінка математичної моделі об'єкта, що проектується.

Статистичний аналіз призначений для отримання статистичних відомостей про вихідні параметри при заданих законах розподілу параметрів його елементів.

Аналіз чутливості полягає в розрахунку коефіцієнтів чутливості вихідних параметрів об'єкта y_j до зміни параметрів елементів (або параметрів зовнішніх дій) x_i .

Абсолютний коефіцієнт чутливості:

$$a_{ij} = \frac{\partial y_j}{\partial x_i} \quad (1.1)$$

Відносний коефіцієнт чутливості:

$$b_{ij} = \frac{a_{ij} \cdot x_{i_n}}{y_{j_n}} \quad (1.2)$$

де x_{i_n}, y_{j_n} – номінальні значення параметрів елементів та вихідних параметрів об'єкта.

Верифікація полягає в установленні відповідності двох різних описів того самого об'єкту, причому один із описів вважається первинним і його коректність припускається встановленою, а правильність іншого необхідно визначити.

Детермінована верифікація може бути направлена на виявлення відповідності структур об'єктів або значень параметрів.

Параметрична верифікація може виконуватись по повній сукупності параметрів або по їх частині. У другому випадку розрізняють статичну, динамічну та верифікацію в частотній області.

Аналітичний підхід до верифікації проектних процедур, заснований на використанні формальних методів доведення відповідності двох описів, що порівнюються; для його реалізації необхідно привести варіанти, які порівнюються, до вигляду, за яким можна зробити висновок про наявність або відсутність схожості.

Чисельний підхід базується на математичному моделюванні процесів функціонування об'єкта.

Задачі, в яких дослідження об'єкта зведене до одноразового розв'язку рівнянь моделі при фіксованих значеннях внутрішніх і зовнішніх параметрів, називають задачами одноваріантного аналізу. Задачі, що вимагають багаторазового розв'язку рівнянь моделі при різних значеннях внутрішніх і зовнішніх параметрів, називають задачами багатоваріантного аналізу.

Моделювання – це дослідження об'єкта шляхом побудови його моделі та оперування нею з метою отримання корисної інформації про об'єкт.

Математичною моделлю технічного об'єкта називається сукупність математичних елементів (чисел, скалярних змінних, векторів, матриць, графів та ін.) та відношень, що їх пов'язують, яка відображає властивості технічного об'єкта, що моделюється, які цікавлять інженера–проектувальника.

Нехай маємо часткову модель складного об'єкта, отриману шляхом його розбиття на частини. Це деяке математичне перетворення вигляду:

$$Z = F(x, y) \quad (1.3)$$

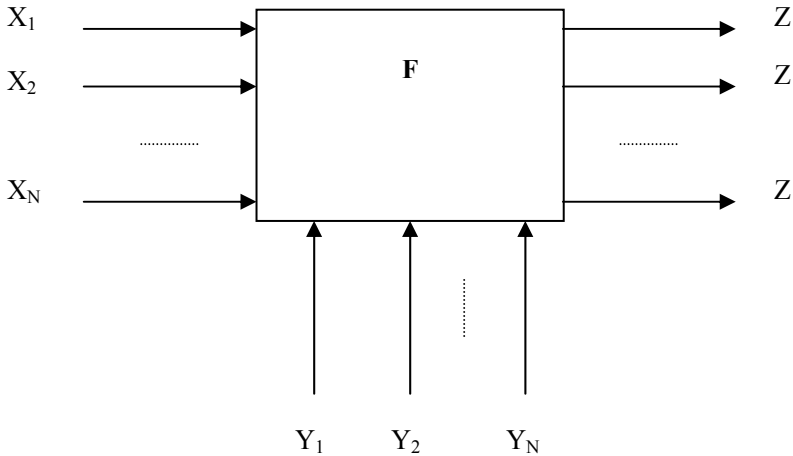


Рисунок 1.5 – Формальне зображення часткової підмоделі

Де $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ – сукупність зовнішніх параметрів, що надходять з моделі загальної системи.

$Y = \{y_1, y_2, \dots, y_N\}$ – сукупність вхідних керованих параметрів моделі, якими може оперувати конструктор в процесі проектування.

$Z = \{z_1, z_2, \dots, z_N\}$ – сукупність вихідних параметрів моделі.

F – оператор перетворення.

Керовані вхідні параметри моделі Y можуть змінюватися в заданих межах, тобто на них накладаються параметричні обмеження:

$$y_i^H \leq y_i < y_i^B, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (1.4)$$

Тоді маємо для задач аналізу, синтезу та оптимізації наступні постановки.

Задача аналізу.

Нехай задано нерівність (1.4) і F . Знайти Z для будь-якого Y , що задовольняє (1.4). Розв'язується задача аналізу прямим рахуванням у відповідності з (1.3).

Задача оптимізації.

Задано (1.4), F , а також k -функціональних обмежень вигляду

$$\alpha_j \leq \Phi_j(x, y) < \beta_j, \quad j = 1, 2, \dots, k, \quad (1.5)$$

де $\Phi_j(x, y)$ – деяка функція від параметрів моделі, яка називається критерієм якості моделі; α_j і β_j – нижнє та верхнє обмеження; k – кількість критеріїв якості.

Функціональні обмеження можуть накладатися також на вихідні параметри Z для обмеження зони працездатності об'єкта:

$$\underline{Z}_e \leq Z_e < \bar{Z}_e, \quad i = 1, 2, \dots, p, \quad p \leq k \quad (1.6)$$

де L – число вихідних параметрів, на діапазон можливих змін яких накладені обмеження; $\underline{Z}_i$ і $\bar{Z}_i$ – нижня та верхня межі.

Тоді, задача оптимального проектування формулюється наступним чином: в M -мірному просторі керованих параметрів знайти таку множину точок G , якій відповідала б в k -мірному просторі критеріїв множина точок μ , при цьому для кожної точки множини μ виконувалося б відношення (1.6) (G -множина припустимих рішень).

Задача синтеза.

Задано (1.4), X . Знайти перетворення F , при якому виконувалися б функціональні обмеження вигляду (1.5). Найбільш складна задача, яку не завжди вдається автоматизувати.

1.7 Принципи побудови маршрутів проектування

Маршрут проектування – це послідовність проектних процедур, що веде до одержання необхідних проектних рішень.

Принципи побудови маршрутів:

1. Розчленовування: складна задача синтезу технічного об'єкта відповідно до принципів БІП поділяється на більш прості задачі синтезу проміжних проектних рішень.

2. Чередування процедур синтезу й аналізу: обумовлене тим, що безпомилково вирішити задачу синтезу практично неможливо, що зв'язано з труднощами формалізації задач синтезу і необхідністю застосування евристичних підходів для внесення коректив і контролю.

3. Ітераційність проектування: впливає з особливостей БІП, а також пов'язана з чередуванням процедур синтезу й аналізу, являє собою послідовне наближення до задовільного проектного рішення.

4. Посилення ретельності аналізу: по мірі наближення до остаточного рішення виражається в тому, що перевірка здійснюється за все більшим числом показників.

1.8 Вибір критеріїв оптимальності при проектуванні СО і С

Задача оптимального проектування полягає у визначенні вектора $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ оптимальних конструктивних параметрів об'єкта, що проектується, виходячи з технічних, економічних, наукових, соціальних, психологічних факторів, критеріїв оптимальності і встановлених обмежень.

Процес прийняття рішення при оптимальному проектуванні характеризують наступні основні риси:

1. Наявність мети (критеріїв оптимальності);
2. Наявність альтернативних варіантів проектованого об'єкта;
3. Урахування істотних факторів при проектуванні.

Цільова функція – це параметр, якому віддається безумовна перевага при проектуванні і який найбільш повно характеризує властивості об'єкта, що проектується.

Задачі проектування, що проводяться за декількома критеріями оптимізації, називаються багатокритеріальними або задачами векторної оптимізації.

Методи векторної оптимізації зводять розв'язувані задачі до задач скалярної оптимізації, інакше кажучи часткові критерії: $F_i(x)$, де $i=1, N$, в той чи інший спосіб об'єднують у складений критерій $F(x)$.

$$F(X) = \Phi(F_1(x), F_2(x), \dots, F_N(x)) \quad (1.7)$$

На практиці складений критерій звичайно утворюють шляхом формального об'єднання часткових критеріїв в узагальнений або інтегральний, складений критерій, що призводить до суб'єктивності одержуваного “оптимального” рішення.

У залежності від способу об'єднання розрізняють: адитивні, мультиплікативні, мінімаксні (максимінні) критерії.

Адитивні критерії – у них цільова функція утворюється шляхом додавання нормативних значень часткових критеріїв:

$$F(X) = \sum_{i=1}^N C_i \frac{F_i(X)}{F_i^0(X)} = \sum_{i=1}^N C_i f_i(X), \quad (1.8)$$

де

C_i – ваговий коефіцієнт i -го часткового критерію;

F_i^0 – i -й дільник, що нормує, (параметр ТУ, $\min$ або $\max$ значення);

$f_i(x)$ – нормоване значення i -го часткового критерію.

Переваги:

1. Зникають проблеми, пов'язані з установленням взаємозв'язків між частковими критеріями, що мають різну розмірність;

2. Компроміс, коли поліпшення одного критерію, компенсує погіршення іншого.

Недоліки:

1. Адитивний критерій не відбиває об'єктивної ролі часткових критеріїв у функціонуванні об'єкта або системи;

2. Компенсація одного критерію іншим може звести один до 0, а інший критерій компенсує це, тому необхідно вводити обмеження на міні значення критеріїв і вагових коефіцієнтів.

Мультиплікативні критерії – у ряді задач проектування доцільним є оперування не з абсолютними нормованими значеннями часткових критеріїв, а з відносними.

Тоді узагальнений мультиплікативний критерій виглядає так:

$$F(x) = \prod_{i=1}^N F_i^{C_i}(x) \quad (1.9)$$

Переваги:

Не потрібне нормування часткових критеріїв.

Недоліки

Компенсує недостатню величину одного часткового критерію надлишковою величиною іншого і має тенденцію згладжувати рівні часткових критеріїв за рахунок нерівнозначних первинних значень приватних критеріїв.

Мінімаксні (максимінні) критерії – при проектуванні складних об'єктів проблематично встановити аналітичний зв'язок між різними критеріями оптимальності. Тому використовуючи принцип рівномірного компромісу намагаються знайти такі значення, змінних проектування $X = \{X_1, X_2, \dots, X_m\}$, при яких нормовані значення всіх приватних критеріїв стають рівними між собою $f_i(x) = k, i = 1 \dots N$, або з урахуванням вагового коефіцієнту $C_i f_i(x) = k, i = 1 \dots N$.

Принцип максиміна полягає в тому, що “підтягуються” ті нормовані критерії, чисельні значення яких у вихідному варіанті

виявилися мінімальними, що неминуче приводить до зменшення максимальних критеріїв, таким чином метою є урівняння

$$F(x^{(0)}) = \max_x \min_I |f_i(x)|, i = \overline{1, N}, x = \{x_1 \dots x_m\} \quad (1.10)$$

$$F(x^{(0)}) = \min_I \max_x |f_i(x)|, i = \overline{1, N}, x = \{x_1 \dots x_m\} \quad (1.11)$$

Переваги:

За рахунок урівняння вдається підвищити загальний рівень проектного об'єкта.

Недоліки:

На практиці складно визначитися з напрямком поліпшення проекту у бік мінімального чи максимального значення критерію.

Висновок: вибір критерію оптимальності є складною методологічною проблемою. Джерелом складності є суперечливість цілей (дерево цілей), що переслідуються при створенні СО і С.

Рекомендації:

1. Якщо потрібно оптимізувати один критерій при дотриманні обмежень на інші, необхідно сформулювати приватний критерій $F_i(X)$, що і оптимізують.

2. Якщо потрібно оптимізувати кілька критеріїв і істотне значення мають їхні абсолютні величини, застосовують аддитивні критерії.

3. Якщо істотне значення має зміна абсолютних величин, то застосовують мультиплікативні критерії.

4. Якщо поставлена задача рівності нормованих значень конфліктних приватних критеріїв, то застосовують мінімаксні (максимільні) критерії.

2 МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОБ'ЄКТІВ ПРОЕКТУВАННЯ

2.1 Особливості моделювання СО і С

Моделювання використовують при проектуванні, створенні, впровадженні систем, а також на різних рівнях їх вивчення, починаючи від аналізу роботи елементів і закінчуючи дослідженням системи в цілому, при взаємодії з навколишнім середовищем.

Галузь застосування:

1. Автоматизація проектування.
2. Аналіз різних сторін діяльності людини (охорона навколишнього середовища, керування водними ресурсами, екологія, енергетика).
3. Організація роботи обчислювальних комплексів.
4. Організація роботи транспорту.
5. Автоматизоване керування виробничими та іншими процесами.

Процес моделювання складається з наступних основних етапів:

- створення моделі;
- програмування;
- проведення експериментів з моделями;
- обробка та інтерпретація результатів моделювання.

Моделювання базується на теорії подібності, сутність якої полягає в наступному.

Будь-які два об'єкти O_1 і O_2 , що є предметами людської діяльності завжди в чомусь подібні і чимось розрізняються. Заміщення одного об'єкта іншим для вивчення і фіксації найважливіших властивостей першого називається моделювання O_1 , за допомогою O_2 . Таким чином, модель – це “заступник оригіналу”.

Створювана модель системи також є системою, вона може створюватися на основі двох підходів: індуктивного і системного. На стадії макропроектування будується модель зовнішнього середовища і модель системи. На стадії мікропроектування встановлюються основні характеристики створеної моделі та оцінюється її ефективність.

Ефективність моделі – це різниця між показниками цінності результатів, отриманих у результаті експлуатації моделі і витратами, що були вкладені в розробку і створення моделі.

Принципи системного підходу при розробці моделі:

1. Пропорційно–послідовне просування по етапах і напрямках створення моделей.

2. Узгодження інформаційних, ресурсних, надійнісних та інших характеристик.

3. Правильне співвідношення окремих рівнів ієрархії в системі моделювання.

4. Цілісність відокремлених стадій побудови моделей.

Найбільш розповсюдженим є фізичне та математичне моделювання.

Фізичне моделювання (натурне макетування) полягає у вивченні системи шляхом дослідження деякого макета, що зберігає фізичну природу системи (наприклад, модель летального апарату, досліджувана в аеродинамічній трубі).

Переваги:

1. Найбільш адекватний підхід.

2. Експериментальні дослідження є еталоном для оцінки адекватності розроблювальної математичної моделі.

Недоліки:

1. Можливості експерименту обмежені можливостями і діапазонами застосовуваної апаратури.

2. Експериментальні дослідження вимагають значних матеріальних та часових витрат.

Математичне моделювання – процес встановлення відповідності даному реальному об'єкту деякого математичного опису, що називається математичною моделлю і дослідження цієї моделі, що дозволяють одержувати характеристики розглянутого реального об'єкта.

