

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Національний університет «Запорізька політехніка»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
до лабораторної роботи №4.

**ЗОНИ ФРЕНЕЛЯ**

з дисципліни

“Технічна електродинаміка, поширення радіо хвиль, антени”  
для студентів спеціальності

G5 (172) Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та  
радіотехніка,  
всіх форм навчання

Методичні вказівки для лабораторної роботи №4 «Зони Френеля» з дисципліни “Технічна електродинаміка, поширення радіохвиль, антени” для студентів спеціальності G5 (172) Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та радіотехніка, всіх форм навчання / Укл. Л. М. Логачова – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2025. – 16 с.

Укладачі:

Л.М. Логачова, ст. викладач

Рецензент:

С.С. Самойлик, доцент, к.ф.-м.н.

Відповідальний за випуск: Л.М. Логачова, ст. викладач

**Затверджено**  
на засіданні кафедри  
радіотехніки та телекомунікацій  
Протокол № 2  
від “28” серпня 2025 р.

**Затверджено**  
на засіданні НМК ФІБЕК  
Протокол № 2  
від “23” вересня 2025 р.

## ЗМІСТ

Лабораторна робота № 4 Зони Френеля.....	С. 4
1 Загальні положення.....	4
2 Розрахункова частина.....	10
3 Опис лабораторної установки.....	11
4 Порядок виконання роботи.....	12
5 Зміст звіту.....	13
6 Контрольні запитання.....	14
Перелік джерел посилань.....	15
Додаток А Таблиці косинус – і синус – інтегралів Френеля.....	16

## Лабораторна робота № 4

### Зони Френеля

**Мета роботи:** вивчити явище дифракції на круглому отворі та поняття зон Френеля, мінімальної зони, істотної зони.

#### 1 Загальні положення

При взаємодії хвиль з об'єктами, перепонами, отворами у екранах виникають викривлення поля. Задача визначення впливу об'єктів на структуру поля називається задачею дифракції. З необхідністю вирішення цієї задачі зустрічаються при аналізі антен, поширенні радіохвиль у неоднорідних середовищах, у радіолокації, зв'язку і т.д.

При аналізі дифракції сферичної хвилі на круглому отворі можна з'ясувати, що не вся частина простору приймає однакову участь у поширенні радіохвиль між двома пунктами, виникають поняття істотної частини траси, істотної зони.

Розглянемо дифракцію на нескінченному екрані з круглим отвором радіусу  $R$  (рис. 1.1).

Джерело сигналу знаходиться у точці  $O$ , поле досліджується у точці  $A$ .

За екраном можна виділити поверхню  $S$ , з точки зору геометричної оптики повністю затінену, та поверхню  $S_0$ , яка освітлена джерелом.

Поле на  $S+S_0$  задається за методами, які запропонували Френель та Кирхгоф, і за цим полем розраховується поле у точці  $A$  (на  $S$  поле беруть рівним нулю, на  $S_0$  воно таке ж, як якби екрана не було), т. ч.

$$E_{S_0} = \frac{\sqrt{60PD}}{\rho} e^{-jk\rho} \cdot F_E,$$

де  $P$  – потужність передавача;  
 $D$  – КСД антени передавача;  
 $F_E$  – діаграмний множник антени передавача;

$k$  – хвильове число  $\frac{2\pi}{\lambda}$ ;

$\lambda$  – довжина хвилі передавача;

$\rho$  – відстань від передавача до точки спостереження.

