

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ
ДО ВИКОНАННЯ РГР ТА КР.

РОЗДІЛИ: «ЕЛЕМЕНТИ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ»,
«ЕЛЕМЕНТИ ВЕКТОРНОЇ АЛГЕБРИ»,
«ЕЛЕМЕНТИ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ НА
ПЛОЩИНІ ТА У ПРОСТОРИ», «ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ
ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ»,
«ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ
БАГАТЬОХ ЗМІННИХ».

Для студентів усіх форм навчання.

Індивідуальні завдання з вищої математики до виконання РГР та КР.
Розділи: «Елементи лінійної алгебри», «Елементи векторної алгебри»,
«Елементи аналітичної геометрії на площині та у просторі»,
«Диференціальне числення функції однієї змінної», «Диференціальне
числення функції багатьох змінних». Для студентів усіх форм
навчання. / Укл. : І. М. Килимник, В. М. Онуфрієнко, Т. І. Слюсарова.
– Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка», 2025. – 56 с.

Укладачі: Килимник І.М., к. т. н., доцент
Онуфрієнко В.М., д. ф.-м. н., професор
Слюсарова Т.І., асистент

Рецензент: Левицька Т.І., к. ф.-м. н., доцент

Відповідальний за випуск: Килимник І.М., к. т. н., доцент

Затверджено на засіданні
кафедри «Математика»
НУ «Запорізька політехніка»
Протокол № 1 від 28.08.2025 р.

Рекомендовано НМК
Машинобудівного факультету
НУ «Запорізька політехніка»
Протокол № 2 від 30.09.2025 р.

ЗМІСТ

	Правила оформлення та виконання РГР та КР	4
1.	Елементи лінійної алгебри	5
2.	Елементи векторної алгебри	11
3.	Елементи аналітичної геометрії на площині	16
4.	Елементи аналітичної геометрії в просторі	21
5.	Диференціальне числення функції однієї змінної	26
6.	Диференціальне числення функції двох змінних	46
	Література	56

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ ТА ВИКОНАННЯ РГР ТА КР

1. Студент повинен виконувати РГР (КР) в окремому зошиті.

2. На обкладинці зошита посередині треба записати:

- тему РГР (КР),
- прізвище, ім'я, по батькові повністю;
- номер академічної групи;
- номер варіанта (*варіанти вказує викладач*).

3. У РГР (КР) повинні бути розв'язані всі завдання, вказані викладачем. Розв'язання завдань необхідно записувати в порядку номерів завдань, зберігаючи їх послідовність. Умова задачі в завданні переписується повністю. Розв'язування кожного завдання повинно бути повністю наведено.

4. РГР (КР) подається викладачеві на перевірку і захищається студентом на консультаціях.

5. РГР (КР), що виконана не за своїм варіантом, не зараховується.

Зауваження. У випадку дистанційної форми навчання студент завантажує виконану РГР (КР) у відповідне завдання курсу «Вища математика» на загальноуніверситетській платформі MOODLE.

1. ЕЛЕМЕНТИ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ

Завдання 1.1. Розв'язати матричне рівняння.

1.	$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$	2.	$Y \cdot \begin{pmatrix} -5 & 7 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$
3.	$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$	4.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 7 & 9 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$
5.	$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$	6.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$
7.	$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$	8.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$
9.	$\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$	10.	$Y \cdot \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$
11.	$\begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$	12.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
13.	$\begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$	14.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$
15.	$\begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$	16.	$Y \cdot \begin{pmatrix} -7 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$
17.	$\begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$	18.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 5 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$
19.	$\begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$	20.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
21.	$\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 5 & -8 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	22.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

23.	$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -5 & 7 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$	24.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
25.	$\begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$	26.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$
27.	$\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$	28.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$
29.	$\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 8 & -6 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 4 & -7 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$	30.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$

Завдання 1.2. Розв'язати систему ЛАР трьома способами: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

1.	$\begin{cases} 3x + 4y - 2z = 11 \\ x - y + 3z = -6 \\ 2x - y - z = 3 \end{cases}$	2.	$\begin{cases} x - y + 5z = -10 \\ 6x + 3y - z = 11 \\ -3x - y + z = -6 \end{cases}$
3.	$\begin{cases} x - 2y - 5z = 9 \\ 3x - 8y - z = -3 \\ 5x + 3y + z = 6 \end{cases}$	4.	$\begin{cases} x - y + z = -2 \\ 8x + y + 3z = 3 \\ -2x + 7y + z = 3 \end{cases}$
5.	$\begin{cases} 13x + y + 7z = 0 \\ x + 6y - z = 9 \\ 2x + 2y + z = 2 \end{cases}$	6.	$\begin{cases} 4x - 6y + z = -4 \\ x - y - 3z = 6 \\ y + 12z = -23 \end{cases}$
7.	$\begin{cases} 3x - 5y + 8z = -18 \\ 2x + y - z = 5 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$	8.	$\begin{cases} 11x + y + 6z = 0 \\ x - 3y - 2z = 2 \\ x - 5z = 11 \end{cases}$
9.	$\begin{cases} 5y - 13z = 31 \\ x - 6y + z = -7 \\ 2x + 4y + z = 4 \end{cases}$	10.	$\begin{cases} 11x + y + 5z = 2 \\ 3x + 5y + z = 6 \\ 2x - 3y - 2z = 3 \end{cases}$

11.	$\begin{cases} 2x - 3y + 2z = 7 \\ x - y + 8z = 10 \\ 3x + 6y - 5z = -8 \end{cases}$	12.	$\begin{cases} 8x - y + 2z = 11 \\ 2x - 4y - z = 5 \\ x - y + 12z = 14 \end{cases}$
13.	$\begin{cases} 3x - 9y - 11z = 1 \\ y + 2z = 1 \\ 2x - 3y - z = 4 \end{cases}$	14.	$\begin{cases} 5x - 9y - 10z = 4 \\ x + 3y + z = -1 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$
15.	$\begin{cases} 4x + y - 3z = 0 \\ 2x + 5y + z = -2 \\ 3x - y - 6z = -2 \end{cases}$	16.	$\begin{cases} 6x + 7y - z = -2 \\ x - 3y - 5z = -1 \\ 3x + y - 3z = -1 \end{cases}$
17.	$\begin{cases} 7x + 10y - z = -4 \\ 3x - 5y + z = 9 \\ x + 8y + 6z = -1 \end{cases}$	18.	$\begin{cases} 8x + 10y + 2z = 0 \\ x - 2z = -1 \\ 3x + 4y + 5z = 4 \end{cases}$
19.	$\begin{cases} 10x + 11y + 15z = 14 \\ x + 6y = -5 \\ 13x + 4y - 6z = 3 \end{cases}$	20.	$\begin{cases} 13x + y - 8z = 4 \\ 5x + 7y + z = -1 \\ x - y + 2z = 4 \end{cases}$
21.	$\begin{cases} x + 8y - 10z = 6 \\ 8x + y - 2z = 0 \\ 18x + 4y + 5z = 13 \end{cases}$	22.	$\begin{cases} 9x + 13y - 10z = 16 \\ x + y - 2z = 0 \\ 2x + 4y + z = 9 \end{cases}$
23.	$\begin{cases} 11x + y - 9z = -7 \\ x + 5y - 7z = 3 \\ 2x - 10y + z = -19 \end{cases}$	24.	$\begin{cases} x - 2y + 8z = 4 \\ 2x + 13y - 20z = 6 \\ 3x + 5y + 8z = 18 \end{cases}$
25.	$\begin{cases} 15x + 6y - 12z = 0 \\ 3x - y + z = -1 \\ 5x + 3y - 2z = 4 \end{cases}$	26.	$\begin{cases} 4x + 9y - 6z = 12 \\ 3x + 4y + 2z = 10 \\ x - 6z = -6 \end{cases}$
27.	$\begin{cases} 7x + 9y + 4z = 22 \\ 3x + 5y - 10z = 0 \\ 2x + 4y - z = 7 \end{cases}$	28.	$\begin{cases} 5x - 6z = -6 \\ 3x + 8y - 13z = 3 \\ x - 2y + 3z = -1 \end{cases}$

29.	$\begin{cases} x - 8y + 12z = -4 \\ 3x - 7y + z = -13 \\ x + 3y + 10z = 16 \end{cases}$	30.	$\begin{cases} 9x + y - 8z = -6 \\ 3x + 4y + z = 9 \\ x - 3y + 5z = -1 \end{cases}$
-----	---	-----	---

Завдання 1.3. Розв'язати системи лінійних однорідних рівнянь.

1.a)	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 4x_1 - 11x_2 + 10x_3 = 0 \end{cases}$
2.a)	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$
3.a)	$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$
4.a)	$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 10x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$
5.a)	$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$
6.a)	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - 3x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 0 \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$
7.a)	$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 6x_3 = 0 \end{cases}$

8.a)	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 5x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$
9.a)	$\begin{cases} 5x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + 7x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 5x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$
10.a)	$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 0 \\ 7x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$
11.a)	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$
12.a)	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$
13.a)	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0 \\ 2x_1 - 9x_3 = 0 \end{cases}$
14.a)	$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 8x_1 - x_2 + 7x_3 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$
15.a)	$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$

16.a)	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$
17.a)	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$
18.a)	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 5x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$
19.a)	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0 \\ 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$
20.a)	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$
21.a)	$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - 8x_2 - 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$
22.a)	$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$
23.a)	$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$

24.a)	$\begin{cases} 7x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 7x_1 - 6x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 4x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 0 \end{cases}$
25.a)	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 7x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$
26.a)	$\begin{cases} 7x_1 - 6x_2 + x_3 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} x_1 - 8x_2 + 7x_3 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 0 \\ 4x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$
27.a)	$\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - 5x_3 = 0 \\ 7x_1 + 5x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$
28.a)	$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 5x_1 + x_2 - 6x_3 = 0 \\ 4x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$
29.a)	$\begin{cases} 8x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 0 \\ 7x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0 \\ 5x_1 - 4x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$
30.a)	$\begin{cases} x_1 + 7x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 5x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0 \end{cases}$

2. ЕЛЕМЕНТИ ВЕКТОРНОЇ АЛГЕБРИ

Завдання 2.1. Задані координати вершин піраміди $A_1A_2A_3A_4$. Знайти: а) кут між ребрами A_1A_2 та A_1A_4 ; б) площу грані $A_1A_2A_3$; в) проєкцію вектора $\overrightarrow{A_1A_3}$ на вектор $\overrightarrow{A_1A_4}$; г) довжину висоти піраміди, проведена з вершини A_4 ; д) яку трійку утворюють вектори

$\overrightarrow{A_1A_2}$, $\overrightarrow{A_1A_3}$ i $\overrightarrow{A_1A_4}$?