Математична модель концентрує в собі записану у формі математичних співвідношень сукупність наших знань, представлень і гіпотез про відповідні об'єкти чи явища.

Математична модель включає:

1. Змінні (залежні і незалежні).

2. Константи чи фіксовані параметри, що визначають ступінь зв'язку змінних між собою.

3. Математичні вирази, рівняння та/чи нерівності, що поєднують між собою змінні і параметри.

4. Логічні вирази, що визначають різні обмеження в математичній моделі.

5. Інформація (алфавітно–цифрова і графічна).

Математичне моделювання буває двох видів: аналітичне та імітаційне.

Аналітичне моделювання – процеси функціонування елементів системи записуються у виді деяких функціональних співвідношень чи логічних умов. Аналітична модель може бути досліджена наступними методами:

1. Аналітичним (коли прагнуть одержувати в загальному виді явні залежності для шуканих характеристик).

2. Чисельним (коли не вміючи вирішувати рівняння в загальному виді прагнуть одержати чисельні результати при конкретних початкових даних).

3. Якісний (коли не маючи рішення в явному виді можна знайти деякі властивості рішення).

Імітаційне моделювання – алгоритм, що реалізує модель, відтворює процес функціонування системи в часі, причому імітуються елементарні явища, що складають процес зі збереженням їх логічної структури і послідовності протікання в часі. Це дозволяє по вихідним даним одержати відомості про стан процесу в певні моменти часу, що дає можливість оцінити характеристики системи.

Переваги:

1. При дослідженні математичної моделі можливості математичного експерименту практично не обмежені;

2. Створення математичної моделі вимагає менших витрат, оскільки модель створюється один раз і зберігається в бібліотеці САПР.

Недоліки:

1. При розробці математичної моделі необхідно забезпечити адекватність реального об'єкта та створюваної моделі;

2. Перевірка точності математичного моделювання здійснюється шляхом порівняння з експериментальними даними.

2.2 Різновиди та ієрархічні ряди моделей

Існує 6 основних ознак, за якими класифікують математичні моделі.

Перша ознака: по характеру властивостей проєктованого об'єкта, що відображається. Розрізняють функціональні та структурні моделі.

Функціональні моделі відображають фізичні та/або інформаційні процеси, що протікають в об'єкті; найчастіше мають форму систем рівнянь (теплові, електричні, гідравлічні, електро–механічні, газодинамічні та ін.).

Структурні моделі відображають тільки геометричні властивості об'єктів, тобто взаємне розташування елементів у просторі, наявність безпосередніх зв'язків між ними; мають форму матриць, графів, списків векторів, рівнянь поверхней та ліній, систем нерівностей.

Нехай маємо якийсь об'єкт А. Цей об'єкт на ієрархічному рівні 1 складається з елементів (блоків) B_i , на ієрархічному рівні 2 об'єкт складається з елементів C_{ij} . Між елементами, а також навколишнім середовищем існують певні взаємозв'язки, які відображають силові дії або потоки (енергії, маси, інформації та ін.)

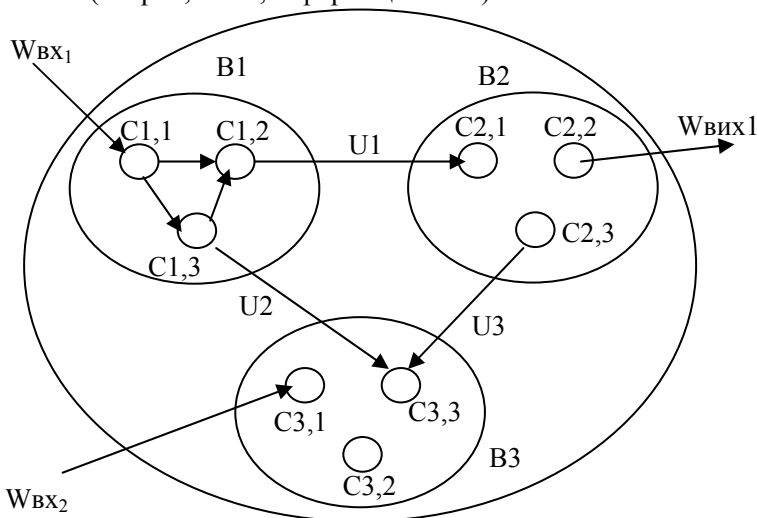


Рисунок 2.1 – Ієрархічна структура складног об'єкта

$W = \{W_{\text{вх}1}, W_{\text{вх}2}, W_{\text{вх}3}\}$ – вектор, що характеризує зв'язки об'єкта А з навколишнім середовищем.

$W_{\text{вх}}$ – вектор вхідних (незалежних) фазових змінних.

$W_{\text{вих}}$ – вектор вихідних фазових змінних, які визначаються характером процесів у об'єкті А.

$U = \{U_1, U_2, U_3\}$ – вектор змінних, що описує внутрішнє становище об'єкта А.

Друга ознака: в залежності від характеру вивчаємих процесів у системі розглядають наступні види моделей:

1. Динамічна модель.
2. Статична модель.
3. Детермінована модель.
4. Стохастична модель.

Статична модель описує поведінку об'єкта у якийсь момент часу t . Може бути подана у явній формі:

$$W_{\text{вих}} = F1(W_{\text{вх}}, U), \quad (2.1)$$

або у вигляді систем алгебраїчних та трансцендентних рівнянь:

$$F2(W_{\text{вх}}, W_{\text{вих}}, U) = 0. \quad (2.2)$$

Якщо алгебраїчні поліноми одержані методами математичної статистики, то таку модель називають статистичною (регресійною).

Якщо істотною вхідною змінною є час, тобто $W_{\text{вх}} = f(t)$, будується динамічна модель, що відображає поведінку об'єкта у часі. Вона подається у вигляді системи диференціальних або інтегральних рівнянь виду:

$$F3(W, \dot{W}, U, \dot{U}) = 0 \quad (2.3)$$

$$\text{де } \dot{W} = \frac{dW}{dt}, \quad \dot{U} = \frac{dU}{dt}$$

Якщо коефіцієнти у динамічній моделі є константами або змінюються за відомим законом, модель називають детермінованою. Якщо ці коефіцієнти змінюються як випадкові функції часу або випадкові величини, то модель називають ймовірнісною або стохастичною.

Стационарна модель характеризується сталістю основних параметрів у часі, тобто описує сталі процеси.

Третя ознака: з точки зору математичного опису об'єкта розрізняють: наступні види моделей:

1. Дискретна модель.
2. Неперервна модель.
3. Логічна модель.
4. Зосереджена модель.
5. Розподілена модель.

Якщо змінні у (1.5) можуть приймати значення тільки зі скінченної множини, то взаємозв'язки між ними зручно задавати за допомогою логічних відношень, а така модель стає системою логічних рівнянь та називається логічною моделлю.

Неперервна (аналогова) модель – описується рівняннями, що зв'язують неперервні величини.

Цифрова (дискретна) модель – описується рівняннями, що зв'язують дискретні величини, подані у цифровому вигляді (тобто у неї дискретними є значення незалежних просторових координат та часу).

Зосереджена модель – модель у вигляді скінченної множини елементів з дискретними просторовими координатами (рисунок 2.1).

Розподілена модель – модель, для якої процеси розглядаються у суцільному середовищі, тобто структурування простору не проводиться.

Четверта ознака: з точки зору повноти моделі розглядають:

1. Модель системи.
2. Модель елемента.
3. Повна модель.
4. Макромодель.

Модель системи одержується шляхом об'єднання моделей окремих елементів (наприклад, 2.3).

Модель елемента – це математична модель, що зв'язує зовнішні по відношенню до елемента фазові змінні (наприклад, для блоку В1).

$$F4(Z, \dot{Z}) = 0, \quad (2.4)$$

$$\text{де } Z = \{W_{\text{вх1}}, U_1, U_2\}, \quad \dot{Z} = \frac{dZ}{dt}$$

Повна математична модель – це модель технічної системи, яку одержують безпосереднім об'єднанням моделі елементів у загальну систему рівнянь (наприклад, 2.3).

Макромодель – це апроксимація повної моделі, яка не відображає внутрішню структуру об'єкта; в ній не фігурують внутрішні фазові змінні; це сукупність співвідношень, які зв'язують вхідні та вихідні фазові змінні та, можливо, їх похідні.

$$F5(W_{вх}, W_{вих})=0 \quad (2.5)$$

Таким чином, на рівнях 1 та 2 можуть бути побудовані різні види повних моделей та макромоделей.

Наприклад:

На 1 рівні: $F3(W, \dot{W}, U, \dot{U}) = 0$ – повна модель;

$F5(W_{вх}, W_{вих})=0$ – макромодель;

На 2 рівні для блоку B1:

$$F6(Z, \dot{Z}, V, \dot{V}) = 0 \text{ – повна модель;} \quad (2.6)$$

де $V=\{V1, V2\}$ – вектор змінних, що описують внутрішній стан об'єкта B1.

$$F4(Z, \dot{Z}) = 0 \text{ – макромодель}$$

П'ята ознака: по характеру змінних, що фігурують в математичній моделі розглядають фазові та факторні.

Фазові моделі – моделі, у яких фігурують фазові змінні. Ці моделі називають імітаційними, якщо змінні в них є функціями часу, тобто розглядається процес функціонування об'єкту.

$$W_{вх}=f(t) \quad W_{вих}=f(t)$$

Проте часто можливо обмежитися знанням інтегральних оцінок характеристик об'єкта. Це функціонали залежностей фазових змінних від часу.

$$Q=W_{вх}(t) \quad Y=W_{вих}(t),$$

де Q – вектор зовнішніх параметрів, у який входять функціонали залежностей $W_{вх}(t)$.

Y – вектор внутрішніх параметрів, у який входять функціонали залежностей $W_{вих}(t)$. Тоді факторна модель може бути подана у вигляді:

$$F7(Q, Y)=0 \text{ або} \quad (2.7)$$

$$Y=F8(Q) \quad (2.8)$$

Шоста ознака: з точки зору особливостей подання моделей розрізняють аналітичні та алгоритмічні моделі.

Аналітичні моделі – моделі у вигляді рівнянь та формул, у яких шукані змінні явно виражені через відомі величини (вимагають менше витрат часу та пам'яті).

Алгоритмічні моделі – в них обчислення значень шуканих величин пов'язане з необхідністю рішення систем рівнянь (більш універсальні та точні).

2.3 Методи одержання математичних моделей

Існує 2 групи методів.

1. Методи одержання математичних моделей елементів та макромоделей на різних ієрархічних рівнях за допомогою евристичних прийомів та процедур.

Розрізняють теоретичні та експериментальні евристичні методи.

Теоретичні використовують фізичні закономірності, властиві процесам, що відображаються в моделі.

Моделі, одержані на основі теоретичних законів та взаємозалежностей між фізичними величинами, називають теоретичними.

Експериментальні – будуються на використанні експериментальних залежностей між параметрами та фазовими змінними (апроксимація, інтерполяція, усереднення, статистична обробка).

Моделі, одержані з результатів експериментальних досліджень обробкою їх методами математичної статистики, називають емпіричними.

2. Методи одержання повних математичних моделей.

Це процедури, що можуть бути повністю формалізованими. Методи ці інваріантні по відношенню до багатьох галузей техніки.

Наприклад: метод вузлових потенціалів, метод переміщень, метод функціонального моделювання систем автоматичного керування.

2.4 Вимоги до математичних моделей

1. Точність математичної моделі – її властивості, що відображають ступінь відповідності передбачених за допомогою моделі значень параметрів об'єкта істинним значенням цих параметрів.

Кількісна оцінка точності ускладнена по наступним причинам:

- складні об'єкти характеризуються кількома параметрами, тобто присутній векторний характер оцінки точності та необхідність зведення векторної оцінки до скалярної;
- показники точності залежать від конкретних умов функціонування об'єкта, тобто оцінка неоднозначна;
- істинні значення ототожнюються з експериментальними, однак при експерименті існують свої похибки, які можуть бути навіть більше.

Зведення векторної оцінки до скалярної здійснюється на основі якоїсь норми вектора. Нехай маємо m вихідних параметрів об'єкта:

$Y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$, $j = \overline{1, m}$; а також маємо параметри, що моделюються $Y_M = \{y_{1M}, y_{2M}, \dots, y_{mM}\}$. Тоді вектор відносних похибок $\varepsilon = \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m\}$ визначається наступним чином:

$$\varepsilon_j = \frac{y_j - y_{jM}}{y_j}.$$

Висновок про точність моделі робиться одним із наступних способів:

$$\varepsilon_{\max} = \max_{j \in [1..m]} |\varepsilon_j| \quad \varepsilon = \sqrt{\sum_{j=1}^m \varepsilon_j^2}.$$

2. Економічність математичної моделі оцінюється витратами машинного часу (кількість арифметичних операцій, що виконуються при однократній реалізації моделі); а також числом параметрів математичної моделі.

3. Ступінь універсальності – можливість застосування математичної моделі до аналізу визначеного класу задач (тобто зміна режиму функціонування не повинна тягти за собою зміну моделі).

4. Ефективність математичної моделі – різниця між показниками цінності результатів, отриманих в результаті експлуатації моделі та витратами, які були вкладені в її розробку та створення.

2.5 Математичне моделювання об'єктів проектування на мікрорівні

При моделюванні більшості технічних об'єктів мають місце наступні рівні в ієрархії функціональних моделей: мікрорівень, макрорівень, та метарівень.

Моделі на мікрорівні описують стан суцільних середовищ, що складають елементи та деталі об'єктів, які проектуються; відображають процеси, які протікають у тривимірному суцільному середовищі. Елементи мікрорівня: ділянка несучої конструкції будівлі, рідка фаза в парогенераторі, область емітера в об'ємній структурі інтегрального біполярного транзистора. Фазові змінні (температура, деформація, напруженості полів, концентрації часток, тиск та ін.) фігурують як функції кількох незалежних змінних (координати та час), причому простір та час розглядаються як безперервні.

Математична модель на мікрорівні – це рівняння математичної фізики з відповідними краєвими умовами (диференціальні рівняння в часткових похідних (ДРЧП), інтегральні, інтегродиференціальні рівняння). Аналіз таких моделей зводиться до рішення краєвих задач математичної фізики.

В загальному вигляді ДРЧП може бути представлено як

$$L\varphi(Z)=f(Z), \quad (2.9)$$

де $Z = (x_1, x_2, x_3, t)$ – вектор незалежних змінних. В залежності від кількості змінних x_i розрізняють одно – , двох – та тривимірні рівняння. В залежності від наявності змінної t розрізняють стаціонарні та нестаціонарні рівняння.

L – диференціальний оператор (може бути інтегральний або інтегродиференціальний);

$\varphi(Z)$ – функція, що визначається природою об'єкта, який описується;

$F(Z)$ – функція, що виражає задані зовнішні впливи на середовище, яке досліджується.

