

Міністерство освіти і науки України
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ЗАПОРІЗЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Індивідуальні завдання
для самостійної роботи з дисципліни
“Спеціальні розділи вищої математики”

для студентів денної форми навчання галузі знань
12 «Інформаційні технології»

2022

Індивідуальні завдання для самостійної роботи з дисципліни
“Спеціальні розділи вищої математики” для студентів денної форми
навчання галузі знань 12 «Інформаційні технології» / Укл. Коротунова
О. В. – Запоріжжя: НУ «ЗП», 2022. – 52 с.

Укладач: Коротунова О.В., доцент, к.т.н.

Експерт: Табунщик Г. В., доцент, к.т.н.

Рецензент: Мاستиновський Ю.В, професор, к.т.н.

Відповідальний за випуск: Коротунова О. В., доцент, к.т.н.

Затверджено на засіданні
кафедри прикладної математики
Протокол № 8 від 16.02.2022 р.

Рекомендовано до видання
НМК факультету комп'ютерних наук і технологій
Протокол № 7 від 22.02.2022 р.

ЗМІСТ

1. Диференціальні рівняння	4
1.1. Завдання № 1.1	4
1.2. Завдання № 1.2	6
1.3. Завдання № 1.3	7
1.4. Завдання № 1.4	9
1.5. Завдання № 1.5	10
1.6. Завдання № 1.6	12
1.7. Завдання № 1.7	13
1.8. Завдання № 1.8	15
1.9. Завдання № 1.9	16
1.10. Завдання № 1.10	17
2. Функція комплексної змінної	19
2.1. Завдання № 2.1	19
2.2. Завдання № 2.2	20
2.3. Завдання № 2.3	21
2.4. Завдання № 2.4	22
2.5. Завдання № 2.5	24
2.6. Завдання № 2.6	25
2.7. Завдання № 2.7	27
2.8. Завдання № 2.8	28
2.9. Завдання № 2.9	31
2.10. Завдання № 2.10	34
2.11. Завдання № 2.11	37
2.12. Завдання № 2.12	40
3. Операційне числення	43
3.1. Завдання № 3.1	43
3.2. Завдання № 3.2	45
3.3. Завдання № 3.3	47
3.4. Завдання № 3.4	49
Література	52

1. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ

1.1. Завдання № 1.1

Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння.

№ 1. $\sqrt{4 + y^2} dx - y dy = x^2 y dy$

№ 2. $2x dx - 2y dy = x^2 y dy - 2xy^2 dx$

№ 3. $x\sqrt{5 + y^2} dx + y\sqrt{4 + x^2} dy = 0$

№ 4. $x\sqrt{3 + y^2} dx + y\sqrt{2 + x^2} dy = 0$

№ 5. $(e^{2x} + 5)dy + ye^{2x} dx = 0$

№ 6. $2x dx - 2y dy = x^2 y dy - 2xy^2 dx$

№ 7. $4x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dx$

№ 8. $y(4 + e^x)dy - e^x dx = 0$

№ 9. $x\sqrt{4 + y^2} dx + y\sqrt{1 + x^2} dy = 0$

№ 10. $(e^x + 8)dy - ye^x dx = 0$

№ 11. $xyy' = 1 - x^2$

№ 12. $yy' = \frac{1 - 2x}{y}$

№ 13. $y' = 10^{x+y}$

№ 14. $2yy' = \cos x$

№ 15. $xy' + 1 = y^2$

№ 16. $y' + \sqrt{\frac{1 - y^2}{1 - x^2}} = 0$

$$\text{№ 17. } y' = \frac{y^2}{x^2}$$

$$\text{№ 18. } y' + \frac{1-2x}{x^2} y = 0$$

$$\text{№ 19. } y' = \frac{1+y^2}{1-x^2}$$

$$\text{№ 20. } y' = \frac{y+1}{x}$$

$$\text{№ 21. } (\sqrt{xy} - \sqrt{x})dy + ydx = 0$$

$$\text{№ 22. } y' = y^2 - 7$$

$$\text{№ 23. } y' + x^2 y = x^2$$

$$\text{№ 24. } \cos^2 x \cdot y' = 2y^3$$

$$\text{№ 25. } 2xydx + (1-3x^2)dy = 0$$

$$\text{№ 26. } y' = \sqrt{x} \sin^2 y$$

$$\text{№ 27. } y' \cos x = (y+1)\sin x$$

$$\text{№ 28. } x + xy + y'(y + xy) = 0$$

$$\text{№ 29. } yy' = 2y - 3$$

$$\text{№ 30. } (x^2 + 1)dy = 2xydx$$

1.2. Завдання № 1.2

Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння.

$$\text{№ 1. } y' = \frac{x+8y}{8x+y}$$

$$\text{№ 2. } (x-2y)y' = x+y$$

$$\text{№ 3. } y' = \frac{x+y}{x-y}$$

$$\text{№ 4. } xy' + x \operatorname{tg} \frac{y}{x} = y$$

$$\text{№ 5. } xy' + y \ln \frac{y}{x} = 0$$

$$\text{№ 6. } y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}$$

$$\text{№ 7. } xyy' = x^2 - y^2$$

$$\text{№ 8. } (x-y)y' = 2x+y$$

$$\text{№ 9. } (3x+y)y' = x+3y$$

$$\text{№ 10. } xy' \ln \frac{y}{x} = x + y \ln \frac{y}{x}$$

$$\text{№ 11. } xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\text{№ 12. } y' = \frac{x+2y}{2x-y}$$

$$\text{№ 13. } xyy' = 2x^2 + y^2$$

$$\text{№ 14. } x^2 y' = y^2 + xy + x^2$$

$$\text{№ 15. } y' = \frac{y}{x} + \sqrt{1 - \frac{y^2}{x^2}}$$

$$\text{№ 16. } xy' = y + 2x \operatorname{ctg} \frac{y}{x}$$

$$\text{№ 17. } y' = y \ln \frac{y}{x}$$

$$\text{№ 18. } xy' + y \ln^2 \frac{y}{x} = 0$$

$$\text{№ 19. } xy' = y + 3x \sin \frac{y}{x}$$

$$\text{№ 20. } xy' = y + y \ln \frac{y}{x}$$

$$\text{№ 21. } y' = \frac{y^2}{x^2} - 2$$

$$\text{№ 22. } xyy' = x^2 + y^2$$

$$\text{№ 23. } y' = \frac{y^2}{xy - x^2}$$

$$\text{№ 24. } y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$$

$$\text{№ 25. } \left(y' - \frac{y}{x} \right) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = 1$$

$$\text{№ 26. } y' = \frac{y^2}{x^2} + 5 \frac{y}{x} + 4$$

$$\text{№ 27. } xy' - x \cos^2 \frac{y}{x} = y$$

$$\text{№ 28. } (2x+y)y' = x+2y$$

$$\text{№ 29. } xy' - y = (x + y) \ln \frac{x + y}{x}$$

$$\text{№ 30. } y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{9y}{x} + 12$$

1.3. Завдання № 1.3

Розв'язати задачу Коші для диференціального рівняння.

$$\text{№ 1. } y' + 2xy = 3x^2 e^{-x^2}; \quad y(0) = 0$$

$$\text{№ 2. } y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}; \quad y(1) = 1$$

$$\text{№ 3. } y' + 2xy = x \ln x e^{-x^2}; \quad y(1) = 0$$

$$\text{№ 4. } y' - y \operatorname{ctg} x = \frac{1}{\sin x}; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$\text{№ 5. } xy' - y = x^2 \cdot \sin x; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{№ 6. } y' \cos^2 x + y = \operatorname{tg} x; \quad y(0) = -1$$

$$\text{№ 7. } xy' + 3y = \frac{1}{x^3}; \quad y(1) = 0$$

$$\text{№ 8. } xy' = y - \frac{3}{x}; \quad y(0) = 1$$

$$\text{№ 9. } y' + 3x^2 y = x^3 e^{-x^3}; \quad y(0) = 0$$

$$\text{№ 10. } xy' - y = x^2 \cdot \cos x; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{№ 11. } y' \sin^2 x + y = \operatorname{ctg} x; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$\text{№ 12. } y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}; \quad y(1) = 0$$

$$\text{№ 13. } y' - \frac{2x}{1+x^2} y = \operatorname{arctg}^2 x; \quad y(0) = 0$$

$$\text{№ 14. } y' + 3y \operatorname{tg} 3x = \sin 6x; \quad y(0) = \frac{1}{3}$$

$$\text{№ 15. } (1+x^2)y' + y = \operatorname{arctg} x; \quad y(0) = 1$$

$$\text{№ 16. } y' - \frac{y}{1-x^2} = x+1; \quad y(1) = 0$$

$$\text{№ 17. } y' \sin x + y \cos x = 2x; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi^2}{4}$$

$$\text{№ 18. } (3+x)y' + y = 3x^2; \quad y(1) = 0$$

$$\text{№ 19. } y' + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}; \quad y(0) = -1$$

$$\text{№ 20. } y' - y = e^x x; \quad y(0) = 0$$

$$\text{№ 21. } y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x; \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\text{№ 22. } y' + \frac{y}{x} = \sin x; \quad y(\pi) = \frac{1}{\pi}$$

$$\text{№ 23. } y' - \frac{y}{x} = x^2; \quad y(1) = 0$$

$$\text{№ 24. } y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}; \quad y(1) = 4$$

$$\text{№ 25. } y' + 2xy = -2x^3; \quad y(1) = \frac{1}{e}$$

$$\text{№ 26. } y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x; \quad y(0) = 0$$

$$\text{№ 27. } y' + \frac{y}{2x} = x^2; \quad y(1) = 1$$

$$\text{№ 28. } y' - \frac{y}{x} = x \sin x; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$\text{№ 29. } y' + \frac{2y}{x} = x^3; \quad y(1) = -\frac{5}{6}$$

$$\text{№ 30. } y = x(y' - x \cos x); \quad y(0) = 1$$

1.4. Завдання № 1.4

Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння.