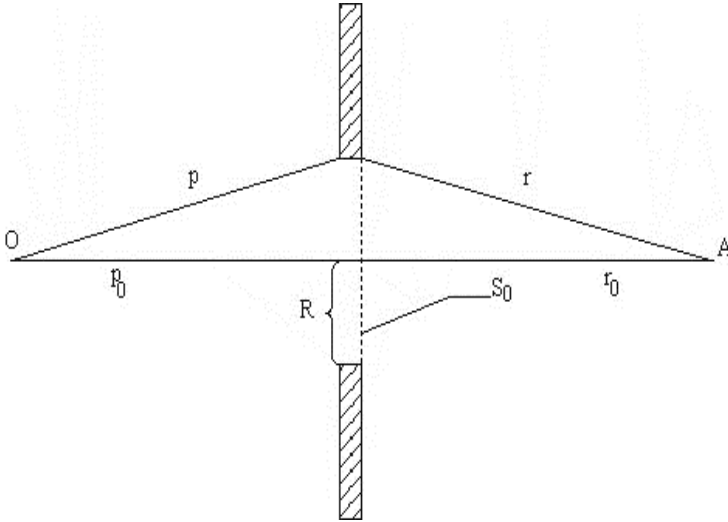


Рисунок 1.1 – Геометрія задачі

Для розрахунків по величині поля на поверхні  $S+S_0$  величини поля у точці  $A$  можна використовувати принцип Гюйгенса - Френеля, який пізніше був модифікований Кирхгофом. Невірний у основі принцип Гюйгенса (знаходиться обвідна сферичних хвиль, які випромінюються точками хвильового фронту) Френель перетворив у потужну зброю вирішення дифракційних задач у 1813 році, забезпечивши кожний випромінюючий елемент  $ds$  поверхні  $S_0$  фазою та діаграмою спрямованості (яка потім була виправлена Кирхгофом, що дав вивід принципу Гюйгенса - Френеля з хвильового рівняння).

Елемент Гюйгенса - Кирхгофа  $ds$  на отворі  $S_0$  створює у точці  $A$  поле



$$\bar{B} = \frac{\bar{B}_1}{2} + \left| \frac{\bar{B}_1}{2} - \bar{B}_2 + \frac{\bar{B}_3}{2} \right| + \dots = \frac{\bar{B}_1}{2}. \quad (1.5)$$

Таким чином, сигнал від половини першої зони Френеля приблизно дорівнює сигналу у вільному просторі.

Радіус першої зони Френеля  $R_{\phi_1}$  легко знайти з рівностей [3]

$$\rho_1 + r_1 - (\rho_0 + r_0) = \frac{\lambda}{2};$$

$$\rho_1 = \sqrt{\rho_0^2 + R_{\phi_1}^2} = \rho_0 + \frac{R_{\phi_1}^2}{2\rho_0};$$

$$r_1 = \sqrt{r_0^2 + R_{\phi_1}^2} = r_0 + \frac{R_{\phi_1}^2}{2r_0}.$$

Звідки

$$R_{\phi_1} = \sqrt{\frac{\lambda\rho_0r_0}{\rho_0 + r_0}}. \quad (1.6)$$

Аналогічно для зовнішнього радіусу  $n$ -ої зони маємо

$$R_{\phi_n} = \sqrt{\frac{\lambda\rho_0r_0n}{\rho_0 + r_0}}. \quad (1.7)$$

Очевидно, рівняння

$$\rho_n + r_n = \rho_0 + r_0 + \frac{n\lambda}{2}. \quad (1.8)$$

вираз (1.8) є рівняння еліпсоїда обертання у просторі. Таким чином, межа зони Френеля у просторі є еліпсоїд з фокусами у точках  $O$  та  $A$ , а зони Френеля – простір між двома еліпсоїдами.

Обчислення інтеграла (1.2) методом стаціонарної фази приведе до наступного виразу для поля у точці спостереження  $A$  [1]

$$\hat{E}(R) = \frac{\sqrt{60PD}}{\rho_0 + r_0} e^{-jk(\rho_0+r_0)} \cdot \hat{V}(r), \quad (1.9)$$

$$V(R) = 2[C(R)^2 + S(R)^2], \quad (1.10)$$

де  $\hat{V}(R)$  – множник послаблення радіотраси, що досліджується,  $C(R)$  та  $S(R)$  – спеціальні функції – косинус - та синус – інтеграли Френеля, відповідно. Таблиця значень  $V(R)$  при різних співвідношеннях радіуса отвору  $R$  до радіуса першої зони Френеля  $R_\phi$  розташована у додатку А.