Ці моделі називаються розподіленими; їх використання обмежується випадками об'єктів із малим числом ділянок, оскільки при збільшенні протягу часових та просторових областей зростає складність задачі.

2.5.1 Основні рівняння математичної фізики, що використовуються в моделях об'єктів, які проектуються

Процеси, які протікають у технічному об'єкті при його функціонуванні, по своїй фізичній природі можуть бути розділені на електричні, теплові, магнітні, механічні, гідравлічні, аеродинамічні, оптичні та ін. Кожному типу процесів в математичній моделі відповідає своя підсистема, яка бізується на певних рівняннях математичної фізики.

Загальне формулювання фундаментальних законів: зміна з часом деякої субстанції (маса, кількість руху, енергія, кількість часток, кількість тепла та ін.) в елементарному об'ємі дорівнює сумі притоку–стоку цієї субстанції через поверхню елементарного об'єму, враховуючи швидкість, генерацію або знищення субстанції:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\operatorname{div} J + G, \quad (2.10)$$

де

φ – фазова змінна, яка виражає субстанцію;

t – час;

G – швидкість генерації субстанції;

J – потік фазової змінної – вектор

$$J = (J_x, J_y, J_z),$$

дивергенція якого

$$\operatorname{div} J = \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z}$$

характеризує суму притоку–стоку субстанції через поверхню елементарного об'єму.

Рівняння дифузії – використовується при проектуванні пристроїв, в яких функціонування пов'язане з масообміном. Математичні моделі відображують процеси зміни у просторі і часі концентрацій або густини часток.

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \operatorname{div}(D \operatorname{grad} N) + G_N, \quad (2.11)$$

де

N – концентрація;

D – коефіцієнт дифузії;

G_N – кількість часток генерованих в елементному об'ємі за одиницю часу.

Рівняння теплопровідності – використовується при проектуванні теплотехнічних, радіоелектронних і теплофізичних пристроїв. Математичні моделі зв'язують зміни температури у часі та просторі з властивостями середовища.

$$C\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + G_q, \quad (2.12)$$

де

C – питома теплоємність системи;

ρ – густина середовища;

λ – коефіцієнт теплопровідності;

G_q – кількість теплоти, що виділяється в одиницю часу в елементарному об'ємі, що розглядається;

T – температура.

Рівняння теорії пружності – використовується при моделюванні і проектуванні конструкцій у машинобудуванні, при проектуванні мостів, арок, опор електропередач. Математичні моделі дозволяють вирішувати задачі визначення деформації, аналіз пружних коливань, визначення міцності та стійкості.

Це Рівняння Ламе:

$$(\lambda + \mu) \operatorname{grad} \operatorname{div} W + \mu \Delta W + G_M = \rho \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}, \quad (2.13)$$

де W – вектор переміщення;

λ, μ – постійні Ламе, що характеризують пружні властивості середовища;

Δ – оператор Лапласа;

ρ – густина;

G_M – вектор масових сил, що приходяться на одиницю об'єму.

Рівняння гідроаеродинаміки – використовується при побудові моделі пневматичних, гідравлічних та гідроаеродинамічних пристроїв.

Рівняння Нав'є – Стокса:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = G_M - \frac{\text{grad}P - \mu \Delta V - \mu \text{grad} \text{div} \frac{V}{3}}{\rho}, \quad (2.14)$$

де μ – динамічна в'язкість;

ρ – густина середовища;

G_M – напруженість поля масових сил;

P – тиск;

V – швидкість.

Рівняння неперервності – виражають швидкості зміни концентрації вільних носіїв заряду.

Рівняння Пуассона – характеризує залежність зміни у просторі напруженості електричного поля.

Рівняння електродинаміки (рівняння Максвела) – використовуються при моделюванні елементів радіотехнічних, електромагнітних та оптичних пристроїв.

Для одержання математичних моделей об'єктів на мікрорівні до рівнянь математичної фізики необхідно додати також краєві умови.

Початкові умови – це значення шуканої функції в початковий момент часу.

Граничні умови бувають декількох типів:

- значення шуканої функції на границі області (першого роду);
- значення похідної шуканої функції по просторовим координатам (другого роду);
- рівняння балансу потоку на границі області (третього роду).

2.5.2 Принципи побудови математичних моделей (ММ) об'єктів проектування на мікрорівні

Загальний спосіб вирішення крайових задач на мікрорівні полягає в використанні різноманітних наближених моделей – це моделі на основі метода сіток і метода інтегральних рівнянь.

Сутність метода сіток полягає в апроксимації шуканої безперервної функції сукупністю наближених значень, розрахованих в деяких точках області – вузлах. Сукупність вузлів, з'єднаних визначеним чином, створює сітку, яка є дискретною моделлю визначення шуканої області.

Застосування метода сіток дозволяє звести диференційну крайову задачу до системи алгебраїчних рівнянь (САР) відносно невідомих вузлових значень функції.

Сутність побудови моделі на основі інтегральних рівнянь (ІР) полягає в тому, щоб перейти від вихідного ДРЧП до еквівалентного ІР, яке підлягає подальшим перетворенням. Таким чином для отримання закінченої ММ на мікрорівні необхідно виконати наступні процедури:

1. Скласти основу ММ, використовуючи рівняння математичної фізики.
2. Вибрати крайові умови.
3. Дискретизувати задачу, тобто розділити просторові і часові області, що розглядаються, на скінчене число елементарних ділянок з представленням фазових змінних (ФЗ) скінченим числом значень в вибраних вузлових точках, що належать елементарним ділянкам.
4. Алгебраїзувати задачу, тобто апроксимувати ДР і ІР алгебраїчними.
5. Вирішити отриману САР.

2.5.3 Метод скінченних різниць (МСР)

Алгоритм МСР:

Етап 1: дискретизація задачі—побудова сітки в заданій області. В вузлах сітки x_R визначаються наближені значення φ_R шуканої функції φ . Сукупність вузлових значень φ_R називають сітковою функцією. Зазвичай будуються регулярні сітки, крок в яких постійний, або змінюється за нескладним законом. Наприклад:

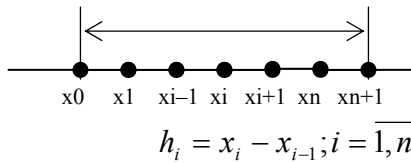
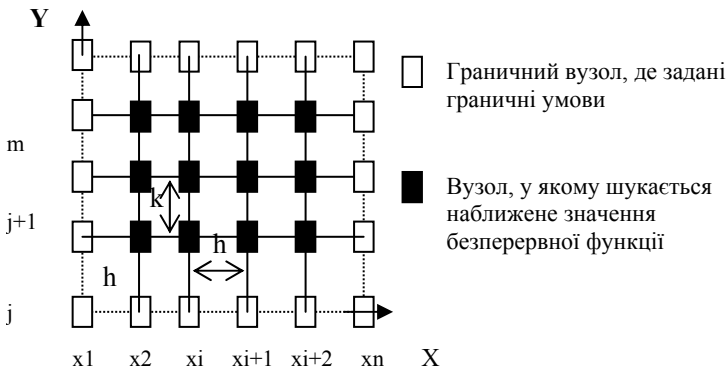


Рисунок 2.2—Регулярна сітка для одновірної задачі



а)

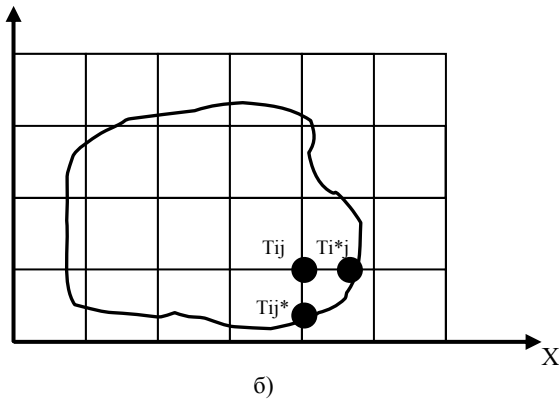


Рисунок 2.3 – Приклади побудови регулярної (а) і нерегулярної (б) сітки для двомірної області

У випадку, коли область визначення функції має довільну форму для граничних вузлів T_{ij} необхідно інтерполювати задані граничні умови. Зазвичай приймають, що границя походить через вузли T_{ij} , при цьому краєві умови приймають $T_{ij}=T_{ij}^*$ або $T_{ij}=T_i^*j$, або $T_{ij}=(T_{ij}^*+T_i^*j)/2$;

Етап 2: алгебраїзація задач – полягає в заміні диференційного оператора

$$L\varphi = \partial\varphi/\partial x$$

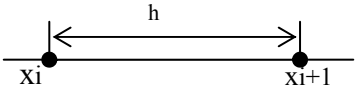
різницеvim аналогом. Це означає, що безперервна функція $\varphi(x)$ замінюється сітковою функцією φ_R , а похідна $\partial\varphi/\partial x$ апроксимується скінченно-різницеvими виразами.

Метод формальної заміни похідної скінченно-різницеvими виразами базуються на використанні розкладу в ряд Тейлора достатньо гладких функцій.

Застосовується декілька способів для виразу похідної через значення φ_k . Вид різницеvих операторів зручно представити графічно, у вигляді шаблонів – це частина сітки, що містить в собі

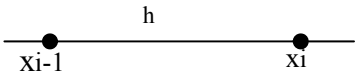
множину вузлів x_k , значення змінної в яких використовується при апроксимації похідної.

Приклади шаблонів для різницевих операторів при вирішенні одновірних задач.



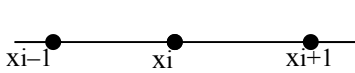
$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{h} \quad (2.15)$$

Права різницева похідна



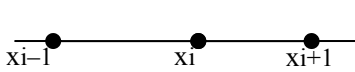
$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\varphi_i - \varphi_{i-1}}{h} \quad (2.16)$$

Ліва різницева похідна



$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1}}{h} \quad (2.17)$$

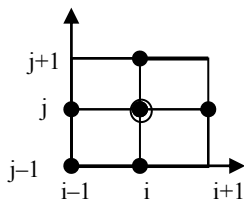
Центральна різницева похідна



$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{\varphi_{i+1} + \varphi_{i-1} - 2\varphi_i}{h^2} \quad (2.18)$$

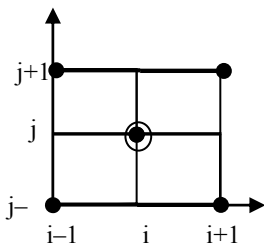
Співвідношення для другої похідної

Приклади шаблонів для різницевих операторів при вирішенні двовірних задач.



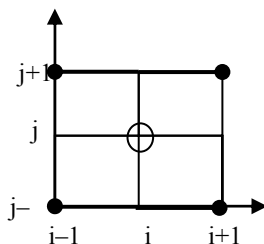
$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{\varphi_i^{j-1} + \varphi_i^{j+1} + \varphi_{i-1}^j + \varphi_{i+1}^j - 4\varphi_i^j}{h^2}$$

(2.19)



$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{\varphi_{i+1}^{j-1} + \varphi_{i+1}^{j+1} + \varphi_{i-1}^j + \varphi_{i-1}^j - 4\varphi_i^j}{2h^2}$$

(2.20)



$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} = \frac{\varphi_{i-1}^{j-1} + \varphi_{i+1}^{j+1} + \varphi_{i+1}^{j-1} + \varphi_{i-1}^{j+1}}{4h^2}$$

(2.21)

Підстановка обраних апроксимацій у вихідне стаціонарне рівняння $L\varphi = \partial\varphi/\partial x$ перетворює його в систему скінченно-різницевих рівнянь виду $F(\Phi)=0$, де $\Phi=\{\varphi_1, \varphi_2, \dots\}$, елементами яких є значення фазової змінної у внутрішніх вузлах сітки.

Для нестационарного рівняння виду $\partial\varphi/\partial t + L\varphi = f(x, t)$, аналогічна підстановка перетворює його в систему звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР) виду $\partial\Phi/\partial t = F(\Phi)$, яка разом з заданими початковими умовами являє собою задачу Коши.

При переході від диференційної крайової задачі до різницевої необхідно апроксимувати також і граничні умови. Сукупність різницевих рівнянь і різницевих крайових умов називається різницевою схемою крайової задачі. При подрібненні кроку, різницева схема дає рішення, що збігаються до точного, але виникає ряд проблем:

1. Зі зменшенням кроку зростає порядок системи рівнянь.

2. Необхідно побудувати різницеву схему, що збігається. Поняття збіжності різницевої схеми пов'язано з поняттям точності і стійкості.

Нехай точне значення неперервної функції у вузлі X_k дорівнює φ_k , а отримане значення сіткової функції дорівнює φ_{kn} . Якщо похибка $\delta_k = \varphi_{kn} - \varphi_k \rightarrow 0$, коли $h \rightarrow 0$ та має n -й порядок відносно кроку, то кажуть, що різницева схема має n -й порядок точності в k -му вузлі.

Для визначення порядку апроксимації диференційного оператора різницеvim обчислюють похибку між точним $L_{\varphi k}$ та наближеним $L_{\varphi h}$ значеннями похідної в k -му вузлі: $\Psi_n = L_{\varphi h} - L_{\varphi k}$. Порядок похибки Ψ_n співпадає з порядком апроксимації. Зазвичай порядки точності та апроксимації співпадають.

Стійка різницева схема – така, в якій не відбувається нарощування дрібних помилок округлення, що були допущені на початкових стадіях рішення.

Етап 3: розв'язання отриманої системи алгебраїчних рівнянь (СЛАР).

Необхідно розв'язати отриману СЛАР для усіх вузлових точок сітки, в результаті чого отримаємо шукане поле фазової змінної у всіх внутрішніх точках, якщо відоме початкове розподілення та спосіб визначення в граничних точках сітки.

Для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) існують наступні методи:

1. Прямі (метод виключення Гауса, метод матричної прогонки, метод LU-розкладання, алгоритм Марковица, алгоритм ітераційного уточнення).

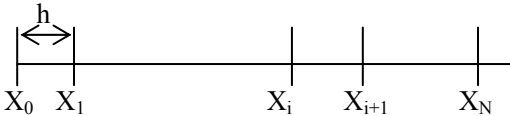
2. Ітераційні (метод Гауса-Зейделя, метод Лібмана, релаксаційні методи (послідовних релаксацій), метод Якобі, метод простої ітерації).

Приклад.

Нехай неперервна функція φ_i описується рівнянням

$$\frac{d\varphi}{dx} + A\varphi_i = 0, \quad i=1 \dots n$$

та визначена на відтинку



Задана гранична умова $\varphi(0)=1$, сітка з кроком h .

Замінімо диференційний оператор різницеvim, підставимо в рівняння та перетворимо його.

