

Д-р техн. наук П. П. Мельничук, канд. техн. наук В. Ю. Лоев,  
канд. техн. наук Я. А. Степчин

Державний технологічний університет, м. Житомир

## ДИНАМІКА ПРИВОДА ПОДАЧ ВЕРСТАТА ДЛЯ ТОРЦЕВОГО ФРЕЗЕРУВАННЯ З ДИСКРЕТНОЮ ПОДАЧЕЮ ПРИ ВІДСУТНОСТІ РІЗАННЯ

У статті наведено теоретичні дослідження математичної моделі нового способу фінішної обробки плоских поверхонь деталей торцевим лезовим інструментом, оснащеним НТМ, з дискретним рухом подач при відсутності процесу різання. Патент України на винахід № 94184 від 11.04.2011 р.

Опис нового способу наведений в роботі [1].

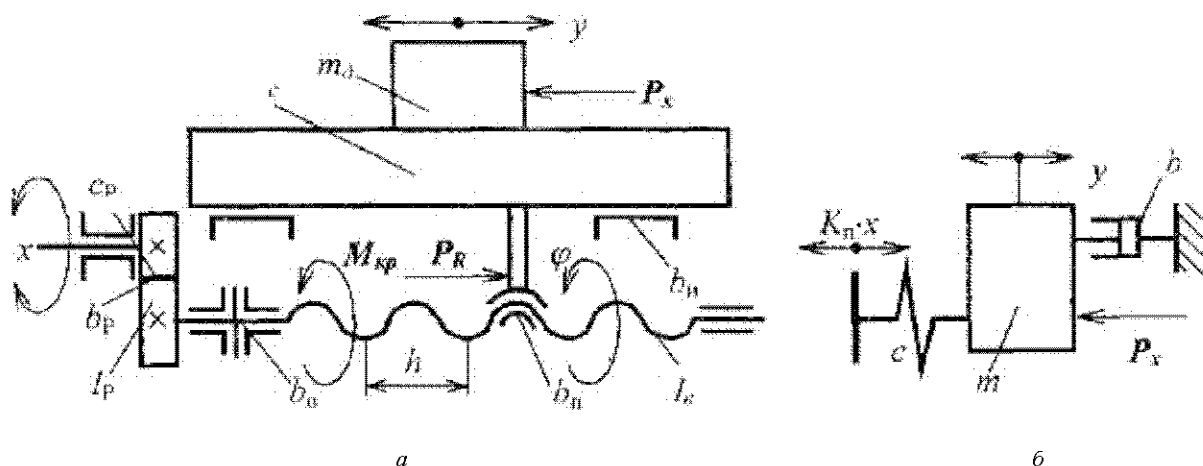
**Ключові слова:** обробка плоских поверхонь фрезеруванням.

Процес видалення припуску при фінішній обробці плоских поверхонь торцевим лезовим інструментом з формоутворюючими елементами, оснащеними круглими пластинками з НТМ, розробленим способом можна розглядати як обробку торцевою фрезою з одним ножем, яку часто застосовують при дослідженнях процесу фрезерування. Відміна полягає в тому, що траєкторія відносного руху вершини ножа (інструмент-оброблювана поверхня) при традиційному процесі (наявність руху подач у процесі різання) уявляє собою криву-трохоїду. При відсутності подачі в процесі різання траєкторія уявляє собою криву-коло.

Для аналізу процесу фрезерування як однозубою фрезою методом дискретних подач без різання скористаємося математичною моделлю позиційного приво-

ду з передачею гвинт-гайка кочення [2]. На рисунку 1 наведено його принципову схему (а) та динамічну модель (б).

У даному позиційному приводі мають місце складні робочі процеси. Вони проявляються в наявності суттєвих нелінійностей характеристик окремих вузлів привода. Основними нелінійностями є сили сухого та змішаного тертя, люфти і зазори в кінематичних парах. Це, зокрема, люфт у передачі гвинт-гайка, зазори між зубцями шестерень у редукторі, зазори в підшипниках. У прецизійних приводах люфти і зазори зведені до мінімуму, а сили тертя мають характеристики близькі до лінійних. Цього досягнуто використанням спеціальної системи змащування, застосуванням передачі гвинт-гайка кочення.