$$\text{№ 1. } xy' - y = y^2 \cdot \sin x$$

$$\text{№ 13. } xy' + y + x^2 y^2 = 0$$

$$\text{№ 2. } y' + \frac{3x^2 y}{x^3 + 1} = y^2(x^3 + 1) \sin x$$

$$\text{№ 14. } y' + \frac{1}{x} y = xy^2$$

$$\text{№ 3. } (1 + x^2)y' + y = y^2 \arctg x$$

$$\text{№ 15. } y' - e^{\frac{x}{2}} \sqrt{y} + y = 0$$

$$\text{№ 4. } \sqrt{1 - x^2} y' + y = y^2 \arcsin x$$

$$\text{№ 16. } y' - 2y \operatorname{tg} x = -y^2 \sin^2 x$$

$$\text{№ 5. } y' = y^4 \cos x + y \operatorname{tg} x$$

$$\text{№ 17. } y' + 2y = y^2 e^x$$

$$\text{№ 6. } 4xy' + 3y + e^x y^5 = 0$$

$$\text{№ 18. } y' - \frac{2xy}{1 + x^2} = 4 \frac{\arctg x}{\sqrt{1 + x^2}} \sqrt{y}$$

$$\text{№ 7. } y' + \frac{2}{x} y = x^2 y^2$$

$$\text{№ 19. } xy' + 2y + x^5 y^3 e^x = 0$$

$$\text{№ 8. } y' \cos^2 x + y = y^2 \operatorname{tg} x$$

$$\text{№ 20. } xy' - 2x^2 \sqrt{y} = 4y$$

$$\text{№ 9. } y' + \frac{y}{x} - x^2 y^4 = 0$$

$$\text{№ 21. } x^2 y' - 2xy + y^2 = 0$$

$$\text{№ 10. } y^2 \ln x - y - xy' = 0$$

$$\text{№ 22. } x^2 + 2x + y^2 + 2xy' = 0$$

$$\text{№ 11. } y' + \frac{1}{\sin^2 x} \cdot y = y^2 \frac{\operatorname{ctg} x}{\sin^2 x}$$

$$\text{№ 23. } xy' + y = y^2(2x^3 + x)$$

$$\text{№ 24. } y' + 4xy = 2xe^{-x^2} \sqrt{y}$$

$$\text{№ 12. } y' + \frac{2y}{x} = \frac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x}$$

$$\text{№ 25. } y' - 7y - e^{3x} y^2 = 0$$

$$\text{№ 26. } 2x^3y \cdot y' + 3x^2y^2 + 7 = 0$$

$$\text{№ 29. } xy' = y + xy^2$$

$$\text{№ 27. } xy' = x^5y^2 - 2y$$

$$\text{№ 30. } xy' + y - xy^2 \ln x = 0$$

$$\text{№ 28. } (1 + x^2)y' = xy + x^2y^2$$

1.5. Завдання № 1.5

Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння.

$$\text{№ 1. } (3x^2y + 2)dx + (x^3 + 3y^2)dy = 0$$

$$\text{№ 2. } (\operatorname{ctg} y + 2x)dx - \left(\frac{x}{\sin^2 y} + 4y^3 \right)dy = 0$$

$$\text{№ 3. } (x^2 + y^2 + 2x)dx + 2xydy = 0$$

$$\text{№ 4. } (x^3 - 3xy^2 + 2)dx + (y^2 - 3x^2y)dy$$

$$\text{№ 5. } (xdx + ydy)(x^2 + y^2) = xdy - ydx$$

$$\text{№ 6. } \left(y^3 - \frac{4}{x^2} \right)dx + (3xy^2 - \sin y)dy = 0$$

$$\text{№ 7. } (10xy - 8y + 1)dx + (5x^2 - 8x + 3)dy = 0$$

$$\text{№ 8. } 3x^2e^y dx + (x^3e^y - 1)dy = 0$$

$$\text{№ 9. } e^{-y}dx + (1 - xe^{-y})dy = 0$$

$$\text{№ 10. } 2x \cos^2 y dx + (2y - x^2 \sin 2y)dy = 0$$

$$\text{№ 11. } (3x^2 + 2y)dx + (2x - 3)dy = 0$$

$$\text{№ 12. } (x \cos 2y + 1)dx - x^2 \sin 2y dy = 0$$

$$\text{№ 13. } (3x^2 + 3xy^2)dx + (3x^2y + 4y^3)dy = 0$$

$$\text{№ 14. } xdy = (y - x^2 - y^2)dx$$

$$\text{№ 15. } e^y dx = (2y + xe^y)dy$$

$$\text{№ 16. } \left(1 + x\sqrt{x^2 + y^2}\right)dx + \left(\sqrt{x^2 + y^2} - 1\right)ydy = 0$$

$$\text{№ 17. } \left(\frac{1}{x} + \frac{y}{\cos^2 xy}\right)dx + \left(\frac{x}{\cos^2 xy} + 2y\right)dy = 0$$

$$\text{№ 18. } 3^{xy} y \ln 3 dx + (x 3^{xy} \ln 3 - 3) dy = 0$$

$$\text{№ 19. } \left(x + e^{\frac{x}{y}}\right)dx + e^{\frac{x}{y}}\left(1 - \frac{x}{y}\right)dy = 0$$

$$\text{№ 20. } (e^x + y^4) dy = (1 - ye^x) dx$$

$$\text{№ 21. } \left(3x^2 y - \frac{4}{x^2}\right)dx + (\cos y + x^3)dy = 0$$

$$\text{№ 22. } (\cos^2 y + 6x)dx + (1 - x \sin 2y)dy = 0$$

$$\text{№ 23. } \left(\arctg y + \frac{y}{1+x^2}\right)dx + \left(\frac{x}{1+y^2} + \arctg x\right)dy = 0$$

$$\text{№ 24. } (\cos 2y + 8x)dx - 2x \sin 2y dy = 0$$

$$\text{№ 25. } (\arcsin y + 2y e^{2x})dx + \left(\frac{x}{\sqrt{1-y^2}} + e^{2x}\right)dy = 0$$

$$\text{№ 26. } (e^{x-y} + 3x^2 + y^2)dx + (2xy - e^{x-y})dy = 0$$

$$\text{№ 27. } (\sin^2 x + 2xy^2)dx + (2x^2 y - \cos^2 y)dy = 0$$

$$\text{№ 28. } \left(\frac{y}{x} + \ln y + 2x\right)dx + \left(\ln x + \frac{x}{y} + 2y\right)dy = 0$$

$$\text{№ 29. } (2xe^y + y^3 e^x + 2)dx + (x^2 e^y + 3y^2 e^x)dy = 0$$

$$\text{№ 30. } (y^2 + 3x^2 y^4 + 2x)dx + (2xy + 4x^3 y^3 - 3y^2)dy = 0$$

1.6. Завдання № 1.6

Знайти загальні або частинні розв'язки диференціальних рівнянь.

№ 1. $(1 - x^2) \cdot y'' - xy' = 2$.

№ 2. $y'' = \frac{1}{x^2}$; $y(1) = 3$; $y'(1) = 1$.

№ 3. $y'' - y' \frac{1}{x} = 0$.

№ 4. $y'' - 2y' \operatorname{tg} x = \sin x$.

№ 5. $y'' = \cos x$; $y(1) = 3$; $y'(1) = 1$.

№ 6. $y''' = 6x$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 0$; $y''(0) = 0$.

№ 7. $y'' = x \sin x$.

№ 8. $y'' = 4e^{2x}$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 2$.

№ 9. $y'' - y' = x$.

№ 10. $xy'' - y' = 2x$.

№ 11. $xy'' - 2y' = \frac{1}{x}$.

№ 12. $y'' + y' \operatorname{ctg} x = \operatorname{ctg} x$.

№ 13. $xy'' + y' = 1$; $y(1) = 0$; $y'(1) = 1$.

№ 14. $y'' - y = 0$.

№ 15. $y'' + 2y' + y = 0$.

№ 16. $y'' - 2y^3 = 0$; $y(-1) = 1$; $y'(-1) = 1$.

№ 17. $y'' + y = 0$.

№ 18. $y'' - y + 2y^3 = 0$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 0$.

№ 19. $y'' = x + \sin x$.

№ 20. $y''' = e^{2x} + x^3$.

$$\text{№ 21. } y'' = (x^2 + 3x + 1)e^x.$$

$$\text{№ 22. } y''' = 2 \ln x + x + 2.$$

$$\text{№ 23. } x^2 y'' + xy' = 1.$$

$$\text{№ 24. } y'' - \frac{y'}{x-1} = x(x-1); \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = 0.$$

$$\text{№ 25. } y''(x^2 + 1) = 2xy'; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 3.$$

$$\text{№ 26. } y'' \operatorname{ctg} x + y' = 2; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = 2.$$

$$\text{№ 27. } y'' = 2 - y; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = 2.$$

$$\text{№ 28. } y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x.$$

$$\text{№ 29. } y'' - 2y' \operatorname{ctg} x = \sin^3 x.$$

$$\text{№ 30. } y'' + \frac{y'}{x+1} = 3x - 1.$$

1.7. Завдання № 1.7

Розв'язати задачу Коші для диференціального рівняння.

$$\text{№ 1. } y'' - 7y' + 10y = 0; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = -1.$$

$$\text{№ 2. } y'' + 2y' + 10y = 0; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0; \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

$$\text{№ 3. } y'' - 6y' + 9y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 0.$$

$$\text{№ 4. } y'' + 8y' + 7y = 0; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = 1.$$

$$\text{№ 5. } y'' + 9y = 0; \quad y(\pi) = 0; \quad y'(\pi) = 1.$$

$$\text{№ 6. } y'' - 7y' + 12y = 0; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = -2.$$

$$\text{№ 7. } y'' + 9y' = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = -3.$$

$$\text{№ 8. } y'' - 3y' + 2y = 0; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = 1.$$

$$\text{№ 9. } y'' - 5y' + 6y = 0; \quad y(0) = 5; \quad y'(0) = 0.$$

$$\text{№ 10. } y'' - 2y' + 5y = 0; \quad y(0) = -1; \quad y'(0) = 0.$$

$$\text{№ 11. } y'' + 16y = 0; \quad y(\pi) = -1; \quad y'(\pi) = 0.$$

$$\text{№ 12. } y'' + 10y' + 25y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 1.$$

$$\text{№ 13. } y'' - 6y' = 0; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = -2.$$

$$\text{№ 14. } y'' - 4y' + 4y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 3.$$

$$\text{№ 15. } y'' - 8y' + 15y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = -2.$$

$$\text{№ 16. } y'' - 4y' + 5y = 0; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0; \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

$$\text{№ 17. } y'' - 2y' + y = 0; \quad y(1) = 0; \quad y'(1) = 2.$$

$$\text{№ 18. } y'' + y = 0; \quad y(\pi) = -1; \quad y'(\pi) = -4.$$

$$\text{№ 19. } y'' - 7y' + 6y = 0; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = 0.$$

$$\text{№ 20. } y'' + 8y' + 16y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 0.$$

$$\text{№ 21. } 3y'' + 7y' - 10y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 2.$$

$$\text{№ 22. } 3y'' - 27y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 2.$$

$$\text{№ 23. } 4y'' + 64y = 0; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1; \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2.$$

$$\text{№ 24. } y'' + y' = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 1.$$

$$\text{№ 25. } 5y'' - 3y' - 2y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 3.$$

$$\text{№ 26. } y'' - y' = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 1.$$

$$\text{№ 27. } 6y'' - 216y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 0.$$

$$\text{№ 28. } y'' - 4y' + 4y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 1.$$

$$\text{№ 29. } y'' + 4y = 0; \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1; \quad y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2.$$

№ 30. $y'' - 8y' + 16y = 0$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 2$.

1.8. Завдання № 1.8

Знайти розв'язок диференціального рівняння.

