Міністерство освіти і науки України

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ЗАПОРІЗЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

ЗАВДАННЯ

для індивідуальної роботи з дисципліни

“Теорія ймовірностей та математична статистика”

(частина І)

для студентів усіх спеціальностей

денної форми навчання

2023

Завдання для індивідуальної роботи з дисципліни “Теорія ймовірностей та математична статистика” (частина 1) для студентів усіх спеціальностей денної форми навчання / Укл.: Нечипоренко Н.О., Щербина О.А., Коротунова О.В. – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2023. – 63с.

Укладачі: Нечипоренко Н.О., доцент, к.ф.-м.н.
Щербина О.А., асистент
Коротунова О.В., доцент, к.т.н.

Рецензент: Левицька Т.І., доцент, к.т.н.

Експерт: Корольков В.В., доцент, к.е.н.

Відповідальний за випуск: Нечипоренко Н.О.

Затверджено на засіданні кафедри
прикладної математики НУ
«Запорізька політехніка»,
Протокол № 1 від 14.08.2023

Рекомендовано до видання НМК
факультету економіки та управління
Протокол № 23 від 30.08.2023 р

ЗМІСТ

ЗАВДАННЯ №1

Простір елементарних подій. Випадкові події та дії над ними

1. Зроблено два постріли з гармати в ціль. Подія A_k={влучення при k–му пострілі} (k = 1,2); подія $\bar{A}_k$={промах при k–му пострілі} (k =1,2). Виразити через A_1, A_2, $\bar{A}_1$, $\bar{A}_2$ наступні події:
A = {одне влучення у мішень при двох пострілах};
B = {два влучення при двох пострілах};
C = {хоча б одне влучення у мішень при двох пострілах};
D = {жодного влучення у мішень при двох пострілах}.

2. На 12 картках написані числа від 1 до 12. Навмання вибирається одна картка. Події: A={вибране число не менше 5}; B={вибране число не більше 8}; C={вибране число непарне }; D={вибране число кратне 5}. Описати події: $AB + C$, AD , $\overline{C} + DC$.

3. Нехай A, B, C – три події, які спостерігаються в експерименті. Виразити в алгебрі подій наступні події:
E_1 = {відбудеться одна подія з A, B, C};
E_2 = {з A, B, C відбудеться хоча б одна подія};
E_3 = {з A, B, C відбудеться не менше двох подій};
E_4 = {з A, B, C відбудеться рівно дві події};
E_5 = {з A, B, C не відбудеться жодної події};
E_6 = {з A, B, C відбудеться хоча б дві події}.

4. На 15 картках написані числа від 10 до 24. Навмання вибирається одна картка. Події: A={вибране число не більше 15}; B={вибране число непарне}; C={вибране число менше 20}; D={вибране число кратне 7}. Описати події: AB , $A + \overline{B}$, $AC + B\overline{C}$, $A\overline{D}$.

5. Машинно-котельна установка складається з двох котлів та однієї машини. Подія A ={справна машина}; подія B_k ={справний k–й котел}(k=1,2); подія C={працездатність машинно-котельної установки, що буде в тому випадку, якщо справна машина та хоча б один котел}. Виразити події C та $\overline{C}$ через A та B_k .

6. На 12 картках написані числа від 1 до 12. Навмання вибирається одна картка. Події: A={вибране число більше 7};

B={вибране число не менше 5}; C={вибране число непарне}; D={вибране число кратне 3}. Описати події: $AB+D$, $D\overline{C}$, $A+C$.

7. Прилад складається з двох блоків першого типу та трьох блоків другого типу. Подія A_k ={справний k-й блок першого типу} (k=1,2); B_j={справний j-й блок другого типу} (j=1,2,3). Прилад справний, якщо справні хоч один блок першого типу та не менш двох блоків другого типу. Виразити подію C ={справність приладу} через A_k та B_j.

8. На 15 картках написані числа від 1 до 15. Навмання вибирається одна картка. Події: A={вибране число менше 8}; B={вибране число не більше 12}; C={вибране число є парним}; D={вибране число кратне 5}. Описати події: $A+DC$, $AB+C$, DC.

9. Передаються повідомлення каналом зв'язку. Подія A_k={k-е повідомлення передано без помилок} (k=1,2,3,4). Записати в алгебрі подій наступні події:
A ={всі чотири повідомлення передані без помилок};
B = {три повідомлення передані без помилок};
C = {хоча б два повідомлення передані без помилок};
D = {всі чотири повідомлення передані з помилками}.

10. На 18 картках написані числа від 1 до 18. Навмання вибирається одна картка. Події: A={вибране число не більше 15}; B={вибране число менше 10}; C={вибране число непарне}; D={вибране число кратне 3}. Описати події: $A+\overline{B}$, $AC+D$, $DA+\overline{C}\cdot\overline{D}$.

11. Маємо події: A ={узята навмання деталь виявилась першого сорту}; B ={узята навмання деталь виявилась другого сорту}; C={узята навмання деталь виявилась третього сорту}. У чому складаються наступні події: $A+B$, $A+C$, AC, $AB+C$?

12. На 14 картках написані числа від 1 до 14. Навмання вибирається одна картка. Події: A={вибране число не менше 10}; B={вибране число менше 12}; C={вибране число парне }; D={вибране число кратне 7}. Описати події: $A+B$, $A\overline{B}+CD$, $A+B$.

13. У колі спостереження мікроскопу знаходяться чотири клітини. За час спостереження кожна з них може як розділитися, так і не розділитися. Розглянемо події: A ={розділилася одна клітина}; B={розділилася хоча б одна клітина}; C={розділилося не менше двох клітин}; D={розділилося дві клітини}; M={розділилося три клітини}; F={розділилися всі чотири клітини}. У чому полягають наступні події: $A+B$, AB, $C+B$, CB, $D+M+F$, BF ?

14. На 15 картках написані числа від 1 до 15. Навмання вибирається одна картка. Події: A={вибране число більше 3}; B={вибране число не більше 8}; C={вибране число непарне }; D={вибране число кратне 5}. Описати події: AB, $A\overline{C}+D$, $\overline{C}+B$.

15. Судно має один рульовий пристрій, чотири котла та дві турбіни. Подія A={справність рульового пристрою}; B_j ={справність j-го котла} (j =1,2,3,4); C_k ={справність k-ої турбіни}(k=1,2); D={судно кероване, що буде в тому випадку, якщо справні рульовий пристрій, хоча б один котел та хоча б одна турбіна}. Виразити події D та $\overline{D}$ через A, B_j, C_k.

16. На 17 картках написані числа від 1 до 17. Навмання вибирається одна картка. Події: A={вибране число більше 5}; B={вибране число не більше 9}; C={вибране число непарне}; D={вибране число кратне 5}. Описати події: AB, $\overline{A}+CD$, $\overline{C}+A$.

17. Дослід складається в киданні двох монет. Розглядаються наступні події: A={герб на першій монеті}; B={цифра на першій монеті}; C={герб на другій монеті}; D={цифра на другій монеті}; E={хоча б один герб}; F={хоча б одна цифра}; G={один герб та одна цифра}; H={жодного герба}; K={два герба}. Визначити, яким подіям цього списку рівносильні наступні події: $A+C$, AC, EF, $G+E$, GE, BD; $E+K$.

18. На 10 картках написані числа від 1 до 10. Навмання вибирається одна картка. Події: A={вибране число більше 6}; B={вибране число не менше 10}; C={вибране число непарне }; D={вибране число кратне 3}. Описати події: $A+C$, $A\overline{B}+C$, $CD+\overline{A}$.

19. Каналом зв'язку передаються послідовно три повідомлення, кожне з яких може бути передано вірно або с помилками. Розглядаються події: A_i ={i-е повідомлення передано

вірно}; $\bar{A}_i$ ={і-е повідомлення передано с помилками} (і =1,2,3). Виразити через A_i та $\bar{A}_i$ наступні події:
A={хоча б одне повідомлення передано вірно};
B={не менше двох повідомлень передано вірно};
C={не більше одного повідомлення передано вірно}.

20. На 18 картках написані числа від 1 до 18. Навмання вибирається одна картка. Події: *A*={вибране число менше 8}; *B*={вибране число не більше 7}; *C*={вибране число непарне}; *D*={вибране число кратне 5}. Описати події: $A\overline{B}$, $A+C$, $BD+\overline{C}$.

21. Проводиться спостереження за групою, яка складається з чотирьох однорідних об'єктів. Кожний з них за час спостереження може бути виявлений чи не виявлений. Розглядаються події: *A*={виявлений рівно один з чотирьох об'єктів}; *B*={виявлений хоча б один об'єкт}; *C*={виявлено не менше двох об'єктів}; *D*={виявлено рівно два об'єкти}; *E*={виявлено три об'єкти}; *F*={виявлено всі чотири об'єкти}. Вказати в чому складаються події: $A+B$, AB, $C+B$, CB, $D+E+F$, BF.

22. На 17 картках написані числа від 1 до 17. Навмання вибирається одна картка. Події: *A*={вибране число менше 10}; *B*={вибране число не більше 3}; *C*={вибране число непарне}; *D*={вибране число кратне 5}. Описати події: $AB+D$, $\overline{C}D+B$, $A\overline{C}$.

23. Нижче вказані досліди та події. Назвати події, які протилежні для всіх цих подій.
- передаються два повідомлення каналом зв'язку: подія *A*={обидва повідомлення передані вірно};
- передаються п'ять повідомлень: подія *B*={не менш трьох повідомлень передано вірно};
- проводиться n пострілів у мішень: подія *C*={хоча б одне влучення};
- проводиться профілактичний огляд технічного устрою, яке складається з k вузлів; кожний вузол в результаті огляду може бути зразу надійним або відправлений у ремонт. Подія *D*={жоден вузол не доведеться ремонтувати}.

24. На 16 картках написані числа від 1 до 16. Навмання вибирається одна карка. Події: *A*={вибране число менше 8};

B={вибране число не менше 5}; C={вибране число парне}; D={вибране число кратне 5}. Описати події: $A+D$, $B\overline{C}+D$, $AC+DB$.

25. Прилад складається з чотирьох вузлів. Подія A_i={і-й прилад не відмовив} (і =1,2,3,4). Описати через події A_i та $\bar{A}_i$ наступні події: B = {всі вузли працюють безвідмовно};
C = {один з вузлів відмовив, решта ні};
D = {відмовили рівно два вузла з чотирьох};
E = {відмовили не менше двох вузлів};
F = {відмовив хоч би один вузол}.

26. На 12 картках написані числа від 1 до 12. Навмання вибирається одна картка. Події: A={вибране число більше 5}; B={вибране число не більше 9}; C={вибране число парне}; D={вибране число кратне 6}. Описати події: $A\overline{B}$, AC, $\overline{A}+C$.

27. Прилад складається з двох блоків. Перший блок складається з двох однотипних деталей та працює при справності хоча б однієї з них. Другий блок складається з трьох однотипних деталей та працює при справності хоча б двох з них. Весь прилад працює, якщо працюють обидва блоки. Виразити через події: A_k={справна k-та деталь першого блоку} (k=1,2); B_n={справна n-а деталь другого блоку} (n =1,2,3) та протилежні їм, наступні події:
A = {працює перший блок};
B = {перший блок не працює};
C = {працює другий блок};
D = {другий блок не працює};
H = {прилад працює};
F = {прилад не працює}.

28. На 15 картках написані числа від 1 до 15. Навмання вибирається одна картка. Події: A={вибране число менше 10}; B={вибране число не менше 6}; C={вибране число непарне}; D={вибране число кратне 3}. Описати події: $AB+D$, $\overline{A}C$, $\overline{C}+D$.

29. Дослід складається в тім, що кидають дві монети – мідну та срібну. Розглядаються наступні події: A={герб випав на мідній монеті}; B={цифра випала на мідній монеті}; C={герб випав на срібний монеті}; D={цифра випала на срібний монеті}; H={випав хоча б один герб}; *F*={випала хоча б одна цифра}; *G*={випав один герб та одна цифра}; *K*={не випало ні одного герба}; *M*={випало два герба}. Якім подіям з наведеного списку дорівнюють наступні події: $A+C$, AC, HF, $G+H$, GH, BD, $H+M$?

30. На 16 картках написані числа від 10 до 25. Навмання вибирається одна картка. Події: *A*={вибране число більше 15}; *B*={вибране число не менше 20}; *C*={вибране число парне}; *D*={вибране число кратне 5}. Описати події: $A\overline{B}$, $BD+C$, $A+B$.

ЗАПИТАННЯ ДО ЗАВДАННЯ №1

1. Яка подія називається випадковою?
2. Яка подія називається достовірною?
3. Яка подія називається неможливою?
4. Яка події називаються несумісними?
5. Що називається простором елементарних подій?
6. Що називається сумою двох випадкових подій *A* і *B*?
7. Що називається добутком двох випадкових подій *A* і *B*?
8. Чи утворюють події A і $\overline{A}$ повну групу несумісних подій?

ЗАВДАННЯ №2

Класичне визначення ймовірності. Елементи комбінаторики

1. В ящику міститься 20 деталей, серед яких 15 стандартних. Навмання взято 4 деталі. Яка ймовірність того, що: а) 3 деталі з них стандартні; б) хоча б одна деталь стандартна?