**Рис. 1.** Принципова схема (а) позиційного механічного привода з передачею гвинт-гайка та його динамічна модель (б):  $y$  – переміщення стола;  $P_x$  – корисне навантаження;  $m_d$ ,  $m_c$  – маси заготовки та стола відповідно;  $I_g$  – момент інерції гвинта;  $I_p$  – момент інерції редуктора;  $b_w$ ,  $b_n$ ,  $b_o$ ,  $b_p$  – коефіцієнти опору, відповідно, напрямних стола, пари гвинт-гайка, підшипників гвинта та редуктора;  $c_p$  – еквівалентна крутильна жорсткість редуктора;  $P_R$  – зусилля, яке діє з боку гвинта на стіл;  $M_{kp}$  – крутний момент в перерізі гвинта;  $\varphi$  – кут повороту гвинта;  $h$  – крок гвинта;  $x$  – кут повороту приводного вала

Для аналізу процесу розглянемо математичну модель привода [2], що складена із застосуванням рівняння Лагранжа 2-го роду.

При розробці математичної моделі характеристики всіх окремих елементів привода прийняті лінійними. Вважається, що всі залежності є однозначними, люфти і зазори в кінематичних парах відсутні.

Диференціальне рівняння руху стола матиме вигляд:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial T}{\partial y} = - \frac{\partial \Pi}{\partial y} - \frac{\partial R}{\partial \dot{y}} + Q, \quad (1)$$

де  $T$  – кінетична енергія механічної системи позиційного привода;  $\Pi$  – потенціальна енергія системи, що визначає консервативну складову узагальненої сили;  $R$  – дисипативна функція Релея, що враховує дисипативну складову узагальненої сили;  $Q$  – узагальнена сила, що діє на привід ззовні.

Кінцево диференціальне рівняння руху стола матиме вигляд:

$$T^2 \frac{d^2 Y}{dt^2} + 2\xi\xi \frac{dY}{dt} + Y = KR_x, \quad (2)$$

де

$$T = \frac{h}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{c_p}}; \quad \xi = \frac{h}{4\pi} \cdot \frac{b}{\sqrt{mc_p}}; \quad K = \frac{h^2}{4\pi^2 c_p}.$$

Це рівняння є математичною моделлю у нормалізованому (стандартному) вигляді.

Для аналізу динамічних процесів у приводі використаємо динамічну характеристику системи у вигляді перехідної функції. Перехідна функція привода визначає відхилення положення стола від номінального значення при ступінчастій зміні нормованого корисного навантаження на стіл у вигляді:

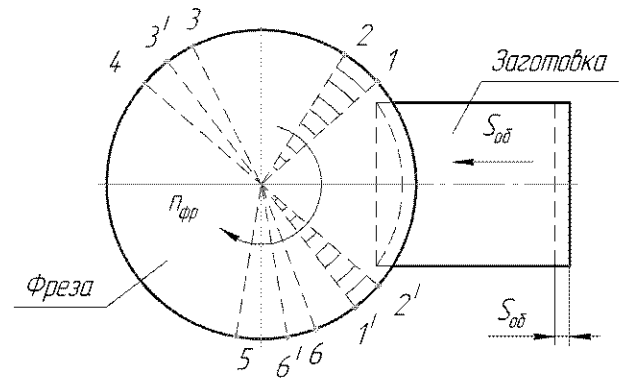
$$P_x = \begin{cases} 1 & \text{при } t \geq 0 \\ 0 & \text{при } t < 0. \end{cases}$$

Для нульових початкових умов розв'язок рівняння (2) матиме вигляд:

$$Y(t) = K + \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdot e^{-\frac{\xi \cdot t}{T}} \cdot \sin \left[ \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} \cdot t + \arctg \sqrt{\frac{1}{\xi^2} - 1} \right] \right\}. \quad (3)$$

Процес фрезерування однозубою фрезою методом дискретних подач можна представити у вигляді послідовних циклів (один повний оберт фрези – схема рисунку 2), які складаються з періоду підводу (точки 1'–1 за годинниковою стрілкою) та періоду обробки (точки 1–1' (рис. 2)).