№ 1. $y'' - 2y' = 3x^2 + 1$

№ 2. $y'' - 5y' + 6y = 2x e^{-x}$

№ 3. $y'' + 8y' = (x - 1)e^{2x}$

№ 4. $y'' - 6y' + 8y = 3e^{4x}$

№ 5. $y'' - 2y' - 3y = x e^{-x}$

№ 6. $y'' + y' - 2y = (x + 2)e^{-2x}$

№ 7. $y'' + 2y' - 8y = (3x + 1)e^{2x}$

№ 8. $y'' + 7y' = 2x^2 + x$

№ 9. $y'' - y' = 8x^2 e^x$

№ 10. $y'' + 3y' - 10y = 2x^2 e^x$

№ 11. $y'' + 2y' = x^2 - 3x + 1$

№ 12. $y'' - 5y' - 24y = (2x + 3)e^x$

№ 13. $y'' - 2y' - 3y = 8e^{3x}$

№ 14. $y'' + 2y' - 3y = -2e^{3x}$

№ 15. $y'' + 8y' = (x^2 + 1)e^{-x}$

№ 16. $y'' + 4y' + 3y = -xe^{-x}$

№ 17. $y'' - 2y' - 3y = (x + 2)e^{-x}$

№ 18. $y'' + y' - 6y = 2(x - 1)e^{2x}$

$$\text{№ 19. } y'' - 4y' = 2x^2 - 3x + 1$$

$$\text{№ 20. } y'' - 5y' + 6y = 2x e^{3x}$$

$$\text{№ 21. } 3y'' - 27y = e^{2x}$$

$$\text{№ 22. } 3y'' + 7y' - 10y = x + 1$$

$$\text{№ 23. } y'' + 8y' + 16y = e^x$$

$$\text{№ 24. } 4y'' + 64y = 2x$$

$$\text{№ 25. } y'' + y' = \sin 2x$$

$$\text{№ 26. } 5y'' - 3y' - 2y = e^x$$

$$\text{№ 27. } y'' - y' = x + 1$$

$$\text{№ 28. } 6y'' - 216y = x^2$$

$$\text{№ 29. } y'' - 4y' + 4y = x - 1$$

$$\text{№ 30. } y'' + 4y = \cos 3x$$

1.9. Завдання № 1.9

Розв'язати диференціальне рівняння методом варіації довільних сталих.

$$\text{№ 1. } y'' + 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\text{№ 5. } y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\text{№ 2. } y'' + y = \frac{1}{\sin x}$$

$$\text{№ 6. } y'' - y = \frac{e^x}{e^x + 1}$$

$$\text{№ 3. } y'' + y' = \frac{1}{1 + e^x}$$

$$\text{№ 7. } y'' + y = \frac{2}{\sin^2 x}$$

$$\text{№ 4. } y'' + 16y = \frac{1}{\cos 4x}$$

$$\text{№ 8. } y'' + 2y' + 2y = \frac{e^x}{\cos x}$$

$$\text{№ 9. } y'' + y = -\operatorname{ctg}^2 x$$

$$\text{№ 10. } y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2}$$

$$\text{№ 11. } y'' - y' = e^{2x} \sin(e^x)$$

$$\text{№ 12. } y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{x^3}$$

$$\text{№ 13. } y'' + y = \frac{1}{\cos^3 x}$$

$$\text{№ 14. } y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2 + 1}$$

$$\text{№ 15. } y'' + y = tg^2 x$$

$$\text{№ 16. } y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$$

$$\text{№ 17. } y'' + 9y = tg 3x$$

$$\text{№ 18. } y'' - y' = \frac{e^{-x}}{2 + e^{-x}}$$

$$\text{№ 19. } y'' + 5y' + 6y = \frac{1}{1 + e^{2x}}$$

$$\text{№ 20. } y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x$$

$$\text{№ 21. } y'' - 3y' = \frac{e^{-3x}}{1 + e^{-3x}}$$

$$\text{№ 22. } y'' + 4y = ctg 2x$$

$$\text{№ 23. } y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}$$

$$\text{№ 24. } y'' + y = ctg x$$

$$\text{№ 25. } y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x}$$

$$\text{№ 26. } y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{3 + e^{-x}}$$

$$\text{№ 27. } y'' - y = \frac{2e^x}{e^x - 1}$$

$$\text{№ 28. } y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{4 - x^2}}$$

$$\text{№ 29. } y'' + 4y = \frac{1}{\sin 3x}$$

$$\text{№ 30. } y'' - 4y' + 4y = \frac{e^{2x}}{x^2}$$

1.10. Завдання № 1.10

Розв'язати систему диференціальних рівнянь.

$$\text{№ 1. } \begin{cases} \dot{x} = -x + y + t \\ \dot{y} = x - y + 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 3. } \begin{cases} \dot{x} = 2x + 3y + t^2 \\ \dot{y} = 3x + 2y - t \end{cases}$$

$$\text{№ 2. } \begin{cases} \dot{x} = 2x - y + e^t \\ \dot{y} = -x + 2y - 4 \end{cases}$$

$$\text{№ 4. } \begin{cases} \dot{x} = -2x + y - e^t \\ \dot{y} = x - 2y + 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 5.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 3x - y + t + 1 \\ \dot{y} = -x + 3y - t^2 \end{cases}$$

$$\text{№ 6.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 2x + 4y - t^2 \\ \dot{y} = 4x + 2y + 5 \end{cases}$$

$$\text{№ 7.} \quad \begin{cases} \dot{x} = -3x + 2y + 1 + t \\ \dot{y} = 2x - 3y - 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 8.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 5x + 4y + 2e^{-t} \\ \dot{y} = 4x + 5y - 4 \end{cases}$$

$$\text{№ 9.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 5x + y - 3e^{2t} \\ \dot{y} = x - 5y + 4e^{2t} \end{cases}$$

$$\text{№ 10.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 3x - 4y + 1 \\ \dot{y} = 4x + 3y - 2e^t \end{cases}$$

$$\text{№ 11.} \quad \begin{cases} \dot{x} = -4x + 3y - 3e^t \\ \dot{y} = 3x - 4y + 7 \end{cases}$$

$$\text{№ 12.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 3x - 5y + t \\ \dot{y} = x + y + e^t \end{cases}$$

$$\text{№ 13.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 4x - y + 2e^{3t} \\ \dot{y} = -x + 2y - 4 \end{cases}$$

$$\text{№ 14.} \quad \begin{cases} \dot{x} = -x + 5y + 4t + 3 \\ \dot{y} = 5x - y + 7 \end{cases}$$

$$\text{№ 15.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 2x + y - 4 \\ \dot{y} = x + 2y + e^{2t} \end{cases}$$

$$\text{№ 16.} \quad \begin{cases} \dot{x} = -2x + y - 3e^{-t} \\ \dot{y} = x - 2y + t \end{cases}$$

$$\text{№ 17.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 3x + 2y + e^t \\ \dot{y} = 2x + 3y - 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 18.} \quad \begin{cases} \dot{x} = -7x + 3y + 5e^t \\ \dot{y} = 3x - 7y + 4 \end{cases}$$

$$\text{№ 19.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 2x + e^t \\ \dot{y} = 3x + y + 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 20.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 2x + 3y \\ \dot{y} = 3x + 2y - e^t \end{cases}$$

$$\text{№ 21.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 2y - 2t - 1 \\ \dot{y} = x + y \end{cases}$$

$$\text{№ 22.} \quad \begin{cases} \dot{x} = x - 2y + t \\ \dot{y} = -2x + y + 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 23.} \quad \begin{cases} \dot{x} = x + 3y - e^{2t} \\ \dot{y} = 3x + y \end{cases}$$

$$\text{№ 24.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 4x + y \\ \dot{y} = x + 4y - e^t \end{cases}$$

$$\text{№ 25.} \quad \begin{cases} \dot{x} = x + 3y + 3 \\ \dot{y} = 3x + y - 4e^t \end{cases}$$

$$\text{№ 26.} \quad \begin{cases} \dot{x} = y - \cos t \\ \dot{y} = -x + \sin t \end{cases}$$

$$\text{№ 27.} \quad \begin{cases} \dot{x} = x + 2y \\ \dot{y} = x - 5 \sin t \end{cases}$$

$$\text{№ 28.} \quad \begin{cases} \dot{x} = x - y + 18t \\ \dot{y} = 5x - y \end{cases}$$

$$\text{№ 29. } \begin{cases} \dot{x} = 5x - 3y + 2e^t \\ \dot{y} = x + y + 5e^{-t} \end{cases}$$

$$\text{№ 30. } \begin{cases} \dot{x} = x - 3y \\ \dot{y} = 3x + y + t \end{cases}$$

2. ФУНКЦІЯ КОМПЛЕКСНОЇ ЗМІННОЇ

2.1. Завдання № 2.1

Комплексні числа z_1 та z_2 записати в тригонометричній та показниковій формах. Обчислити $z_3 = \frac{z_1 z_2}{(2\bar{z}_1 - z_2)^2}$. Зобразити z_1 , z_2 , z_3 на комплексній площині.

$$\text{№ 1. } z_1 = 2 + 3i, z_2 = 4 - 3i$$

$$\text{№ 2. } z_1 = 3 + 3i, z_2 = 1 - 3i$$

$$\text{№ 3. } z_1 = 2 - 3i, z_2 = 4 - 3i$$

$$\text{№ 4. } z_1 = 1 + 3i, z_2 = 5 - 3i$$

$$\text{№ 5. } z_1 = 3 + 3i, z_2 = 4 - 6i$$

$$\text{№ 6. } z_1 = 2 - 3i, z_2 = 1 - 3i$$

$$\text{№ 7. } z_1 = 5 - 3i, z_2 = 5 + 4i$$

$$\text{№ 8. } z_1 = 4 - 3i, z_2 = 5 - 4i$$

$$\text{№ 9. } z_1 = 2 - 5i, z_2 = 7 + 2i$$

$$\text{№ 10. } z_1 = 3 - 5i, z_2 = 9 + 2i$$

$$\text{№ 11. } z_1 = 1 - 4i, z_2 = 7 + 2i$$

$$\text{№ 12. } z_1 = 3 - 4i, z_2 = 8 + 2i$$

$$\text{№ 13. } z_1 = 5 + 3i, z_2 = 4 + 3i$$

№ 14. $z_1 = 2 + 5i, z_2 = 2 + 3i$

№ 15. $z_1 = 2 - 3i, z_2 = 5 - 4i$

№ 16. $z_1 = 2 - 3i, z_2 = 5 + 4i$

№ 17. $z_1 = 7 - 4i, z_2 = 2 - 4i$

№ 18. $z_1 = 2 - 3i, z_2 = 5 + i$

№ 19. $z_1 = 3 - 4i, z_2 = 6 - 5i$

№ 20. $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 4 - 3i$

№ 21. $z_1 = 5i, z_2 = 6 - 4i$

№ 22. $z_1 = 3 - 5i, z_2 = 8 + i$

№ 23. $z_1 = 5 - 4i, z_2 = 8 + 3i$

№ 24. $z_1 = 2 - 4i, z_2 = 5 + 2i$

№ 25. $z_1 = 3 - 4i, z_2 = 8 + 5i$

№ 26. $z_1 = 2 - 6i, z_2 = 7 + i$

№ 27. $z_1 = 3 - 5i, z_2 = 9 - 2i$

№ 28. $z_1 = 6 - 2i, z_2 = 8 + 5i$

№ 29. $z_1 = 4i, z_2 = 7 - 3i$

№ 30. $z_1 = 3 + i, z_2 = 8 - 9i$

2.2. Завдання № 2.2

Знайти всі значення кореня та зобразити знайдені числа на комплексній площині.