Графік залежності модуля множника послаблення  $|\hat{V}(R)|$  від радіуса отвору має осцилюючий характер та зображений на рис. 1.3. [2]

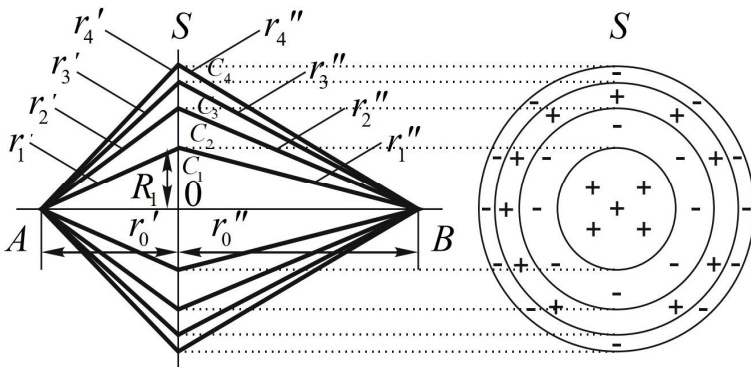


Рисунок 1.2 – Зони Френеля

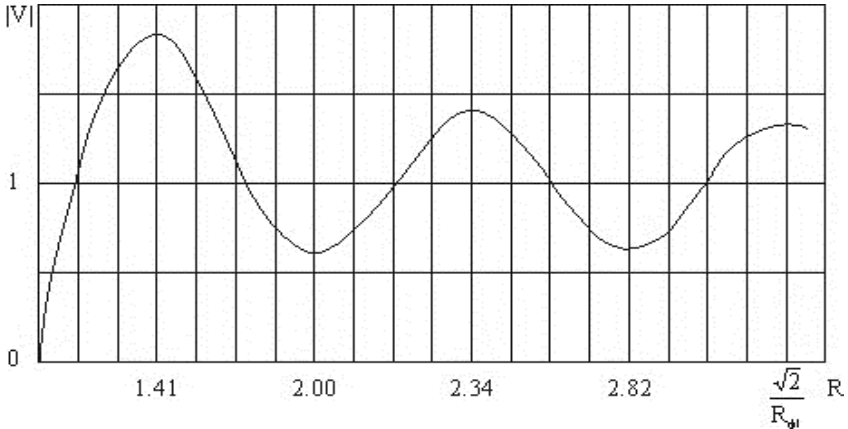


Рисунок 1.3 – Залежність модуля множника ослаблення від відносного радіусу отвору в екрані

Видно, що коли  $R = \frac{R_{\phi 1}}{\sqrt{3}}$ , то  $|\hat{V}| = 1$ . На поле істотно впливає лише область, яка містить усередині декілька перших зон Френеля, які складають істотну зону для поширення радіохвиль ( $R = R_{\phi 9} = 3R_{\phi 1}$ ).

Зона  $R = \frac{R_{\phi 1}}{\sqrt{3}}$ , де  $|\hat{V}| = 1$ , називається мінімальною зоною. [6]

На практиці істотний вплив на характер залежності  $|\hat{V}(R)|$  чинить діаграма спрямованості антени передавача  $F_E$ .