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{h}, \quad \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{h} + A\varphi_i = 0,$$

$$\varphi_{i+1} + \varphi_i(Ah - 1) = 0$$

Вважаючи послідовно $i=0, h, 2h$ перейдемо до СЛАУ:

$$\varphi_h + \varphi_0(Ah - 1) = 0$$

$$\varphi_{2h} + \varphi_h(Ah - 1) = 0$$

$$\varphi_{3h} + \varphi_{2h}(Ah - 1) = 0$$

...

$$\varphi_{hn} + \varphi_{h(n-1)}(Ah - 1) = 0$$

Розв'язуючи цю систему відносно φ_i , знайдемо таблицю значень, що апроксимують рішення крайової задачі.

2.5.4 Метод скінченних елементів(МСЕ)

Порівняння МСР та МСЕ.

1. З точки зору точності приблизно рівні (в залежності від форми області, краєвих умов, коефіцієнтів початкового рівняння мають похибки апроксимації від першого до четвертого порядку відносно кроку).

2. В МСР апроксимуються похідні, а в МСЕ апроксимується сам розв'язок, або залежність шуканих функцій від просторових координат та часу.

3. За способом побудови сіток.

В МСР – регулярні сітки, а особливості геометрії враховуються тільки в біляграничних вузлах.

В МСЕ – розбиття робиться з урахуванням геометричних особливостей області, починаючи від границі з метою її найкращої апроксимації, потім розбиваються внутрішні області на елементи таким чином, щоб вони задовольняли деяким обмеженням.

Проблема обох методів – висока розмірність САР, тому реалізація методів у САПР потребує розробки спеціальних способів зберігання матриці коефіцієнтів системи та спеціальних методів розв'язання САР.

МСЕ відноситься до варіаційно–різницевих методів. Дозволяє використовувати нерегулярні сітки, в тому числі багатопараметричні криволінійні елементи. Граничні вузли розглядаються аналогічно внутрішнім, тому граничні умови вводяться з більшою точністю.

Алгоритм МСЕ:

Етап 1: дискретизація досліджуваної просторової області, передбачає розбиття області на скінченні елементи. В одномірних задачах – це відрізки ліній; в двовимірних – трикутники, прямокутники; в тривимірних – тетраедри, паралелепіпеди. (Елементи можуть мати як прямолінійні, так і криволінійні границі).

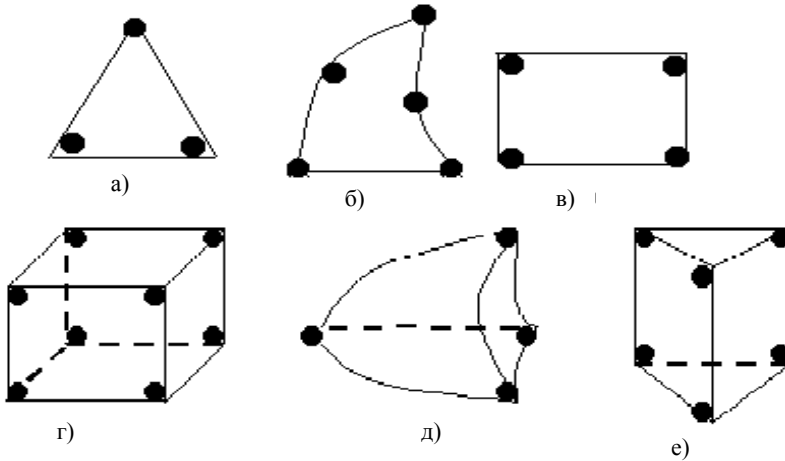


Рисунок 2.4 – Приклади основних двовимірних скінченних елементів та основних тривимірних скінченних елементів

В межах кожного СЕ вибирають скінченне число вузлових точок X_k . Неперервну фазову змінну $\varphi(x)$ замінюють скінченним числом значень φ_k цієї фазової змінної в точках X_k .

Розбиття області починають від границі з метою найбільш точної апроксимації її форми, а тоді розбивають внутрішню частину (можливо в декілька етапів). Необхідно уникати різкої зміни розмірів скінченних елементів на границях областей.

Порядок глобальної нумерації вузлів досліджуваної області суттєво впливає на ефективність подальших обчислень. Це пов'язано з тим, що матриця коефіцієнтів СЛАР, до якої призводить МСЕ – дуже розріджена матриця стрічкової структури.

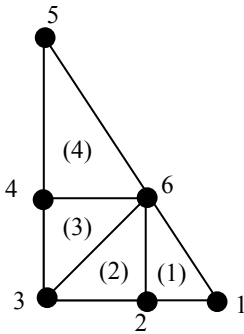
Ненульові елементи в цій матриці розташовані паралельно до головної діагоналі. Ширина смуги матриці коефіцієнтів визначається в залежності від максимальної різниці між номерами ненульових елементів в рядку. Чим менша ця ширина, тим менший обсяг ОП потрібний для зберігання матриці при реалізації МСЕ в САПР, і тим менші затрати машинного часу на вирішення результуючої СЛАР.

$$L=(N+1)M,$$

де L – ширина смуги матриці;

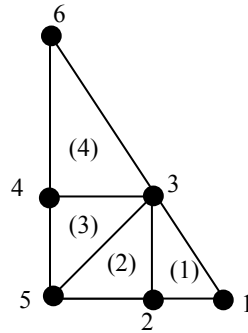
N – max різниця між номерами вузлів для окремого елемента;

M – число степенів свободи, тобто кількість невідомих функцій, які визначаються в кожному вузлі.



$L=6$ при $M=1$

а)



$L=4$ при $M=1$

б)

Рисунок 2.5 – Глобальна нумерація вузлів досліджуваної області

Інформація про спосіб розбиття області на скінченні елементи та номери глобальних вузлів є вихідними даними для всіх наступних етапів алгоритму МСЕ.

Ця інформація називається топологічною та містить:

- тип скінченного елемента;
- його номери;
- номери його вузлів;
- координати вузлів;
- інформацію про з'єднання елементів між собою;
- значення фізичних параметрів об'єкта в межах кожного скінченного елемента.

Етап 2: алгебраїзація задачі.

Якщо в МСР апроксимуються похідні df/dx , то в МСЕ апроксимуються саме рішення $\varphi(x)$, тобто залежність шуканих функцій від просторових координат і часу. Апроксимація виконується деякою функцією з невизначеними коефіцієнтами, а рішення вихідної задачі здійснюється шляхом обчислення цих коефіцієнтів.

Апроксимуюча функція визначається для кожного скінченного елемента окремо. Для всіх скінченних елементів визначеної форми використовуються апроксимуючі функції одного типу. Зазвичай, як апроксимуючу функцію застосовують поліноми степеня не вище третього. Значення неперервної функції $\varphi^{(e)}$ в довільній точці e -го скінченного елемента апроксимується поліномом загального виду:

$$\varphi^{(e)} = A^{(e)*}R + A_0,$$

де

$A^{(e)}$ – вектор–рядок коефіцієнтів полінома;

R – вектор координат у розглянутій точці;

A_0 – вільний член.

У залежності від степеня полінома, скінченні елементи поділяються на:

1. Сімплекс–елементи (їхні поліноми містять константи і лінійні члени);

2. Комплекс–елементи (їхні поліноми містять константи, лінійні члени і члени більш високих ступенів (крім граничних мають додаткові внутрішні вузли).

3. Мультиплекс–елементи (також містять члени більш високих ступенів і їхні границі повинні бути паралельні координатним вісям);

Наприклад: одновимірний сімплекс елемент – відрізок, описується поліномом:

$$\varphi = a_1 + a_2 * x$$

$$\varphi = a_1 + a_2 x$$

двовимірний сімплекс елемент–трикутник:

$$\varphi = a_1 + a_2 * x + a_3 * y$$

Для знаходження невідомих $A^{(e)}$ і A_0 використовують умову безперервності функції у вузлах, і виражають коефіцієнти полінома через вектор $\Phi^{(e)}$ вузлових значень функції та координати вузлів:

$$\varphi^{(e)} = N^{(e)*}\Phi^{(e)}, \quad (2.22)$$

де $N^{(e)}$ – матриця–рядок, елементи якої називаються функції форми (координатні, базисні чи пробні функції). Вони обчислюються в кожній точці скінченного елемента через координати самої точки і координати вузлів елемента, $\varphi^{(e)}$ – вектор вузлових значень функції. Щоб отримати вирази для функцій форми елемента, необхідно виконати локальну нумерацію вузлів.

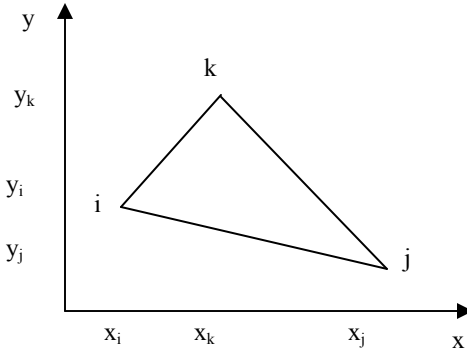


Рисунок 2.6 – Локальна нумерація вузлів трикутника

Локальну нумерацію вузлів i, j, k починають з довільно обраного, проти годинникової стрілки (як показано на рисунку 2.6).

Вважаємо, що значення шуканої функції u у вузлах трикутника Φ_i, Φ_j, Φ_k відомі. Тоді складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \Phi_i = a_1 + a_2 x_i + a_3 y_i \\ \Phi_j = a_1 + a_2 x_j + a_3 y_j \\ \Phi_k = a_1 + a_2 x_k + a_3 y_k \end{cases} \quad (2.23)$$

Можна розв'язуючи цю систему відносно a_1, a_2, a_3 в загальному вигляді. Підставивши у вихідну систему (2.22) і перетворивши, одержимо:

$$\varphi^{(e)} = N_i^{(e)} \Phi_i + N_j^{(e)} \Phi_j + N_k^{(e)} \Phi_k, \quad (2.24)$$

де

$$N_i = 1/2S(a_i + b_i x + c_i y);$$

$$N_j = 1/2S(a_j + b_j x + c_j y);$$

$$N_k = 1/2S(a_k + b_k x + c_k y);$$

де x, y – координати досліджуваної точки всередині скінченного елемента.

$$a_i = x_j y_k - x_k y_j$$

$$b_i = y_j - y_k$$

$$c_i = x_k - x_j$$

$$a_j = x_k y_i - x_i y_k$$

$$b_j = y_k - y_i$$

$$c_j = x_i - x_k$$

$$a_k = x_i y_j - x_j y_i$$

$$b_k = y_i - y_j$$

$$c_k = x_j - x_i$$

$$S = 1/2S[(y_j - y_k)x_i + (y_k - y_i)x_j + (y_i - y_j)x_k],$$

де S – площа скінченного елемента

Аналогічно розглянутому випадку обчислюються функції форми усіх інших типів елементів для бібліотек елементів у САІР.

Етап 3: об'єднання скінченних елементів в ансамбль.

Рівняння виду: $\varphi^{(e)} = N^{(e)}\Phi^{(e)}$, що відноситься до окремих елементів, об'єднуються в ансамбль, тобто систему алгебраїчних рівнянь виду:

$$\varphi = N\Phi$$

Цей вираз і є моделлю шуканої неперервної функції.

Для досліджуваної області (рисунок 2.5) запишемо відповідність між локальними і глобальними вузлами і підставимо у вираз:

$$\varphi^{(e)} = N_i^{(e)}\Phi_i + N_j^{(e)}\Phi_j + N_k^{(e)}\Phi_k$$

$$(1) \quad i = 1, j = 2, k = 3$$

$$(2) \quad i = 2, j = 5, k = 3$$

$$(3) \quad i = 5, j = 4, k = 3$$

$$(4) \quad i = 3, j = 4, k = 6$$

$$\begin{cases} \varphi^{(1)} = N_1^{(1)}\Phi_1 + N_2^{(1)}\Phi_2 + N_3^{(1)}\Phi_3 \\ \varphi^{(2)} = N_2^{(2)}\Phi_2 + N_5^{(2)}\Phi_5 + N_3^{(2)}\Phi_3 \\ \varphi^{(3)} = N_5^{(3)}\Phi_5 + N_4^{(3)}\Phi_4 + N_3^{(3)}\Phi_3 \\ \varphi^{(4)} = N_3^{(4)}\Phi_3 + N_4^{(4)}\Phi_4 + N_6^{(4)}\Phi_6 \end{cases} \quad (2.25)$$

Ця отримана система – скорочена форма математичного опису моделі, яка дозволяє зменшити необхідний обсяг пам'яті. Або в матричній формі:

$$\varphi = N\Phi \quad (2.26)$$

Аналогічну заміну локальних номерів вузлів i, j, k на глобальні номери необхідно зробити також у виразах для обчислення функцій форми елементів (N_i, N_j, N_k).

Етап 4: визначення вектора вузлових значень функцій (Φ).

1 метод. Задача мінімізації функціонала (метод заснований на варіаційній постановці задачі). Основні кроки метода наступні.

а) вибір функціонала. Він повинен бути зв'язаний з фізичним змістом розв'язуваної задачі. Для стаціонарних задач він залежить від шуканої функції φ і її часткових похідних по вектору просторових координат:

$$F = \int_V f(\varphi, \dot{\varphi}_x, \dot{\varphi}_y, \dot{\varphi}_z) dV, \quad (2.27)$$

де V – об'єм.

Функціонал F представляється сумою відповідних функціоналів, що відносяться до окремих елементів.

$$F = \sum_{e=1}^N F^{(e)} = \sum_{e=1}^N \int f(\varphi^{(e)}, \varphi_x^{(e)}, \varphi_y^{(e)}, \varphi_z^{(e)}) dV_e, \quad (2.28)$$

де N – кількість елементів.

б) підстановка апроксимуючого виразу (2.22) для функціонала у вираз (2.28) та обчислення часткових похідних за формулами виду:

$$\varphi_x^{(e)} = \frac{\partial \varphi^{(e)}}{\partial x} = \left(\frac{\partial N^{(e)}}{\partial x} \right) \Phi^{(e)}$$

в) мінімізація функціонала F по вектору Φ . Для цього складемо рівняння виду:

$$\frac{\partial F^{(e)}}{\partial \Phi^{(e)}} = 0 \quad (2.29)$$

Підсумок виразів (2.29) по всіх скінченних елементах приводить до САР виду:

$$K\Phi = B, \quad (2.30)$$

де K – матриця коефіцієнтів (матриця жорсткості);

B – вектор правих частин (вектор навантаження).

д) розв'язок САР, що дозволяють визначити невідомий вектор вузлових значень Φ . Знайдені значення вектора Φ підставляють у рівняння (2.26), після чого значення φ легко обчислюються в будь-якій точці заданої області.

У випадку нестационарних рівнянь основні положення МСЕ тіж самі, але одержують систему звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР) виду:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \Omega(\Phi) \quad (2.31)$$

Рішенням якої є залежності фазових змінних $\Phi(t)$, у вузлових точках досліджуваної області від часу.