№ 1. $\sqrt[4]{-1}$

№ 5. $\sqrt[4]{-16}$

№ 2. $\sqrt[3]{1}$

№ 6. $\sqrt[3]{8i}$

№ 3. $\sqrt[4]{1}$

№ 7. $\sqrt[3]{i}$

№ 4. $\sqrt[3]{-1}$

№ 8. $\sqrt[3]{-i}$

$$\text{№ 9. } \sqrt[4]{\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}}$$

$$\text{№ 10. } \sqrt[4]{\frac{1+i\sqrt{3}}{32}}$$

$$\text{№ 11. } \sqrt[3]{8}$$

$$\text{№ 12. } \sqrt[4]{\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}}$$

$$\text{№ 13. } \sqrt[4]{16}$$

$$\text{№ 14. } \sqrt[4]{256}$$

$$\text{№ 15. } \sqrt[3]{\frac{i}{27}}$$

$$\text{№ 16. } \sqrt[3]{-8i}$$

$$\text{№ 17. } \sqrt[4]{-\frac{1}{16}}$$

$$\text{№ 18. } \sqrt[4]{-8+i8\sqrt{3}}$$

$$\text{№ 19. } \sqrt[3]{\frac{1}{8}}$$

$$\text{№ 20. } \sqrt[4]{\frac{-1-i\sqrt{3}}{32}}$$

$$\text{№ 21. } \sqrt[4]{\frac{1}{16}}$$

$$\text{№ 22. } \sqrt[3]{-\frac{i}{8}}$$

$$\text{№ 23. } \sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$$

$$\text{№ 24. } \sqrt[4]{-8-i8\sqrt{3}}$$

$$\text{№ 25. } \sqrt[4]{-128-i128\sqrt{3}}$$

$$\text{№ 26. } \sqrt[3]{27}$$

$$\text{№ 27. } \sqrt[4]{\frac{1}{256}}$$

$$\text{№ 28. } \sqrt[4]{-128+i128\sqrt{3}}$$

$$\text{№ 29. } \sqrt[3]{-8}$$

$$\text{№ 30. } \sqrt[3]{\frac{i}{8}}$$

2.3. Завдання № 2.3

Зобразити на комплексній площині лінії, які визначаються наступними рівняннями.

$$\text{№ 1. } \operatorname{Re}(z^2 - 4\bar{z}) = 5$$

$$\text{№ 2. } \operatorname{Im}(z^2 - 4\bar{z}) = 5$$

$$\text{№ 3. } \operatorname{Re}(z^2 - z) = 3$$

$$\text{№ 4. } \operatorname{Im}(z^2 - z) = 3$$

$$\text{№ 5. } \operatorname{Re}(3z - \bar{z}) = 2$$

$$\text{№ 6. } \operatorname{Im}(3z - \bar{z}) = 2$$

$$\text{№ 7. } \operatorname{Re}(z^2 + \bar{z}) = 4$$

$$\text{№ 8. } \operatorname{Im}(z^2 + \bar{z}) = 4$$

$$\text{№ 9. } \operatorname{Re}(4z + \bar{z}) = 7$$

$$\text{№ 10. } \operatorname{Im}(4z + \bar{z}) = 7$$

$$\text{№ 11. } \operatorname{Re}(z^2 - 4\bar{z}^2) = 6$$

$$\text{№ 12. } \operatorname{Im}(z^2 - 4\bar{z}^2) = 6$$

$$\text{№ 13. } |z + 1| = 2|z - i|$$

$$\text{№ 14. } \operatorname{Im}(z - \bar{z}) = \operatorname{Re} z$$

$$\text{№ 15. } z \cdot \bar{z} - 4 \operatorname{Im} z = 0$$

$$\text{№ 16. } z \cdot \bar{z} + 2 \operatorname{Re} z = 0$$

$$\text{№ 17. } |2i - z|^2 = 1$$

$$\text{№ 18. } 2 \operatorname{Re} z - (\operatorname{Im} z)^2 = 1$$

$$\text{№ 19. } 2 \operatorname{Re} z - (\operatorname{Im} z)^2 = 1$$

$$\text{№ 20. } \operatorname{Im} z^2 = 4$$

$$\text{№ 21. } \operatorname{Im}(i + z) = |z|$$

$$\text{№ 22. } |z - 2|^2 + |z + 2|^2 = 26$$

$$\text{№ 23. } \operatorname{Im}(z^2 + \bar{z}) = 2 - \operatorname{Im} \bar{z}$$

$$\text{№ 24. } \operatorname{Im} \frac{z - 1 + i}{z - 3i} = 0$$

$$\text{№ 25. } |z - 1|^2 + |z + 1|^2 = 5$$

$$\text{№ 26. } |z - 2| = |1 - 2\bar{z}|$$

$$\text{№ 27. } \operatorname{Re}(z^2) + \operatorname{Im}(z^2) = 9$$

$$\text{№ 28. } |z| = \operatorname{Re} z + 1$$

$$\text{№ 29. } |z - 2i| = |z + 2|$$

$$\text{№ 30. } (\operatorname{Im} z)^2 = 4 - \operatorname{Re} z$$

2.4. Завдання № 2.4

Зобразити на комплексній площині множину точок, що задається наступними співвідношеннями.

$$\text{№ 1. } |z| > 1; \quad -1 < \operatorname{Im} z \leq 1; \quad 0 < \operatorname{Re} z \leq 2$$

$$\text{№ 2. } |z + i| < 1; \quad -\frac{3\pi}{4} \leq \arg(z - 1) \leq -\frac{\pi}{4}$$

$$\text{№ 3. } z \cdot \bar{z} < 2; \quad \operatorname{Re} z \leq 1; \quad \operatorname{Im} z > -1$$

$$\text{№ 4. } 1 < z \cdot \bar{z} < 2; \quad \operatorname{Re} z > 0; \quad 0 \leq \operatorname{Im} z \leq 1$$

$$\text{№ 5. } |\operatorname{Re} z| \leq 1; \quad |\operatorname{Im} z| < 2$$

$$\text{№ 6. } |z - i| \leq 1; \quad -\frac{\pi}{2} \leq \arg(z - i) \leq \frac{\pi}{4}$$

$$\text{№ 7. } |z - 1| > 1; \quad -1 < \operatorname{Im} z < 0; \quad 0 \leq \operatorname{Re} z \leq 3$$

$$\text{№ 8. } z \cdot \bar{z} \leq 3; \quad \operatorname{Re} z < 2; \quad \operatorname{Im} z > -2$$

$$\text{№ 9. } |z - 2 - i| \geq 1; \quad 0 < \operatorname{Im} z \leq 3; \quad 1 \leq \operatorname{Re} z < 3$$

$$\text{№ 10. } |\operatorname{Re} z| \leq 2; \quad |\operatorname{Im} z| < 4$$

$$\text{№ 11. } |z - 1 - i| \leq 1; \quad \operatorname{Im} z > 1; \quad \operatorname{Re} z \geq 1$$

$$\text{№ 12. } |z - 1 + i| \geq 1; \quad \operatorname{Re} z < 1; \quad \operatorname{Im} z \leq -1$$

$$\text{№ 13. } |z - 2 - i| \leq 2; \quad \operatorname{Re} z \geq 3; \quad \operatorname{Im} z < 1$$

$$\text{№ 14. } |z - 1 - i| \geq 1; \quad 0 \leq \operatorname{Re} z < 2; \quad 0 < \operatorname{Im} z \leq 2$$

$$\text{№ 15. } |z + i| < 2; \quad 0 < \operatorname{Re} z \leq 1$$

$$\text{№ 16. } |z - i| \leq 1; \quad 0 < \arg z < \frac{\pi}{4}$$

$$\text{№ 17. } |z - i| \leq 2; \quad 0 < \operatorname{Im} z < 2$$

$$\text{№ 18. } |z + i| > 1; \quad -\frac{\pi}{4} \leq \arg z < 0$$

$$\text{№ 19. } |z - 1 - i| < 1; \quad |\arg z| \leq \frac{\pi}{4}$$

$$\text{№ 20. } 1 < |z - 1| \leq 2; \quad \operatorname{Im} z \geq 0; \quad \operatorname{Re} z < 1$$

$$\text{№ 21. } 1 \leq |z - 1| < 2; \quad \operatorname{Re} z \leq 0; \quad \operatorname{Im} z > 1$$

$$\text{№ 22. } |z - 1| > 1; \quad -1 \leq \operatorname{Im} z < 0; \quad 0 \leq \operatorname{Re} z < 3$$

$$\text{№ 23. } |z+i| < 1; \quad -\frac{3\pi}{4} \leq \arg z \leq -\frac{\pi}{4}$$

$$\text{№ 24. } |z-i| \leq 1; \quad -\frac{\pi}{2} < \arg(z-i) < \frac{\pi}{4}$$

$$\text{№ 25. } z\bar{z} < 2; \quad \operatorname{Re} z \leq 1; \quad \operatorname{Im} z > -1$$

$$\text{№ 26. } z\bar{z} \leq 2; \quad \operatorname{Re} z < 1; \quad \operatorname{Im} z > -1$$

$$\text{№ 27. } 1 < z\bar{z} < 2; \quad \operatorname{Re} z > 0; \quad 0 \leq \operatorname{Im} z \leq 1$$

$$\text{№ 28. } |z-1| < 1; \quad \arg z \leq \frac{\pi}{4}; \quad \arg(z-1) > \frac{\pi}{4}$$

$$\text{№ 29. } |z-i| < 1; \quad \arg z \leq \frac{\pi}{4}; \quad \arg(z+1-i) \leq \frac{\pi}{4}$$

$$\text{№ 30. } |z-2-i| \geq 1; \quad 1 \leq \operatorname{Re} z < 3; \quad 0 < \operatorname{Im} z \leq 3$$

2.5. Завдання № 2.5

Обчислити значення функції. Результати надати в алгебраїчній формі.

