

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

ДОДАТОК ДО ЛЕКЦІЙ З МАТЕМАТИКИ
(ТРЕНІНГ ДО НАЦІОНАЛЬНОГО
МУЛЬТИПРЕДМЕТНОГО ТЕСТУ – 2024)

для слухачів підготовчих курсів
спеціальностей технічного, комп'ютерного
та економічного напрямків
усіх форм навчання

Запоріжжя
2024

Додаток до лекцій з математики (тренінг до національного мультипредметного тесту – 2024) для слухачів підготовчих курсів спеціальностей технічного, комп'ютерного та економічного напрямків усіх форм навчання / Укл.: Н. В. Сніжко, Н. М. Антоненко, І. І. Зіненко. – Запоріжжя: НУ "Запорізька політехніка", 2024. – 24 с.

Укладачі: Н. В. Сніжко, доцент каф. математики, к. ф.-м. н.,
Н. М. Антоненко, доцент каф. математики, к. ф.-м. н.,
І. І. Зіненко, асист. каф. математики

Рецензент: Г. А. Шишканова, доцент каф. математики, к. ф.-м. н.

Відповідальний за випуск: Н. В. Сніжко, доцент, к. ф.-м. н.

Рекомендовано до видання
Центром доуніверситетської підготовки
НУ "Запорізька політехніка"
01.02.2024

Затверджено
Директор ННБК ЗРЦПО
Т. В. Соловйова
01.02.2024

ЗМІСТ

Вступ	4
Інструкція щодо виконання завдань і заповнення бланку відповідей.	5
Тренінг до НМТ – 2024.	6
Довідкові матеріали	19
Бланк відповідей	22
Відповіді до завдань.	23
Література	24

ВСТУП

Даний методичний посібник є додатком до лекційного курсу елементарної математики, який читається на підготовчих курсах Центру доуніверситетської підготовки НУ "Запорізька політехніка". Тут розміщено тренінг до національного мультипредметного тесту – 2024 з математики, який складений для слухачів підготовчих курсів спеціальностей технічного, комп'ютерного та економічного напрямків. Методичний посібник розроблено у вигляді робочого зошиту.

Структура робочого зошита наступна. Спочатку наведені інструкції та вказівки щодо виконання завдань та правил заповнення бланка відповідей. Далі розміщені завдання тренінгу: завдання 1 – 15 з вибором однієї правильної відповіді з кількох (тестові); завдання 16 – 18 на встановлення відповідності ("логічні пари"); завдання 19 – 22 відкритої форми з короткою відповіддю. Звертаємо увагу, що в блоці НМТ з математики цього року не буде завдань відкритої форми з розгорнутою відповіддю. Потім наведені довідкові матеріали, які можуть використовуватись при виконанні завдань тренінгу, а також бланк відповідей, який підлягає заповненню. Оскільки даний методичний посібник може використовуватись слухачами для самостійної роботи, то для контролю правильності виконання наведені правильні відповіді до всіх завдань. В кінці наведено список літератури для підготовки до складання НМТ та ДПА – збірники завдань з розв'язками, тренажери, довідники, а також посилання на важливі сайти (МОН, УЦОЯО, "Освіта.уа", НУ "Запорізька політехніка").

Укладачі методичного посібника намагались, щоб структура тестових завдань, їх зміст та форма подачі були якомога ближчими до завдань НМТ – 2024 з математики, оскільки основна мета роботи підготовчих курсів – допомогти абітурієнтам підготуватись до здачі НМТ та вступу до університету. Всі складові частини даного тренінгу відповідають матеріалам УЦОЯО щодо НМТ – 2024 з математики.

Даний тренінг є важливою складовою частиною як самостійної роботи слухачів, так і аудиторної в рамках практичних занять при підготовці до НМТ. Матеріали даного посібника можуть бути використані також для практичної ілюстрації теоретичних положень під час викладення лекційного матеріалу, при проведенні практичних занять, а також для проведення модульного контролю (його аудиторної частини).

ІНСТРУКЦІЯ ЩОДО ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ І ЗАПОВНЕННЯ БЛАНКУ ВІДПОВІДЕЙ

Час виконання – 60 хвилин. Робота складається з 22 завдань різних форм. Відповіді до завдань 1–22 Ви маєте позначити в бланку відповідей.

Тест містить 15 завдань з вибором однієї правильної відповіді з п'яти запропонованих варіантів, 4 завдання на встановлення відповідності (потрібно встановити по 3 «логічні пари»), 4 завдання відкритої форми з короткою відповіддю (неструктуровані завдання).