2. В коробці міститься 7 кульок, серед яких 4 білі. Навмання взято 3 кульки. Яка ймовірність того, що: а) одна з них біла; б) хоча б одна біла?

3. В ящику міститься 10 кульок з номерами від 1 до 10. Навмання взято 3 кульки. Знайти ймовірність того, що: а) серед них буде кулька № 1; б) серед них буде кулька № 4 та № 5.

4. Студент прийшов на залік, знаючи відповіді на 24 запитання з 30. Яка ймовірність скласти залік, якщо для цього необхідно відповісти хоча б на одне питання з двох заданих викладачем?

5. На п’яти картках написані цифри від 1 до 5. Навмання одну за одною беруть 3 картки і кладуть їх поряд зліва направо. Знайти ймовірність того, що а) одержане число не містить цифри 2; б) одержане число не містить цифр 1 та 5.

6. У групі 15 дівчат і 10 юнаків. За списком навмання відібрали трьох осіб. Знайти ймовірність того, що: а) серед них 2 дівчини; б) хоча б один юнак.

7. В ящику міститься 13 однакових деталей, серед яких 5 є бракованими, а решта – стандартними. Навмання з ящика беруть 4 деталі. Яка ймовірність того, що всі 4 деталі виявляться стандартними або бракованими ?

8. В урні міститься 4 червоних, 5 синіх і 6 зелених кульок. Навмання із урни беруть 3 кульки. Яка ймовірність того, що: а) вони виявляться одного кольору ; б) всі три будуть мати різні кольори ?

9. В одній урні міститься 5 білих і 10 чорних кульок, в другій – відповідно 8 та 4. З кожної урни навмання вибрано по одній кульці. Знайти ймовірність того, що: а) обидві кульки одного кольору; б) хоча б одна з них біла.

10. На кожній із п’яти однакових карток написана одна із цифр 1, 2, 3, 4, 5. Навмання картки розкладають в один рядок. Обчислити ймовірність того, що: а) цифри на картках утворюють зростаючу послідовність; б) цифри 1, 2 розміщуватимуться в такій послідовності на початку рядка.

11. З карток з літерами складено слово “карета”. Картки перемішуються і навмання витягуються по одній. Яка ймовірність того, що в порядку надходження літер утвориться слово “ракета”?

12. Групу з 20 студентів випадковим чином розподіляють для проходження практики у трьох фірмах: у фірму А – 7, у фірму В – 8, у фірму С – 5 осіб. Яка ймовірність того, що два конкретні студенти проходитимуть практику на одній фірмі?

13. У партії з 30 автомобілів 6 мають дефекти. Яка ймовірність того, що серед 3 навмання відібраних автомобілів буде:
а) тільки 2 автомобілі без дефектів; б) не більше одного автомобіля з дефектом?

14. В урні міститься 9 кульок з номерами від 1 до 9. Навмання виймають три кульки. Знайти ймовірність того, що серед них: а) нема кульок з парними номерами; б) хоча б одна кулька з парним номером.

15. З 30 чисел 1, 2, …, 30 навмання відбирається 10 різних чисел. Знайти ймовірність того, що серед них: а) рівно 6 чисел ділиться на 3; б) хоча б одне число ділиться на 3.

16. Серед 20 працівників фірми випадковим чином розподілені путівки до двох міст: в місто А – 12, в місто В – 8 путівок. Яка ймовірність того, що дві конкретні особи поїдуть до одного міста?

17. У ящику міститься 10 білих і 6 чорних куль. Навмання витягають дві кулі. Яка ймовірність того, що : а) кулі будуть одного кольору; б) хоча б одна з них біла?

18. На кожній із п’яти однакових карток написана одна із цифр 1, 2, 3, 4, 5. Навмання картки розкладають в один рядок. Обчислити ймовірність того, що: а) цифри на картках утворюють спадну послідовність; б) цифра 1 стоятиме на першому місці, а 5 – на останньому.

19. Серед кандидатів у студентську раду факультету три першокурсники, чотири другокурсники і шість третьокурсників. З цього складу навмання вибирають п'ять чоловік. Знайти ймовірності наступних подій: A={будуть обрані одні третьокурсники}; B={буде обраний наступний склад: два першокурсники, один другокурсник і два третьокурсники}.

20. В ящику міститься 15 однакових деталей, серед яких 6 є бракованими, а решта – стандартними. Навмання з ящика беруть 3 деталі. Яка ймовірність того, що: а) всі 3 деталі виявляться стандартними або бракованими ; б) хоча б одна з них бракована?

21. У партії з 10 деталей, що прибула на завод, знаходяться 2 бракованих деталі. З партії вибирається для контролю 6 деталей. Знайти ймовірність того, що з них: а) рівно дві деталі будуть бракованими ; б) хоча б одна деталь буде стандартною.

22. З коробки, у якій знаходяться 10 ламп, виймають випадковим чином чотири. Яка ймовірність, що: а) буде вийнята рівно одна згоріла лампа, б) буде вийнята хоча б одна згоріла лампа, якщо в коробці знаходиться три згорілі і сім придатних ламп?

23. Замок відкривається тільки при наборі конкретного шифру – чотиризначного номера, який можна скласти із семи цифр: 1,2,3,4,5,6,7. Яка ймовірність того, що замок відкривається при випадковому наборі шифру?

24. На картках написані букви: А, Ч, А, Р, К. Картки виймаються по одній навмання і розкладаються в ряд. Яка ймовірність того, що вийде слово «ЧАРКА»?

25. В урні міститься 2 білих і 3 чорних кулі. З урни виймають одночасно дві кулі. Яка подія більш імовірна: A={кулі одного кольору} чи B={кулі різних кольорів}?

26. З десяти лотерейних квитків виграшними є три. Визначити ймовірність того, що серед узятих навмання трьох квитків: а) хоча б один виграшний; б) рівно один виграшний.

27. На олімпіаду прибули 10 першокурсників, 12 другокурсників і 8 третьокурсників. У перший тур навмання вибирають 6 чоловік. Знайти ймовірності наступних подій: A={будуть обрані одні другокурсники}; B={будуть обрані два першокурсники, два другокурсника і два третьокурсника}.

28. Слово «КРІПАК» розрізали на букви, узяли навмання чотири букви і виклали їх у ряд. Яка ймовірність того, що: а) вийшло слово «КІПА»; б) вийшло слово «ПАРК»?

29. У лотереї 15 квитків, з яких 4 – виграшні. Визначити ймовірність того, що: а) обидва куплених квитка будуть виграшні;

б) хоча б один квиток з двох виграшний.

30. В урні міститься 5 червоних, 6 синіх і 4 білих кульок. Навмання із урни беруть 4 кульки. Яка ймовірність того, що : а) вони виявляться червоного кольору; б) 2 кульки будуть синіми та 2 білими?

ЗАПИТАННЯ ДО ЗАВДАННЯ №2

1. Дати класичне означення ймовірності випадкової події.
2. Що таке статистична ймовірність події?
3. Що називається геометричною ймовірністю?
4. Переставленням із n елементів називається …
5. Розміщенням із n елементів по m називається …
6. Комбінацією (сполукою) із n елементів по m називається …
7. У чому полягає основний принцип комбінаторики?
8. Чому дорівнює кількість різних переставлень із n елементів (з повторенням та без повторень)?
9. Чому дорівнює кількість різних розміщень із n елементів по k (з повторенням та без повторень)?
10. Чому дорівнює кількість різних комбінацій (сполук) із n елементів по k (з повторенням та без повторення)?

ЗАВДАННЯ №3

Теореми додавання та множення ймовірностей

1. Екзаменаційний білет містить 3 питання – по одному з трьох основних розділів предмету. З 30 запитань першого розділу студент може правильно відповісти на 27, з 30 запитань другого розділу – на 24, з 30 запитань третього розділу – на 27. Яка ймовірність того, що студент відповість: а) на всі три запитання білету; б) хоча б на одне запитання білету?

2. Два стрільці зробили по одному пострілу по мішені. Імовірність влучити в мішень для першого стрільця дорівнює 0,8, для другого – 0,9. Знайти ймовірність того, що влучить: а) тільки один стрілець; б) хоча б один стрілець.

3. Пристрій складається з трьох елементів, які працюють незалежно. Імовірність безвідмовної роботи цих елементів за час t відповідно дорівнюють 0,7; 0,9; 0,8. Знайти ймовірність того, що за час t безвідмовно будуть працювати: а) два елементи; б) хоча б один елемент.

4. Три студенти складають екзамен. Імовірність того, що перший студент складе екзамен дорівнює 0,6, другий – 0,8 та третій – 0,7. Знайти ймовірність того, що а) три студенти складуть екзамен; б) тільки один студент складе екзамен.

5. Три стрільці зробили по одному пострілу по мішені. Імовірність влучити в мішень для першого стрільця дорівнює 0,8, для другого – 0,7, для третього – 0,75. Яка ймовірність того, що:
а) влучить лише два стрільця; б) влучить хоча б один стрілець?

6. Хлібопекарня випікає 70% продукції з борошна вищого сорту і 30% – з борошна першого сорту. Яка ймовірність того, що серед двох навмання обраних виробів буде: а) тільки один з борошна вищого сорту; б) два одного і того ж сорту?

7. Два спортсмени незалежно один від одного роблять по одному пострілу по одній мішені. Імовірності влучення у мішень для першого та другого спортсменів відповідно дорівнюють 0,8 та 0,7. Знайти ймовірність того , що : а) обидва спортсмени влучать у мішень; б) принаймні один зі спортсменів влучить у мішень.

8. Пристрій складається з чотирьох елементів, які працюють незалежно. Імовірності безвідмовної роботи цих елементів за час t відповідно дорівнюють 0,7; 0,6; 0,9; 0,8. Знайти ймовірність того, що за час t безвідмовно будуть працювати: а) три елементи; б) хоча б один елемент.

9. Літак долає три зони протиповітряної оборони. При доланні першої зони його може бути пошкоджено з імовірністю 0,6; другої, за умови, що він пройшов першу, – 0,7; а третьої, за умови, що він пройшов перші дві, – 0,5. Знайти ймовірності наступних подій:
а) проходження всіх зон; б) пошкодження літака під час проходження другої зони.

10. Для сигналізації аварії встановлено два сигналізатори, які працюють незалежно один від одного. Імовірність того, що під час аварії спрацює перший сигналізатор дорівнює 0,95, а другий – 0,9. Знайти ймовірності того, що під час аварії спрацюють: а) принаймні один сигналізатор; б) тільки один сигналізатор.

11. Імовірність влучення в мішень одним пострілом дорівнює 0,4 для першого стрільця та 0,6 для другого стрільця. Обидва стрільця роблять по два постріли. Знайти ймовірність хоча б одного влучення в мішень та ймовірність тільки одного влучення в мішень .

12. Студент знає 20 із 25 запитань програми. Залік вважається зданим, якщо студент відповість не менше, ніж на три з чотирьох запитань білета. Яка ймовірність того, що студент отримає залік?

13. Два спортсмени незалежно один від одного роблять по одному пострілу по одній мішені. Імовірності влучення у мішень для першого та другого спортсменів відповідно дорівнюють 0,7 та 0,9. Знайти ймовірності того, що: а) обидва спортсмени не влучать у мішень ; б) перший спортсмен влучить, а другий – ні .

14. Виявлення повітряної цілі проводять незалежно двома радіолокаційними станціями (РЛС). Імовірність виявлення цілі першою РЛС дорівнює 0,7, а другою – 0,6. Яка ймовірність того, що:

а) ціль буде виявлена; б) ціль не буде виявлена?

15. У дитячій групі вихователь терміново відлучився на кілька хвилин. Імовірності того, що протягом цього часу 5 граючих дітей не потребують уваги вихователя відповідно дорівнюють: p_1=0,7; p_2=0,8; p_3=0,9; p_4=0,85; p_5=0,75. Знайти ймовірність того, що за час відсутності вихователя: а) жодна дитина не зажадає його уваги;

б) хоча б одна дитина потребує уваги.

16. Три студенти складають залік. Імовірність того, що перший студент складе залік дорівнює 0,9, другий – 0,6 та третій – 0,7. Знайти ймовірність того, що : а) хоча б два студенти складуть залік; б) тільки один студент складе залік.

17. У бібліотеці підручників по вищій математиці 70% від кількості студентів, а підручників по фізиці – 85%. У бібліотеку прийшов студент. Яка ймовірність, що: а) йому дістануться обидва підручники; б) йому дістанеться тільки один підручник?

18. Три стрільці, для яких ймовірності влучення в мішень дорівнюють відповідно 0,9, 0,7 і 0,8, роблять по два постріли. Визначити ймовірність хоча б одного влучення в мішень та ймовірність тільки одного влучення в мішень.

19. Ви посадили квітку. Наскільки успішно вона зійде залежить від трьох факторів, а саме: 1) чи гарне насіння ви купили (імовірність купити насіння, що негідне для посадки – 0,3); 2) наскільки удобрену землю ви підібрали для посадки (рівноможливо, як удобрену, так і не удобрену); 3) чи не забули ви його полити (забули з ймовірністю 0,1). Отже, посаджена квітка зійде, якщо насіння буде придатними, ви підберете удобрену землю і поллєте. Знайти ймовірність, що квітка зійде.

