

УДК 539.3

Засовенко А.В.¹

¹ канд. техн. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

ДИНАМІЧНЕ ДЕФОРМУВАННЯ БАЛКИ, ЩО ЛЕЖИТЬ НА ОДНОСТОРОННІЙ ІНЕРЦІЙНІЙ ОСНОВІ, ПІД ДІЄЮ РУХОМОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Однією з найбільш актуальних проблем в наш час є підвищення надійності елементів залізничних та автодорожніх мостів. Основною причиною появи тріщин втомі є те, що вже на стадії проектування мостів недостатньо повно враховується фактична робота елементів конструкцій під час експлуатаційного навантаження. Дослідження якісних закономірностей взаємодії балочних конструкцій з різними основами при дії рухомих навантажень, представляють інтерес при оцінці міцності і стійкості конструкцій, оскільки порушення контакту при сумісній деформації не тільки кількісно, але і якісно змінює характер динамічного процесу.

Розглядається система, кінцевої довжини, що складається з балки, і односторонньої інерційної основи. Односторонній зв'язок між балкою і основою обумовлений, тим, що основа чинить опір тільки втискуванню балки і не заважає їй відходу. Цей зв'язок визначає характер контактної тиску що виникає між балкою і основою в процесі сумісного деформування, – воно не може бути негативним.

Рівняння, що моделюють деформування балки з урахуванням інерції обертання та впливу зсуву:

$$\begin{aligned}
 E J \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2 G A \left(\frac{\partial y_1}{\partial x} - \psi \right) &= \rho J \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}; \\
 k^2 G A \left(\frac{\partial^2 y_1}{\partial x^2} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + q(x, t) - R(x, t) &= \rho A \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2}.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Тут E - модуль пружності матеріалу балки, G - модуль зсуву, J - момент інерції поперечного перерізу балки, A - площа поперечного перерізу балки, k^2 - коефіцієнт зсуву, ρ - щільність матеріалу балки, $\psi(x, t)$ - кут повороту нормального елемента балки, $y_1(x, t)$ - прогин балки, x - координата, що вимірюється від лівого кінця балки вздовж її довжини ($0 \leq x \leq L$), t - час.

Задаємо навантаження з інтенсивністю μ , що рухається з постійною швидкістю C_0 і рівномірно розподілену на ділянці δ ($\Delta x < \delta < L$):

$$q(x, t) = \begin{cases} \mu, & x \in \left[C_0 t - \frac{\delta}{2}; C_0 t + \frac{\delta}{2} \right] \\ 0, & x \notin \left[C_0 t - \frac{\delta}{2}; C_0 t + \frac{\delta}{2} \right] \end{cases}$$

Деформування інерційної основи визначається рівнянням:

$$2a \frac{\partial^2 y_2}{\partial x^2} - b y_2 - m \frac{\partial^2 y_2}{\partial t^2} + R(x, t) = 0.
 \tag{2}$$

Тут $y_2(x, t)$ - переміщення точок основи в напрямку, нормальному до осі балки;

$$a = \frac{E_0 \delta}{4(1 + \nu_0)} \int_0^H \psi^2(y) dy; \quad b = \frac{E_0 \delta}{1 - \nu_0^2} \int_0^H \psi^2(y) dy; \quad m = m_0 \delta \int_0^H \psi^2(y) dy.$$

Причому $E_0 = E_{GP} / (1 - \nu_{GP}^2)$; $\nu_0 = \nu_{GP} / (1 - \nu_{GP})$; δ - ширина балки; $\psi(y)$ - функція, що характеризує розподіл переміщень на основі; m_0 - щільність основи; E_{GP} , ν_{GP} - пружні характеристики основи. Зв'язок балки з основою односторонній при $0 < x < L$ і двосторонній при $x = 0, L$.

Важлива особливість цієї контактної задачі полягає в нелінійності, яка вноситься контактним тиском $R(x, t)$. Алгоритм підходу до розв'язку задачі, який засновано на сітково-характеристичному та ітераційному методах поля-

гає у наступному. Якщо розглядати контактний тиск як додаткове навантаження, його значення на наступному кроці ітераційного процесу розв'язання нелінійної задачі можна визначити по відомих прогинаннях попередньої ітерації. В межах кроку за часом спочатку задається реакція основи рівною нулю і розраховується система диференціальних рівнянь. В результаті на тих ділянках, де величини контактної тиску будуть негативні, приймемо їх рівними нулю і проведемо перерахунок значень тиску на всіх інших ділянках, використовуючи для цього відповідні рівняння. Перехід на наступний крок за часом здійснюється лише тоді, коли різниця величин контактної тиску на всіх ділянках, що відповідають двом послідовним наближенням по модулю не перевищує допустимого значення.