

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Національний університет «Запорізька політехніка»

ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК І ТЕХНОЛОГІЙ
(повне найменування інституту, факультету)

КАФЕДРА «СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНА
МАТЕМАТИКА»
(повне найменування кафедри)

Пояснювальна записка

до дипломного проекту (роботи)

бакалавра
(ступінь вищої освіти)

на тему **Відновлення інформації в задачах аналізу якості атмосферного**
повітря

Виконав: студент(ка) 4 курсу, групи КНТ-810

Спеціальності 124 – Системний аналіз
(код і найменування спеціальності)

Освітня програма (спеціалізація)
«Інтелектуальні технології та прийняття рішень
в складних системах»

ОСІННІЙ І.В.

(прізвище та ініціали)

Керівник ПОДКОВАЛІХІНА О.О.

(прізвище та ініціали)

Рецензент ЛОЗОВСЬКА Л.І.

(прізвище та ініціали)

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»
(повне найменування закладу вищої освіти)

Факультет комп'ютерних наук і технологій

Кафедра Системного аналізу та обчислювальної математики

Ступінь вищої освіти бакалавр

Спеціальність 124 – Системний аналіз
(код і найменування)

Освітня програма

(спеціалізація) «Інтелектуальні технології та прийняття рішень в складних системах»

(назва освітньої програми (спеціалізації))

ЗАТВЕРДЖУЮ

В. о. завідувача кафедри _____

Еліна ТЕРЕЩЕНКО

« _____ » _____ 20__ року

З А В Д А Н Н Я
НА ДИПЛОМНИЙ ПРОЄКТ (РОБОТУ) СТУДЕНТА(КИ)

ОСІННЬОГО Івана Віталійовича

1. Тема проєкту (роботи) Відновлення інформації в задачах аналізу якості атмосферного повітря

керівник проєкту (роботи) ПОДКОВАЛІХІНА Олена Олександрівна, к.ф. - м.н., доц.,

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом закладу вищої освіти від «12» квітня 2024 року № 139

2. Строк подання студентом проєкту (роботи) «18» червня 2024 року

3. Вихідні дані до проєкту (роботи) Умови задачі аналізу якості атмосферного повітря, перелік літературних джерел за темою дослідження.

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити) В першому розділі проведено аналіз публікацій та досліджень за темою роботи. В другому розділі розглянуто задачу відновлення інформації у випадку відсутності значень за певний період в дослідженнях якості атмосферного повітря. Проаналізовано стан забруднення повітря твердими частинками PM_{2,5} за період 2020-2022 рр у м. Запоріжжя. Досліджено апроксимацію функції тригонометричним многочленом методом найменших квадратів для значень PM_{2,5} для різної кількості вузлів. Розроблено програмну реалізацію розрахунків коефіцієнтів та значень апроксимаційного многочлену для різної кількості вузлів та різних значень вузлів в середовищі MATLAB. Проведено аналіз отриманих результатів та сформовано висновки.

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень)

6. Консультанти розділів проєкту (роботи)

Розділ	Прізвище, ініціали та посада Консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	прийняв виконане завдання
1	ПОДКОВАЛІХІНА О.О., к.ф.-м.н., доц.	19.02.2024	12.06.2024
2	ПОДКОВАЛІХІНА О.О., к.ф.-м.н., доц.	19.02.2024	12.06.2024
Нормоконтроль	ШИРОКОРАД Д.В., к.ф. - м.н., доц.	13.06.2024	14.06.2024

7. Дата видачі завдання «19» лютого 2024 року.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів дипломного проєкту (роботи)	Строк виконання етапів проєкту (роботи)	Примітка
1	Сформулювати мету та основні завдання дипломної роботи	19.02.2024 – 29.02.2024	
2	Опрацювати літературу та існуючі дослідження за темою роботи	01.03.2024 – 08.04.2024	
3	Розробка програмної реалізації для вирішення задачі	09.04.2024 – 08.05.2024	
4	Розрахунки та аналіз даних	09.05.2024 – 22.05.2024	
5	Оформлення пояснювальної записки	23.05.2024 – 03.06.2024	
6	Попередній захист дипломної роботи та отримання рецензій.	04.06.2024 – 17.06.2024	
7	Захист дипломної роботи.	18.06.2024	

Студент

(підпис) Іван ОСІННІЙ
(Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Керівник проєкту (роботи)

(підпис) Олена ПОДКОВАЛІХІНА
(Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

РЕФЕРАТ

Дипломна робота: 50 с., 17 рис., 11 табл., 12 форм., 11 джерел, 4 додатків.

Об'єкт дослідження – аналіз методу апроксимації функції тригонометричним многочленом.

Предмет дослідження – задача відновлення функції, що описує викиди забруднюючих речовин в повітря за визначений період.

Мета роботи: дослідити задачу відновлення функції, що описує викиди забруднюючих речовин в повітря за визначений період, дослідити апроксимацію функції тригонометричним многочленом методом найменших квадратів для значень $PM_{2,5}$ для різної кількості вузлів.

Методи дослідження – апроксимація методом найменших квадратів

В дипломній роботі розглянуто задачу відновлення інформації у випадку відсутності значень за певний період в дослідженнях якості атмосферного повітря. Проаналізовано стан забруднення повітря твердими частинками $PM_{2,5}$ за період 2020-2022 рр у м. Запоріжжя. Досліджено апроксимацію функції тригонометричним многочленом методом найменших квадратів для значень $PM_{2,5}$ для різної кількості вузлів. Розроблено програмну реалізацію розрахунків коефіцієнтів та значень апроксимаційного многочлену для різної кількості вузлів та різних значень вузлів в середовищі MATLAB. Проведено аналіз отриманих результатів та сформовано висновки.

