

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Національний університет «Запорізька політехніка»

Т. П. Солодовнікова

**ТЕКСТИ**

(конспект)

**лекцій з дисципліни**

**«Надійність і діагностика електрообладнання»**

для студентів спеціальності 141

«Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»

(освітня програма «Електричні машини і апарати»)

усіх форм навчання

2023

Тексти (конспект) лекцій з дисципліни «Надійність і діагностика електрообладнання» для студентів спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» (освітня програма «Електричні машини і апарати») усіх форм навчання / Укл. Т. П. Солодовнікова. – Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка», 2023. – 90 с.

Укладачі            Т. П. Солодовнікова, старш. викл

Рецензент           Д. С. Яримбаш, проф., доктор техн. наук.

Відповідальний за випуск С.О. Лапкіна, асист.

Затверджено  
на засіданні кафедри  
«Електричні машини»  
Протокол № 1  
від 14.08.23 р.

Рекомендовано до видання  
НМК Електротехнічного  
факультету  
Протокол №1  
від 21.09.2023 р.

## ЗМІСТ

Мета та завдання викладання дисципліни . . . . .	5
Вступ. Історія розвитку теорії надійності . . . . .	6
1 Лекція. Елементи теорії вірогідності та математичної статистики . . . . .	8
1.1 Елементи математичної логіки. . . . .	8
1.2 Випадкові величини, закони розподілу випадкових величин і їхні узагальнені характеристики. . . . .	10
1.3 Моментні характеристики розподілів. . . . .	15
2 Лекція. Загальні питання теорії надійності технічних виробів .	16
2.1 Деякі терміни й поняття, використовувані в теорії надійності	17
2.2 Етапи аналізу надійності технічних систем . . . . .	21
3 Лекція. Показники надійності . . . . .	22
4 Лекція. Математичні моделі в теорії надійності ТС . . . . .	40
4.1 Залежність інтенсивності відмов від часу . . . . .	40
4.2 Логічні схеми для розрахунку надійності. . . . .	41
4.3 Вибір і уточнення значень показників надійності. . . . .	44
5 Лекція. Закони розподілу відмов основних вузлів електричних машин та електричних виробів . . . . .	46
5.1 Закони розподілу безперервних випадкових величин. . . . .	46
5.2 Закони розподілу дискретних випадкових величин. . . . .	57
6 Лекція. Випробування електричних машин на надійність.	
Контроль надійності . . . . .	58
6.1 Визначальні випробування . . . . .	58
6.2 Контрольні випробування . . . . .	59
6.3 Основні методи оцінки надійності . . . . .	59
7 Лекція. Контрольні випробування електричних машин на надійність . . . . .	60
7.1 Контроль надійності . . . . .	60
7.2 Статистичні методи контролю надійності . . . . .	60
7.3 Послідовний метод аналізу . . . . .	61
8 Лекція. Загальні методи розрахунку надійності проєктованих ТС різних типів . . . . .	65
8.1 Способи і основні етапи визначення надійності проєктованих систем . . . . .	65
8.2 Метод інтегральних рівнянь . . . . .	66

8.3	Метод диференціальних рівнянь . . . . .	66
8.4	Метод оцінки надійності по графу можливих станів систем .	68
8.5	Розрахунок втрат продуктивності систем із-за ненадійності елементів. . . . .	69
9	Лекція. Методичні основи діагностування електроустаткування	71
9.1	Етапи діагностування електроустаткування . . . . .	71
9.2	Вибір параметрів і розробка методів діагностування . . . . .	78
9.3	Засоби для діагностування електроустаткування . . . . .	80
10	Лекція. Основні питання прогнозування . . . . .	82
10.1	Прогнозування зміни стану об'єктів. . . . .	82
10.2	Проблема прогнозування. . . . .	83
10.3	Основні напрями теорії прогнозування. . . . .	85
	Перелік джерел посилання. . . . .	90

## МЕТА ТА ЗАВДАННЯ ВИКЛАДАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Дисципліна «Надійність і діагностика електрообладнання» дає необхідні знання з основ теорії; вивчає відомі математичні моделі надійності та діагностики; знайомить із сучасними методиками розрахунку параметрів надійності та проведення прогнозування стану електрообладнання.

Метою вивчення дисципліни є отримання студентами необхідних знань, які дозволять самостійно виконувати роботи по визначенню параметрів надійності та діагностики прогнозування станів електрообладнання.

Завданням дисципліни є надбання навиків практичного використання методів розрахунку показників надійності, технічного прогнозування та діагностики електротехнічних пристроїв на стадіях проектування, виробництва, експлуатації та ремонту.

Рекомендації до вивчення. При вивченні дисципліни «Надійність і діагностика електрообладнання» необхідно опанувати матеріал лекційного курсу. Корисним є також використання навчальних посібників і методрозробок співробітників кафедри ЕМ, а також додаткових літературних джерел (друкованих і електронних) з теорії надійності електричних машин.

Для успішного вивчення дисципліни необхідно попередньо засвоїти такі дисципліни, як: вища математика, фізика, теоретичні основи електротехніки, теорія вірогідності і математична статистика, прикладна механіка, вимірювальна техніка, електричні машини і трансформатори, електротехнічні матеріали, обчислювальна техніка та програмування.

Зміст дисципліни. Основними видами занять на кафедрі, що входять до складу модуля є: лекція; лабораторна робота; консультація.

Усі індивідуальні завдання студентами виконуються самостійно за рахунок бюджетного часу на самостійну роботу, при консультуванні викладачем.

## ВСТУП ІСТОРІЯ РОЗВИТКУ ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ

**Теорія зароджується в надрах практики.** Бум теорії надійності припав на час Корейської війни (1950 – 1953 р.). Військова техніка в перші ж роки «холодної війни» бурхливо розвивалася [1]. Обидві сторони зазнавали величезних втрат через часті відмови військової техніки. Приблизно у 60-і роки почалася активізація робіт з надійності й у колишньому СРСР. Академік А.І. Берг – «батько радянської кібернетики» – пустив крилату фразу: «Надійність – проблема №1!»

**Зменшення актуальності проблеми.** У спаді інтересу до теорії надійності серед розроблювачів і виробників техніки (особливо електронної) зіграло свою роль те, що апаратура стала істотно надійніше. Зрозуміло, що в такій ситуації проблема надійності перейшла на інший рівень – на рівень більших систем.

**Перенасиченість «наукового ринку».** Теорія завжди повинна випереджати потреби сьогоденної практики, яка з успіхом обходиться величезним загальнотеоретичним багажем. «Локальні» поточні проблеми – вирішуються на локальному рівні. Зараз фірмам-розроблювачам ефективніше запрошувати на поточні проекти по надійності кваліфікованих фахівців збоку для виконання конкретних досліджень.

**Виникнення «теорії заради теорії».** Із 70-их років стали з'являтися публікації, присвячені вивченню надуманих моделей, які вміщували в собі головоломні математичні викладення. Таке відношення до теорії неодноразово приводило до катастрофічних наслідків (особливо в сфері космічних розробок).

**Питання «сучасної технічної моди».** Поява нових напрямків розвитку теорії надійності іноді була викликана тим, щоб змусити розщедритися тих, хто платить. Звичайно, це жарт ...

**Зсув «центра ваги» проблеми.** Теорія надійності завжди приділяла основну увагу аналізу систем. Сучасні системи ж усе більше ускладнюються – глобальні енергетичні, телекомунікаційні та комп'ютерні мережі... . І тут, дійсно, є багато цікавих, складних і актуальних завдань настільки специфічних, що їхні рішення вже не носять міждисциплінарного характеру, але, безумовно, спираються на загальнометодичну й математичну базу сучасної теорії надійності.

### «Фронт робіт» по надійності у колишньому радянському союзі

В 1958 р. у колишньому СРСР відбулася Перша Всесоюзна конференція з надійності. Стали формуватися наукові школи – у Москві, Ленінграді, Києві, Ризі...

**Московська школа.** До кінця 50-х у Москві сформувалася група з фахівців військової галузі – Б. Васильєва, Г. Дружиніна, М. Синиці, В. Кузнєцова, И. Морозова, К. Цветаєва. Чудовий організатор науки Я.М. Сорин створив при підтримці акад. А. Берга в 1959 р. відділ надійності, де і народилася перша відомча методика розрахунку надійності, що лягла в основу загальносоюзних стандартів по надійності.

До роботи у відділі були притягнуті першокласні математики на чолі з акад. АН України Б.В. Гнеденко. Вони разом із Я. Сориним і И. Ушаковим стали офіційними консультантами Держстандарту СРСР, де було створено науково-технічну Раду по проблемам надійності.

В 1969 р. починається випуск книг у серії «Бібліотека інженера по надійності». Не можна не згадати дві книги, які підвели підсумки багаторічних досліджень: «**Математические методы в теории надёжности**», написана Б. Гнеденко, Ю. Беляєвим і А. Соловйовим [2] - одна із кращих монографій по загальній теорії надійності та «**Справочник по расчётам надёжности**» Б. Козлова й И. Ушакова [3].

**Ленінградська школа.** В 1959 р. перший відділ надійності очолив І.Маліков. Тоді ж І. Маліков, А. Половко, та інш. випустили «**Основы теории и расчета надёжности**» [4] – першу монографію, де була систематично викладена елементарна теорія надійності.

Ленінградська школа надійності дала багато цікавих і висококваліфікованих учених: це Л.К. Горянський, І.А. Рябінин, Н.М. Седякін, Г.Н. Черкесов, І.Б. Шубинський і ін.

**Київська школа.** В стінах Київського військово-інженерного радіотехнічного училища було відкрито школу під керівництвом М. О. Шишонка. У цю групу входили Л. Барвинський, М. Ластовченко, Б. Креденцер, А. Перротте, В. Рєпкин, С. Сенецький.

В Київському Державному університеті, а пізніше в Інституті кібернетики дуже сильна група математиків, в основному учнів Б. В. Гнеденко, одержала багато цікавих наукових результатів в області надійності й масового обслуговування. У цій групі були такі видатні математики, як академіки АН України В. Корольок і І. Коваленко, а також В. Волкович, В. Заславський, Т. Мар'янович, А. Турбін і ін.

# 1 ЛЕКЦІЯ

## ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ВІРОГІДНОСТІ ТА МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

### 1.1 Елементи математичної логіки

Теорія вірогідності (ймовірності) [2] вивчає закономірності часто повторюваних випадкових подій.

**Подією** називається будь-яке явище, яке відбулось, або не відбулось.

**Ймовірністю події A** називається число  $P(A)$ , що характеризує можливість появи події. Ймовірність достовірної події дорівнює одиниці, а ймовірність неможливої події дорівнює нулю, тому **ймовірність випадкової події**

$$0 \leq P(A) \leq 1. \quad (1.1)$$

Для інженерного використання досить обмежитися наступним визначенням ймовірності випадкової події

$$P(A) = m/n, \quad (1.2)$$

де  $m$  - число випробувань, при яких подія  $A$  з'явилась;  $n$  - загальне число проведених випробувань.

Для аналізу складних подій вводяться поняття логічної суми (диз'юнкції) і логічного добутку (кон'юнкції) подій.

**Сумою подій A і B називають подію C**, яка відбулась, якщо відбулась хоча б одна з подій A і B, або обидві разом

$$C = A \vee B, \quad (1.3)$$

де  $\vee$  – знак логічного підсумовування (диз'юнкції).

**Добутком подій A і B називають подію C**, яка відбулась, якщо відбулась кожна з подій A і B

$$C = A \wedge B, \quad (1.4)$$

де  $\wedge$  – знак логічного добутку (кон'юнкції).

**Групою подій** називається сукупність декількох подій.

**Повною групою подій** – сукупність подій, хоча б одна з яких повинна відбутися. **Наприклад**, відмова виробу і протилежна подія безвідмовності виробу становлять повну групу подій, тому що виріб не може одночасно перебувати в несправному й справному стані.

**Група подій вважається несумісною**, якщо будь-які дві події цієї групи не можуть відбутися одночасно.

**Подія А й протилежна їй подія  $\bar{A}$  завжди утворюють повну групу несумісних подій.**

Ймовірність суми двох подій А і В

$$P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B), \quad (1.5)$$

де  $P(A \wedge B)$  – ймовірність одночасної появи подій А і В, а якщо події А і В несумісні, то

$$P(A \vee B) = P(A) + P(B). \quad (1.6)$$

Ймовірність суми трьох подій А, В і С

$$P(A \vee B \vee C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \wedge B) - P(B \wedge C) - P(C \wedge A) + P(A \wedge B \wedge C). \quad (1.7)$$

Ймовірність суми несумісних подій А, В і С

$$P(A \vee B \vee C) = P(A) + P(B) + P(C). \quad (1.8)$$

Ймовірність суми подій А, В і С, що утворюють повну групу (тобто хоча б одна з них обов'язково здійсниться)

$$P(A \vee B \vee C) = 1. \quad (1.9)$$

Ймовірність суми повної групи несумісних подій

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1. \quad (1.10)$$

Зокрема, для суми ймовірностей протилежних подій

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1. \quad (1.11)$$

У теорії ймовірності більше прийняті скорочені позначення логічного добутку подій у вигляді звичайного алгебраїчного добутку.

$$P(AB) = P(A \wedge B) = P(A) \cdot P(B/A) = P(B) \cdot P(A/B), \quad (1.12)$$

де  $P(B/A)$  – умовна ймовірність події В за умови, що подія А відбулась.

**Умова незалежності подій.** Подія В вважається незалежною від події А, якщо

$$P(B/A) = P(B), \quad \text{або} \quad P(A/B) = P(A), \quad (1.13)$$

тобто незалежність подій – поняття взаємне.

**Несумісні події завжди залежні, тоді як сумісні події можуть бути залежними або незалежними.** Для незалежних подій

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B). \quad (1.14)$$

Для групи із трьох подій

$$\begin{aligned} P(ABC) &= P(A) \cdot P(B/A) \cdot P(C/AB) = P(B) \cdot P(A/B) \cdot P(C/BA) = \\ &= P(C) \cdot P(A/C) \cdot P(B/AC). \end{aligned} \quad (1.15)$$

а для незалежних подій

$$P(ABC) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C). \quad (1.16)$$

## 1.2 Випадкові величини, закони розподілу випадкових величин і їхні узагальнені характеристики

**Випадковою** називають величину, що у результаті випробування може прийняти одне з можливих задалегідь невідомих значень.

**Детермінованими** називають величини, значення яких визначаються початковими умовами.

Випадкові величини підрозділяються на:

- дискретні (приймаючі окремі значення);
- безперервні.

Число дефектних деталей у партії виробів – дискретна випадкова величина, можливі значення якої 0, 1, 2, 3, ... . Час безвідмовної роботи виробу – безперервна випадкова величина.

**Закон розподілення випадкових величин** указує на взаємозв'язок між можливими значеннями випадкової величини і їхніх ймовірностей. Він може бути заданий:

- аналітично (формулою),
- у вигляді таблиці,
- графіком або діаграмою (див. рис. 1.1).

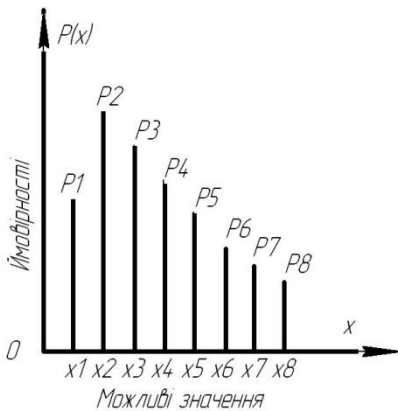


Рисунок 1.1 – Закон розподілу заданий діаграмою

Основна властивість будь-якого закону розподілу

$$\sum_{i=1}^n P_i = 1, \quad (1.17)$$

де  $P_i$  – ймовірність значення випадкової величини  $x_i$ .

Ця властивість стає зрозумілою, якщо врахувати, що ймовірність значення  $x_i$  є відносною часткою загального числа випадків, що приходить на дане значення параметра.

Основними узагальненими характеристиками (**параметрами**) закону розподілу є середнє значення й середньоквадратичне відхилення.

**Середнє значення** випадкової величини являє собою звичайне середнє значення всіх значень, отриманих під час випробувань.

**Загальна сукупність** великої кількості однорідних виробів (теоретично нескінченна) називається **генеральною**, а партія **n** випробуваних виробів – **вибіркою** об'єму **n** з генеральної сукупності.

У теорії ймовірності велику роль грає поняття математичного очікування (середнього значення для генеральної сукупності).

**Математичним очікуванням** випадкової величини **x**, що має можливі значення **x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>, ..., x<sub>n</sub>** із ймовірностями **P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, ..., P<sub>n</sub>**, називають

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i P_i, \quad (1.18)$$

**Середньоквадратичне відхилення** випадкової величини **x** визначають по формулі

$$\sigma_x = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot P_i} = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot P_i - \bar{x}^2}. \quad (1.19)$$

Для теоретичного аналізу часто виявляється більш зручним поняття **дисперсія випадкової величини x**, що являє собою математичне очікування квадрата відхилення випадкової величини

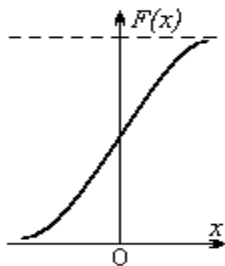
$$D_x = \sigma_x^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot P_i = \overline{(x_i - \bar{x})^2}. \quad (1.20)$$

Аналітичними виразами законів розподілення випадкових величин є функції розподілу їх ймовірностей – інтегральна (рис. 1.2) функція **F(x)** та диференціальна (рис. 1.3) функція **f(x)**, яка є похідною від **F(x)**.

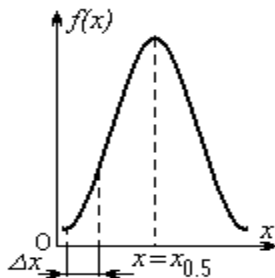
**Інтегральна функція F(x)** визначає вірогідність того, що випадкова величина не перевищує деякого заданого значення **x**

$$F(x) = P(X \leq x).$$

**Диференціальна функція f(x)** є функцією щільності вірогідності і дорівнює відношенню попадання випадкової величини в інтервал **(x, x + Δx)** до величини цього інтервалу **Δx**.



**Рисунок 1.2 – Інтегральна функція розподілу**



**Рисунок 1.3 – Диференціальна функція розподілу безперервних**

Безперервна випадкова величина може мати будь-яке значення в деякій області  $a \leq x \leq b$ . Область із нескінченними границями  $-\infty < x < +\infty$  часто розглядається як загальний випадок. Якщо ймовірність знаходження  $x$  у межах інтервалу  $\Delta x$  становить  $\Delta P$ , то щільність імовірності або щільність розподілу

$$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta P / \Delta x. \quad (1.21)$$

Ймовірність того, що випадкова величина виявиться в інтервалі  $\Delta x$ , дорівнює  $f(x)\Delta x$ . Щільність ймовірності можна розглядати як ймовірність появи випадкової величини на одиниці довжини в розглянутому перетині  $x$ . Щільність розподілу або щільність імовірності  $f(x)$  має розмірність величини  $1/x$ . Ймовірність появи безперервної випадкової величини  $x$  на інтервалі  $a \leq x \leq b$

$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x) dx. \quad (1.22)$$

Подібно рівності (1.17)

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1, \quad (1.23)$$

тому що цілком вірогідно, що  $-\infty < x < +\infty$ .

Якщо  $X$  – випадкова величина, а  $x$  її чисельні значення, то ймовірність виконання умови  $X < x$  залежить від значення  $x$ , тобто  $X$  є функцією аргументу  $x$

$$P(X < x) = F(x). \quad (1.24)$$

Функція  $F(x)$  називається інтегральною функцією розподілу безперервної випадкової величини

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx = \int_{-\infty}^x f(X)dX \quad \left| \begin{array}{l} F(-\infty) = 0 \\ F(\infty) = 1 \end{array} \right., \quad (1.25)$$

де  $X$  – поточне значення випадкової величини (змінна інтегрування в межах  $-\infty < X \leq x$ ).

Функції  $F(x)$  та  $f(x)$  є вичерпними характеристиками випадкових величин. Однак деякі властивості випадкових величин простіше описуються числовими параметрами – **математичним очікуванням** та **генеральною дисперсією**, які характеризують відповідно центр групування та розсіяння випадкових величин у генеральній сукупності (у нескінченно великій вибірці).

На практиці майже завжди вищевказані функції та їх числові параметри невідомі, тому виникає задача експериментального визначення цих характеристик за даними експериментальних вибірок. Зрозуміло, що отримані таким чином криві та їх числові характеристики будуть лише оцінками теоретичних функцій розподілу випадкових величин у генеральній сукупності.

**Властивості** справедливі для математичного очікування й середньоквадратичного відхилення безперервних і дискретних випадкових величин:

– математичне очікування постійної величини дорівнює їй самій

$$\bar{c} = c; \quad (1.26)$$

– постійний множник може бути винесений з-під знака математичного очікування

$$M[c \cdot x] = cM[x]. \quad (1.27)$$

– середньоквадратичне відхилення:

$$\text{а) постійної величини} \quad \sigma[c] = 0. \quad (1.28)$$

б) при лінійному перетворенні випадкової величини

$$\sigma[c \cdot x + a] = |c| \sigma[x], \quad (1.29)$$

тобто додавання постійної величини до випадкової не змінює середньоквадратичного відхилення.

**Критерій Стьюдента** – загальна назва для класу методів статистичної перевірки гіпотез (статистичних критеріїв), заснованих на порівнянні із розподілом Стьюдента ( $t$ ).

Найбільш часті випадки застосування t-критерію пов'язані з перевіркою рівності середніх значень в двох вибірках.

Для застосування цього критерію необхідно, щоб початкові дані мали нормальний розподіл. У разі застосування двохвибіркового критерію для незалежних вибірок також потрібне дотримання умови рівності дисперсій. Перевірка значущості коефіцієнтів математичної моделі згідно з критерієм Стьюдента виконується за формулою:

$$t_{розр} = \frac{|b|}{S\{b\}}, \quad (1.30)$$

де  $S^2\{b\}$  – дисперсія коефіцієнтів моделі  $S^2\{b\} = \frac{1}{N \cdot n} S_{BOC\{y\}}^2$ ,

$S_{BOC\{y\}}^2$  – найкраща оцінка взаємодієтворення експерименту,

$N$  – число дослідів в матриці,

$n$  – число повторних дослідів.