Обробка фрезеруванням виконується при відсутності подачі та з фіксацією положення стола, тому динамічні впливи можна прийняти мінімальними.



**Рис. 2.** Схема циклу обробки заготовки торцевим фрезеруванням. Дуги (кути повороту фрези):

1–2 – сектор розташування формуючих елементів; 1–1' – процес різання; 3–4 – розтискання стола з заготовкою; 4–5 – переміщення стола (дискретна подача); 5–6 – затискання стола з заготовкою; 3–3' і 6'–6 – періоди динамічних процесів

Підведення заготовки до фрези на величину подачі на оберт,  $S_{об}$  виконується без різання, тому у рівнянні (2) виключається складова сили різання  $Q = P_x$ . Відповідно, децю спрощується його розв'язок. Для нульових початкових умов ( $Y_0 = V_0 = 0$ ) розв'язок рівняння матиме вигляд:

$$Y(t) = K \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdot e^{-\frac{\xi \cdot t}{T}} \cdot \sin \left[ \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} \cdot t + \arctg \sqrt{\frac{1}{\xi^2} - 1} \right] \right\}. \quad (4)$$

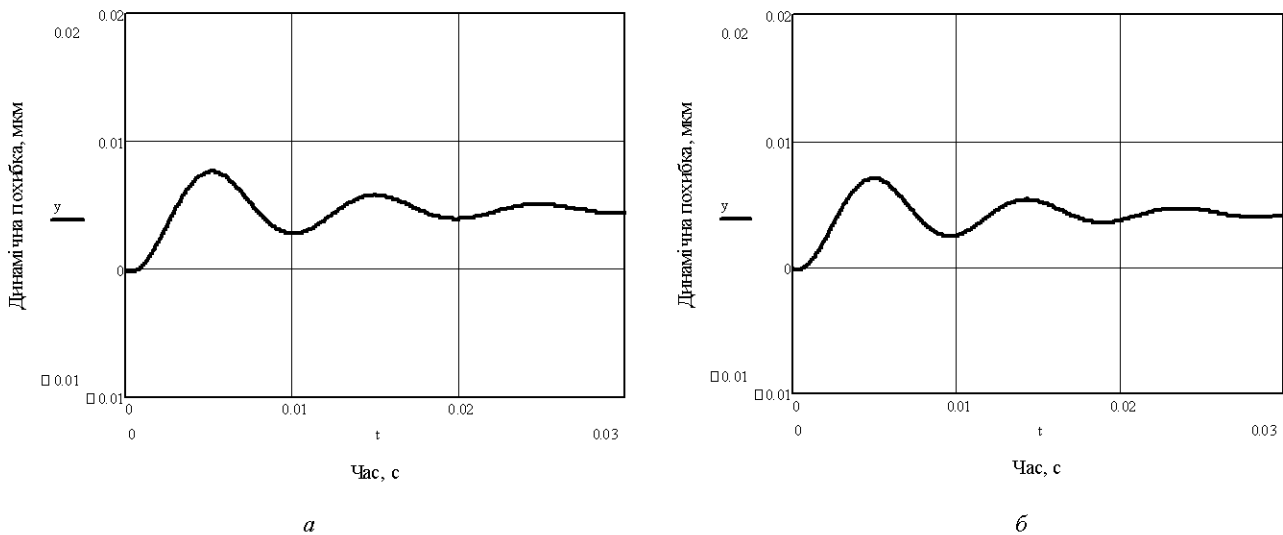
Після виконання розрахунків перехідних процесів (проведених у програмному середовищі MathCAD 14) за даними, що відповідають параметрам існуючого фрезерного верстата з ЧПУ мод. ГФ2171С6, були отримані результати, наведені на рисунку 3.

У цілому, отримані результати відповідають даним, наведеним у [2], амплітуда динамічної похибки привода становить приблизно 70 % статичної похибки, змінюється за затухаючим законом з періодом до 10 мс, затухання більше ніж у 10 разів відбувається за три повних періоди.

