

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЗАПОРІЗЬКА ПОЛІТЕХНІКА»
КАФЕДРА ФІЗИКИ

ЛЕКЦІЇ

ПО КУРСУ ЗАГАЛЬНОЇ ФІЗИКИ
для спеціальності

141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка

Розділ III
Електрика та магнетизм

доц. каф фізики ЗНТУ

ПРАВДА М.І.

ЗАПОРІЖЖЯ

2021

Лекція 19

Тема: Електричне поле у вакуумі

Питання:

- 19.1 Електричне поле та електричні заряди. Закон збереження заряду.
- 19.2 Закон Кулона.
- 19.3 Напруженість електричного поля. Принцип суперпозиції. Силові лінії.
- 19.4 Електричний диполь.
- 19.5 Потік вектору напруженості електричного поля. Теорема Гауса.

19.1 Електричне поле та електричні заряди. Закон збереження заряду.

Електричне поле - часткова форма проявлення (разом з магнітним полем) електромагнітного поля, яка визначає (дію з боку поля) сили, що не залежить від швидкості руху заряду.

Уявлення про електричне поле було введено М. Фарадеєм в 30 рр. ХІХ ст. Згідно Фарадею кожний заряд, що знаходиться у стані спокою, створює у навколишньому просторі електричне поле. Поле одного заряду діє на інший заряд і навпаки; так здійснюється взаємодія між зарядами.

Електричний заряд – джерело електромагнітного поля, пов'язане з матеріальним носієм; внутрішня характеристика елементарної частинки, яка визначає її електромагнітну взаємодію.

Вся сукупність електромагнітних явищ є проявленням існування, руху і взаємодії електричних зарядів. Дослід показує, що існують два види електричних зарядів, які умовно називають “позитивними” та “негативними”; при тому заряди одного знаку відштовхуються один від одного, а заряди різних знаків притягуються один до одного.

Електричний заряд має властивість дискретності, тобто існує єдиний в природі мінімальний елементарний заряд, якому кратна решта зарядів, що зустрічаються в природі. Цим елементарним зарядом є заряд електрона. В системі СІ заряд вимірюється в Кулонах [Кл]. Заряд електрона дорівнює:

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Тобто будь-який заряд, що зустрічається в природі можна представити у вигляді:

$$q = n \cdot e, \quad (19.1)$$

де $n = 1, 2, 3, \dots$

Заряди макроскопічних тіл створюються надлишком або браком у тіла зарядів якогось одного знаку, найчастіше надлишком або браком електронів. Так, якщо у тіла бракує певної кількості електронів (для того щоб тіло було електрично нейтральним), то говорять, що тіло має позитивний заряд; якщо ж тіло має певний надлишок електронів, то говорять, що воно має негативний заряд. Величина заряду макроскопічного тіла в обох випадках визначається формулою (19.1).

Слід зауважити, що оскільки величина елементарного заряду є дуже малою, то у багатьох випадках, коли ми маємо справу із певною зміною заряду у часі, із рухом зарядів (електричний струм) і таке інше, можна вважати, що заряд системи змінюється не дискретно, а безперервно.

Закон збереження заряду.

Загальний електричний заряд замкненої системи дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, які складають систему і строго зберігається при будь-яких перетвореннях, що відбуваються в системі.

19.2 Закон Кулона.

Сила взаємодії між зарядженими тілами (частинками), які знаходяться у стані спокою, підпорядковується закону Кулона, який було їм відкрито в 1785 р. Цей закон є одним з головних законів електростатики. (Раніше цей самий закон відкрив англ. фізик Г.Кавендіш, але його праці були опубліковані пізніше, вже після смерті вченого, його учнями – лише у 1879 р.).

Два точкових заряди q_1 та q_2 взаємодіють між собою з силою:

$$F = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{R^2}, \quad (19.2)$$

де R - відстань між зарядами.

Коефіцієнт пропорційності k залежить від вибору системи одиниць і в системі СІ дорівнює:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0}, \quad (19.3)$$

де: ϵ - діелектрична проникність середовища, яка показує у скільки разів сила взаємодії між двома точковими зарядами у вакуумі - F_0 більше сили F взаємодії між тими самими зарядами, на тій самій відстані у даному середовищі; тобто:

$$\epsilon = \frac{F_0}{F}; \quad (19.4)$$

ϵ_0 - електрична стала, яка дорівнює: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$.

Таким чином, в системі СІ закон Кулона має вигляд:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{R^2}. \quad (19.5)$$

19.3 Напруженість електричного поля. Принцип суперпозиції. Силові лінії.

Напруженість електричного поля це є його силова характеристика, яка характеризує поле у кожній точці простору. Напруженість є векторна фізична величина, яка чисельно дорівнює силі, що діє на одиничний позитивний заряд, який вміщено в дану точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}, \quad (19.6)$$

де q_0 - пробний заряд, який вміщено в дану точку поля.

У вакуумі напруженість електричного поля задовольняє принципу суперпозиції: загальна напруженість електричного поля в даній точці простору дорівнює векторній сумі напруженостей полів, які створюються в даній точці кожною зарядженою частинкою (тілом) окремо:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots,$$

або

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i. \quad (19.7)$$

Важливим частковим випадком напруженості є напруженість поля точкового заряду. Складемо систему рівнянь:

$$E = \frac{F}{q_0}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q_0}{R^2} . \quad (19.8)$$

З системи рівнянь (19.8) для напруженості точкового заряду одержуємо:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R^2} , \quad (19.9)$$

Для наочного уявлення електричного поля у просторі застосовуються так звані силові лінії поля. Силовой лінією називається уявна лінія у просторі, дотична до якої в кожній точці співпадає з вектором напруженості \vec{E} .

Розглянемо найпростіші приклади силових ліній.

1. Силові лінії одиночного позитивного заряду – рис. 19.1 а);
силові лінії одиночного негативного заряду – рис. 19.1 б).

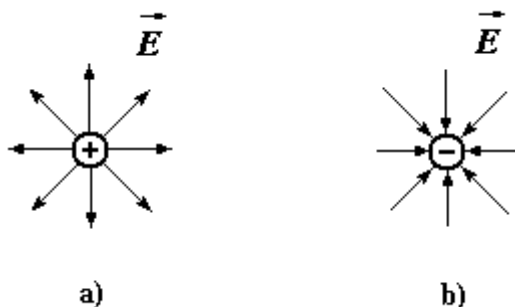


Рисунок 19.1

2. Силові лінії системи двох різнойменних зарядів.

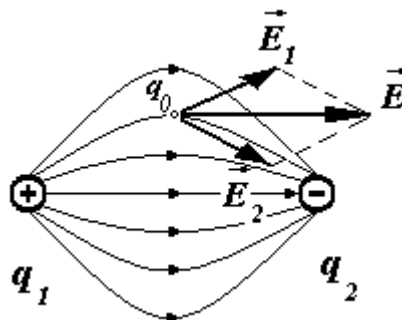


Рисунок 19.2

З рисунку 19.2 видно, що загальна напруженість у довільній точці простору визначається як векторна сума напруженостей, які створюються кожним із зарядів окремо (згідно принципу суперпозиції):

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \quad (19.10)$$

і направлена по дотичній до силовой лінії. Силові лінії електричного поля завжди починаються на позитивних зарядах і закінчуються на негативних.

19.4 Електричний диполь.

Термін «диполь» походить від грецьких слів: di - приставка, яка означає подвійний; polos - полюс. Електричний диполь – сукупність двох рівних по модулю та протилежних по знаку електричних зарядів $+e, -e$, які знаходяться на невеликій відстані l один від

одного. Основною характеристикою диполя є його дипольний момент, який визначається формулою:

$$\vec{p} = e \cdot \vec{l}. \quad (19.11)$$

Вектор \vec{l} направлений від негативного заряду до позитивного – рис.19.3.



Рисунок 19.3

Основні властивості диполя.

1). Розрахунок показує, що при виконанні умови $R \gg l$, де R - відстань від диполя до довільної точки простору, напруженість електричного поля, яке створюється диполем зменшується пропорційно $\frac{1}{R^3}$, тобто швидше ніж напруженість поля точкового заряду, яка зменшується пропорційно $\frac{1}{R^2}$ (дивись формулу (19.9)).

2). Вмістимо електричний диполь в однорідне електричне поле. Силкові лінії такого поля являють собою паралельні прямі лінії – рис. 19.4 а).

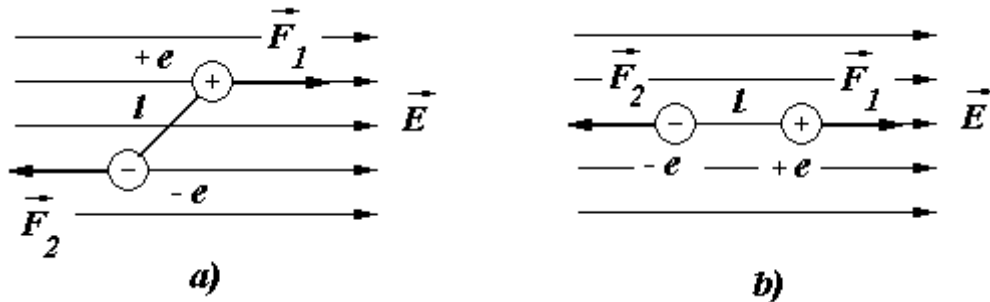


Рисунок 19.4

На електричний диполь, який вміщено в однорідне електричне поле діє пара однакових по модулю і протилежних по напрямку сил $F_1 = -F_2$, що створюють обертаючий момент, який орієнтує диполь уздовж поля – рис. 19.4 б).

3). Вмістимо електричний диполь в неоднорідне електричне поле – рис.19.5.

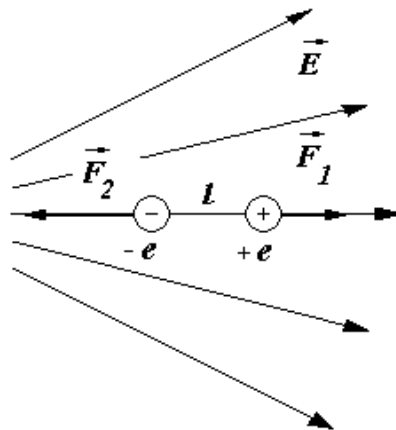


Рисунок 19.5

При вміщенні диполя в неоднорідне електричне поле спочатку він поводитиме себе так само, як і в однорідному електричному полі – зорієнтується уздовж ліній напруженості поля. Але в неоднорідному полі сили F_1 та F_2 , що діють на полюси диполя, не однакові. Тобто існує не скомпенсована сила $\vec{F} = \vec{F}_2 - \vec{F}_1$, яка буде переміщувати диполь в області з більшою напруженістю електричного поля.

Уявлення про електричні диполі широко використовуються для пояснення поведінки полярних молекул в електричних полях. Полярну молекулу (тобто молекулу яка має електричні полюси) можна розглядати як електричний диполь. Так пояснюються явища адсорбції, поляризації речовини та інші явища.

19.5 Потік вектора напруженості електричного поля. Теорема Гауса.

Поняття про потік вектора є одним з найважливіших понять векторного аналізу. Спочатку це поняття було введено в гідродинаміці. Розглянемо стаціонарну течію рідини, яка тече із сталою швидкістю \vec{v} . Визначимо об'єм рідини, який проходить за проміжок часу Δt через площу S , яка розташована перпендикулярно до потоку (рис. 19.6 а).

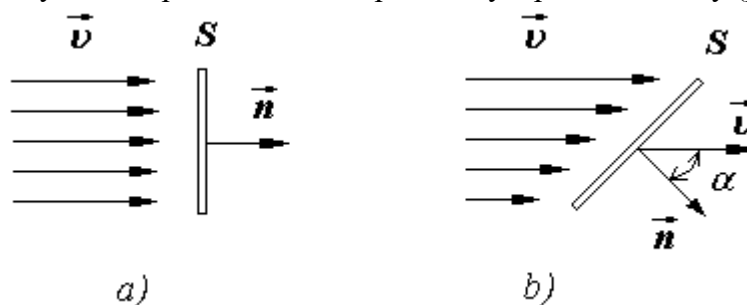


Рисунок 19.6

Цей об'єм дорівнює:

$$\Delta V = v \cdot S \cdot \Delta t, \quad (19.12)$$

а у випадку, коли площина S , розташована під певним кутом до потоку рідини, цей об'єм дорівнюватиме:

$$\Delta V = v \cdot S \cdot \cos \alpha \cdot \Delta t. \quad (19.13)$$

Величина, що дорівнює:

$$\Phi = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad (19.14)$$

називається потоком рідини через площу S , тобто це є об'єм рідини, який проходить через площу S за одиницю часу. З формул (19.13) та (19.14) для потоку маємо:

$$\Phi = v \cdot S \cdot \cos \alpha, \quad (19.15)$$

де α - кут між векторами \vec{v} та \vec{n} .

Формулу (19.15) можна записати у вигляді скалярного добутку векторів \vec{v} та \vec{S} :

$$\Phi = (\vec{v} \cdot \vec{S}). \quad (19.16)$$

Притому вектор \vec{S} визначається як:

$$\vec{S} = S \cdot \vec{n}, \quad (19.17)$$

де \vec{n} - перпендикуляр до площини S .

Поняття про потік вектора можна застосувати до будь якого вектора. Застосуємо поняття про потік вектора до вектора напруженості електричного поля \vec{E} . Матимемо:

$$\Phi = (\vec{E} \cdot \vec{S}) = E \cdot S \cdot \cos \alpha, \quad (19.18)$$

або в диференціальній формі:

$$d\Phi = (\vec{E} \cdot d\vec{S}) = E \cdot dS \cdot \cos \alpha. \quad (19.19)$$

А потік вектора \vec{E} через поверхню довільної форми визначається інтегруванням:

$$\Phi = \int (\vec{E} \cdot d\vec{S}). \quad (19.20)$$

Нехай вектор \vec{E} визначається принципом суперпозиції, тобто:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i,$$

підставимо формулу (19.7) в формулу (19.20) :

$$\Phi = \int (\vec{E}_1 \cdot d\vec{S}) + \int (\vec{E}_2 \cdot d\vec{S}) + \dots + \int (\vec{E}_n \cdot d\vec{S}) = \sum_{i=1}^n \Phi_i, \quad (19.21)$$

де $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3 \dots$ - потоки відповідних векторів напруженості $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3 \dots$ через одну і ту саму поверхню. Таким чином напруженості електричного поля додаються як вектори, а їх потоки додаються скалярно.

Нехай точковий заряд q вміщено в центр сфери радіуса R (рис. 19.7).

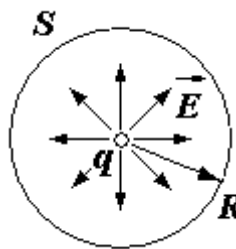


Рисунок 19.7

Визначимо потік вектора напруженості \vec{E} через поверхню сфери S . Цей потік дорівнює:

$$\Phi = \int (\vec{E} \cdot d\vec{S}), \quad (19.22)$$

де $E = k \cdot \frac{q}{R^2}$ - напруженість поля точкового заряду, а dS - елемент площі поверхні сфери. Одержуємо:

$$\Phi = \int k \cdot \frac{q}{R^2} = k \frac{q}{R^2} \cdot \int dS = k \cdot \frac{q}{R^2} S. \quad (19.23)$$

Площа поверхні сфери дорівнює: $S = 4\pi R^2$, таким чином для потоку через поверхню сфери маємо:

$$\Phi = k \cdot \frac{q}{R^2} \cdot 4\pi R^2 = k \cdot 4\pi \cdot q. \quad (19.24)$$

В системі одиниць СІ коефіцієнт пропорційності k дорівнює: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$, відповідно потік остаточно дорівнюватиме:

$$\int (\vec{E} \cdot d\vec{S}) = \frac{q}{\epsilon_0}. \quad (19.25)$$

Результат (19.25) природно узагальнюється на випадок замкненої поверхні довільної форми, притому заряд q в цій формулі є алгебраїчна сума зарядів, які знаходяться в середині замкненої поверхні S .

Формула (19.25) називається електростатичною теоремою Гауса, яка стверджує, що загальний потік вектора напруженості електричного поля через замкнену поверхню довільної геометричної форми визначається алгебраїчною сумою зарядів, які знаходяться в середині цієї замкненої поверхні.

Лекція 20

Тема: Електростатика

Питання:

20.1 Застосування теореми Гауса.

20.2 Робота електростатичного поля. Теорема про циркуляцію вектора \vec{E} .

20.3 Електричний потенціал. Зв'язок між напруженістю та потенціалом.

20.4 Розрахунок потенціалу по напруженості.

20.1 Застосування теореми Гауса.

1). Поле кулі рівномірно зарядженої по поверхні.

Нехай кулі радіуса r надали певний заряд q . Опишемо навколо кулі концентричну сферу радіуса R .

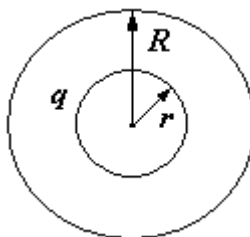


Рисунок 20.1

Потік вектора \vec{E} через сферу радіуса R дорівнює:

$$\int (\vec{E} \cdot d\vec{s}) = 4\pi R^2 \cdot E \quad (20.1)$$

З іншого боку згідно теореми Гауса маємо:

$$\int (\vec{E} \cdot d\vec{s}) = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (20.2)$$

З формул (20.1) та (20.2) одержуємо:

$$4\pi R^2 \cdot E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

і для напруженості поля одержуємо:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R^2} \quad (20.3)$$

Формула (20.3) співпадає з формулою для напруженості поля точкового заряду. Таким чином, куля, рівномірно заряджена по поверхні, створює в навколишньому просторі таке поле, нібито весь її заряд зосереджено в її центрі.

Чому дорівнює поле всередині кулі, рівномірно зарядженої по поверхні? Оскільки весь заряд такої кулі знаходиться на поверхні, то в її середині заряду немає, тобто у формулі (20.2) $q = 0$, звідки одержуємо той результат, що поле там відсутнє - $\vec{E} = 0$. Тобто електричне поле в середині рівномірно зарядженої по поверхні кулі дорівнює нулю. Цей результат можна узагальнити на випадок провідної оболонки довільної форми. В середині такої оболонки поле дорівнюватиме нулю, якщо тільки там немає заряджених тіл.

2). Поле нескінченної зарядженої площини.

Розглянемо нескінченну заряджену площину, кожна ділянка якої площею S містить на собі заряд q . Тоді величина, яка дорівнює:

$$\sigma = \frac{q}{S} \quad (20.4)$$

називається поверхнева густина заряду. Оточимо круглу ділянку нескінченної площини площею S замкненою циліндричною поверхнею так, як показано на рис. 20.2.