## 2 Розрахункова частина

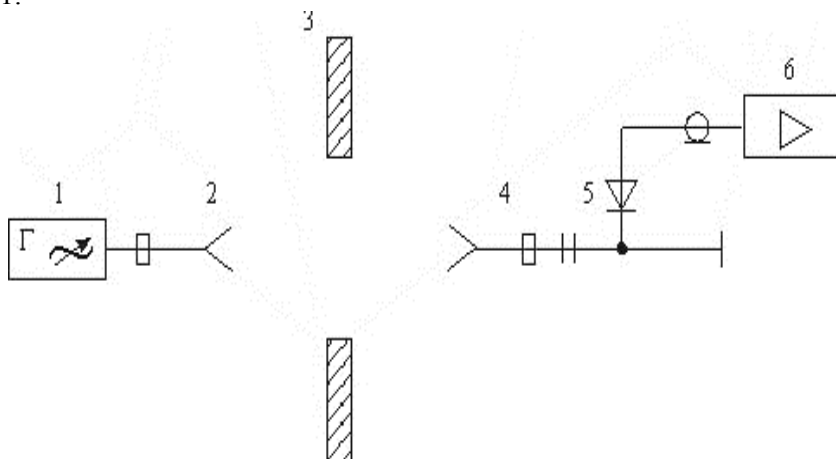
2.1 За значеннями  $\rho=0,5$  м,  $r_0 = (0.3 + N \cdot 0.2)$  м, та робочій довжині хвилі  $\lambda=0,03$ м розрахувати та побудувати графік залежності модуля множника послаблення  $|\hat{V}(R)|$  при збільшенні радіуса отвору від нуля до шести зон Френеля,  $N=0,1,2,\dots,25$ .

2.2 Використовуючи дані п.2.1, розрахувати множник послаблення  $|\hat{V}(R)|$  при довжині хвилі  $\lambda=0,01$ м.

2.3 Визначити розмір істотної та мінімальної зон при поширенні радіохвиль за даними п. 2.1.

### 3 Опис лабораторної установки

Схема установки для вивчення зон Френеля зображена на рис. 3.1.



1 – генератор НВЧ коливань; 2 – передаюча антена; 3 – екран з ірисовою діафрагмою; 4 – приймальна антена; 5 – кристалічний детектор; 6 – мілівольтметр.

Рисунок 3.1 – Структурна схема вимірювальної установки

#### 4 Порядок виконання роботи

4.1 Ввімкнути і на протязі 20 – 25 хвилин прогріти НВЧ генератор.

4.2 Налаштувати генератор на завдану довжину хвилі, добитися вихідної потужності.

4.3 Встановити відстань від передавальної та приймальної антен до екрана відповідно до розрахункового завдання.

4.4 Зняти залежність рівня поля у точці прийому, змінюючи радіус діафрагми від 0 до 0,5 м через 0,01 м.

4.5 Збільшивши удвоє відстань від передавача до екрана, повторити вимірювання згідно 4.4.

4.6 Визначивши рівень поля  $E_0$  по вільному простору при  $|\hat{V}|=1$ , побудувати графік множника послаблення  $|\hat{V}(R)|$ . Зрівняти експериментальні та теоретичні залежності.

## **5 Зміст звіту**

5.1 Результати попередніх розрахунків у вигляді таблиць та графіків.

5.2 Результати вимірювань множників послаблення з аналізом та зрівнянням отриманих результатів.

## 6 Контрольні запитання

6.1 Як формулюється принцип Гюйгенса – Френеля?

6.2 Яка область фронту хвилі є істотною при поширенні радіохвилі?

6.3 Як отримати формулу, яка визначає радіуси зон Френеля?

6.4 Чому область простору, яка є істотною при поширенні радіохвиль, являє собою еліпсоїд обертання?

6.5 Яким чином можна отримати підсилення (послаблення) поля у точці прийому по відношенню до поля вільного простору?

6.6 Як зменшити область простору, яка є істотною для поширення хвиль?

6.7 Чому при зміні радіуса отвору залежність рівня поля, яке є діафрагованим на отворі, має осцилюючий характер?

6.8 Як впливають реальні розміри антен на формування поля у точці прийому?