Результат виконання завдань **1–22** тесту з математики буде зараховано як результат **державної підсумкової атестації**, а також використано під час прийому до закладів вищої освіти.

Інструкція щодо роботи в зошиті

1. Правила виконання завдань зазначені перед кожною новою формою завдань.
2. Рисунки в завданнях виконано схематично, без строгого дотримання пропорцій.
3. Відповідайте лише після того, як Ви уважно прочитали та зрозуміли завдання. Використовуйте як чернетку вільні від тексту місця в зошиті.
4. Намагайтеся виконати всі завдання.
5. Ви можете скористатися довідковими матеріалами, наведеними на сторінках 19–21.

Інструкція щодо заповнення бланку відповідей

1. У бланк відповідей записуйте чітко, згідно з вимогами інструкції до кожної форми завдань, лише правильні, на Вашу думку, відповіді.
2. Неправильно позначені, підчищені відповіді в бланку буде зараховано як помилкові.
3. Якщо Ви позначили відповідь до якогось із завдань 1–18 в бланку відповідей неправильно, то можете виправити її, замалювавши попередню позначку та поставивши нову, як показано на зразку:



4. Якщо Ви записали відповідь до якогось із завдань 19–22 неправильно, то можете виправити її, закресливши та записавши новий варіант відповіді поряд з відведеним місцем бланка відповідей.
6. Ваш результат залежатиме від загальної кількості правильних відповідей, записаних у бланку відповідей.

Зичимо Вам успіху!

1. Які з наведених чисел є ірраціональними: $\sqrt{2}$, 1 , $\sqrt[3]{8}$, π ?

[illegible][illegible][illegible]

4. В арифметичній прогресії a_n задано $a_2 = -9$ та $a_4 = -4$. Знайдіть різницю цієї прогресії.

А	Б	В	Г	Д
-2,5	6,5	2,5	-6,5	-5

[illegible]

5. Розв'яжіть нерівність $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{5}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0) \cup [5; +\infty)$	$[5; +\infty)$	$[0; 5]$	$[0; +\infty)$	$(-\infty; 5]$

[illegible]

6. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $\log_2 x = \log_4 9$.

A	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0]$	$(0; 1]$	$(1; 4]$	$(4; 9]$	$(9; +\infty)$

[illegible]

7. Функція $F(x) = \ln(x+1) - 2x^5 - \cos 2x$ є первісною функції $f(x)$.
Укажіть значення функції $f(x)$ в точці $x_0 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	3	4

[illegible]

8. При якому значенні α вектори $\vec{a} = (-2; 3)$ та $\vec{b} = (1; \alpha)$ будуть колінеарні?

А	Б	В	Г	Д
$2 - \frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{3}{2}$	2	1

[illegible]

9. Укажіть розмах ряду даних 5, 3, 3, 2, 7, 12, 15, 18, 10.

А	Б	В	Г	Д
16	5	8	10	7

[illegible]

[illegible][illegible][illegible]

[illegible]

- [illegible]

- [illegible]

У завданнях 16–18 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. Поставте позначки в таблицях відповідей до завдань у бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви).

16. Узгодьте твердження (1 – 3) із функцією (А – Д), для якої це твердження є правильним.

Твердження

Функція

1 областю значень функції є
проміжок $[0; +\infty)$

А $y = x^2 - 5$

Б $y = 5x$

2 графік функції симетричний
відносно осі y

В $y = 5\sqrt{x}$

Г $y = \log_{0,2} x$

3 найбільшого значення на відрізку $[2; 5]$
функція набуває в точці $x = 2$

Д $y = -\frac{5}{x}$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					



17. Доберіть до числового виразу (1 – 3) рівний йому за значенням вираз (А – Д).