Динамічна похибка виникає у момент початку руху стола та у момент зупинки. Тобто, для мінімізації динамічних впливів на точність позиціонування після підведення заготовки до фрези перед фіксацією положення стола необхідна витримка часу до 30 мс (точки 5–6 (рис. 2)).

Величину сили, що виникає при зупинці стола можна оцінити, у першому наближенні, як добуток маси стола на середнє прискорення гальмування (та).

Наприклад, час зупинки 12 мс, а швидкість підводу – 20 мм/с. Тоді, середнє прискорення гальмування  $a = v/t = 0,02/0,012 = 1,6$  м/с<sup>2</sup>. Сила гальмування  $F = 250 \cdot 1,6 = 400$  Н.



**Рис. 3.** Динамічна похибка стола верстата: *a* – крайня позиція стола з найменшою жорсткістю гвинта (найбільша його довжина); *б* – позиція стола з найбільшою жорсткістю гвинта (ступінчастий вплив –  $1H$ )

**Таблиця 1** – Проміжні значення розрахункових параметрів динамічної моделі позиційного приводу з передачею гвинт-гайка кочення (рис. 1) для випадку *a* (рис. 3)

№ з/п	Початкові параметри	Значення	Проміжні параметри	Значення
1	Крок гвинта	0,01 м	Момент інерції зубчатої передачі	0,005 кг м <sup>2</sup>
2	Діаметр гвинта	0,05 м	Момент інерції гвинта	0,0072 кг м <sup>2</sup>
3	Довжина гвинта	1,2 м	Полярний момент інерції перерізу вала	6,133 10 <sup>-7</sup> м <sup>4</sup>
4	Маса гвинта	16 кг	Полярний момент інерції перерізу гвинта	1,57 10 <sup>-8</sup> м <sup>4</sup>
5	Маса столу	250 кг	Приведена маса приводу	5060 кг
6	Маса зубчатого колеса 1	1 кг	Приведена крутна жорсткість приводу	5974 н м
7	Діаметр зубчатого колеса 1	0,08 м	Коефіцієнт опору $b^*$	100000 н м/с
8	Діаметр зубчатого колеса 2	0,16 м	$K$	4,25 10 <sup>-9</sup> м/н
9	Маса зубчатого колеса 2	4 кг	$\xi$	0,145
10	Довжина валу	0,04 м	$T$	0,00147 с

**Таблиця 2** – Цикл обробки на верстаті з подачею періодичного підведення ( $n = 400$  об/хв, час циклу – 150 мс)

№ з/п	Точки циклу (для рисунку 2)	Час	Зміст	Примітка
1	1–2	30° → 12,5 мс	Сектор розташування формоутворюючих елементів	30° (входить в час процесу різання)
2	1–1'	60° → 25 мс	Процес різання	60°
3	3–4	48° → 20 мс	Розтискання стола з заготовкою	48°
4	4–5	0,5 мм за 25 мс (60°)	Переміщення стола з заготовкою	60°
5	5–6	96° → 40 мс	Затискання стола з заготовкою	96°
6	3–3' і 6'–6	96° → 40 мс	Періоди динамічних процесів і запас часу	96°
7	Разом	150 мс		360°

Пропорційно зростанню сили (максимум), від 1 до 400 Н, може зрости величина динамічної похибки до 1 мкм, статична – до 2 мкм.

Головною умовою впровадження способу обробки торцевим інструментом без робочих подач є застосування сучасних верстатів з швидкодіючими системами числового програмного управління. У приводах подач таких верстатів застосовуються електродвигуни (постійного струму, асинхронні змінного струму, в тому числі лінійні, крокові тощо) з механічними передачами на робочий орган верстата. У переважній більшості сучасних верстатів застосовуються сервоприводи.

Основою слідкуючого електропривода подачі є типовий комплектний електропривід, що регулюється за швидкістю (контур швидкості). Вони мають широкий діапазон регулювання швидкостей, високу швидкодію, з необхідною якістю перехідних процесів. У верста-

тах з ЧПУ регульований привод перетворюють у відстежувач за допомогою зворотного зв'язку за положенням. Сигнали заданого і реального переміщення порівнюються, і виробляється сигнал розузгодження, який після перетворення в аналогову форму поступає на вхід регульованого привода. В системі ЧПУ реалізується елемент порівняння (компаратор) і П – регулятор положення. Ця операція вимагає більшої уваги [3].