Якщо розрахована величина  $t_{розр}$  більше  $t_{кр}$ , наведеного в таблицях критерію Стьюдента коефіцієнт  $b$  визначають значимим.

**Критерій Фішера.** Перевірку адекватності отриманої математичної моделі виконують за критерієм Фішера. Для цього необхідно розрахувати дисперсію адекватності моделі:

$$S_{ад}^2 = \frac{n}{N-d} \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2, \quad (1.31)$$

де  $N$  – число дослідів в матриці,

$n$  – число повторних дослідів.

$d$  – число членів апроксимуючого полінома;

$\bar{y}_i$  – результат спостережень,

$\hat{y}_i$  – величина відгуку, розрахована згідно з рівнянням регресії.

Знайти розрахункові значення F-критерію:

$$F_{розр} = \frac{S_{ад}^2}{S_{BOC\{y\}}^2}. \quad (1.32)$$

Якщо для ступенів свободи  $v_1 = N - d$  та  $v_2 = N \cdot (n - 1)$   $F_{розр} < F_{табл}$ , то при вибраному значенні рівню значущості  $\alpha$  гіпотезу про адекватність моделі приймаємо.

### 1.3 Моментні характеристики розподілів

Функція розподілу повністю характеризує випадковий процес, але для рішення багатьох задач досить знати кілька моментів випадкової величини [3].

Розрізняють **початкові й центральні моменти розподілу**, які визначаються порядком  $k$ .

**Початковий момент порядку  $k$ :**

– для безперервних розподілів

$$m_k = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k \cdot f(x) dx = M[x^k], \quad (1.33)$$

– для дискретних розподілів

$$m_k = \sum_{i=1}^r x_i^k P_i = M[x^k]. \quad (1.34)$$

**Центральний момент порядку  $k$ :**

– для безперервних розподілів

$$M_k = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^k \cdot f(x) dx = M[(x - \bar{x})^k], \quad (1.35)$$

– для дискретних розподілів

$$M_k = \sum_{i=1}^r (x_i - \bar{x})^k P_i = M[(x - \bar{x})^k]. \quad (1.36)$$

**Центральні моменти:**

– нульового порядку

$$M_0 = 1;$$

– першого порядку

$$M_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x}) \cdot f(x) dx = 0;$$

– другого порядку (дисперсія)

$$M_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 \cdot f(x) dx = D = \sigma^2;$$

– третього порядку (асиметрія)

$$M_3 = A \cdot \sigma^3;$$

– четвертого порядку (ексцес)

$$M_4 = (E + 3) \cdot \sigma^4.$$

Асиметрія характеризує форму кривої розподілу. Ексцес характеризує «гостру» ( $E > 0$ ) або «згладжену» ( $E < 0$ ) вершину розподілу в

порівнянні з деяким еталонним розподілом ( $E = 0$ ), у якості якого приймається нормальний розподіл.

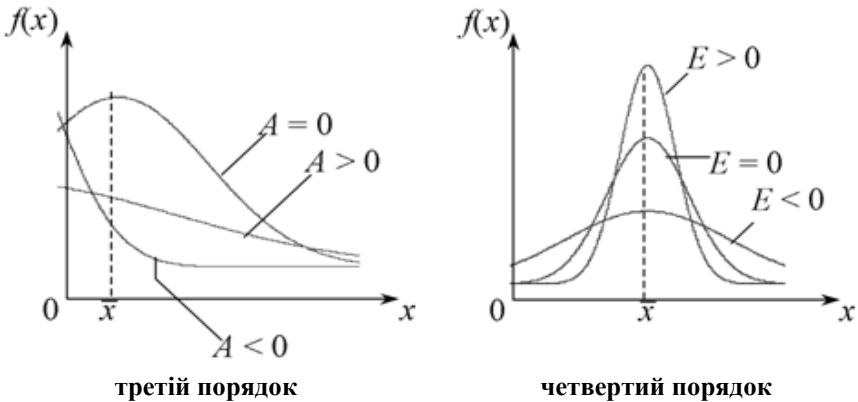


Рисунок 1.4 – Графіки центральних моментів з різною асиметрією й ексцесом

## 2 ЛЕКЦІЯ

### ЗАГАЛЬНІ ПИТАННЯ ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ ТЕХНІЧНИХ ВИРОБІВ

Теорія надійності опирається на сукупність різних понять, визначень, термінів і показників, які строго регламентуються в державних стандартах. Всі терміни й визначення даються стосовно до технічних об'єктів цільового призначення, які розглядають у періоди проектування, виробництва, експлуатації й випробувань на надійність.

**Надійністю** називається властивість технічної системи (ТС) виконувати задані функції, зберігаючи в часі значення встановлюваних експлуатаційних показників у заданих межах, що відповідають заданим режимам і умовам використання, технічного обслуговування, зберігання й транспортування.

Існують два напрямки підвищення надійності [2]:

- підвищення надійності елементів, з яких складається певний об'єкт,
- створення об'єкта з високим ступенем надійності з відносно ненадійних елементів, використовуючи різні види резервування.

Максимальної ефективності в підвищенні надійності можна домогтися раціональним сполученням цих двох напрямків.

В електромашинобудуванні звичайно розрізняють два рівні завдань, розв'язуваних з урахуванням надійності:

- завдання аналізу,
- завдання синтезу.

До завдань аналізу надійності ставиться кількісна оцінка показників надійності елементів і систем, надійності електричних машин при відомих параметрах, режимах, конфігурації. Завдання синтезу надійності полягають у виборі раціональних рішень при плануванні, проектуванні, монтажі й експлуатації електричних машин та трансформаторів, а також при виготовленні встаткування, що забезпечує необхідний рівень надійності.

### 2.1 Деякі терміни й поняття, використовувані в теорії надійності

Уведемо деякі терміни й поняття, використовувані в теорії надійності.

При аналізі й оцінці надійності конкретні технічні пристрої йменуються узагальненим поняттям "об'єкт".

**Об'єкт** – це предмет певного цільового призначення, розглянутий у періоди проектування, виробництва, експлуатації, вивчення, дослідження й випробувань на надійність.

Об'єктами можуть бути системи і їхні елементи, зокрема технічні вироби, пристрої, апарати, прилади, їхні складові частини, окремі деталі й т. ін.

**Система** – це технічний об'єкт, призначений для виконання певних функцій. Окремі частини системи, як правило, конструктивно відособлені, називаються **елементами**. Об'єкт залежно від завдання, що необхідно вирішити, може розглядатися як система або як елемент.

**Елемент** – це об'єкт, що представляє собою найпростішу частину системи, окремі частини якої не представляють самостійного інтересу в рамках конкретного розгляду.

При проектуванні – система (пристрій) повинна задовольняти всім технічним вимогам. Ці вимоги можна розділити на:

- основні, що забезпечують виконання заданих функцій;
- допоміжні, зв'язані, зі зручністю експлуатації, зовнішнім виглядом і т. ін.

Відповідно до цього всі елементи системи ділять на основні й допоміжні. Допоміжні елементи не зв'язані безпосередньо з виконанням заданих функцій системи й не впливають на виникнення відмови.

При побудові логічної структури технічної системи, призначеної для дослідження надійності, для спрощення розрахунків має сенс брати до уваги тільки основні елементи.

З погляду теорії надійності будь-який технічної об'єкт (система, пристрій, елемент) можна охарактеризувати його властивостями, технічним станом і пристосованістю до відновлення після втрати працездатності. При цьому найважливішою комплексною властивістю ТС є її надійність, що залежно від призначення об'єкта й умов його перебування може включати безвідмовність, довговічність, ремонтпридатність і схоронність або певне сполучення цих властивостей (рис. 2.1).

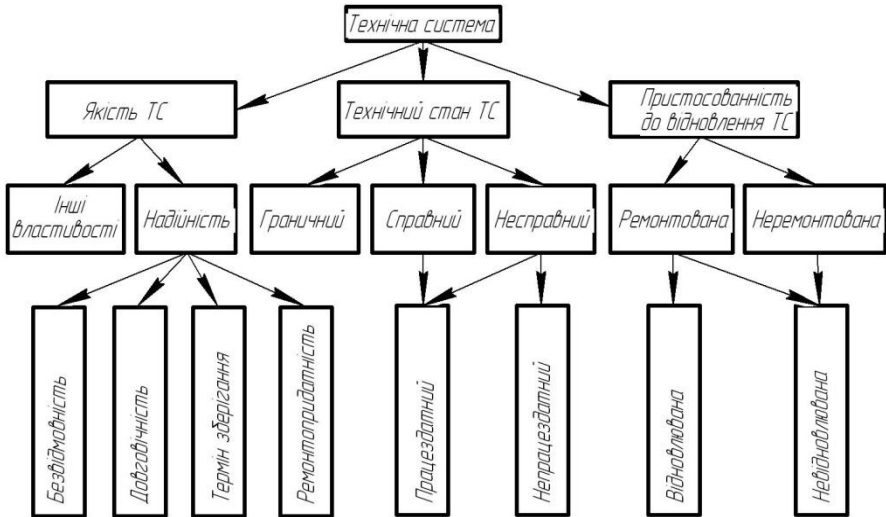


Рисунок 2.1 – Основні характеристики ТС

**Безвідмовність** – властивість об'єкта безупинно зберігати працездатний стан протягом деякого часу або наробітку.

**Довговічність** – властивість об'єкта зберігати працездатність до настання граничного стану при встановленій системі технічного обслуговування й ремонтів.

**Ремонтопридатність** – властивість об'єкта, що полягає в пристосованості до попередження й виявлення причин виникнення відмов, ушкоджень і усуненню їхніх наслідків шляхом проведення ремонту й технічного обслуговування. Дана властивість є дуже важливою, тому що вона характеризує ступінь стандартизації й уніфікації елементів ТС, зручність їхнього розміщення з погляду доступності для контролю й ремонту, пристосовність до регулювальних операцій і т.д.

На практиці часто бувають такі ситуації, у яких потрібно, щоб пристрій, перебуваючи в режимі очікування, і, потім, почавши працювати в довільний момент часу, проробив безвідмовно протягом необхідного проміжку часу. Стан працездатності пристрою в довільно обраний момент часу називається **готовністю**. Якщо при цьому працездатність пристрою буде зберігатися протягом заданого інтервалу часу, то тоді забезпечується так звана **оперативна готовність пристрою**.

**Схоронність** – властивість об'єкта безупинно зберігати справний і працездатний стан протягом і після зберігання й транспортування.

Тривале зберігання й транспортування об'єктів можуть знизити їхню надійність при наступній роботі у порівнянні з об'єктами, які не піддаються зберіганню й транспортуванню.

Зазначені найважливіші властивості надійності характеризують певні **технічні стани об'єкта**:

– **справний стан**, при якому об'єкт відповідає всім вимогам нормативно-технічної й (або) конструкторської (проектної) документації;

– **несправний стан**, при якому об'єкт не відповідає хоча б одній з вимог нормативно-технічної й (або) конструкторської (проектної) документації;

– **працездатний стан**, при якому значення всіх параметрів, що характеризують здатність виконувати задані функції, відповідають вимогам нормативно-технічної й (або) конструкторської (проектної) документації;

– **непрацездатний стан**, при якому значення хоча б одного параметра, що характеризує здатність виконувати задані функції, не відповідає вимогам нормативно-технічної й (або) конструкторської (проектної) документації;

– **граничний стан**, при якому його подальша експлуатація неприпустима або недоцільна, або відновлення його працездатного стану неможливо або недоцільно.

Поняття справності ширше поняття працездатності. Несправна ТС може бути працездатною і непрацездатною – все залежить від того, якій вимозі нормативно-технічної документації (НТД) не задовольняє дана ТС. Так, наприклад, якщо погнуті кожух або шасі, порушено їхнє лакофарбове покриття, ушкоджена ізоляція провідників, однак параметри апаратури перебувають у межах норми, то ТС вважається несправною, але в той же час працездатною.

Справна ТС завжди працездатна.

**Класифікація ТС** (рис. 2.2).

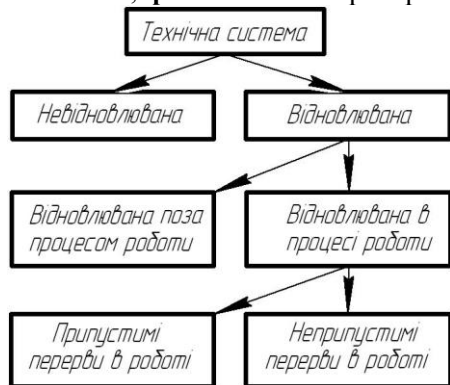
**Відновлюваною** ТС називається така ТС, працездатність якої у випадку виникнення відмови підлягає відновленню в розглянутій ситуації. Якщо ж у розглянутій ситуації відновлення працездатності даної ТС при її відмові по якимсь причинам признається недоцільним або нездійсненним, то система називається **невідновлюваною**.

**Ремонтованою** ТС називається система, несправність або працездатність якої у випадку виникнення відмови або ушкодження підлягають відновленню. У протилежному випадку, об'єкт називається **неремонтованим** (наприклад, електролампочки).

**Неремонтований** пристрій завжди є й **невідновлюваним** (наприклад, резистор, конденсатор). У той же час, **ремонтований** пристрій може бути як **відновлюваним**, так і **невідновлюваним** – все залежить від існуючої системи технічного обслуговування й ремонту, конкретної ситуації в момент відмови. Загальним поняттям є поняття ремонтпридатності.

**Перехід об'єкта** (виробу) з одного вищестоячого технічного стану в нижчестоящий звичайно відбувається внаслідок подій: ушкоджень або відмов.

Сукупність фактичних станів об'єкта і виникаючих подій, що сприяють переходу в новий стан, охоплює так званий життєвий цикл об'єкта, що протікає в часі й має певні закономірності, досліджувані в теорії надійності.



**Рисунок 2.2 - Класифікація об'єктів ТС**

**Ушкодження** – подія, що полягає в порушенні справного стану об'єкта при збереженні працездатного стану.

**Відмова** – це подія, що полягає в порушенні працездатного стану об'єкта. Перехід об'єкта зі справного стану в несправний не пов'язаний з відмовою.

**Дефект** – поняття, що відбиває стан об'єкта – кожна окрема невідповідність об'єкта встановленим нормам або вимогам.

Дефект відбиває стан відмінний від відмови. Відповідно до визначення відмови, як події, що полягає в порушенні працездатності, передбачається, що до появи відмови об'єкт був працездатний. Відмова може бути наслідком розвитку неусунутих ушкоджень або наявності дефектів: подряпин; потертості ізоляції; невеликих деформацій.

У теорії надійності, як правило, передбачається раптова відмова (випадкова подія), що характеризується стрибкоподібною зміною значень одного чи кількох параметрів об'єкта. На практиці аналізують і інші відмови, приміром, ресурсна відмова, у результаті якої об'єкт здобуває граничний стан, або експлуатаційна відмова, пов'язана з порушенням установлених правил або умов експлуатації, див. табл. 2.1.

## 2.2 Етапи аналізу надійності технічних систем

Існують два основні етапи аналізу надійності технічних систем (ТС):

- **апріорний** – звичайно проводиться на стадії проектування ТС;
- **апостеріорний** – його проводять на підставі статистичної обробки експериментальних даних про працездатність і відновлюваність ТС, отриманих у процесі їх відпрацьовування, випробувань і експлуатації.

**Апріорний аналіз** – апріорі припускає відомими кількісні характеристики надійності всіх використовуваних елементів системи. Для нових елементів кількісні характеристики задають користуючись відомими характеристиками аналогічних елементів.

Таким чином, апріорний аналіз базується на апріорних (ймовірнісних) характеристиках надійності, які лише приблизно відбивають дійсні процеси в елементах ТС. Проте, цей аналіз дозволяє ще на стадії проектування виявити слабкі з погляду надійності місця в конструкції, вжити необхідних заходів до їхнього усунення, а так само відвернути незадовільні варіанти побудови ТС.

Таблиця 2.1 – Класифікація відмов ТС

Ознаки відмови	Вид відмови	Характеристика відмови
Характер зміни параметра до моменту відмови	Раптовий	Стрибокподібна зміна значень одного або декількох параметрів ТС
	Поступовий	Поступова зміна одного або декількох параметрів за рахунок повільного, поступового погіршення якості ТС
Зв'язок з відмовами інших елементів (вузлів, пристроїв)	Незалежний (первинний)	Відмова не обумовлена ушкодженнями або відхиленнями інших елементів (вузлів)
	Залежний (вторинний)	Відмова обумовлена ушкодженнями або відмовами інших елементів (вузлів, пристроїв)
Можливість використання елементу після відмови	Повний	Повна втрата працездатності, що виключає використання ТС за призначенням
	Частковий	Подальше використання системи можливе, але з меншою ефективністю
Характер прояву відмови	Збій	Відмова, що самоусувається, призводить до короткочасного порушення працездатності
	Що перемежається	Багаторазово виникаючий збій одного і того ж характеру (що то виникає, то зникаючий), пов'язаний із зворотними випадковими змінами режимів роботи і параметрів пристрою
	Стійкий (остаточний)	Відмова, що усувається тільки в результаті проведення відновних робіт, є наслідком безповоротних процесів в деталях і матеріалах
Причина виникнення відмови	Конструкційний	Виникає внаслідок порушення встановлених правил і норм конструювання
	Виробничий	Виникає із-за порушення або недосконалості технологічного процесу виготовлення або ремонту ТС
	Експлуатаційний	Виникає внаслідок порушення встановлених правил і умов експлуатації ТС
Час виникнення відмови	Період придобання	Обумовлений прихованими виробничими дефектами, не виявленими в процесі контролю
	Період норм експлуатації	Обумовлений недосконалістю конструкції, прихованими виробничими дефектами і експлуатаційними навантаженнями
	Період старіння	Обумовлений процесами старіння і зносу матеріалів і елементів ТС

**Апостеріорний аналіз** – одержання оцінок показників надійності ТС і її елементів методами математичної статистики за результатами спостережень обмеженого об'єму. При цьому найчастіше припускають, що результати спостережень є випадковими величинами, які підкоряються певному закону розподілу з невідомими параметрами.

Під аналізом надійності ТС будемо розуміти визначення конкретних значень показників надійності (апостеріорний аналіз), або статистичних оцінок показників надійності (апостеріорний аналіз).

### **3 ЛЕКЦІЯ ПОКАЗНИКИ НАДІЙНОСТІ**

Показниками надійності називаються кількісні характеристики однієї або декількох властивостей, що визначають надійність елемента (системи). Розрізняють два основні види показників надійності (ПН).

**Одиничний ПН** – це кількісна характеристика однієї з розглянутих раніше властивостей надійності.

**Комплексний ПН** – це кількісна характеристика, що визначає дві або більш властивостей надійності одночасно.

**Комплексні показники надійності** використовуються головним чином на етапах випробувань і експлуатації при оцінці й аналізі відповідності експлуатаційно-технічних характеристик технічних об'єктів (пристроїв) заданим вимогам.

**Кількісні показники** дозволяють проводити розрахунково-аналітичну оцінку кількісних характеристик окремих властивостей при виборі різних схемних і конструктивних варіантів устаткування при їхній розробці, випробуваннях і в умовах експлуатації. Вибір кількісних характеристик надійності залежить від типу виробу.

Кількісна оцінка надійності елементів ТС і ТС у цілому проводиться звичайно за допомогою одиничних ПН безвідмовності, відновлюваності й довговічності, а також комплексних ПН безвідмовності й відновлюваності.

На практиці кількісні характеристики надійності елементів визначають статистичним шляхом на основі випробування в певних умовах досить великої партії однотипних елементів (систем). Отже, теорія ймовірностей і математична статистика є основним апаратом дослідження надійності ТС, а самі характеристики надійності повинні вибиратися із числа показників, прийнятих у теорії ймовірностей. При

цьому слід пам'ятати, що повною характеристикою будь-якої випадкової величини є її закон розподілу, тобто співвідношення між можливими значеннями випадкової величини й відповідними до цих значень ймовірностями.

На стадіях експериментального відпрацювання [4], випробувань і експлуатації, як правило, роль показників надійності виконують статистичні оцінки відповідних ймовірнісних характеристик. З метою однаковості всі показники надійності визначаються як ймовірнісні характеристики.

**Критерієм надійності** називається ознака, по якій оцінюється надійність різних виробів. Основні критерії поділяються на критерії надійності **невідновлюваних** виробів та критерії надійності **відновлюваних** виробів.

До критеріїв надійності можна віднести:

- ймовірність безвідмовної роботи протягом визначеного часу  $P(t)$ ;
- середній наробіток до першої відмови  $T_{cp}$ ;
- наробіток на відмову  $t_{cp}$ ;
- частота відмов  $a(t)$ ;
- інтенсивність відмов  $\lambda(t)$ ;
- параметр потоку відмов  $\omega(t)$ ;
- функція готовності  $K_{\Gamma}(t)$ ;
- коефіцієнт готовності  $K_{\Gamma}$  і т. ін.

**Ймовірність безвідмовної роботи** – це ймовірність того, що за певних умов експлуатації у заданому інтервалі часу ( $t$ ) або в межах заданого наробітку не станеться жодної відмови

$$P(t) = P(T > t), \quad (3.1)$$

де  $T$  – час роботи виробу від його вмикання до першої відмови.

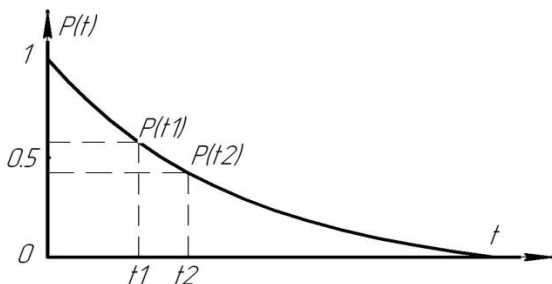
Ймовірність безвідмовної роботи за статистичними даними про відмови

$$\hat{P}(t) = \frac{N_0 - n(t)}{N_0}, \quad (3.2)$$

де  $N_0$  – число виробів на початку іспиту,

$n(t)$  – число виробів, що відмовили за час  $t$ .