$$\text{№ 1. } \cos(2+i)$$

$$\text{№ 8. } \cos(2-i)$$

$$\text{№ 2. } (-1)^i$$

$$\text{№ 9. } (-1)^{-i}$$

$$\text{№ 3. } \sin(2i-1)$$

$$\text{№ 10. } \operatorname{tg}(-2i)$$

$$\text{№ 4. } (i)^{i+1}$$

$$\text{№ 11. } (1+i)^i$$

$$\text{№ 5. } \operatorname{tg} 2i$$

$$\text{№ 12. } \operatorname{Ln}\left(\frac{i-1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\text{№ 6. } (2)^{-i}$$

$$\text{№ 13. } \sin(1+2i)$$

$$\text{№ 7. } \operatorname{Ln}\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\text{№ 14. } 2^i$$

$$\text{№ 15. } \cos(1-2i)$$

$$\text{№ 16. } (1-i)^{-i}$$

$$\text{№ 17. } \sin(-1-2i)$$

$$\text{№ 18. } (i-1)^i$$

$$\text{№ 19. } \cos(-1+2i)$$

$$\text{№ 20. } \sin(1-2i)$$

$$\text{№ 21. } \operatorname{Ln}\left(\frac{-\sqrt{2}-\sqrt{2}i}{2}\right)$$

$$\text{№ 22. } \sin(2-i)$$

$$\text{№ 23. } (1+\sqrt{3}i)^{2i}$$

$$\text{№ 24. } \cos(-2-i)$$

$$\text{№ 25. } (1-\sqrt{3}i)^{1+i}$$

$$\text{№ 26. } \sin(2+i)$$

$$\text{№ 27. } (\sqrt{3}-i)^i$$

$$\text{№ 28. } \sin(-2+2i)$$

$$\text{№ 29. } 2^{-1-\sqrt{3}i}$$

$$\text{№ 30. } \operatorname{Ln}(\sqrt{3}+i)$$

2.6. Завдання № 2.6

Довести, що функція $f(z)$ є аналітичною на всій комплексній площині.
Знайти похідну функції за теоремою Коші-Рімана.

$$\text{№ 1. } f(z) = 2z^3 - iz + 3z^2$$

$$\text{№ 2. } f(z) = \sin(2+iz)$$

$$\text{№ 3. } f(z) = z^3 + 4iz^2 + 3z$$

$$\text{№ 4. } f(z) = z^3 + iz^2$$

$$\text{№ 5. } f(z) = (i+2z)^2$$

$$\text{№ 6. } f(z) = e^{2zi}$$

$$\text{№ 7. } f(z) = sh 5iz$$

$$\text{№ 8. } f(z) = 3e^{3zi}$$

$$\text{№ 9. } f(z) = (5z + 2i)^2$$

$$\text{№ 10. } f(z) = \sin(5 + iz)$$

$$\text{№ 11. } f(z) = 4e^{2z+i}$$

$$\text{№ 12. } f(z) = (z+1)^2$$

$$\text{№ 13. } f(z) = sh 4z$$

$$\text{№ 14. } f(z) = \sin 2z$$

$$\text{№ 15. } f(z) = 5z^3 + 2iz + 2z^2$$

$$\text{№ 16. } f(z) = 9 \cos(i + z)$$

$$\text{№ 17. } f(z) = 5e^{5zi}$$

$$\text{№ 18. } f(z) = \cos 9z$$

$$\text{№ 19. } f(z) = 4z^3 - 4 + 4i$$

$$\text{№ 20. } f(z) = (3z - 4)^2 + z$$

$$\text{№ 21. } f(z) = z^2 - 2iz + 3i$$

$$\text{№ 22. } f(z) = e^{3(z+i)}$$

$$\text{№ 23. } f(z) = \sin(z - 2i)$$

$$\text{№ 24. } f(z) = 8e^{4zi+5}$$

$$\text{№ 25. } f(z) = e^{zi} - 3z$$

$$\text{№ 26. } f(z) = ch 4iz$$

$$\text{№ 27. } f(z) = 9z^2 + 3 - 4i$$

$$\text{№ 28. } f(z) = 7 \cos iz$$

$$\text{№ 29. } f(z) = 5e^{zi}$$

№ 30. $f(z) = \sin(2z - i)$

2.7. Завдання № 2.7

Відновити аналітичну в околі точки z_0 функцію $f(z)$ за відомою дійсною $u(x, y)$ чи уявною $v(x, y)$ частинами і значенням $f(z_0)$.

№ 1. $u = x^2 - y^2 + xy, \quad f(0) = 0$

№ 2. $v = 6x^2y - 2y^3 - x^3 + 3xy^2, \quad f(0) = 0$

№ 3. $u = -e^x \sin y, \quad f(0) = i$

№ 4. $v = 3x^2y - y^3, \quad f(0) = 1$

№ 5. $u = x + \frac{x}{x^2 + y^2}, \quad f(1) = 2$

№ 6. $v = e^x \cos y, \quad f(0) = i$

№ 7. $u = x^2 - y^2 + 11, \quad f(0) = 11 - 7i$

№ 8. $v = \frac{-y}{x^2 + y^2}, \quad f(1) = 1$

№ 9. $u = \frac{y}{y^2 + x^2}, \quad f(2) = 0$

№ 10. $u = x^2 - y^2 + 2x, \quad f(i) = -1 + 2i$

№ 11. $u = x^2 - y^2 + x, \quad f(0) = 0$

№ 12. $u = x^3 - 3xy + 1, \quad f(0) = 1$

№ 13. $v = e^x (y \cos y + x \sin y), \quad f(0) = 0$

№ 14. $u = x^2 - y^2 - 2y, \quad f(0) = 0$

$$\text{№ 15. } v = e^{-y} \sin x + y, \quad f(0) = 1$$

$$\text{№ 16. } v = e^x \cos y, \quad f(0) = 1 + i$$

$$\text{№ 17. } u = e^{-y} \cos x, \quad f(0) = 1$$

$$\text{№ 18. } u = y - 2xy, \quad f(0) = 0$$

$$\text{№ 19. } v = x^2 - y^2 + 2x + 1, \quad f(0) = i$$

$$\text{№ 20. } u = x^2 - y^2 - 2x + 1, \quad f(0) = 1$$

$$\text{№ 21. } v = 3x^2y - y^3 - y, \quad f(0) = 0$$

$$\text{№ 22. } v = 2xy + y, \quad f(0) = 0$$

$$\text{№ 23. } v = 3x^2y - y^3, \quad f(0) = 1$$

$$\text{№ 24. } u = e^x (x \cos y - y \sin y), \quad f(0) = 0$$

$$\text{№ 25. } u = 1 - e^x \sin y, \quad f(0) = 1 + i$$

$$\text{№ 26. } v = \frac{e^{2x} - 1}{e^x} \sin y, \quad f(0) = 2$$

$$\text{№ 27. } u = e^{-y} \cos x + x, \quad f(0) = 1$$

$$\text{№ 28. } v = e^{-y} \sin x, \quad f(0) = 1$$

$$\text{№ 29. } v = x^2 - y^2 - x, \quad f(0) = 0$$

$$\text{№ 30. } u = x^3 - 3xy^2 - x, \quad f(0) = 0$$

2.8. Завдання № 2.8

Обчислити інтеграл від функції комплексної змінної за даною кривою.

$$\text{№ 1. } \int_{AB} \bar{z}^2 dz, \quad AB: \left\{ y = x^2; z_A = 0, z_B = 1 + i \right\}$$

- № 2. $\int_L (z+1)e^z dz, \quad L: \{ |z|=1, \operatorname{Re} z \geq 0 \}$
- № 3. $\int_{AB} \operatorname{Im} z^3 dz, \quad AB - \text{відрізок прямої, } z_A = 0, z_B = 2 + 2i.$
- № 4. $\int_{AB} (z^2 + 7z + 1) dz, \quad AB - \text{відрізок прямої, } z_A = 1, z_B = 1 - i.$
- № 5. $\int_{ABC} |z^3| dz, \quad ABC - \text{ламана, } z_A = 0, z_B = -1 + i, z_C = 1 + i.$
- № 6. $\int_{AB} (12z^5 + 4z^3 + 1) dz, \quad AB - \text{відрізок прямої, } z_A = 1, z_B = i.$
- № 7. $\int_{AB} \bar{z}^2 dz, \quad AB - \text{відрізок прямої, } z_A = 0, z_B = 1 + i.$
- № 8. $\int_{ABC} z^3 e^{z^4} dz, \quad ABC - \text{ламана, } z_A = i, z_B = 1, z_C = 0.$
- № 9. $\int_{ABC} \operatorname{Re} \frac{\bar{z}}{z} dz, \quad AB: \{ |z|=1, \operatorname{Im} z \geq 0 \}, BC - \text{відрізок, } z_B = 1, z_C = 2$
- № 10. $\int_{ABC} (z^2 + \cos z) dz, \quad ABC - \text{ламана, } z_A = 0, z_B = 1, z_C = i.$
- № 11. $\int_L \frac{\bar{z}}{z} dz, \quad L - \text{границя області } \{ 1 < |z| < 2, \operatorname{Re} z > 0 \}.$
- № 12. $\int_{ABC} (chz + \cos iz) dz, \quad ABC - \text{ламана, } z_A = 0, z_B = -1, z_C = i.$
- № 13. $\int_L |z| \bar{z} dz, \quad L: \{ |z|=4, \operatorname{Re} z \geq 0 \}$
- № 14. $\int_L (chz + z) dz, \quad L: \{ |z|=1, \operatorname{Im} z \leq 0 \}$
- № 15. $\int_L |z| \operatorname{Re} z^2 dz, \quad L: \{ |z|=1, \operatorname{Im} z \geq 0 \}$

$$\text{№ 16. } \int_{AB} (3z^2 + 2z)dz, \quad AB: \{y = x^2; z_A = 0, z_B = 1 + i\}$$

$$\text{№ 17. } \int_L z \operatorname{Re} z^2 dz, \quad L: \{|z| = 1, \operatorname{Im} z \geq 0\}$$

$$\text{№ 18. } \int_{ABC} (z^2 + 1) dz, \quad ABC - \text{ламана, } z_A = 0, z_B = -1 + i, z_C = i.$$

$$\text{№ 19. } \int_{AB} e^{|z|^2} \operatorname{Im} z dz, \quad AB - \text{відрізок прямої, } z_A = 1 + i, z_B = 0.$$

$$\text{№ 20. } \int_L (\sin iz + z) dz, \quad L: \{|z| = 1, \operatorname{Re} z \geq 0\}$$

$$\text{№ 21. } \int_{AB} z \operatorname{Re} z^2 dz, \quad AB - \text{відрізок прямої, } z_A = 0, z_B = 1 + 2i.$$

$$\text{№ 22. } \int_{AB} (2z + 1) dz, \quad AB: \{y = x^3; z_A = 0, z_B = 1 + i\}$$

$$\text{№ 23. } \int_L z \cdot \bar{z} dz, \quad L: \{|z| = 1, \operatorname{Re} z \geq 0, \operatorname{Im} z \geq 0\}$$

$$\text{№ 24. } \int_L (\cos iz + 3z^2) dz, \quad L: \{|z| = 1, \operatorname{Im} z \geq 0\}$$

$$\text{№ 25. } \int_L |z| dz, \quad L: \left\{ |z| = \sqrt{2}, \frac{3\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{5\pi}{4} \right\}$$

$$\text{№ 26. } \int_{ABC} (z^3 + 1) dz, \quad ABC - \text{ламана, } z_A = 0, z_B = 1 + i, z_C = i.$$

$$\text{№ 27. } \int_{ABC} (\sin z + z^5) dz, \quad ABC - \text{ламана, } z_A = 0, z_B = 1, z_C = 2i.$$

$$\text{№ 28. } \int_{AB} z \operatorname{Im} z^2 dz, \quad AB - \text{відрізок прямої, } z_A = 0, z_B = 1 + i.$$

$$\text{№ 29. } \int_L (\sin z + z^3) dz, \quad L: \{|z| = 1, \operatorname{Re} z \geq 0\}$$

№ 30. $\int_L z \cdot |z| dz, \quad L: \{|z|=1, \operatorname{Re} z \geq 0, \operatorname{Im} z \geq 0\}$

2.9. Завдання № 2.9

Обчислити інтеграл за формулою Коші.