Вираз

1 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$

2 $|2 - \sqrt{5}|$

3 $\log_4 64$

Вираз

А $\sqrt{5} - 2$

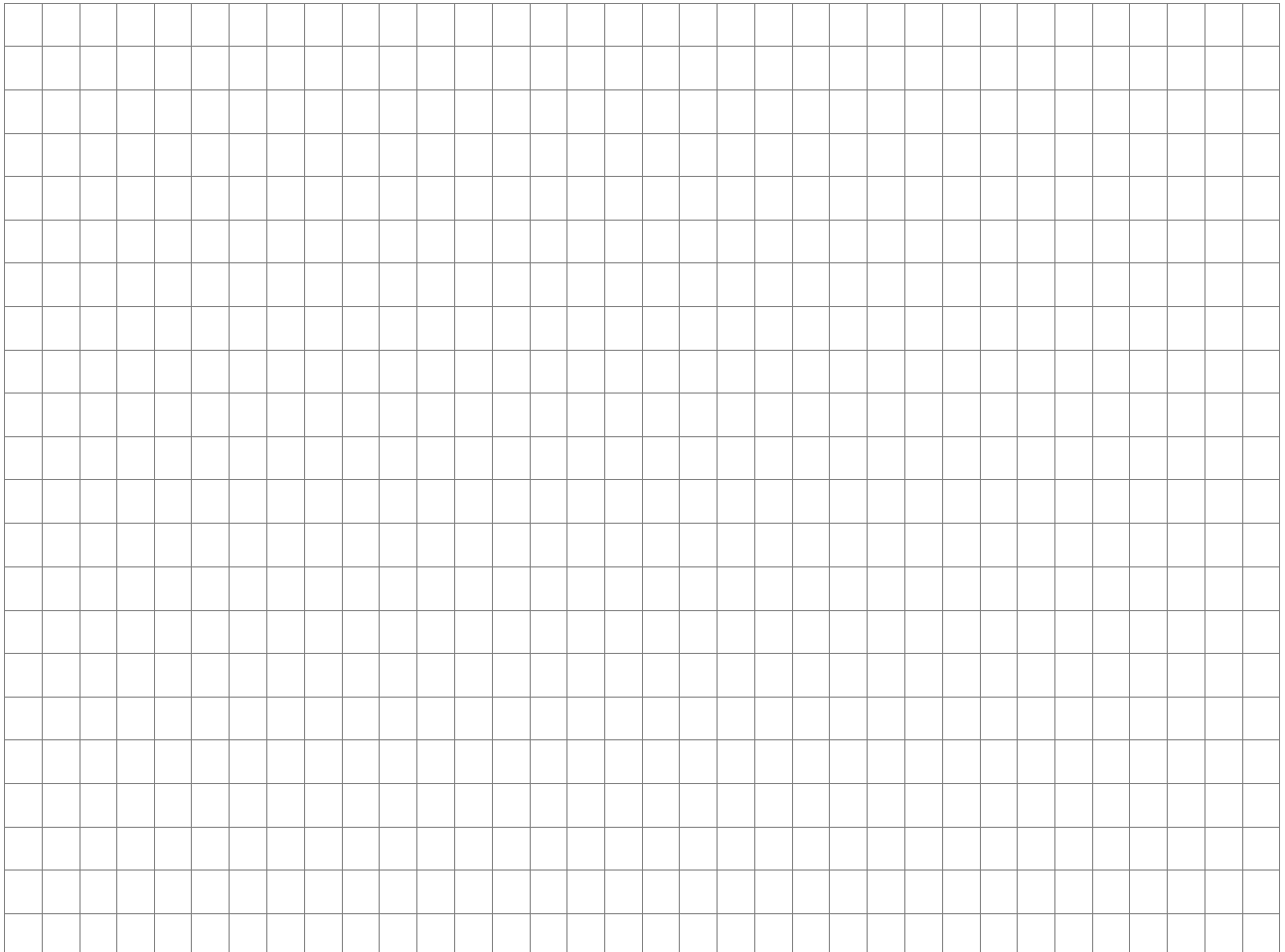
Б $2 - \sqrt{5}$

В $\sqrt{5} + 2$

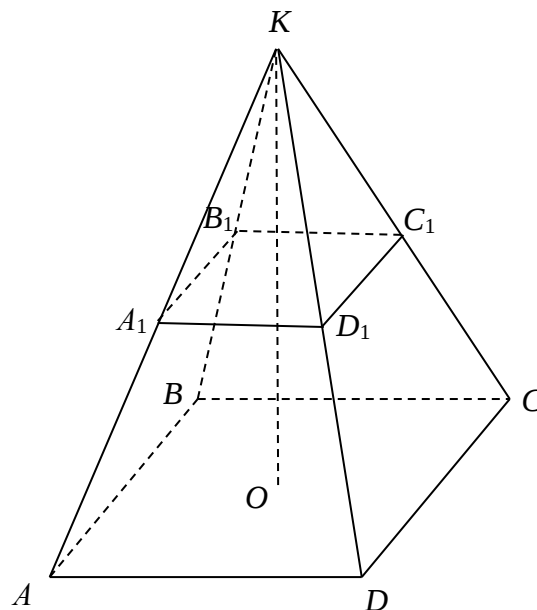
Г 3

Д 16

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					



18. На рисунку зображена правильна чотирикутна піраміда $KABCD$, у якій висота і сторона основи дорівнюють 2 дм. Через середину висоти паралельно площині основи проведена площина, $A_1B_1C_1D_1$ – утворений переріз. На кожне питання (1 – 3) підберіть правильну відповідь з (А – Д).