З визначення ймовірності безвідмовної роботи видно, що ця характеристика є функцією часу, причому вона є убутною функцією й може приймати значення від 1 до 0.



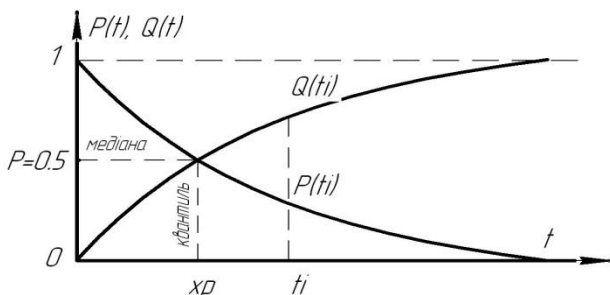
**Рисунок 3.1 – Графік ймовірності безвідмовної роботи об'єкта**

Ймовірність безвідмовної роботи є найбільш доцільним критерієм надійності складної системи тому, що:

- вона входить як співмножник в інші, більш загальні характеристики системи, наприклад в ефективність і вартість;
- характеризує зміну надійності в часі;
- може бути отримана порівняно просто розрахунковим шляхом у процесі проектування системи й оцінена в процесі її випробування.

Заданій величині ймовірності (рис. 3.2) відповідає абсциса  $x_p$ , яка називається **квантилем** ймовірності  $P$ , так що

$$P(x < x_p) = F(x_p) = P. \quad (3.3)$$



**Рисунок 3.2 – Ймовірності безвідмовної роботи та відмови об'єкта**

Квантиль, що відповідає ймовірності  $P = 0.5$ , називається **медіаною** розподілу. Медіана розподілу  $x = x_{0.5}$  ділить криву щільності розподілу на дві рівні частини

$$\int_{-\infty}^{x_{0.5}} f(x)dx = \int_{x_{0.5}}^{\infty} f(x)dx = 0.5. \quad (3.4)$$

**Ймовірність відмови** – це ймовірність того, що за певних умов експлуатації в заданому інтервалі часу ( $t$ ) виникне хоча б одна відмова

$$Q(t) = P(T \leq t) \quad (3.5)$$

Відмова і безвідмовна робота – події несумісні та протилежні

$$Q(t) = 1 - P(t). \quad (3.6)$$

Статистична оцінка ймовірності відмови

$$\hat{Q}(t) = \frac{n(t)}{N_0}. \quad (3.7)$$

Похідна від ймовірності відмови за часом є щільність ймовірності

$$\frac{dQ(t)}{dt} = Q'(t) = -P'(t) = \alpha(t). \quad (3.8)$$

або **диференціальний закон розподілу часу роботи об'єкта до відмови**

$$P(t) = 1 - \int_0^t \alpha(t)dt. \quad (3.9)$$

Умовна ймовірність безвідмовної роботи об'єкта в заданому інтервалі часу  $P(t_1, t_2)$  за умови, що в момент часу  $t_1$  об'єкт працездатний і відомі  $P(t_1)$  і  $P(t_2)$ , виводиться на підставі формули ймовірності спільної появи двох залежних подій (1.12)

$$P(t_2) = P(t_1) \cdot P(t_1, t_2),$$

$$P(t_1, t_2) = \frac{P(t_2)}{P(t_1)}, \quad \text{за статистичними даними} \quad \hat{P}(t_1, t_2) = \frac{N(t_2)}{N(t_1)}, \quad (3.10)$$

де  $N(t_1), N(t_2)$  – число об'єктів, працездатних в моменти часу  $t_1, t_2$ ;

$$N(t_1) = N_0 - n(t_1); \quad N(t_2) = N_0 - n(t_2). \quad (3.11)$$

Не завжди час виступає наробітком, це може бути частота обертання, пробіг та інші.

**Частота відмов** – відношення числа виробів, що відмовили в одиницю часу, до початкового числа випробовуваних виробів за умови, що усі вироби, які вийшли зі строю, не відновлюються

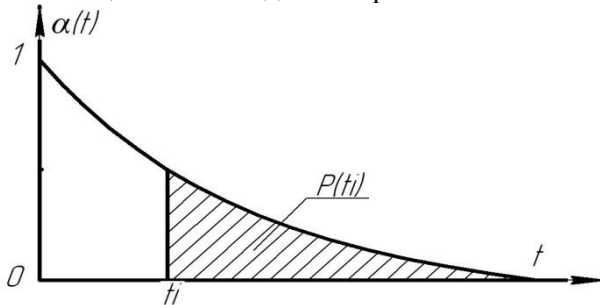
$$\alpha(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt}. \quad (3.12)$$

Статистична оцінка частоти відмов

$$\hat{\alpha}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_0 \cdot \Delta t}, \quad (3.13)$$

де  $n(\Delta t)$  – число виробів, що відмовили в інтервалі часу  $[t - \Delta t/2, t + \Delta t/2]$ .

Частота відмов найбільш повно характеризує надійність виробів, бо вона є щільністю розподілу, а тому несе в собі всю інформацію про випадкове явище – час безвідмовної роботи.



**Рисунок 3.3 – Щільність розподілу наробітку до відмови**

**Середнім наробітком на відмову** називається момент першого порядку або математичне очікування наробітку елемента (системи) до першої відмови  $T_{cp}$ .

Імовірнісне визначення середнього наробітку до відмови

$$M[t] = T_{cp} = \int_{-\infty}^{\infty} t \cdot \alpha(t) dt \quad \left| \begin{array}{l} t \geq 0 \\ P(0) = 1 \\ P(\infty) = 0 \end{array} \right. \Rightarrow T_{cp} = \int_0^{\infty} P(t) dt \quad (3.14)$$

Таким чином, середній наробіток на відмову дорівнює площі, утвореній кривою ймовірності безвідмовної роботи  $P(t)$  і осями координат.

Величина  $T_{cp}$  – параметр функції  $P(t)$ , що в багатьох випадках дозволяє відновити всю функцію. Іноді середній час безвідмовної роботи  $T_{cp}$  є прийнятною характеристикою для порівняння пристроїв по показниках безвідмовності.

Дисперсія часу безвідмовної роботи

$$\sigma_t^2 = m_2 - T_{cp}^2 = 2 \int_0^{\infty} t \cdot P(t) dt - 2 \int_0^{\infty} P(t) dt, \quad (3.15)$$

де  $m_2$  – момент другого порядку,

$$m_2 = \int_0^{\infty} P(t) dt^2 = 2 \int_0^{\infty} t \cdot P(t) dt.$$

Статистична оцінка для середнього наробітку до відмови

$$\hat{T}_{cp} = \frac{1}{N_0} \cdot \sum_{i=1}^{N_0} t_i, \quad (3.16)$$

де  $N_0$  – число випробуваних зразків при  $t=0$  (на початку випробування);

$t_i$  – наробіток до відмови  $i$ -го зразку.

Коли є дані про кількість елементів  $n_i$ , які вийшли зі строю у кожному  $i$ -му інтервалі часу, середній наробіток до відмови краще визначати за формулою

$$\hat{T}_{cp} \approx \frac{1}{N_0} \cdot \sum_{i=1}^m n_i t_{cp,i}, \quad (3.17)$$

де  $t_{cp,i} = (t_{i-1} + t_i)/2$ ,  $m = t_k/\Delta t$ ,  $\Delta t = t_{i-1} - t_i$ ,

$t_{i-1}$ ,  $t_i$  – час початку та кінця  $i$ -го інтервалу;

$t_k$  – час, протягом якого вийшли зі строю всі елементи;

$\Delta t$  – інтервал часу.

Середній наробіток до першої відмови є досить наочною характеристикою надійності, однак застосування його для оцінки надійності складної системи обмежено в тих випадках, коли:

- час роботи системи набагато менше середнього часу безвідмовної роботи;
- закон розподілу часу безвідмовної роботи не однопараметричний, і для досить повної оцінки потрібні моменти вищих порядків;
- система резервована;
- інтенсивність відмов непостійна;
- час роботи окремих частин складної системи різний.

Середній наробіток до відмови може оцінюватися не тільки в годинах (роках), але й у циклах, кілометрах пробігу й т. ін.

**Інтенсивність відмов** – відношення числа виробів, що відмовили в одиницю часу, до середнього числа виробів, які справно працюють у даний відрізок часу.

Статистична оцінка інтенсивності відмов

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_{cp} \cdot \Delta t}, \quad (3.18)$$

де  $N_{cp}$  – середнє число справно працюючих виробів у інтервалі  $\Delta t$ ;

$$N_{cp} = \frac{N_i + N_{i+1}}{2},$$

$N_i, N_{i+1}$  – число виробів, що справно працюють на початку та наприкінці інтервалу  $\Delta t$ .

Імовірнісне визначення інтенсивності відмов

$$\lambda(t) = \frac{\alpha(t)}{P(t)}. \quad (3.19)$$

Інтенсивність відмов – найбільш зручна характеристика надійності найпростіших елементів, тому, що вона дозволяє більш просто обчислювати кількісні характеристики надійності складної системи.

Функціональний зв'язок між показниками надійності і безвідмовності показано у табл. 3.1.

#### **Критерії надійності невідновлюваних виробів**

Кількісні характеристики надійності елементів визначають статистичним шляхом на основі випробувань у визначених умовах доста-

тньо великої партії однотипних елементів (систем) за умови, що замість елементів, які відмовили, відремонтовані або нові не ставляться.

Таблиця 3.1

Відомий показник надійності	Розрахункові формули			
	$P(t)$	$Q(t)$	$a(t)$	$\lambda(t)$
$P(t)$	---	$1 - P(t)$	$-\frac{dP(t)}{dt}$	$\frac{1}{P(t)} \cdot \frac{dP(t)}{dt}$
$Q(t)$	$1 - Q(t)$	---	$\frac{dQ(t)}{dt}$	$\frac{1}{1 - Q(t)} \cdot \frac{dQ(t)}{dt}$
$a(t)$	$1 - \int_0^t a(t) dt$	$\int_0^t a(t) dt$	---	$\frac{a(t)}{1 - \int_0^t a(t) dt}$
$\lambda(t)$	$e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$	$1 - e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$	$-\lambda(t) \cdot e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$	---

В якості показників безвідмовності невідновлюваних елементів (систем) користуються наступними кількісними характеристиками:

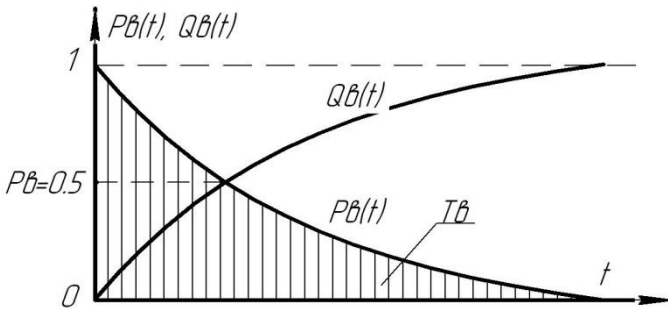
- ймовірністю безвідмовної роботи  $P(t)$ ;
- частотою відмов  $a(t)$ ;
- інтенсивністю відмов  $\lambda(t)$ ;
- середнім наробітком до першої відмови  $T_{cp}$ .

**Одиничні показники надійності (ПН), що визначають властивість відновлюваності**

Для характеристики відновлення (випадкової події) використовують функцію розподілу ймовірностей інтервалу часу від моменту відмови до моменту відновлення (випадкової величини). Позначимо її через  $\eta$  (ета).

**Ймовірністю відновлювання** називається ймовірність того, що після моменту настання відмови працездатність виробу буде відновлено за час, що не перевищує заданий час  $t$  (рис. 3.4)

$$P_g(t) = P(\eta \leq t), \text{ за умови, що } t \geq 0 \quad (3.20)$$



**Рисунок 3.4 – Ймовірність відновлювання й не відновлювання**

Функція  $P_g(t)$  являє собою інтегральну функцію розподілу випадкової величини  $\eta$ . Ця функція монотонно зростає від 0 (при  $t = 0$ ) до 1 (при  $t \rightarrow \infty$ ).

**Ймовірність невідновлювання** на заданому інтервалі часу, тобто ймовірність того, що  $\eta > t$

$$Q_g(t) = P(\eta > t) = 1 - P_g(t). \quad (3.21)$$

**Щільність розподілу часу відновлювання або частота відновлювання**

$$a_g(t) = \frac{dP_g(t)}{dt}, \text{ за умови, що } t \geq 0. \quad (3.22)$$

Розподіл ймовірностей тривалості відновлення називають **математичною моделлю відновлюваності обладнання**.

Функції розподілу  $P_g(t)$  і  $a_g(t)$ , що характеризують відновлюваність, є однобічними.

**Середнім часом відновлювання** називається момент першого порядку (математичне очікування) часу відновлювання працездатності  $T_g$  та дорівнює площі під кривою ймовірності невідновлювання (рис. 3.4).

$$T_g = \int_0^{\infty} Q_g(t) dt = \int_0^{\infty} [1 - P_g(t)] dt. \quad (3.23)$$

Дисперсія тривалості відновлювання

$$\sigma_g = 2 \int_0^{\infty} t [1 - P_g(t)] dt - T_g^2. \quad (3.24)$$

Інтенсивністю відновлювання  $\mu(T)$  називається диференціальна щільність ймовірності відновлювання в момент  $T$ , за умови, що після відмови виробу його не було відновлено до моменту  $T$

$$\mu(T) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{P_g(t/T)}{t} = \frac{P'_g(T)}{1 - P_g(T)} = \frac{a_g(T)}{1 - P_g(T)}, \text{ за умови, що } T > 0. \quad (3.25)$$

Ймовірнісні характеристики безвідмовності й відновлюваності незалежні: те саме обладнання може мати високі показники безвідмовності, але бути погано відновлюваним або навпаки.

Функціональний зв'язок між ПН відновлювання показано у табл. 3.2.

Таблиця 3.2

Відомий ПН	Розрахункові формули			
	$P_g(t)$	$Q_g(t)$	$a_g(t)$	$\mu(t)$
$P_g(t)$	---	$1 - P_g(t)$	$\frac{dP_g(t)}{dt}$	$\frac{1}{1 - P_g(t)} \cdot \frac{dP_g(t)}{dt}$
$Q_g(t)$	$1 - Q_g(t)$	---	$-\frac{dQ_g(t)}{dt}$	$-\frac{1}{Q_g(t)} \cdot \frac{dQ_g(t)}{dt}$
$a_g(t)$	$\int_0^t a_g(t) dt$	$1 - \int_0^t a_g(t) dt$	---	$\frac{a_g(t)}{1 - \int_0^t a_g(t) dt}$
$\mu(t)$	$\frac{t}{1 - e^{-\int_0^t \mu(t) dt}}$	$\frac{t}{e^{-\int_0^t \mu(t) dt}}$	$\frac{t}{\mu(t) \cdot e^{-\int_0^t \mu(t) dt}}$	---

### Комплексні ПН

Послідовність відмов називається **потоким відмов**.

Припустимо, що на довільному інтервалі часу від моменту включення ( $t=0$ ) до деякого поточного значення часу ( $t$ ) сталося  $V_t$  відмов (дискретна випадкова величина).

Вірогідність того, що на інтервалі  $(0, t)$  сталося не менше  $n$  відмов

$$F_n(t) = P\{V_t \geq n\}. \quad (3.26)$$

**Провідна функція потоку відмов** є найважливішою характеристикою та представляє собою математичне очікування числа відмов на інтервалі  $(0, t)$ .

$$H(t) = m_1 \{V_t\} = \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot P\{V_t = n\}, \quad (3.27)$$

$$H(t) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t).$$

**Інтенсивність потоку відмов** – межа відношення середнього числа відмов на інтервалі  $(t_1, t_2)$ , до тривалості цього інтервалу  $(t_2 - t_1)$

$$\omega_{\text{int}}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{dF_n(t)}{dt}. \quad (3.28)$$

#### Функція розподілу потоку відмов

Подія, що полягає в тому, що на інтервалі часу  $(0, t)$  з'явиться мінімум  $n$  відмов, еквівалентна події, при якій момент  $n$ -ої відмови переде моменту часу  $t$

$$F_n(t) = P\{V_t \geq n\} = P\{T_n < t\},$$

$$\text{або } F_n(t) = P\left\{\sum_{k=1}^n \zeta_k < t\right\}, \quad (3.29)$$

де  $\zeta$  – інтервал часу між відмовами (зета)

$$\zeta = T_k - T_{k-1}, \quad (3.30)$$

складається з інтервалів відновлення і безвідмовної роботи рис. 3.5

$$\zeta_k = \eta_k + \xi_k.$$

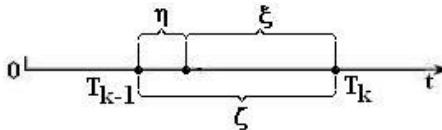


Рисунок 3.5 – Інтервал часу між відмовами

Момент  $n$ -ої відмови, очевидно, дорівнює сумі інтервалів між відмовами

$$T_n = \sum_{k=1}^n \zeta_k. \quad (3.31)$$

**Параметром потоку відмов** називається відношення числа виробів, що відмовили за одиницю часу до числа випробовуваних виробів за умови: вироби, які вийшли зі строю замінюються справними (новими або відремонтованими).

Статистична оцінка потоку відмов

$$\hat{\omega}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N \cdot \Delta t}, \quad (3.32)$$

де  $n(\Delta t)$  – число виробів, що відмовили в інтервалі часу  $\Delta t$ ;

$N$  – число випробовуваних зразків ,

$\Delta t$  – інтервал часу  $[t - \Delta t/2, t + \Delta t/2]$ .

Параметр потоку відмов представляє собою диференціальну вірогідність відмови відновлюваного пристрою

$$\omega(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{dF(t)}{dt}. \quad (3.33)$$

Для ординарних потоків відмов параметр потоку відмов й інтенсивність потоку відмов співпадають

$$\omega(t) = \frac{dH(t)}{dt} = \omega_{\text{int}}(t). \quad (3.34)$$

**Ординарні потоки** – вірогідність одночасної появи двох і більше подій дорівнює нулю.

**Стационарні потоки** – коли частота появи подій постійна.

**Потоки без післядії** – коли вірогідність не залежить від моменту здійснення попередніх подій.

**Простий (пуассоновський) потік** – потік подій, що має властивості стаціонарності, відсутності післядії й ординарності.

Параметр потоку відмов і частота відмов для ординарних потоків з обмеженою післядією пов'язані інтегральним рівнянням Вольтерра другого роду

$$\omega(t) = a(t) + \int_0^t \omega(T)a(t-T)dT. \quad (3.35)$$

Рівняння (3.35), яке пов'язує кількісні характеристики надійності невідновлюваних і відновлюваних виробів при миттєвім відновленні можна записати в операторній формі

$$\omega(p) = \frac{a(p)}{1-a(p)} \quad \text{або} \quad a(p) = \frac{\omega(p)}{1-\omega(p)}. \quad (3.36)$$

Співвідношення (3.36) дозволяють знайти одну характеристику через іншу, якщо існують перетворення Лапласа функцій  $\omega(p)$  і  $a(p)$  і зворотні перетворення виразів.

Параметр потоку відмов має наступні важливі властивості:

– для будь-якого моменту часу незалежно від закону розподілу часу безвідмовної роботи параметр потоку відмов більше, ніж частота відмов, тобто  $\omega(t) > a(t)$ ;

– незалежно від виду функції  $a(t)$  параметр потоку відмов  $\omega(t)$  при  $t$ , що прагне до нескінченності  $t \rightarrow \infty$ , наближається до  $1/T_{cp}$ . Це означає, що при тривалій експлуатації виробу, що ремонтується потік його відмов незалежно від закону розподілу часу безвідмовної роботи стає стаціонарним. Проте це зовсім не означає, що інтенсивність відмов є величина постійна;

– якщо  $\lambda(t)$  – зростаюча функція часу, то  $\lambda(t) > \omega(t) > a(t)$ ;

– якщо  $\lambda(t)$  – убутна функція часу, то  $\omega(t) > \lambda(t) > a(t)$ ;

– при  $\lambda(t) \neq const$ , параметр потоку відмов ТС не дорівнює сумі потоків відмов елементів ТС

$$\omega_{ТС}(t) \neq \sum_{i=1}^N \omega_i(t); \quad (3.37)$$

– при  $\lambda(t) = \lambda = const$  параметр потоку відмов дорівнює інтенсивності відмов  $\omega(t) = \lambda(t) = \lambda$ .

**Наробітком на відмову** називається середнє значення часу між сусідніми відмовами. За статистичними даними про відмови

$$\hat{t}_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n}, \quad (3.38)$$

де  $t_i$  – час справної роботи одного виробу між  $(i-1)$  та  $i$ -ою відмовами;  $n$  – число відмов за деякий час  $t$ .

Якщо на іспиті знаходиться  $N$  зразків протягом часу  $t$ , то наробіток на відмову

$$t_{cp} = \frac{1}{\sum_{j=1}^N n_j} \cdot \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^{n_j} t_{ij}, \quad (3.39)$$

де  $n_j$  – число відмов за час  $t$ -го зразка;

$t_{ij}$  – час справної роботи  $j$ -го зразка виробу між  $(i-1)$  та  $i$ -ою відмовами.

Параметр потоку відмов і наробіток на відмову характеризують надійність ремонтovanого виробу і не враховують часу, необхідного на його відновлення. Тому вони не характеризують готовності виробу до виконання своїх функцій у необхідний час. Для цієї мети вводяться такі критерії, як коефіцієнт готовності та коефіцієнт вимушеного простою.

**Функцію готовності  $G(t)$**  називається залежність вірогідності працездатності системи в довільний момент часу від поточного часу.