1.	$A_1(2; 1; 4)$	$A_2(-1; 5; -2)$	$A_3(-7; -3; 2)$	$A_4(-6; -3; 6)$
2.	$A_1(5; 2; 0)$	$A_2(2; 5; 0)$	$A_3(1; 2; 4)$	$A_4(-1; 1; 1)$
3.	$A_1(1; 2; 0)$	$A_2(3; 0; -3)$	$A_3(5; 2; 6)$	$A_4(8; 4; -9)$
4.	$A_1(2; -1; 2)$	$A_2(1; 2; -1)$	$A_3(3; 2; 1)$	$A_4(-4; 2; 5)$
5.	$A_1(1; 1; 2)$	$A_2(-1; 1; 3)$	$A_3(2; -2; 4)$	$A_4(-1; 0; -2)$
6.	$A_1(2; 3; 1)$	$A_2(4; 1; -2)$	$A_3(6; 3; 7)$	$A_4(7; 5; 3)$
7.	$A_1(1; 5; -7)$	$A_2(-3; 6; 3)$	$A_3(-2; 7; 3)$	$A_4(-4; 8; -12)$
8.	$A_1(0; -1; -1)$	$A_2(-2; 3; 5)$	$A_3(1; -5; -9)$	$A_4(-1; -6; 3)$
9.	$A_1(2; 3; 1)$	$A_2(4; 1; -2)$	$A_3(6; 3; 7)$	$A_4(7; 5; -3)$
10.	$A_1(4; -1; 3)$	$A_2(-2; 1; 0)$	$A_3(0; -5; 1)$	$A_4(3; 2; -6)$
11.	$A_1(2; 0; 0)$	$A_2(-2; 0; -1)$	$A_3(1; 4; 2)$	$A_4(3; 0; 6)$
12.	$A_1(-2; 0; 2)$	$A_2(0; 0; 4)$	$A_3(3; 2; 4)$	$A_4(1; 3; 2)$
13.	$A_1(1; 2; 3)$	$A_2(2; 0; 0)$	$A_3(3; 2; 5)$	$A_4(4; 0; 1)$
14.	$A_1(3; 0; 6)$	$A_2(1; -3; 2)$	$A_3(3; 2; 5)$	$A_4(2; 2; 5)$
15.	$A_1(-2; 0; -1)$	$A_2(0; 0; 4)$	$A_3(1; 3; 2)$	$A_4(3; 2; 7)$
16.	$A_1(1; -2; 1)$	$A_2(0; 0; 4)$	$A_3(1; 4; 2)$	$A_4(2; 0; 0)$
17.	$A_1(-2; 1; 0)$	$A_2(3; 2; 7)$	$A_3(2; 2; 5)$	$A_4(6; 1; 5)$
18.	$A_1(-1; 3; 0)$	$A_2(2; 0; 0)$	$A_3(4; -1; 2)$	$A_4(3; 2; 7)$
19.	$A_1(6; 1; 5)$	$A_2(5; 1; 2)$	$A_3(-4; 1; -2)$	$A_4(-6; 0; 5)$
20.	$A_1(1; -1; 6)$	$A_2(-5; -1; 0)$	$A_3(4; 0; 0)$	$A_4(2; 2; 5)$
21.	$A_1(4; 2; 5)$	$A_2(0; 7; 2)$	$A_3(0; 2; 7)$	$A_4(1; 5; 0)$
22.	$A_1(4; 4; 10)$	$A_2(4; 10; 2)$	$A_3(2; 8; 4)$	$A_4(9; 6; 7)$
23.	$A_1(4; 6; 5)$	$A_2(6; 9; 7)$	$A_3(2; 10; 10)$	$A_4(7; 5; 9)$
24.	$A_1(3; 5; 4)$	$A_2(8; 7; 4)$	$A_3(5; 10; 4)$	$A_4(4; 7; 8)$
25.	$A_1(10; 6; 6)$	$A_2(-2; 8; 2)$	$A_3(6; 8; 9)$	$A_4(7; 10; 3)$

26.	$A_1(1; 8; 2)$	$A_2(5; 2; 6)$	$A_3(5; 7; 4)$	$A_4(4; 10; 9)$
27.	$A_1(6; 6; 5)$	$A_2(4; 9; 5)$	$A_3(4; 6; 11)$	$A_4(6; 9; 3)$
28.	$A_1(7; 2; 2)$	$A_2(5; 7; 7)$	$A_3(5; 3; 1)$	$A_4(2; 3; 7)$
29.	$A_1(8; 6; 4)$	$A_2(10; 5; 5)$	$A_3(5; 6; 8)$	$A_4(8; 10; 7)$
30.	$A_1(7; 7; 3)$	$A_2(6; 5; 8)$	$A_3(3; 5; 8)$	$A_4(8; 4; 1)$

Завдання 2.2. З'ясувати: а) при якому значенні α вектор \vec{a} перпендикулярний вектору \vec{b} ; б) при якому значенні β вектор \vec{b} колінеарний вектору \vec{c} .

Варіант	Вектор \vec{a}	Вектор \vec{b}	Вектор \vec{c}
1.	$\vec{a} = (2; -3; \alpha)$	$\vec{b} = 7\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}$	$\vec{c} = (\beta; -10; 2)$
2.	$\vec{a} = (3; 5; \alpha)$	$\vec{b} = 7\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$	$\vec{c} = (-14; \beta; -4)$
3.	$\vec{a} = (2; -17; \alpha)$	$\vec{b} = 12\vec{i} + 3\vec{j} - 9\vec{k}$	$\vec{c} = (4; 1; \beta)$
4.	$\vec{a} = (\alpha; -2; 6)$	$\vec{b} = 5\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$	$\vec{c} = (20; \beta; -12)$
5.	$\vec{a} = (2; \alpha; -1)$	$\vec{b} = 6\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k}$	$\vec{c} = (30; \beta; 35)$
6.	$\vec{a} = (4; -3; \alpha)$	$\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$	$\vec{c} = (-6; -9; \beta)$
7.	$\vec{a} = (7; \alpha; 1)$	$\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$	$\vec{c} = (\beta; 12; -4)$
8.	$\vec{a} = (\alpha; 5; -2)$	$\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$	$\vec{c} = (6; \beta; 2)$
9.	$\vec{a} = (1; -2; \alpha)$	$\vec{b} = 4\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$	$\vec{c} = (-8; \beta; -4)$
10.	$\vec{a} = (2; \alpha; -3)$	$\vec{b} = 7\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$	$\vec{c} = (\beta; 1; -4)$
11.	$\vec{a} = (\alpha; 2; 2)$	$\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} - 5\vec{k}$	$\vec{c} = (4; \beta; -10)$
12.	$\vec{a} = (2; -3; \alpha)$	$\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$	$\vec{c} = (-6; 4; \beta)$
13.	$\vec{a} = (8; \alpha; -1)$	$\vec{b} = 5\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$	$\vec{c} = (\beta; -6; -2)$
14.	$\vec{a} = (\alpha; 2; -4)$	$\vec{b} = 4\vec{i} - 2\vec{j} - 6\vec{k}$	$\vec{c} = (-2; \beta; 3)$

Варіант	Вектор \bar{a}	Вектор \bar{b}	Вектор \bar{c}
15.	$\bar{a} = (3; \alpha; -4)$	$\bar{b} = 2\bar{i} - 3\bar{j} + 6\bar{k}$	$\bar{c} = (4; \beta; 12)$
16.	$\bar{a} = (\alpha; -3; 2)$	$\bar{b} = \bar{i} - 5\bar{j} - 7\bar{k}$	$\bar{c} = (2; -10; \beta)$
17.	$\bar{a} = (5; \alpha; 3)$	$\bar{b} = 5\bar{i} - 2\bar{j} - 7\bar{k}$	$\bar{c} = (\beta; 4; 14)$
18.	$\bar{a} = (17; \alpha; -2)$	$\bar{b} = 3\bar{i} - 9\bar{j} + 12\bar{k}$	$\bar{c} = (1; \beta; 4)$
19.	$\bar{a} = (-2; 6; \alpha)$	$\bar{b} = \bar{i} - 3\bar{j} + 5\bar{k}$	$\bar{c} = (4; -12; \beta)$
20.	$\bar{a} = (\alpha; -1; 2)$	$\bar{b} = \bar{i} - 7\bar{j} - 6\bar{k}$	$\bar{c} = (\beta; 14; 12)$
21.	$\bar{a} = (-3; \alpha; 4)$	$\bar{b} = 3\bar{i} - \bar{j} + 2\bar{k}$	$\bar{c} = (-6; \beta; -4)$
22.	$\bar{a} = (\alpha; -1; -7)$	$\bar{b} = 3\bar{i} - \bar{j} - 2\bar{k}$	$\bar{c} = (9; -3; \beta)$
23.	$\bar{a} = (5; -2; \alpha)$	$\bar{b} = 2\bar{i} - \bar{j} - 3\bar{k}$	$\bar{c} = (8; \beta; -12)$
24.	$\bar{a} = (2; \alpha; -1)$	$\bar{b} = 5\bar{i} - 2\bar{j} - 4\bar{k}$	$\bar{c} = (\beta; 4; 8)$
25.	$\bar{a} = (\alpha; -3; 2)$	$\bar{b} = \bar{i} - 4\bar{j} - 7\bar{k}$	$\bar{c} = (2; \beta; -14)$
26.	$\bar{a} = (2; 2; \alpha)$	$\bar{b} = \bar{i} + 5\bar{j} - 2\bar{k}$	$\bar{c} = (-2; -10; \beta)$
27.	$\bar{a} = (3; \alpha; -2)$	$\bar{b} = 2\bar{i} - \bar{j} - 3\bar{k}$	$\bar{c} = (\beta; 2; 6)$
28.	$\bar{a} = (\alpha; -1; 8)$	$\bar{b} = 3\bar{i} + \bar{j} + 5\bar{k}$	$\bar{c} = (-6; \beta; -10)$
29.	$\bar{a} = (2; -4; \alpha)$	$\bar{b} = 2\bar{i} + 6\bar{j} - 4\bar{k}$	$\bar{c} = (1; 3; \beta)$
30.	$\bar{a} = (\alpha; -4; 2)$	$\bar{b} = 3\bar{i} + 4\bar{j} - 7\bar{k}$	$\bar{c} = (\beta; -12; 21)$

Завдання 2.3. Задані сила \bar{F} та дві точки A і B . Треба знайти:
 а) роботу сили \bar{F} , необхідну для переміщення тіла із точки A в точку B ; б) момент сили \bar{F} відносно точки B , якщо сила прикладена в точці A .

Варіант	Сила \bar{F}	Точка A	Точка B
1.	$\bar{F} = (0, -4, -8)$	$A(-1, 2, 4)$	$B(3, 0, -1)$

Вариант	Сила \vec{F}	Точка A	Точка B
2.	$\vec{F} = (-5, -7, -4)$	$A(3, 10, -1)$	$B(-6, 0, -3)$
3.	$\vec{F} = (4, -1, -10)$	$A(-7, 3, 2)$	$B(-4, 1, -8)$
4.	$\vec{F} = (-2, 2, 3)$	$A(-2, -1, -1)$	$B(-6, -1, -7)$
5.	$\vec{F} = (4, -5, 0)$	$A(-3, 3, 5)$	$B(-3, 7, 2)$
6.	$\vec{F} = (4, 0, 8)$	$A(-1, -4, 2)$	$B(1, 1, -2)$
7.	$\vec{F} = (7, 4, 5)$	$A(-3, -3, -2)$	$B(7, -1, 7)$
8.	$\vec{F} = (-1, -10, 4)$	$A(-3, 6, -2)$	$B(-5, -4, 1)$
9.	$\vec{F} = (-2, -3, 2)$	$A(-7, 11, 3)$	$B(-7, 17, 7)$
10.	$\vec{F} = (5, 0, -4)$	$A(5, 2, 7)$	$B(1, 5, 7)$
11.	$\vec{F} = (-8, 0, -4)$	$A(-1, -4, 2)$	$B(-6, 0, 0)$
12.	$\vec{F} = (-4, -5, -7)$	$A(11, -3, 12)$	$B(9, -12, 2)$
13.	$\vec{F} = (-10, 4, -1)$	$A(12, 6, -7)$	$B(2, 9, -9)$
14.	$\vec{F} = (2, 3, -2)$	$A(6, -8, -5)$	$B(6, -14, -9)$
15.	$\vec{F} = (0, 4, -5)$	$A(7, -5, 2)$	$B(4, -5, 6)$
16.	$\vec{F} = (0, 4, 8)$	$A(-3, -6, -2)$	$B(-7, -4, 3)$
17.	$\vec{F} = (5, 7, 4)$	$A(2, -5, -2)$	$B(11, 5, 0)$
18.	$\vec{F} = (-4, 1, 10)$	$A(1, -5, -4)$	$B(-2, -3, 6)$
19.	$\vec{F} = (2, -2, -3)$	$A(-1, 1, 3)$	$B(3, 1, 9)$
20.	$\vec{F} = (-4, 5, 0)$	$A(1, 2, -7)$	$B(1, -2, -4)$
21.	$\vec{F} = (-4, -8, 0)$	$A(0, 1, 1)$	$B(-2, -4, 5)$