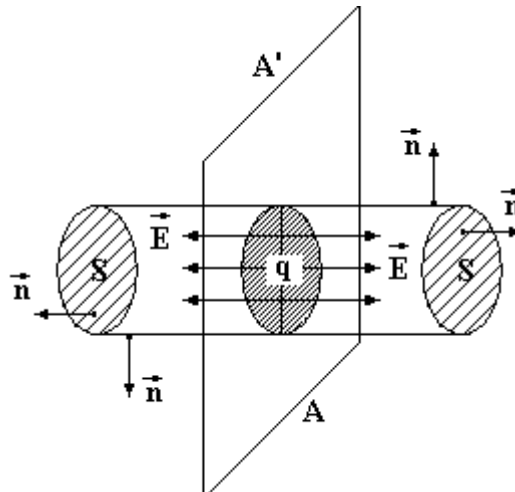


Рисунок 20.2

Потік вектора \vec{E} через замкнену поверхню циліндра складається з суми потоків через бокову поверхню циліндра та через його основи. Для кожної точки бокової поверхні вектор \vec{E} та вектор нормалі \vec{n} створюють кут 90° , тому сумарний потік вектора \vec{E} через бокову поверхню циліндра дорівнює нулю.

Потік вектора \vec{E} через основи циліндра (і це є загальний потік через поверхню циліндра в цілому) дорівнює:

$$\int (\vec{E} \cdot d\vec{s}) = 2S \cdot E. \quad (20.5)$$

З іншого боку згідно теореми Гауса маємо:

$$\int (\vec{E} \cdot d\vec{s}) = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{S \cdot \sigma}{\epsilon_0}. \quad (20.6)$$

З формул (20.5) та (20.6) одержуємо:

$$2S \cdot E = \frac{S \cdot \sigma}{\epsilon_0},$$

і остаточно для напруженості електричного поля в вакуумі та в середовищі з діелектричною проникністю ϵ відповідно одержуємо:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}; \quad E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}. \quad (20.7)$$

3). Поле нескінченної зарядженої нитки.

Розглянемо нескінченну заряджену нитку, кожний елемент якої на довжині l містить заряд q . Тоді величина:

$$\tau = \frac{q}{l} \quad (20.8)$$

називається лінійна густина заряду. Оточимо ділянку нитки довжиною l замкненою циліндричною поверхнею так, як показано на рис. 20.3. Визначимо потік вектора \vec{E} через замкнену поверхню циліндра. Цей потік дорівнює сумі потоків через бокову поверхню Циліндра та через його основи. Для кожної з основ циліндра вектор \vec{E} та вектор нормалі \vec{n} створюють кут 90° , тому сумарний потік вектора \vec{E} через основи циліндра дорівнює нулю.

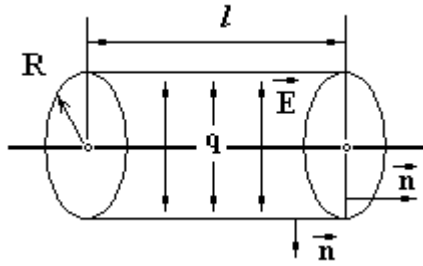


Рисунок 20.3

Потік вектора \vec{E} через бокову поверхню циліндра (і це є загальний потік через поверхню циліндра в цілому) дорівнює:

$$\int (\vec{E} \cdot d\vec{s}) = 2\pi R l \cdot E. \quad (20.9)$$

З іншого боку згідно теореми Гауса маємо:

$$\int (\vec{E} \cdot d\vec{s}) = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\tau \cdot l}{\epsilon_0}. \quad (20.10)$$

З формул (20.9) та (20.10) одержуємо:

$$2\pi R l \cdot E = \frac{\tau \cdot l}{\epsilon_0},$$

і остаточно для напруженості електричного поля в вакуумі та в середовищі з діелектричною проникністю ϵ відповідно одержуємо:

$$E = \frac{\tau}{2\pi R \epsilon_0}; \quad E = \frac{\tau}{2\pi R \epsilon \epsilon_0}, \quad (20.11)$$

де R - відстань від зарядженої нитки до довільної точки у просторі.

20.2 Робота електростатичного поля. Теорема про циркуляцію вектора \vec{E} .

Нехай нерухомий заряд Q створює у навколишньому просторі електричне поле напруженістю \vec{E} , модуль якої дорівнює:

$$E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R^2}. \quad (20.12)$$

Нехай в цьому полі по довільній криволінійній траєкторії переміщується пробний заряд q , так як показано на рис. 20.4.

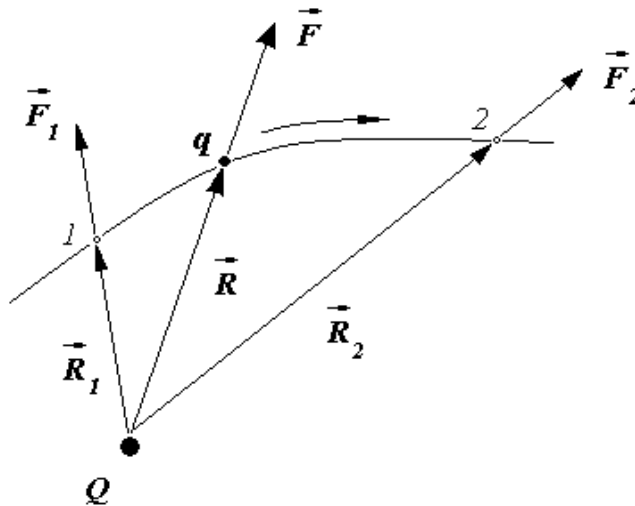


Рисунок 20.4

Суттєво зауважити, що сили, які діють на заряд q у будь-якій точці простору проходять через нерухомий центр (заряд Q), а величина сили (а також і напруженості) залежить тільки від відстані до цього центру. Нехай заряд q перемістився із положення 1 у положення 2. Робота сил поля при такому переміщенні дорівнюватиме:

$$A_{1-2} = \int_{1-2} (\vec{F} \cdot d\vec{R}) = \int_{1-2} q(\vec{E} \cdot d\vec{R}). \quad (20.13)$$

Представимо формулу (20.12) у векторному вигляді:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R^3} \cdot \vec{R}. \quad (20.14)$$

Підставимо (20.14) у (20.13):

$$A_{1-2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{1-2} \frac{(\vec{R} \cdot d\vec{R})}{R^3}. \quad (20.15)$$

Але $\vec{R} \cdot d\vec{R} = R \cdot dR$, в чому легко переконатись після диференціювання тотожності: $\vec{R}^2 = R^2$. Таким чином криволінійний інтеграл (20.15) перетворюється на вигляд:

$$A_{1-2} = \frac{Q \cdot q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_{R_1}^{R_2} \frac{dR}{R^2} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (20.16)$$

Таким чином при будь-якому виборі початкової та кінцевої точок 1 та 2 робота A_{1-2} не залежить від форми шляху, а визначається тільки положенням цих точок. Силкові поля, які задовольняють такій умові, називаються **потенціальними**. Тобто електростатичне поле точкового заряду потенціальне. Доведене вище справедливо для будь-якої системи нерухомих зарядів, до числа яких необхідно включити і наведені заряди на провідниках та діелектриках. Тому **будь-яке електростатичне поле є полем потенціальним**.

Нехай в електростатичному полі заряд q переміщується із точки 1 в точку 2 і навпаки так, як показано на рис. 20.5.

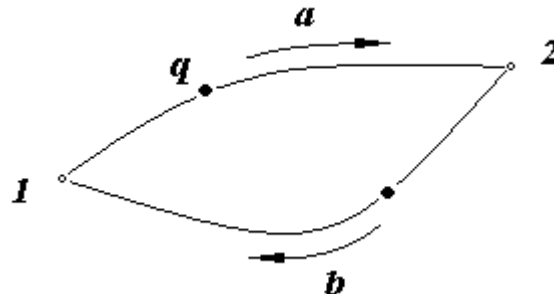


Рисунок 20.5

Відповідні роботи однакові по модулю та протилежні по знаку: $A_{1-a-2} = -A_{2-b-1}$, а робота по замкненому контуру дорівнюватиме нулю:

$$A_{1-a-2} + A_{2-b-1} = 0, \quad (20.17)$$

Або в загальній інтегральній формі:

$$A = \oint (\vec{F} \cdot d\vec{l}) = q \cdot \oint (\vec{E} \cdot d\vec{l}) = 0. \quad (20.18)$$

У формулі (20.18) інтеграл $\oint (\vec{E} \cdot d\vec{l})$ називається **циркуляція вектора \vec{E}** . Таким чином **циркуляція вектора \vec{E} по довільному замкненому контуру дорівнює нулю**:

$$\oint (\vec{E} \cdot d\vec{l}) = 0. \quad (20.19)$$

Це твердження називається теоремою про циркуляцію вектора напруженості електростатичного поля.

20.3 Електричний потенціал. Зв'язок між напруженістю та потенціалом.

Для потенціальних полів вводиться поняття потенціалу, а точніше різниці потенціалів. Різницею потенціалів між точками 1 і 2 електричного поля називається робота, яка виконується силами поля при переміщенні одиничного позитивного заряду довільним шляхом із точки поля 1 в точку поля 2 (рис.20.6). Тобто за визначенням різниця потенціалів дорівнює:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{1-2}}{q}. \quad (20.20)$$



Рисунок 20.6

Потенціалу будь-якої точки поля можна умовно приписати довільне значення потенціалу φ_0 , тоді потенціали решти точок поля будуть визначені однозначно. Тому говорять, що потенціал визначається з точністю до довільної адитивної сталої.

В теоретичній фізиці за нуль потенціалу зручно прийняти потенціал нескінченно далекої точки. На практиці за нуль потенціалу зазвичай приймають потенціал Землі.

Різницю потенціалів називають також напругою і позначають буквою U . Таким чином, робота по переміщенню заряду в полі дорівнює:

$$A = q \cdot U. \quad (20.21)$$

В системі одиниць СІ потенціал вимірюється у вольтах. Притому один вольт визначається як:

$$1[B] = \frac{1[Дж]}{1[Кл]}.$$

Таким чином, електричне поле у кожній точці простору характеризується двома величинами:

- напруженістю, яка є силова характеристика поля;
- потенціалом, який є енергетичною характеристикою поля.

Зрозуміло, що між цими двома характеристиками повинен існувати зв'язок. Визначимо цей зв'язок. Нехай одиничний позитивний заряд q переміщується в електричному полі уздовж осі X з точки з потенціалом φ_1 в точку з потенціалом φ_2 . Нехай ці точки поля є нескінченно близькими, тобто $x_2 - x_1 = dx$ і $\varphi_1 - \varphi_2 = d\varphi$ (рис.20.7).

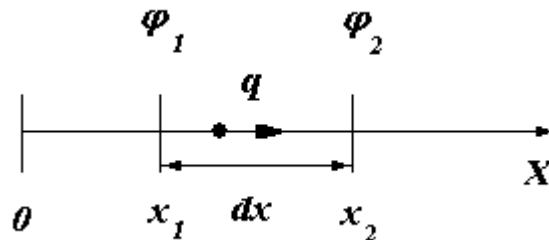


Рисунок 20.7

При такому переміщенні силами поля буде виконано елементарну роботу dA , яку можна визначити як через напруженість, так і через потенціал:

$$dA = -q \cdot E_x \cdot dx$$

$$dA = q \cdot d\varphi. \quad (20.22)$$

З системи рівнянь (20.22) одержуємо:

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx}. \quad (20.23)$$

Формула (20.23) визначає зв'язок між напруженістю та потенціалом в одномірному випадку. Знак “-” у цій формулі означає, що напруженість направлена у бік зменшення потенціалу.

У випадку коли заряд переміщується у довільному напрямку у просторі, загальний вектор напруженості \vec{E} складається з трьох компонент:

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}; E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}; E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}, \quad (20.24)$$

які об'єднуються у формулу:

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \cdot \vec{k}\right), \quad (20.25)$$

де вектори $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ це є одиничні вектори, направлені по відповідних координатних осях: X, Y, Z . Вираз, який стоїть в дужках формули (20.25) називається градієнт скаляра φ , для більш короткого запису якого застосовується векторний оператор градієнт. Цей оператор визначається формулою:

$$grad = \frac{\partial}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \cdot \vec{k}. \quad (20.26)$$

З використанням оператора градієнта зв'язок між напруженістю та потенціалом приймає вигляд:

$$\vec{E} = -grad\varphi. \quad (20.27)$$

Говорять, що напруженість чисельно дорівнює градієнту потенціалу і направлена у бік його зменшення.

20.4 Розрахунок потенціалу по напруженості.

Якщо потенціал електричного поля заданий як певна функція координат: $\varphi = \varphi(x, y, z)$, то напруженість поля визначиться диференціюванням цієї функції згідно формули (20.25). Зворотна задача – знаходження потенціалу по напруженості, розв'язується інтегруванням. У багатьох випадках, коли задача має певну симетрію координатні осі можна направити таким чином, щоб напруженість електричного поля залежала тільки від однієї координати, наприклад від координати x . Тоді формулу (20.23) можна записати у вигляді:

$$d\varphi = -E \cdot dx. \quad (20.28)$$

1). Потенціал поля точкового заряду.

Напруженість поля точкового заряду визначається формулою:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{x^2}, \quad (20.29)$$

підставимо (20.29) у (20.28):

$$d\varphi = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dx}{x^2}. \quad (20.30)$$

Після інтегрування (20.30) одержуємо:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{x}. \quad (20.31)$$

2). Потенціал поля нескінченної площини.

Напруженість поля нескінченної зарядженої площини визначається формулою (20.7):

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}; \text{ підстановка цієї формули у формулу (20.28) дає:}$$

$$d\varphi = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} dx. \quad (20.32)$$

Після інтегрування (20.32) маємо:

$$\varphi = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} x. \quad (20.33)$$

3). Потенціал поля двох різнойменно заряджених площин (плоский конденсатор) .

Напруженість поля між двома різнойменно зарядженими пластинами (у плоскому конденсаторі) згідно принципу суперпозиції дорівнює: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$. Підстановка цієї формули у формулу (20.28) та інтегрування дає:

$$\varphi = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} x. \quad (20.34)$$

4). Потенціал поля нескінченної зарядженої нитки.

Напруженість поля нескінченної зарядженої нитки визначається формулою (20.11):

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 x}. \text{ Підстановка цієї формули у (20.28) дає:}$$

$$d\varphi = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 x} dx. \quad (20.35)$$

Після інтегрування (20.35) одержуємо:

$$\varphi = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln x. \quad (20.36)$$

Лекція 21

Тема: Електричне поле в речовині

Питання:

- 21.1 Три типи речовин: діелектрики, напівпровідники, провідники.
- 21.2 Поляризація діелектриків.
- 21.3 Провідник в електричному полі.
- 21.4 Електрична ємність. Конденсатори.
- 21.5 Енергія та густина енергії електричного поля.

21.1 Три типи речовин: діелектрики, напівпровідники, провідники.

По характеру своєї поведінки в електричному полі всі речовини підрозділяються на три великі групи:

- діелектрики (скло, фарфор та ін.);
- напівпровідники (Si, Ge, алмаз, графіт та ін.)
- провідники (всі метали).

В основі різної поведінки цих груп речовин в електричному полі полягає різний характер зв'язку електронів зовнішніх оболонок атомів з власними ядрами. Так:

- у діелектриків цей зв'язок сильний, електрони зовнішніх оболонок зв'язані;
- у напівпровідників цей зв'язок слабкий, так що при зовнішньому впливі, наприклад освітлюванні, підвищенні температури, механічному напруженні електрони зовнішніх оболонок стають вільними;
- у металів електрони зовнішніх оболонок вільні, належать всьому кристалу і вільно пересуваються в його межах подібно до молекул газу в закритій посудині.

Завдяки цьому діелектрики практично не проводять електричний струм, провідники добре проводять електричний струм, а напівпровідники займають між цими двома групами матеріалів певний проміжний стан.

21.2 Поляризація діелектриків.

При вміщенні діелектрика в зовнішнє електричне поле відбувається його поляризація. Зазвичай при відсутності зовнішнього електричного поля дипольні моменти діелектрика або дорівнюють нулю (у випадку неполярних молекул), або зорієнтовані у просторі хаотично (полярні молекули). В обох цих випадках сумарний дипольний момент діелектрика дорівнює нулю. Під впливом зовнішнього електричного поля результуючий дипольний момент діелектрика приймає певне значення, що відрізняється від нуля, це явище називається поляризацією діелектрика (рис. 21.1).

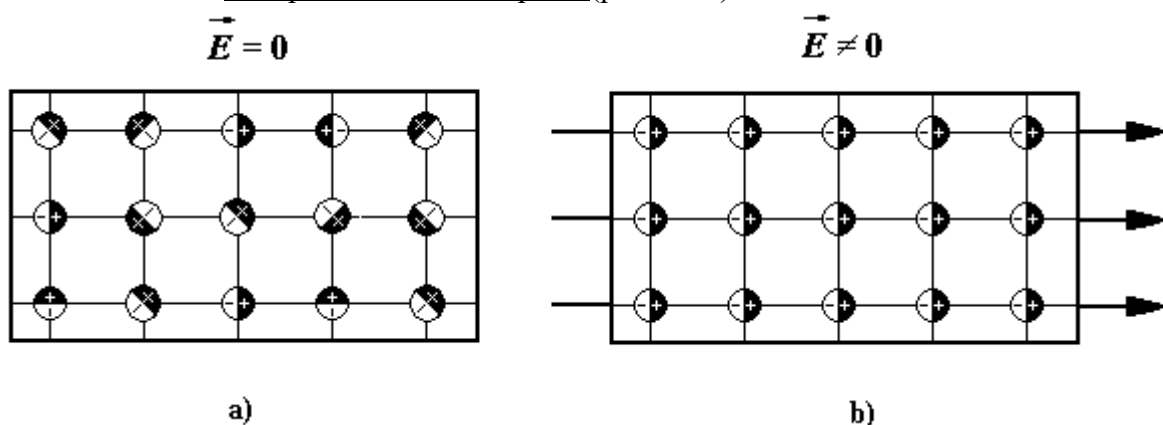


Рисунок 21.1

У ізотропних діелектриків поляризованість \vec{P} - визначається співвідношенням:

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \cdot \sum_{\Delta V} \vec{P}_0, \quad (21.1)$$

де ΔV - елемент об'єму; $\sum_{\Delta V} \vec{P}_0$ - сума дипольних моментів молекул, що знаходяться в об'ємі ΔV ; \vec{P}_0 - дипольний момент однієї молекули.

Поляризованість діелектрика \vec{P} - пов'язана з напруженістю зовнішнього поля \vec{E} співвідношенням:

$$\vec{P} = \chi \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E}, \quad (21.2)$$

де коефіцієнт χ - діелектрична сприйнятливість середовища, яка не залежить від напруженості зовнішнього поля \vec{E} .

Електричне поле всередині діелектрика характеризується вектором електричної індукції \vec{D} :

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}. \quad (21.3)$$

Підставимо (21.2) в (21.3):

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \chi \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E} = \varepsilon_0 \cdot (1 + \chi) \cdot \vec{E}. \quad (21.4)$$

Величина :

$$\varepsilon = 1 + \chi \quad (21.5)$$

це є діелектрична проникність середовища. Таким чином між вектором електричної індукції \vec{D} та вектором напруженості електричного поля \vec{E} існує зв'язок:

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \cdot \vec{E}. \quad (21.6)$$

21.3 Провідник в електричному полі.