Результати роботи було опубліковано у збірнику «Тиждень науки-2024»: Подковаліхіна О.О. Апроксимація функцій в задачах аналізу якості повітря / О.О. Подковаліхіна, І.В. Осінній // Тиждень науки-2024. Факультет комп'ютерних наук і технологій. Тези доповідей науково-практичної конференції. – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2024.

АТМОСФЕРНЕ ПОВІТРЯ, ЯКІСТЬ ПОВІТРЯ, ЗАБРУДНЕНІСТЬ ПОВІТРЯ, ТВЕРДІ ЧАСТИНКИ, $PM_{2,5}$, АПРОКСИМАЦІЯ, ВІДНОВЛЮВАННЯ ДАНИХ, ПРОГНОЗУВАННЯ, EXCEL, MATLAB

Зміст

Вступ.....	6
1 Огляд літератури та останніх досліджень і публікацій	9
2 Апроксимація функції в задачі аналізу якості повітря.....	12
2.1 Задача аналізу якості атмосферного повітря.....	12
2.2 Апроксимація функції	15
2.3 Програмна реалізація.....	17
2.4 Результати та аналіз розрахунків	19
Висновки.....	409
Перелік посилань	4140
Додаток А Данні значень $PM_{2,5}$ за 2020 рік.....	42
Додаток Б Данні значень $PM_{2,5}$ за 2021 рік	44
Додаток В Данні значень $PM_{2,5}$ за 2022 рік.....	46
Додаток Г Програмна реалізація	48

ВСТУП

Задачі аналізу забруднення повітря є важливими, тому що аналіз забруднення повітря має вирішальне значення з багатьох причин. Можна окреслити три ключові аспекти: вплив на здоров'я, вплив на довкілля та економічні наслідки. Для України та, зокрема, міста Запоріжжя аналіз стану повітря важливий, бо Україна входила станом на 2023 рік на 8 місце в Європі за середньорічним рівнем забруднення повітря дрібними твердими частинками (PM_{2,5}) в рейтингу забруднених країн, а Запоріжжя – входить до п'яти найбрудніших міст України за даними Укргідрометцентру. Так, наприклад, м. Запоріжжя потерпає від жахливого стану довкілля. Місто окутане густим туманом, пронизаним шкідливими викидами та неприємним запахом сірководню. Джерелом цього лиха є численні промислові підприємства, особливо металургійні та коксохімічні, які викидають в атмосферу тисячі тон забруднюючих речовин щороку. Серед головних винуватців – ВАТ "Запоріжсталь" (59 тис. т/рік), ПАТ "Запорізький завод феросплавів" (16 тис. т/рік), ПАТ "Запоріжкокс" (3 тис. т/рік) та ПАТ "Запорізький абразивний комбінат" (2 тис. т/рік). Застарілі технології та неефективні системи очищення призводять до того, що ці підприємства отруюють повітря запорожців, шкодячи їх здоров'ю та загалом погіршуючи якість життя. Необхідні модернізація обладнання, впровадження сучасних технологій очищення та посилення контролю за викидами.

Вплив забруднення повітря на здоров'я людей є комплексним і багатогранним. Він може проявлятися як гострими, так і хронічними проблемами зі здоров'ям, а також мати як короткострокові, так і довгострокові наслідки.

Наведемо ключові шляхи впливу забруднення повітря на здоров'я:

- дихальна система: забруднюючі речовини, такі як дрібні тверді частинки (PM_{2,5}), оксиди азоту (NO_x) та озон (O₃), можуть дратувати та запалювати дихальні шляхи, що призводить до кашлю, задишки, бронхіту, астми та інших захворювань дихальної системи;

- серцево-судинна система: забруднення повітря може пошкоджувати кровоносні судини та легені, що ускладнює роботу серця. Це може призвести до інфаркту, інсульту, серцевої недостатності та інших серцево-судинних захворювань;

- рак: деякі забруднюючі речовини, такі як бензол та формальдегід, є канцерогенними, тобто можуть спричинити рак. Вплив цих забруднюючих речовин протягом тривалого часу може призвести до розвитку раку легенів, а також інших видів раку;

- нервова система: забруднення повітря може негативно впливати на розвиток мозку у дітей, а також призводити до проблем з навчанням, пам'яттю та поведінкою. У дорослих забруднення повітря може бути пов'язане з хворобою Альцгеймера та іншими нейродегенеративними захворюваннями;

- репродуктивна система: забруднення повітря може негативно впливати на репродуктивну систему як чоловіків, так і жінок. Це може призвести до проблем з фертильністю, викиднів, передчасних пологів та низької ваги при народженні;

- імунна система: забруднення повітря може послабити імунну систему, що робить людей більш схильними до інфекцій.

Важливо зазначити, що не всі люди однаково схильні до впливу забруднення повітря. Діти, люди похилого віку, люди з хронічними захворюваннями та вагітні жінки є більш вразливими групами. Тому дослідження задачі аналізу стану атмосферного повітря є актуальними.

В задачах аналізу якості повітря для дослідження та прогнозування потрібно мати дані за кожен місяць. Але значення вимірів можуть бути відсутні за певний період, тому виникає задача відновлення даних за місяць або декілька. За певні роки та для певних станцій, що роблять виміри, відсутніми можуть бути

дані за різні місяці та за різні кількості місяців. Тому актуальною є задача дослідження методів відновлення функції, що описує викиди забруднюючих речовин за певною кількістю відомих значень цих викидів за визначений період.

1 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ ТА ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

У роботі [1] проведено аналіз важливості використання інформаційних технологій у моніторингу якості повітря. Точне прогнозування якості повітря є важливим для захисту здоров'я людей та може допомогти у попередженні шкідливого впливу забруднення повітря. Дослідження проводилося для показників частинок $PM_{2,5}$ в атмосферному повітрі міста Вінниця. Дослідження демонструє, як використання моделей машинного навчання (Prophet, LSTM, ARIMA) допомагає аналізувати та прогнозувати якість повітря.