**Функцію простою (ФП)** називається вірогідність того, що в довільний момент часу  $t$  пристрій не буде працездатний

$$g(t) = 1 - G(t). \quad (3.40)$$

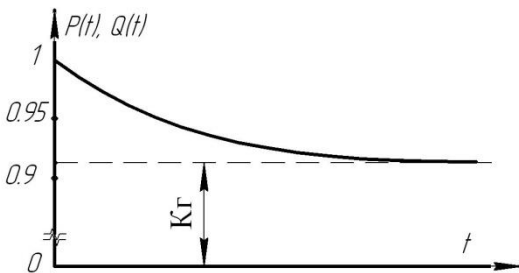


Рисунок 3.6 – Функція готовності

Функцію готовності (ФГ) іноді називають нестационарним коефіцієнтом готовності, функцію простою  $g(t)$  – нестационарним коефіцієнтом простою.

Функція готовності (рис. 3.6) є комплексним показником надійності, оскільки залежить від характеристики безвідмовності й від характеристики відновлюваності технічних систем ТС

$$G(t) = P(t) + \int_0^t P(t-T) \cdot \omega(T) dT. \quad (3.41)$$

Функція простою рівна

$$g(t) = 1 - G(t) = Q(t) - \int_0^t P(t-T) \cdot \omega(T) dT. \quad (3.42)$$

**Коефіцієнтом готовності** (КГ) називається асимптотичне значення функції готовності  $G(t)$  при необмеженому зростанні аргументу  $t$  (рис. 3.6), тобто

$$K_{\Gamma} = \lim_{t \rightarrow \infty} G(t). \quad (3.43)$$

Імовірнісне визначення КГ для ординарного потоку відмов

$$K_{\Gamma} = 1 - \frac{T_e}{T_{cp} + T_e} = \frac{T_{cp}}{T_{cp} + T_e}. \quad (3.44)$$

КГ при будь-яких розподілах інтервалу безвідмовної роботи і інтервалу відновлення дорівнює відношенню середнього наробітку на відмову до суми середнього наробітку на відмову і середнього часу відновлення.

Часто КГ, обчислений по (3.44), ототожнюють з імовірністю того, що в будь-який момент часу відновлювана система справна. Насправді зазначені характеристики нерівноцінні й можуть бути ототожені при певних допущеннях.

Ймовірність виникнення відмови ремонтваної системи на початку експлуатації мала. З ростом часу ця ймовірність зростає. Це означає, що ймовірність застати систему в справному стані на початку експлуатації буде вище, чим після закінчення деякого часу. Тим часом на підставі формули (3.44) коефіцієнт готовності не залежить від часу роботи.

Статистичне визначення

$$\hat{K}_{\Gamma} = \frac{t_p}{t_p + t_n}, \quad (3.45)$$

де  $t_p$  – сумарний час справної роботи виробу;

$t_n$  – сумарний час вимушеного простою,

$$t_p = \sum_{i=1}^n t_{pi}, \quad t_n = \sum_{i=1}^n t_{ni},$$

де  $t_{pi}$  – час роботи виробу між  $(i-1)$  та  $i$ -ою відмовами;

$t_{ni}$  – час вимушеного простою після  $i$ -ої відмови;

$n$  – число відмов (ремонтів) виробу.

**Коефіцієнтом простою** КП називається асимптотичне значення функції простою при необмеженому зростанні аргументу  $t$ .

$$K_{II} = 1 - K_{\Gamma} = \frac{T_{\epsilon}}{T_{cp} + T_{\epsilon}}. \quad (3.46)$$

Статистичне визначення. Коефіцієнтом простою називається відношення часу вимушеного простою до суми часів справної роботи і вимушених простоїв виробу, узятих за той самий календарний термін. Відповідно до визначення

$$\hat{K}_{II} = \frac{t_n}{t_n + t_p}. \quad (3.47)$$

$K_{\Gamma}$  і  $K_{II}$ , визначені як асимптотичні коефіцієнти функцій при  $t \rightarrow \infty$ , можна використовувати при будь-яких кінцевих значеннях  $t$ , при яких

$$|G(t) - K_{\Gamma}| < \epsilon,$$

де  $\epsilon$  – задана погрішність.

При експоненціальному розподілі часу безвідмовної роботи ТС, коли вірогідність безвідмовної роботи системи на інтервалі часу  $t_{OG}$  не залежить від моменту початку роботи, можна визначити величину коефіцієнта оперативної готовності

$$K_{OG} = K_{\Gamma} \cdot P(t_{OG}). \quad (3.48)$$

Вірогідність застати ТС в справному стані для експоненціального закону розподілу ( $\lambda(t)$  і  $\mu(t) = const$ ) при припущенні, що ТС знаходиться в працездатному стані ( $P(0) = 1$ ) при  $t = 0$

$$P_{\Gamma}(t) = \frac{\mu}{\mu + \lambda} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \cdot e^{-(\lambda + \mu)t}, \quad (3.49)$$

$$P_{\Gamma}(t) = K_{\Gamma} + (1 - K_{\Gamma}) \cdot e^{\frac{1}{K_{\Gamma}} t_{\epsilon}},$$

де  $\lambda = \frac{1}{T_{cp}}; \quad \mu = \frac{1}{T_{\epsilon}}; \quad K_{\Gamma} = \frac{T_{cp}}{T_{cp} + T_{\epsilon}}.$

Виразження (3.49) встановлює залежність між КГ ТС і вірогідністю застати її в працездатному стані у будь-який момент часу  $t$ .

З (3.49) видно, що  $P_T(t) \rightarrow K_T$  при  $t \rightarrow \infty$ , і, отже, КГ має сенс вірогідності застати ТС в працездатному стані при сталому режимі експлуатації.

У деяких випадках критеріями надійності відновлюваних систем можуть бути також критерії надійності невідновлюваних систем, наприклад: ймовірність безвідмовної роботи, частота відмов, середній наробіток до першої відмови, інтенсивність відмов. Така необхідність виникає завжди, коли має сенс оцінити надійність відновлюваної системи до першої відмови, а також у випадку, коли застосовується резервування з відновленням резервних пристроїв, що відмовили, у процесі роботи системи, причому відмова всієї резервованої системи не припускається.

### Показники довговічності та терміну зберігання

**Термін служби ТС** – це календарна тривалість від початку експлуатації ТС до переходу в граничний стан. Якщо термін служби ТС – випадкова величина (позначимо її  $T_{cc}$ ), то **показник довговічності** може визначатися як середній термін служби (математичне очікування)

$$t_{cc} = m_1 \cdot [T_{cc}] \quad (3.50)$$

або **гамма-відсотковий термін служби**  $t_\gamma$ , який визначається співвідношенням

$$P\{T_{cc} > t_\gamma\} = \gamma/100. \quad (3.51)$$

Таким чином,  $t_\gamma$  – це календарна тривалість від початку експлуатації ТС, протягом якої ТС не досягне граничного стану із заданою вірогідністю  $\gamma$  (вираженою у відсотках).

**Показник довговічності – ресурс ТС** – це напрацювання системи до граничного стану, досягши якого подальша експлуатація припиняється. При цьому довговічність ТС зазвичай характеризують напрацюванням системи, протягом якої вона не досягне граничного стану із заданою вірогідністю  $\gamma$ , тобто, **гамма-відсотковим ресурсом**. Для його визначення необхідно задати функцію розподілу ресурсу. Простішим показником є середній ресурс.

**Термін зберігання ТС** – це тривалість зберігання системи в певних умовах, протягом якої зберігаються настановні показники її якос-

ті. Іноді зберігання характеризують тривалістю зберігання, протягом якої ТС зберігає встановлені показники із заданою вірогідністю  $\gamma$ , тобто, **гамма-відсотковим терміном зберігання**. Для його визначення необхідно знати функцію розподілу терміну зберігання. Простішим показником зберігання є середній термін зберігання.

#### **Висновки.**

З виразів для оцінки кількісних характеристик надійності очевидно, що усі характеристики, крім середнього наробітку до першої відмови, є функціями часу.

Розглянуті критерії надійності дозволяють достатньо повно оцінити надійність невідновлюваних виробів. Вони також дозволяють оцінити надійність відновлюваних виробів до першої відмови. Наявність кількох критеріїв зовсім не означає, що завжди потрібно оцінювати надійність виробів по всім критеріям.

При вивченні надійності технічних пристроїв найбільш часто застосовуються наступні закони розподілу часу безвідмовної роботи: експоненціальний, усічений нормальний, Релея, Гама, Вейбулла, логарифмічно-нормальний.

## **4 ЛЕКЦІЯ**

### **МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ В ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ ТС**

#### **4.1 Залежність інтенсивності відмов від часу**

Залежність інтенсивності відмов від часу для більшості технічних систем можна відобразити за допомогою графіку на рис. 4.1

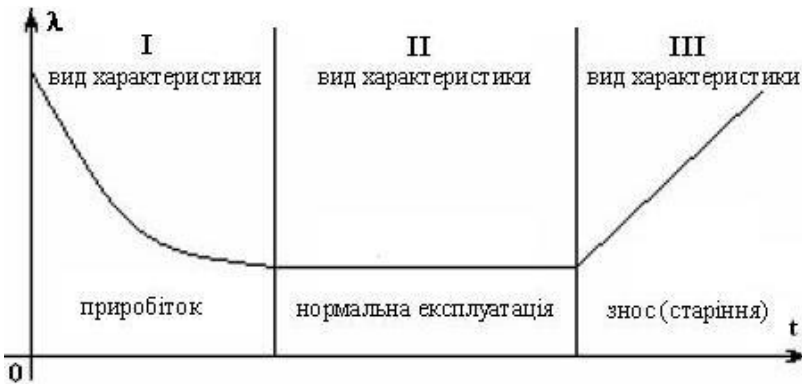
**I Перший вид характеристики.** Інтенсивність відмов (ІВ) монотонно зменшується. Період приробітку, в якому проявляються дефекти технології і виготовлення і дефекти, які не властиві конструкції.

**II Другий вид характеристики.** ІВ приблизно постійна. Період нормальної експлуатації, в якому виникають раптові відмови, властиві самій конструкції.

**III Третій вид характеристики.** ІВ постійно зростає. Період зносу, викликаного процесами старіння, в якому виникають, головним чином, поступові відмови.

Апріорний (імовірнісний) аналіз надійності ТС полягає, в основному, у визначенні конкретних значень ПН. При цьому розподіл вірогідності безвідмовної роботи ТС від моменту вмикання до моменту

відмови, який називається зазвичай математичною моделлю безвідмовності, у різних ТС різних.



**Рисунок 4.1 – «Періоди життя» більшості технічних систем ТС**

Іншими словами, час між сусідніми відмовами для елементів, вузлів, блоків, підсистем і систем є безперервною випадковою величиною, яка характеризується певним законом розподілу, залежним і від «періодів життя» ТС (рис. 4.1), і від її окремих вузлів, блоків і так далі, і від типу самої ТС в цілому.

#### **4.2 Логічні схеми для розрахунку надійності**

Розрахунок надійності ТС проводиться у декілька етапів.

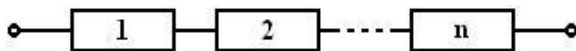
**Перший етап** – опис роботи системи: визначається зміст терміну «безвідмовна робота системи» (БРС) і складається перелік властивостей справної системи і розподіл її на елементи.

**Другий етап** – розбір і класифікація відмов елементів і системи. Оцінюється вплив відмови кожного елементу системи на працездатність системи в цілому.

**Третій етап** – основний – складається структурна (логічна) модель БРС: виділяються підсистеми (блоки), в яких при відмові хоч би одного елементу відмовляє увесь блок. Для кожного блоку проводиться розрахунок надійності, перераховуються комбінації блоків, які забезпечують БРС і складається розрахунково-логічна схема.

### Способи з'єднань елементів в схемах.

**Послідовне з'єднання (основне)** – при відмові одного елементу відмовляє уся система.



**Рисунок 4.2 – Послідовне з'єднання елементів ТС**

Наробіток на відмову ТС в цьому випадку дорівнює напрацюванню на від того елементу, у якого воно мінімальне

$$T_{TC} \cong (T_j), \text{ при } j=1, 2, \dots, n. \quad (4.1)$$

де  $n$  – число елементів системи.

Функція надійності системи при послідовному з'єднанні

$$P_{TC}(t) = \prod_{j=1}^n P_j(t), \quad (4.2)$$

де  $P_j(t)$  – функція надійності  $j$ -го елементу.

У зв'язку з цим інтенсивність відмов системи з  $n$  елементів

$$\lambda_{TC} = \sum_{j=1}^n \lambda_j, \text{ при } \lambda_j = const. \quad (4.3)$$

Середній наробіток системи на відмову

$$T_{TCcp} = \left( \sum_{j=1}^n (T_{jcp})^{-1} \right)^{-1}, \quad (4.4)$$

де  $T_{jcp}$  – середній наробіток на відмову  $j$ -го елементу.

У загальному випадку функція надійності системи

$$P_{TC}(t) = e^{-\sum_{j=1}^n \int_0^t \lambda_j(t) dt}. \quad (4.5)$$

Якщо усі елементи ТС рівнонадійні інтенсивність відмов ТС

$$\lambda_{TC} = \sum_{j=1}^r n_j \cdot \lambda_j, \quad (4.6)$$

де  $n_j$  – число елементів  $j$ -типу;

$r$  – число типів елементів.

При розрахунку вірогідності БР високонадійних ТС

$$\left. \begin{array}{l} \text{якщо } \lambda_{TC} \cdot t \leq 0.1 \\ P_{TC}(t) \geq 0.9 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} P_{TC}(t) \approx 1 - \lambda_{TC} \cdot t \\ a(t) \approx \lambda_{TC} \cdot (1 - \lambda_{TC} \cdot t) \end{array} \right\} \quad (4.7)$$

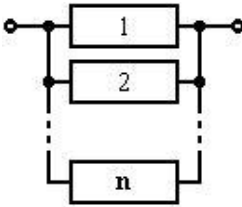
**Паралельне навантажене з'єднання** відповідає випадку, коли ТС зберігає працездатність, поки працездатний хоч би один з  $n$  включених в роботу елементів (рис. 4.3).

Наробіток на відмову такої системи дорівнює максимальному із значень наробіток на відмову елементів

$$T_{TCcp} \cong \max(T_j), \quad \text{при } j=1, 2, \dots, n. \quad (4.8)$$

Функція ненадійності ТС

$$Q_{TC}(t) = \prod_{j=1}^n Q_j(t), \quad (4.9)$$



де  $Q_j(t)$  – функція ненадійності  $j$ -го елемента.

Функція надійності ТС

$$P_{TC}(t) = 1 - \prod_{j=1}^n [1 - P_j(t)], \quad (4.10)$$

**Рисунок 4.3** – Паралельне навантажене з'єднання

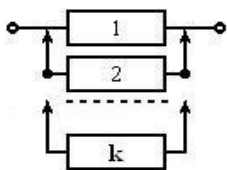
де  $P_j(t)$  – функція надійності  $j$ -го елемента.

**Паралельне ненавантажене з'єднання** відповідає випадку, коли при відмові основного елемента ТС включається в роботу черговий резервний елемент, що зберігає її працездатність.

Наробіток на відмову в такій системі дорівнює сумі напрацювань на відмову елементів

$$T_{TCcp} = \sum_{j=1}^k T_j, \quad \text{при } j=1, 2, \dots, k. \quad (4.11)$$

Надійність ТС при однаково надійних  $k$  елементах



**Рисунок 4.4 – Паралельне ненавантажене з'єднання**

$$P_{TC}(t) = e^{-\lambda \cdot t} \cdot \sum_{j=0}^{k-1} \frac{(\lambda \cdot t)^j}{j!}, \quad (4.12)$$

де  $\lambda$  – інтенсивність відмов  $j$  елементу.

При складанні логічної схеми необхідно проводити аналіз наслідків, до яких призводить відмова елементу. Особливо це необхідно проводити, якщо є декілька однакових елементів.

При розрахунку надійності в число елементів необхідно включати електричні з'єднання пайкою, зварюванням, стискуванням, а також інші види з'єднань, наприклад, штепсельні роз'єми. На ці електричні з'єднання доводиться від 10 до 50 % усіх відмов.

### 4.3 Вибір і уточнення значень показників надійності

Залежно від стадії проектування розрізняють три етапи вибору значень ПН.

**Перший. Приблизний розрахунок** надійності структурної схеми ТС. Виконується з метою вибору принципу побудови системи.

Тут визначається число елементів, при відмовах яких система виходить з ладу. Часто кількість таких елементів знаходять прийомом порівняння з аналогічними, раніше розробленими блоками та приймають їх середні значення ПН.

#### **Другий.**

Етап розрахунку надійності проводиться при підборі типів елементів і уточнень принципової схеми системи. На цьому етапі визначаються умови роботи системи (електричне навантаження, температура елементів, і т. інші).

Для обліку навантажень доцільно складати таблиці або використовувати коефіцієнтний спосіб розрахунку надійності. Він застосовується тоді, коли відоме достовірне значення інтенсивності відмов лише одного елементу системи.

Передбачається, що при різних режимах роботи справедливе співвідношення

$$K_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_v}, \quad (4.13)$$

де  $\lambda_i$  – інтенсивність відмов даного елементу,

$\lambda_v$  – достовірно відома інтенсивність відмов основного елемента розрахунку.

Значення коефіцієнта  $K_i$  зазвичай знаходять шляхом аналізу даних по інтенсивності відмов різних елементів. Оскільки ці розрахунки є наближеними, зазвичай обчислюють мінімальні і максимальні значення  $K_i$ .

Надійність ТС

$$P_{TC}(t) = e^{-\lambda_{TC} \cdot t}, \quad (4.14)$$

де

$$\lambda_{TC} = \lambda_0 \sum_{j=1}^d N_j \cdot K_j,$$

$N_i$  – число елементів  $i$ -того типу;

$d$  – число типів елементів.

Якщо замість функції надійності  $P_{TC}(t)$ , узяти середній наробіток на відмову

$$T_{TCcp} = \frac{1}{\lambda_{TC}},$$

то отримані залежності можна вважати інваріантними відносно умов експлуатації системи. Дійсно, при зміні умов експлуатації ТС мінятиметься лише інтенсивність відмов до основного елементу розрахунку, тобто мінятиметься лише масштаб.

При коефіцієнтному способі розрахунку для порівняння варіантів по надійності немає необхідності.

### **Третій.**

Етап розрахунку надійності проводиться після того, коли створені макети. Тут доцільно провести додаткові лабораторні випробування, в ході яких вводять грубі відмови (обрив, КЗ і так далі). При цьому оцінюють вплив відмови елементів на працездатність ТС і уточнюють логічну схему розрахунку надійності.

Виходячи з викладеного, розглянемо найчастіше використовувані для розрахунку надійності ТС закони розподілу, що характеризують випадкові величини.

## 5 ЛЕКЦІЯ

### ЗАКОНИ РОЗПОДІЛУ ВІДМОВ ОСНОВНИХ ВУЗЛІВ ЕЛЕКТРИЧНИХ МАШИН ТА ЕЛЕКТРИЧНИХ ВИРОБІВ

#### 5.1 Закони розподілу безперервних випадкових величин

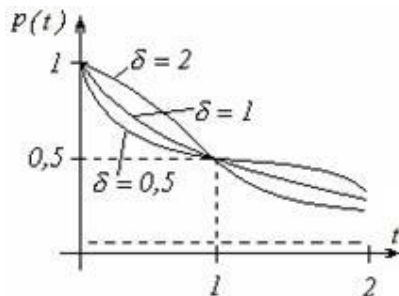
##### Розподіл Вейбулла

Розібрані три види залежностей ІВ від часу можна отримати, використовуючи для ймовірного опису випадкового наробітку до відмови двохпараметричний розподіл Вейбулла.

Вірогідність безвідмовної роботи (БР) на інтервалі  $(0, t)$  має вигляд (рис. 5.1)

$$P(t) = e^{-\lambda \cdot t^\delta}, \quad (5.1)$$

$t \geq 0; \quad \lambda > 0; \quad \delta > 0.$



**Рисунок 5.1 – Функція P(t) для розподілу Вейбулла**

Щільність розподілу наробітку на відмову рівна (рис. 5.1)

$$a(t) = -P'(t) = \lambda \cdot \delta \cdot t^{\delta-1} e^{-\lambda t^\delta}. \quad (5.2)$$

Середній час БР (наробіток на відмову)

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t^\delta} dt = \lambda^{-\frac{1}{\delta}} \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\delta}\right), \quad (5.3)$$

де  $\Gamma(x)$  – повна гамма-функція

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} \cdot e^{-t} dt.$$

Дисперсія часу БР для розподілу Вейбулла

$$\sigma_T^2 = \lambda^{-\frac{2}{\delta}} \cdot \left[ \Gamma\left(1 + \frac{2}{\delta}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\delta}\right) \right]. \quad (5.4)$$

Інтенсивність відмов (ІВ) для розподілу Вейбулла

$$\lambda(t) = \frac{\alpha(t)}{P(t)} = \lambda \cdot \delta \cdot t^{\delta-1}, \quad t \geq 0, \quad \lambda > 0, \quad \delta > 0. \quad (5.5)$$

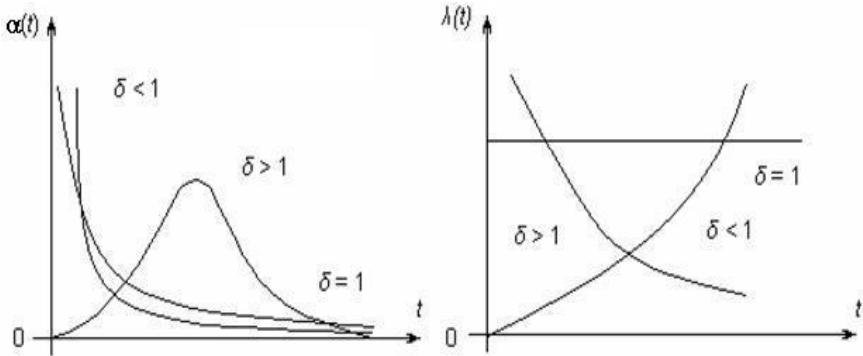


Рисунок 5.2 – Розподіл Вейбулла для  $a(t)$  та  $\lambda(t)$

Таким чином, інтенсивність відмов ІВ –  $\lambda(t)$ :

- при  $\delta < 1$  монотонно убиває,
- при  $\delta = 1$  постійна,
- при  $\delta > 1$  монотонно зростає (рис. 5.2).