20. На змаганнях із плавання здійснюють заплив на 100 м п’ять спортсменів. Кожен з них може пропливти цю дистанцію менше ніж за 1 хвилину відповідно з ймовірностями: 0,6, 0,5, 0,7, 0,8 і 0,9. Обчислити ймовірність того, що в результаті цього запливу до фінішу прийде менше ніж за 1 хвилину: а) хоча б один спортсмен; б) тільки один спортсмен.

21. Для сигналізації про аварію встановлено три незалежно працюючих сигналізатори. Імовірність того, що при аварії спрацює перший сигналізатор дорівнює 0,9; другий – 0,8; третій – 0,95. Знайти ймовірність, що при аварії спрацюють: а) хоча б один сигналізатор; б) рівно два сигналізатора.

22. З трьох гармат провели залп по цілі. Імовірність влучення в ціль при одному пострілі з першої гармати дорівнює 0,8; з другої – 0,9; з третьої – 0,85. Знайти ймовірність подій: A={тільки один снаряд влучить у ціль} і B={хоча б два снаряди влучать у ціль}.

23. Для сигналізації про вихід з ладу автоматичної потокової лінії встановлено три сигналізатори, які працюють незалежно один від одного. Ймовірність того, що спрацює перший сигналізатор дорівнює 0,95, другий – 0,9, третій – 0,98. Знайти ймовірність, що при виході з ладу лінії спрацюють: а) три сигналізатори; б) хоча б один сигналізатор.

24. Студент шукає потрібну формулу в 3 довідниках. Імовірність, що формула знаходиться в першому довіднику дорівнює 0,5; в другому – 0,7; в третьому – 0,8. Знайти ймовірність, що потрібну формулу студент знайде: а) тільки в двох довідниках; б) не більше як в одному довіднику.

25. Три стрільці стріляють по мішені. Імовірність влучення в мішень при одному пострілі для першого стрільця дорівнює 0,6; для другого – 0,7; для третього – 0,8. Знайти ймовірність того, що в мішень влучить: а) тільки один стрілець; б) хоча б один стрілець.

26. В цеху працюють три автомати. Імовірність того, що на протязі часу Т вийде з ладу перший автомат дорівнює 0,1; другий – 0,2; третій – 0,3. Знайти ймовірність, що на протязі часу Т з ладу вийдуть: а) два автомати; б) хоча б один автомат.

27. Імовірність того, що виготовлена на першому верстаті деталь буде першого сорту дорівнює 0,7. При виготовлені такої ж деталі на другому верстаті ця ймовірність дорівнює 0,8. На першому верстаті виготовлено дві деталі, на другому – три. Знайти ймовірність того, що: а) всі деталі першосортні; б) хоча б одна деталь першосортна.

28. Три стрільці, у яких імовірність влучення у мішень відповідно дорівнює 0,7; 0,9 та 0,8, зробили по одному пострілу. Визначити ймовірність хоча б двох влучень у мішень та ймовірність жодного влучення у мішень.

29. Робітник, який обслуговує три верстати, змушений був відлучитись на деякий час. Імовірність того, що на протязі цього часу верстати не потребують уваги робітника, відповідно дорівнюють p_1=0,8; p_2=0,7; p_3=0,6. Знайти ймовірність того, що: а) за час відсутності робітника ні один з верстатів не потребує його уваги ; б) два верстати потребують його уваги .

30. З трьох гармат провели залп по цілі. Імовірність влучення в ціль при одному пострілі з першої гармати дорівнює 0,9; з другої – 0,7; з третьої – 0,8. Знайти ймовірність подій: *A*={тільки два снаряди влучать у ціль} і *B*={хоча б один снаряд влучить у ціль}.

ЗАПИТАННЯ ДО ЗАВДАННЯ №3

1. Які події називаються несумісними?
2. У якому разі несумісні події утворюють повну групу?
3. Відомо, що *A* і *B* – сумісні події. Чому дорівнює $P(A+B)$?
4. Відомо, що несумісні події $A_1, A_2, ..., A_n$ утворюють повну групу. Чому дорівнює $\sum_{i=1}^{n} P(A_i)$?
5. Відомо, що *A* і *B* – несумісні події. Чому дорівнює $P(A+B)$?
6. Які випадкові події називаються незалежними?
7. Дайте означення умовної ймовірності.
8. Чому дорівнює $P(A \cdot B)$, якщо події *A* і *B* є незалежними?
9. Чому дорівнює $P(A \cdot B)$, якщо події *A* і *B* є залежними?
10. Як обчислити ймовірність настання хоча б однієї події з n незалежних подій $A_1, A_2, ..., A_n$?

ЗАВДАННЯ №4

Формула повної ймовірності

1. Справи клієнтів банку зберігаються у 8 сейфах: у трьох по 150 справ, у п'яти – по 250. Імовірність вчасного повернення кредиту клієнтами, справи яких лежать у трьох сейфах, становить 0,96, в інших п'яти – 0,95. Яка ймовірність того, що навмання вибрано справу клієнта, який вчасно поверне кредит?

2. У рекламному агентстві працює три групи дизайнерів: перша обслуговує 25 фірм, друга – 45, третя – 40. Протягом одного місяця кошти, витрачені на рекламу дизайнерами першої групи, повертаються до 40% фірм, другої – до 45%, третьої – до 35%. Яка ймовірність того, що навмання вибрана фірма окупила витрачені на рекламу кошти протягом місяця?

3. З урни, в якій 2 білі і 3 чорні кульки, навмання вийнято дві кульки і покладено в урну одну білу кульку. Знайти ймовірність того, що після цього вийнята з урни кулька буде біла.

4. Магазин отримує продукцію від двох виробників: перший постачає 2/5 усіх виробів, другий – 3/5. Імовірність продажу виробів першого постачальника становить 0,95, другого – 0,8. Яка ймовірність того, що навмання вибраний виріб не буде реалізовано?

5. На двох полицях стоять книги: на першій 12 українською і 6 англійською мовами, на другій – відповідно 10 і 8. З першої полиці, навмання перекладено книгу на другу полицю . Яка ймовірність того, що навмання вибрана книга з другої полиці буде українською?

6. В тирі є п'ять рушниць, ймовірності влучення в мішень з яких при одному пострілі деяким стрільцем дорівнюють відповідно 0,5; 0,8; 0,7; 0,6; 0,9. Визначити ймовірність влучення цим стрільцем у мішень при одному пострілі, якщо рушниця вибирається навмання.

7. В двох коробках знаходяться мікросхеми: в першій – 8 мікросхем, з них одна дефектна; в другій – 11, з них дві дефектні. З першої коробки навмання вибрано одну мікросхему і перекладено в другу коробку. Знайти ймовірність того, що навмання вибрана після цього з другої коробки мікросхема буде дефектною.

8. Завод випускає кухонні набори білого та синього кольорів, що виготовляються двома цехами. Перший цех виробляє 35% продукції, серед яких 40% наборів синього кольору. У продукції другого цеху 55% синіх наборів. Яка ймовірність того, що навмання вибраний набір синього кольору?

9. З урни, що містить 4 білі і 4 чорні кульки, навмання взяли дві кульки і поклали в урну чорну кульку, Знайти ймовірність того, що після цього вийнята з урни кулька буде біла.

10. До каси підприємства надійшли банкноти у пачках від двох банків: 50 пачок від першого і 70 – від другого. Імовірність помилки касирів першого банку становить 0,15%, другого – 0,2%. Яка ймовірність того, що навмання вибрану пачку сформовано без помилок?

11. На фабриці перша машина виробляє 25%, друга – 35%, третя – 40% всіх виробів. В цих виробах брак становить відповідно 5%, 4% та 2%. Яка ймовірність того, що навмання вибраний виріб бракований?

12. Тираж популярної газети друкується в двох типографіях. Потужності двох типографій відносяться як 3:4, причому перша дає 3,5% браку, а друга – 2,5%. Яка ймовірність того, що навмання обраний примірник газети буде бракованим?

13. Перший і другий заводи поставляють порівну однакових деталей, але перший завод випускає 90% стандартних деталей, а другий – 80%. Яка ймовірність того, що вибрана навмання деталь стандартна?

14. Виробництво певної продукції може проводитись у трьох температурних режимах з ймовірностями 0,45; 0,25; 0,3 відповідно. Залежно від температурного режиму ймовірність отримання продукції вищої якості становить 0,8; 0,85; 0,9. Яка ймовірність того, що виготовлена продукція вищої якості?

15. Перший завод поставляє 30% кінескопів, другий – 40%, третій – 30%. Перший завод випускає 80% стандартних кінескопів, другий – 90%, третій – 85%. Яка ймовірність того, що вибраний навмання кінескоп стандартний?

16. Два податкові інспектори роблять перевірку діяльності підприємств. Перший інспектор обслуговує 40 підприємств, серед яких 25% не мають заборгованостей, другий – 60 підприємств, із них 40% – без заборгованостей. Яка ймовірність того, що навмання обране підприємство не має заборгованості?

17. В першій урні міститься 3 білих та 2 чорних кульки, в другій урні – 4 білих та 4 чорних кульки. З першої урни в другу навмання переклали одну кульку, потім з другої урни взяли одну кульку. Яка ймовірність того, що взята з другої урни кулька – біла?

18. Виробник комп'ютерів отримує комплектуючі деталі від трьох постачальників, частки яких становлять 20%, 45% та 35%. Деталі першого постачальника мають 2% браку, другого – 1,5%, третього – 1,7%. Яка ймовірність того, що навмання вибрана деталь буде з браком?

19. В першій урні міститься 3 білих та 5 чорних кульок, в другій урні – 6 білих та 10 чорних кульок. Навмання вибрали урну і з неї вийняли одну кульку. Яка ймовірність того, що ця кулька біла?

20. Три автомати виготовляють деталі, які потрапляють на спільний конвеєр. Потужності автоматів відносяться як 2:4:4. Ймовірності того, що якість деталі відмінна для цих автоматів відповідно дорівнюють 0,7; 0,8 і 0,9. Знайти ймовірність того, що навмання взята з конвеєра деталь буде відмінної .

21. З першого автомата на конвеєр потрапляє 30 %, з другого – 25 %, з третього – 20 %, з четвертого – 25 % деталей. Серед деталей першого автомата 1 % бракованих, другого – 2 %, третього – 1 %, з четвертого – 5 %. Знайти ймовірність того, що навмання вибрана з конвеєра деталь виявиться бракованою.

22. У кожний момент часу працює тільки один з трьох блоків приладу. Встановлено, що перший блок працює 40% усього часу, другий – 35%. Надійність блоків за час Т відповідно дорівнює 0,95; 0,92 та 0,9. Прилад вимикається через несправність одного з блоків. Знайти ймовірність того, що прилад вимкнено.

23. Є дві партії деталей з 12 і 10 виробів, причому в кожній партії одна деталь бракована. Навмання взяли деталь з першої партії і переклали в другу, після чого виймають будь-яку деталь з другої партії. Яка ймовірність того, що з другої партії буде вийнята бракована деталь?

24. На трьох автоматичних лініях виготовляються однотипні деталі. Перша лінія дає 70% усієї продукції, друга 20%, а третя – 10%. Можливий випуск бракованої продукції першою лінією з імовірністю 0,02, другою – з імовірністю 0,01, а третьою – з імовірністю 0,05. Яка ймовірність того, що випадково вибрана деталь буде бракованою?

25. На вогневій позиції знаходиться батарея з трьох гармат. Імовірність влучення в ціль з першої гармати дорівнює 0,4, з другої – 0,5, з третьої – 0,3. Яка ймовірність влучення в ціль при одному пострілі, якщо стрільба рівно можлива з кожної гармати?

26. На радіостанції можуть передаватися повідомлення по одному з каналів зв'язку, що знаходяться в різних станах: 5 каналів у відмінному стані, 4 – у гарному, 3 – у поганому. Імовірність вірної передачі повідомлення для різного виду каналів дорівнює відповідно 0,5; 0,3; 0,2. Знайти ймовірність того, що отримане повідомлення вірне.

27. Є дві партії виробів по 20 шт. кожна, при чому в кожній з них є по два бракованих вироби. Виріб, навмання вибраний з першої партії, перекладено в другу, після чого навмання вибрано виріб з другої партії. Знайти ймовірність того, що цей виріб виявиться бракованим.

28. Продукція одного виду виробляється на чотирьох верстатах. На зборку надходять 35% з першого верстата, 15% – із другого, 30% – із третього, 20% – з четвертого. Перший верстат допускає 0,1% нестандартних деталей, другий – 0,2%, третій – 0,3%, четвертий – 0,15%. Знайти ймовірність того, що на зборку надійде нестандартна деталь.

29. Працівник друкарні, при наборі тексту, користується двома комплектами літер: в першому – 80 %, в другому – 95 % шрифту відмінної якості. Знайти ймовірність того, що навмання вибрана літера з навмання вибраного комплекту виявиться відмінної якості.

30. Маємо три однакових шухляди з кулями. У першому 4 білих та 3 чорних кулі, у другому – 3 білих та 5 чорних, у третьому – 6 білих та 2 чорних. З одної, навмання обраної, шухляди витягли кулю. Яка ймовірність того, що вона виявилася білою.

ЗАВДАННЯ №5

Формула Байєса

1. В даний район вироби постачаються трьома фірмами у співвідношенні 5:4:6. Серед продукції першої фірми стандартних виробів 80 %, другої – 90 %, третьої – 85 %. Покупцем придбано один виріб, який виявився стандартним. Знайти ймовірність того, що він поставлений першою фірмою.