У статті [2] описуються сучасні тенденції розвитку чисельного прогнозування погоди (ЧПП), труднощі, з якими стикаються дослідники, та шляхи їх подолання. Автори пропонують перспективну архітектуру нейронної мережі, яка може покращити точність прогнозів. Ця стаття описує перспективні напрямки розвитку ЧПП, які можуть призвести до значного покращення точності прогнозів. Запропонована нейронна мережа є лише одним із прикладів того, як штучний інтелект може використовуватися для вирішення складних задач в метеорології

У статті [3] розглянуто інтерполяцію періодичних таблично заданих функцій многочленом Фур'є n -го порядку, що дозволяє отримувати проміжні значення функції між вузлами інтерполяції, а також дає можливість чисельного диференціювання функції. Також зазначено переваги методу в якій входять використання довільно розташованих вузлів інтерполяції, висока точність та стійкість, широкий спектр застосування. Цей метод має практичну цінність для багатьох галузей науки і техніки, адже він спрощує та оптимізує обчислення проміжних значень та диференціювання періодичних функцій. Наприклад, в метеорології, океанографії, електроніці, машинобудуванні та інших.

У статті [4] пропонується метод, що дозволить оптимізувати резервування даних, враховуючи специфіку реальних втрат інформації, яка зберігається на віддалених носіях. Він гарантує відновлення даних у разі втрати

доступу до одного сховища внаслідок катаклізмів або до трьох блоків на різних сховищах.

У статті [5] автори описують метод дендроіндикації, який використовується для оцінки стану атмосферного повітря в міських умовах. Метод базується на вивченні впливу забруднення на рослини, що ростуть у місті. Промислові підприємства є одним з головних джерел забруднення атмосфери в містах. Це негативно впливає на здоров'я людей, а також на стан зелених насаджень. Метод дендроіндикації використовує оцінку стану рослин для визначення рівня забруднення атмосфери. Дослідники вивчають різні показники, такі як пошкодження хвої, вміст шкідливих речовин в листі, ріст рослин.

У статті [6] досліджується використання нейронних мереж для розробки інтелектуальних пожежних сповіщувачів з сенсорами диму та тепла. Дослідження показує, що поєднання нечіткої логіки та нейронних мереж може покращити ефективність виявлення пожежі на ранній стадії розвитку. Метою дослідження було апроксимувати нейронною мережею динамічні характеристики пожежі, такі як зміна температури, концентрація диму та чадного газу, для побудови ефективних алгоритмів роботи пожежних систем.

У роботі [7] описується метод прогнозування динаміки забруднення атмосферного повітря в м. Запоріжжя, коли дані про викиди неповні. Запоріжжя – одне з найбільш забруднених міст України через розвинену промисловість. Використовуються середньодобові концентрації забруднюючих речовин за 2020-2021 роки. Аналізуються викиди оксидів вуглецю, азоту, сірки, аміаку, фенолів, формальдегіду, бензапірену та пилу. Оскільки оксид вуглецю (CO) часто викидається в найбільших кількостях, дослідження зосереджено на ньому. Ця робота є першим кроком до розробки комплексної системи прогнозування та контролю забруднення повітря в Запоріжжі.

У роботі [8] автори досліджують одну з найважливіших проблем сьогодення – стан забруднення атмосферного повітря. Мікроскопічні тверді частинки, відомі як РМ (Particulate matter), можуть мати серйозні наслідки для

здоров'я людей, особливо для дітей та людей похилого віку. Для відновлення даних про РМ, які не піддаються чіткому опису певною функцією або законом розподілу, автори досліджували вплив ступеню апроксимації на величину похибки даних.

У роботі [9] автори досліджують проблему відсутності даних за певний період часу. Їх метою було розробити метод відновлення цих даних, використовуючи дані з інших часових інтервалів. Дослідження зосереджене на відновленні даних для значень РМ_{2,5} (дрібні тверді частинки, що забруднюють атмосферу).

У роботі [10] автори досліджують поведінку апроксимації функції тригонометричним многочленом за допомогою методу найменших квадратів. Аналізують точність отриманих результатів для двох многочленів апроксимації: ступеневого та тригонометричного.

2 АПРОКСИМАЦІЯ ФУНКЦІЇ В ЗАДАЧІ АНАЛІЗУ ЯКОСТІ ПОВІТРЯ

2.1 Задача аналізу якості атмосферного повітря

Дослідження стану повітря важливе, тому що забруднення повітря є однією з найважливіших екологічних проблем сучасності, що має значний вплив на здоров'я людей та викликає певний ряд захворювань. В Україні це одна з найбільших задач, тому що існують проблеми з забруднюванням повітря, особливо в Запорізькій області. Згідно з даними Державної служби статистики України, у 2020 році понад 50 000 людей померли внаслідок захворювань, пов'язаних із забрудненням повітря. Дослідження показують що вдихання забрудненого повітря призводить до:

- респіраторних захворювань, таких як астма, бронхіт та пневмонія;
- серцево-судинних захворювань, таких як інфаркти та інсульти;
- інших проблем зі здоров'ям, таких як головні болі, запалення очей, шкірні захворювання та репродуктивні проблеми.

Частинки РМ 2,5 – це тверді частинки та краплі рідини, що витають у повітрі. Їх діаметр становить від 10 нанометрів до 2,5 мікрометрів, що робить їх настільки ж малими, як вірус. Через свій малий розмір, РМ2,5 легко проникають у дихальні шляхи глибоко в легені, де вони можуть спричинити серйозні проблеми зі здоров'ям.