Носії заряду у провідниках – електрони здатні переміщуватись під впливом скільки завгодно малої сили. Тому при вміщенні провідника у зовнішнє електричне поле швидко відбувається перерозподіл зарядів, так що сумарне поле всередині провідника лишається рівним нулю - $\vec{E} = 0$.

На цій властивості провідників засновано принцип дії електростатичного захисту приладів. Коли прилад необхідно захистити від впливу зовнішніх полів, його оточують екраном, той що проводить електричний струм (це може бути і густа металева сітка).

Якщо тілу, що проводить електричний струм, надати певний електричний заряд, то він розподілиться таким чином, щоб всередині тіла не було зайвого заряду, тобто розподілиться по поверхні і притому в такий спосіб, потенціали всіх точок поверхні мали однаковий потенціал. Таким чином поверхня зарядженого тіла, при умові коли напруженість зовнішнього поля дорівнює нулю - $\vec{E} = 0$, еквіпотенціальна.

21.4 Електрична ємність. Конденсатори.

Будемо надавати певному тілу заряди q_1, q_2, q_3, \dots при цьому на тілі будуть виникати відповідні потенціали $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$. Дослід показує, що для відокремленого провідника між зарядом та потенціалом існує зв'язок:

$$q = C \cdot \varphi, \quad (21.7)$$

де коефіцієнт пропорційності C називається електрична ємність. За одиницю електричної ємності в системі СІ приймають потенціал такого провідника, потенціал якого змінюється на 1 вольт при наданні провіднику заряду в 1 кулон; ця одиниця називається фарад:

$$1[\Phi] = \frac{1[B]}{1[Kл]}.$$

Ємність даного тіла залежить від матеріалу та форми тіла, а також від оточуючих дане тіло інших тіл. Тіло ємність якого не залежить від оточення називається конденсатором.

Принцип дії конденсатора полягає у наступному. При наближенні до зарядженого провідника іншого тіла на цьому останньому виникають наведені заряди, які своїм полем,

зменшують потенціал зарядженого провідника, а при зменшенні потенціалу ємність зростає згідно формули:

$$C = \frac{q}{\varphi}. \quad (21.8)$$

Тому конденсатор виготовляють у вигляді двох, близько розташованих один до одного провідників:

- дві пластини – плоский конденсатор;
- два коаксіальних циліндри – циліндричний конденсатор;
- дві концентричні сфери – сферичний конденсатор.

Для конденсатора зв'язок між зарядом на пластинах та різницею потенціалів між пластинами згідно формули (21.7) приймає вигляд:

$$q = C \cdot U. \quad (21.9)$$

Одержимо формули для ємності різних типів конденсаторів.

1). Ємність плоского конденсатора.

Нехай конденсатор складається з двох однакових металевих пластин площею S кожна, які розташовані на відстані d одна від одної; простір між пластинами заповнено діелектриком з діелектричною проникністю ε (рис.21.2).

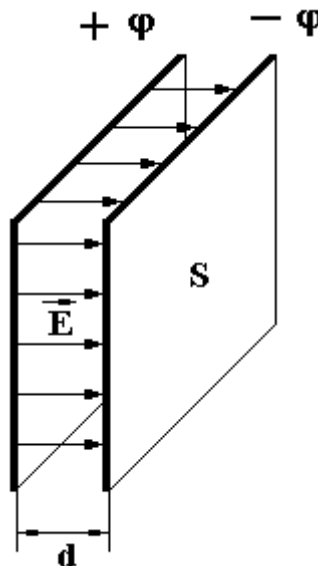


Рисунок 21.2

Надамо конденсатору певний заряд q , це означає, що пластини мають однакові по модулю і протилежні по знаку заряди $\pm q$. Відповідно на пластинах виникнуть однакові по модулю і протилежні по знаку потенціали $\pm \varphi$, так що між пластинами з'явиться різниця потенціалів U .

Напруженість електричного поля у просторі між пластинами дорівнює:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon \varepsilon_0 S}. \quad (21.9)$$

З іншого боку для однорідного електричного поля (а саме таке поле створюється всередині конденсатора) зв'язок напруженості з різницею потенціалів спрощується до вигляду:

$$E = \frac{U}{d}. \quad (21.10)$$

З формул (21.9) та (21.10) маємо:

$$\frac{q}{\varepsilon \varepsilon_0 S} = \frac{U}{d}, \quad \text{або} \quad q = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} \cdot U. \quad (21.11)$$

З формул (21.9) та (21.11) для ємності плоского конденсатора одержуємо:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}. \quad (21.12)$$

2). Ємність циліндричного конденсатора.

Нехай конденсатор складається з двох металевих коаксіальних циліндрів довжиною l та радіусами R_1 та R_2 ; простір між пластинами заповнено діелектриком з діелектричною проникністю ε (рис.21.3).

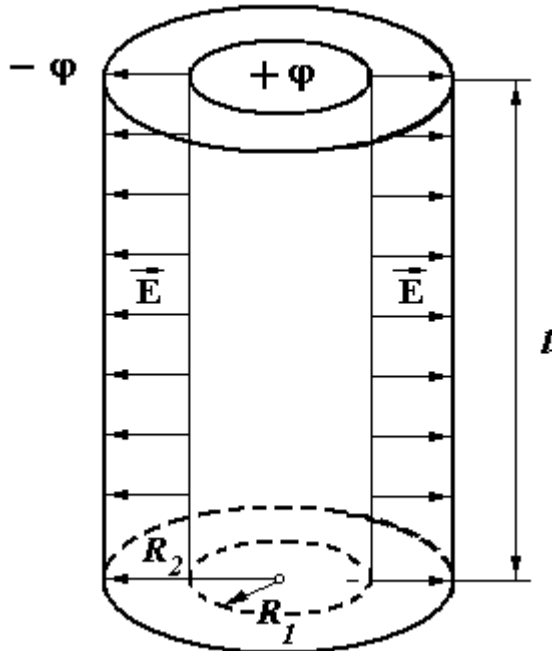


Рисунок 21.3

Надамо обкладинкам конденсатора певний заряд q ; між обкладинками виникне різниця потенціалів. Завдяки симетрії задачі потенціал електричного поля, що створюється в навколишньому просторі кожним з циліндрів можна визначити за формулою для поля, що створюється нескінченною зарядженою ниткою:

$$\varphi = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0} \ln R. \quad (21.13)$$

Тоді різниця потенціалів між обкладинками визначиться як:

$$U = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0} \ln R_2 - \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0} \ln R_1 = \frac{q}{l} \cdot \frac{1}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}, \quad \text{або}$$

$$q = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \cdot U. \quad (21.14)$$

З формул (21.9) та (21.14) для ємності циліндричного конденсатора одержуємо:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln \frac{R_2}{R_1}}. \quad (21.15)$$

3). Ємність сферичного конденсатора.

Нехай конденсатор складається з двох металевих концентричних сфер радіусами R_1 та R_2 ; простір між сферами заповнено діелектриком з діелектричною проникністю ε (рис.21.4). Надамо обкладинкам конденсатора певний заряд q ; між обкладинками

виникне різниця потенціалів. Потенціал поля кулі рівномірно зарядженої по поверхні визначається формулою:

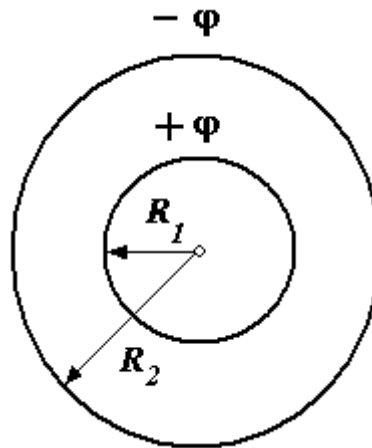


Рисунок 21.4

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R}, \quad (21.16)$$

таким чином різниця потенціалів між обкладинками конденсатора визначиться як:

$$U = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}, \quad \text{або}$$

$$q = 4\pi\epsilon\epsilon_0 \cdot \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \cdot U. \quad (21.17)$$

З формул (21.9) та (21.17) для ємності сферичного конденсатора одержуємо:

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 \cdot \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}. \quad (21.18)$$

4). Ємність відокремленої кулі:

Важливим частковим випадком формули (21.18) є формула для ємності відокремленої кулі при умові, коли R_2 наближається до нескінченності:

$$C = \lim_{R_2 \rightarrow \infty} 4\pi\epsilon\epsilon_0 \cdot \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} = 4\pi\epsilon\epsilon_0 \lim_{R_2 \rightarrow \infty} \frac{R_1}{1 - \frac{R_1}{R_2}} = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R_1. \quad (21.19)$$

Тобто ємність відокремленої кулі дорівнює:

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R. \quad (21.20)$$

21.5 Енергія та густина енергії електричного поля.

Будимо переносити позитивний заряд малими порціями dq з негативно зарядженої пластини плоского конденсатора на позитивно заряджену пластину (рис. 21.4). При кожному такому переносі проти сил поля буде здійснюватись елементарна робота:

$dA = U \cdot dq$, або, враховуючи що $U = \frac{q}{C}$:

$$dA = \frac{1}{C} \cdot q \cdot dq. \quad (21.21)$$

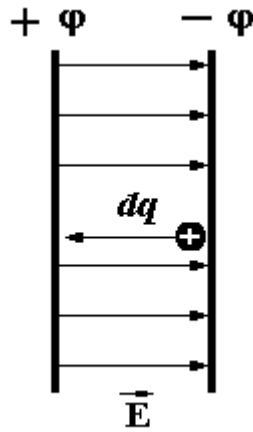


Рисунок 21.5

Ця робота витрачається на збільшення енергії електричного поля конденсатора. Після інтегрування (21.21) матимемо:

$$A = W_E = \frac{q^2}{2C}. \quad (21.22)$$

З використанням формули $q = CU$ для енергії електричного поля із (21.22) одержуємо:

$$W_E = \frac{1}{2}qU; \quad W_E = \frac{1}{2}CU^2. \quad (21.23)$$

Нехай об'єм плоского конденсатора дорівнює: $V = S \cdot d$, де S - площа однієї пластини, а d - відстань між пластинами. Тоді енергія електричного поля, що визначається формулою (21.22) або (21.23) міститься в цьому об'ємі V .

Величина, що дорівнює відношенню:

$$\omega_E = \frac{W_E}{V} \quad (21.24)$$

називається густина енергії електричного поля, для якої з використанням (21.23) та (21.12) виведемо:

$$\omega_E = \frac{CU^2}{2Sd} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SU^2}{2Sd^2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 U^2}{2d^2}. \quad (21.25)$$

Враховуючи що в однорідному полі плоского конденсатора зв'язок між напруженістю та різницею потенціалів має вигляд: $U = E \cdot d$, формула (21.25) перетвориться на вигляд:

$$\omega_E = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}. \quad (21.26)$$

Лекція 22

Тема: Електричний струм

Питання:

22.1 Електричний струм. Густина та сила струму.

22.2 Закон збереження електричного заряду.

22.3 Закон Ома для ділянки кола.

22.4 Сторонні сили. Електрорушійна сила (Е.Р.С.) Закон Ома для замкнутого кола.

22.5 Закон Джоуля-Ленца. Робота та потужність струму.

22.6 Правила Кірхгофа.

22.1 Електричний струм. Густина та сила струму.

Електричний струм це є впорядкований рух заряджених частинок.

В металах носіями струму є електрони; в напівпровідниках носіями струму є електрони та дірки (дірка це є не скомпенсований позитивний заряд в кристалічній решітці, який поводить себе подібно до частинки); в електролітах та іонізованих газах носіями струму є позитивно та негативно заряджені іони.

Виділимо в середовищі де тече електричний струм нескінченно малий циліндричний об'єм (рис. 22.1) .

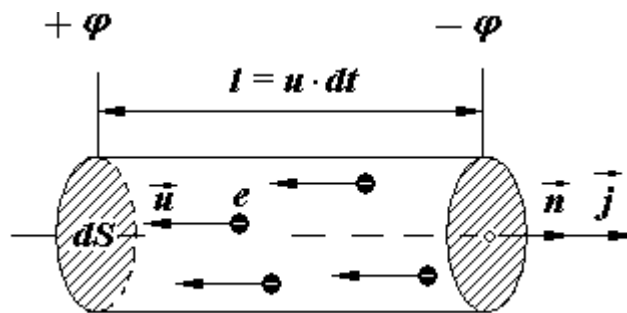


Рисунок 22.1

Через елементарну площину dS за проміжок часу dt проходить заряд, який дорівнює:

$$dq = n \cdot e \cdot u \cdot dS \cdot dt, \quad (22.1)$$

де n - концентрація носіїв заряду; e - заряд електрона; u - швидкість впорядкованого руху носіїв заряду (швидкість дрейфу носіїв).

Таким чином, за одиницю часу через одиницю площі поперечного перерізу проходить заряд, який дорівнює:

$$j = \frac{dq}{dS \cdot dt}, \quad (22.2)$$

або з урахуванням формули (22.1) у векторному вигляді:

$$\vec{j} = n \cdot e \cdot \vec{u}. \quad (22.3)$$

У формулах (22.2) та (22.3) величина \vec{j} називається густина електричного струму.

Напрямок вектора \vec{j} співпадає з напрямком вектора \vec{u} .

Таким чином, за визначенням густина електричного струму це є заряд, який проходить через одиницю площі поперечного перерізу провідника за одиницю часу.

Фізична величина, яка дорівнює заряду, що проходить через площу поперечного перерізу провідника за одиницю часу називається силою струму – формула (22.4) .

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (22.4)$$

Тобто сила струму є перша похідна від заряду по часу.

Зв'язок між силою та густиною струму має вигляд:

$$I = j \cdot S, \quad (22.5)$$

де S - площа поперечного перерізу провідника.

22.2 Закон збереження електричного заряду.

Дослід показує, що загальний електричний заряд замкнутої системи дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, які складають систему і строго зберігається при будь-яких перетвореннях, що відбуваються в системі: $\sum_i q_i = const$. Це твердження називається законом збереження заряду в електростатиці. Коли розглядається переміщення заряду у просторі, як це має місце при електричному струмі, закон збереження заряду необхідно узагальнити на цей випадок.

Виділимо в середовищі, де тече електричний струм замкнену поверхню площею S довільної геометричної форми. Нехай ця замкнена поверхня відокремлює об'єм V . Заряд, який потрапляє в об'єм V за час dt дорівнює: $\frac{dq}{dt}$, а заряд, що виходить з цього об'єму за той самий час dt дорівнює: $\oint_S (\vec{j} \cdot d\vec{S})$. Таким чином маємо:

$$\frac{dq}{dt} = -\oint_S (\vec{j} \cdot d\vec{S}). \quad (22.6)$$

При стаціонарній течії струму заряд, який потрапляє в об'єм V дорівнює заряду, який витікає з цього об'єму. Це твердження називається законом збереження заряду в електродинаміці.

22.3 Закон Ома для ділянки кола.

Ом (1787 - 1854) експериментально встановив закон, згідно якому сила струму, який тече по однорідному металевому провіднику, пропорційна різниці потенціалів на кінцях цього провідника:

$$I = \frac{U}{R}. \quad (22.7)$$

У формулі (22.7) величина R називається опір провідника і залежить від його форми та розмірів:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}, \quad (22.8)$$

де ρ - питомий опір – таблична величина, як залежить від матеріалу провідника та від температури; l - довжина, а S - площа поперечного перерізу провідника.

Нехай на кінцях циліндричного провідника довжиною dl і площею поперечного перерізу dS створено різницю потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2 = U$, так що по провіднику тече струм густиною j (рис.22.2).

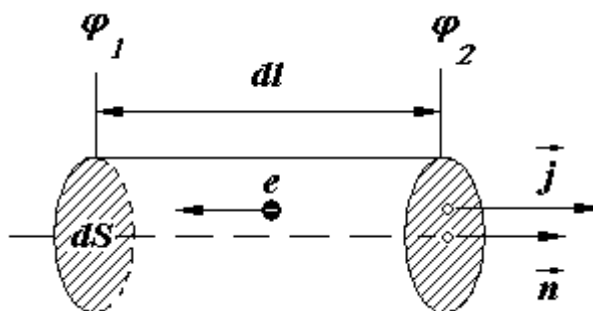


Рисунок 22.2

За визначеннями густини і сили струму та з використанням закону Ома і формули (22.8) для опору провідника, який в даному випадку дорівнює: $R = \rho \cdot \frac{dl}{dS}$, маємо:

$$j = \frac{dq}{dS \cdot dt} = \frac{1}{dS} I = \frac{U}{dS \cdot R} = \frac{U}{dS} \cdot \frac{dS}{\rho \cdot dl} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{U}{dl}. \quad (22.9)$$

Зв'язок між напруженістю та різницею потенціалів в даному випадку можна записати як:

$$E = \frac{U}{dl}, \quad (22.10)$$

Тоді після підстановки (22.10) в (22.9) остаточно маємо:

$$j = \frac{1}{\rho} \cdot E, \quad (22.11)$$

або:

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}, \quad (22.12)$$

де величина обернена питомому опору $\sigma = \frac{1}{\rho}$ називається провідність, а формула (22.12) називається законом Ома в диференціальній формі.

22.4 Сторонні сили. Електрорушійна сила (Е.Р.С.) Закон Ома для замкненого кола.

Для існування електричного струму необхідно щоб водночас виконувались дві умови:

- необхідне існування різниці потенціалів (наприклад на кінцях провідника);
- необхідна наявність вільних носіїв заряду.

Під впливом електростатичних сил електричні заряди із областей з більшим потенціалом переміщуються в області з меншим потенціалом. Для достатньо тривалої течії електричного струму необхідно підтримувати цю різницю потенціалів, тобто необхідно в якийсь спосіб розділяти заряди на позитивні та негативні, що можливо зробити тільки за допомогою сил не електростатичного походження – сторонніх сил.

Сторонні сили можуть мати різну природу. Так вони можуть бути обумовлені хімічними процесами (як це має місце в акумуляторних батареях); можуть мати електромагнітну, або якусь іншу природу.

Для числової характеристики сторонніх сил використовується поняття електрорушійної сили (Е.Р.С.), яка визначається як відношення роботи цих сил по розподілу зарядів на позитивні та негативні до величини цього розподіленого заряду:

$$E = \frac{A_{стор}}{q}. \quad (22.13)$$

Розмірність Е.Р.С. співпадає з розмірністю напруги, тобто в системі СІ Е.Р.С. як і різниця потенціалів вимірюється у вольтах.

Розглянемо два приклади сторонніх сил.

1). Якщо металевий диск привести у швидке обертання, то на вільні електрони диску буде діяти відцентрова сила інерції:

$$F_i = m_e \cdot \omega^2 \cdot r, \quad (22.14)$$

де m_e - маса електрона; ω - циклічна частота обертання диску; r - радіус диску.

Під впливом цієї сили вільні електрони будуть накопичуватись на периферії диску, так що в центрі диску створиться брак електронів - позитивний заряд, а на периферії диску створиться надлишок електронів – негативний заряд. Тобто між центром та периферією диска буде створено різницю потенціалів (рис.22.3 а)). В цьому випадку роль сторонньої сили виконує відцентрова сила інерції.