№ 1. $\oint_{|z+i|=3} \left(\frac{4}{(z-2+i)^2(z-4+i)} \right) dz$

№ 2. $\oint_{|z+6|=2} \left(\frac{2}{(z+5)^2(z+3)} \right) dz$

№ 3. $\oint_{|z-i|=3} \left(\frac{2}{(z-2-i)^2(z-4-i)} \right) dz$

№ 4. $\oint_{|z+2|=2} \left(\frac{2}{(z+1)^2(z-1)} \right) dz$

№ 5. $\oint_{|z-2i|=2} \left(\frac{2}{(z-2-2i)^2(z-4-2i)} \right) dz$

№ 6. $\oint_{|z+3|=2} \left(\frac{4}{(z+2)^2 z} \right) dz$

№ 7. $\oint_{|z+5i|=2} \left(\frac{8}{(z-1+5i)^2(z-3+5i)} \right) dz$

№ 8. $\oint_{|z+4|=2} \left(\frac{2}{(z+3)^2(z+1)} \right) dz$

№ 9. $\oint_{|z-3i|=2} \left(\frac{2}{(z-1-7i)^2(z-3-7i)} \right) dz$

$$\text{№ 10.} \quad \oint_{|z+5|=2} \left(\frac{2}{(z+4)^2(z+2)} \right) dz$$

$$\text{№ 11.} \quad \oint_{|z-3i|=2} \left(\frac{5}{(z-1-3i)^2(z-3-3i)} \right) dz$$

$$\text{№ 12.} \quad \oint_{|z-1|=2} \left(\frac{2}{(z-2)^2(z-4)} \right) dz$$

$$\text{№ 13.} \quad \oint_{|z+i|=2} \left(\frac{7}{(z-1+i)^2(z-3+i)} \right) dz$$

$$\text{№ 14.} \quad \oint_{|z-2|=2} \left(\frac{3}{(z-3)^2(z-5)} \right) dz$$

$$\text{№ 15.} \quad \oint_{|z+7i|=2} \left(\frac{8}{(z-1+7i)^2(z-3+7i)} \right) dz$$

$$\text{№ 16.} \quad \oint_{|z-3|=2} \left(\frac{3}{(z-4)^2(z-6)} \right) dz$$

$$\text{№ 17.} \quad \oint_{|z+3i|=2} \left(\frac{4}{(z-1+3i)^2(z-3+3i)} \right) dz$$

$$\text{№ 18.} \quad \oint_{|z-4|=2} \left(\frac{3}{(z-5)^2(z-7)} \right) dz$$

$$\text{№ 19.} \quad \oint_{|z-5i|=2} \left(\frac{4}{(z-1-5i)^2(z-3-5i)} \right) dz$$

$$\text{№ 20.} \quad \oint_{|z-5|=2} \left(\frac{2}{(z-6)^2(z-8)} \right) dz$$

$$\mathbf{N}^{\circ} 21. \quad \oint_{|z-i|=2} \left(\frac{4}{(z-1-i)^2(z-3-i)} \right) dz$$

$$\mathbf{N}^{\circ} 22. \quad \oint_{|z-6|=2} \left(\frac{2}{(z-5)^2(z-3)} \right) dz$$

$$\mathbf{N}^{\circ} 23. \quad \oint_{|z-6i|=2} \left(\frac{4}{(z-1-6i)^2(z-3-6i)} \right) dz$$

$$\mathbf{N}^{\circ} 24. \quad \oint_{|z-5|=2} \left(\frac{2}{(z-4)^2(z-2)} \right) dz$$

$$\mathbf{N}^{\circ} 25. \quad \oint_{|z+6i|=2} \left(\frac{4}{(z-1+6i)^2(z-3+6i)} \right) dz$$

$$\mathbf{N}^{\circ} 26. \quad \oint_{|z-4|=2} \left(\frac{2}{(z-3)^2(z-1)} \right) dz$$

$$\mathbf{N}^{\circ} 27. \quad \oint_{|z+2i|=2} \left(\frac{4}{(z-1+2i)^2(z-3+2i)} \right) dz$$

$$\mathbf{N}^{\circ} 28. \quad \oint_{|z-3|=2} \left(\frac{4}{(z-2)^2 z} \right) dz$$

$$\mathbf{N}^{\circ} 29. \quad \oint_{|z-2i|=2} \left(\frac{6}{(z-1-2i)^2(z-3-2i)} \right) dz$$

$$\mathbf{N}^{\circ} 30. \quad \oint_{|z-2|=2} \left(\frac{6}{(z-1)^2(z+1)} \right) dz$$

2.10. Завдання № 2.10

Знайти особливі точки функції $f(z)$ та з'ясувати їх характер.

$$\text{№ 1. } f(z) = \frac{(z^{12} + 10z^4 + 2) \sin \frac{1}{z-3}}{z^2(z+5)^3(z^2+9)}$$

$$\text{№ 2. } f(z) = \frac{e^{9z} - 1}{\sin z - z + \frac{z^3}{6}}$$

$$\text{№ 3. } f(z) = \frac{(z^8 - 5z + 1) \cos \frac{1}{z+i}}{(z-1)(z+3)^2(z+6)^4}$$

$$\text{№ 4. } f(z) = \frac{\cos 3z - 1}{\sin z - z + \frac{z^3}{6}}$$

$$\text{№ 5. } f(z) = \frac{(z^9 - 6z^4 + 5)e^{\frac{1}{z-i}}}{(z-3i)^2(z+2i)^2(z+4)^3}$$

$$\text{№ 6. } f(z) = \frac{\sin 8z - 6z}{\cos z - 1 + \frac{z^2}{2}}$$

$$\text{№ 7. } f(z) = \frac{(z^{12} + 6z^6 + 1) \sin \frac{1}{z+1}}{z^4(z+5)^2(z-4i)}$$

$$\text{№ 8. } f(z) = \frac{\cos z^3 - 1}{\sin z - z + \frac{z^3}{6}}$$

$$\text{№ 9. } f(z) = \frac{(z^{10} - 2z^5 + 1)\cos\frac{1}{z-2}}{z^3(z-6)^2(z+i)^4}$$

$$\text{№ 10. } f(z) = \frac{ch5z-1}{e^z-1-z}$$

$$\text{№ 11. } f(z) = \frac{(z^{11} + z + 5)e^{\frac{1}{z+2}}}{z(z-2i)^3(z+3i)^4}$$

$$\text{№ 12. } f(z) = \frac{\cos 7z - 1}{shz - z - \frac{z^3}{6}}$$

$$\text{№ 13. } f(z) = \frac{(z^{14} - 2z^7 + 4)\sin\frac{1}{z-2}}{(z+2)^2(z-3)^3(z+4)^4}$$

$$\text{№ 14. } f(z) = \frac{e^{7z} - 1}{\cos z - 1 + \frac{z^2}{2}}$$

$$\text{№ 15. } f(z) = \frac{(z^{11} - 6z^3 + 2)\cos\frac{1}{z+2i}}{z^5(z+i)^2(z-2i)}$$

$$\text{№ 16. } f(z) = \frac{\cos 5z - 1}{chz - 1 - \frac{z^2}{2}}$$

$$\text{№ 17. } f(z) = \frac{\left(z^8 + 5z^2 + 1\right)e^{\frac{1}{z-2i}}}{\left(z^3 + z^2\right)^2(z + 2i)}$$

$$\text{№ 18. } f(z) = \frac{e^z - 1}{\sin z - z + \frac{z^3}{6}}$$

$$\text{№ 19. } f(z) = \frac{\left(z^{13} - 5z^6 + 4\right)\sin \frac{1}{z+3}}{(z^2 + 4)^3(z^2 + 1)^2}$$

$$\text{№ 20. } f(z) = \frac{sh4z - 4z}{e^z - 1 - z}$$

$$\text{№ 21. } f(z) = \frac{\sin 4z - 4z}{e^z - 1 - z}$$

$$\text{№ 22. } f(z) = \frac{\sin z^4 - z^4}{shz - z - \frac{z^3}{6}}$$

$$\text{№ 23. } f(z) = \frac{\sin z^2 - z^2}{\cos z - 1 + \frac{z^2}{2}}$$

$$\text{№ 24. } f(z) = \frac{e^z - 1}{z^3(z+1)^2}$$

$$\text{№ 25. } f(z) = \frac{\sin z}{z^3(1 - \cos z)}$$

$$\text{№ 26. } f(z) = \frac{ze^z}{z^4 - z^3 - 3z^2 + 5z - 2}$$

$$\text{№ 27. } f(z) = \frac{\sin^3 z}{z(1 - \cos z)}$$

$$\text{№ 28. } f(z) = \frac{ze^{iz}}{z^2 + 1}$$

$$\text{№ 29. } f(z) = \frac{1}{z^3(1 - \cos z)}$$

$$\text{№ 30. } f(z) = \frac{e^{z^5} - 1}{e^z - 1 - z}$$

2.11. Завдання № 2.11

Знайти всі розвинення у ряд Лорана даної функції за степенями z .