Як видно з наведеного графіка, при діаметрі фрези 250 мм (розташування найближчого до осі обертання формуючого елемента) є можливість проводити обробку плоскої поверхні загартованої заготовки інструментом, оснащеним НТМ зі швидкістю 1,3... 6,5 м/с.

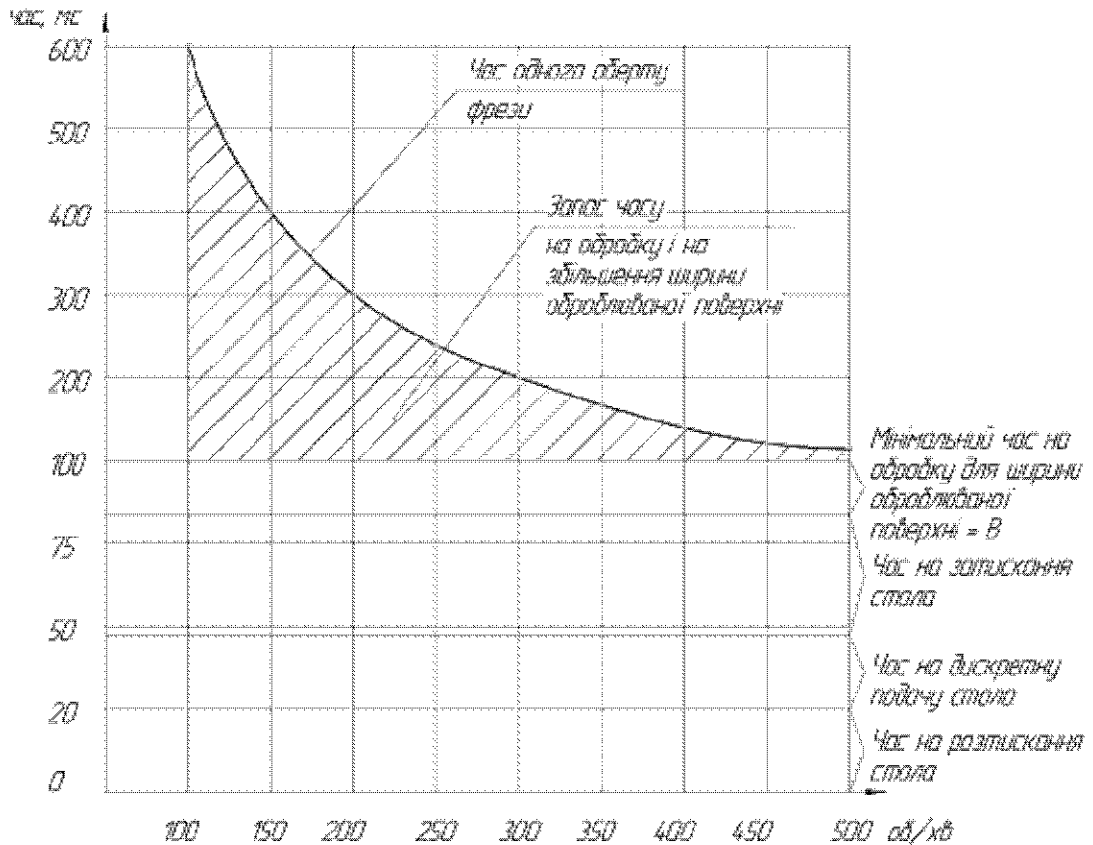


Рис. 4. Графік витрат часу на здійснення дій, пов'язаних з одним оборотом фрези при обробці з дискретною подачею

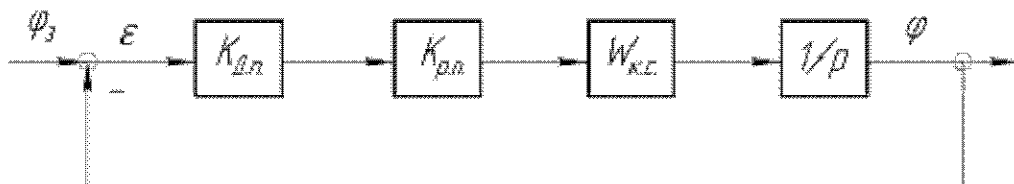


Рис. 5. Структурна схема слідкуючого електропривода

Основою електроприводу є контур швидкості. В прямий ланцюг приводу включені ланки, що описують регулятор положення і датчик положення з коефіцієнтами перетворення, відповідно,  $K_{p,n}$  і  $K_{Д,n}$ .