Варіант	Сила \vec{F}	Точка A	Точка B
22.	$\vec{F} = (-7, -4, -5)$	$A(-2, -1, 2)$	$B(-12, -3, -7)$
23.	$\vec{F} = (1, 10, -4)$	$A(-1, 2, 1)$	$B(1, 12, -2)$
24.	$\vec{F} = (3, -2, 2)$	$A(-5, 5, -2)$	$B(-11, 1, -2)$
25.	$\vec{F} = (-5, 0, 4)$	$A(1, 2, 3)$	$B(5, -1, 3)$
26.	$\vec{F} = (8, 0, 4)$	$A(-5, 5, 5)$	$B(0, 1, 7)$
27.	$\vec{F} = (4, 5, 7)$	$A(0, -4, -6)$	$B(2, 5, 4)$
28.	$\vec{F} = (10, -4, 1)$	$A(-5, 3, -4)$	$B(5, 0, 2)$
29.	$\vec{F} = (-3, 2, -2)$	$A(-4, 1, -3)$	$B(2, 5, -3)$
30.	$\vec{F} = (0, -4, 5)$	$A(-2, -10, 9)$	$B(1, -10, 5)$

3. ЕЛЕМЕНТИ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ НА ПЛОЩИНІ

Завдання 3.1. Задано вершини трикутника ABC . Знайти:
 а) довжину та рівняння сторони BC ; б) довжину та рівняння висоти, проведеної до сторони BC ; в) рівняння середньої лінії, яка з'єднує сторони AB та AC ; г) внутрішній кут при вершині B . Зробити рисунок трикутника в декартовій системі координат.

1.	$A(2, -3)$	$B(3, 0)$	$C(-2, 5)$
2.	$A(1, 3)$	$B(-1, 0)$	$C(2, -2)$
3.	$A(1, 2)$	$B(-1, -1)$	$C(2, 1)$
4.	$A(2, 1)$	$B(4, 3)$	$C(-2, 1)$
5.	$A(1, -1)$	$B(6, 4)$	$C(2, 6)$
6.	$A(2, -3)$	$B(3, 2)$	$C(-2, 5)$
7.	$A(3, 2)$	$B(5, -2)$	$C(1, 3)$
8.	$A(3, -4)$	$B(-2, 3)$	$C(4, 5)$
9.	$A(3, 6)$	$B(-1, 3)$	$C(2, -1)$
10.	$A(5, -4)$	$B(-1, 3)$	$C(-3, -2)$

11.	$A(1, 1)$	$B(7, 4)$	$C(4, 5)$
12.	$A(1, 1)$	$B(-5, 4)$	$C(-2, 5)$
13.	$A(-1, 1)$	$B(5, 4)$	$C(2, 5)$
14.	$A(-1, 1)$	$B(-7, 4)$	$C(-4, 5)$
15.	$A(1, -1)$	$B(7, 2)$	$C(4, 5)$
16.	$A(1, -1)$	$B(-5, 2)$	$C(-2, 3)$
17.	$A(-1, -1)$	$B(5, 2)$	$C(2, 3)$
18.	$A(-1, -1)$	$B(-7, 2)$	$C(-4, 3)$
19.	$A(0, 1)$	$B(6, 4)$	$C(3, 5)$
20.	$A(1, 0)$	$B(7, 3)$	$C(4, 4)$
21.	$A(2, -3)$	$B(-3, 0)$	$C(2, 5)$
22.	$A(1, 3)$	$B(2, 0)$	$C(-2, -2)$
23.	$A(1, 2)$	$B(2, -1)$	$C(-3, 1)$
24.	$A(2, 1)$	$B(-4, 3)$	$C(1, 1)$
25.	$A(1, -1)$	$B(-3, 4)$	$C(-2, 6)$
26.	$A(2, -3)$	$B(-3, 2)$	$C(2, 5)$
27.	$A(3, 2)$	$B(-3, -2)$	$C(-2, 3)$
28.	$A(3, -4)$	$B(4, 3)$	$C(-1, 5)$
29.	$A(3, 6)$	$B(2, 3)$	$C(-3, 1)$
30.	$A(5, -4)$	$B(4, 3)$	$C(2, -2)$

Завдання 3.2. Встановити назву кривої 2-го порядку $a_i x^2 + b_i y^2 + c_i x + d_i y + k_i = 0$, $i=1,2,3$. Знайти центр, піввісі для еліпса та гіперболи; для параболи – координати вершини, точки перетину з осями координат і рівняння осі симетрії. Зробити креслення в системі xOy .

Таблиця 1

Варі-ант	a_1	b_1	c_1	d_1	k_1	Варі-ант	a_1	b_1	c_1	d_1	k_1
1	4	9	-16	54	61	2	1	4	6	-16	21
3	9	4	18	32	37	4	25	1	100	-2	76
5	16	4	-64	-8	4	6	49	1	196	-6	156

Варі-ант	a_1	b_1	c_1	d_1	k_1	Варі-ант	a_1	b_1	c_1	d_1	k_1
7	4	25	-24	50	-39	8	1	9	4	-18	4
9	9	16	54	32	-47	10	16	25	64	-150	-111
11	25	36	50	72	-839	12	49	4	98	-16	-131
13	9	36	-18	144	-171	14	4	1	-32	4	64
15	1	36	2	288	541	16	25	16	50	-32	-359
17	16	36	-32	-144	-416	18	9	25	-72	50	-56
19	4	16	-24	-64	36	20	1	16	-6	-128	249
21	25	4	100	-24	36	22	4	49	24	196	36
23	16	9	-32	-54	-47	24	25	9	150	-72	144
25	9	1	-36	-4	31	26	4	36	8	72	-104
27	1	25	-6	-100	84	28	16	1	-64	4	52
29	1	49	-4	98	4	30	49	9	98	-54	-311

Таблиця 2

Варі-ант	a_2	b_2	c_2	d_2	k_2	Варі-ант	a_2	b_2	c_2	d_2	k_2
1	4	-9	-16	-54	-29	2	-1	4	-6	-16	11
3	9	-4	18	-32	-19	4	-25	1	-100	-2	-74
5	16	-4	-64	8	124	6	-49	1	-196	-6	-138
7	4	-25	-24	-50	111	8	-1	9	-4	-18	14
9	9	-16	54	-32	209	10	-16	25	-64	-150	561
11	25	-36	50	-72	889	12	-49	4	-98	-16	163
13	9	-36	-18	-144	189	14	-4	1	32	4	-56
15	1	-36	2	-288	-539	16	-25	16	-50	-32	391
17	16	-36	-32	144	448	18	-9	25	72	50	106
19	4	-16	-24	64	36	20	-1	16	6	-128	263
21	25	-4	100	24	164	22	-4	49	-24	196	356

Варі-ант	a_2	b_2	c_2	d_2	k_2	Варі-ант	a_2	b_2	c_2	d_2	k_2
23	16	-9	-32	54	79	24	-25	9	-150	-72	144
25	9	-1	-36	4	41	26	-4	36	-8	72	176
27	1	-25	-6	100	-66	28	-16	1	64	4	-44
29	1	-49	-4	-98	4	30	-49	9	-294	-36	36

Таблиця 3

Варі-ант	a_3	b_3	c_3	d_3	k_3	Варі-ант	a_3	b_3	c_3	d_3	k_3
1	1	0	4	-6	22	2	0	1	4	4	-8
3	1	0	-2	-8	33	4	0	1	-6	2	13
5	1	0	4	-4	0	6	0	1	6	6	-3
7	1	0	6	-10	19	8	0	1	-4	2	9
9	1	0	-6	-6	15	10	0	1	8	6	-7
11	1	0	-2	-4	5	12	0	1	-10	4	14
13	1	0	2	-8	17	14	0	1	4	-4	20
15	1	0	-2	-6	25	16	0	1	-8	2	9
17	1	0	2	6	13	18	0	1	-10	-2	-39
19	1	0	6	4	17	20	0	1	-6	2	-17
21	1	0	-4	8	20	22	0	1	-4	-4	16
23	1	0	2	-10	-29	24	0	1	-8	4	28
25	1	0	4	-6	-8	26	0	1	4	-2	-3
27	1	0	2	8	17	28	0	1	-6	-4	-8
29	1	0	4	10	-6	30	0	1	-6	4	-8

Завдання 3.3. Рівняння кривої в декартовій системі координат записати у полярній системі координат і побудувати її.

1.	$(x^2 + y^2)^2 = 36(x^2 - y^2)$
2.	$(x^2 + y^2)^2 = 18xy$
3.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = 4xy$
4.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = 4(x^2 - y^2)$
5.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = 3x^2y - y^3$
6.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = x^3 - 3xy^2$
7.	$(x^2 + y^2)^{5/2} = 8xy(x^2 - y^2)$
8.	$(x^2 + y^2)^3 = 16xy(x^2 - y^2)$
9.	$(x^2 + y^2 - x)^2 = 4(x^2 + y^2)$
10.	$(x^2 + y^2 - 3y)^2 = 9(x^2 + y^2)$
11.	$(x^2 + y^2)^2 = 9(x^2 - y^2)$
12.	$(x^2 + y^2)^2 = 8xy$
13.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = 6xy$
14.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = x^2 - y^2$
15.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = 2(3x^2y - y^3)$
16.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = 2(x^3 - 3xy^2)$
17.	$(x^2 + y^2)^{5/2} = 4xy(x^2 - y^2)$
18.	$(x^2 + y^2)^3 = 4xy(x^2 - y^2)$
19.	$(x^2 + y^2 - 2x)^2 = 4(x^2 + y^2)$
20.	$(x^2 + y^2)^2 = 16(x^2 - y^2)$

21.	$(x^2 + y^2)^2 = 2xy$
22.	$(x^2 + y^2)^2 = xy$
23.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = 2(x^2 - y^2)$
24.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = 3(3x^2y - y^3)$
25.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = 3(x^3 - 3xy^2)$
26.	$(x^2 + y^2)^{5/2} = 12xy(x^2 - y^2)$
27.	$(x^2 + y^2 - 2x)^2 = 9(x^2 + y^2)$
28.	$(x^2 + y^2)^3 = 36xy(x^2 - y^2)$
29.	$(x^2 + y^2 - 2y)^2 = 4(x^2 + y^2)$
30.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = 3(x^2 - y^2)$

4. ЕЛЕМЕНТИ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ В ПРОСТОРИ

Завдання 4.1. Задано точки: $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$, $C(x_3, y_3, z_3)$, $D(x_4, y_4, z_4)$. Треба:

- 1) знайти рівняння площини ABC у загальному вигляді;
- 2) записати рівняння площини ABC у «відрізках»;
- 3) знайти канонічні рівняння прямої, яка проходить через точку C паралельно прямій AB ;
- 4) скласти загальне рівняння площини, яка проходить через точку C перпендикулярно прямій AB ;
- 5) скласти рівняння площини, що проходить через точку D паралельно площині ABC ;
- 6) скласти параметричні рівняння прямої, яка проходить через точку D перпендикулярно площині ABC ;
- 7) знайти відстань d від точки D до площини ABC ;
- 8) знайти координати точки P , яка є проекцією точки D на площину ABC ;

9) знайти косинус кута α між прямими AB і CD ;

10) знайти синус кута φ між прямою CD і площиною ABC .

