

УДК 519.6: 004.04

Коротунова О.В.<sup>1</sup>, Анненкова Д.Р.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> канд. техн. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

<sup>2</sup> студ. гр. КНТ-215, НУ «Запорізька політехніка»

## **КОСИНУСНА МІРА В АЛГОРИТМАХ РЕКОМЕНДАЦІЙНИХ СИСТЕМ**

Сучасні інформаційні сервіси (Netflix, Spotify, Amazon), інтернет-магазини, соціальні мережі щодня обробляють мільярди запитів. Головна проблема – "інформаційне перевантаження". Для утримання уваги користувачів ІТ-продукти використовують системи рекомендацій (Recommendation Systems). Рекомендаційні системи фільтрують контент під конкретного користувача. В основі найбільш ефективних методів лежить не складний код, а фундаментальні поняття лінійної алгебри та аналітичної геометрії – векторний простір та скалярний добуток.

У сучасних дослідженнях методи векторного аналізу активно використовуються у сфері обробки великих даних (BigData) та рекомендаційних систем. Цей же метод працює і для пошуку плагіату (пошук схожих текстів), і для розпізнавання образів. Проте питання математичного представлення інтересів користувачів у вигляді векторів та оцінювання їх схожості потребує подальшого узагальнення.

Для застосування методів лінійної алгебри кожен об'єкт системи (фільм, товар, стаття) або профіль користувача представляється як вектор у п-вимірному просторі ознак:

$$\bar{a} = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}, \quad (1)$$

де  $n$  – кількість характеристик,  $a_i$  – вага або значення  $i$ -ї характеристики (наприклад, оцінка жанру або частота вживання слова).

Міра схожості визначається як косинус кута  $\theta$  між двома векторами.

$$\cos \theta = \cos(\bar{a} \cdot \bar{b}) = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{|\bar{a}| \cdot |\bar{b}|} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i b_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n b_i^2}} \quad (2)$$

Якщо  $\cos \theta = 1$ , вектори колінеарні (інтереси ідентичні); якщо  $\cos \theta = 0$ , вони ортогональні (спільних рис немає).

Процес формування рекомендації за допомогою косинусної міри включає три етапи:

*Векторизація:* Перетворення бази даних у матрицю "користувач-об'єкт". Тобто математична модель – це матриця, де рядками є користувачі, а стовпцями оцінки товарів.

*Обчислення матриці схожості:* Розрахунок косинусів між цільовим вектором та всіма векторами бази.

*Ранжування:* Відбір топ- $k$  об'єктів з найвищими значеннями схожості. Користувачу пропонують те, що сподобалося його "векторним сусідам".

Наприклад, нехай є два користувачі, які можуть обрати на деякій платформі фільми трьох жанрів: (Пригоди, Драма, Комедія). Кількість переглянутих фільмів відповідного жанру подано в таблиці 1.

Таблиця 1 – Матриця оцінок (жанри)

|              | Пригоди | Драма | Комедія |
|--------------|---------|-------|---------|
| Користувач 1 | 5       | 3     | 0       |
| Користувач 2 | 4       | 2     | 1       |

Обчислимо косинусну міру подібності між ними:

$$\cos \theta = \frac{5 \cdot 4 + 3 \cdot 2 + 0 \cdot 1}{\sqrt{5^2 + 3^2 + 0^2} \cdot \sqrt{4^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{26}{\sqrt{34} \cdot \sqrt{21}} \approx 0,97$$

Показник 0.97 вказує на надзвичайно високу подібність, отже, Користувачу 1 можна рекомендувати фільми, які сподобалися Користувачу 2.

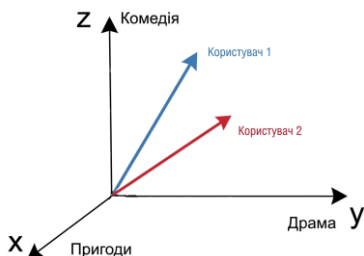


Рисунок 1 – Геометрична інтерпретація прикладу косинусної подібності.

Як можна бачити на рис. 1, косинусна міра ігнорує довжину векторів і фокусується лише на куті між ними. На практиці це дозволяє визначити, що Користувачі 1 та 2 мають надзвичайно схожі смаки, незважаючи на різну кількість оцінок у кожному жанрі. Це ідеально підходить для алгоритмів рекомендацій, бо пошук ведеться саме за напрямком інтересів, а не їхню інтенсивністю.

На відміну від Евклідової відстані, яка вимірює фізичну відстань між точками, косинусна міра оцінює напрямки векторів. Це критично важливо при різній інтенсивності взаємодії користувачів, оскільки активні користувачі матимуть довші вектори, ніж пасивні, навіть при однакових смаках.

У реальних системах мільйони товарів, але користувач взаємодіє лише з 10-20. Більшість координат вектора – нулі. Це вимагає використання спеціальних методів зберігання матриць. Коли користувачів мільйони, порівнювати вектор кожного з кожним занадто довго. Математика пропонує рішення у вигляді Наближених найближчих сусідів (ANN). Алгоритм діє так:

Бере вектор активного користувача.

Обчислює косинусну подібність з усіма іншими векторами (товарами або користувачами) у базі.

Сортує результати за спаданням косинуса.

Вибирає  $k$  об'єктів з найбільшим значенням (близьким до 1).

Використання скалярного добутку для обчислення схожості дозволяє реалізувати алгоритми, що мають високу обчислювальну швидкість, що є критичним для сервісів, які працюють у режимі реального часу. Базові операції лінійної алгебри лежать в основі складних нейромережових архітектур та систем Big Data. Таким чином, векторна модель дозволяє перетворити абстрактні вподобання людей на чіткі математичні об'єкти. Попри простоту, метод косинусної подібності залишається базовим інструментом у Computer Science завдяки своїй обчислювальній ефективності та можливості працювати упрощених формах високої розмірності.

Незважаючи на ефективність векторних моделей, залишаються виклики, пов'язані з розрідженістю матриць (Sparsity) та необхідністю динамічного

оновлення векторів. Подальший розвиток теми може стосуватися використання методів зниження розмірності (наприклад, SVD-розклад) для оптимізації обчислень у надвеликих просторах.

### **СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ**

1. Strang G. Introduction to Linear Algebra. 6th ed. Wellesley: Wellesley-Cambridge Press, 2023. 640 p.

2. Лобур М. В., Шварц М. Є., Стех Ю. В. Моделі і методи прогнозування рекомендацій для колаборативних рекомендаційних систем. *Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Серія: Інформаційні системи та мережі*. 2018. № 901. С. 68-75.