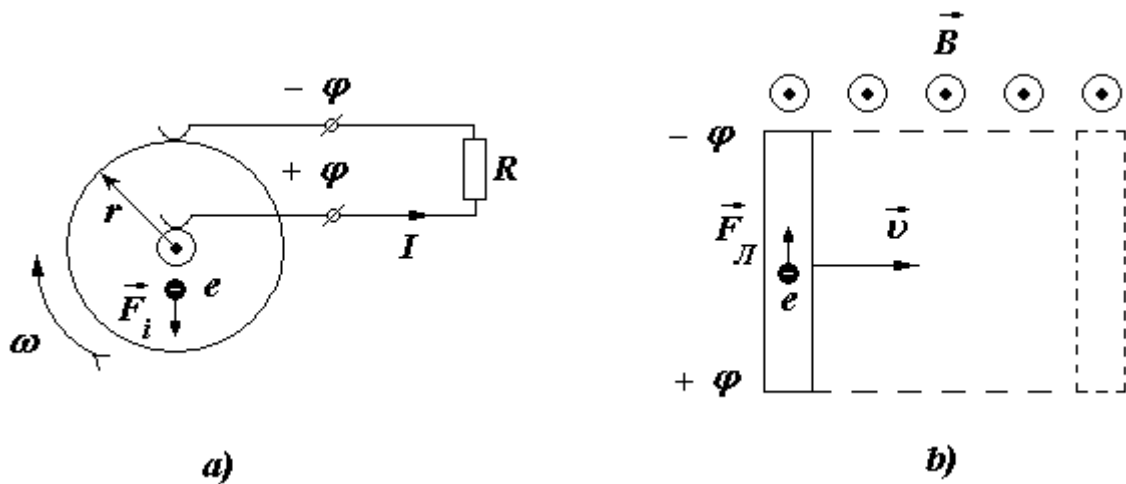


Рисунок 22.3

2). Будемо переміщувати у магнітному полі з індукцією \vec{B} металевий провідник перпендикулярно до ліній магнітної індукції, так як показано на рис. 22.3 б). На вільні електрони провідника буде діяти сила Лоренца:

$$F_L = e \cdot v \cdot B, \quad (22.15)$$

де e - заряд електрона; v - швидкість руху провідника; B - індукція магнітного поля. Під впливом сили Лоренца на одному кінці провідника виникне надлишок електронів – негативний заряд, а на іншому кінці – брак електронів – позитивний заряд. Тобто на кінцях провідника утвориться різниця потенціалів. В даному випадку роль сторонньої сили виконує сила Лоренца.

Пристрій, за допомогою якого здійснюється розподіл електричних зарядів на позитивні та негативні називається джерелом струму, а електричне коло, яке містить в собі джерело струму та певний зовнішній опір, називається замкненим або повним колом (рис.22.4).



Рисунок 22.4

Основними характеристиками джерела струму є його Е.Р.С. - E та внутрішній опір - r . Для замкненого кола закон Ома приймає вигляд:

$$I = \frac{E}{R + r}. \quad (22.16)$$

22.5 Закон Джоуля-Ленца. Робота та потужність струму.

Нехай по провіднику тече сталий струм $I = const$. При цьому на певній ділянці кола, яка має різницю потенціалів U , за деякий проміжок часу Δt виконується робота:

$$A = q \cdot U. \quad (22.17)$$

Сила сталого струму дорівнює: $I = \frac{q}{\Delta t}$, тоді для роботи струму на цій ділянці кола маємо:

$$A = U \cdot I \cdot \Delta t. \quad (22.18)$$

Величина, що дорівнює: $P = \frac{A}{\Delta t}$, або в диференціальній формі:

$$P = \frac{dA}{dt} \quad (22.19)$$

називається потужність струму на даній ділянці кола.

У випадку, коли провідник знаходиться у стані спокою і хімічні перетворення в ньому не відбуваються, вся робота струму витрачається на збільшення внутрішньої енергії провідника – провідник нагрівається. Джоуль і Ленц експериментально встановили, що кількість теплоти, яка виділяється у провіднику під час проходження по ньому електричного струму визначається формулою:

$$Q = I^2 R \cdot \Delta t. \quad (22.20)$$

Якщо ж сила струму змінюється з часом, то формула (22.20) записується в інтегральній формі:

$$Q = \int_0^{\Delta t} I^2 R \cdot dt. \quad (22.21)$$

Формули (22.20) та (22.21) називаються законом Джоуля-Ленца.

У випадку, що розглядається робота струму дорівнює теплоті, яка виділяється на даній ділянці кола: $A = Q$. Тоді з формул (22.19) та (22.20) для потужності матимемо:

$$P = I^2 R; \quad P = \frac{U^2}{R}; \quad P = I \cdot U. \quad (22.22)$$

22.6 Правила Кірхгофа.

Для розрахунку електричного кола при його різних конфігураціях використовуються два правила Кірхгофа. Розрахувати електричне коло це означає знайти струм та напругу на кожному елементі кола.

Перше правило Кірхгофа.

Для кожної точки розділення провідників алгебраїчна сума струмів, що втікають в цю точку дорівнює сумі струмів, що витікають із неї $I_0 = I_1 + I_2$ (рис.22.5),

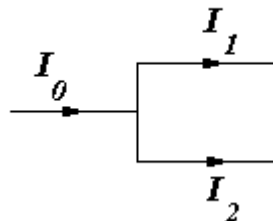


Рисунок 22.5

або в загальному вигляді:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0. \quad (22.23)$$

Перше правило Кірхгофа є наслідком закону збереження заряду.

Друге правило Кірхгофа.

Нехай через опір R_i тече струм I_i , тоді добуток $I_i \cdot R_i$ називається падінням напруги на цьому опорі. Для кожного замкненого контуру електричного кола сума падінь напруги на всіх елементах контуру дорівнює сумі Е.Р.С., які містяться в цьому контурі:

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{j=1}^k E_j. \quad (22.24)$$

Друге правило Кірхгофа є наслідком закону Ома для замкненого кола.

Лекція 23

Тема: Магнітне поле

Питання:

1. Силіві характеристики магнітного поля: магнітна індукція та напруженість.
2. Сила Лоренца.
3. Закон Ампера. Сила Ампера.
4. Магнітний момент контуру із струмом. Поняття про індукцію магнітного поля.
5. Закон Біо-Савара-Лапласа.

1. Силіві характеристики магнітного поля: магнітна індукція та напруженість.

Магнітне поле – одна із двох складових (разом із електричним полем) єдиного *електромагнітного поля* (термін: електромагнітне поле введено М. Фарадеєм у 1845 р.); силоне поле, яке діє на електричні заряди, що рухаються, а також на тіла, які мають власний магнітний момент (в таких тілах відбувається певний обертальний рух електричних зарядів).

В середині XIX ст. були встановлені два експериментальних факти:

- магнітне поле діє на електричні заряди, що рухаються;
- магнітне поле створюється електричними зарядами, що рухаються.

Проведемо наступний демонстраційний дослід: будемо наближати до працюючої електронно-променевої трубки сталий магніт (рис.23.1).

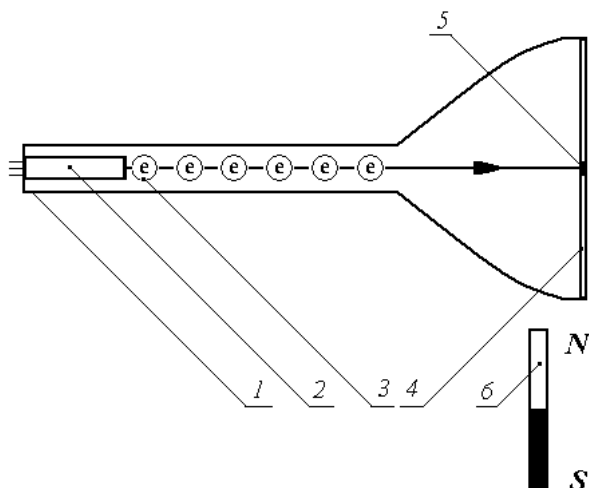


Рисунок 23.1

Електронно-променева трубка являє собою вакуумну колбу 1, в якій розташована електронна пушка 2, що генерує електронний промінь 3 та спрямовує його на флуоресцентний екран 4, на якому у місці потрапляння променя утворюється світлова пляма 5. Дослід показує, що при наближенні сталого магніту 6 до електронно-променевої трубки світлова пляма на екрані переміщується так, як показано на рис. 23.2.

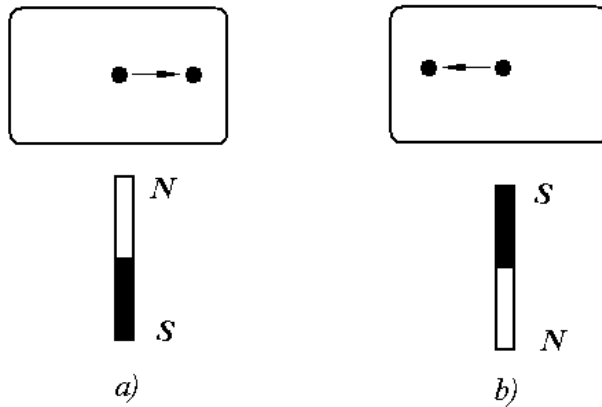


Рисунок 23.2

Цей та інші аналогічні досліди показує, що на заряди, які рухаються у магнітному, полі діє сила, яка водночас перпендикулярна напрямку руху заряду та осі магніту - прямій, що проходить через полюси магніту (напрямку магнітного поля). Аналогічно поведуть себе інші заряджені частинки, які рухаються у магнітному полі.

Для характеристики інтенсивності магнітного поля у кожній точці простору використовують дві силові характеристики:

- магнітну індукцію - \vec{B} ;
- напруженість магнітного поля - \vec{H} .

Поняття про вектор магнітної індукції - \vec{B} вводиться на підставі одного із трьох дослідних фактів:

- 1) Орієнтуюча дія магнітного поля на дротяний контур із струмом.
- 2) Відхилення провідника із струмом у магнітному полі.
- 3) Відхилення пучка заряджених частинок, які рухаються у магнітному полі.

Зв'язок між векторами \vec{B} та \vec{H} має вигляд:

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H} \quad , \quad (1)$$

де μ - магнітна проникність середовища; μ_0 - магнітна стала, яка дорівнює:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м} = 12.58 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}.$$

2. Сила Лоренца.

Дослід показує, що на заряд, який рухається у магнітному полі діє сила, яку можна записати у вигляді векторного добутку:

$$\vec{F} = kq \cdot [\vec{v} \cdot \vec{B}] \quad , \quad (2)$$

де k - коефіцієнт пропорційності; q - електричний заряд; \vec{v} - швидкість руху заряду; \vec{B} - індукція магнітного поля.

Коефіцієнт пропорційності k залежить від вибору системи одиниць. Одиницю вимірювання магнітного поля Тесла (Тл) в системі одиниць СІ підібрано в такий спосіб, що $k = 1$. В результаті в системі СІ формула (2) приймає вигляд:

$$\vec{F} = q \cdot [\vec{v} \cdot \vec{B}] \quad , \quad (3)$$

модуль цієї сили дорівнює:

$$F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha \quad , \quad (4)$$

де α - кут між векторами \vec{v} та \vec{B} .

Напрямок вектору \vec{F} визначається по правилу векторного добутку (або спрощено по правилу лівої руки). Згідно цього правила вектор \vec{F} водночас перпендикулярний обом векторам \vec{v} та \vec{B} , тобто перпендикулярний площині, в якій лежать ці вектори (рис. 23.3), притому оберт від першого вектору

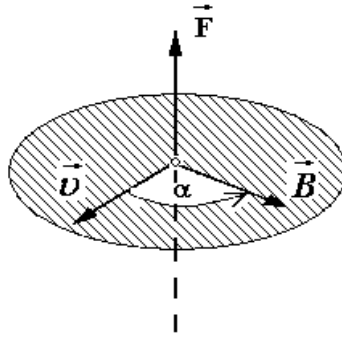


Рисунок 23.3

у векторному добутку – вектору \vec{v} до другого вектору \vec{B} із вершини вектору \vec{F} видно проти годинної стрілки.

Оскільки магнітна сила завжди направлена перпендикулярно до швидкості руху зарядженої частинки, то роботи над частинкою вона не здійснює. Це означає, що стале магнітне поле не може змінити енергії частинки.

Якщо у просторі водночас існують електричне поле із напруженістю \vec{E} та магнітне поле з індукцією \vec{B} , то загальна сила, що діятиме на частинку, що рухається дорівнюватиме:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} + q \cdot [\vec{v} \cdot \vec{B}]. \quad (5)$$

Ця сила називається *силою Лоренца*.

3. Закон Ампера. Сила Ампера.

Якщо провідник, по якому тече струм, вмістити у магнітне поле, то на кожен із носіїв заряду, які рухаються у провіднику діятиме магнітна сила:

$$\vec{F} = q \cdot [\vec{u} \cdot \vec{B}], \quad (6)$$

де \vec{u} – швидкість направлено руху носіїв заряду (*швидкість дрейфу носіїв*).

Від кожного із носіїв заряду дія цієї сили передається провіднику в цілому. В результаті *на провідник із струмом при його вміщенні в магнітне поле діє сила (сила Ампера)*. Це твердження називається *законом Ампера*.

Нехай елементарний провідник довжиною dl , по якому тече струм силою I , вміщено в магнітне поле з індукцією \vec{B} . На цей елемент провідника буде діяти сила:

$$d\vec{F}_A = I \cdot [d\vec{l} \cdot \vec{B}]. \quad (7)$$

Модуль цієї сили визначається формулою:

$$dF_A = I \cdot B \cdot \sin\alpha \cdot dl, \quad (8)$$

де α – кут між векторами $d\vec{l}$ та \vec{B} . Напрямок сили Ампера визначається по правилу векторного добутку або у спрощеному вигляді по правилу лівої ріки.

Для прямолінійного провідника довжиною l , по якому тече струм силою I при його вміщенні у магнітне поле з індукцією B , сила Ампера дорівнює:

$$F_A = B \cdot I \cdot l \cdot \sin\alpha, \quad (9)$$

де α – кут між напрямком течії струму та вектором магнітної індукції.

4. Магнітний момент контуру із струмом. Поняття про індукцію магнітного поля.

Вмістимо прямокутний дротяний контур площею S , по якому тече струм силою I , в магнітне поле з індукцією \vec{B} так, як показано на рис. 23.4 а).

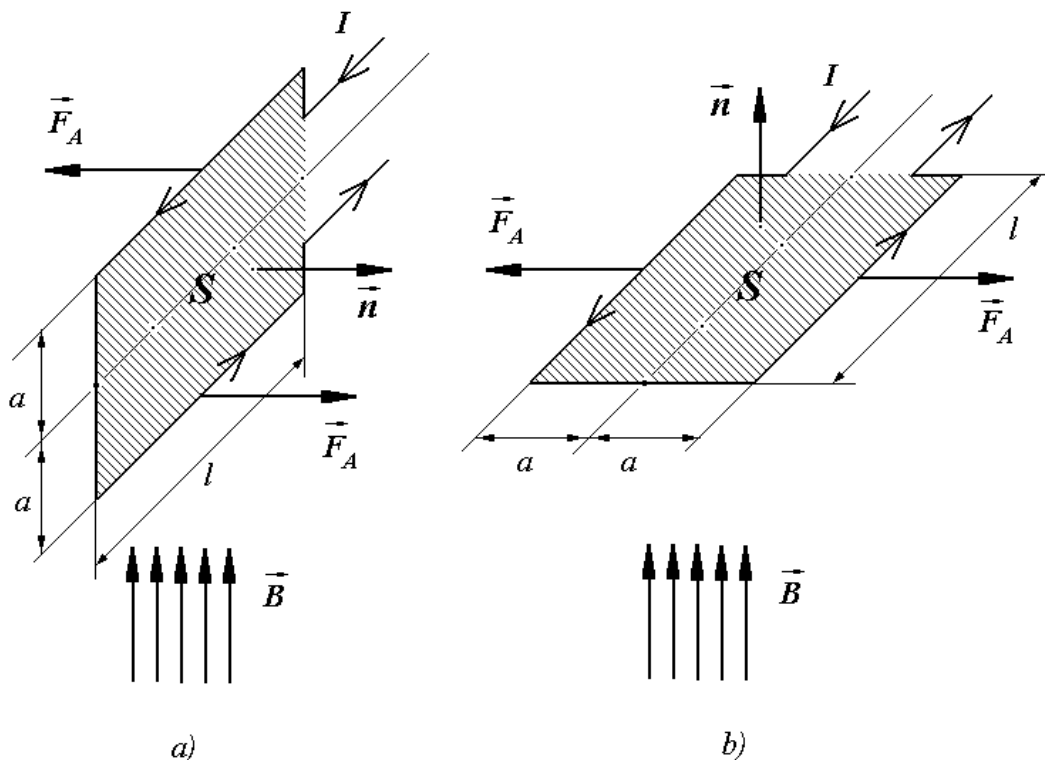


Рисунок 23.4

На дві ділянки контуру довжинами l діють відповідно дві сили Ампера \vec{F}_A , які створюють обертаючий момент \vec{M} . Модуль цього моменту сягає свого максимального значення саме в положенні контуру, зображеного на рис. 23.4 *a*), тобто коли нормаль до площини контуру - вектор \vec{n} створює із вектором індукції магнітного поля \vec{B} кут $\pi/2$:

$$M_{max} = 2a \cdot F_A = 2alBI = BIS, \quad (10)$$

де $S = 2al$ – площа контуру.

Введемо поняття *магнітного моменту контуру із струмом* - \vec{P}_m , який визначається як:

$$\vec{P}_m = IS\vec{n}. \quad (11)$$

Із використанням вектору \vec{P}_m обертаючий момент, який діє на контур із струмом при його вміщенні у магнітне поле можна записати у вигляді векторного добутку:

$$\vec{M} = [\vec{P}_m \cdot \vec{B}]. \quad (12)$$

Під впливом обертаючого моменту \vec{M} контур повертається із положення *a*) у положення *b*), в якому напрямки векторів \vec{n} та \vec{B} співпадають. Говорять, що магнітне поле створює орієнтуючу дію на контур із струмом.

Саме орієнтуюча дія магнітного поля на контур із струмом зазвичай використовується для введення основної характеристики магнітного поля – вектору магнітної індукції \vec{B} , яка характеризує інтенсивність магнітного поля у кожній точці простору. Максимальне значення обертаючого моменту, що діє на контур із струмом при його вміщенні в магнітне поле визначається формулою (10), із якої для модуля вектору \vec{B} маємо:

$$B = \frac{M_{max}}{I \cdot S} = \frac{M_{max}}{P_m}. \quad (13)$$

В системі одиниць СІ магнітна індукція вимірюється у *теслах* (*Тл*), притому один тесла визначається як:

$$1[\text{Тл}] = \frac{1[\text{Н}]}{1[\text{А}] \cdot 1[\text{м}]}.$$

5. Закон Біо-Савара-Лапласа.