#### Експоненціальний розподіл

Експоненціальний розподіл (ЕР) є частковим випадком розподілу Вейбулла при  $\delta = 1$

$$P(t) = e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0; \quad \lambda > 0; \quad \delta = 1. \quad (5.6)$$

Інтенсивність відмов

$$\lambda(t) \equiv \lambda, \quad \delta = 1. \quad (5.7)$$

Експоненціальний закон визначається одним параметром  $\lambda$ , що є постійною інтенсивністю відмов.

Тут вірно і зворотне твердження: якщо ІВ постійна, то вірогідність БР, як функція часу, підкоряється експоненціальному закону.

Отже, нормальна експлуатація пристроїв (рис. 4.1) характеризується експоненціальним розподілом ЕР інтервалу безвідмовної роботи (БР).

Середній час БР –  $T_{cp}$  при експоненціальному законі розподілу

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}. \quad (5.8)$$

Виразення (5.8) є частковим випадком (5.3) при  $\delta = 1$ , оскільки  $\Gamma(2) = 1$ . Змінюючи у вираженні (5.6)  $\lambda$  на  $1/T_{cp}$ , отримуємо

$$P(t) = e^{-\frac{t}{T_{cp}}}, \quad t \geq 0; \quad T_{cp} > 0.$$

Вірогідність БР на інтервалі часу  $t = T_{cp}$  при ЕР рівна (рис. 5.3)

$$P(T_{cp}) = e^{-1} \cong 0.368.$$

Щільність розподілу наробітку на відмову для

$$a(t) = -P'(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t}. \quad (5.9)$$

Період нормальної експлуатації до настання старіння, на якому можна користуватися експоненціальною моделлю, буває навіть менше, ніж середній час БР ( $T_{cp}$ ).

Дисперсія часу БР для експоненціального закону

$$\sigma_T^2 = \frac{1}{\lambda^2} = T_{cp}^2. \quad (5.10)$$

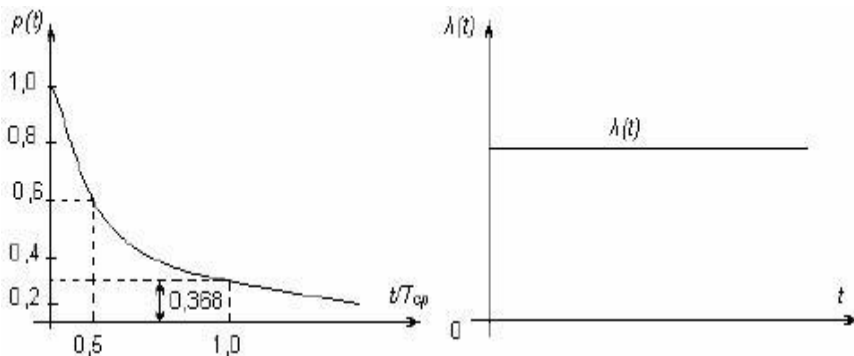


Рисунок 5.3 – Експоненціальний розподіл вірогідності БР

Для експоненціального закону розподілу вірогідності БР розподіл часу БР не залежить від того, скільки часу пристрій пропрацював до початку відліку від моменту першого вмикання. Інші розподіли цієї властивості не мають, оскільки  $\lambda(t) \neq const$ .

При ЕР часу безвідмовної роботи ТС, коли вірогідність безвідмовної роботи системи на інтервалі часу  $t_{0Г}$  не залежить від моменту

початку роботи, можна визначити величину коефіцієнта оперативної готовності

$$K_{OG} = K_{\Gamma} \cdot P(t_{OG}). \quad (5.11)$$

Вірогідність застати ТС в справному стані для ЕР ( $\lambda(t)$  і  $\lambda(t) = const$ ) при припущенні, що ТС знаходиться в працездатному стані ( $P(0) = 1$ ) при  $t = 1$

$$P_{\Gamma}(t) = \frac{\mu}{\mu + \lambda} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \cdot e^{-(\lambda + \mu)t}, \quad (5.12)$$

$$P_{\Gamma}(t) = K_{\Gamma} + (1 - K_{\Gamma}) \cdot e^{-\frac{1}{K_{\Gamma} T_e} t},$$

де

$$\lambda = \frac{1}{T_{cp}}; \quad \mu = \frac{1}{T_e}; \quad K_{\Gamma} = \frac{T_{cp}}{T_{cp} + T_e}.$$

Виразення (5.10) встановлює залежність між  $K_{\Gamma}$  ТС і вірогідністю застати її в працездатному стані у будь-який момент часу  $t$ .

З (5.10) видно, що  $P_{\Gamma}(t) \rightarrow K_{\Gamma}$  при  $t \rightarrow \infty$ , і, отже,  $K_{\Gamma}$  має сенс вірогідності застати ТС в працездатному стані при сталому режимі експлуатації.

Модель ЕР широко використовується для апріорного аналізу надійності.

При апріорному аналізі надійності необхідно провести перевірку відповідності експоненціальної моделі результатам випробувань.

### Розподіл Релея

Вірогідність безвідмовної роботи на інтервалі  $(0, t)$  рівна (рис 5.4)

$$P(t) = e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}, \quad (5.13)$$

де  $\sigma$  – параметр розподілу Релея, який одночасно є модою цього розподілу.

**Мода** безперервного розподілу – це точка максимуму щільності розподілу вірогідності  $a(t)$ . Мода дискретного розподілу є таке спектральне значення  $\xi_m$ , при якому попередні і наступні спектральні значення мають вірогідність, меншу, ніж  $P(\xi_m)$ .

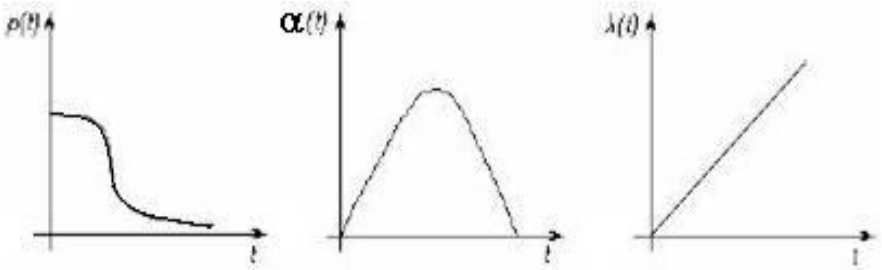


Рисунок 5.4 – Розподіл Релея

Щільність розподілу наробітку на відмову для

$$a(t) = \frac{1}{\sigma^2} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}. \quad (5.14)$$

Інтенсивність відмов рівна

$$\lambda(t) = \frac{a(t)}{P(t)} = \frac{t}{\sigma^2}. \quad (5.15)$$

Середній час БР для розподілу Релея рівне:

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} t \cdot \alpha(t) dt = \int_0^{\infty} \frac{t^2}{\sigma^2} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} dt = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma = 1.253\sigma. \quad (5.16)$$

Дисперсія часу БР

$$\sigma_T^2 = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) \sigma^2 = 0.4292\sigma^2. \quad (5.17)$$

### Гамма-розподіл

При Гамма-розподілі (ГР) щільність розподілу наробітку на відмову

$$a(t) = \frac{\lambda_0^r}{\Gamma(r)} t^{r-1} e^{-\lambda_0 t}, \quad (5.18)$$

де  $\Gamma(r)$  – повна гамма-функція.

У теорії надійності ГР зазвичай використовується при цілому значенні  $r$  (розподіл Ерланга). Якщо  $r = 1$ , то ГР вироджується в експоненціальний розподіл. Якщо  $r > 1$ , то ГР є розподілом суми незале-

жних випадкових величин, кожна з яких має експоненціальний розподіл з параметром

$$\lambda_0 = \frac{1}{T_{cp0}}.$$

Вірогідність БР на інтервалі  $(0, t)$  дорівнює (рис. 5.5)

$$P(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^{r-1} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}. \quad (5.19)$$

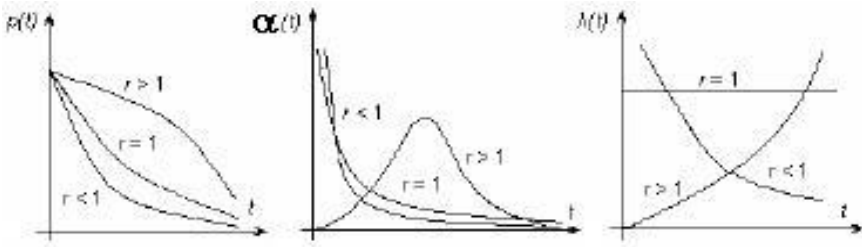


Рисунок 5.5 – Графіки Гамма-розподілу

Щільність розподілу наробітку на відмову та інтенсивність відмов при цілому значенні  $r > 1$

$$a(t) = \frac{\lambda_0 (\lambda_0 t)^{r-1}}{(r-1)!} e^{-\lambda_0 t}; \quad \lambda(t) = \frac{\lambda_0 (\lambda_0 t)^{r-1}}{(r-1)! \sum_{i=0}^{r-1} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}}. \quad (5.20)$$

Середній час і дисперсія часу БР відповідно

$$T_{cp} = \frac{r}{\lambda_0}, \quad \sigma_T^2 = \frac{r}{\lambda_0^2}. \quad (5.21)$$

При великих значеннях  $r$  гамма-розподіл сходиться до нормального закону з параметрами

$$\mu_{t_0} = r T_{cp}, \quad \sigma_{t_0}^2 = r \cdot \sigma_T^2.$$

Прикладом використання ГР є резервна система, що складається з  $r$  однакових елементів. При цьому під навантаженням знаходиться один елемент.

Інші елементи по черзі автоматично включаються в роботу після відмови працюючого елемента. При експоненціальному розподілі на-

робітку на відмову елементів сумарний наробіток підкорятиметься Гамма-розподілу.

### Трикутний розподіл

Цей розподіл характеризує обмежену область значень випадкових величин  $(t_n, t_k)$ , де  $t_n, t_k$  – початкова та кінцева межі області можливих значень випадкових величин.

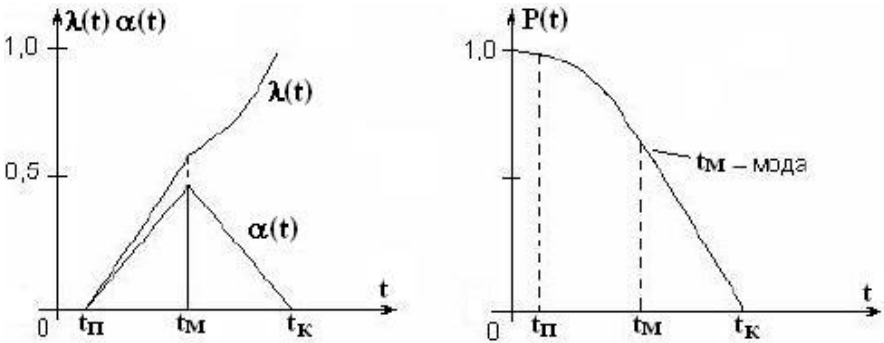


Рисунок 5.6 – Трикутний розподіл

Позначимо значення щільності розподілу в точці моди через  $h$

$$\alpha(t_m) = h \quad \text{тоді} \quad \frac{1}{2}h \cdot (t_k - t_m) = 1.$$

В цьому випадку щільність розподілу  $\alpha(t)$  можна записати у вигляді

$$\alpha(t) = \begin{cases} \frac{2(t-t_n)}{(t_k-t_n) \cdot (t_m-t_n)} & \text{при } t_n \leq t \leq t_m, \\ \frac{2(t_k-t)}{(t_k-t_n) \cdot (t_k-t_m)} & \text{при } t_m \leq t \leq t_k. \end{cases} \quad (5.22)$$

Функція надійності

$$P(t) = \begin{cases} 1 - \frac{(t-t_n)^2}{(t_k-t_n) \cdot (t_m-t_n)} & \text{при } t_n \leq t \leq t_m, \\ \frac{(t_k-t)^2}{(t_k-t_n) \cdot (t_k-t_m)} & \text{при } t_m \leq t \leq t_k. \end{cases} \quad (5.23)$$

Інтенсивність відмов

$$\lambda(t) = \begin{cases} 1 - \frac{2(t-t_n)}{(t_k-t_n) \cdot (t_m-t_n) - (t-t_n)^2} & \text{при } t_n \leq t \leq t_m, \\ \frac{2}{t_k-t} & \text{при } t_m \leq t \leq t_k. \end{cases} \quad (5.24)$$

Середній час наробітку на відмову  $T_{cp}$

$$T_{cp} = \int_{t_n}^{t_k} t \cdot a(t) dt = \frac{1}{3}(t_n + t_m + t_k). \quad (5.25)$$

### Сума (суперпозиція) розподілів

При апіорному аналізі надійності ТС для отримання теоретичного розподілу, близького до експериментального, іноді щільність розподілу наробітку на відмову приймають рівній сумі добутків щільності на коефіцієнти ваги

$$a(t) = c_1 \cdot a_1(t) + c_2 \cdot a_2(t), \quad (5.26)$$

де  $a_1(t), a_2(t)$  – теоретичні розподіли певного виду,

$c_1, c_2$  – коефіцієнти ваги, що враховують вплив різних доданків, причому  $c_1 + c_2 = 1$ .

Середній час наробітку на відмову  $T_{cp}$

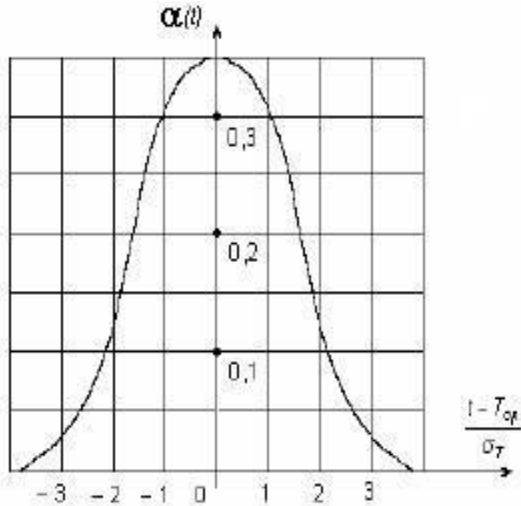
$$T_{cp} = \frac{c_1}{\lambda_1} + \frac{c_2}{\lambda_2}. \quad (5.27)$$

### Нормальний і усічений нормальний розподіли

Для «старіючих» елементів разом з розподілом Вейбулла при  $\delta > 1$  використовують нормальний розподіл (рис. 5.7).

Щільність розподілу наробітку на відмову при нормальному розподілі

$$a(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \sigma_T^2}} e^{-\frac{(t-T_{cp})^2}{2\sigma_T^2}}. \quad (5.28)$$



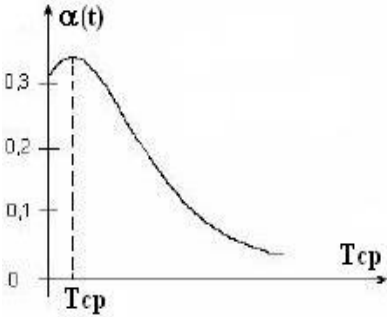
**Рисунок 5.7 – Щільність розподілу наробітку на відмову для нормального розподілу**

Цей розподіл залежить від двох параметрів: середнього значення  $T_{cp}$  і дисперсії часу безвідмовної роботи. Функція надійності

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx, \text{ де } x = \frac{t - T_{cp}}{\sigma_T}. \quad (5.29)$$

Недолік розглянутої моделі пов'язаний з тим, що функція щільності розподілу (5.28) не є односторонньою, тобто вона відмінна від 0 при  $t < 0$ . Цей недолік несуттєвий, якщо  $T_{cp} \gg \sigma_T$ , оскільки в цьому випадку значення функції щільності розподілу  $a(t)$  при  $t < 0$  мале і криву розподілу при негативних значеннях  $t$  можна знехтувати.

Проте якщо умова  $T_{cp} \gg \sigma_T$  не виконується, то використання нормального розподілу може привести до помітних погрешностей. Тому цю модель дещо модифікують. Криву розподілу зрушують декілька вправо, а ліву частину кривої розподілу, що залишилася, при  $t < 0$  відсікають (рис. 5.8).



**Рисунок 5.8 – Усічений нормальний розподіл**

Проте, при цьому, ми порушуємо умову нормування щільності розподілу. Для збереження умови нормування введемо нормуючий множник  $C$

$$C \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_T^2}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{(t-T_{cp})^2}{2\sigma_T^2}} dt = 1, \quad (5.30)$$

$$C = \left[ F\left(\frac{T_{cp}}{\sigma_T}\right) \right]^{-1},$$

де  $F(x)$  – інтеграл Лапласа.

Таким чином, приходимо до моделі усіченого нормального розподілу. Для нього щільність розподілу напрацювання на відмову

$$a(t) = \frac{1}{F\left(\frac{T_{cp}}{\sigma_T}\right) \cdot \sqrt{2\pi \cdot \sigma_T^2}} e^{-\frac{(t-T_{cp})^2}{2\sigma_T^2}} \quad \text{при } t \geq 0. \quad (5.31)$$

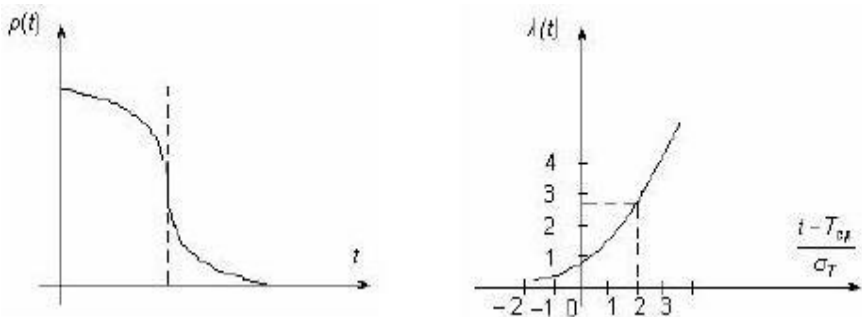
Функція надійності (рис. 5.9)

$$P(t) = \frac{1 - F\left(\frac{t - T_{cp}}{\sigma_T}\right)}{F\left(\frac{T_{cp}}{\sigma_T}\right)} \quad \text{при } t \geq 0. \quad (5.32)$$

Інтенсивність відмов  $\lambda(t)$  при усіченому нормальному законі розподілу тривалості БР

$$\lambda(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \sigma_T^2}} \cdot e^{-\frac{(t-T_{cp})^2}{2\sigma_T^2}} \left[ 1 - F\left(\frac{t-T_{cp}}{\sigma_T}\right) \right]^{-1}. \quad (5.33)$$

Функція (5.33) справедлива також і для неусіченого нормального закону розподілу.



**Рисунок 5.9 – Графіки функції надійності і інтенсивності відмов при усіченому нормальному законі розподілу**

Як видно з графіка (рис. 5.9) при усіченому нормальному розподілі  $\lambda(t)$  з часом різко зростає, що характерно для «старіючих» елементів. При великих значеннях  $t$  ІВ зростає за лінійним законом

$$\lambda(t) \approx \frac{t - T_{cp}}{\sigma_T^2}.$$

При використанні цього розподілу як моделі безвідмовності, слід мати на увазі, що параметр  $T_{cp}$  усіченого нормального розподілу не дорівнює середньому часу БР. Середній час БР буде рівний

$$(T_{cp})_{yc} = T_{cp} + \frac{\sigma_T}{\sqrt{2\pi} \cdot F\left(\frac{T_{cp}}{\sigma_T}\right)} e^{\frac{T_{cp}^2}{2\sigma_T^2}}. \quad (5.34)$$

Якщо при цьому  $T_{cp} \gg \sigma_T$ , то  $(T_{cp})_{yc} \approx T_{cp}$ .

### **Експоненціальний розподіл тривалості відновлення**

Найбільш поширеним розподілом тривалості відновлення в теорії надійності є експоненціальний розподіл.

В цьому випадку вірогідність відновлення  $P_e(t)$

$$P_e(t) = 1 - e^{-\mu t}, \quad t \geq 0, \quad \mu > 0. \quad (5.35)$$

Щільність розподілу часу відновлення

$$\alpha_g(t) = P'_g(t) = \mu \cdot e^{-\mu t}, \quad t \geq 0, \quad \mu > 0. \quad (5.36)$$

Інтенсивність відновлення

$$\mu(t) = \frac{\alpha_g(t)}{1 - P_g(t)} = \mu. \quad (5.37)$$

Таким чином, величина  $\mu$  повністю і однозначно визначає експоненціальну модель відновлення.

Середній час відновлення для експоненціальної моделі

$$T_g = \int_0^{\infty} [1 - P_g(t)] dt = \int_0^{\infty} e^{-\mu t} dt = \frac{1}{\mu}. \quad (5.38)$$

Замінюючи  $\mu$  на  $1/T_g$  у вираженні (5.21), отримаємо

$$P_g(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T_g}}, \quad t \geq 0, \quad T_g > 0. \quad (5.39)$$

Дисперсія часу відновлення для експоненціальної моделі

$$\sigma_T^2 = 2 \int_0^{\infty} t [1 - P_g(t)] dt - T_g^2 = 2 \int_0^{\infty} t \cdot e^{-\mu t} dt - \frac{1}{\mu^2} = \frac{1}{\mu^2} = T_g^2. \quad (5.40)$$

Загальна властивість експоненціальної моделі характерна і для експоненціальної моделі відновлення. Якщо пристрій не був відновлений на інтервалі часу  $t$ , то розподіл тривалості відновлення, відлічуваний від моменту  $t$ , знову підкорятиметься експоненціальному закону.