Звідки можуть взятися частинки РМ2,5:

- спалення вичерпного палива;
- лісові пожежі;
- сільськогосподарська діяльність;
- промислові викиди;
- побутове опалення;
- військові дії.

Чим РМ2,5 небезпечні:

- респіраторні захворювання;
- серцево-судинні захворювання;
- рак легенів;
- інші проблеми зі здоров'ям.

В Україні і зокрема в місті Запоріжжя діють певні станції моніторингу, раніше діяло 30 станцій, наразі діє одна станція моніторингу. Побачити результати досліджень можна на сайті World's Air Pollution: Real-time Air Quality Index : <https://waqi.info/#/c/7.058/8.869/2.4z>. Будемо досліджувати забруднення повітря в місті Запоріжжя на основі даних зі станції моніторингу, яка розташована в місті Запоріжжя за адресою бульвар Центральний, 22А (додатки А-В). Дані повинні вимірюватися кожного дня для якісної оцінки забрудненості повітря, але в силу певних обставин не завжди є дані за кожен день в місяці, тому. Для більш чіткої картини та узагальнення інформації, розрахуємо середнє арифметичне значення викидів за місяць за 2020-2022 рр. (табл. 2.1).

Таблиця 2.1 – середнє арифметичне значення викидів за 2020-2022рр.

Період	PM2,5	PM10
Січень 2020	21,616	51,465
Лютий 2020	10,842	25,688
Березень 2020	10,373	29,449
Квітень 2020	7,554	17,962
Травень 2020	4,389	10,123
Червень 2020	4,526	12,222
Липень 2020	4,738	12,833
Серпень 2020	6,555	15,134
Вересень 2020	6,384	24,849
Жовтень 2020	11,32	33,035

Продовження таблиці 2.1– середнє арифметичне значення викидів за
2020-2022pp

Період	PM2,5	PM10
Листопад 2020	16,321	36,434
Грудень 2020	16,383	40,661
Січень 2021	18,015	43,595
Лютий 2021	16,803	39,169
Березень 2021	16,517	39,263
Квітень 2021	11,776	24,569
Травень 2021	4,257	10,334
Червень 2021	7,153	19,263
Липень 2021	11,355	23,821
Серпень 2021	15,487	29,819
Вересень 2021	12,555	31,212
Жовтень 2021	18,401	40,85
Листопад 2021	17,137	36,602
Грудень 2021	15,884	36,985
Січень 2022	13,203	33,194
Лютий 2022	14,843	34,042
Березень 2022	8,149	19,265
Квітень 2022	8,377	18,874
Травень 2022	3,537	9,037

Продовження таблиці 2.1 – середнє арифметичне значення викидів за
2020-2022pp

Період	PM _{2,5}	PM ₁₀
Червень 2022	5,783	13,316
Липень 2022	5,521	11,538
Серпень 2022	11,033	26,343
Вересень 2022	6,451	12,912
Жовтень 2022	5,835	12,164
Листопад 2022	14,479	30,41
Грудень 2022	14,414	32,719

Але дуже часто також в силу певних обставин бувають випадки коли за певний місяць або місяці відсутні дані вимірів, і тоді важливим є відновлення даних за ці місяці для аналізу загального стану повітря та подальшого прогнозування. Для того, щоб мати змогу відновити данні, важливу роль відіграє апроксимація або інтерполяція функції. Мета дослідження – дослідити апроксимацію функції тригонометричним многочленом для задачі аналізу стану атмосферного повітря.

2.2 Апроксимація функції

Замість того, щоб використовувати складні математичні формули, описувати залежності між величинами можна за допомогою методів апроксимації, особливо коли маємо багато даних з похибками. Апроксимація (від

слова "наближення") дає можливість знайти просту математичну функцію, яка буде близькою до реальної залежності, представленої таблицею даних [10].

Найпоширенішим методом апроксимації є метод найменших квадратів. Суть цього методу полягає в тому, щоб підібрати таку аналітичну функцію $F_a = F_a(x, a_1, a_2, \dots, a_k)$, яка належить до певного класу (наприклад, лінійна, квадратична), щоб сума квадратів відхилень її значень від експериментальних даних в точках $a_1, a_2, \dots, a_k$ була мінімальною, тобто:

$$z = \sum_{i=0}^n (F_a(x, a_1, a_2, \dots, a_k) - y_i)^2 \rightarrow \min.$$

Для дослідження апроксимації функції з задачі аналізу стану повітря розглянемо тригонометричний многочлен:

$$F(x) = a + b \cos(x) + c \sin(x). \quad (2.1)$$

Необхідно визначити значення коефіцієнтів a, b, c . Для цього потрібно записати систему звичайних диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^n [(a + b \cos(x) + c \sin(x)) - y_i] \cdot \frac{\partial F}{\partial a} = 0 \\ \sum_{i=0}^n [(a + b \cos(x) + c \sin(x)) - y_i] \cdot \frac{\partial F}{\partial b} = 0 \\ \sum_{i=0}^n [(a + b \cos(x) + c \sin(x)) - y_i] \cdot \frac{\partial F}{\partial c} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^n [(a + b \cos x_i + c \sin x_i) - y_i] \cdot 1 = 0 \\ \sum_{i=0}^n [(a + b \cos x_i + c \sin x_i) - y_i] \cdot \cos x_i = 0 \\ \sum_{i=0}^n [(a + b \cos x_i + c \sin x_i) - y_i] \cdot \sin x_i = 0 \end{cases}$$

Звідки отримуємо наступну систему для визначення коефіцієнтів a, b, c :

$$\begin{cases} a \sum_{i=0}^n 1 + b \sum_{i=0}^n \cos x_i + c \sum_{i=0}^n \sin x_i = \sum_{i=0}^n y_i \\ a \sum_{i=0}^n \cos x_i + b \sum_{i=0}^n \cos^2 x_i + c \sum_{i=0}^n \cos x_i * \sin x_i = \sum_{i=0}^n \cos x_i y_i \\ a \sum_{i=0}^n \sin x_i + b \sum_{i=0}^n \sin x_i * \cos x_i + c \sum_{i=0}^n \sin^2 x_i = \sum_{i=0}^n \sin x_i y_i \end{cases} \quad (2.2)$$

2.3 Програмна реалізація

Для розраховування коефіцієнтів a, b, c функції (2.1) для різної кількості вузлів і різних значень вузлів розробимо програмну реалізацію за допомогою середовища MATLAB (додаток Г).

