

УДК 539.3

Пожуєва І.С.¹, Левицька Т.І.¹

¹ канд. техн. наук, доц. НУ«Запорізька політехніка»

ПОШИРЕННЯ ВІЛЬНИХ ХВИЛЬ У СИСТЕМІ ПЛАСТИНА - АРМОВАНИЙ КОМПОЗИТ

В останні десятиліття значна увага приділяється побудові математичних моделей поведінки композиційних матеріалів. Даному питанню присвячена дуже велика кількість публікацій американських механіків, зокрема статті Пагано Н. Дж., Мун Ф., Ахенбах Дж. Д. Хвилі напруг у композиційних матеріалах становлять інтерес, як у зв'язку з можливими технічними додатками, так і у зв'язку з можливим ушкодженням конструкції при проходженні через неї короткочасного імпульсу напруги. Анізотропія й властива композиційним матеріалам неоднорідність ще більше ускладнюють цю проблему. Характер динамічної реакції напрямлено армованого композита залежить від напрямку поширення збурювань. У випадку хвиль, що поширюються в напрямку армування, армуючі елементи працюють як хвилеводи. Якщо ж хвилі поширюються перпендикулярно напрямку армування, то армуючі елементи по суті є перешкодами, що відбивають і передають збурювання, що поширюються.

У даному дослідженні розглядається пластина необмежених у плані розмірів, що опирається на шарувате середовище товщиною H , що складається із плоских паралельних шарів, що чергуються, двох однорідних ізотропних пружних матеріалів. Товщина пластини, високомодульного армуючого матеріалу й низкомодульної матриці позначаються $2h$, h_2 , h_1 відповідно. Нижня поверхня армованого шару склеєна з абсолютно твердим півпростором.

Обрано систему координат Oxz з початком у серединній поверхні пластини й віссю Oz , спрямованою вертикально нагору. Було розглянуто плоский

деформований стан, при якому $U_y=0$, а $U_x=U_x(x,z,t)$, $U_z=U_z(x,z,t)$, де t - час. Досліджувалося поширення хвиль у напрямку шарування (напрямку x).

Динамічні рівняння для кожного шару композиційного матеріалу в переміщеннях мають вигляд:

$$\begin{cases} c_{sk}^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial z^2} \right) + (c_{pk}^2 - c_{sk}^2) \cdot \left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial x \partial z} \right) = \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} \\ c_{sk}^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 U_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} \right) + (c_{pk}^2 - c_{sk}^2) \cdot \left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2} \end{cases} \quad (1)$$

$$c_{pk}^2 = \frac{2G_k(1-\nu_k)}{\rho_k(1-2\nu_k)}, \quad c_{sk}^2 = \frac{G_k}{\rho_k}$$

c_{pk} , c_{sk} - швидкості поширення хвиль розтягання-стиску й хвиль зрушення в матеріалі матриці ($k=1$) і армування ($k=2$) відповідно; ρ_k, ν_k, G_k - щільність, коефіцієнт Пуассона й модуль зсуву матриці й армування, U_x , U_z - переміщення крапок композита в напрямку осей x і z .

Напруги через переміщення виражаються в такий спосіб:

$$\begin{aligned} \sigma_{xk} &= \frac{2G_k(1-\nu_k)}{1-2\nu_k} \cdot \frac{\partial U_{xk}}{\partial x} + \frac{2G_k\nu_k}{1-2\nu_k} \cdot \frac{\partial U_{zk}}{\partial z} \\ \sigma_{zk} &= \frac{2G_k(1-\nu_k)}{1-2\nu_k} \cdot \frac{\partial U_{zk}}{\partial z} + \frac{2G_k\nu_k}{1-2\nu_k} \cdot \frac{\partial U_{xk}}{\partial x} \\ \sigma_{zxk} &= G_k \cdot \left(\frac{\partial U_{xk}}{\partial z} + \frac{\partial U_{zk}}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

Рух пластини описується рівняннями з урахуванням поперечного зсуву й інерції обертання (типу Тімошенко), які враховували реакції з боку композита. Граничні умови, що забезпечують безперервність напруг і переміщень на границях розділу, бралися для жорсткого контакту.

У результаті одержали систему рівнянь, що описує поширення синусоїдальних хвиль. При цьому, її розв'язок, що відповідає плоскій гармонійній хвилі, що поширюється в напрямку осі Ox , можна представити у вигляді:

$$\begin{aligned} \{U, W, q_c, \tau_c, \alpha\} &= \{U_0, W_0, q_{c0}, \tau_{c0}, \alpha_0\} \cdot e^{i(\xi x - pt)}, \\ \{U_{xk}, U_{zk}\} &= \{U_{x0k}, U_{z0k}\} \cdot e^{i(\xi x - pt)} \end{aligned} \quad (3)$$

де U_{x0k} , U_{z0k} - амплітуди переміщень точок шарів матриці й армування;
 U_0 , W_0 , q_{c0} , τ_{c0} , α_0 - амплітуди прогинів, напружень і кута повороту поперечного перерізу пластини на поверхні розділу з композитом;
 $\xi = 2\pi / \lambda_f$, $p = c_f \xi$, λ_f , c_f - довжина й фазова швидкість хвилі.

Далі знаходили амплітуди напруг для шарів матриці й армування, при задоволенні граничних умов, а також було отримано співвідношення між фазовою швидкістю й довжиною хвилі, що є дисперсійним рівнянням, що визначає сімейство неперервних кривих. Вони наочно зображують залежність фазової швидкості від довжини хвилі для різних мод хвильового руху.

При чисельному аналізі розглядався шар, що складається з послідовно з'єднаних двох матриць і одного армування, а також із трьох матриць і двох армувань. Після чисельного розв'язання дисперсійного рівняння, було побудовано відповідні дисперсійні криві.