Можливо прийняти, що контур швидкості налічує властивості динамічної ланки другого порядку і має передаточну функцію:

$$W_{\kappa,c}(p) = \frac{K_{\kappa,c} \cdot \omega_{\kappa,c}^2}{p^2 + 2\xi_{\kappa,c} \omega_{\kappa,c} p + \omega_{\kappa,c}^2}, \quad (5)$$

де  $\omega_{\kappa,c}$  – власна частота;  $\xi_{\kappa,c}$  – коефіцієнт демпфування;  $K_{\kappa,c}$  – статичний коефіцієнт перетворення контуру швидкості.

Передаточні функції за кутом  $\varphi$  повороту вала двигуна:

$$W_{\varphi}(p) = \frac{\varphi(p)}{\Phi_s(p)} = \frac{\omega_{\kappa,c}^2 D}{p^3 + 2\xi_{\kappa,c} \omega_{\kappa,c} p^2 + \omega_{\kappa,c}^2 p + \omega_{\kappa,c}^2 D}, \quad (6)$$

і за помилкою  $\varepsilon$  слідкуючого привода:

$$W_{\varepsilon}(p) = \frac{\varepsilon(p)}{\Omega_s(p)} = \frac{p^2 + 2\xi_{\kappa,c} \omega_{\kappa,c} p + \omega_{\kappa,c}^2}{p^3 + 2\xi_{\kappa,c} \omega_{\kappa,c} p^2 + \omega_{\kappa,c}^2 p + \omega_{\kappa,c}^2 D}, \quad (7)$$

де  $\varphi_s$  – завдання по переміщенню (кут повороту);

$\Omega_s = d\varphi_s / dt$  – швидкість зміни завдання (пропорційна швидкості подачі);

$t$  – поточний час;

$D = K_{Д,П} \cdot K_{p,n} \cdot K_{\kappa,c}$  – добротність за швидкістю, що чисельно дорівнює статичному коефіцієнту перетворення привода.

На основі залежності (7) максимально допустиме значення добротності за умовою стійкості слідкуючого привода дорівнює:

$$D_{\max} \leq 2\xi_{\kappa,c}.$$

У реальних умовах роботи привод повинен мати необхідний запас стійкості, а добротність його знижена до рівня:

$$D = 2\eta\xi_{\kappa,c}\omega,$$

де  $\eta = D / D_{\max}$  – відносна добротність.

Слід зазначити, що добротність слідкуючого привода прямо пропорційна власній частоті і коефіцієнта демпфування контуру швидкості:

$$\xi_{\kappa,c} = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_n - v_n^3}{\sqrt{2\eta^2 - (v_n^2 - \eta)^2}}, \quad (8)$$

де  $v_n = \omega_n / \omega_{\kappa,c}$  – відносна полоса пропускання слідкуючого привода:

$$\eta = \sqrt{2v_n^2 + \frac{1}{4\xi_{\kappa,c}^2} (v_n - v_n^3)^2} - v_n^2. \quad (9)$$

З формули (9) слідує, що  $v_n = 1$  (а також  $\omega_n = \omega_{\kappa,c}$ ), при  $\eta = 0,414$  і будь-якому  $\xi_{\kappa,c}$ .

Приблизно при  $\eta < 0,4$   $v_n \approx 2,5\eta$ .

Амплітудно-фазова частотна характеристика розімкнутої системи слідкуючого електроприводу дорівнює:

$$W_{\text{роз}}(jv) = \frac{2\eta\xi_{\kappa,c}}{-2\xi_{\kappa,c} \cdot v^2 + j(v - v^2)}, \quad (10)$$

де  $j = \sqrt{-1}$ .