Програмна реалізація містить наступні вхідні параметри:

- вектор значень вузлів, тобто номери місяців, що беремо в якості вузлів;
- вектор середніх значень PM2,5 для відповідних місяців;
- кількість місяців;
- кількість значень середніх значень PM2,5.

Приклад вхідних даних для випадку 6 вузлів для значень викидів за 2022 рік наведено на рисунках 2.1 – 2.4

```
cosines = cos(2:2:12);
sines = sin(2:2:12);
```

Рисунок 2.1 – вектор значень вузлів

```
numbers = [14.843, 8.377, 5.783, 11.033, 5.835, 14.414];
```

Рисунок 2.2 – вектор середніх значень PM2,5

```
A = [6 sum_cosines sum_sines
      sum_cosines sum_cosines_squared sum_sin_cos
      sum_sines sum_sin_cos sum_sines_squared];
```

Рисунок 2.3 – кількість місяців

```
x = 2:12;
```

Рисунок 2.4 – кількість середніх значень PM2,5

Вихідними параметрами програмної реалізації є:

- коефіцієнти системи для визначення параметрів апроксимаційного многочлена

- значення параметрів a, b, c системи (2.2);
- значення апроксимаційного многочлену в контрольних точках та вузлах.

Приклад вихідних даних для випадку 6 вузлів для значень викидів за 2022 рік наведено на рисунках 2.5 – 2.7.

```

sum cos:  -0.25034
sum sin:  -0.21816
sum cos^2:  2.9597
sum sin^2:  3.0403
sin * cos :  -0.29228
y * cos:  -0.43775
y * sin x:  5.5482
y = 60.285

```

Рисунок 2.5 – коефіцієнти системи для визначення параметрів

```

a = 10.1845
b = 0.97517
c = 2.6494

```

Рисунок 2.6 – значення параметрів a, b, c системи

```

Y = :12.1878      9.59298      7.54205      7.92059      10.3806
12.6603      12.6638      10.3879      7.92496      7.53948      9.58584

```

Рисунок 2.7 – значення апроксимаційного многочлену

2.4 Результати та аналіз розрахунків

Розглянемо наступну задачу. Дано значення викидів частинок $PM_{2,5}$ за 2022 рік. Необхідно побудувати апроксимаційний многочлен для функції (2.1). Для побудови апроксимаційного многочлена потрібно взяти рівномірно розташовані вузли. Візьмемо 6 вузлів: лютий, квітень, червень, серпень, жовтень, грудень. За допомогою розробленої програмної реалізації розрахуємо

коефіцієнти a, b, c системи (2.2) та отримаємо наступний апроксимаційний многочлен:

$$F(x) = 10.1845 + 0.97517 \cos x + 2.6494 \sin x \quad (2.3)$$

Розрахуємо значення апроксимаційного многочлена для вузлів та контрольних точок. Місяць січень виходить за границі інтервалу апроксимації, тому не може бути застосований для розрахунку значення апроксимації та значення квадратичного відхилення. Для оцінки якості апроксимації розрахуємо квадратичне відхилення для вузлів та контрольних точок (табл. 2.2). Значення викидів частинок PM_{2,5} та отриманні результати апроксимації наведені на графіку, побудованому за допомогою середовища EXCEL (рис. 2.8).

Таблиця 2.2 – Апроксимації за 6 вузлами за 2022 лютий-грудень

Місяць	Значення PM _{2,5}	Апроксимація
Січень 2022	13,203	
Лютий 2022	14,843	12,188
Березень 2022	8,149	9,59307
Квітень 2022	8,377	7,54191
Травень 2022	3,537	7,92033
Червень 2022	5,783	10,38
Липень 2022	5,521	12,66
Серпень 2022	11,033	12,664
Вересень 2022	6,451	10,388
Жовтень 2022	5,835	7,92488
Листопад 2022	14,479	7,53924
Грудень 2022	14,414	9,58564
кв. відхилення вузлів	3,141743326	
кв. відхилення контр. точок	5,214023212	



Рисунок 2.8 – Апроксимації за 6 вузлами за 2022 лютий-грудень

За результатами обчислень можемо зробити висновок, що квадратичне відхилення для вузлів знаходиться в допустимих межах, а квадратичне відхилення для контрольних точок перевищує межу і потребує зменшення.

Для оцінки впливу вхідних параметрів на похибку апроксимації побудуємо апроксимаційний многочлен для значень за 2022 рік за наступними 6 вузлами: січень, березень, травень, липень, вересень, листопад. За допомогою розробленої програмної реалізації розрахуємо коефіцієнти a, b, c системи (2.2) та випишемо апроксимаційний многочлен:

$$F(x) = 8.58 + 0.42271 \cos x - 0.057813 \sin x \quad (2.4)$$

Розрахуємо значення апроксимаційним многочленом для вузлів та контрольних точок. Місяць грудень виходить за границі інтервалу апроксимації, тому не може бути застосований для розрахунку значення апроксимації та значення квадратичного відхилення. Для оцінки якості апроксимації розрахуємо квадратичне відхилення для вузлів та контрольних точок (табл. 2.3). Значення викидів частинок PM2,5 та отриманні результати апроксимації наведені на графіку, побудованому за допомогою середовища EXCEL (рис. 2.9).