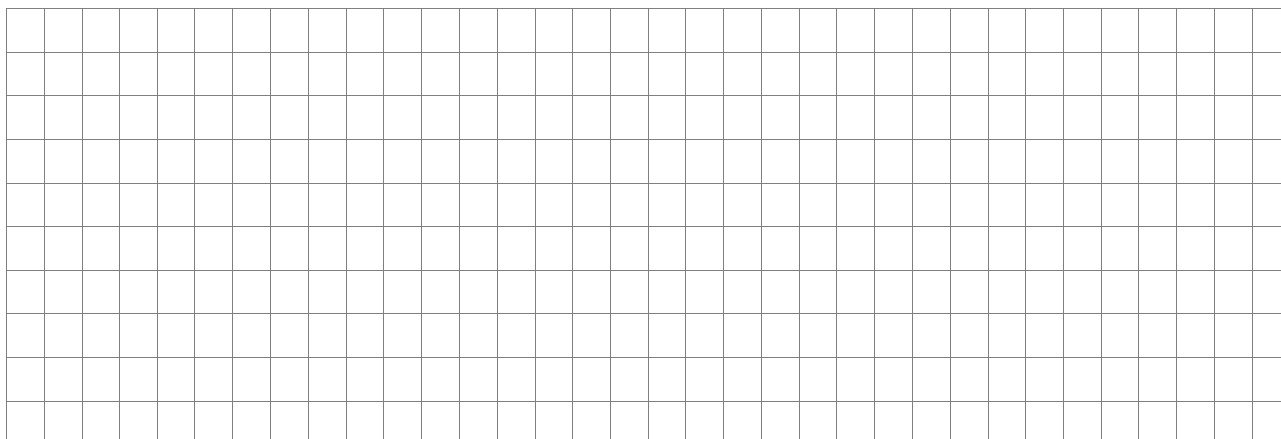
Питання

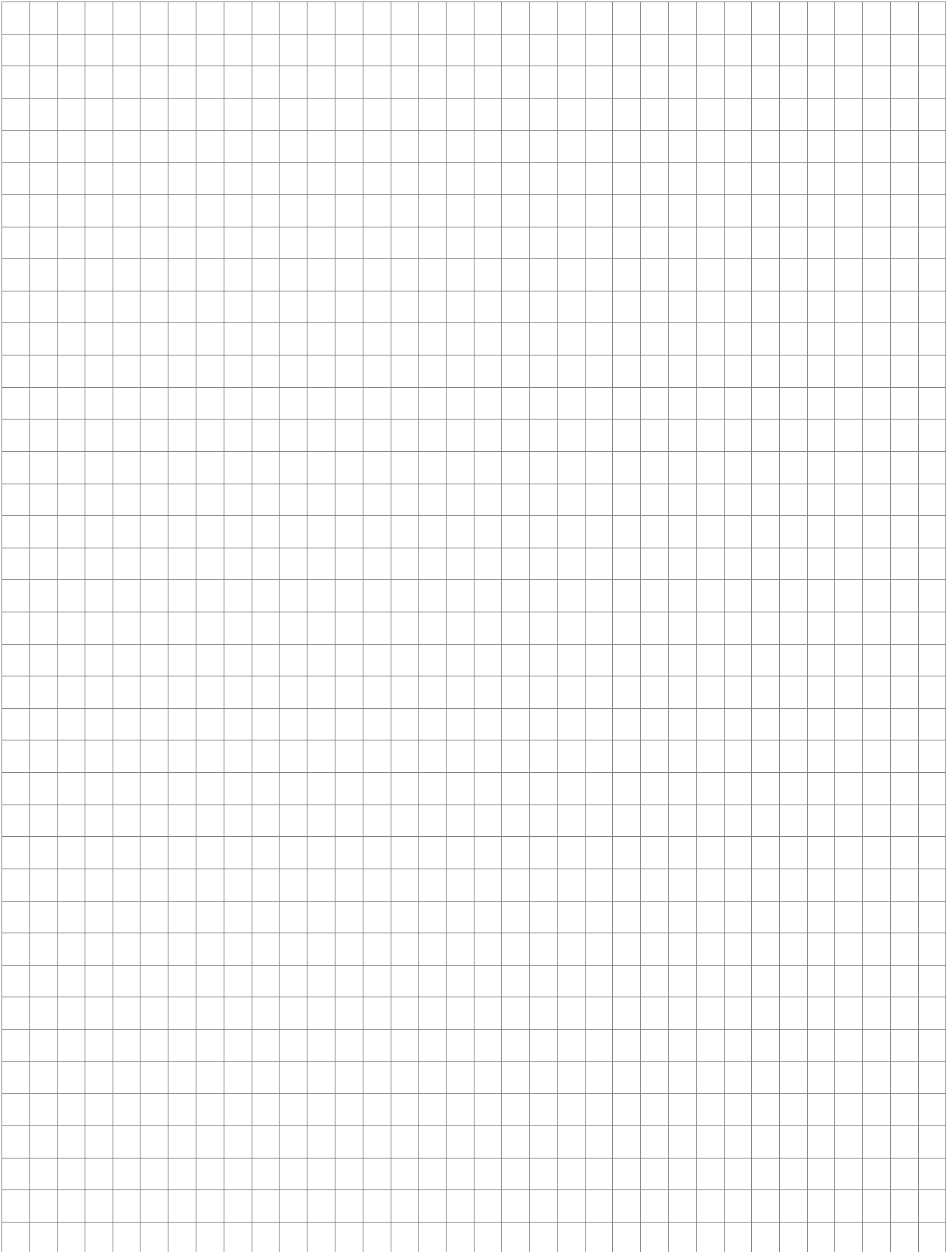
Відповідь

- 1 Яку частину складає бічна поверхня піраміди $KA_1B_1C_1D_1$ від бічної поверхні піраміди $KABCD$?
- 2 Чому дорівнює об'єм піраміди $KA_1B_1C_1D_1$ в дм³?