2. Серед 25 гранітних блоків 5 – червоного граніту, решта – сірого. Відомо, що 10 % блоків червоного та 15 % сірого мають внутрішні дефекти. Навмання вибраний для дослідження блок виявився дефектним. Яка ймовірність того, що він з сірого граніту?

3. В тирі є 5 гвинтівок, серед яких лише дві з оптичним прицілом. Ймовірність влучення в ціль при одному пострілі із гвинтівки з оптичним прицілом для даного спортсмена становить 0,95, без оптичного прицілу – 0,70. Спортсмен одним пострілом з навмання вибраної гвинтівки вразив ціль. Знайти ймовірність того, що він стріляв з гвинтівки без оптичного прицілу.

4. На деякому підприємстві перша машина виробляє 15 %, друга – 45 %, третя – 40 % всіх деталей. В їх продукції браку, відповідно 8 %, 6 %, 3 %. Навмання вибрана деталь виявилась дефектною. Яка ймовірність того, що вона виготовлена другою машиною?

5. В продаж надходять телевізори трьох заводів. Продукція першого заводу містить 6 % телевізорів з прихованим дефектом, другого – 5 %, третього – 4 %. Магазин одержав 20 % телевізорів з першого заводу, 45 % – з другого, решту – з третього. Придбаний телевізор виявився справним. Знайти ймовірність того, що його виготовлено на першому заводі.

6. Виріб перевіряється на стандартність одним з двох контролерів. Ймовірність того, що виріб потрапить до першого контролера становить 0,55, до другого – 0,45. Ймовірність того, що стандартний виріб буде визнано стандартним першим контролером, дорівнює 0,9, другим – 0,98. Стандартний виріб при перевірці визнано стандартним. Знайти ймовірність того, що перевірка здійснювалась другим контролером.

7. З першого цеху на конвеєр потрапляє 40 %, з другого – 20 %, з третього – 10 %, з четвертого – 30 % деталей. Серед деталей першого цеху 2 % бракованих, другого – 3 %, третього – 4 %, з четвертого – 1 %. Знайти ймовірність того, що навмання вибрана з конвеєра деталь, яка виявилась бракованою, виготовлена третім цехом.

8. В першій коробці знаходиться 7 білих та 5 чорних кульок, в другій – 1 біла та 6 чорних. З першої коробки в другу переклали навмання одну кульку. Після чого, з другої коробки навмання вийняли одну кульку, яка виявилась чорною. Знайти ймовірність того, що було перекладено білу кульку.

9. Працівник друкарні при наборі тексту, користується двома комплектами літер: в першому – 85 %, в другому – 90 % шрифту відмінної якості. Знайти ймовірність того, що навмання вибрана літера, яка виявилась відмінної якості, належить до першого комплекту.

10. Кількість вантажних авто на даному підприємстві вдвічі перевищує кількість легкових. Дизельні двигуни мають 50 % вантажних авто та 10 % легкових. Яка ймовірність того, що навмання вибраний автомобіль, який виявився з дизельним двигуном, є вантажним?

11. Серед 16 одиниць продукції першого виду 15 % браку, а серед 30 одиниць другого виду 6 % браку. Навмання вибрана одиниця продукції виявилась бракованою. Яка ймовірність того, що вона другого виду?

12. На деякому підприємстві перша машина виробляє 25 %, друга – 35 %, третя – 40 % всіх деталей. В їх продукції браку відповідно 6 %, 5 % та 4 %. Яка ймовірність того, що навмання вибрана деталь, яка виявилась дефектною, виготовлена першою машиною?

13. Є 32 одиниці продукції двох видів. Серед 12 виробів першого виду один бракований, а серед 20 виробів другого виду три бракованих. Навмання вибраний виріб виявився бракованим. Яка ймовірність того, що він другого виду?

14. В двох коробках знаходиться по 20 деталей, з них стандартних: в першій – 18, в другій – 10. З першої коробки навмання вибрано одну деталь та перекладено в другу. Навмання вибрана після цього деталь з другої коробки виявилась стандартною. Знайти ймовірність того, що було перекладено нестандартну деталь.

15. В коробці знаходиться 16 деталей, виготовлених на першому заводі, 14 – на другому, 10 – на третьому Серед деталей, виготовлених на першому заводі, 90 % відмінної якості, на другому – 80 %, на третьому – 70 %. Навмання вибрана з коробки деталь виявилась відмінної якості. Знайти ймовірність того, що її виготовлено на третьому заводі.

16. Стріляють по двох мішенях типу X , по шести – типу Y і по п’яти – типу Z . Ймовірність влучення при одному пострілі в мішень типу X рівна 0,6, типу Y – 0,5, типу Z – 0,4. При одному пострілі мішень було вражено. Знайти ймовірність того, що стріляли по мішені типу Y , якщо мішень вибирається навмання.

17. Прилад, встановлений на літаку, може працювати в двох режимах: в умовах нормального польоту та в умовах перевантаження при злеті і посадці. Перший режим здійснюється в 80 % всього часу польоту, другий – в 20 %. Ймовірність того, що прилад вийде з ладу за час польоту в нормальному режимі рівна 0,2, в умовах перевантаження – 0,4. Прилад вийшов з ладу за час польоту. Знайти ймовірність того, що це сталось в умовах перевантаження при злеті і посадці.

18. Однотипні деталі виготовляють на двох заводах. Об’єм продукції другого заводу в три рази більший, ніж першого. Серед деталей першого заводу 8 % бракованих, другого – 2 %. Знайти ймовірність того, що навмання вибрана деталь, яка виявилась бракованою, виготовлена на першому заводі.

19. Ймовірності того, що під час роботи комп'ютера збій виникне в процесорі, в оперативній пам'яті, в інших вузлах відносяться як 3:4:3. Ймовірності виявлення збою в процесорі, в оперативній пам'яті та в інших вузлах відповідно дорівнюють 0,85, 0,95, 0,8. Знайти ймовірність того, що збій, який виявлено в машині, виник в процесорі.

20. На заводі по виготовленню гвинтів перший верстат виробляє 15 %, другий – 25 %, третій – 60 % всіх виробів. В їх продукції брак складає відповідно 2 %, 1 % та 3 %. Знайти ймовірність того, що навмання вибраний гвинт, який виявився дефектним, виготовлено на третьому верстаті.

21. Відомо, що 85 % продукції заводу відповідає стандарту. Спрощена схема контролю визнає придатною стандартну продукцію з ймовірністю 0,9 та нестандартну – з ймовірністю 0,1. Знайти ймовірність того, що виріб, який пройшов спрощений контроль, задовольняє стандарту.

22. В першій коробці знаходиться 5 білих та 8 чорних кульок, в другій – 2 білі та 7 чорних, в третій – 5 білих та 3 чорних. З навмання вибраної коробки вийнято кульку. Вона виявилась білою. Знайти ймовірність того, що кульку було вийнято з другої коробки.

23. Однотипні прилади виготовляються трьома заводами в кількісному співвідношенні 5:2:3, причому ймовірності браку для цих заводів становлять відповідно 0,04; 0,1; 0,05. Прилад, придбаний лабораторією, виявився бракованим. Знайти ймовірність того, що даний прилад виготовлено другим заводом.

24. Маємо 10 однакових коробок, в семи з яких міститься по чотири чорних та три білих, а в трьох – по сім чорних та п'ять білих кульок. З навмання вибраної коробки вийнято кульку. Вона виявилась білою. Знайти ймовірність того, що кульку вийнято з коробки, в якій знаходиться чотири чорних та три білих кульки.

25. Серед 300 виробів 150 першого ґатунку, 100 – другого, 50 – третього. Ймовірність браку серед виробів першого ґатунку 0,02, другого – 0,03, третього – 0,05. Взятий навмання виріб, виявився небракованим. Знайти ймовірність того, що цей виріб першого ґатунку.

26. В артилерійській військовій частині 18 гармат, з них дві непристріляні. Ймовірність влучення в ціль з пристріляної гармати дорівнює 0,8, з непристріляної – 0,3. Зробили один постріл і в ціль не влучили. Знайти ймовірність того, що постріл було зроблено з непристріляної гармати.

27. Радіолампа може належати до однієї з трьох партій з ймовірностями 0,2 ; 0,5 ; 0,3 відповідно. Ймовірність того, що лампа пропрацює заданий час, для цих партій становить відповідно 0,5; 0,4; 0,8. Лампа пропрацювала заданий час. Знайти ймовірність того, що вона належить до першої партії.

28. В тирі є чотири рушниці, ймовірності влучення з яких в мішень при одному пострілі деяким стрільцем становлять відповідно 0,8, 0,9, 0,7, 0,5. Відомо, що при одному пострілі стрілець влучив у мішень. Знайти ймовірність того, що постріл було зроблено з другої рушниці, якщо рушниця вибирається навмання.

29. В коробці лежить куля невідомого кольору – з однаковою ймовірністю біла або чорна. В коробку поклали білу кулю, після чого з коробки навмання дістали одну кулю. Вона виявилась білою. Знайти ймовірність того, що в коробці залишилась біла куля.

30. У двох корзинах баскетбольні та волейбольні м’ячі, причому в першій – 8 баскетбольних і 2 волейбольних, у другій – 6 баскетбольних і 3 волейбольних. З навмання вибраної корзини взяли м’яч. Яка ймовірність того, що м’яч, який виявився баскетбольним, взяли з першої корзини?

ЗАПИТАННЯ ДО ЗАВДАНЬ №4, №5

1. Яким умовам повинна задовольняти подія, щоб її ймовірність можна було б знайти за формулою повної ймовірності?
2. Які події у формулі повної ймовірності називають гіпотезами?
3. Які властивості гіпотез?

4. Який вигляд має формула повної ймовірності події A за наявності n гіпотез H_i?

5. Чому дорівнює $\sum_{i=1}^{n} P(H_i)$, де H_i – гіпотези у формулі повної ймовірності?

6. При яких умовах використовується формула Байєса?

7. Який вигляд має формула Байєса переоцінювання ймовірності гіпотези H_i?

ЗАВДАННЯ №6

Формула Бернуллі

1. Імовірність того, що студент складе залік з першого разу, дорівнює 0,9. Яка ймовірність того, що серед 7 студентів залік складуть: а) 5 студентів; б) не менше 5 студентів?

2. При транспортуванні 3% виробів із скла пошкоджуються. Яка ймовірність того, що серед 6 відібраних для перевірки виробів буде: а) лише один пошкоджений; б) хоча б один пошкоджений?

3. Імпортер постачає жалюзі для вікон, причому 70% з них— горизонтальні. Яка ймовірність того, що серед 6 відібраних жалюзі буде: а) 3 горизонтальних; б) не менше 4 горизонтальних?

4. Додаткового оснащення нового автомобіля вимагають 15% покупців автосалону. Яка ймовірність того, що серед 5 навмання вибраних покупців авто: а) буде не більше 3 з додатковими вимогами; б) хоча б один не вимагатиме додаткового оснащення?

5. Імовірність виготовлення робітником деталі відмінної якості становіть 0,75. Яка ймовірність того, що серед 6 виготовлених деталей робітником хоча б одна буде відмінної якості? Знайти найімовірніше число виготовлених робітником деталей відмінної якості й обчислити ймовірність цього числа.

6. До агентства нерухомості звертаються з приводу оренди та продажу квартир у співвідношенні 7:5. Яка ймовірність того, що серед шести довільно вибраних заявок буде: а) чотири щодо продажу квартир; б) не менше чотирьох щодо оренди квартир?

7. Імовірність того, що серед коробок взуття нової колекції лежить взуття чорного кольору дорівнює 0,8. Яка ймовірність того, що у чотирьох навмання вибраних коробках буде: а) одна із взуттям чорного кольору; б) не менше ніж у двох чорне взуття?

8. Імовірність того, що електрична лампа залишиться справною після 100 год. роботи, дорівнює 0,2. Знайти ймовірність того, що з трьох ламп: а) хоча б одна залишиться справною після 100 год. роботи; б) не менш ніж дві лампи залишаться справними.

9. Гральний кубик кинуто 10 разів. Знайти ймовірність того, що кількість очок, кратна трьом випаде: а) три рази; б) не менше трьох разів.

10. Здійснено 5 незалежних випробувань, кожне з яких полягає в одночасному підкиданні двох монет. Знайти ймовірність того, що:
а) рівно в трьох випробуваннях з'явилось по два герба; б) хоча б в одному випробуванні з'явилось два герба.

11. Імовірність настання події у кожному з I8 незалежних випробуваннях дорівнює 0,2. Знайти найімовірніше число настання цієї події й обчислити ймовірність цього числа.

12. Вироби містять 5% браку. Знайти ймовірність того, що серед 5 виробів: а) не буде жодного бракованого, б) будуть два бракованих.

13. Урна містить 9 білих і одну чорну кулю. Знайти ймовірність того, що при 10 вийманнях з поверненням буде витягнута : а) принаймні одна чорна куля; б) три чорних кулі.

14. Що більш імовірно виграти у рівносильного шахового суперника: три партії з чотирьох чи п'ять з восьми? Нічиї до уваги не приймаються.

15. Імовірність того, що деталь стандартна, дорівнює 0,9. Знайти ймовірність того, що серед 6 перевірених деталей: а) не менше як 5 стандартних, б) хоча б одна стандартна.