Таблиця 2.3 – Апроксимація за 6 вузлами за 2022 січень-листопад

Місяць	Значення PM2,5	Апроксимація
Січень 2022	13,203	8,35
Лютий 2022	14,843	8,15
Березень 2022	8,149	8,35
Квітень 2022	8,377	8,76
Травень 2022	3,537	9,00
Червень 2022	5,783	8,86
Липень 2022	5,521	8,46
Серпень 2022	11,033	8,17
Вересень 2022	6,451	8,26
Жовтень 2022	5,835	8,64
Листопад 2022	14,479	8,97
Грудень 2022	14,414	
кв. відхилення вузлів	3,994233029	
кв. відхилення контр. точок	3,752945129	



Рисунок 2.9 – Апроксимації за 6 вузлами за 2022 січень-листопад

За результатами обчислень можемо зробити висновок що квадратичне відхилення для вузлів та контрольних точок знаходиться в допустимих межах. Порівняно з попередніми даними квадратичне відхилення вузлів збільшилося, проте зменшилось квадратичне відхилення в контрольних точках.

Проведемо аналогічні дослідження для значень викидів частинок PM_{2,5} за 2021 рік. Необхідно побудувати апроксимаційний многочлен для функції (2.1). Для побудови апроксимаційного многочлена потрібно взяти рівномірно розташовані вузли. Візьмемо 6 вузлів: лютий, квітень, червень, серпень, жовтень, грудень. За допомогою розробленої програмної реалізації розрахуємо коефіцієнти a, b, c системи (2.2) та отримаємо наступний апроксимаційний многочлен:

$$F(x) = 14.1757 - 2.7814 \cos x + 1.1303 \sin x \quad (2.5)$$

Розрахуємо значення апроксимаційним многочленом для вузлів та контрольних точок. Місяць грудень виходить за границі інтервалу апроксимації, тому не може бути застосований для розрахунку значення апроксимації та значення квадратичного відхилення. Для оцінки якості апроксимації розрахуємо квадратичне відхилення для вузлів та контрольних точок (табл. 2.4). Значення викидів частинок PM_{2,5} та отриманні результати апроксимації наведені на графіку, побудованому за допомогою середовища EXCEL (рис. 2.10)

Таблиця 2.4 – Апроксимація за 6 вузлами за 2021 лютий-грудень

Місяць	Значення PM _{2,5}	Апроксимація
Січень 2021	18,015	
Лютий 2021	16,803	16,361
Березень 2021	16,517	17,0888
Квітень 2021	11,776	15,1384
Травень 2021	4,257	12,3029
Червень 2021	7,153	11,1893
Липень 2021	11,355	12,8214

Продовження таблиці 2.4 – Апроксимація за 6 вузлами за 2021 лютий-грудень

Місяць	Значення PM _{2,5}	Апроксимація
Серпень 2021	15,487	15,6987
Вересень 2021	12,555	17,1757
Жовтень 2021	18,401	15,8946
Листопад 2021	17,137	13,0331
Грудень 2021	15,884	11,2221
кв. відхилення вузлів	3,051037663	
кв. відхилення контр. точек	4,591441053	



Рисунок 2.10 – Апроксимації за 6 вузлів за 2021 лютий-грудень

За результатами обчислень можемо зробити висновок, що квадратичне відхилення для вузлів знаходиться в допустимих межах, а квадратичне відхилення для контрольних точок перевищує межу і потребує зменшення. Порівняно з аналогічними даними апроксимації для 2022 року квадратичне відхилення вузлів зменшилося, проте збільшилося квадратичне відхилення в контрольних точках.

Для оцінки впливу вхідних параметрів на похибку апроксимації побудуємо апроксимаційний многочлен для значень за 2021 рік за наступними 6 вузлами: січень, березень, травень, липень, вересень, листопад. За допомогою розробленої програмної реалізації розрахуємо коефіцієнти a, b, c системи (2.2) та випишемо апроксимаційний многочлен:

$$F(x) = 13.1833 - 1.5983 \cos x + 2.4423 \sin x \quad (2.6)$$

Розрахуємо значення апроксимаційним многочленом для вузлів та контрольних точок. Місяць грудень виходить за границі інтервалу апроксимації, тому не може бути застосований для розрахунку значення апроксимації та значення квадратичного відхилення. Для оцінки якості апроксимації розрахуємо квадратичне відхилення для вузлів та контрольних точок (табл. 2.5). Значення викидів частинок PM_{2,5} та отриманні результати апроксимації наведені на графіку, побудованому за допомогою середовища EXCEL (рис. 2.11).

Таблиця 2.5 – Апроксимація за 6 вузлами за 2021 січень-листопад

Місяць	Значення PM _{2,5}	Апроксимація
Січень 2021	18,015	14,3749
Лютий 2021	16,803	16,0692
Березень 2021	16,517	15,1102
Квітень 2021	11,776	12,3796
Травень 2021	4,257	10,3879
Червень 2021	7,153	10,9663
Липень 2021	11,355	13,5829
Серпень 2021	15,487	15,8322
Вересень 2021	12,555	15,6461
Жовтень 2021	18,401	13,1957
Листопад 2021	17,137	10,7339
Грудень 2021	15,884	
кв. відхилення вузлів	4,249224955	

Продовження таблиці 2.5 – Апроксимація за 6 вузлами за 2021 січень-листопад

Місяць	Значення PM _{2,5}	Апроксимація
кв. відхилення контр. точок	2,920902717	



Рисунок 2.11 – Апроксимації за 6 вузлами за 2021 січень-листопад

За результатами обчислень можемо зробити висновок що квадратичне відхилення для вузлів та контрольних точок знаходиться в допустимих межах. Порівняно з аналогічними даними апроксимації для 2022 року квадратичне відхилення вузлів збільшилося проте значно зменшилось квадратичне відхилення в контрольних точках.