2метод: метод Гальоркіна – є приватним випадком методу “зважених нев'язок”.

Основою для нього є вихідне диференціальне рівняння. Тому він застосовується для задач, коли не вдається підібрати функціонал для мінімізації. Метод заснований на мінімізації помилки є наближеного рішення вихідного диференціального рівняння:

$$\varepsilon = LU - f \quad (2.32)$$

$$L\varphi(x) = f(x)$$

або

$$L\varphi(x) - f(x) = 0$$

Для мінімізації ε в заданій області G потрібно виконання рівності (2.33)

$$\int_G N_i \varepsilon dG = 0 \quad (2.33)$$

для кожної з функцій N_i .

Сполучення методу Гальоркіна з МСЕ призводить до системи рівнянь виду:

$$\int_G N_B L(\varphi) dG = 0 \quad \text{при } \beta = i, j, k, \quad (2.34)$$

де $L(\varphi)$ – ліва частина вихідного диференційного рівняння, що описує неперервну функцію.

Таким чином, помилка ε характеризує якість апроксимації рішення апроксимуючою функцією і повинна бути зведена до нуля.

2.6 Математичне моделювання об'єктів проектування на макрорівні

На макрорівні математична модель того ж об'єкта служить для відображення тільки тих його властивостей, які характеризують взаємодії цього об'єкта з іншими елементами у складі досліджуваної системи. Параметри моделі, які на мікрорівні були вихідними, на макрорівні виявляються початковими даними.

Математична модель на макрорівні надається у вигляді системи диференціальних рівнянь.

$$\psi(W, \hat{W}, t) = 0 \quad (2.35)$$

де $\hat{W} = dW/dt$, W – фазова змінна (витрати, температура, тиск, та ін.);

Поля фазових змінних $\phi(z)$ замінюються набором дискретних значень фазової змінної в певних елементах простору.

2.6.1 Методика побудови математичної моделі елемента на макрорівні

Методи побудови ММ на цьому рівні наступні:

1. Визначення властивостей об'єкта, які повинні відобразитися моделлю.
2. Збір інформації про властивості модельованого об'єкта.
3. Отримання загального виду рівнянь моделі, часто уявлених у вигляді еквівалентної схеми заміщення.
4. Визначення чисельних значень параметрів моделі (задача ідентифікації).

Вирішувати цю задачу можна наступними методами:

1. Розрахунковим шляхом. Переваги: простота, доступність початкових даних. Недоліки: в ТУ не завжди приводять всі необхідні дані.
2. Проведення експериментів і обробка отриманих результатів (апроксимація, інтерполяція, екстраполяція, усереднення, статистична обробка). Переваги: отримуються дані, які характеризують реальні значення параметрів об'єктів, що досліджуються. Недоліки: значні матеріальні та часові витрати, трудомісткість висока.

3. Шляхом рішення екстремальної задачі, в якій в якості цільової функції вибирається ступінь збігу відомих значень вихідних параметрів об'єкта з результатами дослідження моделі. Перевага: отримуються більш оптимальні, ніж при розрахунку, параметри моделі. Недоліки: трудомісткість складання програм оптимізації.

4. Оцінка точності і адекватності отриманої моделі. При незадовільних результатах етапи 3 – 5 повторюються.

5. Представлення отриманої моделі в формі, що використовується бібліотекою моделей САПР.

2.6.2 Побудова математичної моделі системи на макрорівні

У використовуваних САПР методах формування математичної моделі системи прийнято цю модельовану систему представляти у виді сукупності фізичних однорідних підсистем, кожна з яких описує процеси визначеної фізичної природи (механічні, електричні, теплові, гідравлічні, і т.д.). Тому, при одержанні математичної моделі системи, що складається з декількох фізичних підсистем необхідно:

- виділити об'єкти однорідної фізичної природи;
- одержати еквівалентні схеми для кожної підсистеми;
- встановити зв'язки між підсистемами;
- одержати за допомогою ЕОМ математичну модель системи.

Математичні моделі систем на макрорівні формують з математичних моделей елементів, які представляються компонентними рівняннями і топологічними рівняннями, що характеризують спосіб зв'язку елементів між собою.

Компонентні рівняння описують закони функціонування елементів і зв'язують різномірні фазові змінні стосовні до даного елемента (фазові змінні типу потоку і типу потенціалу). Компонентні рівняння можуть бути лінійними і нелінійними, алгебраїчними, ЗДР, інтегральними.

Топологічні рівняння отримують на основі відомостей про структуру підсистеми. Вони відбивають зв'язок між однорідними фазовими змінними стосовно різних елементів підсистеми (тільки типу потоку, чи тільки типу потенціалу). Для опису стану підсистем використовуються три типи найпростіших елементів: резистивного, ємнісного та індуктивного характеру (R, C, L). Сполученням цих найпростіших елементів, а також джерел фазових змінних типу потоку

і типу потенціалу можна одержати математичні моделі технічних об'єктів практично будь-якої складності.

Таблиця 2.1 – Аналогії фазових змінних і найпростіших елементів п/с різної фізичної природи.

Тип підсистеми	Фазові змінні		Типи простіших елементів		
	типа потоку	Типа потенціалу	R	C	L
1.Електрична	Струм	Напруга	R_e	C_e	L_e
2.Механічна поступальна	Сила	Швидкість	Тертя (R_m)	маса (C_m)	Пружність, жорсткість (L_m)
3. Теплова	Тепловий потік	Температура	R_m	C_m	–
4. Гідравлічна (пневматична)	Витрати	Тиск	R_g	–	L_g

Для кожної підсистеми характерні свої закони, але для найпростіших елементів R,C,L форма рівнянь виявляється однаковою. Наприклад:

Для електричної підсистеми:

$$U=R \cdot I - \text{закон Ома};$$

$$C \frac{dU}{dt} = I - \text{рівняння ємності};$$

$$L \frac{dI}{dt} = U - \text{рівняння індуктивності}$$

Для механічної підсистеми:

$$F=V/R_m; R_m=1/R - \text{рівняння грузлого тертя};$$

де F–сила, V– швидкість, R_m – тертя, R–коефіцієнт грузлого тертя;

$$F = ma = C \frac{dV}{dt} \text{ – рівняння II-го закону Ньютона;}$$

$$\text{де } m \text{ – маса, } a = \frac{dV}{dt} \text{ – прискорення;}$$

$$F = gx, \quad \frac{dF}{dt} = g \frac{dX}{dt} = gV \text{ – рівняння пружини;}$$

$$V = \frac{1}{g} \frac{dF}{dt} = L_M \frac{dF}{dt},$$

де g – твердість пружини, x – переміщення.

Топологічні рівняння в більшості фізичних підсистем базуються на рівняннях рівноваги і безперервності. Існують аналогії топологічних рівнянь у різних фізичних підсистемах відносно електричної підсистеми.

Для електричної підсистеми:

Перший закон Кірхгофа (рівняння рівноваги):

$$\sum_{k \in p} I_k = 0,$$

де I_k – струм k -тої вітки; p – множина номерів віток

Закон читається: Сума всіх струмів у вузлах дорівнює нулю.

Другий закон Кірхгофа (рівняння безперервності):

$$\sum_{j \in g} U_j = 0,$$

де j – номер вітки; U_j – падіння напруги на j -тій вітці схеми, що входять у контур.

Закон читається: Сума падінь напруг на елементах схеми при їхньому обході по довільному контуру дорівнює нулю.

Для механічної поступальної підсистеми.

Рівняння принципу Даламбера:

$$\sum_{k \in p} F_k = 0,$$

де F_k – сила, що діє на тіло.

Закон читається: Сума сил, що діють на тіло, включаючи інерційні дорівнює нулю.

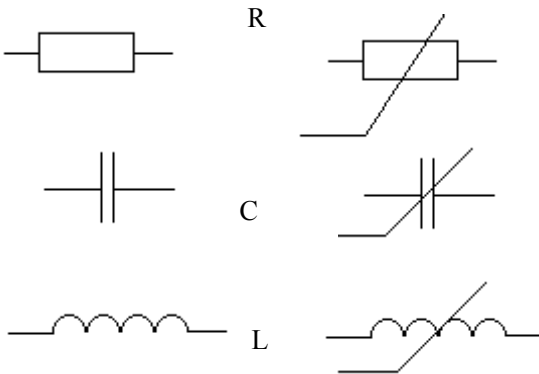
Рівняння принципу додавання швидкостей.

$$\sum_{j \in g} V_j = 0,$$

де V_j – швидкість тіла.

Закон читається: Абсолютна швидкість є сумою відносної і переносних швидкостей (сума цих трьох швидкостей дорівнює нулю).

Часто використовують представлення моделі на макрорівні у вигляді еквівалентних схем заміщення. При цьому застосовуються елементи у вигляді двополюсників. Набір лінійних і нелінійних елементів, а також залежних і незалежних джерел фазових змінних типу потоку і типу потенціалу утворюють базову сукупність двополюсників, на основі якої можна одержати математичні моделі будь-яких складних технічних об'єктів.



Типу потенціалу



Типу потоку



Елементи R,L,C можуть бути як лінійні так і нелінійні, тобто залежні від режиму роботи.

Незалежні джерела використовуються для моделі як такі, що постійно впливають на об'єкт.

Залежні джерела:

Джерела, що залежать від часу t – для моделювання зовнішніх впливів.

Джерела, що залежать від фазових змінних – для відображення нелінійних властивостей об'єктів, а також для встановлення взаємозв'язків між підсистемами різної фізичної природи.

Для відображення взаємозв'язків підсистем різної фізичної природи, з яких складаються модельовані технічні системи, в еквівалентні схеми підсистем вводять спеціальні перетворюючі елементи.

Розрізняють три види зв'язків:

Трансформаторний зв'язок – характерний для фізичних підсистем при електромеханічній взаємодії.

Гераторний зв'язок – характерний при взаємодії механічних і гідравлічних чи пневматичних підсистем.

Зв'язок через залежні параметри – характерний при взаємодії з тепловою підсистемою. Виражає вплив фазових змінних однієї підсистеми на параметри елементів іншої і задається у виді залежностей R,L,C від фазових змінних.

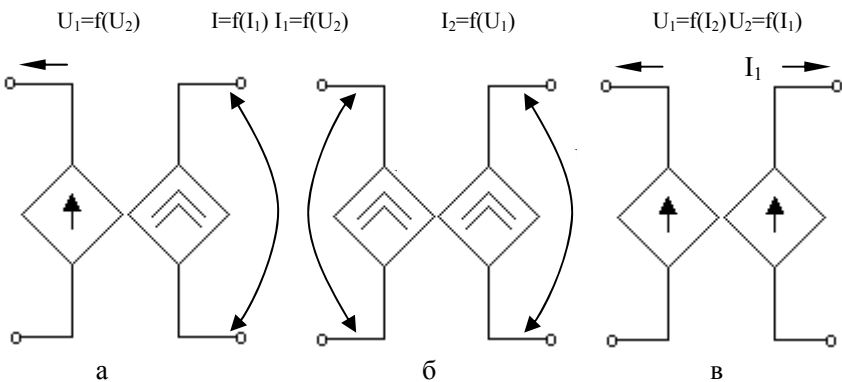


Рисунок 2.7 – Перетворюючі елементи для трансформаторного (а) і гераторного (б,в) зв'язків.

У трансформаторному і генераторному зв'язках перетворюючі елементи представляються параметрами джерел струму чи напруги.

Розглянуті двополюсники і моделі для них є простими. Однак існують складні моделі, які представляє собою сукупність цих двополюсників, що зберігаються в бібліотеках САПР.

2.6.3 Методи формування математичних моделей систем на макрорівні

При отриманні системи ЗДР, що є нелінійною системою високого порядку, яка побудована на основі компонентних та топологічних рівнянь, застосовується ряд методів:

1. Метод змінних стану;
2. Табличні методи;
3. Метод вузлових потенціалів (МВП).

Рішення системи ЗДР здійснюється за допомогою чисельних методів інтегрування. Результатом рішення є залежності фазових змінних від часу.

Використовуються три основних форми представлення математичних моделей систем:

1. Інваріантна модель (нормальна форма Коши) – це модель у вигляді системи рівнянь, які записані на загальноприйнятій математичній мові. Ця форма представлення зручна при орієнтації на чисельне рішення явними методами.

$$\frac{dV}{dt} = F(V, t) \quad (2.36)$$

2. Лінеаризована модель – це модель, рівняння якої є лінійними. Використовується у програмах відкритих по відношенню до методів інтегрування. Лінеаризацію виконують за допомогою розкладання нелінійних елементів вектора $F(V, \dot{V}, t) = 0$ у ряд Тейлора із збереженням у розкладеному вигляді тільки лінійних членів

$$D \frac{dV}{dt} + HV = B, \quad (2.37)$$

де D, H – матриці коефіцієнтів, B – вектор правих частин.

3. Алгебраїзована модель – результат представлення диференціальних рівнянь в отриманих після дискретизації точках в

алгебраїчному вигляді за допомогою формул чисельного інтегрування. В методі вузлових потенціалів та табличних методах для алгебраїзації реалізують одну з неявних різницьових формул чисельного інтегрування.

$$\left. \frac{dV}{dt} \right|_n = \eta_n V_n + \mu_n, \quad (2.38)$$

де $\left(\frac{dV}{dt} \right)_n$, V_n – значення відповідних векторів в момент часу

t_n ; n – номер кроку інтегрування; η_n – коефіцієнт, який залежить від обраного метода інтегрування та значення кроку інтегрування; μ_n – вектор, який залежить від значень векторів V на попередніх кроках інтегрування.

У більшості сучасних програм аналізу електронних схем використовується алгебраїзована та лінеарізована форма.

$$Y_n V_n = B_n, \quad (2.39)$$

де Y_n – матриця (Якобіан), яка відповідає моменту часу t_n ;

B_n – вектор правих частин, який відповідає моменту часу t_n .

Вираз (1) можна отримати використовуючи МВП або табличні методи; вони відрізняються вибором вхідних топологічних рівнянь та вектора базисних координат.

В якості основних базисних координат в МВП використовуються вузлові потенціали, вектор яких на n -ому кроці позначимо як φ_n .