Наведені вище розподіли характеризують безперервні випадкові величини.

## 5.2 Закони розподілу дискретних випадкових величин

Найбільш часто використовувані при розрахунках надійності розподіли дискретних випадкових величин.

**Біноміальний розподіл**

Для цього розподілу можливі значення випадкової величини 0, 1, 2, ..., n.

Вірогідність появи  $m$  сприяючих подій із загального числа  $n$  подій

$$P_n(m) = C_n^m \cdot P^m \cdot Q^{n-m}. \quad (5.41)$$

Математичне очікування і дисперсія відповідно

$$\mu[m] = n \cdot P, \quad \sigma_T^2[m] = n \cdot P \cdot Q. \quad (5.42)$$

де  $P$  – вірогідність здійснення події при одноразовому випробуванні;

$$Q = 1 - P.$$

### Розподіл Пуассона

Можливі значення випадкової величини для цього розподілу  $0, 1, 2, \dots, n$ . Вірогідність появи  $m$  подій

$$P_m = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}. \quad (5.43)$$

Математичне очікування і дисперсія відповідно

$$\mu[m] = \lambda, \quad \sigma_T^2[m] = \lambda. \quad (5.44)$$

де  $\lambda$  – параметр розподілу.

**Геометричний розподіл** значення випадкової величини  $0, 1, 2, \dots, n$

$$P_m = P \cdot Q^{m-1}. \quad (5.45)$$

Математичне очікування й дисперсія

$$\mu[m] = \frac{1}{P}, \quad \sigma_T^2[m] = \frac{Q}{P^2}, \quad (5.46)$$

де  $P$  – вірогідність появи події при одноразовому випробуванні;

$$Q = 1 - P.$$

## 6 ЛЕКЦІЯ ВИПРОБУВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ МАШИН НА НАДІЙНІСТЬ. КОНТРОЛЬ НАДІЙНОСТІ

### 6.1 Визначальні випробування

**Визначальні випробування** на надійність проводяться з метою визначення фактичних кількісних показників надійності для одного з варіантів випробувань після освоєння розроблених або модернізованих виробів на зразках, виготовлених за технологією, відповідною виду виробництва (серійному або масовому). При цих випробуваннях виконується перевірка закону розподілу відмов. Результати випробувань служать підставою для оцінки відповідності фактичних показників надійності виробів вимогам технічних умов (ТУ).

## 6.2 Контрольні випробування

**Контрольні випробування** на надійність проводяться періодично в терміни, передбачені стандартами або ТУ на цей виріб з метою контролю відповідності кількісних показників надійності вимогам стандартів або ТУ.

**Метод контрольних випробувань.** Перед початком випробувань об'єкти повинні пройти приробку (технологічний прогін). При цьому в технічних умовах (ТУ) на об'єкт має бути програма випробувань на надійність, яка включає:

- план випробувань (правила, які встановлюють об'єм вибірки, порядок проведення випробувань і критерії їх припинення);
- вимоги до засобів випробувань;
- спосіб обробки, експериментальних даних і оформлення результатів випробувань.

## 6.3 Основні методи оцінки надійності

**Метод моделювання відмов на стендах.** Моделювання і контрольні розрахунки застосовуються, коли об'єкти не можуть піддаватися контрольним випробуванням. Для здійснення моделювання необхідно знати імовірнісні характеристики напіввипадкових процесів, які можуть бути отримані або при випробуваннях окремих деталей, або за даними експлуатації.

**Метод контрольних розрахунків надійності** зазвичай застосовують для унікальних об'єктів. У основу розрахунку беруть параметри надійності (ПН) аналогічних елементів об'єктів і при необхідності екстраполюють ці показники.

**Метод імовірнісного моделювання на ЕОМ** застосовують у разі, коли контрольні розрахунки виходять занадто громіздкими або за рахунок допущень сильно спотворюються результати.

**Метод прискорених випробувань на надійність:**

- в нормальних режимах (складова навантажень відповідає технічним умовам для безперервних режимів роботи);
- у форсованих режимах (деякі види дій перевищують граничні по ТУ значення).

При обґрунтуванні форсованих режимів випробувань найчастіше використовується коефіцієнт подібності КП, який дорівнює від-

ношенню середнього наробіток за реальних умов і середнього наробіток у форсованому режимі.

## 7 ЛЕКЦІЯ КОНТРОЛЬНІ ВИПРОБУВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ МАШИН НА НАДІЙНІСТЬ

### 7.1 Контроль надійності

Контроль надійності проводиться на основі випробувань вибірки, тому при ухваленні рішень можливі два види помилок:

- **першого роду**, коли хороша партія бракується (ризик виробника –  $\alpha$ );
- **другого роду**, коли погана партія приймається (ризик споживача –  $\beta$ ).

Дуже часто приймають  $\alpha = \beta = 0.2$ .

Сукупність умов випробувань контрольованих виробів і правил ухвалення рішень називається **планом контролю**.

**Сукупність умов випробувань** – це умови приймання і бракування, задані значення  $\alpha$  і  $\beta$ , встановлений об'єм випробувань та ін.

**Правила ухвалення рішень** визначаються методами контролю.

### 7.2 Статистичні методи контролю надійності

**Метод однократної вибірки** (одиначний контроль) полягає в тому, що з контрольованої партії об'єму  $N$  виробів береться одна випадкова вибірка об'ємом  $n$  виробів. Виходячи з  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $N$  і  $n$  встановлюються оціночні нормативи (приймальний  $A_0$  і бракувальний  $A_1$  рівні):

- якщо вибіркове значення контрольованого параметра  $\leq A_0$ , то партія приймається;
- якщо  $\geq A_1$  – партія бракується.

**Метод двократної вибірки** (подвійний контроль).

Коли об'єм партії виробів більш ніж п'ятсот ( $N > 500$ ) та при випробуваннях відновлюваних виробів, або коли величина вибірки менш ніж десята частина від об'єму партії ( $n < 0.1N$ ), використовують **біномний закон розподілу відмов**

$$1 - \alpha = \sum_{d=0}^{A_0} \binom{d}{n} \cdot q_0^d (1 - q_0)^{n-d},$$

$$\beta = \sum_{d=0}^{A_1} \binom{d}{n} \cdot q_1^d (1 - q_1)^{n-d},$$
(7.1)

де  $\binom{d}{n}$  – число поєднань із  $n$  елементів по  $d$ .

### 7.3 Послідовний метод аналізу

Послідовний метод контролю не передбачає заздалегідь визначення об'єму вибірки. Інформація про надійність випробовуваних виробів накопичується при послідовно зростаючому об'ємі випробувань  $m$ . На кожному етапі випробувань ( $l_m$ ) із заздалегідь визначеними оціночними нормативами

$$A = \frac{(1 - \beta)}{\alpha}, \quad B = \frac{\beta}{(1 - \alpha)}.$$
(7.2)

При цьому можуть бути прийняті три рішення:

- якщо  $l_m \leq B$  – партія приймається;
- якщо  $l_m \geq A$  – партія бракується;
- якщо  $B < l_m < A$  – випробування тривають.

При послідовному методі контролю можливі два способи контролю.

**Перший. Контроль числа дефектних виробів** для малосерійної партії ( $N < 150$ ), що складається з  $N$  виробів. Відношення правдоподібності  $l_m$  буде рівне

$$l_m = \frac{\binom{d_m}{D_1} \binom{m - d_m}{N - D_1}}{\binom{d_m}{D_0} \binom{m - d_m}{N - D_0}},$$
(7.3)

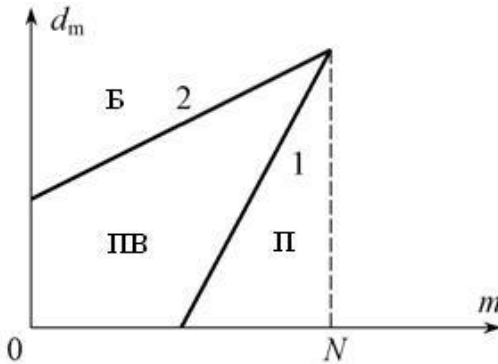
де  $d_m$  – число дефектних виробів у вибірці об'ємом в  $m$  виробів;

$D_0$  – число дефектних виробів в партії хорошої надійності;

$D_1$  – число дефектних виробів в партії поганої надійності.

Для певних значень  $d_m = 0, 1, 2, \dots$  розраховуються приймальні  $m_{np}$  і бракувальні  $m_{\bar{op}}$  об'єми випробувань (7.4) і будується графік (план) випробувань (рис. 7.1).

$$m_{np} \geq N \left\{ 1 - \frac{B \binom{D_0 - d_m}{D_1 - d_m} \binom{1}{D_1 - D_0}}{\binom{D_0}{D_1}} \right\}; m_{\bar{op}} \leq N \left\{ 1 - \frac{A \binom{D_0 - d_m}{D_1 - d_m} \binom{1}{D_1 - D_0}}{\binom{D_0}{D_1}} \right\}. \quad (7.4)$$



П – область приймання, що лежить нижче за лінію 1;

Б – область бракування, що лежить вище за лінію 2;

ПВ – область продовження випробувань, що лежить між лініями 1 і 2

**Рисунок 7.1 – План випробувань для малосерійної партії**

Графік контролю надійності (рис. 7.1) будується по трьох характеристичних точках

$$d_m = 0 \quad m = N \left( 1 - B \frac{1}{D_1 - D_0} \right)$$

$$d_m = D_1 \quad m = N \left( 1 - A / \left( \frac{D_0}{D_1} \right)^{\frac{1}{D_1 - D_0}} \right)$$

$$d_m = (D_0 + D_1) / 2 \quad m = N$$

Для контролю надійності великих партій ( $N > 1000$ ) і відновлюваних виробів користуються біномними планами

$$l_m = \left( \frac{q_1}{q_0} \right)^{d_m} \left( \frac{1 - q_1}{1 - q_0} \right)^{m - d_m}, \quad (7.5)$$

де  $q_0, q_1$  – вірогідності відмови в кожному одиночному випробуванні для партії з хорошою та поганою надійностями.

Приймальні і бракувальні числа дефектних виробів для  $m$  випробувань визначаються з умов

$$d_{np} \leq h_1 + m \cdot s, \quad d_{\delta p} \geq h_2 + m \cdot s, \quad (7.6)$$

де

$$h_1 = \lg B / \left( \lg \frac{q_1}{q_0} + \lg \frac{1 - q_0}{1 - q_1} \right),$$

$$h_2 = \lg A / \left( \lg \frac{q_1}{q_0} + \lg \frac{1 - q_0}{1 - q_1} \right),$$

$$s = \lg \frac{1 - q_0}{1 - q_1} / \left( \lg \frac{q_1}{q_0} + \lg \frac{1 - q_0}{1 - q_1} \right).$$

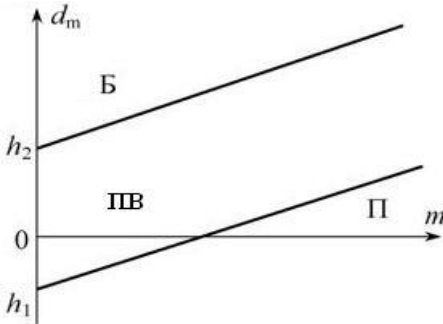


Рисунок 7.2 - Біномний план випробувань

Характеристичні точки плану

$$d_m = 0 \quad m_0 = -h_1 / s$$

$$d_m = h_1 \quad m = 0$$

$$d_m = h_2 \quad m = 0$$

При  $q_1 \leq 0.1$  можна користуватись розподілом Пуассона

$$l_m = \left( \frac{q_1}{q_0} \right)^{d_m} \cdot e^{-\frac{q_1 - q_0}{m}}, \quad (7.7)$$

$$h_1 = \lg B / \lg \frac{q_1}{q_0}, \quad h_2 = \lg A / \lg \frac{q_1}{q_0}, \quad s = 0.4343(q_1 - q_0) / \lg \frac{q_1}{q_0}.$$

**Другий. Контроль по наробітку при експоненціальному розподілі відмов** при сумарному наробітку усіх випробуваних виробів  $t_\Sigma$  здійснюється відповідно до правил:

- при  $t_\Sigma \geq h_1 + d_m \cdot s$  – партія приймається;
- при  $t_\Sigma \leq h_2 + d_m \cdot s$  – партія бракується;
- при  $h_2 + d_m \cdot s < t_\Sigma < h_1 + d_m \cdot s$  – випробування тривають;

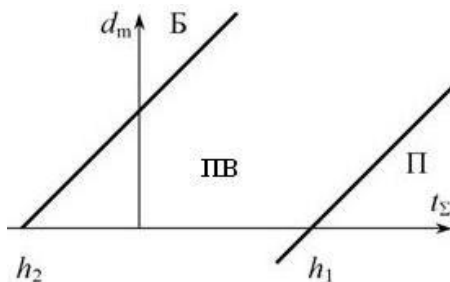
$$h_1 = -2.303 \cdot \lg B / (\lambda_1 - \lambda_0),$$

$$h_2 = -2.303 \cdot \lg A / (\lambda_1 - \lambda_0),$$

$$s = 2.303 \cdot \lg \frac{q_1}{q_0} / (\lambda_1 - \lambda_0),$$

де  $\lambda_0$  – інтенсивність відмов надійної партії;

$\lambda_1$  – інтенсивність відмов ненадійної партії.



**Рисунок 7.3 - План випробувань розподілу Пуассона**

Характеристичні точки плану

$$d_m = -h_2 / s \quad t_\Sigma = 0$$

$$d_m = 0 \quad t_\Sigma = h_2$$

$$d_m = 0 \quad t_\Sigma = h_1$$

При нормальному розподілі відмов і відомому середньоквадратичному відхиленні контроль по наробітку здійснюється відповідно до правил:

- при  $t_{\Sigma} \geq h_1 + m \cdot s$  – партія приймається;
- при  $t_{\Sigma} \leq h_2 + m \cdot s$  – партія бракується;
- при  $h_1 + m \cdot s > t_{\Sigma} > h_2 + m \cdot s$  – випробування тривають;

$$t_{\Sigma} = \sum_{i=1}^m t_i, \quad (7.8)$$

$$h_1 = -2.303 \frac{\sigma^2 \lg B}{T_0 - T_1}, \quad h_2 = -2.303 \frac{\sigma^2 \lg A}{T_0 - T_1}, \quad s = (T_0 - T) / 2.$$

де  $T_0, T_1$  – середні наробітки до відмови в партіях з хорошою та поганою надійністю.

Характеристичні точки плану

$$m = -h_2 / s \quad t_{\Sigma} = 0$$

$$m = 0 \quad t_{\Sigma} = h_2$$

$$m = 0 \quad t_{\Sigma} = h_1.$$

## 8 ЛЕКЦІЯ

### ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ НАДІЙНОСТІ ПРОЕКТОВАНИХ ТС РІЗНИХ ТИПІВ

#### 8.1 Способи і основні етапи визначення надійності проектованих систем

##### Постановка задачі.

Є відомості про надійність елементів об'єктів і зв'язках між елементами (чи схемами об'єктів) за якими необхідно визначити значення показників надійності об'єкту. Визначення надійності усього об'єкту (ТС) переслідує наступні цілі:

- визначити, чи досяжна задана надійність на сучасному рівні розвитку техніки;
- допомогти розподілити значення ПН по елементах, блоках і вузлах;
- допомогти зробити вибір між різними конструктивними рішеннями;
- з'ясувати доцільність уведення резервування.

### Шляхи визначення надійності ТС:

- із складанням математичної (логічної) моделі функціонування;
- безпосередньо за функціональною схемою системи.

Загальноприйнятим нині являється перший шлях – опис функціонування реальної ТС формальною мовою подій і станів.

Найбільшого поширення набули логічні моделі БР (безвідмовної роботи) системи, де елементи можуть знаходитися в двох несумісних станах: працездатному і непрацездатному. Функціональні зв'язки між елементами замінюються логічними.

Вид логічної моделі визначає можливість отримання розрахункових формул за допомогою методів формальних перетворень:

- методу інтегральних рівнянь;
- методу диференціальних рівнянь;
- методу оцінки надійності по графові можливих станів системи.

## 8.2 Метод інтегральних рівнянь

Застосовують при розрахунку надійності будь-яких ТС.

Визначення ПН відбувається шляхом складання і рішення інтегральних або інтегро-диференціальних рівнянь.

При складанні інтегральних рівнянь виділяють один або декілька нескінченно малих інтервалів часу, для яких розглядають складні події, що з'являються при спільній дії декількох факторів. Рішення рівнянь зазвичай знаходять чисельними методами за допомогою ЕОМ. У зв'язку з цим метод інтегральних рівнянь нині не набув широкого поширення.

## 8.3 Метод диференціальних рівнянь

Заснований на допущенні, що час між відмовами і час відновлення підкоряються показовим розподілам. При цьому параметр потоку відмов та інтенсивність відновлення

$$\omega = \lambda = \frac{1}{T_{cp}} \quad \mu = \frac{1}{T_e}, \quad (8.1)$$

де  $T_{cp}, T_e$  – відповідно середній час наробітку на відмову і відновлення.

Цей метод застосовують для розрахунку надійності відновлюваних і невідновних систем за умови наявності математичної моделі у вигляді безлічі станів системи, в яких вона може знаходитися при відмовах і відновленнях.

Для визначення ПН складають і вирішують систему диференціальних рівнянь для вірогідності станів (рівнянь Колмогорова). Щоб зменшити витрати праці на розрахунок зазвичай припускають, що:

- об'єкти, що відмовили, негайно відновлюють;
- відсутні обмеження на число відновлень;
- надійність засобів контролю ідеальна.

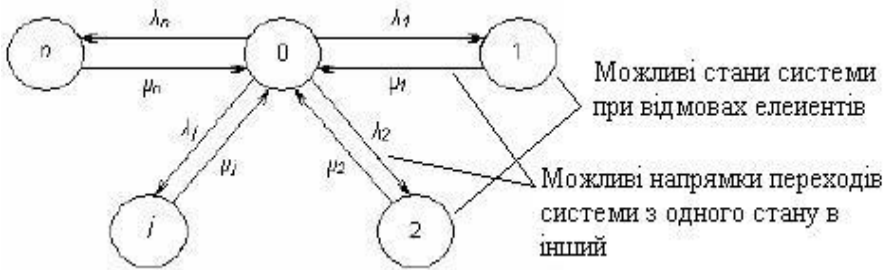


Рисунок 8.1 – Граф станів відновлюваної системи

Математичну модель зображують у вигляді графа станів. Біля стрілок вказують інтенсивність переходів (наприклад,  $\lambda$  і  $\mu$ ). Якщо розглядається невідновлювана система, то між станами є тільки одна стрілка. Для визначення вірогідності  $P_j(t)$  знаходження системи в  $j$ -му стані у момент часу  $t$  складають по графові станів систему звичайних диференціальних рівнянь.

Для цього в ліву частину кожного рівняння ставлять похідну за часом від вірогідності знаходження системи в  $j$ -му стані у момент часу  $t$ . Число членів в правій частині дорівнює числу стрілок, що сполучають даний стан з іншим. При цьому кожен член дорівнює вірогідності переходу з одного стану в інший, а саме добутку інтенсивності переходу (наприклад,  $\lambda_{ij}$ ) на вірогідність того  $i$ -го стану, з якого виходить стрілка. Знак добутку береться позитивним, коли стрілка входить в даний стан. Отримана система диференціальних рівнянь доповнюється нормованою умовою:

$$\sum_{j=0}^n P_j(t) = 1, \quad (8.2)$$

де  $P_j(t)$  – вірогідність знаходження системи в  $j$ -му стані,  
 $n+1$  – число можливих станів.

Далі уся безліч станів розбивається на дві підмножини:

$n_1$  – підмножина станів, в якій система непрацездатна;

$n_2$  – підмножина станів, в яких система працездатна.

Тоді функцію готовності системи можна визначити як:

$$G(t) = \sum_{j=0}^n P_j(t), \quad (8.3)$$

де  $P_j(t)$  – вірогідність знаходження системи в  $j$ -му працездатному стані.

Якщо необхідно визначити коефіцієнт готовності (чи простою) розглядають сталий режим експлуатації при  $t \rightarrow \infty$ . В цьому випадку усі похідні  $P_j'(t) = 0$  і система диференціальних рівнянь переходить в систему алгебраїчних рівнянь.

#### 8.4 Метод оцінки надійності по графу можливих станів систем

Заснований на методі диференціальних рівнянь, при якому доводиться вирішувати систему лінійних алгебраїчних рівнянь.

Структура визначників цієї системи дозволяє сформулювати правило знаходження виразів для ПН безпосередньо по графові.

Правило для виразів стаціонарної вірогідності знаходження системи в  $j$ -му стані полягає в наступному: проходять найкоротші шляхи (без повернення) з усіх крайніх станів в кожен стан системи по напрямку стрілок і перемножують усі інтенсивності переходів. Кожна інтенсивність переходу враховується тільки один раз. Вірогідність знаходження в  $j$ -му стані для графів без кілець визначається по формулі

$$P_j(t) = \frac{\Delta_j}{\sum_{i=0}^k \Delta_i}, \quad (8.4)$$

де  $\Delta_j, \Delta_i$  – добутки інтенсивностей переходів з усіх найкоротших станів відповідно в  $j-i$  і  $i-i$  при русі по найкоротшому шляху у напрямі стрілок;

$k+1$  – число станів системи.

Найкоротшими вважаються стани, які не мають стрілок, що виходять, при невідновлюваній системі і мають не більш за одну стрілку, що виходить, при відновлюваній системі.

Застосовуючи це правило, можна отримати формулу для  $K_{ГС}$  (коефіцієнта готовності системи) без складання і рішення диференціальних рівнянь.