Варіант	Точка A	Точка B	Точка C	Точка D
1.	$A(0; -1; 2)$	$B(2; -2; 2)$	$C(-1; 1; 3)$	$D(2; -1; 3)$
2.	$A(2; -1; 3)$	$B(1; -4; 4)$	$C(4; -2; 3)$	$D(-1; 2; 3)$
3.	$A(-1; 2; 3)$	$B(-2; 2; 4)$	$C(1; 1; 3)$	$D(-1; 3; 2)$
4.	$A(-1; 3; 2)$	$B(-2; 3; 3)$	$C(1; 2; 2)$	$D(3; 5; 0)$
5.	$A(2; 3; -1)$	$B(1; 3; 0)$	$C(4; 2; -1)$	$D(1; 6; 0)$
6.	$A(0; 2; -1)$	$B(-1; 2; 0)$	$C(2; 1; -1)$	$D(-2; 0; 1)$
7.	$A(-2; 0; 1)$	$B(-3; 0; 2)$	$C(0; -1; 1)$	$D(2; 1; 1)$
8.	$A(1; 0; -2)$	$B(0; 0; -1)$	$C(3; -1; -2)$	$D(0; 1; -2)$
9.	$A(0; 1; -2)$	$B(-1; 1; -1)$	$C(2; -1; -1)$	$D(-2; 1; 2)$
10.	$A(-2; 1; 0)$	$B(-3; 1; 1)$	$C(0; 0; 0)$	$D(-2; -1; 0)$
11.	$A(-2; -1; 0)$	$B(-3; -1; 1)$	$C(0; -2; 0)$	$D(0; -2; -1)$
12.	$A(0; -2; -1)$	$B(-1; -2; 0)$	$C(2; -3; -1)$	$D(-1; 0; -2)$
13.	$A(-1; 0; -2)$	$B(-2; 0; -1)$	$C(1; -1; -2)$	$D(0; -1; -2)$
14.	$A(0; -1; -2)$	$B(-1; -1; -1)$	$C(2; -2; -2)$	$D(-2; 0; -1)$
15.	$A(-2; 0; -1)$	$B(-3; 0; 0)$	$C(0; -1; -1)$	$D(-1; -2; 0)$
16.	$A(0; -1; 2)$	$B(-1; -1; 3)$	$C(2; -2; 2)$	$D(2; -1; 3)$
17.	$A(2; -1; 3)$	$B(4; -2; 3)$	$C(1; -1; 4)$	$D(-1; 2; 3)$
18.	$A(-1; 2; 3)$	$B(1; 1; 3)$	$C(-2; 2; 4)$	$D(-1; 3; 2)$
19.	$A(-1; 3; 2)$	$B(1; 2; 2)$	$C(-2; 3; 3)$	$D(2; 3; 1)$
20.	$A(2; 3; -1)$	$B(4; 2; -1)$	$C(1; 3; 0)$	$D(0; 2; -1)$

Варіант	Точка A	Точка B	Точка C	Точка D
21.	A(0; 2; -1)	B(2; 1; -1)	C(-1; 2; 0)	D(-2; 0; 1)
22.	A(-2; 0; 1)	B(0; -1; 1)	C(-3; 0; 2)	D(2; 2; -1)
23.	A(1; 0; -2)	B(3; -1; -2)	C(0; 0; -1)	D(0; 1; -2)
24.	A(0; 1; -2)	B(2; 0; -2)	C(-1; 1; -1)	D(-2; -1; 0)
25.	A(-2; 1; 0)	B(0; 0; 0)	C(-3; 1; 1)	D(-2; -1; 0)
26.	A(-2; -1; 0)	B(0; -2; 0)	C(-3; -1; 1)	D(0; -2; -1)
27.	A(0; -2; -1)	B(2; -3; -1)	C(-1; -2; 0)	D(-1; 0; -2)
28.	A(-1; 0; -2)	B(1; -1; -2)	C(-2; 0; -1)	D(0; -1; -2)
29.	A(0; -1; -2)	B(2; -2; -2)	C(-1; -1; -1)	D(-2; 0; -1)
30.	A(-2; 0; -1)	B(0; -1; -1)	C(-3; 0; 0)	D(-1; -2; 0)

Завдання 4.2. Привести рівняння поверхонь до канонічного вигляду та визначити тип поверхні. Зробити схематичне креслення в новій системі координат.

1.	а) $x^2 + z^2 + 2x - 4z + 4 = 0$ б) $x^2 + 2y^2 - 2x + 8y - 8z + 9 = 0$
2.	а) $3x^2 - 6x - 2y + 1 = 0$ б) $x^2 - y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 4 = 0$
3.	а) $3x^2 + 4y^2 - 6x + 8y - 5 = 0$ б) $4x^2 + 9z^2 + 16x + 36y - 18z - 11 = 0$
4.	а) $2y^2 - 4y + 5z + 7 = 0$ б) $4x^2 - 2y^2 + z^2 - 16x - 8y + 2z + 9 = 0$
5.	а) $4y^2 + z^2 - 8y + 2z + 1 = 0$ б) $x^2 + y^2 - z^2 + 2x - 2y - 4z - 2 = 0$

6.	a) $z^2 - 2x + 2z + 5 = 0$ б) $y^2 + z^2 - x + 2y - 2z + 2 = 0$
7.	a) $3y^2 - 2x - 6y + 1 = 0$ б) $x^2 + y^2 - z^2 - 4x - 2y - 2z + 4 = 0$
8.	a) $y^2 + z^2 + 4y - 4z + 7 = 0$ б) $2y^2 + z^2 + 8x + 8y - 2z + 9 = 0$
9.	a) $x^2 - 4x - 2z + 2 = 0$ б) $x^2 - y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 2 = 0$
10.	a) $4x^2 + z^2 - 8x + 2z + 1 = 0$ б) $x^2 - y^2 - z^2 + 2x + 2y - 4z - 4 = 0$
11.	a) $z^2 + 3y - 4z + 1 = 0$ б) $x^2 + y^2 + 2x - 4y - z + 4 = 0$
12.	a) $x^2 + 4y^2 + 2x - 8y + 1 = 0$ б) $x^2 + y^2 - z^2 - 4x + 2y + 2z + 4 = 0$
13.	a) $z^2 + 3x - 2z + 4 = 0$ б) $x^2 + z^2 - 2x - y + 2z + 3 = 0$
14.	a) $x^2 + 9z^2 - 4x - 18z + 4 = 0$ б) $x^2 - y^2 - z^2 - 4x - 2y + 2z + 2 = 0$
15.	a) $x^2 + 2x + 2z - 1 = 0$ б) $y^2 + z^2 - x - 2y + 4z + 4 = 0$
16.	a) $4x^2 + y^2 + 16x - 2y + 13 = 0$ б) $x^2 - y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z + 4 = 0$
17.	a) $y^2 - 2x + 2y + 5 = 0$ б) $x^2 + y^2 - 4x + 2y + z + 5 = 0$

18.	a) $y^2 + 4z^2 + 2y - 8z + 1 = 0$ б) $x^2 - y^2 - z^2 - 2x + 4y + 2z - 4 = 0$
19.	a) $z^2 + 3y + 2z + 7 = 0$ б) $x^2 + z^2 + 2x + y - 2z + 1 = 0$
20.	a) $x^2 + 9z^2 + 2x + 36z + 28 = 0$ б) $x^2 + y^2 - z^2 + 4x - 2y + 2z + 4 = 0$
21.	a) $2z^2 - 3x - 4z - 1 = 0$ б) $y^2 + z^2 - x - 2y - 2z = 0$
22.	a) $2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 2 = 0$ б) $x^2 - y^2 - z^2 - 2x - 4y + 4z - 7 = 0$
23.	a) $x^2 - 2x - 2z - 3 = 0$ б) $x^2 + 2y^2 - 2x - 8y - 4z + 7 = 0$
24.	a) $y^2 + z^2 + 4y - 2z + 4 = 0$ б) $3x^2 - 9y^2 + z^2 - 6x + 18y + 2z - 5 = 0$
25.	a) $y^2 + 2y - 3z + 4 = 0$ б) $x^2 + z^2 - 4x - y + 4z + 10 = 0$
26.	a) $x^2 + 4z^2 + 2x - 8z + 1 = 0$ б) $2x^2 + y^2 - 4z^2 + 4x - 2y - 8z - 1 = 0$
27.	a) $z^2 + 2x + 4z = 0$ б) $y^2 + z^2 + x + 4y + 2z + 4 = 0$
28.	a) $9x^2 + y^2 - 36x + 2y + 28 = 0$ б) $9x^2 - y^2 - 3z^2 - 18x + 2y - 6z + 5 = 0$
29.	a) $z^2 - 3y + 2z - 7 = 0$ б) $2x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4z - 1 = 0$

30.	а) $y^2 + 4z^2 - 2y - 16z + 13 = 0$ б) $x^2 - y^2 + z^2 + 4x - 4y - 2z + 1 = 0$
-----	--

5. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ

Завдання 5.1. Знайти границі функцій, не застосовуючи правило Лопітала.

1.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 11x + 15}{3x^2 + 5x - 12}$ $x_0 = -3, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{3x^2}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3+x}{x-4} \right)^{2x+5}$
2.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 5x - 7}{5x^2 + 2x - 7}$ $x_0 = 1, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin x}{5x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{5x-4}$
3.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 - 6x + 3}{x^2 - 4x + 3}$ $x_0 = 1, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{4-x}}{2x^2 - x - 21}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin 3x \cdot \operatorname{ctg} 2x$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1} \right)^{4x-5}$
4.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 2x - 16}{2x^2 - 2x - 4}$ $x_0 = 2, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{x+6}}{x^2 - x - 6}$

	B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\sin^2 3x}$	Г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+4} \right)^{2x-3}$
5.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{5x^2 + 2x - 3}{3x^2 - x - 4}$ $x_0 = -1, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{x+4}}{3x^2 - 4x + 1}$
	B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 6x}{5x^2}$	Г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+1} \right)^{3x-4}$
6.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 3x + 1}{5x^2 + 3x - 8}$ $x_0 = 1, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x+1}}$
	B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 5x}{tg^2 2x}$	Г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-5}{3x-1} \right)^{5x+2}$
7.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 7x + 10}{5x^2 - 8x - 4}$ $x_0 = 2, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x + 1}{\sqrt{x+3} - \sqrt{5+3x}}$
	B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^2 5x}{3x^2}$	Г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+1} \right)^{5-2x}$
8.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 4x + 4}$ $x_0 = -2, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}}$
	B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\sin^2 3x}$	Г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+2} \right)^{2x-3}$
9.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$ $x_0 = -1, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+6}}{2x^2 - 7x - 15}$

	В) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 6x}{x \cdot \operatorname{tg} 2x}$	Г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-1} \right)^{1-4x}$
10.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 7x - 4}{x^2 - x - 20}$ $x_0 = -4, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{3x+17} - \sqrt{2x+12}}{x^2 + 8x + 15}$
	В) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\arcsin 2x}$	Г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x-4} \right)^{1-6x}$
11.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 + 19x - 5}{2x^2 + 11x + 5}$ $x_0 = -5, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{3x^2 - 5x - 2}$
	В) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{1 - \cos 4x}$	Г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+3} \right)^{2x+3}$
12.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{7x^2 - 3x - 4}{2x^2 + x - 3}$ $x_0 = 1, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{7-x} - 2}{2x^2 - 5x - 3}$
	В) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 x}{3x \cdot \sin x}$	Г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2-4x}{1-4x} \right)^{x+3}$
13.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - 7x + 5}$ $x_0 = 1, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$
	В) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{4x^2}$	Г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x-1} \right)^{3+2x}$
14.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 - 3x - 10}{2x^2 - 9x + 10}$ $x_0 = 2, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x - 4}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}}$