Біо та Савар у 1820 р. досліджували магнітні поля, що створювались струмами, які протікали по провідниках різної форми. Лаплас проаналізував експериментальні данні Біо та Савара і зробив висновок, що магнітне поле будь-якого струму можна визначити як векторну суму (суперпозицію) полів, які створюються окремими елементарними ділянками струму. А для елементарної напруженості $d\vec{H}$, яка створюється елементом провідника $d\vec{l}$, по якому тече струм I Лаплас запропонував формулу:

$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{[d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3}, \quad (14)$$

або у скалярному вигляді:

$$dH = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{\sin\alpha \cdot dl}{r^2}, \quad (15)$$

де α – кут між векторами $d\vec{l}$ та \vec{r} . Вектор $d\vec{l}$ показує напрямок течії струму, а \vec{r} – радіус-вектор, який з'єднує елемент провідника $d\vec{l}$ із довільною точкою спостереження (т. А), в якій даним елементом провідника із струмом I створюється елементарна напруженість магнітного поля $d\vec{H}$ (рис. 23.5).

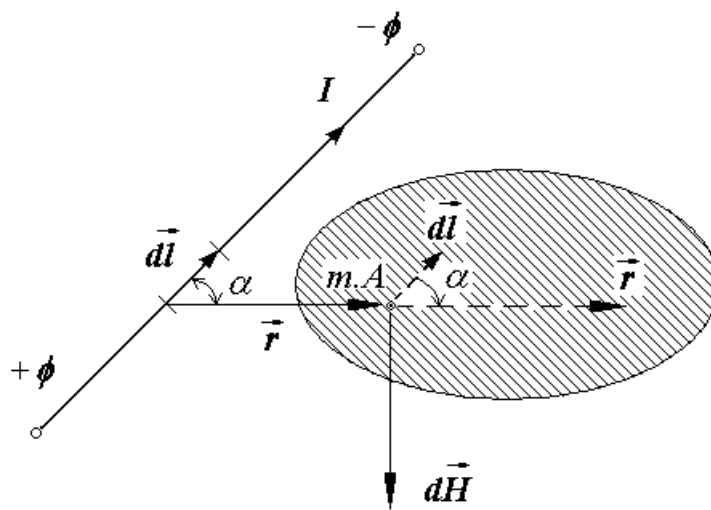


Рисунок 23.5

Напрямок вектору $d\vec{H}$ визначається по правилу векторного добутку: тобто вектор $d\vec{H}$ водночас перпендикулярний до обох векторів $d\vec{l}$ та \vec{r} , тобто перпендикулярний до площини в якій лежать ці вектори, а модуль вектору $d\vec{H}$ визначається за формулою (15).

Закон Біо-Савара-Лапласа: магнітне поле будь-якого струму визначається як векторна сума (суперпозиція) елементарних напруженостей полів $d\vec{H}$ що створюються окремими елементарними ділянками струму $d\vec{l}$; елементарна напруженість $d\vec{H}$, яка створюється елементом провідника $d\vec{l}$, по якому тече струм силою I , визначається за формулами (14), (15).

Лекція 24

Тема: Магнітне поле

Питання:

6. Застосування закону Біо-Савара-Лапласа.
7. Магнітна взаємодія струмів.
8. Поняття про магнітний потік.
9. Робота по переміщенню провідника із струмом у магнітному полі.
10. Теорема Гауса для магнітного поля.
11. Циркуляція вектору магнітної індукції \vec{B} по довільному замкненому контуру.

1. Застосування закону Біо-Савара-Лапласа.

Для знаходження напруженості магнітного поля, що створюється струмом будь-якої форми у довільній точці простору, необхідно розділити провідник, по якому тече струм, на елементарні ділянки $d\vec{l}$. Елементарна напруженість магнітного поля $d\vec{H}$, що створюється елементом струму $d\vec{l}$ в даній (довільній) точці простору визначається згідно закону Біо-Савара-Лапласа формулою:

$$dH = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{\sin\alpha}{r^2} \cdot dl . \quad (24.1)$$

А напруженість магнітного поля \vec{H} , що створюється в даній (довільній) точці простору провідником в цілому знаходиться інтегруванням формули (24.1). У випадках коли задача має певний ступінь симетрії таке інтегрування можна виконати аналітично.

1.1. Напруженість магнітного поля нескінченного прямолінійного струму.

Визначимо напруженість магнітного поля, яке створюється нескінченним прямолінійним струмом у довільній точці простору. Нехай по нескінченному прямолінійному провіднику тече струм силою I . Визначимо напруженість магнітного поля \vec{H} , що створюється у довільній точці простору ($m. A$), яка знаходиться на відстані a від провідника (рис 24.1).

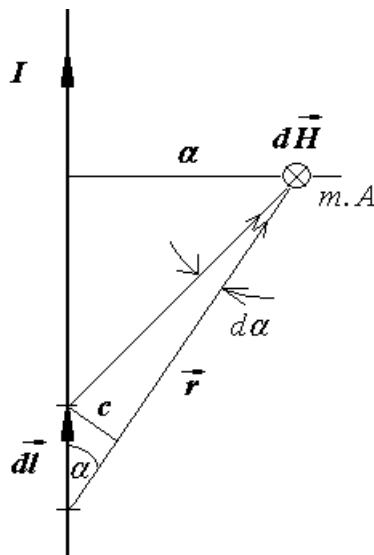


Рисунок 24.1

Розіб'ємо провідник на елементарні ділянки $d\vec{l}$. Кожна така ділянка провідника із струмом створює в $m. A$ елементарну напруженість магнітного поля $d\vec{H}$, модуль якої визначається формулою (24.1). Із геометрії задачі запишемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} c = \sin\alpha \cdot dl \\ c = r \cdot \sin\alpha \approx r \cdot da \end{cases} \quad (24.2)$$

із якої маємо:

$$dl = \frac{r}{\sin\alpha} da. \quad (24.3)$$

З урахуванням рівняння (24.3) формула (24.1) перетворюється на вигляд:

$$dH = \frac{I}{4\pi r} \cdot d\alpha, \quad (24.4)$$

а маючи на увазі що $r = a/\sin\alpha$, для dH остаточно маємо:

$$dH = \frac{I}{4\pi a} \cdot \sin\alpha \cdot d\alpha. \quad (24.5)$$

Напруженість магнітного поля, яка створюється в $m. A$ провідником із струмом в цілому визначиться інтегралом:

$$H = \int_0^\pi \frac{I}{4\pi a} \sin\alpha \cdot d\alpha = \frac{I}{4\pi a} \int_0^\pi \sin\alpha \cdot d\alpha. \quad (24.6)$$

У формулі (24.6) інтеграл

$$\int_0^\pi \sin\alpha = 2, \quad (24.7)$$

таким чином для модуля вектору \vec{H} остаточно маємо:

$$H = \frac{I}{2\pi a}. \quad (24.8)$$

Напрямок вектору \vec{H} визначається за правилом векторного добутку, або спрощено за правилом правого гвинта (буравчика).

1.2 Напруженість магнітного поля на осі колового струму.

Нехай по колу радіуса R тече струм силою I . Визначимо напруженість магнітного поля H у довільній точці спостереження ($m. A$), яка знаходиться на осі цього струму на відстані L від його центру (рис.24.2).

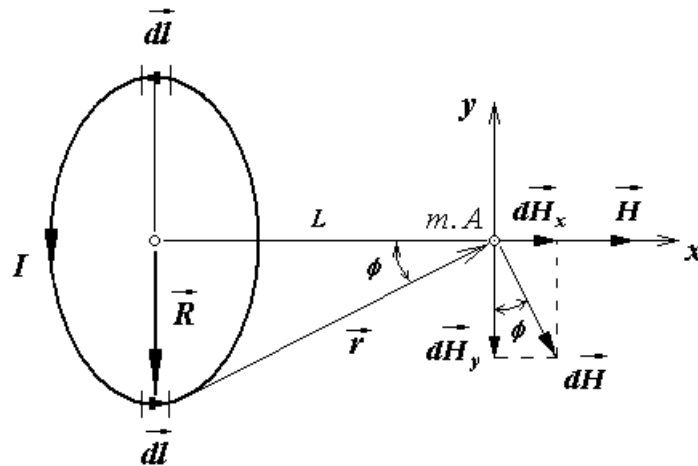


Рисунок 24.2

Розіб'ємо провідник на елементарні ділянки $d\vec{l}$. Кожна така ділянка провідника із струмом створює в $m. A$ елементарну напруженість магнітного поля $d\vec{H}$, модуль якої визначається формулою (24.1). Вектор $d\vec{H}$ перпендикулярний до обох векторів $d\vec{l}$ та \vec{r} , тобто перпендикулярний до площини, в якій лежать обидва ці вектори. Розкладемо вектор $d\vec{H}$ на дві компоненти $d\vec{H}_x$ та $d\vec{H}_y$, направлених по відповідних координатних осях. Із геометрії задачі зрозуміло, що компоненти $d\vec{H}_y$ від симетричних елементів $d\vec{l}$ компенсують одна одну, а компоненти $d\vec{H}_x$ навпаки додаються одна до одної, так що вектор сумарної напруженості \vec{H} , яка створюється у $m. A$ коловим струмом в цілому, направлений уздовж осі X . Таким чином у даному випадку формула (24.1) перетворюється на вигляд:

$$dH = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{\sin\varphi}{r^2} \cdot dl. \quad (24.9)$$

Модуль загальної напруженості H визначиться інтегралом:

$$H = \int_0^l \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{\sin\varphi}{r^2} \cdot dl = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{\sin\varphi}{r^2} \cdot \int_0^l dl. \quad (24.10)$$

У формулі (24.10) $\sin\varphi = R/r$; інтеграл $\int_0^l dl$ дорівнює довжині кола: $\int_0^l dl = 2\pi R$; та згідно теореми Піфагора: $r = \sqrt{R^2 + L^2}$. Таким чином із формули (24.10) маємо:

$$H = \frac{IR^2}{2r^3} = \frac{IR^2}{2(R^2 + L^2)^{3/2}}. \quad (24.11)$$

Із формули (24.11) видно, що свого максимального значення напруженість магнітного поля H сягає при умові: $L = 0$, тобто в центрі кола, де H дорівнює:

$$H = \frac{I}{2R}. \quad (24.12)$$

2. Магнітна взаємодія струмів.

Дослід показує, що електричні струми взаємодіють між собою. Дійсно, будь-який струм згідно закону Біо-Савара-Лапласа створює у навколишньому просторі магнітне поле і якщо в цьому полі знаходиться інший струм, то на нього, згідно закону Ампера, діятиме сила Ампера, тобто струми будуть взаємодіяти між собою. Розглянемо два струми I_1 та I_2 , які течуть по двох паралельних провідниках довжиною l , розташованих на відстані a один від одного (рис. 24.3).

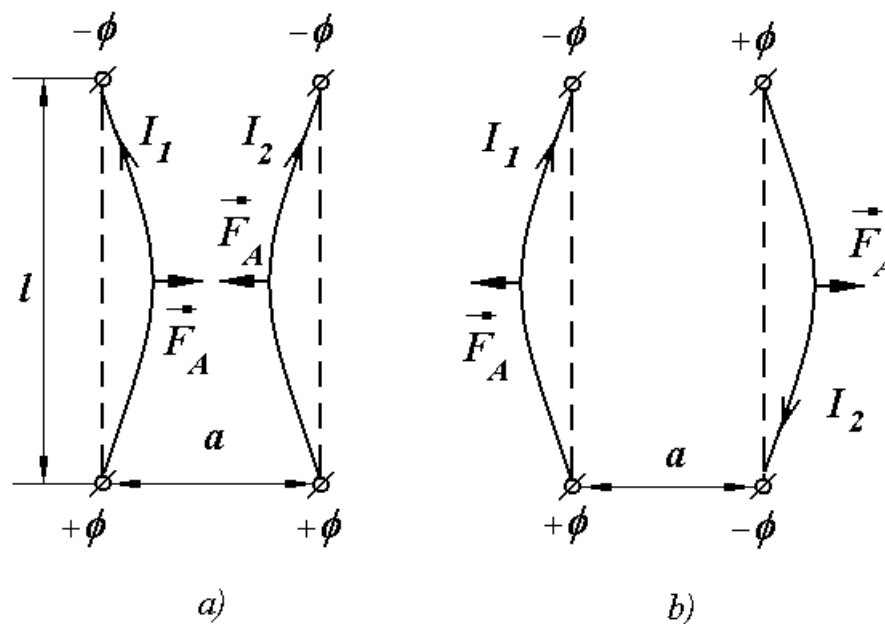


Рисунок 24.3

Дослід показує, що струми, які течуть в одному напрямку, притягуються один до одного (рис. 24.3 а)), а струми, які течуть в різних напрямках, притягуються один до одного (рис. 24.3 б)).

Елементарна сила Ампера, яка діє на елемент струму I_1 із боку струму I_2 дорівнює:

$$dF_A = I_1 B_2 dl, \quad (24.13)$$

де B_2 створена струмом I_2 індукція магнітного поля, в якому знаходиться струм I_1 . B_2 дорівнює:

$$B_2 = \mu_0 \cdot H_2 = \mu_0 \cdot \frac{I_2}{2\pi a}. \quad (24.14)$$

(Дивись формулу 24.8). Таким чином для dF_A , після підстановки (24.14) у (24.13) маємо:

$$dF_A = \mu_0 \cdot \frac{I_1 I_2}{2\pi a} dl, \quad (24.15)$$

а для сили Ампера, яка діє на кожен із провідників в цілому відповідно маємо:

$$F_A = \mu_0 \cdot \frac{I_1 I_2}{2\pi a} l. \quad (24.16)$$

3. Поняття про магнітний потік.

Нехай площа S знаходиться у магнітному полі з індукцією \vec{B} (рис.24.4);

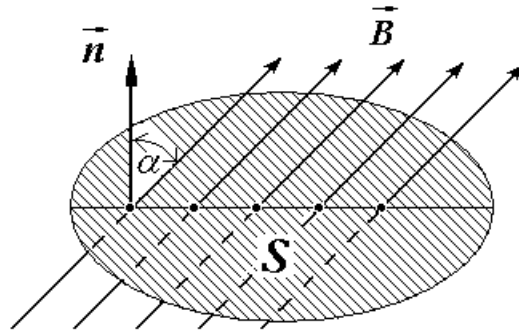


Рисунок 24.4

говорять, що через площину S проходить магнітний потік, який можна представити у вигляді скалярного добутку:

$$\Phi = (\vec{B} \cdot \vec{S}) = B \cdot S \cdot \cos\alpha, \quad (24.17)$$

де α – кут між векторами \vec{B} та \vec{S} .

Запишемо формулу (24.17) в диференціальній формі:

$$d\Phi = (\vec{B} \cdot d\vec{S}) = B \cdot \cos\alpha \cdot dS. \quad (24.18)$$

Формула (24.18) визначає елементарний потік $d\Phi$, який проходить через елемент площини dS . За для визначення потоку Φ через поверхню \vec{S} довільної форми цю поверхню необхідно розділити на елементарні ділянки dS . Елементарний потік $d\Phi$ через кожен таку ділянку визначається формулою (24.18), а протік вектору \vec{B} через поверхню S в цілому визначиться інтегруванням по поверхні S :

$$\Phi = \int_S (\vec{B} \cdot d\vec{S}). \quad (24.19)$$

В системі одиниць СІ магнітний потік вимірюється у *веберах* [Вб], притому один вебер визначається як:

$$1[\text{Вб}] = 1[\text{Тл}] \cdot 1[\text{м}^2].$$

4. Робота по переміщенню провідника із струмом у магнітному полі.

Нехай провідник довжиною l , по якому тече струм силою I , вміщено в магнітне поле з індукцією \vec{B} перпендикулярно до ліній магнітної індукції, так як показано на рис. 24.5.

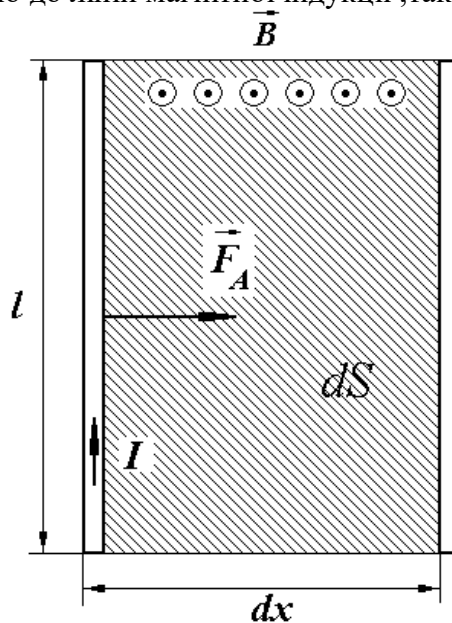


Рисунок 24.5

Із боку магнітного поля на провідник буде діяти сила Ампера \vec{F}_A . Нехай під впливом цієї сили провідник за проміжок часу dt пройшов відстань dx і таким чином покрив площу dS . При такому переміщенні силою Ампера буде виконано елементарну роботу dA , яка дорівнює:

$$dA = F_A \cdot dx = BIl \cdot dx = BI \cdot dS. \quad (24.20)$$

Враховуючи що добуток $B \cdot dS$ дорівнює приросту магнітного потоку:

$$d\Phi = B \cdot dS, \quad (24.21)$$

Формула (24.20) перетворюється на вигляд:

$$dA = I \cdot d\Phi, \quad (24.22)$$

або в інтегральній формі:

$$A = I \cdot (\Phi_2 - \Phi_1), \quad (24.23)$$

де Φ_1 та Φ_2 - початкове та кінцеве значення магнітного потоку.

5. Теорема Гауса для магнітного поля

Нехай струм силою I тече перпендикулярно площині рисунку (рис. 24.6).