16. Імовірність народження хлопчика дорівнює 0,51. В сім'ї четверо дітей. Знайти ймовірність того, що серед них: а) 2 хлопчики, б) хоча б одна дівчина.

17. Відділ доставки піцерії отримує 80% замовлень на фірмову піцу. Знайти ймовірність того, що серед 10 замовлень буде на фірмову піцу: а) рівно половина замовлень; б) не менше як 7 замовлень.

18. Ймовірність виграшу на кожний білет лотереї дорівнює 0,02. Скільки лотерейних білетів потрібно придбати, щоб з імовірністю не меншою ніж 0,9 виграти хоч по одному з них?

19. Імовірність того, що студент складе іспит з математики є величина сталою і дорівнює в середньому 0,8. Нехай є група з 8 студентів. Знайти найімовірнішу кількість студентів цієї групи, котрі складуть іспит з математики і обчислити відповідну ймовірність.

20. У податкових накладних є помилки з імовірністю 5%. Скільки податкових накладних слід узяти, щоб найімовірніше число накладних без помилок було 70? Яка ймовірність такого числа податкових накладних?

21. Садівником восени було посаджене сім саджанців яблуні. Імовірність того, що будь-який із саджанців проросте навесні складає у середньому 0,7. Знайти ймовірність того, що із семи саджанців проростуть: а) три саджанці; б) не менш як три саджанці .

22. Ймовірність влучення в «десятку» при одному пострілі дорівнює р = 0,7. Скільки пострілів треба зробити, щоб з імовірністю не меншою від 0,95 влучити в «десятку» принаймні один раз?

23. Автопідприємство обслуговує 12 крамниць. Кожна з крамниць щодня подає замовлення на обслуговування з імовірністю 0,8. Знайдіть найімовірнішу кількість замовлень, які щодня можуть надходити на автопідприємство, та ймовірність надходження такої кількості замовлень

24. Імовірність влучити у мішень при одному пострілі дорівнює 0,25. Стрілець зробив п’ять пострілів. Знайти ймовірності подій: A={принаймні одне влучення}; B={одне влучення}.

25. Знайти ймовірність того, що при підкиданні грального кубика 7 разів хоча б при одному підкиданні випаде число 6.

26. Імовірність виходу з ладу конденсатора дорівнює 0,2. Навмання беруть 10 конденсаторів і вмикають паралельно в електричну мережу. Знайти найімовірніше число конденсаторів, які вийдуть із ладу і обчислити відповідну ймовірність.

27. Проводять дев’ять незалежних випробувань, у кожному з яких імовірність появи події A дорівнює 0,4. Знайти найбільш імовірну кількість появ події A та відповідну ймовірність.

28. Прилад складається з 10 вузлів. Надійність (імовірність безвідмовної роботи) кожного вузла протягом часу Т дорівнює 0,9. Вузли виходять з ладу незалежно один від одного. Знайти ймовірності того, що за час Т: а) вийде з ладу один вузол; б) вийдуть з ладу не менше двох вузлів.

29. Ймовірність своєчасного погашення кредиту протягом місяця певною особою дорівнює 0,9. Знайти найімовірнішу кількість місяців своєчасного погашення кредиту цією особою протягом року.

30. Ймовірність влучення в рухливу мішень при одному пострілі дорівнює 0,05. Скільки необхідно здійснити пострілів, щоб з імовірністю не меншою від 0,75 мати принаймні одне влучення.

ЗАВДАННЯ №7

Повторні незалежні випробування

Проведено **“*n*”** незалежних випробувань, в кожному з яких подія A може відбутись з ймовірністю $P(A) = \boldsymbol{p}$. Для кожного завдання а), б), в) знайти ймовірність того, що подія A настане:

– “***k***” раз;

– не більш як “***k***” раз, якщо:

№	а)			б)			в)		
	n	***k***	***p***	***n***	***k***	***p***	***n***	***k***	***p***
1	2600	4	$2\cdot10^{-4}$	145	50	0,31	9	3	0,4
2	7	4	0,6	243	70	0,25	1010	2	10^{-4}
3	10	4	0,3	1700	2	10^{-3}	170	61	0,43
4	1850	2	$2\cdot10^{-3}$	174	65	0,4	8	3	0,58
5	5	3	0,3	2750	2	10^{-3}	173	51	0,35
6	2500	3	$3\cdot10^{-4}$	6	4	0,62	135	50	0,33
7	2100	3	10^{-3}	8	5	0,58	210	40	0,21
8	7	5	0,43	130	80	0,61	1850	3	$4\cdot10^{-4}$
9	5	4	0,4	1050	3	$3\cdot10^{-3}$	190	33	0,2
10	2740	3	$4\cdot10^{-4}$	273	89	0,33	6	4	0,58
11	5	3	0,67	1350	3	$3\cdot10^{-4}$	123	37	0,29
12	7	4	0,25	130	45	0,31	3050	2	$5\cdot10^{-4}$
13	195	50	0,23	11	7	0,45	2010	3	$2\cdot10^{-4}$
14	200	80	0,37	10	4	0,52	1730	3	0,003
15	7	3	0,7	2200	3	$2\cdot10^{-4}$	125	37	0,24
16	6	5	0,7	170	65	0,27	2730	3	$3\cdot10^{-4}$
17	7	4	0,32	1300	2	$3\cdot10^{-4}$	145	120	0,9
18	7	5	0,34	126	35	0,28	2900	2	$4\cdot10^{-4}$
19	6	2	0,3	3000	3	$5\cdot10^{-4}$	100	24	0,19
20	6	4	0,37	100	41	0,19	4000	3	$5\cdot10^{-4}$
21	6	5	0,28	175	56	0,4	3000	4	$5\cdot10^{-4}$
22	8	6	0,46	145	25	0,9	1500	3	10^{-4}
23	8	5	0,57	2730	3	$3\cdot10^{-4}$	126	40	0,28
24	9	2	0,39	137	57	0,29	2300	2	$3\cdot10^{-4}$
25	8	4	0,25	160	32	0,17	1300	2	$4\cdot10^{-4}$
26	10	4	0,32	1000	3	10^{-3}	170	81	0,427

№	а)			б)			в)		
	n	***k***	***p***	***n***	***k***	***p***	***n***	***k***	***p***
27	9	2	0,2	150	35	0,15	1200	2	$2 \cdot 10^{-4}$
28	10	3	0,27	140	40	0,2	1400	3	$2 \cdot 10^{-4}$
29	9	3	0,35	1600	2	$2 \cdot 10^{-4}$	175	50	0,34
30	9	2	0,35	1800	2	$3 \cdot 10^{-4}$	170	55	0,3

ЗАПИТАННЯ ДО ЗАВДАНЬ №6, №7

1. Які експерименти називають експериментами за схемою Бернуллі?
2. За якої умови формула Бернуллі застосовується для обчислення ймовірностей?
3. Який вигляд має формула Бернуллі ?
4. Що називають найімовірнішим числом появи випадкової події ?
5. Як обчислити найімовірніше число ?
6. Який вигляд має локальна теорема Муавра-Лапласа?
7. Який вигляд має інтегральна теорема Муавра-Лапласа ?
8. Коли доцільно застосовувати локальну або інтегральну теорему Мавра-Лапласа ?
9. Який вигляд має формула Пуассона ?
10. За якої умови використовується формула Пуассона ?

ЗАВДАННЯ №8

Числові характеристики дискретної випадкової величини

Дискретна випадкова величина X задана рядом розподілу. Знайти математичне сподівання і дисперсію випадкової величини X.

1.

X	–1	0	3
p	0,2	0,6	0,2

2.

X	–1	1	2
p	0,3	0,5	0,2

3.

X	1	2	4
p	0,3	0,5	0,2

4.

X	–1	2	3
p	0,2	0,5	0,3

5.

X	–1	2	4
p	0,3	0,5	0,2

6.

X	–2	–1	1
p	0,3	0,3	0,4

7.

X	0	1	2
p	0,2	0,5	0,3

8.

X	–1	2	3
p	0,2	0,7	0,1

9.

X	–1	0	1
p	0,2	0,6	0,2

10.

X	1	2	4
p	0,1	0,8	0,1

11.

X	2	3	5
p	0,2	0,6	0,2

12.

X	0	2	3
p	0,3	0,5	0,2

13.

X	2	3	5
p	0,3	0,5	0,2

14.

X	0	3	5
p	0,2	0,5	0,3

15.

X	–2	1	5
p	0,3	0,5	0,2

16.

X	–1	0	2
p	0,3	0,3	0,4

17.

X	0	1	2
p	0,2	0,5	0,3

18.

X	2	3	4
p	0,2	0,7	0,1

19.

X	0	1	2
p	0,2	0,6	0,2

20.

X	0	3	5
p	0,1	0,8	0,1

21.

X	0	1	3
p	0,2	0,6	0,2

22.

X	–2	0	1
p	0,3	0,5	0,2

23.

X	0	1	3
p	0,3	0,5	0,2

24.

X	–2	1	2
p	0,2	0,5	0,3

25.

X	0	1	3
p	0,3	0,5	0,2

26.

X	–3	–2	0
p	0,3	0,3	0,4

27.

X	–2	0	3
p	0,2	0,5	0,3

28.

X	0	1	2
p	0,2	0,7	0,1

29.

X	–2	–1	0
p	0,2	0,6	0,2

30.

X	0	2	5
p	0,1	0,8	0,1

ЗАПИТАННЯ ДО ЗАВДАННЯ №8

1. Яка величина називається випадковою?
2. В якому разі випадкова величина є дискретною? Неперервною?
3. Що називається функцією розподілу випадкової величини?
4. Як обчислюється функція розподілу дискретної випадкової величини?
5. Які властивості має функція розподілу?
6. Що називається математичним очікуванням дискретної випадкової величини?
7. Що характеризує математичне очікування випадкової величини?
8. Що називають дисперсією та середнім квадратичним відхиленням дискретної випадкової величини?
9. Що характеризує дисперсія випадкової величини?
10. Що називають модою дискретної випадкової величини ?

ЗАВДАННЯ №9

Закони розподілу та числові характеристики дискретних випадкових величин

Для заданої випадкової величини X знайти:
а) математичне очікування M[X],
б) дисперсію $D[X]$ та середньо квадратичне відхилення $\sigma[X]$;
в) записати ряд розподілу та функцію розподілу $F(x)$;
г) побудувати графік $F(x)$.

1. Серед 30 квитків в лотереї – 10 виграшних. Навмання беруть три квитки. Значення випадкової величини X – кількість виграшних квитків серед вибраних трьох.

2. В місті є 3 бібліотеки, в кожній з яких з ймовірністю 0,4 знаходиться потрібна книга. Студент проходить по цих трьох бібліотеках і, якщо отримує книгу, то далі не йде. Значення випадкової величини X – кількість бібліотек, які відвідає студент в пошуках книги.

3. В урні 2 білих та 3 чорних кулі. З урни навмання з поверненнями виймають 3 кулі. Значення випадкової величини X – кількість вийнятих білих куль.

4. Для першого стрільця ймовірність влучення в ціль дорівнює 0,4; для другого – 0,7; для третього – 0,5. Стрільці по разу стріляють по цілі. Значення випадкової величини X – кількість влучень при трьох пострілах.

5. Серед 12 квитків є 2 виграшних. Навмання з цих 12 квитків беруть 4 квитка. Значення випадкової величини X – кількість виграшних квитків серед вибраних.

6. Під час штампування валиків імовірність відхилення кожного валика від стандартного розміру дорівнює 0,15. За робочу зміну робітником були проштамповані 5 валиків. Випадкова величина X – число валиків, що не відповідають стандартному розміру.

7. Обриви зв’язку трапились на якихось трьох з п’яти ланок телефонного кабелю. Майстер обстежує ці ланки одну за одною.

Значення випадкової величини X – кількість обстежених ланок до першого виявлення пошкодження.

8. Дослід складається з трьох незалежних кидань монети, при кожному з них герб випадає з ймовірністю 0,5. Випадкова величина X – число появ герба.

9. Імовірність того, що навмання вибране пальто з виготовленої на фабриці партії виявиться першосортним, дорівнює 0,9. Відбираються чотири пальто. Випадкова величина X – кількість першосортних виробів серед відібраних пальто.

10. Стрілець веде стрільбу в ціль. Імовірність попадання в ціль дорівнює 0,2 , при цьому стрілець одержує 5 очок. За промах очки не нараховуються. Випадкова величина X – число очок ,що одержані стрільцем за 3 постріли.

11. Серед десяти однотипних виробів сім відповідають стандарту, а решта – ні. Навмання береться чотири вироби. Випадкова величина X – число виробів, що не відповідають стандарту.

12. Проводяться послідовні незалежні випробування п'яти приладів на надійність. Кожний наступний прилад випробується тільки в тому випадку, якщо попередній виявився надійним. Випадкова величина X – число приладів, які випробуються, якщо ймовірність втримання випробування для кожного з них дорівнює 0,9.

13. Відомо, що в партії з 20 телефонних апаратів 5 недіючих. Випадковим чином з цієї партії взято 4 апарата. Випадкова величина

X – число недіючих апаратів з вибраних.

14. Імовірність того, що навмання вибраний виріб виявиться першосортним дорівнює 0,8. Відбираються 5 виробів. Випадкова величина X – кількість першосортних виробів.