	B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 5x}{3x^2}$	Г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x+4} \right)^{2x-1}$
15.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{9x^2 + 17x - 2}{x^2 + 2x}$ $x_0 = -2, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 2x - 1}{\sqrt{8-x} - 3}$
	B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x \cdot \operatorname{tg} 2x}$	Г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+5}{4x-1} \right)^{2x+3}$
16.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{5x^2 + x - 6}{-3x^2 - x + 4}$ $x_0 = 1, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x - 5}{\sqrt{x-1} - 2}$
	B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2}{\sin 3x \cdot \operatorname{tg} 2x}$	Г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1} \right)^{4-3x}$
17.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 - 2x - 6}{3x^2 - 7x - 10}$ $x_0 = -1, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 5x - 14}{\sqrt{x+2} - 3}$
	B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2}{x \cdot \operatorname{arctg} 3x}$	Г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+1}{5x-1} \right)^{2x-4}$
18.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{7x^2 - 5x - 12}{3x^2 - x - 4}$ $x_0 = -1, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3} - 3}{x^2 - 9}$
	B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{\operatorname{arctg}^2 2x}$	Г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+5} \right)^{3x+2}$
19.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 5x - 42}{x^2 - 5x + 6}$ $x_0 = 3, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x+1} - 4}{x^2 + 2x - 15}$

	B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin 3x}{\cos x - \cos^2 x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x+2} \right)^{5x-1}$
20.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - x - 30}{2x^2 + 5x - 25}$ $x_0 = -5, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{x+2}}{3x^2 - 4x - 4}$
	B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 3x}{2x \cdot \sin 5x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-4} \right)^{5x-2}$
21.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 3x - 28}{3x^2 - 5x - 28}$ $x_0 = 4, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+5} - 2}{2x^2 - 3x - 5}$
	B) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin^2 3x \cdot \operatorname{ctg}^2 5x$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-4} \right)^{2-5x}$
22.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{8x^2 + 10x - 12}{3x^2 - x - 14}$ $x_0 = -2, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{\sqrt{5-x} - 2}$
	B) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin 5x \cdot \operatorname{ctg} 3x$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x-1} \right)^{3x+4}$
23.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 3x - 28}{x^2 - 4x}$ $x_0 = 4, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x+7} - 5}{x^2 - 8x - 9}$
	B) $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg}^2 3x \cdot \operatorname{ctg}^2 2x$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{4x-3}$
24.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 11x + 10}{x^2 - 5x - 14}$ $x_0 = -2, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 5x + 4}$

	В) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 \cdot \operatorname{ctg} 7x}{\sin 2x}$	Г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{1+x} \right)^{2-4x}$
25.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 4}{3x^2 + x - 10}$ $x_0 = -2, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{3x - x}}$
	В) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin 2x}{1 - \cos 6x}$	Г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4+3x}{1+3x} \right)^{2x-3}$
26.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 2x - 5}{4x^2 - 5x + 1}$ $x_0 = 1, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{6+5x} - 4}{3x - 10 + x^2}$
	В) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 5x}{3x^2}$	Г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x+4} \right)^{5x-2}$
27.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 11x - 6}{3x^2 - 20x + 12}$ $x_0 = 6, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+20} - 4}{2x^2 + 5x - 12}$
	В) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x \cdot \operatorname{tg} 2x}$	Г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{5x+3}$
28.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 2x - 24}{2x^2 + 5x - 42}$ $x_0 = -6, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{\sqrt{8+x} - 3}$
	В) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2}{\sin 3x \cdot \operatorname{tg} 2x}$	Г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1} \right)^{3x-4}$
29.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 - 3x - 10}{x^2 - 11x + 18}$ $x_0 = 2, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - 3}{x^2 - x}$

	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin 3x}{\cos x - \cos^2 x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x+4} \right)^{5-2x}$
30.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 6x - 8}{7x^2 - 27x - 4}$ $x_0 = 4, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{2x^2 - x - 6}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 3x}{2x \cdot \sin 5x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x+5} \right)^{4x+3}$

Завдання 5.2. Дослідити на неперервність функцію $y = f(x)$, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення.

1.	$f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1 \\ x^2 + 2, & -1 \leq x < 1 \\ 2x, & x \geq 1 \end{cases}$	2.	$f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0 \\ (x+1)^2, & 0 < x \leq 2 \\ -x+4, & x > 2 \end{cases}$
3.	$f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1 \\ x^2 + 1, & -1 < x \leq 1 \\ -x+3, & x > 1 \end{cases}$	4.	$f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ -(x-1)^2, & 0 < x < 2 \\ x-3, & x \geq 2 \end{cases}$
5.	$f(x) = \begin{cases} -2 \cdot (x+1), & x \leq -1 \\ (x+1)^3, & -1 < x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$	6.	$f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 2 \\ x+1, & x > 2 \end{cases}$
7.	$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 1 \\ 2x, & 1 < x \leq 3 \\ x+2, & x > 3 \end{cases}$	8.	$f(x) = \begin{cases} x-3, & x < 0 \\ x^2 + 1, & 0 \leq x \leq 2 \\ 3+x, & x > 2 \end{cases}$
9.	$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x}, & x \leq 0 \\ 0, & 0 < x \leq 2 \\ x-2, & x > 2 \end{cases}$	10.	$f(x) = \begin{cases} 2x^2, & x \leq 0 \\ x, & 0 < x \leq 1 \\ 2+x, & x > 1 \end{cases}$

11.	$f(x) = \begin{cases} \sin x, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 1, & x > 2 \end{cases}$	12.	$f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq \pi/2 \\ 0, & \pi/2 < x < \pi \\ 2, & x \geq \pi \end{cases}$
13.	$f(x) = \begin{cases} x - 1, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x < 2 \\ 2x, & x \geq 2 \end{cases}$	14.	$f(x) = \begin{cases} x + 1, & x < 0 \\ x^2 - 1, & 0 \leq x < 1 \\ 1 - x, & x \geq 1 \end{cases}$
15.	$f(x) = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x^2 + 1, & 0 \leq x < 2 \\ 2x + 1, & x \geq 2 \end{cases}$	16.	$f(x) = \begin{cases} x + 3, & x \leq 0 \\ 1, & 0 < x \leq 2 \\ x^2 - 3, & x > 2 \end{cases}$
17.	$f(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ \sin x, & 0 \leq x < \pi \\ 3, & x \geq \pi \end{cases}$	18.	$f(x) = \begin{cases} -x + 1, & x < -1 \\ x^2 + 1, & -1 \leq x \leq 2 \\ 2x, & x > 2 \end{cases}$
19.	$f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 0 \\ 2^x, & 0 < x \leq 2 \\ x + 3, & x > 2 \end{cases}$	20.	$f(x) = \begin{cases} x - 6, & x \leq -2 \\ x^3, & -2 < x \leq 1 \\ 2, & x > 1 \end{cases}$
21.	$f(x) = \begin{cases} 3x + 4, & x \leq -1 \\ x^2 - 2, & -1 < x < 2 \\ x, & x \geq 2 \end{cases}$	22.	$f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 1 \\ (x - 2)^2, & 1 < x < 3 \\ -x + 6, & x \geq 3 \end{cases}$
23.	$f(x) = \begin{cases} x^3, & x < -1 \\ x - 2, & -1 \leq x \leq 3 \\ -x + 4, & x > 3 \end{cases}$	24.	$f(x) = \begin{cases} x, & x < -2 \\ -x + 1, & -2 \leq x \leq 1 \\ x^2 - 1, & x > 1 \end{cases}$
25.	$f(x) = \begin{cases} x + 3, & x \leq 0 \\ -x^2 + 4, & 0 < x < 2 \\ x - 2, & x \geq 2 \end{cases}$	26.	$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ x^2 - 1, & -1 < x \leq 2 \\ x, & x > 2 \end{cases}$

27.	$f(x) = \begin{cases} 1, & x < 0 \\ \cos x, & 0 \leq x \leq \pi \\ 2, & x > \pi \end{cases}$	28.	$f(x) = \begin{cases} -1, & x < -1 \\ 1-x, & -1 \leq x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$
29.	$f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x^3, & 0 < x \leq 2 \\ x+4, & x > 2 \end{cases}$	30.	$f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ x^2+1, & 0 \leq x < 1 \\ 4, & x \geq 1 \end{cases}$

Завдання 5.3. Знайти першу похідну y' функції $y = f(x)$.

1.	а) $y = \operatorname{arctg}^2 5x \cdot \ln(x-4)$ б) $y = \frac{3x^2 - 4x + 2}{\cos^5 x}$	в) $y = (\operatorname{ctg} 3x)^{\operatorname{arcsin} x}$ г) $y^2 = 8x + \sin(xy)$
2.	а) $y = \operatorname{ctg}^3 2x \cdot \ln(x+5)$ б) $y = \frac{e^{\operatorname{arccos} 2x}}{\sqrt{3x+5}}$	в) $y = (\cos(x+2))^{\ln x}$ г) $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{7} = xy$
3.	а) $y = \operatorname{arccos}^2 x \cdot e^{5x-3}$ б) $y = \frac{9 \operatorname{arctg}(x+7)}{(5x-2)^2}$	в) $y = (\sin 3x)^{\operatorname{arccos} x}$ г) $y = x + \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right)$
4.	а) $y = \sqrt{\operatorname{arccos} 2x} \cdot 3^{-x}$ б) $y = \frac{e^{\sin x}}{(2x-5)^7}$	в) $y = (\operatorname{tg} 5x)^{\operatorname{arcsin}(x+1)}$ г) $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = \cos(xy)$
5.	а) $y = \operatorname{tg}^3 3x \cdot \sin 7x^2$ б) $y = \frac{4 \ln(3x+7)}{(7x+3)^3}$	в) $y = (\sin(x+2))^{\operatorname{tg} 2x}$ г) $y^2 = 25x - 4x^2 + xy$

6.	а) $y = 5^{-x^2} \cdot \arcsin 3x^3$ б) $y = \frac{4 \ln(3x-5)}{\sin(x-2)}$	в) $y = (\cos 5x)^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}$ г) $\operatorname{arctg}(xy) = 4x + 5y$
7.	а) $y = \operatorname{arctg} g 7x \cdot \log_2(x-3)$ б) $y = \frac{4 \cos(3x+7)}{(4x+1)^3}$	в) $y = (\sqrt{3x+2})^{\operatorname{arctg} 3x}$ г) $\operatorname{tg} y = 3x + 5y \sin x$
8.	а) $y = \ln(x+5) \cdot \arccos 3x$ б) $y = \frac{\operatorname{ctg}^2 x}{\sqrt[3]{x^2+4}}$	в) $y = (\ln(x+3))^{\sin \sqrt{x}}$ г) $3x + \sin y = 5 \cdot \frac{y}{x}$
9.	а) $y = e^{-x} \cdot \arcsin^2 5x$ б) $y = \frac{\sin(4x+7)}{3x^2-4x+7}$	в) $y = (\ln(x+4))^{\operatorname{ctg} 7x}$ г) $y^2 = \cos(xy) + x^3$
10.	а) $y = \ln(x-1) \cdot \arccos^2 x$ б) $y = \frac{\sin x^2}{\sqrt{3x+2}}$	в) $y = (\sin 3x)^{\operatorname{arctg}(x+2)}$ г) $x \cdot y = \operatorname{ctg}\left(\frac{y}{x}\right)$
11.	а) $y = (3x-1)^2 \cdot \operatorname{arctg} 3x^2$ б) $y = \frac{\arcsin 5x}{\ln(5x^2-2x+1)}$	в) $y = (\cos 3x)^{\operatorname{ctg} 2x}$ г) $x \cdot y = e^y + 4x^3$
12.	а) $y = \operatorname{ctg}^3 4x \cdot \operatorname{arctg} 2x^3$ б) $y = \frac{e^{\cos x}}{4x^2+7x-5}$	в) $y = (\arcsin 3x)^{\operatorname{tg} \sqrt{x}}$ г) $\ln y - \frac{y}{x} = 7x$
13.	а) $y = e^{-\cos x} \cdot \operatorname{arctg} 7x^5$ б) $y = \frac{\ln^3(x-5)}{\operatorname{tg} 5x}$	в) $y = (\arcsin 2x)^{\ln x}$ г) $y^2 + x^2 = \sin\left(\frac{y}{x}\right)$