В табличних методах в якості базисних координат використовуються струми та напруги всіх віток схеми. Вихідними топологічними рівняннями в МВП є рівняння 1-го закону Кірхгофа, яке виражає рівняння змінних типу потоку у всіх вузлах еквівалентної схеми за виключенням одного, який приймають за базовий.

$$A I_n = 0, \quad (2.40)$$

де I_n – вектор струмів;

A – матриця інцидентцій, яка характеризує зв'язки вузлів та віток еквівалентної схеми. Елемент матриці $a_{ij} = 0$, якщо i -тий вузол не інцидентний j -тій вітці, або $a_{ij} = +1$ якщо i -тий вузол інцидентний j -тій вітці, а знак вказує напрямок струму

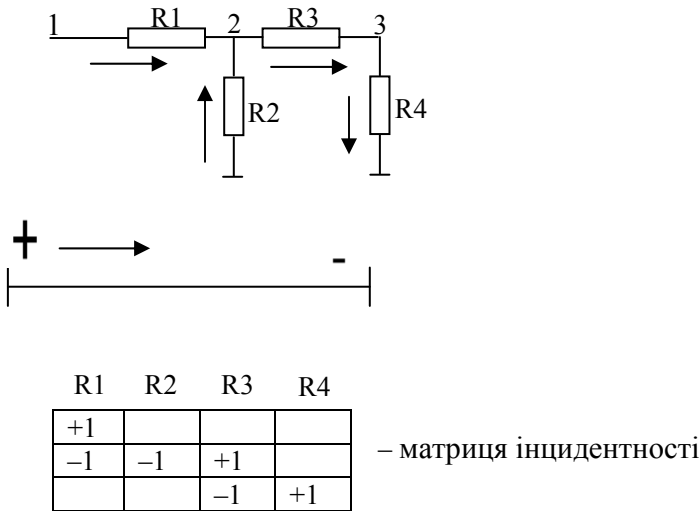


Рисунок 2.8 – Приклад побудови матриці інцидентцій для еквівалентної заступної схеми

Використовуються також рівняння зв'язку вектора напруги віток U з вектором вузлових потенціалів φ .

$$U_n = -A^t \varphi_n, \quad (2.41)$$

де A^t – транспонована матриця інцидентності.

У якості компонентних рівнянь в МВІ використовують рівняння, одержані після алгебраїзації та лінеарізації початкових класичних рівнянь.

$$I_n = Y_n \cdot U_n + Q_n, \quad (2.42)$$

де $Y_n = \frac{\partial I_n}{\partial U_n}$ – матриця провідностей; Q_n – вектор, залежний від

значення фазових змінних обчислених на попередніх ітераціях.

Підставимо вираз (2.42), (2.43) у вираз (2.40):

$$-A^t A \varphi_n Y_n + A Q_n = 0$$

отримуємо алгебраїзовану та лінеарізовану форму:

$$Y_n \varphi_n = B_n, \quad (2.43)$$

де $Y_n = A^t A Y_n$; $B_n = A Q_n$

Правила, за якими складаються рівняння для вузлових потенціалів:

1. Діагональні елементи визначаються як сума провідностей підключених до даного вузла.

2. Зовнішньодіагональні елементи від'ємні та дорівнюють сумі провідностей підключених між i та j вузлом.

3. Довільний елемент вектора струму дорівнює сумі струмів, що втікають в j -тий вузол.

*

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{R_1} & \left(-\frac{1}{R_1}\right) & 0 \\ \left(-\frac{1}{R_1}\right) & \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) & \left(-\frac{1}{R_3}\right) \\ 0 & \left(-\frac{1}{R_3}\right) & \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} +I_{R_2} \\ -I_{R_1} - I_{R_2} + I_{R_3} \\ -I_{R_3} + I_{R_4} \end{vmatrix}$$

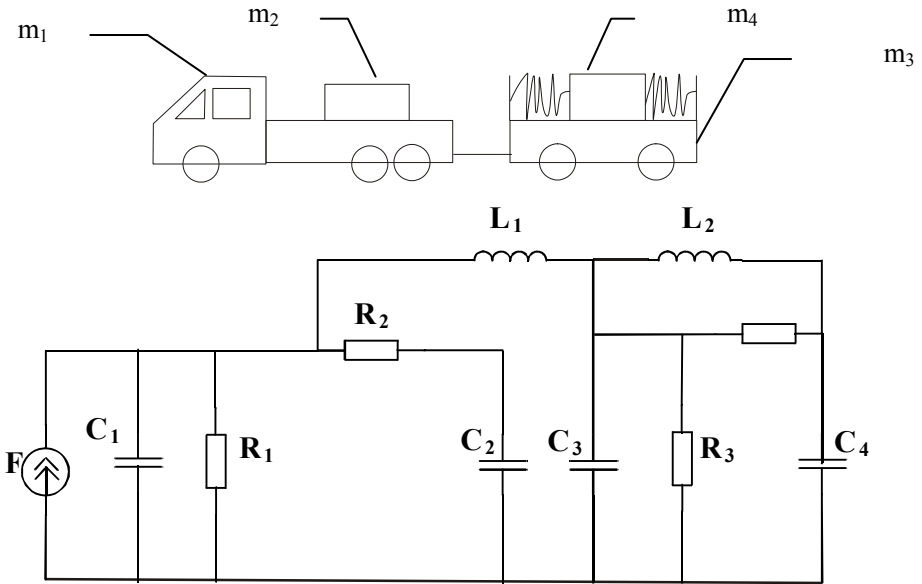
* Для нашого прикладу

Одержана система рівнянь розв'язується на кожній ітерації метода Ньютона.

Переваги МУП:

- простота обчислення Якобіана;
- менший порядок одержуваної системи рівнянь, ніж у табличному методі.

2.6.4 Приклад побудови еквівалентної схеми для механічної поступальної системи



F – тяга автомобіля;

R_1, R_3 – приведені коефіцієнти тертя автомобіля та причепа о землю;

R_2, R_4 – коефіцієнт тертя вантажу о кузов автомобіля та причепа;

L_1 – пружність зчеплення автомобіля та причепа;

L_2 – пружність пружин, що утримують вантаж;

Вузли – швидкості автомобіля;

Вітки – зусилля.

Рисунок 2.9 – Еквівалентна заступна схема для механічної поступальної системи

2.7 Побудова ММ об'єктів проектування на метарівні

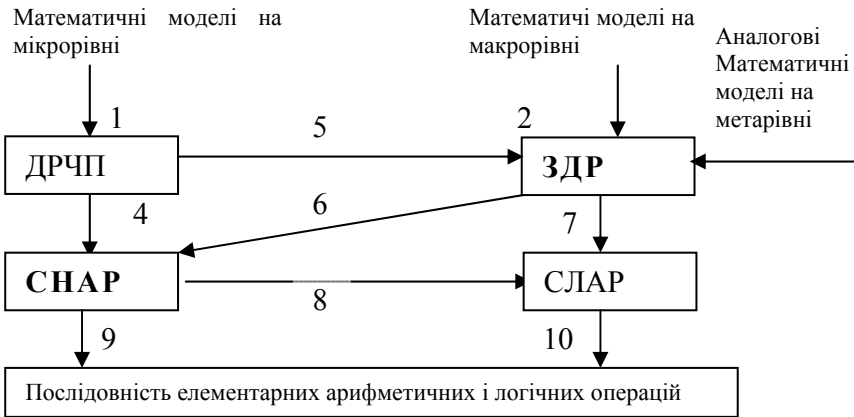
На метарівні розглядаються моделі складних пристроїв і комплексів. Перехід від макро– до метарівня відбувається різним чином у залежності від виду об'єкта – аналоговий чи дискретний

2.7.1 Аналогові моделі на метарівні

При моделюванні аналогових об'єктів:

1. Елементами є більш складні об'єкти, ніж на макрорівні.
2. Для опису стану об'єкта використовуються фазові змінні тільки одного типу, що називаються сигналами.
3. Приймаються допущення про однобічну передачу сигналів від входу до виходу.
4. Не враховуються впливи навантаження на функціонування елементів.

Математичні моделі на метарівні – системи ЗДР виду $\Psi(\dot{V}, V, t) = 0$. Це безперервні моделі, оскільки вони описують процеси в безперервному часі зі збереженням безперервного характеру фазових перемінних. Для реалізації цих моделей, як і для реалізації ДРЧП використовуються чисельні методи безперервної математики. Необхідно перетворювати ці безперервні моделі в процесі переходу від вихідних формулювань задач до робочих програм, що являють собою послідовності елементарних арифметичних і логічних операцій.



1,2,3 – переходи від опису структури об'єкта на відповідних ієрархічних рівнях до математичного формулювання задач.

4,5 – дискретизація та алгебраїзація ДРЧП по просторовим змінним.

Для стаціонарних ДРЧП це приводить до СНАР (4) для нестационарних ДРЧП до системи ЗДР (5).

6,7 – алгебраїзація і дискретизація систем ЗДР по змінній t методами чисельного інтегрування.

Для нелінійних ЗДР це приводить до СНАР (7), для лінійних до СЛАР (7).

8,9 – рішення СНАР ітераційними методами. 8 – метод Ньютона, заснований на лінеаризації рівнянь; 9 – методи Зейделя, Якобі, метод найпростіших ітерацій.

10 – рішення СЛАР (зазвичай методом Гауса чи LU – розкладання).

Рисунок 2.10 – Шляхи перетворення безперервних математичних моделей

Безперервні математичні моделі та використовуватися для їх аналізу методи обчислювальної математики використовуються в САПР різних галузей промисловості:

- у підсистемах функціонального проектування металообробних верстатів, ковальсько-пресового устаткування, електричних машин, двигунів внутрішнього згоряння, турбін, об'єктів транспорту, енергетичного і хімічного машинобудування;

- у радіоелектроніці – у підсистемах проектування електронних компонентів, джерел живлення, радіотехнічних схем систем;

– у САПР ЕОМ – для проектування елементної бази, аналізу теплових режимів, проектування периферійних пристроїв і вторинних джерел живлення.

2.7.2 Дискретні математичні моделі на метарівні

Дискретною ММ називається модель, в якій виконана дискретизація залежних змінних, які характеризують стани модельованого об'єкта.

Елементи моделі – також складні системи (наприклад для ЕОМ: RAM, пристрій вводу–виводу даних).

Внутрішні параметри – це вихідні параметри попередніх рівней, (наприклад швидкодія).

Проектування ЕОМ і обчислювальних систем на функціонально–логічному і системному рівняння засновано на застосуванні дискретних математичних моделей. При моделюванні в підсистемі функціонально–логічного проектування застосовуються саме ті допущення, що і при моделюванні аналогових об'єктів на метарівні.

Об'єкти, які моделюються, представляють сукупністю зв'язаних логічних елементів, стан яких характеризується змінними, що приймають значення в скінченній множині (у найпростішому випадку $\{0,1\}$).

Безперервний час t замінюється дискретною послідовністю моментів часу t_k , при цьому довжина такту визначається як:

$$\Delta t = t_{k+1} - t_k$$

Таким чином, математична модель об'єкта являє собою скінченний автомат, функціонування якого описується системою логічних рівнянь виду:

$$V' = F(V, U) \quad (2.44)$$

де V' – вектор внутрішніх і вихідних параметрів стосовно моменту часу t_k .

На системному рівні проектування ЕОМ і обчислювальних систем використовуються моделі у вигляді масового обслуговування (СМО).

СМО – система, призначенням якої є обслуговування заявок, що надходять.

СМО будуються на елементах 2-х типів: статичних (обслуговуючі апарати, або ресурси, або канали), динамічні (заявки, або транзакти).

СМО бувають одно і багатоканальні (у залежності від числа обслуговуючої апаратури, що паралельно оброблює заявки); одно і багатофазні (у залежності від числа послідовно з'єднаних обслуговуючих апаратів).

Стани СМО характеризуються станами обслуговуючих апаратів і заявок (для заявки–обслуговування або чекання; для обслуговуючих апаратів – зайнятий або вільний). Зміна станів в СМО називається подією.

Задають також дисципліни обслуговування заявок (FIFO, LIFO). При проектуванні обчислювальних систем заявки – це задачі, що розв'язуються, а обслуговуюча апаратура – це приладо–обчислювальні системи.

За результатами дослідження визначають вихідні параметри досліджуваної системи: коефіцієнти завантаження обслуговуючої апаратури; коефіцієнти простою; кількість заявок обслуговування в системі; час чекання у черзі; довжина черги; час перебування в системі.

ММ СМО бувають аналітичні та імітаційні.

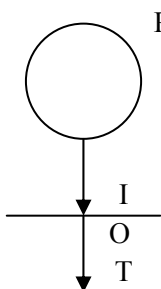
Аналітичні можна одержати тільки в деяких найпростіших випадках коли система характеризується стаціонарністю, ординарністю і відсутністю наслідку.

Імітаційна мережева модель будується з моделей наступних елементів: джерела входних потоків заявок; пристрої; вузли пам'яті і черги.

Поява рівнобіжних і конвеєрних обчислювальних систем, необхідність моделювання процесів функціонування не тільки апаратних але і програмних засобів обчислювальних систем і мереж привела до появи класу дискретних математичних моделей під назвою мережі Петрі (МП). МП застосовуються для моделювання на функціонально–логічному і системному рівняннях проектування ЕОМ, обчислювальних систем і мереж. Мережі Петрі в САПР використовуються як імітаційні моделі для вивчення поведінки проєктованих систем при заданих зовнішніх впливах, а також для дослідження деяких загальних властивостей систем. МП є засобом

математичного опису процесів функціонування дискретних систем з паралельно і асинхронно діючими елементами, визначаються як:

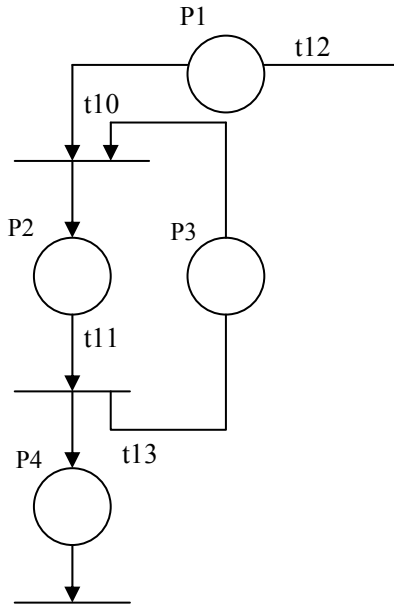
$$S = \langle P, T, I, O \rangle$$



Р – скінченна множина позицій;
 Т – скінченна множина переходів;
 І – вхідна функція;
 О – вихідна функція

2.7.3 Елементи мережі Петрі

За допомогою МП моделюються процеси, що мають вид послідовності подій, що відбуваються миттєво і різночасно, події відповідає перехід, умові відповідає позиція. Виконанню умов відповідає крапка маркера в позиції. Число станів мережі визначається числом можливих маркірувань. Моделювання процесів за допомогою мережі Петрі виражається в переміщенні маркерів між позиціями. Послідовність подій – це послідовність спрацьовування (запуску) переходів. Події, які відбуваються мають маркери у всіх вхідних позиціях переходів ті. Після здійснення події, маркери з усіх вхідних позицій вилучаються і містяться в усі вихідні позиції переходу, тобто реалізація події (запуск переходів ті) приводить до зміни маркірувань.



t12 – поява задачі на вході обчислювальної системи;
 t10 – початок рішення задачі;
 t11 – закінчення рішення;
 t13 – вихід розв’язаної задачі з обчислювальної системи;
 P1 – умова «у вхідній черзі є задача»;
 P2 – умова «Рішення закінчене»;
 P3 – умова «Процесор вільний»;
 P4 – умова «у вихідній черзі є задача».