$$\text{№ 1. } f(z) = \frac{z - 2}{2z^3 + z^2 - z}$$

$$\text{№ 2. } f(z) = \frac{8z - 256}{z^4 + 8z^3 - 128z^2}$$

$$\text{№ 3. } f(z) = \frac{3z + 5}{(z - 1)(z + 3)}$$

$$\text{№ 4. } f(z) = \frac{3z - 18}{2z^3 + 3z^2 - 9z}$$

$$\text{№ 5. } f(z) = \frac{z+2}{z+z^2-2z^3}$$

$$\text{№ 6. } f(z) = \frac{z-8i}{(z+2i)(z-3i)}$$

$$\text{№ 7. } f(z) = \frac{z-4}{z^4+z^3-2z^2}$$

$$\text{№ 8. } f(z) = \frac{z+4}{2z^2+3z^3-z^4}$$

$$\text{№ 9. } f(z) = \frac{3z-4+2i}{(z+i)(z-4)}$$

$$\text{№ 10. } f(z) = \frac{2z-16}{4z^4+2z^3-8z^2}$$

$$\text{№ 11. } f(z) = \frac{2z+16}{8z^2+2z^3-z^4}$$

$$\text{№ 12. } f(z) = \frac{z+10+2i}{(z-2i)(z+5)}$$

$$\text{№ 13. } f(z) = \frac{3z-36}{z^4+3z^3-18z^2}$$

$$\text{№ 14. } f(z) = \frac{3z+18}{9z+3z^2-2z^3}$$

$$\text{№ 15. } f(z) = \frac{z-6i+1}{(z-1)(z+3)}$$

$$\text{№ 16. } f(z) = \frac{4z-64}{z^4+4z^3-32z^2}$$

$$\text{№ 17. } f(z) = \frac{7z+98}{49z+7z^2-2z^3}$$

$$\text{№ 18. } f(z) = \frac{z + 12 + 6i}{(z - 3i)(z + 4)}$$

$$\text{№ 19. } f(z) = \frac{9z - 162}{2z^3 + 9z^2 - 81z}$$

$$\text{№ 20. } f(z) = \frac{3z + 36}{18z^2 + 3z^3 - z^4}$$

$$\text{№ 21. } f(z) = \frac{2z - 14i}{(z - i)(z + 5i)}$$

$$\text{№ 22. } f(z) = \frac{6z - 144}{z^4 + 6z^3 - 72z^2}$$

$$\text{№ 23. } f(z) = \frac{4z + 64}{32z^2 + 4z^3 - z^4}$$

$$\text{№ 24. } f(z) = \frac{2z + 2i - 1}{(z - 1)(z + 2i)}$$

$$\text{№ 25. } f(z) = \frac{13z - 338}{2z^3 + 12z^2 - 169z}$$

$$\text{№ 26. } f(z) = \frac{9z + 162}{81z + 9z^2 - 2z^3}$$

$$\text{№ 27. } f(z) = \frac{z - 12 - 8i}{(z - 2i)(z + 4)}$$

$$\text{№ 28. } f(z) = \frac{7z - 196}{z^4 + 7z^3 - 98z^2}$$

$$\text{№ 29. } f(z) = \frac{6z + 144}{72z^2 + 6z^3 - z^4}$$

$$\text{№ 30. } f(z) = \frac{3z + 3 + 8i}{(z + 3)(z + 4i)}$$

2.12. Завдання № 2.12

Обчислити інтеграл за допомогою лишків.

$$\text{№ 1.} \quad \oint_{|z|=1,2} \frac{e^{3z}}{(z^2-1)(z-3)} dz$$

$$\text{№ 2.} \quad \oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{z(z^2+1)}$$

$$\text{№ 3.} \quad \oint_{|z+1|=\frac{1}{2}} \frac{\operatorname{tg} z + 2}{4z^2 + \pi z} dz$$

$$\text{№ 4.} \quad \oint_{|z-1-i|=\frac{5}{4}} \frac{2dz}{z^2(z-1)}$$

$$\text{№ 5.} \quad \oint_{|z-1|=2} \frac{z(z+\pi)}{\sin 2z} dz$$

$$\text{№ 6.} \quad \oint_{|z|=1} \frac{2+\sin z}{z(z+2i)} dz$$

$$\text{№ 7.} \quad \oint_{|z|=1} \frac{\cos z^2 - 1}{z^3} dz$$

$$\text{№ 8.} \quad \oint_{|z-1|=3} \frac{ze^z}{\sin z} dz$$

$$\text{№ 9.} \quad \oint_{|z|=3} \frac{e^{\frac{1}{z}} + 1}{z} dz$$

$$\text{№ 10. } \oint_{\left|z-\frac{3}{2}\right|=2} \frac{z(\sin z + 2)}{\sin z} dz$$

$$\text{№ 11. } \oint_{|z|=2} \frac{\sin z^3}{1 - \cos z} dz$$

$$\text{№ 12. } \oint_{\left|z-\frac{3}{2}\right|=2} \frac{2z(z-1)}{\sin z} dz$$

$$\text{№ 13. } \oint_{|z|=1} \frac{1 - \cos z^2}{z^2} dz$$

$$\text{№ 14. } \oint_{|z-3|=1} \frac{\sin 3z + 2}{z^2(z - \pi)} dz$$

$$\text{№ 15. } \oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{e^{2z^2} - 1}{z^3} dz$$

$$\text{№ 16. } \oint_{\left|z-\frac{1}{2}\right|=1} \frac{e^z + 1}{z(z-1)} dz$$

$$\text{№ 17. } \oint_{|z|=2} \frac{z - \sin z}{2z^4} dz$$

$$\text{№ 18. } \oint_{|z-2|=3} \frac{\cos^2 z + 1}{z^2 - \pi^2} dz$$

$$\text{№ 19. } \oint_{|z|=1} \frac{e^{2z} - z}{z^2} dz$$

$$\text{№ 20. } \oint_{|z-6|=1} \frac{\sin^3 z + 2}{z^2 - 4\pi^2} dz$$

$$\text{№ 21. } \oint_{|z|=3} \frac{\cos z^2 - 1}{z^4} dz$$

$$\text{№ 22. } \oint_{|z|=3} \frac{\sin^2 z}{z^3(z+i)} dz$$

$$\text{№ 23. } \oint_{|z|=2} \frac{1+2\cos z}{\left(z-\frac{\pi}{2}\right)^2} dz$$

$$\text{№ 24. } \oint_{|z|=3} \frac{(z-1)dz}{z^2(z-2)}$$

$$\text{№ 25. } \oint_{|z|=1} e^{\frac{1}{z+\frac{1}{2}}} dz$$

$$\text{№ 26. } \oint_{|z|=2} \frac{z^2}{(z^2+1)^2} dz$$

$$\text{№ 27. } \oint_{|z|=2} \frac{5dz}{z^3-z^4} dz$$

$$\text{№ 28. } \oint_{|z-2i|=4} \sin \frac{3}{z-i} dz$$

$$\text{№ 29. } \oint_{|z-1|=1} \cos \frac{4}{z-1} dz$$

$$\text{№ 30. } \oint_{|z|=4} \frac{\sin^3(z-2i)}{(z+3i)(z-2i)^4} dz$$

3. ОПЕРАЦІЙНЕ ЧИСЛЕННЯ

3.1. Завдання № 3.1

Знайти зображення функції $f(t)$.

$$\text{№ 1. } f(t) = t e^t + 1$$

$$\text{№ 2. } f(t) = e^{2t} \sin 3t + 2$$

$$\text{№ 3. } f(t) = e^t \cos^2 3t - 3$$

$$\text{№ 4. } f(t) = 2 \sin 2t \cos 4t + 1$$

$$\text{№ 5. } f(t) = 2 + sh 3t$$

$$\text{№ 6. } f(t) = 3 + 2 \sin(3t + 5)$$

$$\text{№ 7. } f(t) = 3 + t^2 + e^{4t} \sin 2t$$

$$\text{№ 8. } f(t) = e^{-3t} \cos 4t - 1$$

$$\text{№ 9. } f(t) = e^{4t} \sin^2 3t - 6$$

$$\text{№ 10. } f(t) = 4 \cos 3t \cos 5t - 2$$

$$\text{№ 11. } f(t) = 1 - 2ch 4t$$

$$\text{№ 12. } f(t) = 2 + 4 \cos(2t + 3)$$

$$\text{№ 13. } f(t) = 1 + t + e^t \sin 2t$$

$$\text{№ 14. } f(t) = t^3 e^{4t} - 1$$

$$\text{№ 15. } f(t) = e^{4t} \sin 5t - 7$$

$$\text{№ 16. } f(t) = e^{-t/2} \cos^2 3t + 10$$

$$\text{№ 17. } f(t) = 6 \sin 5t \sin 7t + 3$$

$$\text{№ 18. } f(t) = 3 + e^t \operatorname{sh} 2t$$

$$\text{№ 19. } f(t) = t + 3 \sin(4t + 7)$$

$$\text{№ 20. } f(t) = 7 \cos 3t \sin 7t + 3$$

$$\text{№ 21. } f(t) = t^4 e^{-3t} + 5$$

$$\text{№ 22. } f(t) = e^{-5t} \cos 6t - 1/2$$

$$\text{№ 23. } f(t) = e^{-2t} \sin^2 5t + 5$$

$$\text{№ 24. } f(t) = t^6 e^{-t} + 2$$

$$\text{№ 25. } f(t) = t^2 + 2 \cos(3t + 1)$$

$$\text{№ 26. } f(t) = t + e^{2t} \operatorname{ch} 3t$$

$$\text{№ 27. } f(t) = t^2 e^{-2t} + 3$$

$$\text{№ 28. } f(t) = 2 + 4t + e^{2t} \cos 3t$$

$$\text{№ 29. } f(t) = e^{7t} \sin 4t - 4$$

$$\text{№ 30. } f(t) = e^{5t} \cos^2 7t + 9$$

3.2. Завдання № 3.2

Знайти оригінали, що відповідають зображенням.

$$\text{№ 1. а) } F(p) = \frac{2p+1}{(p+1)(p^2+2p+3)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-5p}}{p^2+9}$$

$$\text{№ 2. а) } F(p) = \frac{4p+8}{p(p^2-p+1)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{pe^{-p}}{p^2-25}$$

$$\text{№ 3. а) } F(p) = \frac{4-p}{p^3+4p^2+5p};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-3p}}{(p+7)p}$$

$$\text{№ 4. а) } F(p) = \frac{11p+15}{(p+1)(p^2+6p+25)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-0,5p}}{(p-1)p^2}$$

$$\text{№ 5. а) } F(p) = \frac{2p-1}{(p-2)(p^2+2p+5)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-2p}}{p^2-4p+13}$$

$$\text{№ 6. а) } F(p) = \frac{p+5}{(p+2)(p^2-2p+2)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-4p}}{p^2-36}$$

$$\text{№ 7. а) } F(p) = \frac{15p+11}{(p-1)(p^2+8p+25)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-2p}}{p^2+25}$$

$$\text{№ 8. а) } F(p) = \frac{p+5}{(p-1)(p^2+2p+2)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-0,5p}}{p^2-2p+5}$$

$$\text{№ 9. а) } F(p) = \frac{p+10}{p(p^2-4p+5)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-2p}}{p^2-7p+12}$$

$$\text{№ 10. а) } F(p) = \frac{2p-1}{p(p^2-2p+2)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-2p}}{p^2-1}$$

$$\text{№ 11. а) } F(p) = \frac{15p+11}{(p-2)(p^2+6p+25)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-3p}}{p^2-4}$$

$$\text{№ 12. a) } F(p) = \frac{3p+5}{p^2(p^2-2p+5)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-p}}{p(p+1)}$$

$$\text{№ 13. a) } F(p) = \frac{2p+3}{p(p^2+4p+5)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-p}}{p^2+1}$$

$$\text{№ 14. a) } F(p) = \frac{2-p}{p^3-2p^2+5p};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{pe^{-3p}}{p^2+4}$$

$$\text{№ 15. a) } F(p) = \frac{2-3p}{(p-2)(p^2+2p+3)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-2p}}{p^2+16}$$

$$\text{№ 16. a) } F(p) = \frac{p+1}{p(p^2+2p+6)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-2p}}{p^2+8p+25}$$