Визначимо частоту  $v_n$ , при якій годограф АФЧХ пересікає дійсну вісь. Якщо прирівняти уявну частину виразу (8) до нуля, знайдемо  $v_n = 1$ , а  $W_{\text{роз}}(jv_n) = -\eta$ .

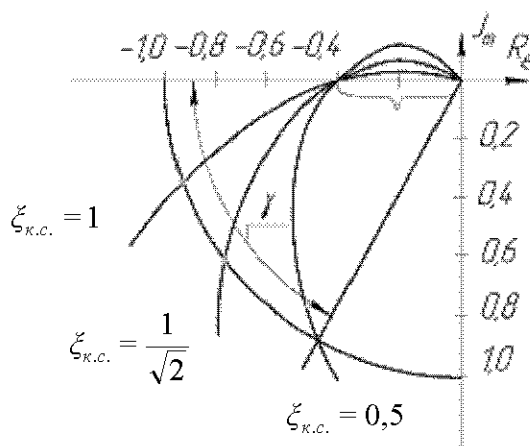


Рис. 6. АФЧХ розімкнутої системи слідкуючого привода

Відносна добротність  $\eta$  уявляє собою величину зворотню запасу стійкості за модулем. Він, звичайно, дорівнює:  $8 \div 12$  дБ.

Звідси відносна добротність привода повинна знаходитись у межах  $0,25 \leq \eta \leq 0,4$ .

На рисунку (6)  $\gamma$  – запас стійкості по фазі. Він пов'язаний з частотою зрізу  $v_c$  такою залежністю:

$$\gamma = \arctg \frac{1}{2\xi_{\kappa,c}}.$$

Але найважливішим при впровадженні способу обробки без робочих подач є забезпечення перехідних процесів слідкуючого привода. Автор роботи (1), пропонує використання попередніх оцінок, що отримані за частотними характеристиками, знаходить по-

казник коливальності  $M$  як максимум модуля АЧХ замкнутої системи приводу за кутом повороту вала двигуна

$$|W(jv)| = \frac{2\eta\xi_{к.с.}}{\sqrt{4\xi_{к.с.}^2(\eta - v^2)^2 + (v - v^3)^2}} \quad (11)$$

Диференціюючи цей вираз, отримуємо частоту, що відповідає наведеному максимуму:

$$v^{max} = \sqrt{\frac{1}{3} \left[ 2(1 - 2\xi_{к.с.}^2) + \sqrt{4(1 - 2\xi_{к.с.}^2)^2 + 3(8\xi_{к.с.}^2\eta - 1)} \right]} \quad (12)$$

За залежностями (7) і (8) можна побудувати амплітудно-частотну характеристику і знайти залежність показника коливальності  $M$  слідкуючого приводу від коефіцієнта демпфування контуру швидкості.

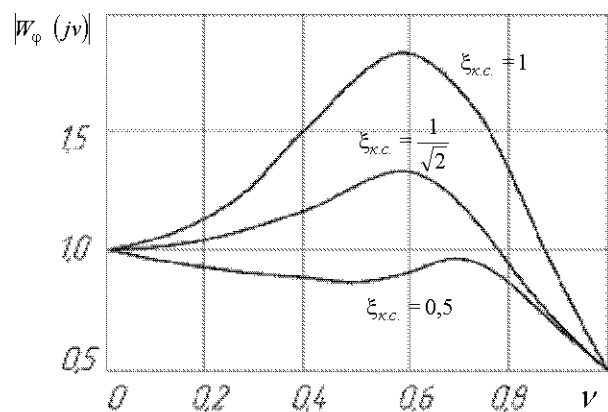


Рис. 7. АЧХ слідкуючого приводу

У верстатних електроприводах забезпечується практично лінійна залежність  $M(\xi_{к.с.})$  у межах зміни  $\xi_{к.с.}$ .

Показник коливальності слідкуючого приводу  $M = K_1 + K_2\xi_{к.с.}$ , де коефіцієнти  $K_1$  і  $K_2$  є функціями відносної добротності  $\eta$ . Їх можна визначити за графіком (рис. 6) або за емпіричними формулами:  $K_1 = 8(\eta - 0,32)^2$ ;  $K_2 = -0,086 + 5,42\eta$ .