### 8.5 Розрахунок втрат продуктивності систем із-за ненадійності елементів

Зазвичай в цьому випадку знаходять середні втрати в одиницю часу як математичне очікування втрат вихідного ефекту в одиницю часу

$$\bar{W} = \bar{\varepsilon}_0 - \sum_{v=0}^s \bar{\varepsilon}_v \cdot h_v, \quad (8.5)$$

де  $\bar{\varepsilon}_0$  – середній вихідний ефект в одиницю часу для повністю працездатної абсолютно надійної (ідеальною) системи;

$h_v$  – вірогідність знаходження системи в  $v$ -му стані (чи доля часу знаходження системи в  $v$ -му стані);

$s$  – число можливих станів системи.

Іноді зручніше обчислювати відносні середні втрати із-за ненадійності

$$\frac{\bar{W}}{\bar{\varepsilon}_0} = \left( 1 - \sum_{v=0}^s \varepsilon_v \cdot h_v \right) \cdot 100\%, \quad (8.6)$$

де  $\varepsilon_v = \frac{\bar{\varepsilon}_v}{\bar{\varepsilon}_0}$  – коефіцієнт зниження ефекту в  $v$ -му стані.

**Правила (допущення)** при визначенні вірогідності знаходження системи в різних станах.

**Правило 1.** Можливі  $(n+1)$  станів системи. Один стан відповідає працездатності усіх елементів, інші стани – непрацездатності одного з  $n$  елементів.

Вихідний ефект відповідає тільки для одного стану – при працездатності усіх елементів – «схема одного стану».

**Правило 2.** Схема аналогічна попередній, тільки при відмові одного елементу виникає  $v$ -й стан, якому відповідає вихідний ефект  $\bar{\varepsilon}_v$  – «схема однієї відмови».

**Правило 3.** Можливі лише такі стани системи, при яких не більше двох її елементів непрацездатні – «схема двох відмов». Загальне число станів  $n + 1 + C_n^2$ .

Доли часу знаходження системи в інших, окрім вказаних вище, станах вважаються зневажливо малими.

Розрахунки втрат продуктивності системи із-за ненадійності елементів доцільно проводити, переходячи послідовно від схеми одного стану до схем одного, двох і так далі відмов елементів. При «схемі одного стану» коефіцієнт ефективності для цього стану  $\varepsilon_v = 1$ , для інших станів  $\varepsilon = 0$ . При цьому відносні середні втрати обчислюються по формулі

$$\bar{W}/\bar{\varepsilon}_0 = 1 - h_0, \quad (8.7)$$

де  $h_0$  – вірогідність того, що усі елементи працездатні.

Вірогідність  $h_0$  обчислюється по значеннях коефіцієнтів готовності усіх  $j$ -х елементів  $K_{Гj}$  або по формулі

$$K_{ГC} = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{\mu_j}}. \quad (8.8)$$

При схемі «однієї відмови» обчислюється вірогідність знаходження системи в кожному  $v$ -му з  $(n+1)$  станів по формулі

$$h_v = \frac{\lambda_j}{\mu_j} \cdot h_0 = \frac{\lambda_j}{\mu_j} \cdot \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{\mu_j}}. \quad (8.9)$$

При цьому відносні середні втрати

$$\frac{\bar{w}}{\bar{\varepsilon}_0} = 1 - h_0 - \sum_{j=1}^n \varepsilon_j \cdot h_j = 1 - h_0 \left( 1 + \sum_{j=1}^n \varepsilon_j \cdot \frac{\lambda_j}{\mu_j} \right). \quad (8.10)$$

Збільшення відносної продуктивності системи при розрахунку за схемою «однієї відмови» може бути грубо оцінене по формулі

$$\sum_{j=1}^n \varepsilon_j \cdot \frac{\lambda_j}{\mu_j} \approx n \cdot \varepsilon_{cp1} \left( \frac{\lambda_j}{\mu_j} \right)_{cp} = z_1, \quad (8.11)$$

де  $\varepsilon_{cp1}$  – орієнтовна оцінка середнього коефіцієнта ефекту для стану системи, в якій не працює один елемент (інші  $(n - 1)$  працюють);

$\left( \frac{\lambda_j}{\mu_j} \right)_{cp}$  – середнє значення відношення  $\frac{\lambda_j}{\mu_j}$  для елементів системи.

теми.

Для системи з різними  $\lambda_j$  і  $\mu_j$  обчислення сильно ускладнюються.

При розрахунку за «схемою двох відмов» обчислення ускладнюються з-за різкого збільшення числа станів системи, які треба врахувати. Послідовність обчислення та ж: по графу обчислюють середні втрати за формулою (8.6).

Доцільність розрахунку за «схемою двох відмов» показано у формулі (8.6) переписаної у виді

$$\frac{\bar{W}}{\bar{\vartheta}_0} = 1 - h_0 - \sum_{j=1}^n \varepsilon_j \cdot h_j - \sum_{v=n+1}^s \varepsilon_v \cdot h_v, \quad (8.12)$$

де

$$s = C_n^1 + C_n^2 = n + 0.5n \cdot (n - 1).$$

У вираженні (8.12) перша сума характеризує продуктивність системи при одній відмові, а друга – при двох.

## 9 ЛЕКЦІЯ

### МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ ДІАГНОСТУВАННЯ ЕЛЕКТРОУСТАТКУВАННЯ

#### 9.1 Етапи діагностування електроустаткування

Технічна діагностика – галузь науково-технічних знань, суть яких складають теорія, методи і засоби виявлення і пошуку дефектів

об'єктів технічної природи. Технічною діагностикою називається наука про розпізнавання стану технічної системи.

Метою технічної діагностики є підвищення надійності і ресурсу технічних систем.

Основним завданням технічної діагностики є розпізнавання стану технічної системи в умовах експлуатації, при яких отримання інформації украй ускладнене.

Алгоритми розпізнавання в технічній діагностиці частково ґрунтуються на діагностичних моделях, що встановлюють зв'язок між станами технічної системи і їх відображенням в просторі діагностичних сигналів. Важливою частиною проблеми розпізнавання є правила ухвалення рішень.

Рішення діагностичної задачі (віднесення виробу до справного або несправного) завжди пов'язане з ризиком помилкової тривоги або пропуску мети. Для ухвалення обґрунтованого рішення необхідно використовувати методи теорії статистичних рішень.

Рішення завдань технічної діагностики завжди пов'язане з прогнозуванням надійності на найближчий період експлуатації. Тут рішення повинні ґрунтуватися на моделях відмов, що вивчаються в теорії надійності.

Другим важливим напрямом технічної діагностики є теорія контролепридатності – властивості виробу забезпечувати достовірну оцінку його технічного стану і раннє виявлення несправностей й відмов. Завданням теорії контролепридатності є вивчення засобів і методів отримання діагностичної інформації.

Методи проектування автоматизованих систем контролю складають один з напрямів теорії контролепридатності. Нарешті, дуже важливі завдання теорії контролепридатності пов'язані з розробкою алгоритмів пошуку несправностей, розробкою діагностичних тестів, мінімізацією процесу встановлення діагнозу.

Структура технічної діагностики (рис. 9.1) характеризується двома взаємопроникаючими і взаємозв'язаними напрямками: теорією розпізнавання і теорією контролепридатності. Теорія розпізнавання містить розділи, пов'язані з побудовою алгоритмів розпізнавання, вирішальних правил і діагностичних моделей.

Теорія контролепридатності включає розробку засобів і методів отримання діагностичної інформації, автоматизований контроль і по-

шук несправностей. Технічну діагностику слід розглядати як розділ загальної теорії надійності.



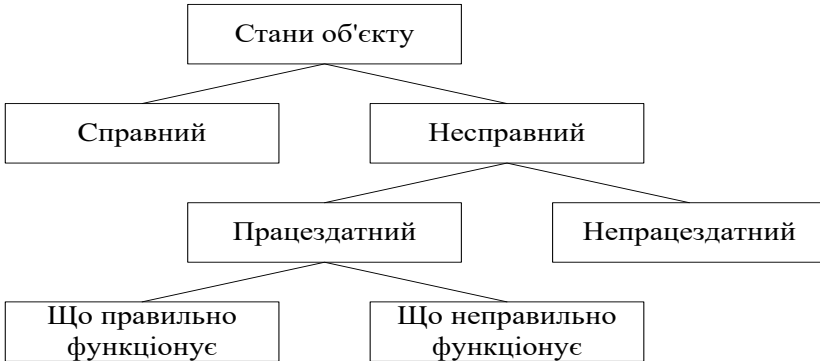
Рисунок 9.1 – Структура технічної діагностики

Технічний стан вузлів і деталей електроустаткування змінюється в процесі експлуатації й залежить від режимів роботи й зовнішніх впливів. Параметри, що характеризують стан вузлів і деталей, є змінними величинами. Електроустаткування в процесі експлуатації може перебувати в кінцевій безлічі станів. Тому необхідно встановити, у якій області станів перебуває дане електроустаткування.

Досліджуваний об'єкт може знаходитися в одному з наступних технічних станів (рис. 9.2):

- справний або несправний;
- працездатний або непрацездатний;
- стан правильного або неправильного функціонування.

**Справним** є об'єкт, що задовольняє усім вимогам нормативно-технічної документації. Справний об'єкт знаходиться в справному технічному стані. Об'єкт **працездатний**, якщо він може виконувати усі задані йому функції із збереженням значень заданих параметрів в необхідних межах. Працездатний об'єкт знаходиться в працездатному стані.



**Рисунок 9.2 – Технічні стани об'єкту**

Таким чином, справний об'єкт повністю задовольняє усім технічним вимогам. **Несправний об'єкт** – об'єкт, що має дефект. **Дефект** – будь-яка невідповідність властивостей об'єкту заданим, необхідним або очікуваним його властивостям.

Для несправного об'єкту можливі два стани: працездатний і непрацездатний. **Працездатний об'єкт** – об'єкт, у якого технічним вимогам відповідають лише властивості, що характеризують здатність виконання заданих функцій. Перехід справного об'єкту в працездатний стан називається ушкодженням. Перехід працездатного об'єкту в непрацездатний стан називається відмовою.

Правильно функціонуючим є об'єкт, значення параметрів якого в даний момент часу знаходяться в необхідних межах. Об'єкт може також знаходитися в несправному стані і в стані неправильного функціонування. В умовах експлуатації необхідно підтримувати (як мінімум) працездатний стан. Це покладається на систему технічного обслуговування (ТО) і ремонтів. Основний зміст ТО – контроль стану устаткування і його обслуговування в цілях підтримки справності або працездатності. Завдання ремонту – відновлення справності або працездатності.

Основним завданням діагностування є своєчасне виявлення і пошук дефектів, тобто визначення їх наявності, характеру і місця знаходження. Виявлення дефекту – встановлення факту наявності дефек-

ту у об'єкту. Пошук дефекту – вказівка з певною точністю його місцезнаходження в об'єкті.

Призначення технічної діагностики полягає в підвищенні надійності об'єктів на етапі експлуатації, а також запобігання виробничому браку на етапі виготовлення. Вимоги, яким повинен задовольняти об'єкт, визначаються відповідною нормативно-технічною документацією.

#### **Завдання технічної діагностики**

При визначенні технічного стану об'єкту можна виділити три типи вирішуваних завдань:

- визначення поточного стану об'єкту – завдання діагностування;
- пророцтво технічного стану об'єкту в майбутній момент часу – завдання прогнозування;
- визначення технічного стану об'єкту для минулого моменту часу – завдання генезу (наприклад, розслідування аварії).

В результаті можна розрізнити технічну діагностику, технічне прогнозування і технічну генетику.

Діагностика використовує результати дослідження фізичної суті процесів функціонування виробу, методи теорії надійності, теорії вимірів і аналізу інформації. Діагностика ґрунтується на результатах технічного контролю. **Технічний контроль** – перевірка відповідності продукції або процесу встановленим технічним вимогам.

Технічний контроль здійснюється на різних стадіях життєвого циклу виробу. Зокрема велике значення має експлуатаційний контроль:

- контроль параметрів виробу при його функціонуванні з використанням штатних приладів контролю;
- періодичний контроль правильності функціонування з використанням штатних сигналізаторів;
- контроль з метою виявлення відхилень в роботі виробу з використанням штатних засобів контролю;
- діагностика технічного стану з використанням спеціальних діагностичних алгоритмів на основі контрольно-вимірювальної інформації.

Контроль і діагностика вирішують наступні завдання:

- створення контролепридатного виробу;
- розробка системи контрольних засобів;

- розробка методів обробки і аналізу контрольної-вимірної інформації;
- обґрунтування і реалізація способів представлення діагностичної інформації;
- розробка рекомендацій по використанню результатів контролю і діагностики і ухвалення необхідних рішень.

Терміном «**діагностування**» об'єднуються процеси виявлення і пошуку дефектів при визначенні технічного стану об'єкту. **Завдання діагностування** – перевірка справності, працездатності і правильного функціонування об'єкту, а також завдання виявлення і пошуку дефектів.

При рішенні завдань діагностики потрібне визначення і завдання класу дефектів і наявність формалізованих методів побудови алгоритмів діагностування. Для діагностування технічного стану об'єкту використовуються технічні засоби діагностики. Засоби діагностики можуть бути апаратними і програмними. Засоби і об'єкт діагностування утворюють систему діагностування.

Залежно від функціональних або конструктивних особливостей електроустаткування для визначення його технічного стану застосовується тестове або функціональне діагностування.

При **тестовому** діагностуванні на електроустаткування подаються тестові впливи від засобів діагностування. Состав й послідовність подачі цих впливів вибирають виходячи з необхідного ступеня вірогідності, одержуваних результатів і умов ефективності діагностування. Тестове діагностування проводять як у відключеному стані електроустаткування, так і під час його роботи.

**Функціональне** діагностування здійснюють під час роботи електроустаткування, на яке надходять тільки робочі впливи. Функціональне діагностування можна також проводити в режимах імітації функціонування електроустаткування.

Виходячи з вимог до діагностування і його впровадження, **основними етапами діагностування** електроустаткування є:

- визначення вузлів і деталей, що обмежують ресурс роботи електроустаткування й повинні діагностуватися;
- вибір параметрів і розробка методів діагностування електроустаткування;
- вибір і розробка засобів для діагностування електроустаткування;

- розробка технологій діагностування електроустаткування;
- пошук несправностей електроустаткування.

Правильний вибір підлягаючих діагностуванню вузлів і деталей (елементів) електроустаткування, є одним з важливих питань розробки загальної системи діагностування. Від нього залежить, напрямок і зміст подальших робіт по визначенню параметрів, вимірюваних при діагностуванні, розробці методів і засобів діагностування.

Для визначення вузлів і деталей, що підлягають діагностуванню, в одному випадку звичайно збирають дані про відмови електричних машин і апаратів в умовах експлуатації. У другому випадку для одержання вихідних даних проводять випробування дослідної партії нового електроустаткування.

На основі аналізу кількості й причин відмов визначається перелік елементів конструкції, які обмежують ресурс або працездатність електричної машини або апарата, що використовується для побудови **формалізованої моделі об'єкту** – його опису в аналітичній, графічній, табличній або іншій формі. **Явна модель** містить опис справного об'єкту і опис кожної з його несправних модифікацій. **Неявна модель** припускає наявність тільки одного опису.

Діагностична модель будується на основі вивчення схемно-технічних рішень об'єкту і досвіду його експлуатації. Модель включає:

- класифікацію можливих дефектів;
- спостережувані ознаки появи дефектів;
- методи виявлення ознак.

Ознаки дефектів проявляються в зміні спостережуваних параметрів (характеристик) об'єкту. Тому потрібне встановлення діагностичних параметрів і їх кількісного або якісного зв'язку з наявністю і мірою розвитку дефекту. Значення діагностичних параметрів, визначені при випробуваннях, характеризують технічний стан об'єкту в даний момент часу. Якість діагностування значною мірою залежить від правильності вибору діагностичних ознак.

Для віднесення об'єкту до відповідного стану необхідно встановити граничні значення діагностичних параметрів. Тоді вихід параметра за допустимі межі є ознакою дефекту. При діагностиці необхідно також враховувати швидкість розвитку дефекту, щоб непрацездатний стан не наступив раніше наступного терміну контролю.

**Діагностичні моделі** можуть бути структурні і функціональні. Структурні моделі дозволяють здійснити пошук дефектів. Моделі мо-

жуть бути детермінованими і імовірнісними. На основі моделі будується алгоритм діагностування. Побудова алгоритму діагностування представляє собою вибір сукупності елементарних перевірок.

При діагностиці стану об'єкту використовуються діагностичні технічні засоби, склад яких представлено на рис. 9.3.



**Рисунок 9.3**

Основу комплексу технічних засобів складають контрольно-вимірювальні засоби, за допомогою яких отримують інформацію по діагностичних параметрах об'єкту. Діагностування може бути функціональним (на об'єкт поступають тільки робочі дії) і тестовим (при подачі спеціальних дій).

## **9.2 Вибір параметрів і розробка методів діагностування**

При розробці методів діагностування електроустаткування важливим завданням являється визначення оптимального набору параметрів, використовуваних при діагностуванні і характеризуючих технічний стан контролюваного об'єкту. Параметри, величини яких доцільно вимірювати при діагностуванні електроустаткування, характеризуються:

- номінальними значеннями і полем допусків;
- залежностями номінальних значень від зовнішнього середовища;
- закономірностями зміни залежно від часу експлуатації або наробітку;
- необхідною точністю вимірів та ін.

В електричних машинах значне число параметрів можна виміряти безпосередньо (напругу, частоту та ін.). Для виміру інших пара-

метрів застосовують перетворювачі. Для вибору вживаних при діагностуванні параметрів, що характеризують технічний стан вузлів і деталей електричної машини або апарату, їх можна класифікувати таким чином:

- параметри, виражені електричними величинами і що дозволяють вимірювати їх значення безпосередньо (напруга і сила змінного або постійного струмів, частота, тривалість і амплітуди імпульсів, індуктивності, місткості, опори та ін.);
- параметри, виражені електричними величинами і що вимагають для свого виміру додаткового перетворення (великі або малі струми і напруга, модуляція та ін.);
- параметри, вимірювані непрямим шляхом;
- параметри, виражені неелектричними величинами і що вимагають для свого виміру первинного перетворення (температура переміщення та ін.);
- параметри, оцінка яких проводиться візуально (наявність нагрівів на контактних поверхнях, раковин на поверхні колектора або контактних кілець та ін.).

По інформативності параметри можна умовно розділити на дві групи: узагальнені і локальні. **Узагальнений** параметр несе велику кількість інформації і характеризує стан декількох або одного вузла, декількох деталей, а **локальний** – тільки однієї деталі (елементу).

Для визначення залишкового ресурсу елементів і вузлів електроустаткування вимагається розробляти методи діагностування, засновані на застосуванні декількох характеристик одного діагностичного параметра або певного поєднання двох або декількох параметрів, що дає великий об'єм інформації, одночасно знижуючи трудомісткість і спрощуючи обробку даних діагностування.

#### **Загальні вимоги до розробки і вибору методів діагностування:**

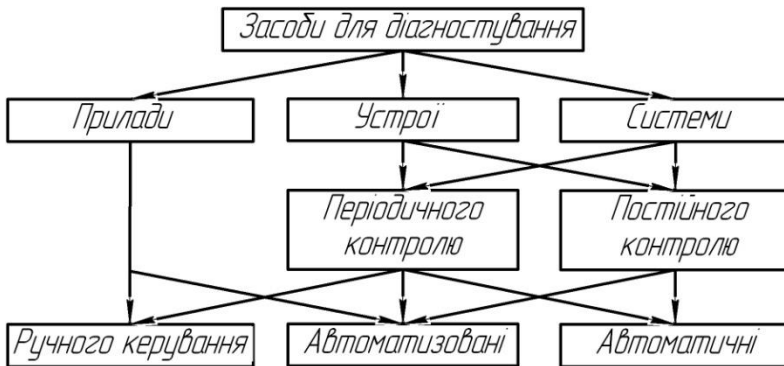
- мають бути простими і не вимагати для своєї реалізації застосування або розробки складних і дорогих діагностичних засобів;
- повинні забезпечувати необхідну достовірність результатів діагностування;
- при проведенні вимірів не вимагати режимів роботи електроустаткування, які важко здійснити на практиці;
- в порівнянні з іншими методами і способами забезпечувати скорочення часу і витрат засобів на діагностування.

При розробці методів прагнуть для спрощення процесу виміру і підвищення ефективності діагностування, наприклад: обмотку котушки магнітного пускача можна використовувати для виміру переміщення контактів при діагностуванні контактної системи, а обмотки і магнітопровід електродвигуна – як електромагніт, що переміщає ротор в радіальних напрямках паралельно розточуванню статора, при вимірі проміжків в підшипниках.

Розробка методів зазвичай ведеться на підставі статистичних даних про режими роботи, функціональних залежностей величин параметрів від часу роботи електрообладнання, а також цих теоретичних і експериментальних досліджень.

### 9.3 Засоби для діагностування електроустаткування

Виходячи із завдань і принципів організації робіт, при діагностуванні електроустаткування застосовуються прилади і пристрої. Класифікація засобів, вживаних при діагностуванні електроустаткування, показана на рис. 9.4. Нині діагностування і прогнозування електроустаткування зазвичай проводиться за допомогою переносних приладів ручного управління.



**Рисунок 9.4 - Класифікація засобів, вживаних при діагностуванні електроустаткування**

Досить широке застосування отримують пристрої для діагностування електроустаткування, що здійснюють постійний або періоди-

чний автоматичний контроль за технічним станом і сигналізувати про настання передаварійного стану. Такі пристрої не дозволяють автоматично або вручну вмикати і вимикати електроустаткування з мережі при загрозі виникнення несправностей.

Перспективи широкого застосування пристроїв для діагностування пояснюються тим, що електроустаткуванням на відміну від інших машин і механізмів, порівняно легко можна управляти і контролювати завдяки наявності апаратури управління і схем автоматизації його роботи.

Засобами тестової групи при діагностуванні в контрольоване електроустаткування посилаються сигнали (тестові дії), при цьому вимірюються необхідні параметри, що характеризують реакцію електроустаткування на сигнали, і по цих параметрах оцінюється його технічний стан.

Засобами діагностування функціональної групи визначається технічний стан електроустаткування під час роботи, причому ніяких зовнішніх дій, що відбиваються на функціонуванні електроустаткування, не виробляються.