$$\text{№ 17. a) } F(p) = \frac{p+3}{(p+1)(p^2+2p+3)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-p}}{p^2-2p+5}$$

$$\text{№ 18. a) } F(p) = \frac{3p-2}{(p-1)(p^2-6p+10)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-2p}}{p^2+4p+8}$$

$$\text{№ 19. a) } F(p) = \frac{4p+10}{p(p^2+4p+5)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-2p}}{p^2+2p+10}$$

$$\text{№ 20. a) } F(p) = \frac{3p-5}{(2p-1)(p^2-3p)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-p}}{p^2+4p+3}$$

$$\text{№ 21. a) } F(p) = \frac{p+3}{(2p-1)(p^2-5p+6)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-p}}{p^2(p+1)}$$

$$\text{№ 22. a) } F(p) = \frac{5p+2}{p(p^2-2p+5)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-2p}}{(p-1)^2}$$

$$\text{№ 23. a) } F(p) = \frac{p-1}{(2p-1)(p^2+3)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{pe^{-2p}}{p^2-9}$$

$$\text{№ 24. а) } F(p) = \frac{p+5}{(2p^2-p)(p-3)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{7p}}{p^2+64}$$

$$\text{№ 25. а) } F(p) = \frac{2p-1}{(2p^2+3p)(p-3)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{2p}}{p^2+49}$$

$$\text{№ 26. а) } F(p) = \frac{p-3}{(2p^2-p)(p+3)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-3p}}{p^2-49}$$

$$\text{№ 27. а) } F(p) = \frac{3p+2}{(2p^2-4p)(p-3)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-p}}{p(p+1)}$$

$$\text{№ 28. а) } F(p) = \frac{p+3}{(p^2-4)(p-1)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-2p}}{p(p+2)}$$

$$\text{№ 29. а) } F(p) = \frac{2p+7}{(p+1)(p^2-3p)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-p}}{p(p+3)}$$

$$\text{№ 30. а) } F(p) = \frac{p+1}{p(p^2+4)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-4p}}{p(p+1)}$$

3.3. Завдання № 3.3

Розв'язати задачу Коші методом операційного числення.

$$\text{№ 1. } x'' + 2x' - 3x = e^{-t}; \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1$$

$$\text{№ 2. } x'' + 4x = 2 \cos t \cos 3t; \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$$

$$\text{№ 3. } x'' + 2x' = t \sin t; \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$$

$$\text{№ 4. } x'' + 2x' + x = \sin t; \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = -1$$

$$\text{№ 5. } x'' - x' = te^t; \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$$

- № 6. $x'' + x = 2(1 - t)$; $x(0) = 2, \quad x'(0) = -2$
- № 7. $x'' + 3x' + 2x = 2t^2 + 1$; $x(0) = 4, \quad x'(0) = -3$
- № 8. $x'' - 2x' + x = t - \sin t$; $x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$
- № 9. $x'' + x' = \cos t$; $x(0) = 2, \quad x'(0) = 0$
- № 10. $x'' + 2x' + x = t^2$; $x(0) = 1, \quad x'(0) = 0$.
- № 11. $x'' + 4x = -e^t$; $x(0) = 1, \quad x'(0) = 2$
- № 12. $x'' + x' = t \cos t$; $x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$
- № 13. $x'' + x' - 2x = e^t$; $x(0) = -1, \quad x'(0) = 0$
- № 14. $x'' + 6x' = 12t + 2$; $x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$
- № 15. $x'' - x' + x = e^{-t}$; $x(0) = 0, \quad x'(0) = 1$
- № 16. $x'' + x = 2 \sin t$; $x(0) = 1, \quad x'(0) = -1$
- № 17. $x'' + 3x' + 2x = 2t^2 + 1$; $x(0) = 4, \quad x'(0) = -3$
- № 18. $x'' - 2x' + 5x = 1 - t$; $x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$
- № 19. $x'' + x = t \cos 2t$; $x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$
- № 20. $x'' + 4x' + 4x = t^2 e^{-2t}$; $x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$
- № 21. $x'' + 3x' + 2x = e^{-t} + e^{-2t}$; $x(0) = 2, \quad x'(0) = -3$
- № 22. $x'' - 2x' + x = e^t$; $x(0) = 0, \quad x'(0) = 1$
- № 23. $x'' + 9x = 18 \cos 3t$; $x(0) = 0, \quad x'(0) = 9$
- № 24. $x'' + 6x' + 9x = 10 \sin t$; $x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$
- № 25. $x'' + 2x' + 2x = te^{-t}$; $x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$

$$\text{№ 26. } x'' + 4x = 2 \cos^2 t; \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$$

$$\text{№ 27. } x'' - 6x' + 9x = 9t^2 - 12t + 2; \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = 3$$

$$\text{№ 28. } x'' - 5x' + 6x = (12t - 7)e^{-t}; \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$$

$$\text{№ 29. } x'' + 2x' + 3x = t \cos t; \quad x(0) = -1, \quad x'(0) = 0$$

$$\text{№ 30. } x'' - 4x' + 4x = (t - 1)e^{2t}; \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1$$

3.4. Завдання № 3.4

Методом операційного числення знайти частинний розв'язок системи диференціальних рівнянь.

$$\text{№ 1. } \begin{cases} x' = x + 3y \\ y' = x - y \end{cases}, \quad x(0) = -1, \quad y(0) = 2.$$

$$\text{№ 2. } \begin{cases} x' = -x + 3y \\ y' = x + y \end{cases}, \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 2.$$

$$\text{№ 3. } \begin{cases} x' = x + 4y \\ y' = 2x - y \end{cases}, \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 0.$$

$$\text{№ 4. } \begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = 4x - y \end{cases}, \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 5. } \begin{cases} x' = 5x + 5y \\ y' = x - 2y \end{cases}, \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 6. } \begin{cases} x' = -2x + 5y \\ y' = x + 2y \end{cases}, \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 2.$$

$$\text{№ 7. } \begin{cases} x' = 3x + y \\ y' = -5x - 3y \end{cases}, \quad x(0) = 2, \quad y(0) = 0.$$

$$\text{№ 8. } \begin{cases} x' = -3x - 4y \\ y' = 2x + 3y \end{cases}, \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 2.$$

$$\text{№ 9. } \begin{cases} x' = -x + 6y \\ y' = 2x \end{cases}, \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 10. } \begin{cases} x' = 2x + 3y \\ y' = 4x - 2y \end{cases}, \quad x(0) = -1, \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 11. } \begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = 2x + y \end{cases}, \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 5.$$

$$\text{№ 12. } \begin{cases} x' = 2x - 2y \\ y' = -4x \end{cases}, \quad x(0) = 3, \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 13. } \begin{cases} x' = -x - 2y \\ y' = -\frac{3}{2}x + y \end{cases}, \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 0.$$

$$\text{№ 14. } \begin{cases} x' = 3x + 5y \\ y' = 3x + y \end{cases}, \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 2.$$

$$\text{№ 15. } \begin{cases} x' = 3x + 2y \\ y' = \frac{5}{2}x - y \end{cases}, \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 16. } \begin{cases} x' = 2y \\ y' = 2x \end{cases}, \quad x(0) = -1, \quad y(0) = 0.$$

$$\text{№ 17. } \begin{cases} x' = 2x + 8y \\ y' = 3x + 4y \end{cases}, \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 2.$$

$$\text{№ 18. } \begin{cases} x' = 2x + 2y \\ y' = 4y \end{cases}, \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 19. } \begin{cases} x' = x + y \\ y' = 4x + y \end{cases}, \quad x(0) = 1, y(0) = 0.$$

$$\text{№ 20. } \begin{cases} x' = x - 2y \\ y' = -3x \end{cases}, \quad x(0) = 0, y(0) = 1.$$

$$\text{№ 21. } \begin{cases} x' = 3y \\ y' = x + 2y \end{cases}, \quad x(0) = -1, y(0) = 1.$$

$$\text{№ 22. } \begin{cases} x' = x + 4y \\ y' = 2x + 3y \end{cases}, \quad x(0) = 0, y(0) = 1.$$

$$\text{№ 23. } \begin{cases} x' = 2y \\ y' = 2x + 3y \end{cases}, \quad x(0) = 2, y(0) = 1.$$

$$\text{№ 24. } \begin{cases} x' = -2x + y \\ y' = 3x \end{cases}, \quad x(0) = 1, y(0) = 0.$$

$$\text{№ 25. } \begin{cases} x' = 3y \\ y' = 3x \end{cases}, \quad x(0) = 2, y(0) = 0.$$

$$\text{№ 26. } \begin{cases} x' = x + 3y \\ y' = x - y \end{cases}, \quad x(0) = 1, y(0) = 0.$$

$$\text{№ 27. } \begin{cases} x' = 4x \\ y' = x + 2y \end{cases}, \quad x(0) = -1, y(0) = 0.$$

$$\text{№ 28. } \begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}, \quad x(0) = 1, y(0) = 0.$$

$$\text{№ 29. } \begin{cases} x' = x + 3y \\ y' = x - y \end{cases}, \quad x(0) = 0, y(0) = 1.$$

$$\text{№ 30. } \begin{cases} x' = -x + 3y \\ y' = x + y \end{cases}, \quad x(0) = 1, y(0) = 0.$$

ЛІТЕРАТУРА

1. Андрощук Л. В. Вища математика: Навч. посібник. Модуль 7. Ряди. Диференціальні рівняння / Л. В. Андрощук, О. І. Ковтун, Т. І. Олешко ; За заг. ред. Т. І. Олешко. – Київ : Книжкове вид-во НАУ, 2005. – 104 с.
2. Анпілогов Д.І., Сніжко Н.В. Диференціальні рівняння: навч. посібник / Д.І. Анпілогов, Н.В. Сніжко. – Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка», 2019. – 175 с.
3. Герасимчук В. С. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: навчальний посібник для студ. технічних і технологічних спец. вищих навч. закладів : затв. МОНУ / В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. – К. : Книги України ЛТД, 2009. – 577 с.
4. Дубовик В. П. Вища математика: Навч. посібник / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – К. : «А.С.К.», 2005. – 648 с.
5. Клепко В. Ю. Вища математика в прикладах і задачах: навчальний посібник для студ. вищих навч. закл. / В. Ю. Клепко, В. Л. Голець. – 2-ге вид. – К. : Центр учбової літератури, 2009. – 594 с.
6. Литвин І. І. Вища математика: навч. посібник: рек. МОНУ / І. І. Литвин, О. М. Конончук, Г. О. Желізняк. – 2-ге вид. – К. : Центр учбової літератури, 2009. – 368 с.
7. Мастиновський Ю.В. Операційне числення та деякі його застосування (для студентів електротехнічних спеціальностей вищих навчальних закладів) / Ю.В. Мастиновський. – Запоріжжя: Акцент Інвест-трейд, 2014. – 132 с.
8. Мастиновський, Ю.В. Теорія функцій комплексної змінної: навчальний посібник / Ю.В. Мастиновський, Г.А. Шишканова. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2012. – 160 с.