Рисунок 2.12 – Мережа Петрі для моделювання простої обчислювальної системи

Після приходу задачі на вхід обчислювальної системи запускається перехід t12, у позиції P1 з’являється маркер, спрацьовує перехід t10, змінюється маркерування в позиціях P1, P3. Маркер змінюється в позиції P2, запускається перехід t11, з’являється нове маркерування в позиціях P3, P4, спрацьовує перехід t13, система повертається у вихідний стан.

МП використовуються для опису функціонування виробничих ділянок, ліній і цехів, орієнтованих на багато номенклатурне виробництво виробів, є ефективним інструментом розробки САПР, можуть служити моделями алгоритму функціонування різних пристроїв автоматики.

Для побудови ММ на метарівні використовують математичну логіку, методи теорії автоматичного керування, теорію машинного обслуговування, методи планування експерименту.

2.8 Ідентифікація математичних моделей СО і С

Задачі ідентифікації виникають у двох випадках:

- при формуванні моделей СО і С з метою їх більш глибокого дослідження;
- при формуванні моделей з метою керування об'єктом чи системою.

Взаємодія довільного об'єкта із середовищем для двох розглянутих випадків може бути представлена схематично.

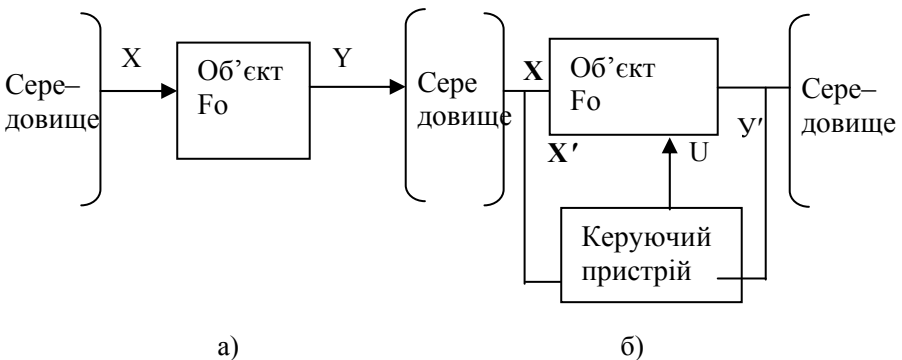


Рисунок 2.13 – Схема взаємодії об'єкта із середовищем

Для моделей першого типу (рисунок 2.13, а) характерним є те, що при їхній побудові необхідно відбити всі механізми об'єкта чи явища в структурі оператора F_0 .

В другому випадку (рисунок 2.13,б) створюється модель, що задовольняла би вимогам керування. Вона може і не відбивати внутрішні механізми об'єкта, а тільки констатувати наявність певного формального зв'язку між входом і виходом . Тобто, метою керування є переведення об'єкта у певний необхідний стан.

Цей процес розбивається на два етапи:

- синтез адекватної моделі об'єкта;
- синтез керування на основі цієї моделі.

Взаємодія між ідентифікованим об'єктом і середовищем здійснюється по каналах X і Y , а керування по каналу U .

По каналу X' керуючий пристрій одержує некерувану, але контрольовану складову середовища.

По каналу Y' здійснюється зворотний зв'язок.

Загальний зв'язок між вхідними і вихідними параметрами можна умовно записати в такий спосіб:

$$Y = F_0(X) \text{ або } Y = F_0(X, U)$$

При цьому задача ідентифікації зводиться до визначення (синтезу) модельного оператора F , що зв'язує вхід і вихід об'єкта, тобто до одержання оцінки F_0 .

Задача ідентифікації може бути сформульована і розв'язуватися по-різному, в залежності від виду об'єкта.

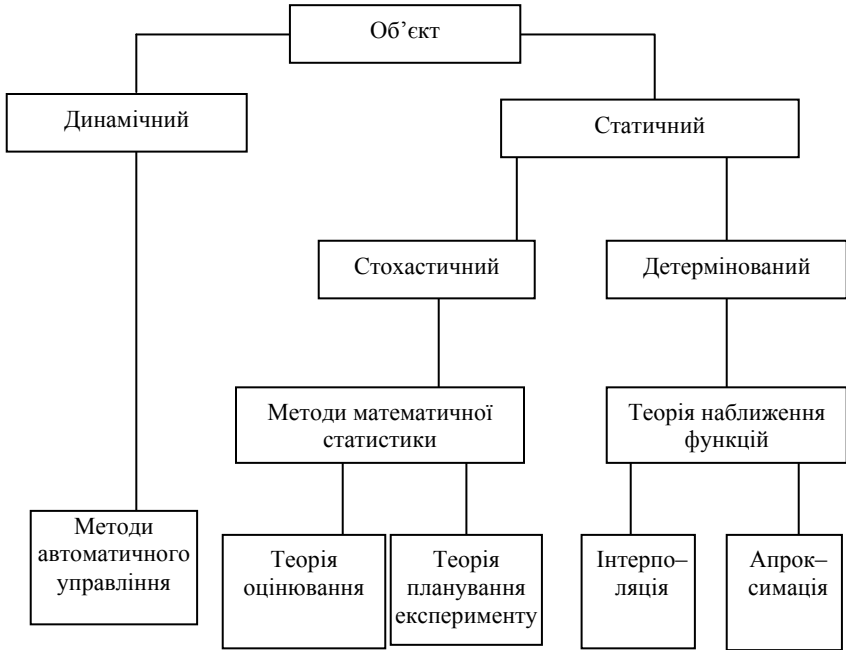


Рисунок 2.14 – Структура підходів до рішення задачі ідентифікації

У загальному випадку об'єкт ідентифікації представляється у вигляді багатополосника, частина входів якого неконтрольована. Неконтрольований фактор $E(t)$ ускладнює задачу ідентифікації і розглядається як випадкова перешкода.

$$Y = F_0(X(t), E(t)), \quad Y^m = F(X(t))$$

Оскільки вид операторів F_0 практично ніколи невідомий, то безпосередньо оцінити близькість операторів F_0 і F неможливо. Тому цю близькість оцінюють по реакціях операторів на однакові вхідні стани X , тобто по виходах об'єктів.

$$Y \approx Y^m$$

Ідентифікація буває структурна і параметрична.

Задача структурної ідентифікації полягає у визначенні структури оператора F , тобто в попередньому визначенні форми ММ. Нехай довільний об'єкт описується функцією

$$Y=F_0(X)$$

Модель цього об'єкта можна представити за допомогою розкладання виду:

$$F(X) = \sum_{i=1, R}^k \varphi_i C_i$$

по визначеній системі функцій

$$\Phi(X)=[\varphi_1(X), \dots, \varphi_k(X)]$$

У такий спосіб структура моделі задається системою функцій $(\varphi(X))$ і числом k , а її параметрами є коефіцієнти C_i .

Тоді задача структурної ідентифікації зводиться до знаходження системи функцій $\varphi(X)$.

Задача параметричної ідентифікації полягає у визначенні параметрів моделі C_i , структура якої при обраній системі функцій уже визначена. Якщо ці дві задачі вирішені, то оператор $F(X)=f(X, C)$.

Існують розрахунковий і експериментальний підходи до параметричної ідентифікації.

Розрахунковий – на основі даних технічних умов (ТУ), а також на основі геометричних, технологічних і конструкторських параметрів.

Експериментальний базується на дослідженні партій готових об'єктів з наступною обробкою даних методами математичної статистики.

Характерні ознаки 2D–систем:

- вони розпізнають геометричні форми, обмежені точками, прямими чи кривими тільки на площині;
- кожен вид деякого об'єкта може бути виконаний лише як окрема фігура, що розглядається системою поза зв'язком з будь-якими іншими видами.

В основі другого підходу лежить просторова геометрична модель виробу (3D), що є більш наочним способом представлення оригінала і більш зручним інструментом для розв'язання геометричних задач.

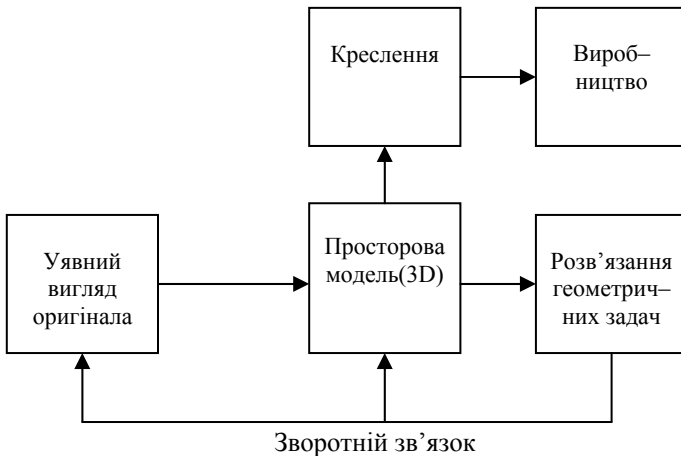


Рисунок 3.2 – Схема нової технології конструювання

Креслення при другому підході грає допоміжну роль, а способи його створення засновані на методах комп'ютерної графіки і відображення просторової моделі.

3.2 Класифікація задач конструкторського проектування

Задачі топологічного проектування призначені для синтезу структури з урахуванням її функціональних характеристик, а так само для перевірки якості отриманих конструкційних рішень.

Задачі геометричного проектування призначені для визначення геометричних параметрів конструкції та оформлення КТД.

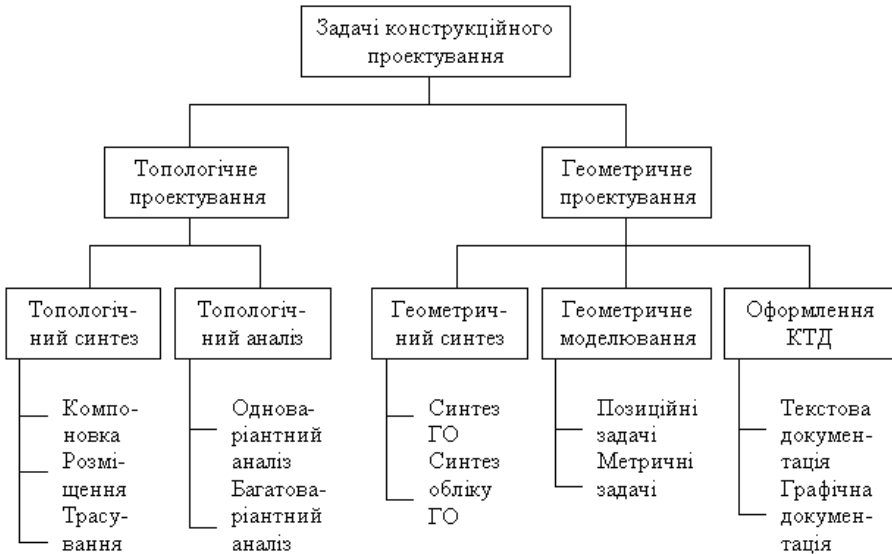


Рисунок 3.3 – Класифікація задач конструкторського проектування

3.3 Топологічне проектування

Задача компоновки полягає в конструюванні конструктивних елементів вищого ієрархічного рівня з елементів нижчого ієрархічного рівня. Процес компоновки машинобудівних вузлів звичайно складається з двох етапів:

- ескізний – за функціональною схемою розробляють загальну конструкцію вузла;
- робочий – передбачає створення компоновки з більш детальним проробленням конструкції і вузла.

Критеріями компоновання можуть бути: маса, габаритні розміри, зручність ремонту й обслуговування.

Процес компоновання електронної апаратури включає рішення двох підзадач: задача покриття і розбивки.

Задача покриття полягає в перетворенні функціональної схеми з'єднань логічних елементів вузла в схему з'єднань типових конструкційних елементів (модулів).

Критерії якості розв'язання задачі покриття:

- сумарна вартість і загальна вартість;
- число типів використовуваних модулів;
- число зв'язків між модулями;
- загальне число невикористовуваних логічних елементів у модулях.

модулях.

Задача розбивки – поділ на конструктивно-відособлені частини (вузли, схеми з'єднань, конструювання на деякому ієрархічному рівні).

Критерії якості розв'язання задачі розбивки:

- довжина зовнішніх зв'язків;
- число вузлів, що утворюються;
- число різних типів вузлів;
- кількість елементів у вузлах;
- сумарна площа, займана елементами і з'єднаннями;
- забезпечення температурного режиму й електромагнітної сумісності.

сумісності.

Задача розміщення – визначення оптимального просторового розташування елементів на комутаційному полі.

Критерії якості розв'язання задачі розміщення:

- метричні – розміри елементів, відстань між ними, розміри комутаційного поля, відстані між виводами елементів, припустимі довжини з'єднань;
- топологічні – число просторових перетинів з'єднань, число міжшарових переходів, близькість відстані друг до друга тепловиділяючих елементів чи електромагнітно несумісних елементів і з'єднань.

Задача трасування полягає у визначенні геометричних з'єднань конструктивних елементів (провідних, клітинних з'єднань).

Критерії оптимальності:

- сумарна довжина з'єднань;
- число шарів монтажу;
- число переходів із шару в шар;
- наведення в ланцюгах зв'язку елементів;
- ширина провідників і відстань між ними;
- максимальна кількість провідників, проведених до одного контакту.

Більшість задач топологічного застосування вдається формувати шляхом їхньої постановки у виді задач дискретного математичного застосування.

Алгоритми постановки і розміщення містять у собі алгоритми, що реалізують наступні методи:

- методи дискретного математичного програмування (метод віток і границь метод Глимора, метод випадкового пошуку та алгоритми на базі неперервно–дискретних методів оптимізації);
- комбінаторні алгоритми (переборні, послідовні, ітераційні, евристичні).

Алгоритми трасування містять у собі 2 типи алгоритмів:

- розподільні алгоритми (алгоритм Прима, розфарбування графа, евристичні методи);
- геометричні алгоритми (хвильові, променеві, ітераційні й евристичні).

3.4 Геометричне проектування

Геометричне моделювання включає розв'язання позиційних і метричних задач на основі перетворення геометричних моделей. Елементом геометричного об'єкта є точка, пряма, коло, площа, крива 2-го порядку, циліндр, куля, тор, просторова крива і т. ін.

Типові позиційні задачі – визначення інцидентивності точки якої–небудь плоскої області, обмеженої замкнутими контурами; визначення координат точки перетину прямої з криволінійним контуром чи поверхнею перетину контурів і обчислення координат їхньої точки перетину; визначення розташування плоских чи більш складних поверхонь.

На основі типових позиційних задач вирішуються наступні конструкторські задачі:

- визначення факту дотику;
- накладення деталей;
- перевірка зазорів між деталями;
- обробка контурів і поверхонь деталей на стінках.