### Перелік джерел посилань

1. Рубан А. І., Гогоці Ю. Г., Гусак О. Г. Теорія поля : підручник. Суми : Сумський державний університет, 2023. – 279 с.
2. Пілінський В.В., Швайченко В.Б. Технічна електродинаміка та поширення радіохвиль: навч. посіб. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. 343 с. URL: <https://ela.kpi.ua/items/2df0ef72-19a8-4865-89d5-420ef55ccb19> (дата звернення 15.04.2026)
3. Логачова Л. М. Бугрова Т.І. Поширення земних радіохвиль та мобільний зв'язок : навч. посіб. Запоріжжя: ЗНТУ, 2019. 236 с.
4. M. Abramowitz and I. A. Stegun Handbook of mathematical functions. With formulas, graphs, and mathematical tables. Issued June 1964, Tenth Printing, December 1972, with corrections U.S. Government Printing Office Washington, D.C. 1046 p. URL: <https://personal.math.ubc.ca/~cbm/aands/frameindex.htm>
5. Герасимчук В.С., Васильченко Г.С., Кравцов В.І. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах. навч. посіб. К.: Книги України ЛТД, 2010. 470 с.
6. Ільїнов М.Д., Гурський Т.Г., Борисов І.В., Гриценко К.М. Лінії радіозв'язку та антенні пристрої. Навчальний посібник. К.: ВІПІ, 2018. 250 с.

## Додаток А [4,5]

## Таблиці косинус- і синус- інтегралів Френеля

R=0, ... , 3.25

$$C(R) = \int_0^R \cos\left[\frac{\pi}{2} \cdot U^2\right] dU$$

$$S(R) = \int_0^R \sin\left[\frac{\pi}{2} \cdot U^2\right] dU$$

R	C(R)	S(R)
0	0.0000000	0.0000000
0.5	0.0499999	0.0000654
0.1	0.0999975	0.0005236
0.15	0.1499813	0.001767
0.2	0.1999211	0.0041876
0.25	0.2497592	0.0081756
0.3	0.299401	0.014117
0.35	0.3487063	0.02239
0.4	0.3974808	0.0333594
0.45	0.4454682	0.0473692
0.5	0.4923442	0.0647324
0.55	0.5377111	0.0857189
0.6	0.5810954	0.1105402
0.65	0.6219488	0.1393324
0.7	0.6596523	0.1721364
0.75	0.693526	0.2088771
0.8	0.7228442	0.2493413
0.85	0.7468577	0.2931575
0.9	0.7648231	0.3397762
0.95	0.7760395	0.3884568
1.0	0.7798936	0.438259
1.05	0.7759098	0.4880459
1.1	0.7638071	0.5364978
1.15	0.7435566	0.5821423
1.2	0.7154384	0.623401
1.25	0.6800916	0.6586558
1.3	0.6385515	0.6863339
1.35	0.5922678	0.7050108
1.4	0.5430967	0.7135268
1.45	0.4932593	0.7111118
1.5	0.4452612	0.697508
1.55	0.4017716	0.6730791
1.6	0.3654593	0.6388918

R	C(R)	S(R)
1.65	0.338794	0.596755
1.7	0.3238206	0.5491994
1.75	0.3219265	0.4993865
1.8	0.3336223	0.4509379
1.85	0.3583658	0.4076833
1.9	0.3944586	0.3733375
1.95	0.4390467	0.3511261
2.0	0.4882481	0.3433943
2.05	0.5374219	0.3512427
2.1	0.5815767	0.3742451
2.15	0.6158948	0.4103026
2.2	0.6363245	0.4556856
2.25	0.6401743	0.5052971
2.3	0.6266184	0.5531669
2.35	0.5970233	0.5931492
2.4	0.5550034	0.6196941
2.45	0.5061459	0.6289442
2.5	0.4573894	0.619188
2.55	0.4181432	0.5915369
2.6	0.3889302	0.5499935
2.65	0.3804562	0.5010901
2.7	0.3924835	0.452662
2.75	0.4232547	0.4139823
2.8	0.4674864	0.3915152
2.85	0.5170743	0.3900195
2.9	0.5623856	0.4101248
2.95	0.5942435	0.4481093
3.0	0.6057438	0.4963104
3.05	0.5941194	0.5444698
3.1	0.5616131	0.5818378
3.15	0.5154127	0.5996474
3.2	0.4661592	0.5933846
3.25	0.4263098	0.56425