- 3 Яку частину складає об'єм піраміди $KA_1B_1C_1D_1$ від об'єму піраміди $KABCD$?

- А $\frac{1}{2}$
 Б $\frac{1}{3}$
 В $\frac{1}{4}$
 Г $\frac{1}{6}$
 Д $\frac{1}{8}$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					





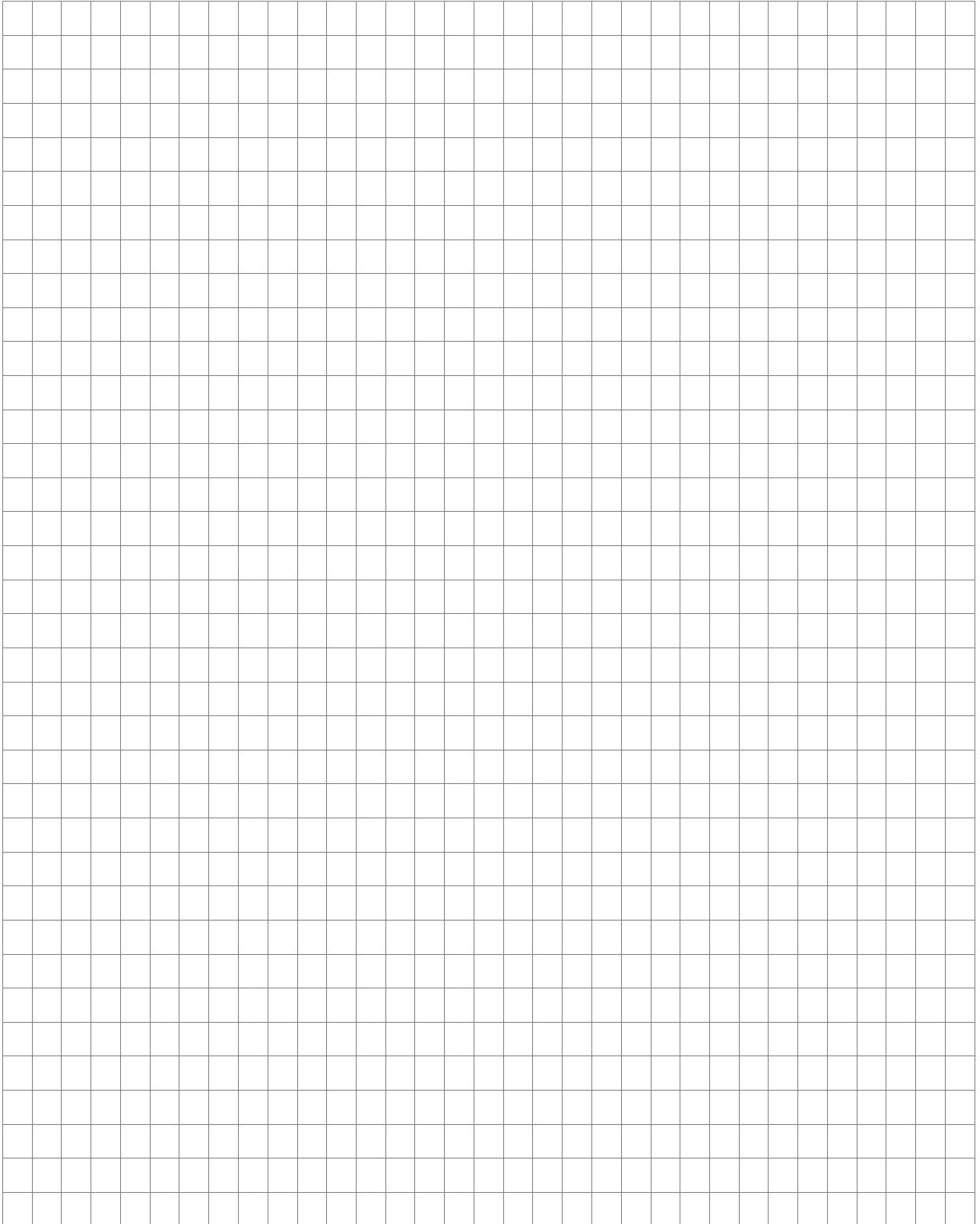
Відповідь:

20. В шкільному шаховому гуртку займається 8 хлопчиків та 5 дівчаток. На турнір треба сформувати команду з двох хлопчиків та двох дівчаток. Скільки є варіантів формування такої команди?

This image shows a full page of blank graph paper. The background is a very light gray, and it is covered by a precise grid of thin, medium-gray lines. The grid consists of small, identical squares that extend across the entire area of the page, leaving no margins or other markings.

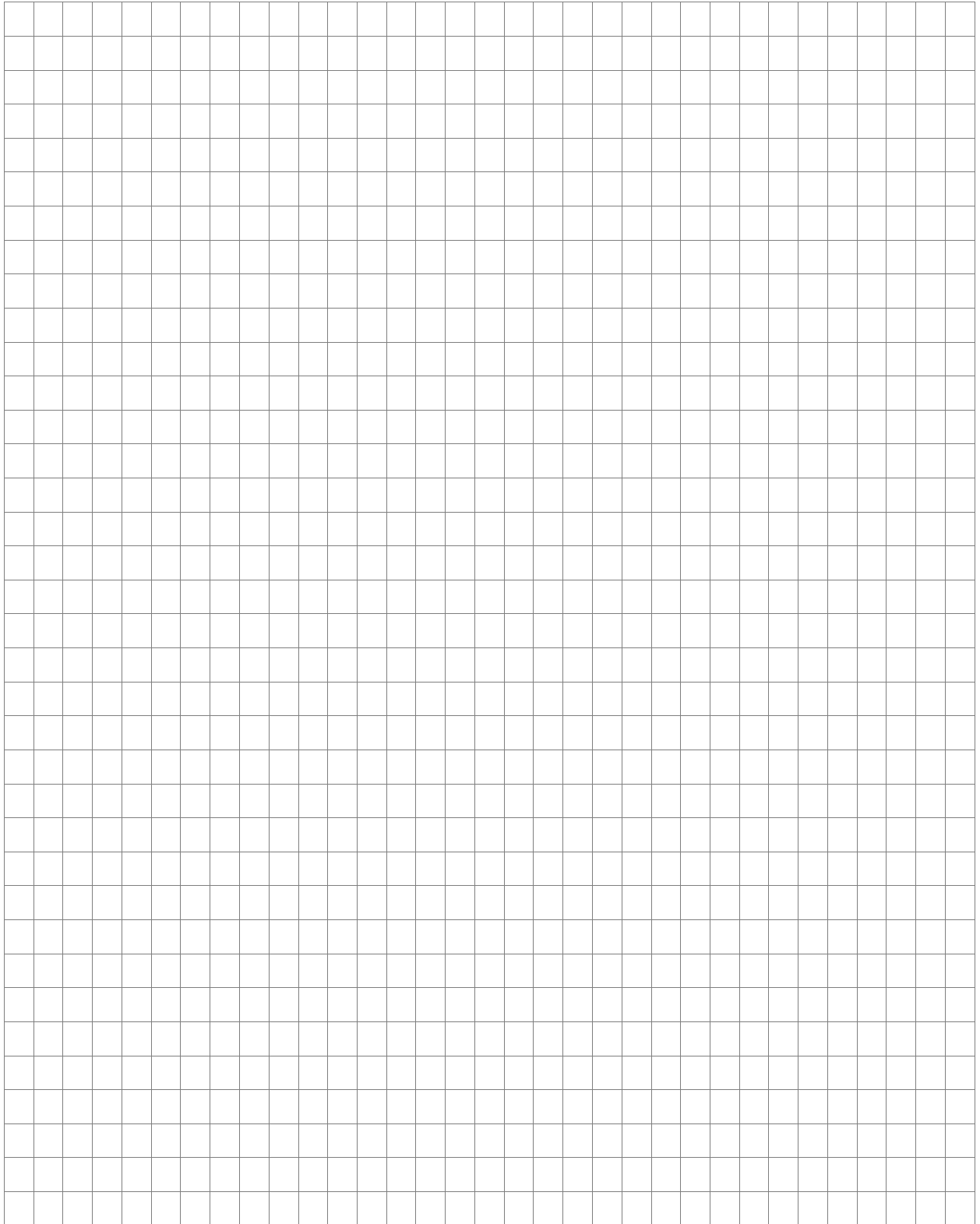
Відповідь:

- 21.** Знайдіть радіус основи циліндра, якщо площа його повної поверхні 48π , а площа бічної поверхні 30π .



Відповідь:

22. Визначте кількість цілих значень a , за яких корені x_1 та x_2 квадратного рівняння $x^2 - 8ax + 16a^2 - 36 = 0$ задовольняють умову $x_1 < 6 < x_2$.



Відповідь:

ДОВІДКОВІ МАТЕРІАЛИ

Таблиця квадратів від 10 до 49

Десятки	Одиниці									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Формули скороченого множення

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Модуль числа

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{якщо } a \geq 0, \\ -a, & \text{якщо } a < 0 \end{cases}$$

Квадратне рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$$

$$D = b^2 - 4ac \quad \text{— дискримінант}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \quad \text{якщо } D > 0$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}, \quad \text{якщо } D = 0$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Степені

$$a^1 = a, \quad a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ разів}} \quad \text{для } a \in R, n \in N, n \geq 2$$

$$a^0 = 1, \quad \text{де } a \neq 0 \quad \sqrt{a^2} = |a|$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{для } a \neq 0, n \in N$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad a > 0, m \in Z, n \in N, n \geq 2$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

$$(ab)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$$

Логарифми

$$a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, k \neq 0$$

$$a^{\log_a b} = b \quad \log_a a = 1 \quad \log_a 1 = 0$$

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$$

Арифметична прогресія

$$a_n = a_1 + d(n - 1) \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Геометрична прогресія

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \quad S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad (q \neq 1)$$

Теорія ймовірностей

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

Комбінаторика

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n! \quad C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!} \quad A_n^k = \frac{n!}{(n - k)!}$$

Похідна функції C, α – сталі

$$(C)' = 0$$

$$x' = 1$$

$$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(u-v)' = u' - v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$(Cu)' = Cu'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

**Первісна функції
та визначений інтеграл**

Функція $f(x)$	Загальний вигляд первісних $F(x) + C$, C – довільна стала
0	C
1	$x + C$
$x^\alpha, \alpha \neq -1$	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$
e^x	$e^x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) \text{ – формула}$$

Ньютона-Лейбніца

Тригонометрія

$$\sin \alpha = y_\alpha \quad \cos \alpha = x_\alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\operatorname{tg}(90^\circ + \alpha) = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

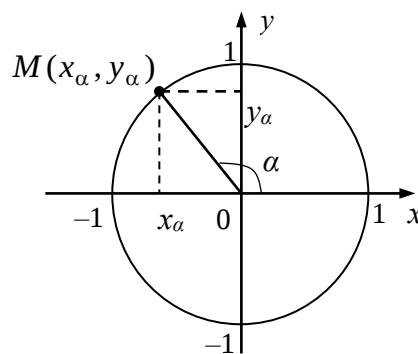
$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

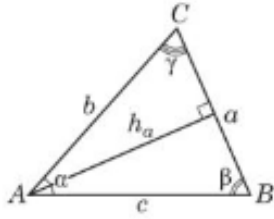
**Таблиця значень тригонометричних функцій деяких кутів**

α	рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	град	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	не існує	0	не існує	0

ГЕОМЕТРІЯ

Трикутники

Довільний трикутник



$$p = \frac{a+b+c}{2} \quad \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

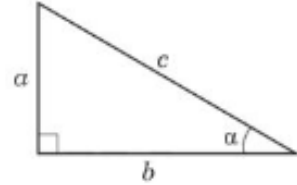
R – радіус кола, описаного навколо трикутника ABC

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a \quad S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \alpha \quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Прямокутний трикутник