Проведемо аналогічні дослідження для значень викидів частинок PM_{2,5} за 2020 рік. Необхідно побудувати апроксимаційний многочлен для функції (2.1). Для побудови апроксимаційного многочлена потрібно взяти рівномірно розташовані вузли. Візьмемо 6 вузлів: лютий, квітень, червень, серпень, жовтень,

грудень. За допомогою розробленої програмної реалізації розрахуємо коефіцієнти a, b, c системи (2.2) та випишемо апроксимаційний многочлен:

$$F(x) = 9.4927 - 0.10488 \cos x - 1.1463 \sin x \quad (2.7)$$

Розрахуємо значення апроксимаційним многочленом для вузлів та контрольних точок. Місяць грудень виходить за границі інтервалу апроксимації, тому не може бути застосований для розрахунку значення апроксимації та значення квадратичного відхилення. Для оцінки якості апроксимації розрахуємо квадратичне відхилення для вузлів та контрольних точок (табл. 2.6). Значення викидів частинок PM_{2,5} та отриманні результати апроксимації наведені на графіку, побудованому за допомогою середовища EXCEL (рис. 2.12)

Таблиця 2.6 – Апроксимація за 6 вузлами за 2020 лютий-грудень

Місяць	Значення PM _{2,5}	Апроксимація
Січень 2020	21,616	
Лютий 2020,	10,842	8,40673
Березень 2020	10,373	9,2271
Квітень 2020	7,554	10,2917
Травень 2020	4,389	10,6217
Червень 2020	4,526	9,91369
Липень 2020	4,738	8,81867
Серпень 2020	6,555	8,34334
Вересень 2020	6,384	8,92473
Жовтень 2020	11,32	10,0283
Листопад 2020	16,321	10,6394
Грудень 2020	16,383	10,1963
кв. відхилення вузлів	3,777006101	
кв. відхилення контр. точок	4,371438922	

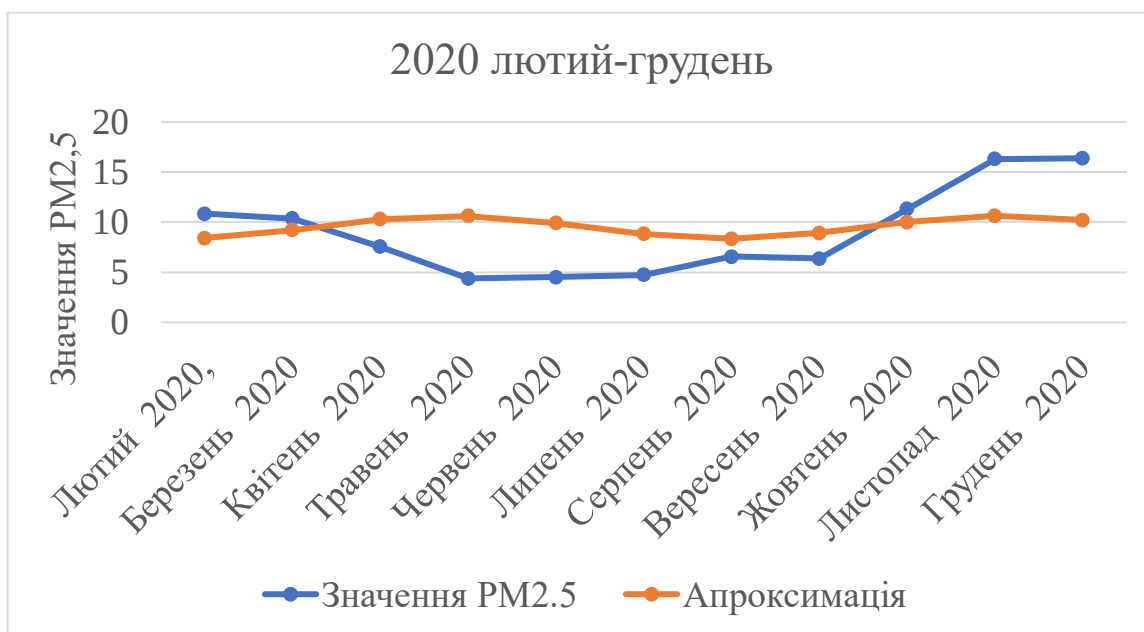


Рисунок 2.12 – Апроксимації за 6 вузлами за 2020 лютий-грудень

За результатами обчислень можемо зробити висновок що квадратичне відхилення для вузлів та контрольних точок знаходиться в допустимих межах. Порівняно з квадратичними похибками для аналогічних вузлів за 2022 та 2021 рр. квадратичне відхилення вузлів збільшилося, квадратичне відхилення в контрольних точках зменшилося.

Для оцінки впливу вхідних параметрів на похибку апроксимації побудуємо апроксимаційний многочлен для значень за 2020 рік за наступними 6 вузлами: січень, березень, травень, липень, вересень, листопад. За допомогою розробленої програмної реалізації розрахуємо коефіцієнти a, b, c системи (2.2) та випишемо апроксимаційний многочлен:

$$F(x) = 10.6911 + 1.3496 \cos x + 1.127 \sin x \quad (2.8)$$

Розрахуємо значення апроксимаційним многочленом для вузлів та контрольних точок. Місяць грудень виходить за границі інтервалу апроксимації, тому не може бути застосований для розрахунку значення апроксимації та значення квадратичного відхилення. Для оцінки якості апроксимації розрахуємо

квадратичне відхилення для вузлів та контрольних точок(табл. 2.7). Значення викидів частинок $PM_{2,5}$ та отриманні результати апроксимації наведені на графіку, побудованому за допомогою середовища EXCEL(рис. 2.13)