До метричних задач відносять: обчислення довжини, площі, центра мас і т.д.

Геометричний синтез включає розв'язання задач 2-х груп:

- задачі формування складних геометричних об'єктів з елементарних геометричних об'єктів заданої структури; основний критерій – точність відтворення;
- задачі одержання раціональної форми чи вигляду деталей, вузлів чи агрегатів, що впливає на якість функціонування об'єктів конструювання, що виконуються з урахуванням акустики, аеродинаміки чи гідродинамічного розрахунку.

4 АВТОМАТИЗАЦІЯ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОЕКТУВАННЯ

4.1 Ієрархічні рівні технологічного проектування(ТП)

Вихідними даними для ТП є:

- КД на проєктований виріб;
- нормативно–технічна документація;
- дані про технологічне устаткування, оснастку, інструментах і пристосуваннях;
- планові завдання на обсяг випуску виробу.

У процесі ТП враховуються наступні задачі:

- забезпечення технологічності конструювання виробу;
- проєктування оптимальних ТП виготовлення виробу;
- проєктування спеціального технологічного оснащення (прес–форми, ливарні форми, штампи, пристосування);
- підготовка програм для програмно–керованого технологічного устаткування (верстатів із ЧПУ, роботів, маніпуляторів).

Вихідні дані:

- технологічна документація (маршрутні й операційні технологічні порти, операційні ескізи технологічних процесів);
- програми для програмно–керованого устаткування.

Наприклад у технології машинобудування зважаються закони по всіх технологічних процесам від одержання заготівлі до приймання зібраних виробів, але особлива увага приділяється етапам механічної обробки і складання виробу (60–80 % всієї трудомісткості виготовлення).

Проєктування технологічних процесів включає ряд ієрархічних рівнів:

- розробка принципової схеми технологічного процесу (послідовність етапів укрупнених операцій);
- проєктування технологічних маршрутів обробки деталей (чи виробу);
- проєктування технологічних операцій і переходів;
- розробка керуючих програм для верстатів із ЧПУ.

На всіх ієрархічних рівнях виробляються розрахунки технологічних параметрів (припусків, норм часу, погрішності обробки), вибір заготівель, баз, устаткування й оснащення.

4.2 Моделі й алгоритми автоматизації ТП

Основою ТП є математичні моделі (ММ), що дозволяють отримувати формалізований опис виробу й основних етапів, елементів і параметрів технологічних процесів. Вибір виду ММ при технологічному проектуванні визначається формою представлення вихідної інформації, а також, загальною метою дослідження. Застосовуються наступні різновиди моделей:

- моделі у виді графів для опису виробів;
- структурно-логічні моделі – для синтезу технологічних процесів;
- функціональні моделі – для розрахунків оптимальних параметрів технологічних процесів.

Моделі у виді графів можуть бути надані у виді графа сполучень і графа розмірів. Ці моделі призначені для опису структури і конструкторсько-технологічних властивостей виробу (у складально-монтажному просторі).

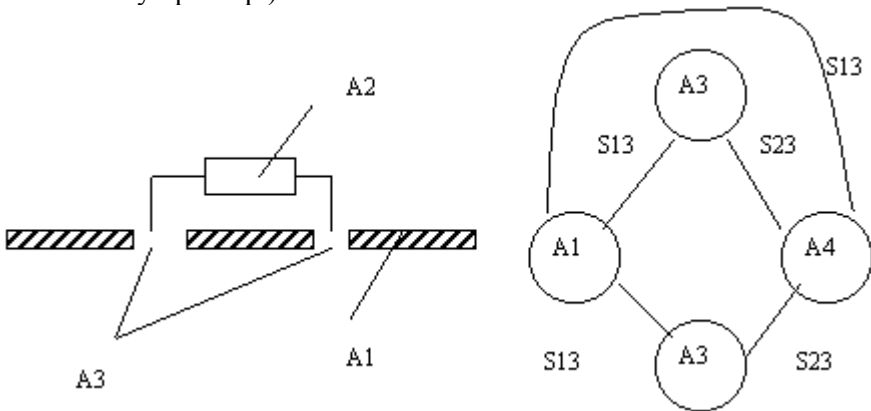
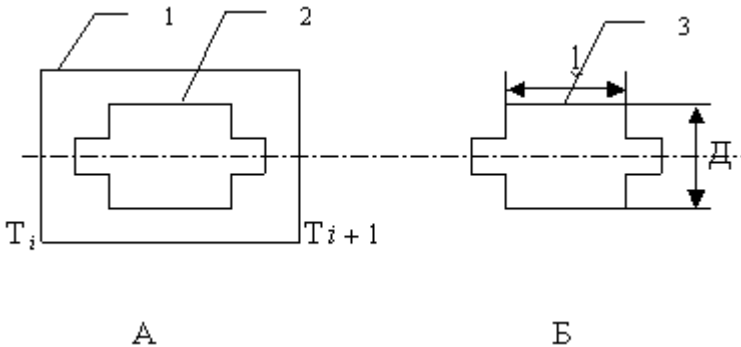


Рисунок 4.1 – Елемент конструкції і граф сполучення при установці резистора на плату

Граф сполучень включає елементи конструкції (вершини) і поверхні зв'язків елементів конструкції (ребра).

Граф розмірів включає поверхні, лінії, точки (вершини) і розміри (ребра); розмірний ланцюг, у цьому випадку відповідає циклу в графі.

Моделлю деталей при механообробці є схема обробки деталі – сукупність контурів операційних ескізів заготовки деталі і проміжних контурів, одержуваних на окремих, послідовно виконуваних рівнях обробки деталі.



- 1- заготовка;
- 2- контур готової деталі;
- 3- інструментальна ділянка.

Рисунок 4.2 – Операційний ескіз заготовки (А) і готової деталі (Б)

Кожен контур складається з множини елементарних геометричних ділянок (пари точок T_i , T_{i+1}) і ліній, що їх з'єднують.

T_i – називаються опорними крапками

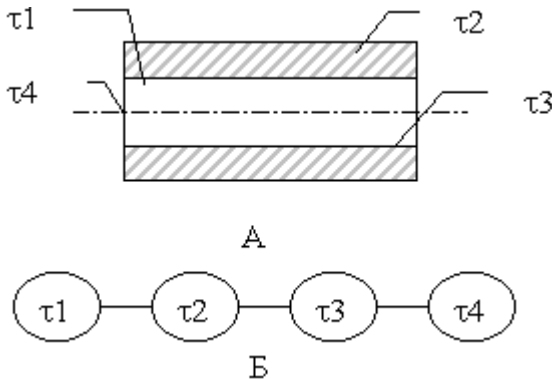
Оброблювані поверхні кожного контуру розділяються на інструментальні ділянки, оброблювані одним інструментом при визначених режимах обробки. Тоді можливі варіанти маршруту обробки деталі можна представити у виді графа, у якому множина вершин – контури операційних ескізів, множина ребер – методи обробки. Для синтезу технологічного процесу застосовуються

табличні, мережні і перестановочні моделі технологічного процесу чи його етапу.

Моделі для синтезу технологічних процесів:

- таблицна модель описує одну конкретну структуру технологічного процесу;
- мережна модель описує множину структур технологічних процесів, що відрізняється кількістю і складом елементів при незміненому порядку проходження етапів технічного процесу;
- перестановочна модель описує множину структур технологічних процесів, що відрізняється кількістю і складом елементів при зміні порядку проходження етапів технічного процесу.

Всі перераховані моделі представляються у виді графа, вершини якого відповідають елементам технічного процесу (етапи, операції, переходи, робочі ходи), ребра графа характеризують послідовність виконання елементів технічного процесу.



- τ1 – підрізування торця;
 τ2 – зовнішнє гостріння;
 τ3 – свердління;
 τ4 – відрізки деталі

Рисунок 4.3 Деталь (А) і таблицна модель (Б) індивідуального тех. маршруту

Функціональні моделі – відбивають фізичні процеси, що протікають у технологічних системах (наприклад, в устаткуванні, інструменті, заготовках).

За формою зв'язків між вихідними, внутрішніми і зовнішніми параметрами при обробці і зборці виробів розрізняють:

- аналітичні (у виді явних зв'язків);
- алгоритмічні (у виді систем рівнянь).

$$V = \frac{C_R R_m}{T_R^m t^{X_V} S^{Y_V}}$$

де

C_R, R_m – технологічні коефіцієнти;

T_R^m – стійкість інструмента;

t^{X_V} – глибина різання;

S^{Y_V} – подача;

X_V, Y_V – показники ступеня, що задаються таблично.

Для складних операцій і етапів технічного процесу аналітичні залежності не придатні, а для одержання моделей використовуються методи планування експерименту і кореляційно–регресійного аналізу.

У загальному випадку невідома функція для вихідного параметра апроксимується поліномом виду:

$$y_i = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i X_i + \sum_{ij}^R \beta_{ij} X_i X_j + \sum_{i=1}^n \beta_{ii} X_i^2 + \dots$$

де

$\beta_0, \beta_i, \beta_{ij}$ – теоретичні коефіцієнти регресії, обумовлені в результаті проведення експерименту;

X_i, X_j – керовані параметри.

Для оптимізації параметрів технічних процесів необхідно вибрати цільові функції і критерії. Основна мета – це розробка технічного процесу, що дозволяє з найменшими витратами виготовити виріб і забезпечити його задану якість.

Критерії поділяються на групи:

- вартісні (на виготовлення);

- тимчасові;
- максимальна продуктивність використання устаткування;
- приватні критерії (стійкість інструмента, точність обробки деталі і т.д.)

4.3 Методи синтезу технологічного процесу

Перший метод – багаторівневий ітераційний метод:

- проектування більшості технічних процесів можна розділити на 4 рівні:

- 1) маршрути обробки деталі;
- 2) операційні карти;
- 3) керуючі програми для верстатів із ЧПУ;
- 4) процес проектування розбивається зверху вниз;

- на перших етапах розв'язання носить евристичний характер, а далі розв'язання уточнюється і вибирається оптимальне;

- проектування на кожному етапі розчленовується на сукупність проектних операцій, взаємозалежних між собою і здійснюючих пошук чи синтез типових оригінальних рішень;

- метод перетворення процесу аналога. Є основним методом синтезу технічного процесу для виготовлення типових, уніфікованих і стандартних виробів:

- 1) параметричне настроювання містить у собі:

- пошук у технологічному банку даних необхідного типового технологічного процесу;
- розрахунок параметрів кожної операції;

- 2) структурне і параметричне настроювання. Необхідно виконати аналіз деталі і узагальнення технічного процесу аналога. Зробити перетворення процесу аналога методами виключення і доповнення структури елементів.

4.4 Підготовка керуючих програм для верстатів з ЧПУ

Процес підготовки керуючих програм для верстатів з ЧПУ включає наступні етапи:

- аналіз креслення деталі;
- вибір конструктивно–технологічних параметрів заготовки;
- призначення технологічних баз;
- визначення складу і послідовності технологічних переходів;
- розрахунок припусків і технологічних розмірів;
- вибір різальних інструментів;
- розрахунок режиму різання;
- визначення послідовності режиму роботи різальних інструментів;
- розрахунок і побудова траєкторії переміщення різальних інструментів;
- кодування керуючої програми;
- розрахунок техніко–економічних показників;
- контроль і налагодження керуючої програми.

При формуванні керуючої програми враховуються наступні оптимізаційні задачі:

- мінімізація довжини керуючої програми;
- мінімізація частоти зміни інструмента;
- мінімізація часу обробки;
- визначення оптимальних режимів різання.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Базова

1. Пархоменко, А.В. Автоматизоване проектування електронних засобів в середовищах Creo та Altium Designer: навчальний посібник / А.В.Пархоменко, А.В.Притула, В.М.Кришук.– Запоріжжя: Дике поле, 2013. - 240с.
2. Колодницький, М.М. Елементи теорії САПР складних систем: навчальний посібник / М.М. Колодницький.– Житомир: ЖІТІ, 1999. - 512с.
3. Кунву, Ли. Основы САПР (CAD/CAM/CAE) / Кунву Ли. – СПб.: Питер, 2004. – 560 с.: ил.
4. Малюх, В.Н. Введение в современные САПР : курс лекций / В.Н. Малюх. - М. : ДМК Пресс, 2010. – 192 с. : ил.
5. Норенков, И.П. Основы автоматизированного проектирования: учеб. для вузов / И.П. Норенков. – 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 336с.: ил.
6. Тимченко, А.А. Основи системного проектування та системного аналізу складних об'єктів: Основи САПР та системного проектування складних об'єктів: підручник / А.А. Тимченко; за ред. В.І. Бикова. - К.: Либідь, 2003. - 272с.

Допоміжна

7. Чорней Н.Б. Теорія систем і системний аналіз: Навчальний посіб. для студ. вищ. навч. закл. / Н.Б. Чорней, Р.К. Чорней. – К.: МАУП, 2005. – 256с.
8. Черноуцкий И.Г. Методы оптимизации в теории управления: Учебное пособие / И.Г. Черноуцкий. – СПб.: Питер, 2004. – 256с.
9. Катренко А.В. Системний аналіз / А.В. Катренко. – Львів : Новий світ-2000, 2009. – 396с.
10. Нікольський Ю.В. Системи штучного інтелекту: Навчальний посібник / Ю.В. Нікольський В.В. Пасічник, Ю.М. Щербіна. – Львів : Монголія-2006, 2010. – 279с.
5. Волкова В.Н. Теория систем. / В.Н. Волкова, А.А. Денисов. – М.: Высшая школа, 2006. – 511с.
6. Верёвкин А.П. Теория систем: Учебное пособие. / А.П. Верёвкин, О.В. Кирюшин. – Уфа: Изд-во УГНТУ, 2003. – 100с.
7. Сурмин Ю.П. Теория систем и системный анализ: Учебное пособие. – К.: МАУП, 2003. – 368с.

8. Гулякина Н.А. Общая теория систем. – Минск.: БГУИР, 2007. – 208с.
9. Жилин Д.М. Теория систем: Опыт построения курса. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 184с.
10. Гаибова Т.В. Системное моделирование. Часть 1: Учебное пособие. / Т.В. Гаибова, В.В. Тугов, Н.А. Шумилина. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2008. – 116с.
11. Казиев В.М. Введение в системный анализ и моделирование , 2001. – 70с.
12. Романов В.Н. Системный анализ для инженеров. – СПб: СЗГЗТУ – 2006. – 186с.
13. Мацешек Л.А. Анализ требований и проектирование систем. – М.: Издательский дом Вильямс, 2002. – 432с.
14. Ногин В.Д. Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. — 176с.
15. Нефьодов Ю.М. Методи оптимізації в прикладах і задачах: навч. Посібник для вузів / Ю.М. Нефьодов, Т.Ю. Балицька ; М-во освіти і науки України. Східноукр. Нац. ун-т ім. В. Даля. – К. : Кондор, 2011. – 324с.