15. Імовірність укладення угоди за результатами ділових переговорів дорівнює 0,7. Випадкова величина X – число укладених угод після чотирьох ділових зустрічей.

16. За одну годину роботи верстат-автомат виготовляє 4 однотипних деталі. Імовірність, що виготовлена верстатом деталь стандартна дорівнює 0,8. Випадкова величина X – число стандартних деталей, що виготовлені верстатом-автоматом за годину роботи.

17. Імовірність бути надрукованим для одного роману деякого письменника становить 0,8, для другого – 0,7. Випадкова величина X – кількість романів письменника, які редакція прийме для друку.

18. Імовірність підвищення курсу акцій першого підприємства становить 0,4; другого – 0,6; третього – 0,7. Випадкова величина X – число підприємств, курс акцій яких підвищився.

19. Імовірність прийняття на роботу кожного з 5 претендентів становить 0,2. Випадкова величина X – число претендентів, що прийняті на роботу.

20. Імовірність отримати премію за якісно виконані роботи становить 0,8 за кожен місяць. Роботи проводились протягом кварталу. Випадкова величина X – число премій, що отримані за квартал.

21. На аукціоні виставлено картини, надані двома художніми салонами, у співвідношенні 3:2. Навмання вибирають 4 картини. Випадкова величина X – число картин, які виставлені першим салоном серед чотирьох вибраних.

22. Фірмовий салон продає 20% ексклюзивного одягу. Навмання вибирають 5 виробів. Випадкова величина X – число ексклюзивних виробів серед п'яти вибраних.

23. Спортивний клуб закупив м'ячі для гри в теніс, 70% яких жовтого кольору. Навмання беруть чотири м'ячі. Випадкова величина X – число жовтих м'ячів серед чотирьох відібраних.

24. Екзаменаційний білет містить 3 запитання. Імовірність того, що студент правильно відповість на перше запитання, становить 0,9, на друге – 0,8, на третє – 0,7. Випадкова величина X – число питань екзаменаційного білета, на які студент дасть правильну відповідь.

25. Троє студентів складають іспит з теорії ймовірностей. Імовірність того, що перший студент складе іспит становить 0,9, для другого та третього студентів ця ймовірність дорівнює відповідно 0,85 та 0,8. Випадкова величина X – число студентів, які складуть іспит з теорії ймовірностей.

26. У першому ящику міститься 7 стандартних і 3 браковані деталі., у другому – 6 стандартних і 4 браковані. Навмання з першого ящика беруть одну деталь та з другого – одну. Випадкова величина X – число стандартних деталей серед двох навмання взятих.

27. Під час виготовлення деталі робітникові необхідно виконати чотири незалежні між собою технологічні операції. Імовірність того, що при виконанні першої операції робітник не зробить помилку дорівнює 0,95; для другої, третьої і четвертої операції ця ймовірність становить відповідно 0,9; 0,85; 0,8. Випадкова величина X – число операції, під час виконання яких робітник не помилиться.

28. На шляху руху автомобіля стоять п’ять світлофорів, кожний із яких з ймовірністю 0,5 дозволяє рух. Випадкова величина X – число світлофорів, які автомобіль промине без затримки.

29. Серед дев’яти однотипних виробів п’ять відповідають стандарту, а решта – ні. Навмання береться чотири вироби. Випадкова величина X – число виробів, що відповідають стандарту.

30. У лабораторних умовах було висіяно 5 зерен насіння нового сорту ячменю. Імовірність того, що насіння ячменю не проросте в середньому становить 0,2. Випадкова величина X – число зернин ячменю, що проростуть.

ЗАВДАННЯ №10

Геометричні закони розподілу

Побудувати ряд розподілу заданої дискретної випадкової величини X. Визначити математичне очікування M[X], дисперсію $D[X]$ та середньо квадратичне відхилення $\sigma[X]$.

1. Імовірність того, що стрілець влучив у мішень при одному пострілі дорівнює 0,8. Стрільцеві видають набої доти, доки він не промахнеться. Випадкова величина X – число виданих стрільцеві набоїв.

2. Гральний кубик підкидається до першої появи цифри 6. Випадкова величина X – число здійснених підкидань.

3. В урні міститься 100 кульок, із них 80 білі, а решта чорні. Кульки із урни виймають навмання по одній із поверненням. Випадкова величина X – число проведених експериментів, якщо вони здійснюються до першої появи чорної кульки.

4. Монета підкидається доти, доки вона випаде гербом. Випадкова величина X – число здійснених підкидань.

5. При свердленні отвору у деякому виробі свердло ламається з ймовірністю 0,2. Випадкова величина X – число просвердлених виробів до поломки свердла.

6. Гральний кубик підкидається до першої появи цифри 1. Випадкова величина X – число здійснених підкидань.

7. При виготовлені деякої деталі вузол станка виходить з ладу з ймовірністю 0,12. Випадкова величина X – число виготовлених виробів до відмови вузла.

8. В урні міститься 120 кульок, із них 80 білі, а решта чорні. Кульки із урни виймають навмання по одній із поверненням. Випадкова величина X – число проведених експериментів, якщо вони здійснюються до першої появи білої кульки.

9. Викладач задає студенту питання доти, доки він в змозі дати відповідь на поставлене питання. Ймовірність студента не відповісти на одне питання дорівнює 0,2. Випадкова величина X – кількість питань, що задані викладачем.

10. Імовірність невідповідності задекларованого товару стандартам становить 0,1. Митник вибирає з партії один виріб і перевіряє його якість. Якщо цей виріб не відповідає вимогам, то партія затримується і перевірка далі вже не проводиться. Якщо виріб відповідає вимогам, то митник для перевірки бере наступний виріб і т.д. Випадкова величина X – число перевірених митником виробів.

11. Гральний кубик підкидається до першої появи цифри 5. Випадкова величина X – число здійснених підкидань.

12. Монета підкидається доти, доки вона випаде цифрою. Випадкова величина X – число здійснених підкидань.

13. При зборці вузла агрегат відмовляє з ймовірністю 0,025. Випадкова величина X – число зібраних вузлів до відмови агрегату.

14. В урні міститься 100 кульок, із них 75 білі, а решта чорні. Кульки із урни виймають навздогад по одній із поверненням. Випадкова величина X – число проведених експериментів, якщо вони здійснюються до першої появи чорної кульки.

15. При штамповці деякої деталі матриця виходить з ладу з ймовірністю 0,012. Випадкова величина X – число виготовлених деталей до поломки матриці.

16. Гральний кубик підкидається до першої появи цифри 3. Випадкова величина X – число здійснених підкидань.

17. Проводяться багатократні випробування деякого елемента на надійність доти, доки елемент не відмовить. Імовірність відмови елемента в кожному випробуванні дорівнює 0,1. Випадкова величина X – число випробувань, які потрібно провести.

18. Імовірність того, що стрілець влучив у мішень при одному пострілі дорівнює 0,25. Стрільцеві видають набої доти, доки він не влучить. Випадкова величина X – число виданих стрільцеві набоїв.

19. В урні міститься 80 кульок, із них 60 білі, а решта чорні. Кульки із урни виймають навздогад по одній із поверненням. Випадкова величина X – число проведених експериментів, якщо вони здійснюються до першої появи білої кульки.

20. Бомбардування об’єкту продовжується доти, доки у нього не влучить бомба. Ймовірність влучити у об’єкт дорівнює 0,7. Випадкова величина X – число використаних бомб.

21. Гральний кубик підкидається до першої появи цифри 2. Випадкова величина X – число здійснених підкидань.

22. Імовірність того, що стрілець влучив у мішень при одному пострілі дорівнює 0,7. Стрільцеві видають набої доти, доки він не промахнеться. Випадкова величина X – число виданих стрільцеві набоїв.

23. Монета підкидається доти, доки вона випаде гербом. Випадкова величина X – число здійснених підкидань.

24. Вчитель задає учневі питання доти, доки він не зможе дати відповідь на поставлене питання. Імовірність учня відповісти на одне питання дорівнює 0,85. Випадкова величина X – кількість питань, що задані вчителем.

25. Гральний кубик підкидається до першої появи цифри 4. Випадкова величина X – число здійснених підкидань.

26. В урні міститься 90 кульок, із них 60 білі, а решта чорні. Кульки із урни виймають навмання по одній із поверненням. Випадкова величина X – число проведених експериментів, якщо вони здійснюються до першої появи чорної кульки.

27. При виготовлені деякої деталі вузол станка виходить з ладу з ймовірністю 0,15. Випадкова величина X – число виготовлених виробів до відмови вузла.

28. Імовірність того, що стрілець влучив у мішень при одному пострілі дорівнює 0,6. Стрільцеві видають набої доти, доки він не влучить. Випадкова величина X – число виданих стрільцеві набоїв.

29. При зборці вузла агрегат відмовляє з ймовірністю 0,01. Випадкова величина X – число зібраних вузлів до відмови агрегату.

30. Проводяться багатократні випробування деякого елемента на надійність доти, доки елемент не відмовить. Імовірність безвідмовної роботи елемента в кожному випробуванні дорівнює 0,85. Випадкова величина X – число випробувань, які потрібно провести.

ЗАПИТАННЯ ДО ЗАВДАНЬ №9, №10

1. Що називають біноміальним законом розподілу ймовірностей?
2. Які числові характеристики біноміального закону розподілу (M[X], D[X], σ[X])?
3. Що називають пуасонівським законом розподілу ймовірностей?
4. Які числові характеристики пуасонівського закону розподілу (M[X], D[X], σ[X])?
5. Що називають геометричним законом розподілу ймовірностей?
6. Які числові характеристики геометричного закону розподілу (M[X], D[X], σ[X])?
7. Що називають гіпергеометричним законом розподілу ймовірностей?
8. При яких умовах на практиці зустрічається розподіл Пуасона?
9. При яких умовах на практиці зустрічається геометричний розподіл?
10. При яких умовах на практиці зустрічається гіпергеометричний розподіл?

ЗАВДАННЯ №11

Неперервна випадкова величина

Випадкова величина X задана функцією розподілу $F(x)$. Знайти:

а) ймовірність того, що X набуде значення з інтервалу (α,β);

б) щільність розподілу $f(x)$;

в) математичне очікування M[X], дисперсію $D[X]$ та середнє квадратичне відхилення $\sigma[X]$.

Побудувати графіки функції $F(x)$ і $f(x)$.

1. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ \frac{1}{2}\left(x^2-x\right), & 1<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$

$\alpha=1,\quad \beta=1{,}5.$

2. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ \frac{1}{8}\left(x^2-1\right), & 1<x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$

$\alpha=2,\quad \beta=3.$

3. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 2\\ \frac{1}{2}(x-2), & 2<x\le 4\\ 1, & x>4\end{cases}$

$\alpha=2,\quad \beta=3.$

4. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -3\\ \frac{1}{6}(x+3), & -3<x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$

$\alpha=-1,\quad \beta=2.$

5. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ x^3, & 0<x\le 1\\ 1, & x>4\end{cases}$

$\alpha=0,\quad \beta=0{,}5.$

6. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \frac{1}{9}x^2, & 0<x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$

$\alpha=1,\quad \beta=2.$

7. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \frac{1}{4}x^2, & 0<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$

$\alpha=1,\quad \beta=2.$

8. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 2\\ \frac{1}{12}\left(x^2-4\right), & 2<x\le 4\\ 1, & x>4\end{cases}$

$\alpha=3,\quad \beta=4.$

9. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \frac{1}{6}(x^2+x), & 0<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$

$\alpha=1,\quad \beta=2.$

10. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \frac{1}{12}\left(x^2+x\right), & 0<x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$

$\alpha=0,\quad \beta=2.$

11. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 3\\ \frac{1}{16}\left(x^2-9\right), & 3<x\le 5\\ 1, & x>5\end{cases}$

$\alpha=4,\quad \beta=5.$

12. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \frac{1}{2}x, & 0<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$

$\alpha=1,\quad \beta=2.$

13. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -2\\ \frac{1}{5}(x+2), & -2<x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$

$\alpha=-1,\quad \beta=2.$

14. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \frac{1}{8}x^3, & 0<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$

$\alpha=1,\quad \beta=2.$

15. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ x-1, & 1<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$

$\alpha=1,\quad \beta=1{,}5.$

16. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \frac{1}{8}\left(x^2+2x\right), & 0<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$

$\alpha=0,\quad \beta=1.$

17. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ \frac{1}{2}(x-1), & 1<x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$

$\alpha=2,\quad \beta=3.$

18. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ \frac{1}{3}\left(x^2-1\right), & 1<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$

$\alpha=1,\quad \beta=1{,}5.$

19. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \frac{1}{6}\left(x^2+x\right), & 0<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$

$\alpha=1,\quad \beta=2.$

20. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -2\\ \frac{1}{4}(x+2), & -2<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$

$\alpha=0,\quad \beta=1.$

21. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ \frac{1}{4}(x-1)^2, & 1<x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$

$\alpha=2,\quad \beta=3.$

22. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -2\\ \frac{1}{15}(3x+6), & -2<x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$

$\alpha=-1,\quad \beta=2.$

23. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -1\\ \frac{1}{6}(2x+2), & -1<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$

$\alpha=0,\quad \beta=2.$

24. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \frac{1}{10}\left(x^2+3x\right), & 0<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$

$\alpha=0,\quad \beta=1.$

25. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 3\\ (x-3)^2, & 3<x\le 4\\ 1, & x>4\end{cases}$

$\alpha=3,\quad \beta=3{,}5.$

26. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ \frac{1}{26}\left(x^3-1\right), & 1<x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$

$\alpha=2,\quad \beta=3.$

27. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ x^4, & 0<x\le 1\\ 1, & x>1\end{cases}$

$\alpha=0{,}5,\quad \beta=1.$

28. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 2\\ (x-2)^2, & 2<x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$

$\alpha=2{,}5,\quad \beta=3.$

29. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \frac{1}{10}\left(x^3+x\right), & 0<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$

$\alpha=1,\quad \beta=2.$

30. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -1\\ \frac{1}{4}(x+1), & -1<x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$

$\alpha=0,\quad \beta=2.$

ЗАПИТАННЯ ДО ЗАВДАННЯ № 11

1. Яке означення щільності ймовірностей неперервної випадкової величини *X*?
2. Чому дорівнює $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$?
3. Чому дорівнює $\int\limits_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$?
4. Чому дорівнює $\int\limits_{-\infty}^{x} f(x)dx$?
5. У чому полягає геометрична інтерпретація **2, 3, 4** запитання?
6. Як обчислюється математичне сподівання неперервної випадкової величини?
7. Як обчислюється дисперсія та середнє квадратичне відхилення неперервної випадкової величини?
8. Що називається модою неперервної випадкової величини?
9. Що називається медіаною неперервної випадкової величини?
10. За якими формулами можна обчислити $P(\alpha < X < \beta)$ для неперервної випадкової величини?