Якщо величину діагностичного параметра не можна визначити прямим виміром, проводять вибір або розробку перетворювачів або датчиків. Залежно від характеру діагностичних параметрів визначається, до якої групи відноситиметься засіб діагностування (тестовою або функціональною).

Велике значення при розробці засобів для діагностування електроустаткування має форма представлення результатів, яка має бути зручною для аналізу і прогнозування (зчитування свідчень по приладах, цифрових індикаторах, світлова і звукова сигналізація).

Послідовність перевірки елементів відповідно до імовірнісно-тимчасового способу пошуку несправностей встановлюється із співвідношення: за збільшенням відношення, по зменшенню відношення:

$$\frac{t_1}{Q_1} < \frac{t_2}{Q_2} < \dots < \frac{t_n}{Q_n} \text{ за збільшенням відношення}$$

$$\frac{P_1}{t_1} > \frac{P_2}{t_2} > \dots > \frac{P_n}{t_n} \text{ по зменшенню відношення.}$$

де  $t_1 \dots t_n$  – час витрачений на перевірку  $i$ -го елементу,  
 $Q_i \dots$  – вірогідність відмови  $i$ -го елементу,  
 $P_i \dots$  – вірогідність безвідмовної роботи  $i$ -го елементу.

Пошук несправності і перевірки елемента, що має найменше відхилення часу перевірки до вірогідності відмови або має найбільше відношення вірогідності безвідмовної роботи до часу перевірки. Побудована таким чином методика забезпечує мінімальні витрати часу на пошук несправності.

## 10 ЛЕКЦІЯ ОСНОВНІ ПИТАННЯ ПРОГНОЗУВАННЯ

### 10.1 Прогнозування зміни стану об'єктів

Показники дійсного стану об'єкту і його працездатності в деякий дискретний момент часу несуть в основному інформацію про функціонування об'єкту у минулому і не дозволяють сказати про поведінку об'єкту в майбутній період експлуатації. Ефективність діагностичних програм істотно зростає, коли при тому ж змісті контрольних операцій вирішується завдання прогнозування зміни стану об'єкту в майбутні моменти часу.

Рішення завдань технічного прогнозування дуже важливе для організації обслуговування об'єктів по стану замість обслуговування по термінах або ресурсу. Прогнозування може бути **груповим** і **індивідуальним**. При індивідуальному прогнозуванні апріорна інформація має бути індивідуальною для кожного екземпляра об'єкту.

Завдання прогнозування може бути описане лінійною моделлю системи прогнозування (рис. 10.1), в яку входять:

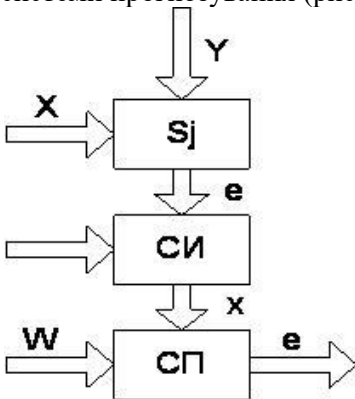


Рисунок 10.1

$S_j$  – екземпляр об'єкту;

$CI$  – засоби виміру;

$CP$  – засоби прогнозування;

$X$  – вектор, що описує чинники, що визначають безповоротні процеси деградації фізико-хімічних властивостей об'єкту;

$Y$  – вектор, що описує випадкові перешкоди;

$e$  – вектор прогнозуючих параметрів, складові якого залежать від  $X$ ;

$Z$  – вектор погрешностей виміру прогнозуючих параметрів;

$x$  – вектор вимірних значень прогнозуючих параметрів;  
 $W$  – погрішності прогнозування;  
 $e$  – майбутній технічний стан об'єкту.

Модель процесу прогнозування носить імовірнісний характер

$$e = f(X, Y, Z, W). \quad (10.1)$$

Найбільш простою моделлю є явна аналітична модель

$$e = f_x(X), \quad (10.2)$$

у якій прогноз повністю визначається значеннями чинників, що визначають деградацію фізико-хімічних властивостей об'єкту (ідеальна модель).

У загальному випадку завдання опису моделі дуже складне і не має загального рішення. За наявності прогнозу можна вибрати критерій придатності і призначити його граничне значення, після досягнення якого подальше використання об'єкту або неможливо, або невиправдано.

Простими критеріями придатності можуть бути, наприклад, абсолютні значення або швидкість зміни абсолютних значень інтенсивності відмов або інших прогнозуючих параметрів.

Найбільш важкими є питання обґрунтованого призначення критерію придатності, а також вибір прогнозуючих параметрів. Теоретично обґрунтовані відповіді на ці питання вдається отримати далеко не завжди і тільки для простих об'єктів. В більшості випадків можуть виявитися прийнятними методи експертних оцінок.

Найбільшою мірою цілям діагностики відповідає контроль по прогнозуючому параметру, тобто по такому параметру, який найтісніше пов'язаний з відмовою. Зазвичай цей зв'язок носить стохастичний характер. Достовірність прогнозування залежить від того, наскільки тісний цей зв'язок.

Прогноз надійності можливий лише у тому випадку, якщо для кожного виду устаткування будуть виявлені прогнозуючі параметри, визначені їх граничні значення і розроблені методи їх виміру в умовах експлуатації. Поки таких даних в повному об'ємі ще немає.

## 10.2 Проблема прогнозування

Необхідність пророцтва зміни стану технічних об'єктів виникла в той час, коли міра складності об'єктів стала випереджати рівень яко-

сті і надійності елементів, на базі яких створювалися об'єкти. Це призводило до того, що об'єкти по тривалості функціонування не задовольняли поставлених вимог, і необхідно було здійснювати профілактичні роботи по відновленню працездатності об'єктів, час проведення яких вимагалось визначити.

Необхідність у визначенні часу безвідмовної роботи об'єкту стала особливо гострою, коли з'явилися об'єкти, на які покладалися дуже відповідальні функції і ціна відмови яких була досить високою.

Застосування методів прогнозування в період експлуатації таких об'єктів вирішує ряд важливих завдань і дозволяє:

- обґрунтувати терміни профілактичних робіт, оскільки визначається час майбутньої відмови об'єкту;
- оптимізувати програму пошуку несправностей у зв'язку з визначенням блоків, в яких очікується відмова;
- обмежити кількість обслуговуючого персоналу шляхом автоматизації процесу прогнозування і визначення стану об'єкту па деякий період часу вперед;
- визначити кількість запасних частин, обчислюючи число блоків в яких очікується відмова на заданому інтервалі.

Усі ці процеси окремо або в поєднанні є основою зміни параметрів об'єкту, контроль і аналіз яких передують прогнозуванню. Проблема прогнозування має різні аспекти (філософський, фізичний, математичний та ін.), які розкривають цю проблему з різних сторін.

З філософської точки зору всяке наукове передбачення є екстраполяцією (поширенням) відомих законів, матеріальних умов або типів взаємодії на область даних явищ, недоступних з якої-небудь причини експериментальному вивченню. Точність передбачення в багато чому залежить від того, який закон піддається екстраполяції і наскільки правильно і повно він пізнаний.

У матеріальному світі існують три основні **групи законів**:

- специфічні, або приватні, які виражають стосунки між конкретними властивостями матерії, існуючими в локальних масштабах (законів фізики, хімії, біології і інших наук, що виражають порядок стійкого зв'язку між конкретними властивостями тіл);
- загальні, які характеризують великі групи якісно різнорідних явищ (закони збереження енергії, маси, електричного заряду і деяких інших загальних властивостей);

– загальні, або універсальні, діючі в усіх сферах матеріального світу (закони причинності, єдності і боротьби протилежностей, взаємного переходу кількісних і якісних змін та ін.).

Усі ці закони пов'язані між собою. Залежно від типу закону, що піддається екстраполяції, і повноти обліку конкретних умов, прогнозування може мати більшу або меншу міру точності.

Крім того, результат прогнозу істотно залежить від того, яка система розглядається – відносно проста або дуже складна, а також якому закону розвитку вона підкоряється, закону, що однозначно детермінує його стан або ймовірнісному закону).

Фізична картина зміни стану технічних об'єктів є науковою основою, що пояснює кількісні зміни що відбуваються в об'єкті і можливий перехід в інший якісний стан. З тієї миті, як виріб вважається виготовленим, в нім протікають процеси, що характеризують **деградацію** об'єкту. Іншими словами, з моменту початку експлуатації працездатність об'єкту поступово погіршується, причому швидкість зміни працездатності різна у різних об'єктів. Проте порівняно добре вивчена нині фізика відмов є однією з найважливіших передумов до успішного рішення даної проблеми.

Не менш важливий в даній проблемі **евристичний аспект**, оскільки прикладний характер прогнозувань достатньо яскраво виражений. Якщо розглядати з цієї точки зору зміну працездатності, то зміни параметрів об'єкту, матимуть у багатьох випадках цілком певні закономірності. При цьому зміни параметрів, випадкові для кожного окремого об'єкту, носять статистично стійкий характер для цілої партії об'єктів. Причому статистична стійкість характеризується явно вираженою тенденцією, достатньою монотонністю і плавністю, що є однією з вирішальних передумов для здійснення прогнозу. Геометрично криві зміни параметрів лежать в більшості випадків в одному квадранті декартової системи координат і мають аналоги серед кривих, що описуються простими математичними виразами.

### 10.3 Основні напрями теорії прогнозування

Успішне здійснення прогнозування залежить, передусім, від правильності формулювання і постановки задачі. Від постановки задачі залежать шляхи її рішення, практична реалізація отриманих результатів і, безумовно, ефективність її рішення.

Різноманітність об'єктів, що діагностуються, припускає наявність безлічі процесів, що діагностуються, характер яких може визначатися з різних точок зору, а їх прогнозування може ґрунтуватися на різних принципах і здійснюватися різними методами з використанням того або іншого математичного апарату. Проте, при усій різноманітності підходів і методів здійснення прогнозування можна вказати основні принципи отримання результату прогнозу, які об'єднуюватимуть цілі групи можливих методів прогнозування процесів, що діагностуються:

а) результат прогнозу отримують в тій же розмірності, що і контрольовані параметри, тобто прогнозування зміни процесу (стану об'єкту) має своєю метою отримання величини контрольованого параметра, що характеризує протікання процесу в часі;

б) результат прогнозу визначається як вірогідність виходу (невиходу) характеристик контрольованого процесу за певні межі;

в) в результаті прогнозу контрольований процес (об'єкт) може бути віднесений до того або іншого класу заздалегідь охарактеризованих процесів (об'єктів) за критерієм працездатності або довговічності.

У усіх згаданих випадках підхід до прогнозування буде принципово відрізнятися, причому кожен з підходів є цілим напрямом, що об'єднує свої методи, які в основі своїй мають ідентичний математичний апарат. Такий розподіл, будучи досить загальним, тим часом дозволяє порівняно чітко сформулювати завдання математично і визначити той апарат, який може бути при цьому використаний.

Поставимо завдання прогнозування, підходячи до цього з позиції напрямку «а». Нехай контрольований процес, що характеризує стан об'єкту діагностики, представлений у вигляді багатовимірної векторної функції  $\xi(t) = \xi_1(t), \dots, \xi_s(t), \dots, \xi_k(t)$  яка спостерігається (дискретно або безперервно) в період часу від  $t_0=0$  до  $t_n$  в області  $T_1$  внаслідок чого відомі значення цієї функції  $\xi(t_0), \xi(t_1), \dots, \xi(t_i), \dots, \xi(t_n)$  відповідно в моменти часу  $t_0, t_1, \dots, t_i, \dots, t_n \in T_1$ . Необхідно по відомих значеннях  $\xi(t_1)$  визначити величини цієї функції  $\xi(t_{n+1}), \dots, \xi(t_{n+j}), \dots, \xi(t_{n+m})$ . Моменти часу  $t_{n+1}, \dots, t_{n+j}, \dots, t_{n+m} \in T_2$  – область майбутніх моментів часу.

Завдання може вирішуватися як для вектора  $\xi(t)$ , так і для кожної його координати  $\xi_s$  (рис. 10.2).

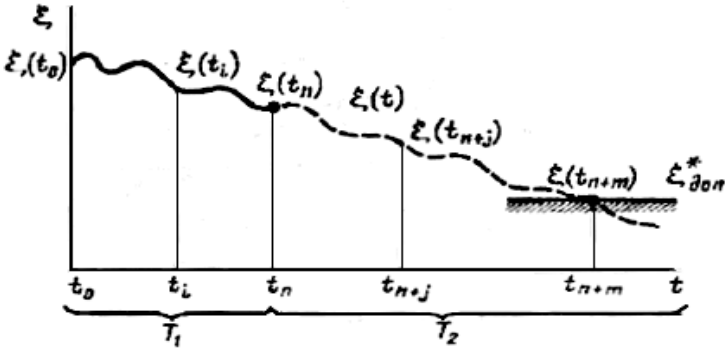


Рисунок 10.2 – Прогнозування величини контрольованого параметра  $\xi(t)$

Подібна постановка завдання справедлива в припущенні, що  $\xi(t_0), \dots, \xi(t_n)$  визначають значення  $\xi(t_{n+1}), \dots, \xi(t_{n+m})$ , іншими словами, процес інерційний в часі і усі зміни, що відбуваються у минулому, поступово накопичуються, тобто існує явна безповоротність діагностованого процесу. Можливість такого припущення, очевидно, визначається мірою вивчення процесу.

Ідеальним випадком рішення поставленої задачі є, очевидно, адекватний опис зміни функції  $\xi(t)$  яким-небудь аналітичним вираженням. У цьому варіанті задачу може бути вирішено різними методами, які називається **методами аналітичного прогнозування (АП)**.

При визначенні вірогідності виходу (невиходу) контрольованого процесу за встановлені обмеження задачу прогнозування можна сформулювати таким чином. Нехай набуті значення параметрів  $\xi_s(t)$ , при  $s = 1, 2, \dots, k$  в моменти часу  $t_i$ , при  $i = 0, 1, \dots, n$ , і в кожному тимчасовому перерізі стан об'єкту повністю характеризується функцією розподілу  $F_i(\xi)$ . По відомих значеннях  $\xi_s(t_i), \xi(t_i), F_i(\xi), t_i \in [t_0 \div t_i]$  необхідно визначити вірогідність збереження працездатності об'єктом:

$$F_{n+j}(\xi^*) = P\left\{\xi(t_{n+j}) < \xi^*\right\} = \int_{\xi^*}^{\infty} f_{t_{n+j}}(\bar{\xi}) d\bar{\xi}, \quad (10.3)$$

де  $\xi^*$  – допустиме значення функції  $\xi(t)$ ;

$f_{t_{n+j}}(\xi)$  – щільність розподілу значень  $\xi(t)$  в тимчасовому перерізі  $t$  в області  $[t_{n+1} \div t_{n+m}]$ , для значень  $t_{n+j}$ , при  $j = 1, 2, \dots, m$  (рис.

10.4) з математичним очікуванням  $m_{\xi}(t)$  і дисперсією  $\sigma_{\xi}^2(t)$ . Подібна задача вирішується різноманітними методами, які називаються методами імовірнісного прогнозування (ІІІ).

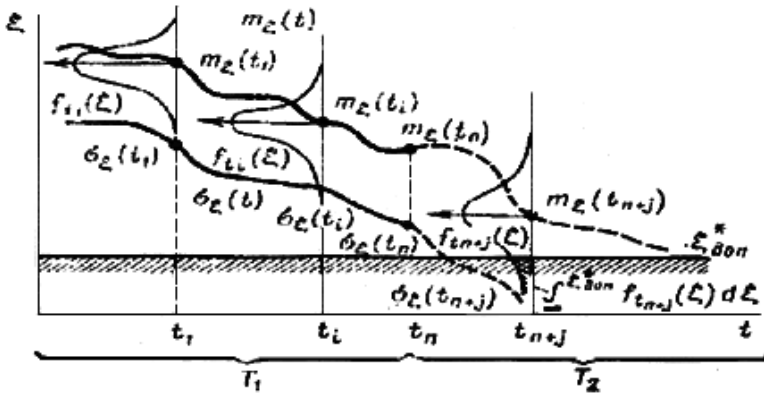


Рисунок 10.3 – Прогнозування вірогідності збереження працездатності

Третій напрям теорії прогнозування, визначуваний як статистична класифікація (СК), або розпізнавання образів, передбачає віднесення процесу об'єкту, що діагностується, до одного з класів і допускає наступне формулювання завдання.

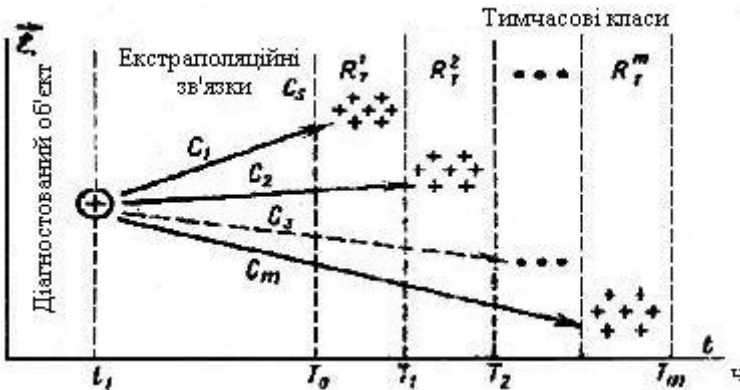


Рисунок 10.4 – Статистична класифікація контрольованих об'єктів

Нехай у момент  $t_0$  або в обмежений початковий період часу набуті значень параметрів контрольованого процесу  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_s, \dots, \xi_k$ , що характеризують функцію  $\xi_0$ . Необхідно по сукупності параметрів  $\{\xi S\}_0$ , при  $s = 1, 2, \dots, k$  координат вектора функції  $\xi_0$ , прийняти рішення про приналежність процесу до того або іншого класу  $R^\lambda$ ,  $\lambda = 1, 2, \dots, m$ , де  $R^\lambda$  можуть бути параметричними:  $R_{\xi^1} = \xi^0 \div \xi^1$ ,  $R_{\xi^2} = \xi^1 \div \xi^2$ , або тимчасовими:  $R_T^1 = 0 \div T$ ,  $R_T^2 = T \div 2T$  та ін. (рис. 10.4). Тут  $[\xi^0 \div \xi^1]$ ,  $[\xi^1 \div \xi^2]$ , ... і  $[0 \div T]$ ,  $[T \div 2T]$ , ... – вибрані інтервали в полі допуску і на тимчасовій осі. Множина і розмір класів визначаються специфічними особливостями об'єктів діагностики; вони об'єднують об'єкти, що характеризуються ідентичністю показників стану, сукупністю властивостей і т. д.

Подібна постановка завдання ґрунтується на тому припущенні, що технічні вироби, що мають рівні довговічність, рівень якості, міру працездатності та інші показники, матимуть ідентичну сукупність параметрів. Безумовно, при ідеальній технології виготовлення усі показники виробів, наприклад, довговічність, будуть приблизно рівними і зв'язок між сукупністю параметрів  $\{\xi S\}$  і довговічністю буде близьким до детермінованого. На практиці технологічні відхилення, з об'єктивних і суб'єктивних причин впливають на величину довговічності і розкид параметрів. І якщо існує шуканий зв'язок, то він має статистичний характер. Класи  $R^\lambda$  є свого роду еталонами, які часто втілюються у вигляді еталонних «образів», або «портретів». Завдання зводиться до порівняння діагностованого «образу» – об'єкту – з еталонним і наступного ухвалення рішення.

При усій принциповій відмінності вказаних напрямів їх об'єднує єдність мети, яку ставлять перед собою усі методи прогнозування, - визначення характеру протікання процесу, що діагностується, в майбутньому. Різноманіття шляхів досягнення цієї мети пояснюється тією безліччю завдань, які існують в різних галузях науки і техніки. Існуюча безліч методів рішення задачі прогнозування має одну загальну мету – виявлення зв'язків між інформацією про процес в контрольований період часу і характером протікання процесу в наступному. Назвемо ці зв'язки **екстраполяційними**. Характер зв'язків залежить від незліченних чинників, які впливають на працездатність об'єкту на всіх стадіях його створення і експлуатації, і міняється від детермінованого до строго імовірнісного.

Очевидно, що характер екстраполяційних зв'язків визначатиме апарат рішення задачі прогнозування, а залежно від того, наскільки повно виявлений характер даних зв'язків, залежатиме точність прогнозування. Оскільки ці зв'язки можуть бути детермінованими, квазидетермінованими, імовірнісними та ін., часто завдання вирішуються ефективніше при комбінуванні методів і математичного апарату різних напрямів прогнозування. Так, рівняння регресії, деякі методи теорії випадкових функцій є хорошою ілюстрацією можливості комбінування методів аналітичного і імовірнісного прогнозування. Крім того, перспективним є спільне використання статистичної класифікації і аналітичного прогнозування.

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

### ОСНОВНІ

1 Надійність електрообладнання : навчальний посібник / Д. С. Яримбаш, С. Т. Яримбаш, Т. П. Солодовнікова, Д. О. Літвінов. – Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка», 2022. – 152 с.

2 Губаревич, О.В. Г93 Надійність і діагностика електрообладнання : Підручник / О. В. Губаревич . – Сєвєродонецьк : вид-во СНУ ім. В. Даля, 2016. – 248 с.; табл. 6, іл. 20, бібліогр. 44 найм.

ISBN 978-617-11-0069-5

3 Лут М. Т. Основи технічної експлуатації енергетичного обладнання АПК : [підручник для студентів ВНЗ] / Лут М. Т., Мірошник О. В., Трунова І. М. – Харків : Факт, 2008. – 438 с.

ISBN 978-966-637-575-2

### ДОДАТКОВІ

4 Ushakov I. Is the reliability theory still alive? / I. Ushakov. – Сан-Диего, Калифорнія, США (ED Session4 06.pdf).

5 Солодовнікова, Т.П. Проблеми дисципліни «Надійність і діагностика електрообладнання» / Солодовнікова, Т.П. // Збірник НПК «Тиждень науки», 2012, ЗНТУ