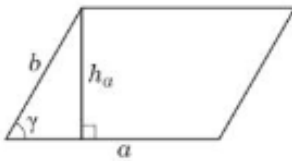
$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ (теорема Піфагора)}$$

$$\frac{b}{c} = \cos \alpha \quad \frac{a}{c} = \sin \alpha \quad \frac{a}{b} = \operatorname{tg} \alpha$$



Чотирикутники

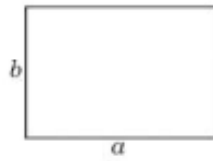
Паралелограм



$$S = ab \sin \gamma$$

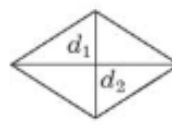
$$S = ah_a$$

Прямокутник



$$S = ab$$

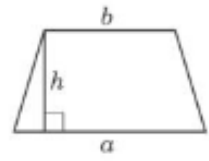
Ромб



$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2,$$

d_1, d_2 – діагоналі ромба

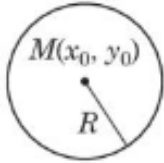
Трапеція



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h,$$

a і b – основи трапеції

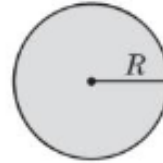
Коло



$$L = 2\pi R$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

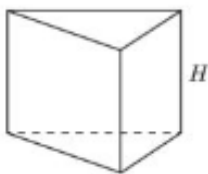
Круг



$$S = \pi R^2$$

Об'ємні фігури та тіла

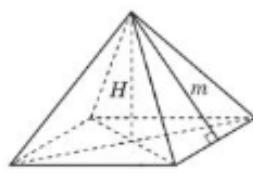
Пряма призма



$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_6 = P_{\text{осн}} \cdot H$$

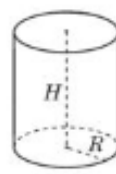
Правильна піраміда



$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_6 = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot m$$

Циліндр



$$V = \pi R^2 H$$

$$S_6 = 2\pi R H$$

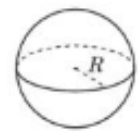
Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$S_6 = \pi R L$$

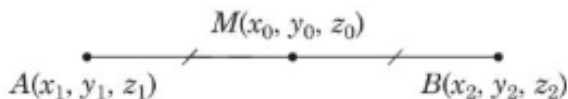
Куля, сфера



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$S = 4\pi R^2$$

Координати та вектори



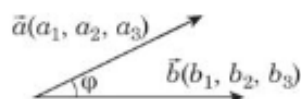
$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

$$\overrightarrow{AB}(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \varphi$$

БЛАНК ВІДПОВІДЕЙ

Відповіді до завдань 1 – 15

	А	Б	В	Г	Д
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					
6.					
7.					
8.					
9.					
10.					
11.					
12.					
13.					
14.					
15.					

Відповіді до завдань 16 – 18

16.

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

17.

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

18.

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Відповіді до завдань 19 – 22

19.

21.

20.

22.

ВІДПОВІДІ ДО ЗАВДАНЬ

№ завдання	Відповідь
1	Б
2	В
3	Б
4	В
5	А
6	В
7	Б
8	В
9	А
10	Д
11	В
12	А
13	Д
14	Д
15	В
16	1 – В, 2 – А, 3 – Г
17	1 – В, 2 – А, 3 – Г
18	1 – В, 2 – Б, 3 – Д
19	108
20	280
21	3
22	2

ЛІТЕРАТУРА

1. Математика. Комплексна підготовка до ЗНО і ДПА. Профільний рівень і рівень стандарту / Уклад.: А.М.Капіносов [та ін.]. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2020. – 480 с.
2. Математика. Збірник тестових завдань для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання / Уклад.: А.М.Капіносов [та ін.]. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2020. – 208 с.
3. Математика. Міні-довідник для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання / Уклад.: А.М.Капіносов [та ін.]. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2020. – 192 с.
4. Математика. Довідник для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання / А.М.Капіносов [та ін.]. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2020. – 400 с.
5. Математика. Завдання та розв'язки для підготовки до ЗНО. Профільний рівень і рівень стандарту / Я.Т.Гринчишин, О.М.Мартинюк, С.В.Мартинюк. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2020. – 384 с.
6. Математика: тренажер для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання і державної підсумкової атестації / А.М.Капіносов [та ін.]. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2019. – 144 с
7. Сайт Міністерства освіти і науки України: <http://mon.gov.ua/>
8. Офіційний сайт Українського центру оцінювання якості освіти (УЦОЯО): <http://testportal.gov.ua/>
9. Тематичний ресурс: <https://osvita.ua>
10. Сайт НУ "Запорізька політехніка": <http://zp.edu.ua/>