ЗАВДАННЯ №12

Нормальний закон розподілу

Відомо математичне очікування m і середнє квадратичне відхилення σ нормально розподіленої випадкової величини X. Знайти ймовірність того, що X прийме значення з інтервалу (α, β).

№	m	σ	α	β
1.	10	4	4	13
2.	8	4	3	12
3.	6	3	2	10
4.	4	5	0	8
5.	2	5	4	9
6.	2	3	–1	6
7.	2	3	3	5
8.	3	3	1	7
9.	4	3	2	7
10.	4	4	5	8
11.	3	2	5	9
12.	3	4	0	6
13.	5	2	–1	9
14.	2	3	0	4
15.	1	3	–1	5

№	m	σ	α	β
16.	9	5	5	14
17.	7	2	3	10
18.	5	1	4	12
19.	3	2	3	8
20.	2	4	6	10
21.	3	2	–1	5
22.	0	2	–1	4
23.	3	5	4	8
24.	4	3	5	7
25.	3	3	5	8
26.	2	1	2	6
27.	5	3	4	10
28.	3	2	0	5
29.	3	3	4	7
30.	2	3	3	8

ЗАВДАННЯ №13

Основні закони розподілу неперервних випадкових величин

1. Автомат штампує деталі. Контролюється довжина деталі X, яка розподілена нормально з математичним очікуванням 30 мм. Фактична довжина виготовлених деталей не менша 16 мм і не більша 44 мм. Знайти ймовірність того, що довжина навмання узятої деталі не більш 36 мм.

2. При роботі комп'ютера час від часу виникають несправності (збої). Потік збоїв можна вважати простішим. Середнє число збоїв за добу дорівнює 1,5. Знайти ймовірність того, що впродовж доби відбудеться хоча б один збій.

3. Автомат виготовляє підшипники, що вважаються придатними, якщо відхилення X від проектного розміру по модулю не перевершує 0,77 мм. Яке найбільш імовірне число придатних підшипників з 100, якщо X розподілено нормально з $\sigma = 0{,}4$ мм?

4. Стрілянина ведеться з точки 0 уздовж прямої OX. Середня дальність польоту снаряда дорівнює m. Припускаючи, що дальність польоту X розподілена за нормальним законом із середньо квадратичним відхиленням $\sigma = 100$, знайти який відсоток снарядів, що випускаються, дає переліт від 20 до 50 м?

5. У радіоапаратурі за рік роботи відбувається заміна 10 ламп. Потрібно підрахувати ймовірність виходу з ладу апаратури через вихід з ладу лампи за 10, 100, 1000 годин безперервної роботи, якщо виконані умови розподілу Пуассона.

6. Коректура в 500 сторінок містить 500 помилок. Вважаючи застосовним закон Пуассона, знайти ймовірність того, що на одній сторінці не менш трьох помилок.

7. Вважається, що відхилення довжини деталей, що виробляють, від стандарту є випадковою величиною, розподіленою за нормальним законом. Якщо стандартна довжина дорівнює 40 см, а середньоквадратичне відхил дорівнює 0,4 см, то яку можливу довжину виробу можна гарантувати з імовірністю 0,8?

8. Знайти ймовірність того, що серед 200 виробів виявиться більш трьох бракованих, якщо в середньому браковані вироби складають 1%.

9. Середня ціна продажу продукту на ринку дорівнює a, але фактично мають місце помилки в ціні, які розподілені за нормальним законом з середньоквадратичним відхиленням, що дорівнює $a/2$. Знайти ймовірність того, що ціна не перевищує $1{,}2a$.

10. За розглянутий період часу середнє число помилкових з'єднань на одного телефонного абонента дорівнює восьми. Яка ймовірність того, що для даного абонента число помилкових з'єднань не більше чотирьох?

11. Імовірність помилки у роботі телефонної станції при кожному виклику дорівнює 0,03. Надійшло 100 викликів. Визначити ймовірність більш двох збоїв.

12. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним очікуванням $m=10$ і середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 5$. Знайти довжину інтервалу, симетричного відносно математичного очікування, в який з імовірністю 0,9973 потрапить X в результаті випробування.

13. При середній масі деякого виробу 8,4 кг знайдено, що відхилення, яке за абсолютним значенням не переважає 50 г, зустрічається в середньому три рази на кожні 100 виробів. Допускається, що маса виробів розподілена по нормальному закону. Визначити її середньо квадратичне відхилення.

14. Випадкова величина X розподілена рівномірно на інтервалі (a,b). Знайти ймовірність того, що в результаті експерименту вона відхилиться від математичного очікування більше, ніж на $2\sigma(X)$.

15. Випадкова величина T – час роботи радіолампи має показниковий розподіл. Визначити ймовірність того, що час роботи лампи буде не менш 600 годин, якщо середній час роботи лампи становить 400 годин.

16. При роботі комп'ютера час від часу виникають несправності (збої). Потік збоїв можна вважати простішим. Середнє число збоїв за добу дорівнює 1,5. Знайти ймовірність того, що за тиждень роботи комп’ютера відбудеться не менше трьох збоїв.

17. Шкала підоймових ваг, встановлених у лабораторії, має ціну ділення 1 г. При вимірі маси хімічних компонентів суміші відлік робиться з точністю до цілого ділення з округленням у найближчу сторону. Яка ймовірність, що абсолютна помилка визначення маси не перевищить середньо квадратичне відхилення $\sigma(X)$ можливих помилок визначення маси?

18. За умови задачі 17 знайти ймовірність того, що помилка визначення маси укладена між значеннями $\sigma(X)$ і $2\sigma(X)$.

19. При середній масі деякого виробу 8,2 кг знайдено, що відхилення, яке по модулю перевищує 150 г, зустрічається в середньому п’ять разів на кожні 100 виробів. Припускається, що маса виробів розподілена за нормальним законом. Визначити її середнє квадратичне відхилення.

20. Час чекання біля бензоколонки автозаправної станції є випадковою величиною X, розподіленої по показниковому закону із середнім часом очікування, рівним t_0. Знайти ймовірність події

$$A = \{t_0/2 \le X \le 3t_0/2\}.$$

21. За умови задачі 19 знайти ймовірність події $B=\{X \ge 2t_0\}$.

22. Випадкова величина X розподілена за нормальним законом з математичним сподіванням 2,2 і середньо квадратичним відхиленням 0,5. Яка ймовірність того, що при першому іспиті випадкова величина виявиться у відрізку [3,4] а при другому – у відрізку [1,2]?

23. Обчислити ймовірність того, що випадкова величина X, яка розподілена за нормальним законом розподілу, при трьох іспитах хоча б один раз виявиться в інтервалі (1,2), якщо її математичне очікування і середньо квадратичне відхилення відповідно дорівнюють 1,5 і 1,2.

24. Коректура в 500 сторінок містить 1000 помилок. Вважаючи застосовним закон Пуассона, знайти найбільш імовірне число помилок на одній сторінці тексту й ймовірність цього числа.

25. Вимірювальний прилад має середньо квадратичну помилку 40 м, систематичні помилки відсутні. Скільки необхідно зробити вимірів, щоб з імовірністю більш ніж 0,9 помилка хоча б одного з них не перевищувала по абсолютній величині 7,5 м?

26. Виріб вважається вищої якості, якщо відхилення його розміру від номіналу не перевищує по абсолютній величині 3,45 мм. Випадкове відхилення розміру виробу від номіналу підкоряється нормальному законові із середньо квадратичним відхиленням, що дорівнює 3 мм, а систематичні відхилення відсутні. Визначити середнє число виробів вищої якості, якщо виготовлено чотири вироби.

27. Якої ширини повинне бути поле допуску, щоб з імовірністю не більш ніж 0,0027 вийшла деталь з розміром поза полем допуску, якщо випадкові відхилення розміру від середини поля допуску підлеглі законові нормального розподілу з параметрами $m = 0; \quad \sigma = 5мк$?

28. Передбачається, що діаметр валиків, виготовлених на автоматичному верстаті, є випадкова величина з нормальним розподілом. Параметри розподілу – математичне очікування і дисперсія відповідно рівні 3,4 і 0,0001. У яких границях відповідно до правила 3σ можна практично гарантувати діаметр валика?

29. За статистичними даними річний дохід населення міста N має нормальний розподіл із середнім значенням 96 тис. грн. та середнім квадратичним відхиленням 10 тис. грн. Знайти ймовірність того, що навмання вибраний мешканець міста має дохід:
а) від 75 до 98 тис. грн.; б) менше ніж 80 тис. грн..

30. При роботі комп'ютера час від часу виникають несправності (збої). Потік збоїв можна вважати простішим. Середнє число збоїв за добу дорівнює 1,5. Знайти ймовірність того, що за дві доби не відбулося жодного збою.

ЗАПИТАННЯ ДО ЗАВДАНЬ №12, №13

1. Який вигляд має щільність рівномірно розподіленої випадкової величини?
2. Які числові характеристики рівномірного розподілу?
3. Що називають експоненціальним законом розподілу?
4. Які числові характеристики експоненціального розподілу?
5. Який вигляд має щільність розподілу нормально розподіленої випадкової величини?
6. Який зміст мають параметри m та σ нормального розподілу $N(m,\sigma)$?
7. Як впливають параметри m, σ на графік функції $f(x)$ нормального закону?
8. Який нормальний закон розподілу називається нормованим?
9. У чому полягає “правило 3σ”?
10. За якими формулами для нормального закону розподілу обчислюються ймовірності $P(\alpha < X < \beta)$ та $P(|X - m| < \varepsilon)$?

ЗАВДАННЯ №14

Системи випадкових величин

Закон розподілу системи випадкових величин (X,Y) задається таблицею. Знайти: а) безумовні закони розподілу X, Y;
б) встановити залежний або ні X, Y;
в) знайти $M[X]$, $M[Y]$, $D[X]$, $D[Y]$;
г) записати умовний закон розподілу випадкової величини Y при умові $X=x_i$ та знайти $M[Y|x_i]$ де і = 1 ,2, 3;
д) обчислити коефіцієнт кореляції.

1.

	X		
Y	**–1**	**0**	**1**
1	0,1	0,15	0,2
2	0,15	0,25	0,15

2.

	X		
Y	**0**	**1**	**2**
1	0,15	0,1	0,2
2	0,15	0,25	0,15

3.

	X		
Y	**–1**	**0**	**1**
1	0,15	0,25	0,15
2	0,1	0,2	0,15

4.

	X		
Y	**–3**	**–2**	**0**
1	0,2	0,1	0,15
2	0,15	0,25	0,15

5.

	X		
Y	**–1**	**0**	**2**
1	0,2	0,25	0,1
2	0,2	0,15	0,1

6.

	X		
Y	**–2**	**0**	**1**
1	0,1	0,2	0,25
2	0,1	0,15	0,2

7.

	X		
Y	**–2**	**–1**	**0**
1	0,1	0,15	0,2
2	0,15	0,25	0,15

8.

	X		
Y	**1**	**2**	**3**
1	0,15	0,15	0,25
2	0,10	0,15	0,2

9.

	X		
Y	**–1**	**0**	**1**
1	0,15	0,25	0,15
2	0,15	0,1	0,2

10.

	X		
Y	**0**	**1**	**2**
1	0,25	0,15	0,15
2	0,1	0,15	0,2

11.

Y	***X***		
	–1	**1**	**2**
1	0,1	0,15	0,2
2	0,15	0,25	0,15

12.

Y	***X***		
	–1	**1**	**2**
1	0,15	0,1	0,2
2	0,15	0,25	0,15

13.

Y	***X***		
	1	**2**	**3**
1	0,15	0,25	0,15
2	0,1	0,2	0,15

14.

Y	***X***		
	0	**1**	**3**
1	0,2	0,1	0,15
2	0,15	0,25	0,15

15.