У зв'язку з тим, що коефіцієнт  $K_1$  достатньо малий, можна прийняти пряму пропорційність:  $M = K_2\xi_{к.с.}$ .

Автор роботи [3] робить з наведених вище міркувань висновок про те, що показники якості слідкуючого і регульованого приводів електроприводу прямо

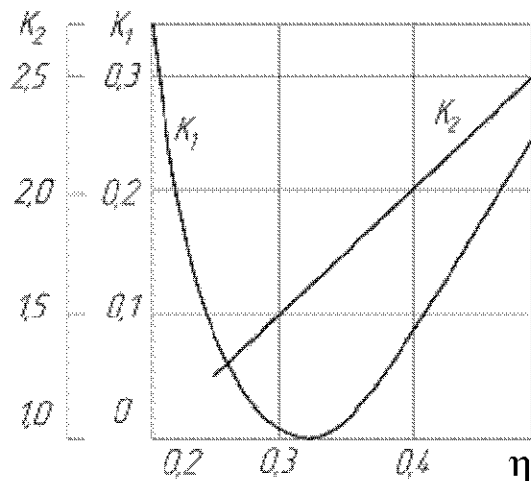


Рис. 8. Залежність коефіцієнтів  $K_1$  і  $K_2$  від відносної добротності  $\eta$ .

протилежні: мала коливальність регульованого приводу (в разі великого значення  $\xi_{к.с.}$ ) викликає значну коливальність слідкуючого і навпаки. В нашому випадку повинен застосовуватись регульований привод подач.

Як варіант, що суттєво спрощує схему управління приводом подач, розглядається можливість запровадження крокового двигуна з дискретністю кута повороту вала (якоря)  $1,5^\circ$  або навіть  $0,5^\circ$ . Швидкість обертання таких двигунів визначається чистою імпульсів. Важливою характеристикою крокових двигунів є їх роздільна здатність (здатність «відпрацювати» команди, що подаються на них без пропусків хоча б одного імпульсу напруги). При миттєвому переладі частот у режимі пуску роздільна здатність крокових двигунів складає біля 2000 Гц. Дуже важливим є те, що крокові двигуни можуть працювати в силовому приводі, тобто безпосередньо приводити в рух робочий орган верстата.

### Список літератури

1. Мельничук П. П. Новий спосіб фінішної обробки плоских поверхонь деталей торцевим лезовим інструментом / П. П. Мельничук, В. Ю. Лоев // Процеси механічної обробки в машинобудуванні. Зб. наук. праць. ЖДТУ – 2009. – Вип. 7. – С. 178–196.
2. Струтинський В. Б. Математичне моделювання металорізальних верстатів / В. Б. Струтинський, П. П. Мельничук. – Житомир : ЖІПІ. – 2002. – 570 с.
3. Михайлов О. П. Влияние параметров комплексного регулируемого электропривода на характеристики следящего привода станков / О. П. Михайлов // Станки и инструменты. – 1991. – № 3. – С. 27–29.

Одержано 15.11.2011

**Мельничук П.П., Лоев В.Е., Степчин Я.А. Динамика привода подачи станка для торцевого фрезерования с дискретной подачей при отсутствии резания**

*В статье приведены теоретические исследования математической модели нового способа финишной обработки плоских поверхностей деталей торцевым лезвийным инструментом, оснащенных СТМ с дискретным движением подачи при отсутствии процесса резания. Патент Украины на изобретение № 94184 от 11.04.2011 г.*

*Описание нового способа приведено в работе [1].*

*Ключевые слова:* обработка плоских поверхностей фрезерованием.

**Melnychuk P., Loev V., Stephyn Y. Dynamics of feed machines for face milling with a discrete feeding in the absence of cutting**

*Theoretical research of new mathematical model of tools' flats final processing by face-blade instrument equipped with ultra-hard material with discrete feeding movement for lack of cutting process are given. Patent of Ukraine for invention № 94184, 11.04.2011.*

*Key words:* processing of flats by milling.

---