14.	а) $y = (x^3 + 1) \cdot \arccos(3x^4)$ б) $y = \frac{\ln(7x - 5)}{\operatorname{tg} \sqrt{x}}$	В) $y = (\operatorname{arctg} 2x)^{\sin x}$ Г) $e^{yx} = 4x - 7y$
15.	а) $y = 2^{\sin x} \cdot \operatorname{arctg} x^4$ б) $y = \frac{\ln(3x + 2)}{\cos 5x^2}$	В) $y = (\ln(x + 7))^{\operatorname{ctg} 2x}$ Г) $4 \sin^2(x + y) = x - y$
16.	а) $y = 3^{-x^3} \cdot \operatorname{arctg} 2x^5$ б) $y = \frac{\ln(3x^2 + 2x)}{\cos 3x}$	В) $y = (\operatorname{ctg}(7x + 4))^{\sqrt{x+3}}$ Г) $\sin\left(\frac{x}{y}\right) = 7x + 8y$
17.	а) $y = 3^{\cos x} \cdot \arcsin^2 3x$ б) $y = \frac{\operatorname{ctg}^2 5x}{\ln(7x - 2)}$	В) $y = (\sin(\sqrt{x} + 1))^{\operatorname{arctg} 2x}$ Г) $\operatorname{tg} y = 4xy - 5x^2$
18.	а) $y = \ln(5x - 10) \cdot \cos^2 4x$ б) $y = \frac{e^{\sin 5x}}{(3x - 2)^2}$	В) $y = \left(\operatorname{ctg} \frac{1}{x}\right)^{\arcsin 7x}$ Г) $y = 7x - \operatorname{ctg}(x \cdot y)$
19.	а) $y = \ln(3x + 2) \cdot \operatorname{arctg} x$ б) $y = \frac{\arccos(3x - 5)}{x^3 + 2x - 3}$	В) $y = (\cos(x + 5))^{\arcsin 3x}$ Г) $x \cdot y - 6 = \cos\left(\frac{y}{x}\right)$
20.	а) $y = \ln(3x + 1) \cdot \operatorname{arctg}^3 7x$ б) $y = \frac{e^{-\operatorname{ctg} 5x}}{3x^2 - 4x + 2}$	В) $y = (\sqrt{x + 5})^{\arccos 3x}$ Г) $3y = 7x^3 + x y^3$
21.	а) $y = \ln(2x - 3) \cdot \operatorname{arcctg}^2 3x$ б) $y = \frac{\arcsin(2x + 3)}{(3x - 4)^3}$	В) $y = (\sin 4x)^{\operatorname{arctg} 4x}$ Г) $y^2 = x + y \ln x$

22.	а) $y = \ln(x^2 + 2) \cdot \arcsin^2 3x$ б) $y = \frac{\cos(7x + 2)}{x^4 - 2x^2 + 3}$	В) $y = (\operatorname{tg}(3x^4))^{\ln x}$ Г) $xy^2 - y^3 = 4x^2 + 5$
23.	а) $y = 4^{-\sin x} \cdot \operatorname{arctg} 3x$ б) $y = \frac{\ln^2(x + 1)}{\operatorname{tg} 3x^4}$	В) $y = (\operatorname{ctg}(2x^3))^{\cos \sqrt{x}}$ Г) $x^2 y^2 + x = 5y$
24.	а) $y = 2^{\cos x} \cdot \operatorname{arctg}^3 x$ б) $y = \frac{\ln(3x - x^2)}{\arcsin 2x}$	В) $y = (\operatorname{tg}(7x^5))^{\sqrt{x+2}}$ Г) $x^4 + x^2 y^2 + y = 4$
25.	а) $y = \ln(x - 3) \cdot \arcsin^2 5x$ б) $y = \frac{\ln(2x - 3)}{\operatorname{arctg} 4x}$	В) $y = (\operatorname{ctg} x)^{\sqrt{\cos x}}$ Г) $\sin y = xy^2 + 5x^2$
26.	а) $y = \ln(x + 3) \cdot \operatorname{arccos}^2 x$ б) $y = \frac{6 \cdot \operatorname{arctg}(x + 5)}{(3x - 2)^5}$	В) $y = (\operatorname{ctg} 7x)^{\sin(x+3)}$ Г) $x^3 + y^3 = 5x \cdot y$
27.	а) $y = 2^{-x} \cdot \operatorname{arctg}^2 4x$ б) $y = \frac{e^{-\operatorname{tg} 3x}}{4x^2 - 3x + 5}$	В) $y = (\sin(5x))^{\ln(x+2)}$ Г) $y\sqrt{x} + x\sqrt{y} = \operatorname{tg}(x + y)$
28.	а) $y = \ln(x - 4) \cdot \arcsin^2 3x$ б) $y = \frac{\operatorname{tg}^2(7x + 1)}{\ln(x + 5)}$	В) $y = (\operatorname{arctg} x)^{\cos(3x+1)}$ Г) $y^2 = \left(\frac{x - y}{x + y}\right)$
29.	а) $y = \ln(x + 3) \cdot \operatorname{ctg}^2 5x$ б) $y = \frac{\cos(5x + 4)}{\sqrt{x^2 - 2x + 7}}$	В) $y = (\operatorname{ctg} \sqrt{x})^{\sin(x+3)}$ Г) $\sin(3x + y^2) = xy$

30.	a) $y = \ln(x+1) \cdot \operatorname{arctg} x^3 \cdot 2x$	в) $y = (\sin 3x)^{\operatorname{arctg} 2x}$
	б) $y = \frac{\arccos(3x+2)}{\sqrt[3]{5-3x}}$	г) $\operatorname{ctg}^2(x+y) = 5xy$

Завдання 5.4. Знайти другу похідну функції $y = f(x)$.

1.	$y = 2 + \sqrt{1-x^2}$	2.	$y = (1+x^2) \cdot \operatorname{arctg} x$
3.	$y = \frac{\ln(3+x)}{3+x}$	4.	$y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$
5.	$y = x^2 \ln x$	6.	$y = \ln \operatorname{ctg} 4x$
7.	$y = \operatorname{arctg}(x^2)$	8.	$y = \sqrt[3]{(1-x)^2}$
9.	$y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x}$	10.	$y = \frac{\log_3 x}{x}$
11.	$y = (2x^3 + 1)\cos 3x$	12.	$y = x^3 e^{5x}$
13.	$y = \frac{x}{x^2 - 1}$	14.	$y = \operatorname{arctg} \frac{2x}{1-x^2}$
15.	$y = x e^{\sin x}$	16.	$y = e^{-x} \cos 3x$
17.	$y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$	18.	$y = \ln(x + \sqrt{x})$
19.	$y = x \cdot \operatorname{arctg} x$	20.	$y = x - \operatorname{arctg} x$
21.	$y = \ln \ln x$	22.	$y = (3x - 7) \cdot 3^{-x}$
23.	$y = (x^2 - 7)\ln(x+1)$	24.	$y = e^{2x} \sin 4x$
25.	$y = e^{4x+3} \cdot (x^3 + 2)$	26.	$y = (x-1)e^{1+x}$
27.	$y = x^2 e^{\frac{1}{x}}$	28.	$y = \ln \frac{1}{1+x}$

29.	$y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$	30.	$y = \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$
-----	--------------------------------------	-----	--

Завдання 5.5. Знайти y'_x та y''_{xx} параметрично заданої функції.

1.	$\begin{cases} x = t + \ln \cos t \\ y = t - \ln \sin t \end{cases}$	2.	$\begin{cases} x = 2t - \sin 2t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$
3.	$\begin{cases} x = t + \frac{1}{2} \sin 2t \\ y = \cos^3 t \end{cases}$	4.	$\begin{cases} x = t^5 + 2t \\ y = t^3 - 8t - 1 \end{cases}$
5.	$\begin{cases} x = \frac{t^3}{3} + \frac{t^2}{2} + t \\ y = \frac{t^2}{2} + \frac{1}{t} \end{cases}$	6.	$\begin{cases} x = \arcsin(t^2 - 1) \\ y = \arccos 2t \end{cases}$
7.	$\begin{cases} x = t^2 + t + 1 \\ y = t^3 + t \end{cases}$	8.	$\begin{cases} x = \operatorname{ctg} t \\ y = \frac{1}{\cos^2 t} \end{cases}$
9.	$\begin{cases} x = \frac{2-t}{2+t^2} \\ y = \frac{t^2}{2+t^2} \end{cases}$	10.	$\begin{cases} x = 2 \cos^3 2t \\ y = \sin^3 2t \end{cases}$
11.	$\begin{cases} x = 2t - t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases}$	12.	$\begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 4 \sin^2 t \end{cases}$
13.	$\begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = 4 \sin^3 t \end{cases}$	14.	$\begin{cases} x = \cos t + t \sin t \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}$
15.	$\begin{cases} x = 2(\sin t - t \cos t) \\ y = 2(\cos t + t \sin t) \end{cases}$	16.	$\begin{cases} x = 2t^2 + t \\ y = \ln t \end{cases}$

17.	$\begin{cases} x = 3t^2 - t^3 \\ y = 3t^2 \end{cases}$	18.	$\begin{cases} x = 2t^2 - t^3 \\ y = 2t^2 \end{cases}$
19.	$\begin{cases} x = \operatorname{ctg} t \\ y = \frac{1}{\cos^2 t} \end{cases}$	20.	$\begin{cases} x = \ln t \\ y = \frac{t+1}{t} \end{cases}$
21.	$\begin{cases} x = t^2 \\ y = \frac{t^3}{3} - t \end{cases}$	22.	$\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$
23.	$\begin{cases} x = \sin \frac{t}{2} \\ y = \cos t \end{cases}$	24.	$\begin{cases} x = \cos 3t \\ y = \sin 3t \end{cases}$
25.	$\begin{cases} x = e^{2t} \\ y = \cos t \end{cases}$	26.	$\begin{cases} x = \cos \frac{t}{2} \\ y = t - \sin t \end{cases}$
27.	$\begin{cases} x = \operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t \\ y = 2 \ln(\operatorname{ctg} t) \end{cases}$	28.	$\begin{cases} x = t^2 + 1 \\ y = e^{t^2} \end{cases}$
29.	$\begin{cases} x = 3 \cos^2 t \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases}$	30.	$\begin{cases} x = t \cos t \\ y = 2t \cdot \sin t \end{cases}$

Завдання 5.6. Знайти границі функцій, застосовуючи правило Лопітала.