Y	***X***		
	–2	**–1**	**0**
1	0,2	0,25	0,1
2	0,2	0,15	0,1

16.

Y	***X***		
	1	**2**	**3**
1	0,1	0,2	0,25
2	0,1	0,15	0,2

17.

Y	***X***		
	–2	**–1**	**1**
1	0,1	0,15	0,2
2	0,15	0,25	0,15

18.

Y	***X***		
	0	**2**	**3**
1	0,15	0,15	0,25
2	0,10	0,15	0,2

19.

Y	***X***		
	0	**1**	**2**
1	0,15	0,25	0,15
2	0,15	0,15	0,2

20.

Y	***X***		
	0	**1**	**2**
1	0,25	0,15	0,15
2	0,1	0,15	0,2

21.

Y	***X***		
	–1	**0**	**1**
0	0,1	0,15	0,2
1	0,15	0,25	0,15

22.

Y	***X***		
	0	**1**	**2**
0	0,15	0,1	0,2
1	0,15	0,25	0,15

23.

Y	***X***		
	–1	**0**	**1**
0	0,15	0,25	0,15
1	0,1	0,2	0,15

24.

Y	***X***		
	–1	**1**	**2**
0	0,2	0,1	0,15
1	0,15	0,25	0,15

25.

Y	X		
	–1	**0**	**1**
0	0,2	0,25	0,1
1	0,2	0,15	0,1

28.

Y	X		
	–2	**–1**	**0**
0	0,15	0,15	0,25
1	0,10	0,15	0,2

26.

Y	X		
	1	**2**	**3**
0	0,1	0,2	0,25
1	0,1	0,15	0,2

29.

Y	X		
	–3	**0**	**3**
0	0,15	0,2	0,15
1	0,15	0,15	0,2

27.

Y	X		
	–2	**0**	**1**
0	0,1	0,15	0,2
1	0,15	0,25	0,15

30.

Y	X		
	–1	**1**	**3**
0	0,25	0,15	0,15
1	0,1	0,15	0,2

ЗАПИТАННЯ ДО ЗАВДАННЯ №14

1. Яке означення має функція розподілу двовимірної випадкової величини та які її властивості?
2. Як задається закон розподілу дискретної двовимірної випадкової величини?
3. Як знаходиться закон розподілу компонент *X* і *Y* двовимірної випадкової величини (*X*, *Y*)?
4. Які випадкові величини називаються незалежними?
5. Як формулюється необхідна і достатня умова незалежності випадкових величин *X* і *Y*?
6. За якими формулами знаходяться числові характеристики компонент двовимірної випадкової величини?
7. Що називається кореляційним моментом (коваріацією) випадкових величин?
8. Який зв’язок між випадковими величинами характеризує коефіцієнт кореляції?
9. Як обчислюється коефіцієнт кореляції між випадковими величинами *X* і *Y*?
10. Який зв’язок між незалежністю і некорельованістю випадкових величин?

ЗАВДАННЯ №15

Граничні теореми теорії ймовірностей

1. В електричній мережі ввімкнено 20 ламп. Імовірність того, що за час Т лампа буде включена, дорівнює 0,8. Користуючись нерівністю Чебишова, оцінити ймовірність того, що абсолютна величина різниці між числами увімкнених ламп та середнім числом увімкнених ламп буде не менш як 3.

2. Дисперсія кожної з 4500 незалежних однаково розподілених випадкових величин дорівнює 5. Знайти ймовірність того, що середнє арифметичне цих випадкових величин відхиляється від свого математичного очікування не більш, ніж на 0,08.

3. Відділ технічного контролю перевіряє якість навмання вибраних 900 деталей. Імовірність p того, що деталь стандартна, дорівнює 0,9. Випадкова величина X – число стандартних деталей в партії. Знайти найменший інтервал, що симетричний відносно $M(X)$, в якому з імовірністю не меншою за 0,9544 буде знаходитися число стандартних деталей.

4. Скільки потрібно провести вимірів, щоб з імовірністю 0,9973 стверджувати, що похибка середнього арифметичного результатів цих вимірів не перевищує 0,01, якщо кожний вимір характеризується середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 0{,}03$?

5. В магазині є 10000 книжок . Імовірність продажу кожної з них на протязі дня дорівнює 0,4. Яке максимальне число книжок буде продано на протязі дня з імовірністю 0,95 ?

6. Імовірність виготовити стандартну деталь робітником дорівнює 0,92. Контролю полягає 500 деталей. Оцінити ймовірність відхилення відносної частоти появи стандартної деталі від ймовірності не більше ніж на величину 0,03.

7. У виборці об'ємом 500 одиниць, що проведена для визначення відсотка схожості зерна, встановлена частота, з якою зустрічаються доброякісні зерна: $m/n = 0{,}96$. Визначити з яким ступенем надійності P може бути прийнятий відсоток схожості зерна, котрий дорівнює 96%, якщо припустима похибка при його визначенні дорівнює $\pm 2\%$.

8. З 5000 виготовлених приладів було обстежено 500 відібраних випадково. Серед них виявилося 10 бракованих. Прийнявши частку бракованих приладів серед відібраних за ймовірність виготовлення бракованого виробу, оцінити ймовірність того, що в усій партії міститься не більше 3% та не менше 1% бракованих приладів.

9. Імовірність появи події при одному досліді дорівнює 0,3. З якою ймовірністю можна стверджувати, що частота цієї події при 100 дослідах буде лежати в межах від 0,2 до 0,4 ?

10. Випадкова величина – середньо арифметична незалежних та однаково розподілених випадкових величин, дисперсія кожної з яких дорівнює 5. Скільки потрібно взяти таких величин, щоб з імовірністю не меншою за 0,9973, можна було стверджувати, що випадкова величина відхиляється від свого математичного очікування не більше ніж на 0,01?

11. Цех заводу випускає кульки для підшипників. За зміну виробляється n=10000 кульок. Імовірність того, що одна кулька виявиться дефектною, дорівнює 0,05. Причини дефектів для окремих кульок незалежні. Продукція проходить контроль одразу після виготовлення, причому дефектні кульки бракуються та зсипаються в бункер, а не браковані відправляються в цех збирання. Визначити, на яку кількість кульок повинен бути розрахований бункер, щоб з імовірністю 0,99 після зміни він не виявився переповненим.

12. Імовірність p деякої події при одному випробуванні дорівнює 0,6. Скільки разів достатньо повторити випробування, щоб можна було сподіватися, що частота появи події буде відхилятися від імовірності не більше ніж на 0,05 з надійністю 0,9 ?

13. Скільки потрібно провести незалежних вимірів діаметрів кульок, щоб з імовірністю, не меншою за 0,98, можна було стверджувати, що середнє арифметичне значень результатів вимірювань відхиляється від істинного значення не більше ніж на 0,01, якщо дисперсія окремого результату вимірювань не перевищує 1?

14. Схожість насіння характеризується ймовірністю 0,85. Скільки потрібно посіяти насіння, щоб з імовірністю, не меншою за

0,999, можна було стверджувати, що число насіння, яке проросло, буде відрізняться від математичного очікування не більше ніж на 300 штук?

15. Дисперсія кожної з 2500 незалежних випадкових величин не перевищує 4. Оцінити ймовірність того, що абсолютна величина відхилення середньої арифметичної цих випадкових величин від середньої арифметичної їх математичних очікувань не перевищить 0,4.

16. Імовірність визрівання кукурудзяної стеблини з трьома качанами дорівнює ¾. Оцінити ймовірність того, що серед 3000 стеблин доля стеблин з трьома качанами відрізняється від ймовірності визрівання такої стеблини не більш ніж на 0,02.

17. Користуючись нерівністю Чебишова, оцінити ймовірність того, що $|X–M(x)|<0{,}2$, якщо дискретна випадкова величина X задана законом розподілу

X	0,3	0,6
p	0,2	0,8

18. Імовірність появи випадкової події в одному експерименті є величиною сталою і дорівнює 0,3. Із якою ймовірністю можна стверджувати, що відносна частота цієї події при 100 експериментах буде знаходитись у межах [0,2; 0,4]?

19. Із якою надійністю середнє арифметичне вимірів певної величини відповідає істинному виміру цієї величини, якщо було здійснено 500 вимірів із точністю 0,1 і при цьому дисперсії випадкових величин – результатів вимірювання не перевищують 0,3?

20. Скільки необхідно провести вимірів діаметра втулки, щоб середнє арифметичне цих вимірів відрізнялося від істинного розміру діаметра втулки не більше як на 0,05 із надійністю 90%, якщо дисперсії випадкових величин – результатів вимірів не перевищують 0,2?

21. Здійснюється вибіркове обстеження партії електроламп для визначення тривалості їх горіння. Скільки необхідно перевірити електролампочок, щоб із імовірністю не меншою за 0,9876 можна було стверджувати, що середня тривалість горіння лампочки для всіх n перевірених штук відхилялось від її середньої величини не більше ніж на 10 годин, якщо середнє квадратичне відхилення тривалості горіння лампочок дорівнює 80 годин?

22. Випадкова величина $\overline{X}$ – середнє арифметичне 10000 незалежних випадкових величин, що мають один і той самий закон розподілу, і середнє квадратичне відхилення кожної із них дорівнює 2. Яке максимальне відхилення величини $\overline{X}$ від її математичного очікування можна очікувати із ймовірністю 0,9544?

23. В магазині є 1000 телефонів. Імовірність продажу кожного з них на протязі тижня дорівнює 0,6. Яке максимальне число телефонів буде продано на протязі тижня з імовірністю 0,9 ?

24. Залізничний состав складається із 30 вагонів. Маса кожного з них є випадковою величиною X із математичним очікуванням $M(X) = 400$ т і середнім квадратичним відхиленням $\sigma(X) = 20$ т. Локомотив може нести масу не більшу за 12100 т. Якщо маса составу перевищує допустиму, то необхідно причіплювати другий локомотив. Знайти ймовірність того, що одного локомотива не досить для перевезення составу.

25. Імовірність виготовити стандартну деталь робітником дорівнює 0,95. Контролю полягає 400 деталей. Оцінити ймовірність відхилення відносної частоти появи стандартної деталі від ймовірності не більше ніж на величину 0,02.

26. Верстат із програмним управлінням виготовляє за робочу зміну 900 виробів, із яких в середньому 1% складає брак. Знайти ймовірність того, що за зміну буде виготовлено не менше 810 доброякісних виробів, якщо вони виявляються доброякісними незалежно один від одного.

27. У наслідок медичного огляду 900 допризовників, було виявлено, що середня маса кожного з них на 1,2 кг більша від середньої маси попереднього призиву. Чи можна це констатувати як випадковість, якщо середнє відхилення маси допризовників дорівнює 8 кг ?

28. Дисперсія кожної з 2000 незалежних випадкових величин не перевищує 10. Оцінити ймовірність того, що абсолютна величина відхилення середньої арифметичної цих випадкових величин від середньої арифметичної їх математичних очікувань не перевищить 0,08.

29. Використовуючи нерівність Чебишова, оцінити ймовірність події $\{|X–M(X)|<10\}$, якщо ймовірність появи випадкової події в кожному із 400 незалежних експериментів є величиною сталою і дорівнює 0,9.

30. Верстат-автомат виготовляє за робочу зміну n=1000 виробів, із яких брак у середньому становить 5%. На скільки доброякісних виробів k має бути розрахований бункер для доброякісних виробів, щоб імовірність його переповнення за зміну не перевищувала 0,001?

ЗАПИТАННЯ ДО ЗАВДАННЯ №15

1. Як сформулювати в загальному вигляді закон великих чисел?
2. Який вигляд має нерівність Чебишова?
3. Який вигляд має нерівність Маркова?
4. Як формулюється теорема Чебишова?
5. Який вигляд має нерівність Чебишова для теореми Чебишова?
6. Як формулюється теорема Бернуллі?
7. Який вигляд має нерівність Чебишова для теореми Бернуллі?
8. Як формулюється центральна гранична теорема?
9. Як використовується центральна гранична теорема для обчислення ймовірності події $\left|\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i - m\right)\right| < \varepsilon$?
10. Як використовується центральна гранична теорема для обчислення ймовірності події $\left|\left(\frac{m}{n} - p\right)\right| < \varepsilon$?

ЛІТЕРАТУРА

1. Барковський В.В. Теорія ймовірностей та математична статистика / В.В. Барковський, Н.В. Барковська, О.К. Лопатін. – Київ. Центр учбової літератури, 2010. – 424 с.
2. Жлуктенко В.І. Теорія ймовірностей і математична статистика : навч. метод. посіб. : у 2 ч. – Ч. І. Теорія ймовірностей. / В.І. Жлуктенко, С.І. Наконечний. – К. : КНЕУ, 2000. – 304 с.
3. Кармелюк Г.І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посібник з розв'язування задач : Навч. посібник. – К.: Центр учбової літератури, 2007. – 576с.
4. Теорія ймовірностей і математична статистика для менеджерів : навч. посіб. / [Т.М. Ковальчук, В.А. Ковальчук, Є.К. Бабець та ін.]. – К. : Професіонал, 2006. – 256 с.
5. Теорія ймовірностей та математична статистика : навч. метод. посібник для самост. вивч. дисц. / А.Б. Волощенко, І.А. Джалладова. – К. : КНЕУ, 2003. – 256 с.