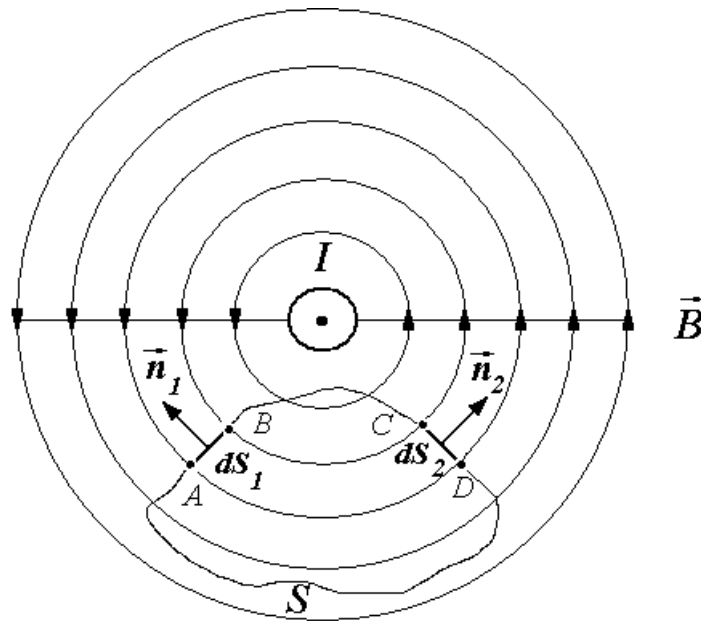


Рисунок 24.6

Лінії магнітної індукції \vec{B} поля, яке створюється цим струмом являють собою концентричні кола із центром в точці протікання струму. Напрямок вектору \vec{B} у кожній точці простору визначається напрямком обертання правого гвинта при його поступальному русі. Виділимо у магнітному полі струму I замкнену поверхню S довільної форми та визначимо потік вектору \vec{B} через цю поверхню. Нескінченно тонка трубка потоку $ABCD$ вирізає на цій поверхні S елементарні ділянки dS_1 та dS_2 . Потоки через ці ділянки $d\Phi_1 = (\vec{B} \cdot d\vec{S}_1)$ та $d\Phi_2 = (\vec{B} \cdot d\vec{S}_2)$ однакові по модулю та протилежні по знаку, таким чином сума потоків $d\Phi_1$ та $d\Phi_2$ через трубку потоку $ABCD$ дорівнює нулю:

$$d\Phi_1 + d\Phi_2 = 0. \quad (24.24)$$

Такий самий результат отримуємо для решти елементарних трубок потоку. Таким чином для потоку через поверхню S в цілому одержуємо:

$$\int_S (\vec{B} \cdot d\vec{S}) = 0. \quad (24.25)$$

Теорема Гауса для магнітного поля: сумарний потік вектору індукції магнітного поля через замкнену поверхню довільної форми дорівнює нулю.

Отриманий результат доводить, лінії індукції магнітного поля завжди замкнені і магнітних зарядів (так званих *монополів*), які б по своїм властивостям були б аналогічні електричним зарядам, в природі не існує, принаймні поки що вони не знайдені.

6. Циркуляція вектору магнітної індукції \vec{B} по довільному замкненому контуру.

Нехай замкнений круговий контур L має своїм центром точку протікання струму I , притому струм тече перпендикулярно площині контуру (рис. 24.6).

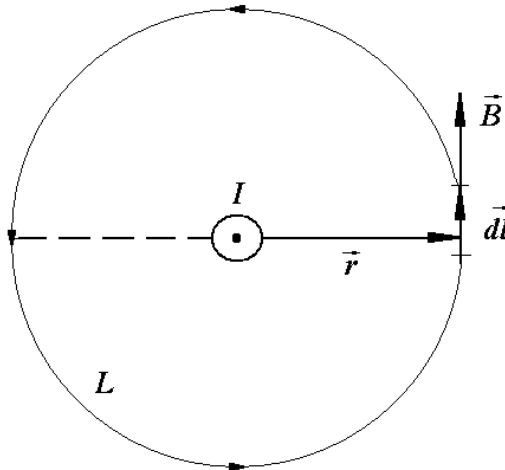


Рисунок 24.6

Розіб'ємо контур на елементарні ділянки $d\vec{l}$. Інтеграл $\oint_L (\vec{B} \cdot d\vec{l})$ уздовж всього контуру називається *циркуляцією* вектору \vec{B} по контуру L . Згідно формули (24.14) для магнітної індукції у даному випадку маємо:

$$B = \mu_0 \cdot H = \mu_0 \cdot \frac{I}{2\pi r} . \quad (24.26)$$

З урахуванням (24.26) для циркуляції вектору \vec{B} по контуру L маємо:

$$\oint_L (\vec{B} \cdot d\vec{l}) = \oint_L \mu_0 \frac{I}{2\pi r} dl = \mu_0 \frac{I}{2\pi r} \oint_L dl . \quad (24.27)$$

У формулі (24.27) інтеграл $\oint_L dl$ дорівнює довжині кола:

$$\oint_L dl = 2\pi r . \quad (24.28)$$

Таким чином формула (24.27) перетворюється на вигляд:

$$\oint_L (\vec{B} \cdot d\vec{l}) = \mu_0 I . \quad (24.29)$$

Отриманий результат можна узагальнити на випадок замкненого контуру L довільної форми і в цьому випадку формула (24.29) називається *теоремою про циркуляцію вектору магнітної індукції*.

Лекція 25

Тема: Магнітне поле в речовині

Питання:

12. Природа магнітного поля в речовині.
13. Класифікація магнетиків.
14. Діамагнетизм.
15. Парамагнетизм. Закон Кюрі.
16. Феромагнетизм. Магнітний гістерезис. Точка Кюрі.

1. Природа магнітного поля в речовині.

В речовині магнітні поля створюються не тільки електричними струмами, які протікають по провідниках, але й зарядженими частинками, що рухаються в середині самих атомів та молекул. Згідно класичних уявлень електрони в середині атомів обертаються навколо власних ядер по певним замкненим орбітам, подібно планетам, що обертаються навколо Сонця (планетарна модель атому). Крім того електрони здійснюють певний обертальний рух навколо власних осей знову ж таки подібно до планет, що обертаються навколо своїх осей. З таким внутрішнім обертанням пов'язаний певний момент кількості руху, який називається *спін* (*spin*) електрону. Дослід показує, що спін мають не тільки електрони, але й атомні ядра. Орбітальні та спінові рухи заряджених частинок певною мірою аналогічні струмам, які протікають по провідниках в тому сенсі, що ці елементарні струми також збуджують у навколишньому просторі магнітні поля.

Таким чином, згідно сучасних уявлень, магнетизм речовини обумовлений трьома причинами:

- 1) Орбітальним рухом електронів навколо власних ядер.
- 2) Власним обертанням або спином електронів.
- 3) Власним обертанням або спином атомних ядер (рис.25.1)

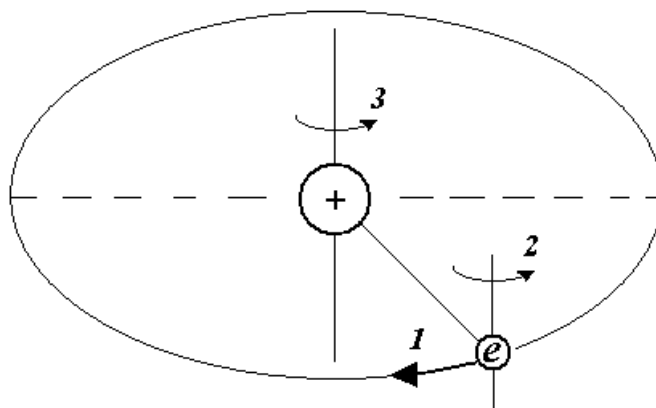


Рисунок 25.1

2. Класифікація магнетиків.

Величина, яка характеризує реакцію середовища (речовини) на вплив зовнішнього магнітного поля з напруженістю \vec{H} називається *магнітною проникністю* μ . Магнітна проникність кількісно визначається співвідношенням:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}, \quad (25.1)$$

а величиною, яка характеризує ступінь намагніченості речовини є *магнітна сприйнятливість* χ . В системі одиниць *СІ* зв'язок між магнітною проникністю μ та магнітною сприйнятливістю χ має вигляд:

$$\mu = 1 + \chi. \quad (25.2)$$

По величині магнітної проникності μ всі речовини підрозділяються на три великі групи: діамагнетики, парамагнетики та феромагнетики:

1). *Діамагнетики* - $\mu < 1$. До цього класу речовин належать зокрема інертні гази, золото, срібло, мідь, ртуть, вода, скло та ін.

2). *Парамагнетики* - $\mu \geq 1$. До цього класу речовин належать зокрема кисень, платина, лужні метали та ін.

3). *Феромагнетики* - $\mu \gg 1$. До цього класу речовин належать зокрема залізо, нікель, кобальт та їх багаточисельні сплави.

3. Діамагнетизм.

Електрони в атомах не знаходяться у стані спокою, а певним чином рухаються. У першому наближенні такий рух можна вважати обертальним і уявляти електрон у вигляді *гіроскопа*. Зокрема при певних умовах повинна виникати *прецесія електронної орбіти*. Умови для виникнення такої прецесії виникають в тому випадку, коли атом вміщується у магнітне поле із певною індукцією \vec{B} . В цьому випадку виникає обертаючий момент \vec{M} , який намагається встановити власний орбітальний магнітний момент електрона \vec{P}_m по напрямку поля – вектору \vec{B} :

$$\vec{M} = [\vec{P}_m \cdot \vec{B}]. \quad (25.3)$$

В результаті виникає обертання вектору \vec{P}_m навколо вектору \vec{B} (рис.25.2) яке і називається *прецесія електронної орбіти*.

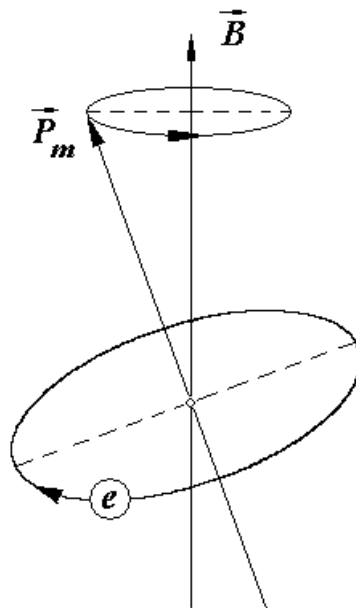


Рисунок 25.2

Аналіз показує, що частота обертання вектору \vec{P}_m навколо вектору \vec{B} однакова для всіх електронів, що входять до складу атомів і дорівнює:

$$\omega_L = \frac{e \cdot B}{2m}. \quad (25.4)$$

Величина ω_L називається *частота прецесії Лармора*.

Таким чином, під впливом зовнішнього магнітного поля відбувається прецесія електронних орбіт з однаковою для всіх електронів частотою ω_L . Обумовлений прецесією додатковий рух електронів створює у навколишньому просторі магнітне поле, напрямком якого протилежний напрямку вектору \vec{B} зовнішнього поля. В результаті, при відсутності інших факторів, зовнішнє магнітне поле ослаблюється і речовина поводить себе як діелектрик ($\mu < 1$). Саме в

цьому і полягає пояснення існування діамагнетизму як явища. Діамагнетизм притаманний речовинам, атоми яких не мають власних магнітних моментів.

4. Парамагнетизм. Закон Кюрі.

Прецесія Лармора виникає у всіх речовин без винятку, однак у тих випадках, коли атоми речовини самі по собі мають власні магнітні моменти, зовнішнє магнітне поле орієнтує магнітні моменти окремих атомів уздовж вектору \vec{B} , що призводить до певного підсилення зовнішнього магнітного поля, притому це підсилення є суттєво потужнішим, а ніж ослаблення зовнішнього поля, обумовлене прецесією Лармора. В таких випадках речовина поводить себе як *парамагнетик* ($\mu \geq 1$).

Таким чином, у парамагнетиках зовнішнє магнітне поле намагається зорієнтувати магнітні моменти окремих атомів уздовж вектору \vec{B} , а тепловий рух атомів навпаки намагається розподілити їх рівномірно по всіх напрямках. В результаті дії цих двох протилежних факторів встановлюється певна *переважна орієнтація* магнітних моментів атомів парамагнетика уздовж поля (уздовж вектору \vec{B}) тим більша, чим потужніше поле (чим більше індукція поля \vec{B}) і тим менша, чим вища температура.

Кюрі експериментально встановив закон, згідно якого *магнітна сприйнятливність* χ парамагнетика обернено пропорційна абсолютній температурі:

$$\chi = \frac{C}{T}, \quad (25.5)$$

де C – константа, що залежить від роду речовини. Співвідношення (25.5) називається *законом Кюрі*.

5. Феромагнетизм. Магнітний гістерезис. Точка Кюрі.

Окремий клас магнетиків складають речовини, здатні намагнічуватись при відсутності зовнішнього магнітного поля. Ці речовини називаються *феромагнетики* (від *Fe* - залізо). Намагніченість феромагнетиків у багато разів (до 10^{10} разів!) перевершує намагніченість діамагнетиків.

Пояснення явища феромагнетизму полягає в наступному. При певних умовах в кристалах металу виникають так звані *обмінні сили*, які змушують магнітні моменти електронів шикуватись паралельно один до одного. В результаті в металі виникають області *спонтанного намагнічування* – *домени* (спонтанний – такий, що виникає сам по собі). Домени мають характерні розміри: $1 - 10$ мкм. У межах одного домена феромагнетик намагнічений до насичення, тобто майже всі магнітні моменти окремих електронів зорієнтовані паралельно один до одного. Таким чином кожний домен має певний магнітний момент. При відсутності зовнішнього магнітного поля магнітні моменти окремих доменів орієнтуються у просторі хаотично, так що сумарний магнітний момент феромагнетика дорівнює нулю. При вміщенні феромагнетика у зовнішнє магнітне поле відбуватиметься орієнтація магнітних моментів доменів уздовж поля тим більша, чим потужніше поле.

Вмістимо феромагнетик у зовнішнє магнітне поле із напруженістю \vec{H} , яку будемо поступово збільшувати від нуля до певного максимального значення, при якому майже всі магнітні моменти окремих доменів зорієнтуються уздовж вектору \vec{H} . В цьому випадку говорять, що феромагнетик намагнічений до *насичення*, так що подальше збільшення напруженості \vec{H} вже не приводить до збільшення ступеня намагніченості.

Для феромагнетиків характерна нелінійна залежність намагніченості від зовнішнього поля, а також характерний *магнітний гістерезис* (25.3). При збільшенні напруженості зовнішнього поля \vec{H} , в яке вміщено феромагнетик, відбувається збільшення його намагніченості (ділянка 0-1 на графіку) до насичення – *т.1*, так що подальше збільшення \vec{H} не приводить до збільшення намагніченості. Подальше зменшення напруженості \vec{H} до нульового значення приводить до зменшення намагніченості до певного \vec{B}_r , що відрізняється від нуля (ділянка 1-2 на графіку). Тобто навіть при відсутності зовнішнього поля

ферромагнетик частково зберігає раніше набуту орієнтацію магнітних моментів доменів, для остаточного руйнування якої необхідно створити протилежно направлене поле напруженістю \vec{H}_c (ділянка 2-3 на графіку). Напруженість \vec{H}_c називається *коерцитивна сила*.

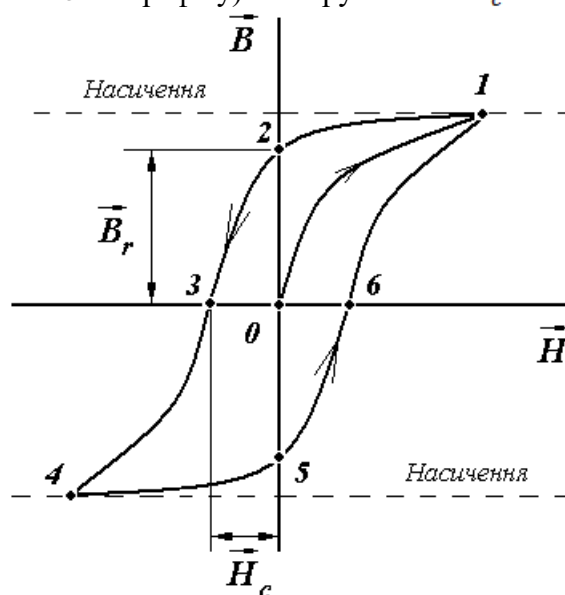


Рисунок 25.3

На ділянці 3-4 ферромагнетик знову намагнічується до насичення і процес повторюється, так що точки 5 та 6 на графіку аналогічні точкам 2 та 3 відповідно.

Величини B_r , H_c та μ є головними характеристиками ферромагнетика. Зокрема по величині коерцитивної сили ферромагнетики підрозділяються на *жорсткі* та *м'які*. *Жорсткі* ферромагнетики (H_c - велика) використовують для виготовлення сталих магнітів, так як вони краще зберігають залишкову намагніченість. *М'які* ферромагнетики (H_c - мала) використовують для виготовлення осердь трансформаторів, так як в таких ферромагнетиках менше теплові втрати при їх перемагнічуванні.

У кожного ферромагнетика існує певна температура, при досягненні якої завдяки тепловому руху атомів області спонтанного намагнічування розпадаються і речовина переходить у парамагнітний стан. Ця температура - T_c , називається *точка Кюрі* (табл.25.1).

Таблиця 25.1

Речовина	T_c, K
Fe	1041
Ni	638
Co	

При охолодженні ферромагнетика нижче T_c в ньому знову утворюються домени і речовина знову переходить із парамагнітного у ферромагнітний стан.

Лекція 26

Тема: Електромагнітна індукція

Питання:

17. Явище електромагнітної індукції.
18. Правило Ленца.
19. Індуктивність.
20. Явище самоіндукції.
21. Струми при розмиканні та замиканні електричного кола.

17. Явище електромагнітної індукції.

Явище електромагнітної індукції експериментально відкрите М. Фарадеєм у 1831р., виявилось одним із найбільш фундаментальних відкриттів в електродинаміці. В основу своїх дослідів М. Фарадеєм було покладено ідею про тісний взаємозв'язок між електричними та магнітними явищами. А саме: якщо навколо провідника із струмом виникає магнітне поле, то повинно існувати і зворотнє явище – виникнення струму у замкненому провіднику під впливом магнітного поля або виникнення електрорушійної сили у розімкненому провіднику так само під впливом магнітного поля.

Нехай провідник довжиною l переміщується у магнітному полі з індукцією \vec{B} із сталою швидкістю \vec{v} так, як показано на рис. 26.1, тобто вектори \vec{v} та \vec{B} створюють між собою кут $\pi/2$.

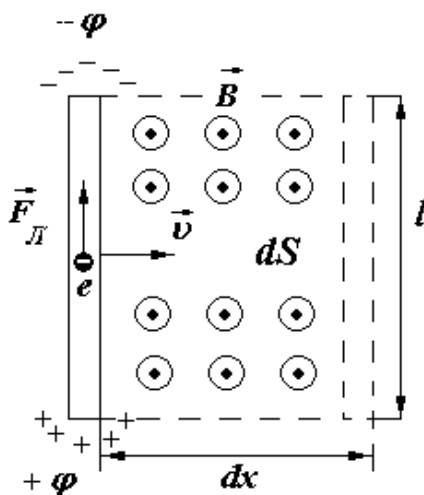


Рисунок 26.1

Нехай за певний проміжок часу dt провідник перемістився на відстань dx і при цьому покрив площу dS .

При такому переміщенні на кожен із вільних електронів провідника діє сила Лоренца, яка в даному випадку дорівнює:

$$F_E = e \cdot v \cdot B, \quad (26.1)$$

де e – заряд електрона.

Під впливом цієї сили вільні електрони накопичуються на одному із кінців провідника, створюючи там від'ємний потенціал, а на іншому кінці провідника завдяки браку електронів утворюється позитивний потенціал. Таким чином, завдяки дії сили Лоренца на кінцях провідника створюється різниця потенціалів, яка називається *електрорушійна сила індукції* (*e.p.c. індукції*) і позначається як: \vec{E}_i .