1.	$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 + 18x)e^{-2x}$	2.	$\lim_{x \rightarrow 0} 2x^2 \cdot \ln x \quad (x > 0)$
3.	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin 2x}{\sin^2 4x}$	4.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1 - \ln x}{(x - 1)\ln x}$

5.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \cdot e^{2x}}{x + e^{2x}}$	6.	$\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - e^{-x}) \operatorname{ctg} 3x$
7.	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln \sin x}{\cos^2 x}$	8.	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \operatorname{tg} x \cdot \ln(1 + \cos x)$
9.	$\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg}^2 x \cdot \ln \cos x$	10.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x}}{x^3 + e^{2x}}$
11.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\cos x \cdot \sin x}$	12.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}$
13.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x - \operatorname{tg} x}$	14.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg} x}{\ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)}$
15.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \cos x - 1}{\operatorname{tg} x - x}$	16.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{5 - 5e^{-3x}}$
17.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x}$	18.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{e^x - 1}$
19.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \operatorname{tg} 3x}{5x - \sin x}$	20.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{\operatorname{tg}^2 2x}$
21.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3}$	22.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{1 - x^3}$
23.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 2^{\sin x}}{x^3}$	24.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} x\right)}$
25.	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x}$	26.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sin 2x}{2x - \operatorname{tg} 2x}$
27.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{3x}}{x^2}$	28.	$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - e^{2x}) \operatorname{ctg} x$

29.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{3 - 3e^{-3x}}$	30.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{1 - \cos x}$
-----	--	-----	---

Завдання 5.7. Провести повне дослідження функції $y = f(x)$ та побудувати її графік.

1.	$y = \frac{x}{(x-2)^2}$	2.	$y = \frac{x^3}{2-3x}$
3.	$y = x - \frac{8}{x^4}$	4.	$y = 1 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}$
5.	$y = \frac{x^3}{12(x-2)}$	6.	$y = \frac{x+4}{(x+1)^2}$
7.	$y = \frac{x-2}{(x+3)^2} - 1$	8.	$y = 1 + \frac{4x+1}{x^2}$
9.	$y = \frac{x+1}{(x-1)^2} - 1$	10.	$y = \frac{1+x^3}{x^2}$
11.	$y = \frac{1-x^2}{1+x^2}$	12.	$y = \frac{(x-1)^2}{(x+1)^3}$
13.	$y = \frac{4x^3+1}{x}$	14.	$y = \frac{x}{(x+2)^2}$
15.	$y = \frac{x^2}{(x-1)^2}$	16.	$y = \frac{(4-x)^3}{9(2-x)}$
17.	$y = \frac{x-0,5}{(x+2)^2}$	18.	$y = \frac{1-x}{x^2}$
19.	$y = \frac{4x}{(x-2)^2}$	20.	$y = \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2}$

21.	$y = 2x - 1 + \frac{1}{x+1}$	22.	$y = \frac{x^3 + 1}{x}$
23.	$y = \frac{x+1}{x^2 + 2x + 2}$	24.	$y = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}$
25.	$y = \frac{x^2 - 3x + 2}{(x+1)^2}$	26.	$y = \frac{2x+1}{(x+2)^2} - 2$
27.	$y = \frac{x^4}{(x+1)^3}$	28.	$y = \frac{(x-3)^2}{2x-1} + \frac{3}{2}$
29.	$y = \frac{x+1}{2} + \frac{2}{(x+1)^2}$	30.	$y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$

Завдання 5.8. Знайти найбільше та найменше значення функції $y = f(x)$ на заданому відрізку.

1.	$y = x^5 - 15x^3 + 1$	$x \in [-4; 0]$
2.	$y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$	$x \in [1; 3]$
3.	$y = x^3 - 3x^2 + 1$	$x \in [-1; 4]$
4.	$y = 3\sqrt[3]{(x-1)^2} + x$	$x \in [-7; 2]$
5.	$y = \frac{3 - x^2}{3 + x^2}$	$x \in [-1; 2]$
6.	$y = x - \frac{8}{x^4}$	$x \in [-3; -1]$
7.	$y = 3x^4 + 4x^3 + 1$	$x \in [-2; 1]$
8.	$y = \frac{(x-2)^2}{x^2 + 4}$	$x \in [-1; 3]$

9.	$y = \ln(x^4 - 2x^2 + 3)$	$x \in [-2; 1]$
10.	$y = x^4 - 8x^2$	$x \in [-1; 3]$
11.	$y = \sqrt[3]{x^2} + 1$	$x \in [-2; 1]$
12.	$y = x + \cos^2 x$	$x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$
13.	$y = x^4 - 2x^2 + 2$	$x \in [-1; 2]$
14.	$y = \ln(x^2 - 2x + 2)$	$x \in [0; 3]$
15.	$y = \frac{x}{3} + \frac{3}{x}$	$x \in [-5; -1]$
16.	$y = 2 \sin x + \cos 2x$	$x \in [0; \pi]$
17.	$y = \sqrt{9 - x^2}$	$x \in [-3; 3]$
18.	$y = \sin^4 x + \cos^4 x$	$x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
19.	$y = x - 2 \operatorname{arctg} x$	$x \in [0; \sqrt{3}]$
20.	$y = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 18$	$x \in [1; 3]$
21.	$y = x - \ln(1 + x)$	$x \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$
22.	$y = 2x^3 - x^2 - 4x - 2$	$x \in [0; 2]$
23.	$y = \frac{2}{(5 - x)^2}$	$x \in [-1; 0]$
24.	$y = x^3 + 3x^2 + 2$	$x \in [-1; 3]$
25.	$y = (3 - x)e^{-x}$	$x \in [0; 5]$

26.	$y = \frac{4}{\sqrt{x^2 + 18}}$	$x \in [-3; 3]$
27.	$y = \text{ctg}^2 x - 2 \text{ctg} x$	$x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2} \right]$
28.	$y = \sqrt{100 - x^2}$	$x \in [-6; 8]$
29.	$y = \sin 2x - x$	$x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$
30.	$y = 2 \text{tg} x - \text{tg}^2 x$	$x \in \left[0; \frac{\pi}{3} \right]$

Завдання 5.9. Знайти рівняння нормалі в точці перетину графіка функції $y = f(x)$ з віссю Oy та рівняння дотичної в точці перетину її графіка з віссю Ox .

1.	$y = \frac{2x-3}{1-x}$	2.	$y = \frac{x-2}{4-x}$	3.	$y = \frac{x-1}{2x+1}$
4.	$y = \frac{x-4}{2x+1}$	5.	$y = \frac{x+4}{x+2}$	6.	$y = \frac{x-3}{x+1}$
7.	$y = \frac{x+4}{2x-1}$	8.	$y = \frac{x+1}{2x-1}$	9.	$y = \frac{2x-5}{x+1}$
10.	$y = \frac{x+2}{2x-1}$	11.	$y = \frac{x+3}{3x+1}$	12.	$y = \frac{x-2}{x+1}$
13.	$y = \frac{x+2}{x-1}$	14.	$y = \frac{x-3}{2x-1}$	15.	$y = \frac{2x+3}{x+1}$
16.	$y = \frac{4-x}{x+2}$	17.	$y = \frac{2x-1}{x+1}$	18.	$y = \frac{5-x}{x+1}$
19.	$y = \frac{x-9}{3x+1}$	20.	$y = \frac{3x-1}{2x+1}$	21.	$y = \frac{x-4}{2x-1}$

22.	$y = \frac{x+1}{x-2}$	23.	$y = \frac{2x+3}{2x+1}$	24.	$y = \frac{2x-1}{x+1}$
25.	$y = \frac{x-1}{x+2}$	26.	$y = \frac{x+9}{x-3}$	27.	$y = \frac{x+2}{x-4}$
28.	$y = \frac{3x-1}{x+2}$	29.	$y = \frac{x+1}{x+2}$	30.	$y = \frac{3x+1}{x-2}$

6. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ДВОХ ЗМІННИХ

Завдання 6.1. Знайти і побудувати область визначення функції $z = f(x, y)$.

1.	$z = \ln(y^2 - 4x + 8)$	2.	$z = \frac{1}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$
3.	$z = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}$	4.	$z = \arcsin(2x + y - 1)$
5.	$z = \ln(x \cdot y)$	6.	$z = \sqrt{x^2 - y^2 + 4}$
7.	$z = \frac{x}{\sqrt{x^2 - y + 3}}$	8.	$z = e^{-x^2} - \arccos y$
9.	$z = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{y^2-1}$	10.	$z = \ln(1-x^2+y^2)$
11.	$z = \frac{1}{\lg(x^2+y)}$	12.	$z = \frac{\sqrt{x^2+y^2-4}}{y-2x}$
13.	$z = \ln(-x+5y)$	14.	$z = \sqrt{x^2+y^2-1} \sqrt{4-x^2-y^2}$
15.	$z = \arcsin \frac{x}{2} + \sqrt{1-y^2}$	16.	$z = \sqrt{1-x^2} \sqrt{4-y^2}$
17.	$z = \sqrt{x+1} + \arccos y$	18.	$z = \sqrt{4x-y^2}$

19.	$z = \sqrt{36 - 4x^2 - 9y^2}$	20.	$z = \arcsin \frac{y}{x^2}$
21.	$z = \sqrt{y} + \arcsin(x - 2)$	22.	$z = \frac{5}{\sqrt{y}} - \sqrt{3x}$
23.	$z = \sqrt{1 + x - y^2} + \sqrt{1 - x - y^2}$	24.	$z = \ln(-x - y)$
25.	$z = \sqrt{x} + \arcsin(y - 2)$	26.	$z = \sqrt{36 - 4x^2 + 9y^2}$
27.	$z = \ln(2 - 3x^2 + 6y)$	28.	$z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$
29.	$z = \sqrt{4 - x^2} - \sqrt{1 - y^2}$	30.	$z = \frac{3}{\sqrt{x}} + \ln(1 - y)$

Завдання 6.2. Знайти частинні похідні першого порядку z'_x і z'_y для функції $z = f(x, y)$.

1.	$z = 3x^2 - 2x\sqrt{y} + y - 8x + 8$
2.	$z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$
3.	$z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$
4.	$z = x^3 y^2 (6 - x - y)$
5.	$z = e^{-x^2 - y^2} (2x^2 + y^2)$
6.	$z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$
7.	$z = xy^2(1 - x - y)$

8.	$z = x^3 + y^3 - 15xy$
9.	$z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$
10.	$z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$
11.	$z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$
12.	$z = x^4 + 4xy - 2y^2$
13.	$z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y$
14.	$z = x^2 + y^2 - 2\ln x - 18\ln y$
15.	$z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$
16.	$z = 2 - \sqrt[3]{x^2 + y^2}$
17.	$z = (x-1)^2 + 2y^2$
18.	$z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$
19.	$z = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$
20.	$z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10$
21.	$z = 4(x-y) - x^2 - y^2$
22.	$z = x^2 - xy + y^2 + 3x - 2y + 1$
23.	$z = (2x - x^2)(2y - y^2)$
24.	$z = e^{\frac{x}{2}} (x + y^2)$
25.	$z = xy(1 - x - y)$

26.	$z = 3(x - y) - 2x^2 - y^2$
27.	$z = 2x^3 + 3x^2y - xy^2 + y^3$
28.	$z = x^2 - 2xy - 4x + 2y - 1$
29.	$z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$
30.	$z = (x - 2)^2 + 2y^2$

Завдання 6.3. Знайти для функції $z = f(x, y)$ повний диференціал dz .

