

УДК 621.391

Анпілогов Д.І.¹, Бушман І.С.²

¹ канд. техн. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

² студ. гр. БК-612 НУ «Запорізька політехніка»

ОПІР КОТУШКИ ІМПУЛЬСНОМУ СТРУМУ

Розповсюдження цифрових технологій викликає потребу коригувати певні звичні співвідношення, притаманні аналоговим ланцюгам. Зокрема, імпеданс котушки вважають рівним $X = \omega L$, обмежуючись дією гармонічної напруги. В роботі розглядається опір ідеальної котушки індуктивності L при дії напруги у формі прямокутних імпульсів амплітудою U_0 , скважністю Q , періодом T і тривалістю τ при виключенні сталої складової:

$$U(t) = \begin{cases} U_0(1 - Q), & 0 < t < \tau; \\ -U_0Q, & \tau < t < T. \end{cases}$$

Середньоквадратичне значення:

$$\langle U \rangle = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} U^2(t) dt} = U_0 \sqrt{Q(1 - Q)}.$$

Напруга $U(t)$ розкладається в ряд Фур'є з гармоніками

$$U_k(t) = c_k \cos(k\omega t + \varphi_k); \quad c_k = \frac{2U_0 \sin k\pi Q}{k\pi}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Відповідні внески до струму запізнюються за фазою:

$$I_k(t) = \frac{c_k}{k\omega L} \cos(k\omega t + \varphi_k - \pi/2).$$

Спостережуване значення струму є середньоквадратичним:

$$\langle I \rangle = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} I^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \left(\sum_{(k)} I_k(t) \right)^2 dt}.$$

Обчислення з урахуванням ортогональності системи Фур'є призводять до результату:

$$\langle I \rangle = \frac{U_0 \sqrt{2}}{\pi \omega L} \sqrt{\sum_{(k)} \frac{\sin^2 k\pi Q}{k^4}}.$$

Формально котушці слід приписати імпеданс $X = \langle U \rangle / \langle I \rangle$. Позбуваючись фізичної розмірності, отримуємо:

$$\bar{X}(Q) = \frac{X}{\omega L} = \pi \sqrt{\frac{Q(1-Q)}{2 \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\sin^2 k\pi Q}{k^4}}}.$$

Збіжність такої суми очевидна. При використанні відомого значення дзета-функції Римана $\zeta(4) = \pi^4/90$ встановлено, що при утримуванні 50 доданків абсолютна похибка обчислення такої суми методом накопичення не перевищує $2,6 \cdot 10^{-6}$ незалежно від скважності. Q .

Поведінку функції $\bar{X}(Q)$ досліджено чисельно (рис. 1).

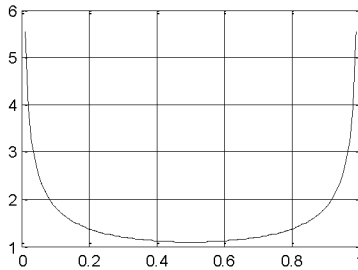


Рисунок 1 – Залежність індуктивного опору від скважності.

Мінімум досягається при $Q = 0,5$ і наближено дорівнює $\min \bar{X} \approx 1,1$, тобто відмінність опору меандру і гармонічному струму становить 10%. Але по мірі віддалення від точки мінімуму опір $\bar{X}$ суттєво збільшується. Виявлений ефект пояснюється тим, що при відхиленні скважності від $Q = 0,5$ (меандр) спектр напруги додатково насичується вищими гармоніками, на яких опір котушки збільшується.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Анпілогов Д. І. Ряди Фур'є. Вибрані питання : навчальний посібник / Д. І. Анпілогов, Н. В. Сніжко – Запоріжжя : Акцент Інвесттрейд, 2014. – 91 с.