Якщо кінці такого провідника, який рухається у магнітному полі, замкнути на певний зовнішній опір, то у створеному в такий спосіб колі потече електричний струм. Таким чином при переміщенні замкненого провідника у магнітному полі у провіднику виникає електричний струм.

У випадку що розглядається сила Лоренца виконує роль сторонньої сили – сили, яка розділяє заряди на позитивні та негативні. Завдяки такому розділенню зарядів в середині провідника утворюється електричне поле із певною напруженістю. За визначенням напруженість електричного поля дорівнює відношенню:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \quad (26.2)$$

де \vec{F} - це сила, яка діє із боку поля на заряд q при його вміщенні в електричне поле. Згідно формули (26.2) у даному випадку маємо:

$$E = \frac{F_{\perp}}{q} = \frac{e \cdot v \cdot B}{e} = v \cdot B. \quad (26.3)$$

Між напруженістю електричного поля та потенціалом існує зв'язок, який у загальному випадку має вигляд:

$$\vec{E} = -\text{grad}\phi. \quad (26.4)$$

В одномірному випадку формула (24.6) спрощується до вигляду:

$$E = -\frac{d\phi}{dx}, \quad (26.5)$$

де $d\phi$ - різниця потенціалів між двома точками поля, які знаходяться на відстані dx одна від одної. Для однорідного поля в даному випадку одержуємо:

$$E = -\frac{\Delta\phi}{l} = -\frac{E_i}{l}, \quad (26.6)$$

де $\Delta\phi$ - різниця потенціалів на кінцях провідника, яка власне і є е.р.с. індукції - \vec{E}_i .

Таким чином, із формул (26.3) та (26.6) для е.р.с. індукції одержуємо:

$$E_i = -v \cdot B \cdot l. \quad (26.7)$$

З іншого боку швидкість за визначенням є перша похідна від координати по часу:

$$v = \frac{dx}{dt}. \quad (26.8)$$

Тоді із формул (26.7) та (26.8) для е.р.с. індукції маємо:

$$E_i = -v \cdot B \cdot l = -\frac{dx}{dt} \cdot B \cdot l = -\frac{B \cdot dS}{dt}, \quad (26.9)$$

де $dS = l \cdot dx$ - площа, яку під час свого руху у магнітному полі покриває провідник за проміжок часу dt .

Приймаючи до уваги, що згідно визначенню, елементарний магнітний потік $d\Phi$ дорівнює скалярному добутку векторів \vec{B} та $d\vec{S}$. В даному випадку маємо:

$$d\Phi = (\vec{B} \cdot d\vec{S}) = B \cdot dS. \quad (26.10)$$

З урахуванням (26.10) для е.р.с. індукції остаточно одержуємо:

$$E_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (26.11)$$

Виникнення електрорушійної сили у провіднику при зміні магнітного потоку називається явищем електромагнітної індукції.

Це твердження є визначенням явища електромагнітної індукції в інтерпретації М. Фарадея.

18. Правило Ленца.

Формула (26.11) визначає не тільки величину але й напрямок індукційного струму. Вмістимо у магнітне поле із індукцією \vec{B} замкнений дротяний контур площею S , так щоб напрямок вектору \vec{B} був перпендикулярний до площі контуру (рис.26.2).

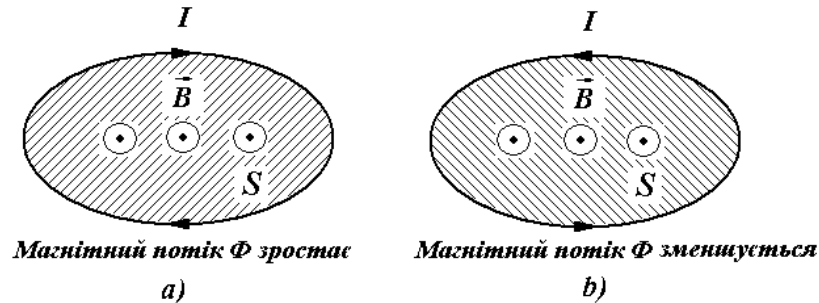


Рисунок 26.2

Нехай індукція \vec{B} із часом збільшується, тоді магнітний потік Φ через площу контуру S зростає, похідна $\frac{d\Phi}{dt} > 0$ і згідно формули (26.11) $\vec{E}_i < 0$, тобто індукційний струм матиме такий напрямок, що своїм магнітним полем перешкоджатиме подальшому зростанню магнітного потоку (26.1a).

Тепер нехай індукція \vec{B} із часом зменшується, тоді магнітний потік Φ через площу контуру S буде зменшуватись, похідна $\frac{d\Phi}{dt} < 0$ і згідно формули (26.11) $\vec{E}_i > 0$, тобто індукційний струм матиме такий напрямок, що своїм магнітним полем перешкоджатиме подальшому зменшенню магнітного потоку (26.1b).

Таким чином **індукційний струм завжди має такий напрямок, що своїм полем ослаблює дію причини, яка створює цей струм.** Це твердження називається *правилом Ленца**.

*Еміль Ленц (1804-1865) — фізик балтійсько-німецького походження, який одним з перших знайшов зв'язок між магнітними та електричними полями. Найбільш відомий завдяки формулюванню *правила Ленца* в електродинаміці у 1834 році

19. Індуктивність.

Згідно закону Біо-Савара-Лапласа індукція магнітного поля \vec{B} прямо пропорційна силі струму I , який створює це магнітне поле. З іншого боку, згідно визначення магнітний потік Φ дорівнює скалярному добутку векторів \vec{B} та \vec{S} : $\Phi = (\vec{B} \cdot \vec{S})$. Це означає, що повинен існувати зв'язок між індукцією магнітного поля \vec{B} та силою струму, який створює це магнітне поле. Дослід показує, що цей зв'язок має вигляд:

$$\Phi = L \cdot I, \quad (26.12)$$

де коефіцієнт пропорційності L - називається *індуктивність*, яка залежить від форми та розмірів провідника, а також від *магнітної проникності* середовища μ . В системі одиниць СІ індуктивність вимірюється в *генрі* (Γ_n), притому один генрі визначається із

$$\text{співвідношення: } 1[\Gamma_n] = \frac{1[\text{Вб}]}{1[\text{А}]}.$$

Значний практичний інтерес являє собою індуктивність *соленоїда* – котушки із великою кількістю витків. Розглянемо соленоїд довжиною l , площею поперечного перерізу S , загальна кількість витків якого дорівнює N (Рис.26.3).

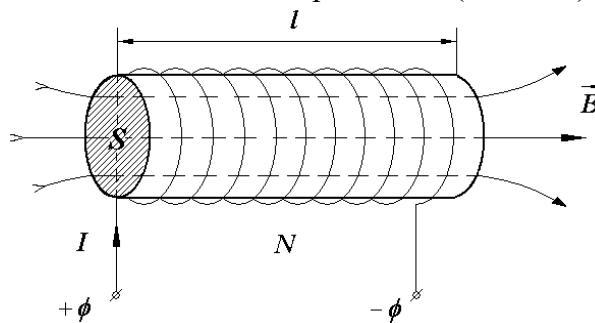


Рисунок 26.3

Нехай через соленоїд тече струм силою I . Аналіз показує, що в середині соленоїда буде створене однорідне магнітне поле, індукція якого \vec{B} визначається формулою:

$$B = \mu\mu_0 n \cdot I, \quad (26.13)$$

де μ - магнітна проникність середовища (осердя соленоїда), μ_0 - магнітна стала, а $n = N/l$ - кількість витків на одиницю довжини соленоїда.

Загальний магнітний потік, який проходить через соленоїд в цілому – Φ , дорівнює сумі потоків через кожен його виток – Φ_0 . Через один виток соленоїда проходить магнітний потік:

$$\Phi_0 = B \cdot S, \quad (26.14)$$

а потік через соленоїд в цілому відповідно дорівнює:

$$\Phi = N \cdot \Phi_0 = N \cdot B \cdot S, \quad (26.15)$$

або з урахуванням того, що $N = n \cdot l$, а також формули (26.13) для Φ маємо:

$$\Phi = \mu\mu_0 n^2 l \cdot S \cdot I. \quad (26.16)$$

Порівняймо формулу (26.16) із загальною формулою (26.12). В результаті для індуктивності соленоїда отримуємо формулу:

$$L = \mu\mu_0 n^2 l \cdot S. \quad (26.17)$$

20. Явище самоіндукції.

Згідно М. Фарадею явище електромагнітної індукції полягає у виникненні електрорушійної сили у провіднику при зміні магнітного потоку. Тобто для виникнення електрорушійної сили похідна $\frac{d\Phi}{dt}$ повинна відрізнятись від нуля.

З іншого боку між потоком індукції магнітного поля та струмом, який створює це поле існує зв'язок: $\Phi = L \cdot I$. Припустимо, що сила струму у провіднику змінюється із часом. Тоді при умові, що індуктивність провідника лишається сталою маємо:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(L \cdot I)}{dt} = L \cdot \frac{dI}{dt}, \quad (26.18)$$

Тобто остаточно для е.р.с. індукції в цьому випадку одержуємо:

$$E_s = -L \cdot \frac{dI}{dt}, \quad (26.19)$$

де величина E_s називається *е.р.с. самоіндукції*.

Виникнення електрорушійної сили у провіднику при зміні сили струму в цьому ж провіднику називається явищем самоіндукції.

21. Струми при розмиканні та замиканні електричного кола.

Із загальних міркувань зрозуміло, що при зміні умов протікання електричного струму в електричному колі сила струму змінюється не миттєво, а навпаки ці зміни потребують певного часу. В першу чергу це стосується процесів, які відбуваються в електричному колі при його розмиканні та замиканні. Так при розмиканні електричного кола сила струму зменшується від певного сталого значення до нуля, а при замиканні електричного кола сила струму зростає від нуля до певного сталого значення.

Знак "мінус" у формулі (26.19), так само як і в загальній формулі (26.11), відповідає правилу Ленца. Це означає, що при розмиканні електричного кола сила струму в ньому зменшується, похідна $\frac{dI}{dt} < 0$, а е.р.с. самоіндукції $E_s > 0$. Тобто E_s в цьому випадку перешкоджає подальшому зменшенню сили струму і підтримує струм в колі.

При замиканні електричного кола струм у ньому збільшується, похідна $\frac{dI}{dt} > 0$, а е.р.с. самоіндукції $E_s < 0$. Тобто E_s в цьому випадку перешкоджає подальшому збільшенню сили струму в колі.

Нехай у колі зображеному на рис. 26.4 тече сталий струм I_0 , який дорівнює:

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R} . \quad (26.20)$$

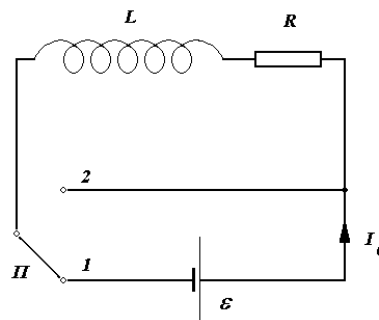


Рисунок 26.4

1). Струм при розмиканні електричного кола.

Переведемо перемикач Π із положення "1" у положення "2". Для цього випадку згідно другого правила Кірхгофа запишемо:

$$I \cdot R = \mathcal{E}_s \quad (26.21)$$

або

$$I \cdot R = -L \cdot \frac{dI}{dt} . \quad (26.22)$$

Після розподілу змінних у формулі (26.22) та інтегрування одержуємо:

$$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} \cdot dt , \quad (26.23)$$

$$\ln I = -\frac{R}{L} t + C , \quad (26.24)$$

$$I = I_0 \cdot e^{-\frac{R}{L} t} . \quad (26.25)$$

Таким чином при розмиканні електричного кола сила струму в ньому зменшується з часом по експоненті.

2). Струм при замиканні електричного кола.

Переведемо перемикач P із положення "2" у положення "1". Для цього випадку згідно другого правила Кірхгофа запишемо:

$$I \cdot R = \varepsilon + \varepsilon_s \quad (26.26)$$

або

$$I \cdot R = \varepsilon - L \cdot \frac{dI}{dt} . \quad (26.27)$$

Після розв'язку диференціального рівняння (26.27) остаточно одержуємо:

$$I = I_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) . \quad (26.28)$$

Таким чином при замиканні електричного кола сила струму в ньому збільшується з часом по експоненті.

Лекція 27

Тема: Електромагнітна індукція. Рівняння Максвелла.

Питання:

1. Енергія та густина енергії магнітного поля.
2. Струм зміщення.
3. Явище електромагнітної індукції (Трактовка Максвелла).
4. Рівняння Максвелла.
5. Електромагнітні хвилі.

1. Енергія та густина енергії магнітного поля.

Розглянемо електричну схему, яка складається із джерела струму з е.р.с. ε , соленоїда із індуктивністю L та певного активного опору R (рис. 27.1).

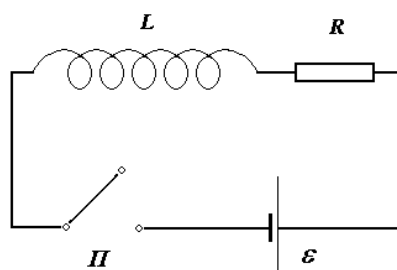


Рисунок 27.1

При замиканні перемикача Π сила струму в колі буде збільшуватись із часом по експоненті, згідно формули (26.28) від 0 до певного сталого значення I_0 . Якщо знехтувати втратами енергії на активному опорі (тобто вважати, що $R \rightarrow 0$), то робота, яка здійснюється за рахунок джерела при підвищенні сили струму в колі, витрачається на створення магнітного поля в соленоїді:

$$A = \int_0^{t_0} -\varepsilon_s \cdot I \cdot dt, \quad (27.1)$$

де ε_s - е.р.с. самоіндукції, а I - поточне значення сили струму в колі. Електрорушійна сила самоіндукції ε_s за визначенням дорівнює:

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}, \quad (27.2)$$

і, таким чином, маємо:

$$A = \int_0^{t_0} I \cdot L \frac{dI}{dt} dt = \int_0^{I_0} L \cdot I \cdot dI = \frac{LI_0^2}{2}. \quad (27.3)$$

Робота A була витрачена на створення в середині соленоїда магнітного поля із певною енергією W_m , таким чином для енергії магнітного поля маємо:

$$W_m = \frac{LI^2}{2}. \quad (27.4)$$

Якщо через соленоїд тече струм силою I то в середині соленоїда створюється магнітне поле, індукція якого \vec{B} визначається формулою:

$$B = \mu\mu_0 n \cdot I, \quad (27.5)$$

де n - кількість витків на одиницю довжини. Звідки для сили струму маємо:

$$I = \frac{B}{\mu\mu_0 \cdot n}. \quad (27.6)$$

Для індуктивності соленоїда маємо формулу:

$$L = \mu\mu_0 n^2 l \cdot S, \quad (27.7)$$

де l - довжина соленоїду, а S - площа його поперечного перерізу.

Після підстановки (27.6) та (27.7) у формулу (27.4) для енергії магнітного поля одержуємо:

$$W_m = \frac{B^2 l \cdot S}{2\mu\mu_0}. \quad (27.8)$$

Енергія W_m міститься в середині соленоїда, тобто міститься в його об'ємі, який дорівнює: $V = l \cdot S$.

Величина, яка визначається відношенням:

$$\omega_m = \frac{W_m}{V} \quad (27.9)$$

називається густиною енергії магнітного поля. Таким чином остаточно для густини енергії магнітного поля маємо:

$$\omega_m = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}. \quad (27.10)$$

Враховуючи що між індукцією магнітного поля та його напруженістю існує зв'язок:

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \cdot \vec{H}, \quad (27.11)$$

для густини енергії магнітного поля також можна записати:

$$\omega_m = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}. \quad (27.12)$$

Порівняймо формулу (27.12) для густини енергії магнітного поля ω_m із отриманою раніше формулою для густини енергії електричного поля:

$$\omega_e = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}. \quad (27.13)$$

Таким чином, густина енергії магнітного поля прямо пропорційна квадрату напруженості магнітного поля: $\omega_m \propto H^2$, а густина енергії електричного поля прямо пропорційна квадрату напруженості електричного поля: $\omega_e \propto E^2$.

2. Струм зміщення.

Нехай металевій кулі радіуса r надали певний заряд Q та вмістили у середовище, яке проводить електричний струм. Від кулі в такому середовищі симетрично по всіх радіальних напрямках потечуть струми провідності (рис. 27.2).

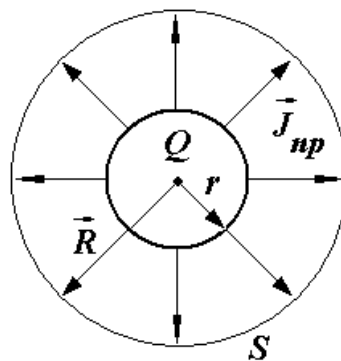


Рисунок 27.2

Зрозуміло, що навколо цих струмів провідності будуть створюватись магнітні поля із певною індукцією магнітного поля \vec{B} . Виявляється, що неможливо визначити напрям вектору \vec{B} . Дійсно, припустимо, що вектор \vec{B} існує:

1) Радіальна складова. Якщо б вона існувала, то завдяки симетрії задачі була б однакою для всіх точок концентричної сфери S довільного радіуса \vec{R} . В цьому випадку потік

вектору \vec{B} через поверхню сфери S відрізнявся б від нуля ($\int_S (\vec{B} \cdot d\vec{s}) \neq 0$). Але це не можливо, тому що лінії індукції магнітного поля завжди замкнені, ”магнітних зарядів”, які по своїм властивостям були б аналогічні електричним зарядам, в природі не існує і тому навпаки завжди виконується умова:

$$\int_S (\vec{B} \cdot d\vec{s}) = 0. \quad (27.14)$$

Таким чином радіальної складової вектор \vec{B} не має.

2). Тангенціальна складова. Тобто \vec{B} перпендикулярний до радіусу \vec{R} . Але будь-який напрямок перпендикулярний до радіусу нічим не виділений із решти таких самих рівноправних напрямків. Це означає, що і тангенціальної складової вектор \vec{B} також не має.

Існує один єдиний вихід усунення цих труднощів: вектор \vec{B} , а також відповідно і вектор \vec{H} , повинен дорівнювати нулю в кожній точці простору. Але це можливо лише в тому випадку коли існує ще один струм, який своїм полем компенсує магнітні поля, що створюються струмами провідності – *струм зміщення*, притому повинна виконуватись умова:

$$I_{np} + I_{zm} = 0, \quad (27.15)$$

де I_{np} - сила струму провідності, а I_{zm} - сила струму зміщення.

Загальний струм провідності, який тече від зарядженої кулі за визначенням дорівнює:

$$I_{np} = -\frac{dQ}{dt}, \quad (27.16)$$

відповідно для струму зміщення маємо:

$$I_{zm} = \frac{dQ}{dt}. \quad (27.17)$$

Напруженість електричного поля, яке створюється у навколишньому просторі зарядженою кулею дорівнює:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R^2}, \quad (27.18)$$

звідки для заряду маємо:

$$Q = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R^2 E. \quad (27.19)$$

На підставі зв'язку між силою та густиною струму для густини струму зміщення маємо:

$$J_{zm} = \frac{I_{zm}}{S} = \frac{I_{zm}}{4\pi R^2}, \quad (27.20)$$

де S - площа поверхні, через яку тече струм і в даному випадку це є площа сфери радіуса R , тобто: $S = 4\pi R^2$.