1.	$z = x^2 - 3xy^3 + 5y^4$	2.	$z = -3x^3 + 2x^2y^4 - 2y^2$
3.	$z = 5x^5 - x + 8x^3y^4 - 5y^3$	4.	$z = \frac{x^4}{4} - 5xy^4 - 3y^3$
5.	$z = -\frac{x^5}{5} - x^3 + 2x^7y^6 - 3y^3$	6.	$z = \frac{x^5}{5} + 4x^2y^3 - 2y^5$
7.	$z = 2x^3 + 3x^2 - 4x^5y^2 + 2y^6$	8.	$z = 3x - 5x^3y^2 - 0,5y^3$
9.	$z = 2x^3 - 3x^4y + 5y - 2y^2$	10.	$z = x^3 - x^2y + y^3$
11.	$z = -5x^4 + 9x^2y^3 + 10y^2$	12.	$z = x^4 - 2x^2y^3 + 2y$
13.	$z = -\frac{x^3}{3} + 2x^3y^3 - \frac{y^4}{4}$	14.	$z = -3x^2 + 5x^2y - 7y^3$
15.	$z = 3x^2 + 2x - 8xy^2 + 8y^3$	16.	$z = 3x^2 + 3x^2y^3 - 4y^3$
17.	$z = -3x^2 + 3x^2y^5 + 2y^4 - 3y$	18.	$z = x^3 - 8xy^5 + 2y^7$
19.	$z = 3x^5 + x - 8x^2y^3 + 2y^6$	20.	$z = 5x^4 + 2x^4y^5 - 4y^6$
21.	$z = -\frac{x^5}{5} + x^2 - 4x^3y^2 - 3y$	22.	$z = -x^2 - 8xy^3 + 3y^5$

23.	$z = 5x^2 - 6x^2y^2 - 7y^4$	24.	$z = 2x^2 - 3x^4y^2 + y^2$
25.	$z = -\frac{x^4}{2} - 7x^3y^2 - 2y^8$	26.	$z = \frac{x^3}{3} + 5x^2y - 4y^3$
27.	$z = -2x^5 - 5x^4y^5 - 3y^3 + 2y$	28.	$z = 1,5x^3 - 7x^3y^2 - 4y^7$
29.	$z = -3x^3 + 2x^2 - 4x^3y^4 + 3y^5$	30.	$z = 0,5x^2 + 6xy^2 - 3y$

Завдання 6.4. Знайти для функції, що задана неявно: а) похідні першого порядку $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$; б) похідну першого порядку $\frac{dy}{dx}$.

	$F(x, y, z) = 0$	$F(x, y) = 0$
1.	а) $x \sin y + y \cos z + z \sin x = 1$	б) $x^3y - y^3x = 4$
2.	а) $\sin(z^3) - xyz = 0$	б) $xy - \ln y = 3x$
3.	а) $\ln(x+z) - x^2yz^3 = 0$	б) $\arctg(x+y) = yx^2$
4.	а) $e^z - x^2yz = 1$	б) $x^2y = xe^y$
5.	а) $z^3 + y \cdot \arctg(x+z) - \sqrt{y} = 3$	б) $ye^x + e^y = x$
6.	а) $z^4 - e^{xyz} = 0$	б) $y = x + y^x$
7.	а) $\arcsin(xyz) - 3xz^2 + \sin y = 0$	б) $y = x + \ln(xy)$
8.	а) $y \sin z + x^2y^2z^3 = 1$	б) $\arctg(xy) + \sqrt{y} = x$
9.	а) $x \cos y - y \cos z + z \cos x = 2$	б) $e^{x-2y} + y = 2x$
10.	а) $\cos(z^2) = xy^2z^3$	б) $\ln(3x^2 - 2y^2) = x - y$
11.	а) $\cos(x^2 - z^2) - 3zy + x^3 = 0$	б) $x^2y - \ln(x+y+2) = 0$
12.	а) $3xz^2 - x^2y \sin z + 4 = 0$	б) $x \ln y = y + 3x$
13.	а) $3yz^2 - x^2 \sin z + yx = 0$	б) $\arcsin(x+2y) = yx^2$
14.	а) $e^{yz} - xy^2z = 1$	б) $e^{x^2y} = xy^2$

	$F(x, y, z) = 0$	$F(x, y) = 0$
15.	a) $z^3 \sqrt{y} + x \operatorname{arctg}(y + 2z) = 2$	б) $x e^y = y^2 - x^3$
16.	a) $x^2 e^{-z} + xyz^3 = 4$	б) $\cos y = x^2 - y^x$
17.	a) $\operatorname{arctg}(xyz) - 3yz^2 + \cos x = 0$	б) $y^2 x = x^2 + \ln y$
18.	a) $2^z = x^2 yz^2$	б) $\arcsin xy + \sqrt{y} = 2x$
19.	a) $\sin(y^2 - z^2) - 3xz + y^3 = 0$	б) $e^{y-2x} + y^2 = 3x$
20.	a) $\ln(2y - z) = x^3 y^2 z^2$	б) $\ln\left(2x^2 - \frac{1}{3}y^3\right) = x + y$
21.	a) $\sin(x - z^2) - 3x^2 z + 2y^2 = 0$	б) $e^{x^2 - y} = y^3 - x$
22.	a) $x \cos z + x^2 yz^3 = 3$	б) $\ln(x - y) = x e^y$
23.	a) $\arccos(xyz) + 2x^2 z^2 = \sin y$	б) $\sin(x - y) = 2^y - x$
24.	a) $\arcsin(x + z) + yz^3 = 1$	б) $xy - \operatorname{tg} y = 2 + x$
25.	a) $y^2 z - \ln(x + z^2) + xyz = 0$	б) $\operatorname{arctg}(xy) = x + y$
26.	a) $3x^2 z - xy^2 \cos z = 1$	б) $x^y = 2 + y^x$
27.	a) $\operatorname{arctg}(x - z) + 2xyz^2 = 2$	б) $\ln(x + y) = 3^y - 3x$
28.	a) $2x^2 z^3 - xys \sin z - 2 = 0$	б) $e^{2x+y} = y^x$
29.	a) $3xz^2 - y^2 \sin z + xy = 0$	б) $x e^y = \operatorname{tg} y + 4x$
30.	a) $3x^2 z^2 + x\sqrt{y} \sin z = 3$	б) $\sin y = x \cdot e^y + y$

Завдання 6.5. Знайти рівняння дотичної площини та нормалі до поверхні в заданій точці $M_0(x_0; y_0; z_0)$.

1.	a)	$z = x^2 + y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$x^2 + y^2 - z^2 - 1 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$

2.	a)	$z = 2x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 2y^2 + z^2 - 6 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
3.	a)	$z = x^2 + 3y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$3x^2 + y^2 - z^2 - 3 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
4.	a)	$z = 4x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 4y^2 + z^2 - 4 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
5.	a)	$z = x^2 + 5y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$5x^2 + y^2 - z^2 - 5 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
6.	a)	$z = 6x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 6y^2 + z^2 - 2 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
7.	a)	$z = x^2 + 7y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$7x^2 + y^2 - z^2 - 7 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
8.	a)	$z = 8x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 8y^2 + z^2 - 5 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
9.	a)	$z = x^2 + 9y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$9x^2 + y^2 - z^2 - 9 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
10.	a)	$z = 10x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 10y^2 + z^2 - 10 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
11.	a)	$z = x^2 + 11y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$11x^2 + y^2 - z^2 - 11 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
12.	a)	$z = 12x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 12y^2 + z^2 - 8 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$

13.	a)	$z = x^2 + 13y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$13x^2 + y^2 - z^2 - 13 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
14.	a)	$z = 14x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 14y^2 + z^2 + 6 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
15.	a)	$z = x^2 + 15y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$15x^2 + y^2 - z^2 - 15 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
16.	a)	$z = 16x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 16y^2 + z^2 + 3 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
17.	a)	$z = x^2 + 17y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$17x^2 + y^2 - z^2 - 17 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
18.	a)	$z = 18x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 18y^2 + z^2 + 5 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
19.	a)	$z = x^2 + 19y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$19x^2 + y^2 - z^2 - 19 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
20.	a)	$z = 20x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 20y^2 + z^2 + 7 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
21.	a)	$z = x^2 + 21y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$21x^2 + y^2 - z^2 - 21 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
22.	a)	$z = 22x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 22y^2 + z^2 + 2 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
23.	a)	$z = x^2 + 23y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$23x^2 + y^2 - z^2 - 23 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$

24.	а)	$z = 24x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 24y^2 + z^2 + 4 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
25.	а)	$z = x^2 + 25y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$25x^2 + y^2 - z^2 - 25 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
26.	а)	$z = 26x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 26y^2 + z^2 - 3 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
27.	а)	$z = x^2 + 27y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$27x^2 + y^2 - z^2 - 27 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
28.	а)	$z = 28x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 28y^2 + z^2 - 1 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
29.	а)	$z = x^2 + 29y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$29x^2 + y^2 - z^2 - 29 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
30.	а)	$z = 30x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 30y^2 + z^2 + 1 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$

Завдання 6.6. Дослідити функцію на екстремум.

1.	$z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$
2.	$z = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20$
3.	$z = 2x^3 + 2y^3 - 6xy + 20$
4.	$z = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$
5.	$z = 2x^2y - x^3y - x^2y^2$
6.	$z = x^2y(4 - x - y)$
7.	$z = x^3 + y^3 - 15xy$
8.	$z = x^3y^2(6 - x - y)$

9.	$z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 15$
10.	$z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y$
11.	$z = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy$
12.	$z = x^3 + xy^2 + 6xy$
13.	$z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$
14.	$z = x^3 + y^3 - 9xy + 27$
15.	$z = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$
16.	$z = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10$
17.	$z = xy^2(1 - x - y)$
18.	$z = x^2 - x^2y + 2y^3 + 5y^2$
19.	$z = 8x^3 - 6xy + y^3 + 10$
20.	$z = x^2 + y^3 - 6xy - 39y + 18x + 1$
21.	$z = x^2 - x^2y + 2y^3$
22.	$z = 2xy^2 - xy^3 - x^2y^2$
23.	$z = xy^2(4 - x - y)$
24.	$z = 3x^2 + 3y^2 + 4x - y^3$
25.	$z = x^2 + 2y^3 + 4y^2 - 2xy$
26.	$z = x^2y + y^3 + 6xy$
27.	$z = x^2 + 2y^3 - x^2y + 5y^2$
28.	$z = x^2y^3(6 - x - y)$
29.	$z = 2x^3 + 5x^2 - xy^2 + y^2$
30.	$z = x^3 + y^3 - 3xy$

ЛІТЕРАТУРА

1. Вища математика : Підручник. У 2 ч. Ч. 1: Лінійна і векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне і інтегральне числення / П. П. Овчинников та ін. – К. : Техніка, 2007. – 600 с.
2. Вища математика : Підручник / В. А Домбровський та ін. ; за редакцією М. І. Шинкарика. – Тернопіль : Видавництво Карп'юка, 2003 – 480 с.
3. Вища математика : Підручник : У 2 кн. – 2-ге вид. перероб. і доп. – К. : Либідь, 2003. – Кн. 1. Основні розділи. – Основні розділи / Г. Й. Призва, В. В. Плахотник, Л. Д. Гординський та ін. ; за ред. Г. Л. Кулініча. – 400 с.
4. Дубовик В. П. Вища математика : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – К. : Ігнатекс-Україна, 2013. – 648 с.
5. Клепко В. Ю. Вища математика в прикладах і задачах. Алгебра - Вектори : навчальний посібник / В. Ю. Клепко, В. Л. Голець. – К. : Центр учбової літератури, 2009. – 594 с.
6. Шкіль М. І. Вища математика : підручник для студ. ВНЗ. : у 2-х кн. / М. І. Шкіль, Т. В. Колесник, В. М. Котлова. – К. : Либідь, 2010. – Кн. 1. – 592 с.