Після підстановки (27.19) у (27.17) та із використанням формули (27.20) для густини струму зміщення маємо:

$$J_{zm} = \frac{I_{zm}}{S} = \frac{1}{4\pi R^2} \cdot \frac{dQ}{dt} = \epsilon\epsilon_0 \cdot \frac{dE}{dt}. \quad (27.21)$$

За визначенням вектор електричної індукції \vec{D} є:

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E}. \quad (27.22)$$

Таким чином, для густини струму зміщення остаточно одержуємо:

$$\vec{J}_{zm} = \frac{d\vec{D}}{dt}. \quad (27.23)$$

Струми зміщення було відкрито Дж. Максвеллом*. Ці струми існують тільки там, де змінюється із часом електрична індукція \vec{D}

* **Джэймс Клерк Максвелл** (англ. *James Clerk Maxwell*) 1831 – 1879pp.

Шотландський вчений, який створив теорію електромагнітного поля і на підставі її зробив висновок, що змінні електричне і магнітне поля тісно пов'язані одне з одним, утворюючи єдине електромагнітне поле, яке поширюється у вигляді електромагнітних хвиль зі швидкістю світла. Ґрунтуючись на зв'язку електричних, магнітних та світлових явищ, Максвелл розробив теорію світла і тим об'єднав в одне ціле раніше розрізнені галузі електрики, магнетизму і оптики. Крім цього, Максвеллу належать великі відкриття і в інших галузях фізики, зокрема молекулярної кінетичної теорії газів.

Фізичний зміст гіпотези Максвелла щодо існування струмів зміщення цілком зводиться до твердження: **змінне електричне поле є джерелом магнітного поля.**

Це відкриття Максвелла цілком аналогічне відкриттю явища електромагнітної індукції, згідно якому *змінне магнітне поле створює електричне поле.*

Назва “*струм зміщення*” є умовною. Підставою для того, щоб похідну $d\vec{D} / dt$ називати струмом служить той факт, що розмірність цієї величини співпадає із розмірністю густини струму. Із усіх властивостей притаманних власне струму струм зміщення має лише одну: здатність створювати магнітне поле.

Струм зміщення існує скрізь, де є електричне поле, яке змінюється із часом. Зокрема він існує і в середині провідників, по яким тече струм, але в цьому випадку струм зміщення є дуже малим, так що у порівнянні із струмом провідності ним можна знехтувати. Але навіть у вакуумі будь-яка зміна електричного поля із часом створює у навколишньому просторі магнітні поля.

3. Явище електромагнітної індукції (Трактовка Максвелла).

Якщо провідник рухається у сталому магнітному полі, то індукційний струм в ньому викликається магнітною складовою сили Лоренца $\vec{F}_L = e \cdot [\vec{v} \cdot \vec{B}]$, яка в даному випадку виконує роль сторонньої сили, що розділяє заряди на позитивні та негативні, створюючи у провіднику е.р.с. індукції E_i :

$$E_i = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (27.24)$$

де Φ - магнітний потік, який змінюється із часом.

Завдяки ж чому індукційний струм виникає у нерухомому провіднику? Відповідь на це питання була дана Максвеллом: *Будь-яке змінне магнітне поле збуджує у навколишньому просторі електричне поле, яке і є причиною виникнення індукційного струму.* Циркуляція вектору напруженості \vec{E} цього поля по довільному замкненому контуру L визначається формулою:

$$\oint_L (\vec{E} \cdot d\vec{l}) = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (27.25)$$

або, враховуючи що за визначенням магнітний потік дорівнює: $d\Phi = (B \cdot d\vec{S})$, формула (27.25) перетворюється на вигляд:

$$\oint_L (\vec{E} \cdot d\vec{l}) = -\int \left(\frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S}\right). \quad (27.26)$$

Між розумінням сутності явища електромагнітної індукції Фарадеєм та Максвеллом існує суттєва відмінність:

Згідно Фарадею явище полягає у виникненні електричного струму (у випадку замкненого провідника) або е.р.с. індукції E_i (у випадку розімкненого провідника) для чого у просторі обов'язково повинен бути провідник.

Згідно Максвеллу явище полягає у виникненні електричного поля, тобто може спостерігатись і в таких випадках, коли у просторі взагалі немає ніяких провідників (наприклад: поляризація діелектрика; пробій конденсатора і т.і.).

Таким чином, трактовка явища електромагнітної індукції Максвеллом є більш загальною у порівнянні із трактовкою цього явища Фарадеєм.

4. Рівняння Максвелла.

Додавши до основних фактів із області електромагнетизму магнітні властивості струмів зміщення, Максвелл склав систему фундаментальних рівнянь електродинаміки. Розглянемо рівняння Максвелла в системі одиниць *SI*. Таких рівнянь чотири: дві теореми про циркуляцію відповідно для електричного та магнітного поля та дві теореми Гауса так само для електричного та магнітного поля. Для того, щоб ця система рівнянь була замкненою до цих чотирьох рівнянь необхідно додати два рівняння зв'язку, а саме:

- між вектором напруженості електричного поля \vec{E} та вектором електричної індукції \vec{D} :

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E}, \quad (27.27)$$

а також зв'язок:

- між вектором напруженості магнітного поля \vec{H} та вектором магнітної індукції \vec{B} :

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}. \quad (27.28)$$

Система рівнянь Максвелла:

$$\oint_L (\vec{E} \cdot d\vec{l}) = -\int \left(\frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S}\right), \quad (I)$$

$$\oint_L (\vec{H} \cdot d\vec{l}) = \int (\vec{j}_{np} + \frac{d\vec{D}}{dt}) \cdot d\vec{S}, \quad (II)$$

$$\int_S (\vec{D} \cdot d\vec{S}) = q, \quad (III)$$

$$\int_S (\vec{B} \cdot d\vec{S}) = 0. \quad (IV)$$

Рівняння (I) - (IV) мають наступний зміст:

- (I) – рівняння показує, що електричне поле створюється магнітним полем, яке змінюється із часом ($\frac{d\vec{B}}{dt}$);
- (II) – рівняння показує, що магнітне поле створюється або електричними струмами провідності (\vec{j}_{np}) або електричним полем, яке змінюється із часом ($\frac{d\vec{D}}{dt}$);
- (III) – теорема Гауса для електричного поля, де q - електричний заряд, який міститься у певній замкненій поверхні S ;
- (IV) – теорема Гауса для магнітного поля. Той факт, що інтеграл $\int_S (\vec{B} \cdot d\vec{S})$

дорівнює нулю, показує, що лінії індукції магнітного поля замкнені та що магнітних зарядів, які б по своїм властивостям були б аналогічні електричним, в природі не існує.

Які б не були міркування, що привели до рівнянь Максвелла, вони не можуть розглядатися в якості їх доказу. Суттєво нові принципи, якими власне і є рівняння Максвелла, ніколи не містяться в старій теорії і не можуть бути виведені із неї логічним шляхом. В цьому сенсі не можна вивести і рівняння Максвелла. Ці рівняння слід розглядати як **основні аксіоми електродинаміки**, отримані узагальненням експериментальних даних.

5. Електромагнітні хвилі.

Одним із надзвичайно важливих наслідків системи рівнянь Максвелла було існування принципово нового явища, яке теоретично відкрив сам Максвелл: **існування електромагнітних хвиль**. Справа в тому, що змінні електричне та магнітне поля, створюючи одне одне не лишаяються локалізованими у просторі, а навпаки (як це передбачають рівняння Максвелла) розповсюджуються у просторі із певною швидкістю. Аналіз показує, що швидкість розповсюдження електромагнітної хвилі у просторі – c пов'язана із електричною – ϵ_0 та магнітною – μ_0 сталими співвідношенням:

$$\epsilon_0 \cdot \mu_0 = \frac{1}{c^2}, \quad (27.29)$$

звідки для швидкості розповсюдження електромагнітної хвилі маємо:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}. \quad (27.30)$$

Розрахунок показує:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Отриманий результат співпадає із швидкістю розповсюдження світла у вакуумі, яку було отримано раніше зокрема із астрономічних спостережень.

У 1888 р. (приблизно через 10 років після смерті Максвелла) Г. Герц експериментально підтвердив існування електромагнітних хвиль. А на межі XIX – XX століть завдяки працям Г. Марконі, Н. Тесла, О. Попова за допомогою електромагнітних хвиль почали передавати повідомлення. Так з'явилась радіотехніка. Крім того явище електромагнітних хвиль є фізичною основою телебачення (середина XX століття) та мобільного зв'язку (межа XX – XXI століть).

Відкриття Максвелла виявилось надзвичайно важливим із гносеологічної точки зору. А саме було розв'язано тисячолітню загадку природи світла. Виявилось, що **світло це є електромагнітна хвиля** в якій у взаємно перпендикулярних площинах відбуваються коливання векторів напруженості електричного – \vec{E} та магнітного поля – \vec{H} , а сама хвиля розповсюджується і з швидкістю світла \vec{c} у напрямку перпендикулярному до напрямків коливань векторів \vec{E} та \vec{H} (рис. 27.3).

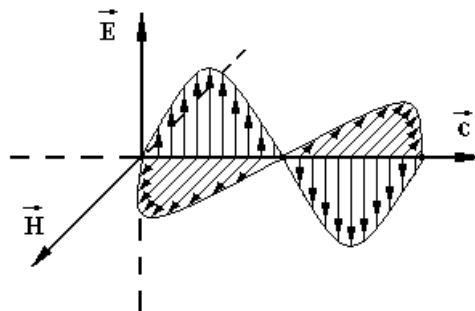


Рисунок 27.3

Лекція 28

Тема: Електромагнітні коливання у коливальному контурі.

Питання:

6. Гармонічні коливання у коливальному контурі.
7. Диференціальне рівняння гармонічних коливань, його розв'язок.
8. Затухаючі коливання у коливальному контурі.
9. Диференціальне рівняння затухаючих коливань, його розв'язок.
10. Характеристики затухаючих коливань.

1. Гармонічні коливання у коливальному контурі.

Електричне коло, яке складається із конденсатора C та котушки індуктивності L , називається *коливальним контуром* (рис.28.1). Надаємо конденсатору певний заряд q та замкнемо його на котушку індуктивності. Конденсатор, замкнений на котушку

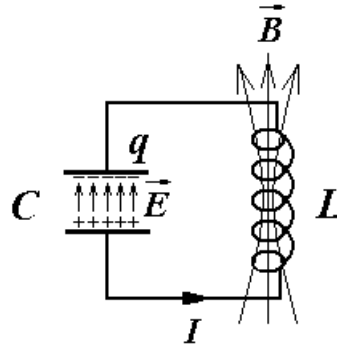


Рисунок 28.1

індуктивності почне розряджатись, в колі потече електричний струм I . Енергія електричного поля конденсатора: $E_e = \frac{q^2}{2C}$ переходитиме в енергію магнітного поля котушки: $E_m = \frac{LI^2}{2}$.

Після повної розрядки конденсатора енергія його електричного поля перейде в енергію магнітного поля котушки. Після чого конденсатор почне перезаряджатись, енергія магнітного поля котушки переходитиме в енергію електричного поля конденсатора і т. д. Таким чином в коливальному контурі виникнуть взаємні перетворення електричної та магнітної енергій. Говорять, що в контурі відбуваються електромагнітні коливання, які тривали б нескінченно довго при відсутності втрат енергії.

2. Диференціальне рівняння гармонічних коливань, його розв'язок.

Диференціальне рівняння гармонічних коливань можна одержати на підставі *другого правила Кірхгофа*, згідно якого *сума падінь напруги на всіх елементах контуру дорівнює сумі е. р. с.*, що містяться в цьому контурі:

$$\sum_i I_i \cdot R_i = \sum_k E_k. \quad (28.1)$$

Домовимся вважати позитивним такий струм, який заряджає конденсатор. Тоді поточна напруга на обкладинках конденсатора матиме від'ємне значення і дорівнюватиме:

$$U = -\frac{q}{C}, \quad (28.2)$$

а формула (28.2) перетвориться на вигляд:

$$-U = E_s, \quad (28.3)$$

де E_s - е.р.с. самоіндукції і, таким чином маємо:

$$0 = \frac{q}{C} + L \frac{dI}{dt}. \quad (28.4)$$

Враховуючи що:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}, \quad (28.5)$$

формула (28.4) перетворюється на вигляд:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0. \quad (28.6)$$

Величину $1/LC$ у формулі (28.6) позначимо як:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \quad (28.7)$$

тоді рівняння (28.6) приймає вигляд:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot q = 0. \quad (28.8)$$

Рівняння (28.8) називається *диференціальним рівнянням гармонічних коливань*. Розв'язком цього рівняння є гармонічна функція:

$$q = q_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \alpha). \quad (28.9)$$

Враховуючи що циклічна частота пов'язана із періодом коливань співвідношенням:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}, \quad (28.10)$$

із формули (28.7) маємо:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{LC}. \quad (28.11)$$

Формула (28.11) називається *формулою Томсона для періоду незатухаючих гармонічних коливань у коливальному контурі*.

3. Затухаючі коливання у коливальному контурі.

Будь-який реальний коливальний контур має активний опір R , на якому відбувається розсіювання енергії.

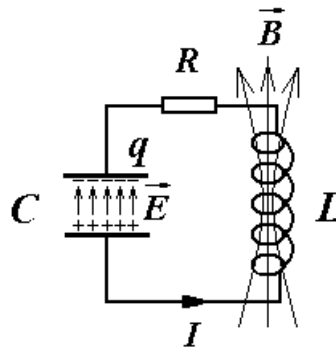


Рисунок 28.2

Крім того певна незначна частина енергії витрачається на випромінювання. В результаті енергія коливального контуру з часом буде зменшуватись і коливання будуть затухати.

Нехтуючи втратами енергії на випромінювання, в цьому випадку на підставі другого правила Кірхгофа (формула 28.1) маємо:

$$I \cdot R + U = E_s, \quad (28.12)$$

де $I \cdot R$ - падіння напруги на активному опорі контуру; U - напруга на конденсаторі коливального контуру; E_s - е.р.с. самоіндукції. З рівняння (28.12) одержуємо:

$$\frac{dq}{dt} R + \frac{q}{C} = -L \frac{dI}{dt} \quad (28.13)$$

або

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot q = 0 \quad (28.14)$$

У формулі (4) позначимо через:

$$2\beta = \frac{R}{L} \quad (28.15)$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad (28.16)$$

Величина β називається *коефіцієнтом згасання*, а величина ω_0 називається *циклічною частотою власних коливань*.

4. Диференціальне рівняння згасаючих коливань, його розв'язок.

З використанням формули (28.15) та (28.16) рівняння (28.14) перетворюється на вигляд:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 \cdot q = 0 \quad (28.17)$$

Рівняння (28.17) називається *диференціальним рівнянням згасаючих коливань*. Розв'язок диференціального рівняння згасаючих коливань має вигляд:

$$q = q_0 \cdot e^{-\beta t} \cdot \cos(\omega t + \varphi), \quad (28.18)$$

де ω - циклічна частота згасаючих коливань, яка пов'язана із циклічною частотою власних коливань ω_0 співвідношенням: $\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2$. Графік залежності заряду q на обкладинках конденсатора коливального контуру від часу t при згасаючих коливаннях представлений на рис. 28.3.

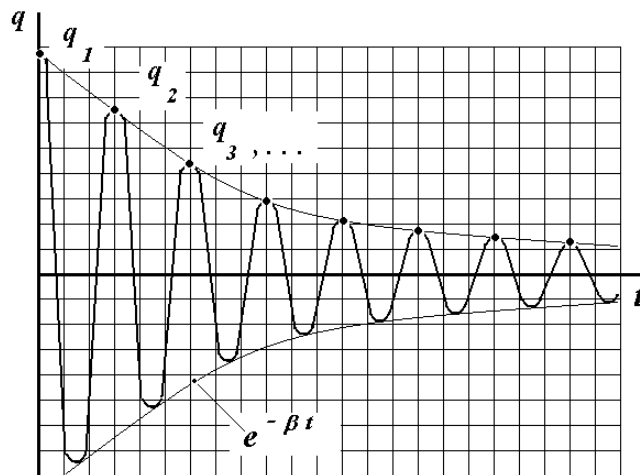


Рисунок 28.3

Таким чином заряд, а також напруга на обкладинках конденсатора контуру, зменшується з часом по експоненті $e^{-\beta t}$ тим швидше, чим більше коефіцієнт згасання β . Тобто огинаюча амплітудних значень заряду q_1, q_2, q_3, \dots є експонента $e^{-\beta t}$. Для амплітудних

значень заряду на обкладинках конденсатору (для тих моментів часу коли $\cos(\omega t + \varphi) = 1$) із формули (28.18) маємо:

$$q = q_0 \cdot e^{-\beta \cdot t} \quad (28.19)$$

5. Характеристики затухаючих коливань.

Основними характеристиками затухаючих коливань є:

- коефіцієнт затухання β ;
- час релаксації τ ;
- логарифмічний декремент λ ;
- добротність Q .

Коефіцієнт затухання β визначається із співвідношення (28.15):

$$\beta = \frac{R}{2L}. \quad (28.20)$$

Час τ , на протязі якого заряд на обкладинках конденсатору зменшується в e разів, називається *час релаксації*. Нехай у формулі (28.19) $t = \tau$. Тоді із цієї формули маємо:

$$\frac{q_0}{q} = e^{\beta \cdot \tau} = e. \quad (28.21)$$

Тобто час релаксації та коефіцієнт затухання є взаємо оберненими величинами:

$$\tau = 1 / \beta \quad (28.22)$$

Відношення амплітуд, які чергують одна одну через період, $q(t) / q(t + T)$ називається *декрементом* затухання, а величина:

$$\lambda = \ln \frac{q(t)}{q(t + T)} = \beta \cdot T \quad (28.23)$$

називається *логарифмічним декрементом* затухання.

За час релаксації у контурі встигає відбутись певна кількість коливань N_e , яка дорівнює:

$$N_e = \frac{\tau}{T} = \frac{1}{\beta \cdot T} = \frac{1}{\lambda}, \quad (28.24)$$

тобто величини N_e та λ також є взаємо оберненими.

Чим більша кількість коливань N_e встигає відбутись у коливальному контурі за час релаксації тим більш "добротним" вважається такий контур. За визначенням *добротність* контуру Q дорівнює:

$$Q = \pi \cdot N_e = \frac{\pi}{\lambda}. \quad (28.25)$$

Таке визначення добротності обумовлене наступним:

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{\beta \cdot T}. \quad (28.26)$$

Враховуючи що: $\beta = R / 2L$ та що: $T = 2\pi \cdot \sqrt{LC}$, для добротності Q одержуємо:

$$Q = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (28.27)$$

тобто добротність Q визначається через три основних параметри контуру: активний опір – R , індуктивність – L та ємність – C .