Таблиця 2.7 – Апроксимація за 6 вузлами за 2020 січень-листопад

Місяць	Значення $PM_{2,5}$	Апроксимація
Січень 2020	21,616	11,1543
Лютий 2020,	10,842	9,51408
Березень 2020	10,373	8,95603
Квітень 2020	7,554	9,99322
Травень 2020	4,389	11,6721
Червень 2020	4,526	12,449
Липень 2020	4,738	11,6098
Серпень 2020	6,555	9,92593
Вересень 2020	6,384	8,94559
Жовтень 2020	11,32	9,57008
Листопад 2020	16,321	11,2253
Грудень 2020	16,383	
кв. відхилення вузлів	6,380282825	
кв. відхилення контр. точок	4,1209825	

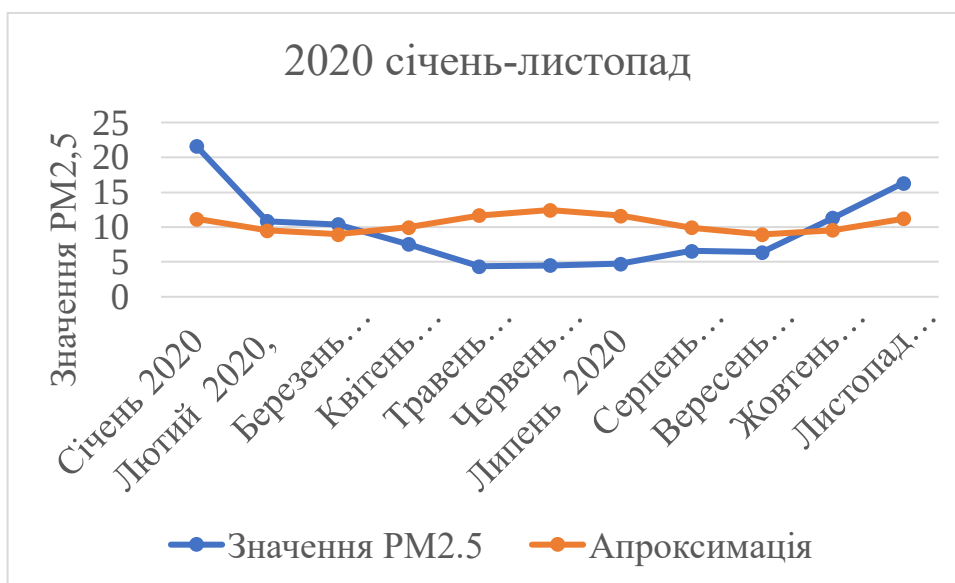


Рисунок 2.13 – Апроксимації за 6 вузлами за 2020 січень-листопад

За результатами обчислень можемо зробити висновок, що квадратичне відхилення для вузлів та контрольних точок знаходиться в допустимих межах. Порівняно з аналогічними даними апроксимації для 2022 року квадратичне відхилення вузлів збільшилося проте значно зменшилось квадратичне відхилення в контрольних точках.

Проведемо дослідження впливу кількості вузлів на похибку апроксимації. Для цього розглянемо значення викидів частинок PM_{2,5} за 2021-2022 рік. Необхідно побудувати апроксимаційний многочлен для функції (2.1). Для побудови апроксимаційного многочлена потрібно взяти рівномірно розташовані вузли. Візьмемо наступні 12 вузлів: лютий 2021, квітень 2021, червень 2021, серпень 2021, жовтень 2021, грудень 2021, лютий 2022, квітень 2022, червень 2022, серпень 2022, жовтень, грудень 2022. За допомогою розробленої програмної реалізації розрахуємо коефіцієнти a, b, c системи (2.2) та випишемо апроксимаційний многочлен:

$$F(x) = 12.1654 - 0.3366 \cos x + 1.456 \sin x \quad (2.9)$$

Розрахуємо значення апроксимаційним многочленом для вузлів та контрольних точок. Місяць січень виходить за границі інтервалу апроксимації, тому не може бути застосований для розрахунку значення апроксимації та значення квадратичного відхилення. Для оцінки якості апроксимації розрахуємо квадратичне відхилення для вузлів та контрольних точок (табл. 2.8). Значення викидів частинок PM_{2,5} та отриманні результати апроксимації наведені на графіку, побудованому за допомогою середовища EXCEL (рис. 2.14)

Таблиця 2.8 – Апроксимації за 12 вузлів за 2021-2022 лютий-грудень

Місяць	Значення PM _{2,5}	Апроксимація
Січень 2021	18,015	
Лютий 2021	16,803	13,6294
Березень 2021	16,517	12,7041

Продовження таблиці 2. 8 – Апроксимації за 12 вузлів за 2021-2022

лютий-грудень

Місяць	Значення PM2,5	Апроксимація
Квітень 2021	11,776	11,2835
Травень 2021	4,257	10,6737
Червень 2021	7,153	11,4353
Липень 2021	11,355	12,8682
Серпень 2021	15,487	13,6549
Вересень 2021	12,555	13,0721
Жовтень 2021	18,401	11,6557
Листопад 2021	17,137	10,7079
Грудень 2021	15,884	11,1001
Січень 2022	13,203	12,4717
Лютий 2022	14,843	13,5617
Березень 2022	8,149	13,3679
Квітень 2022	8,377	12,0685
Травень 2022	3,537	10,8582
Червень 2022	5,783	10,8496
Липень 2022	5,521	12,0508
Серпень 2022	11,033	13,3573
Вересень 2022	6,451	13,5679
Жовтень 2022	5,835	12,4891
Листопад 2022	14,479	11,1126
Грудень 2022	14,414	10,704
кв. відхилення вузлів	4,13094625	
кв. відхилення контр. точок	5,095413514	

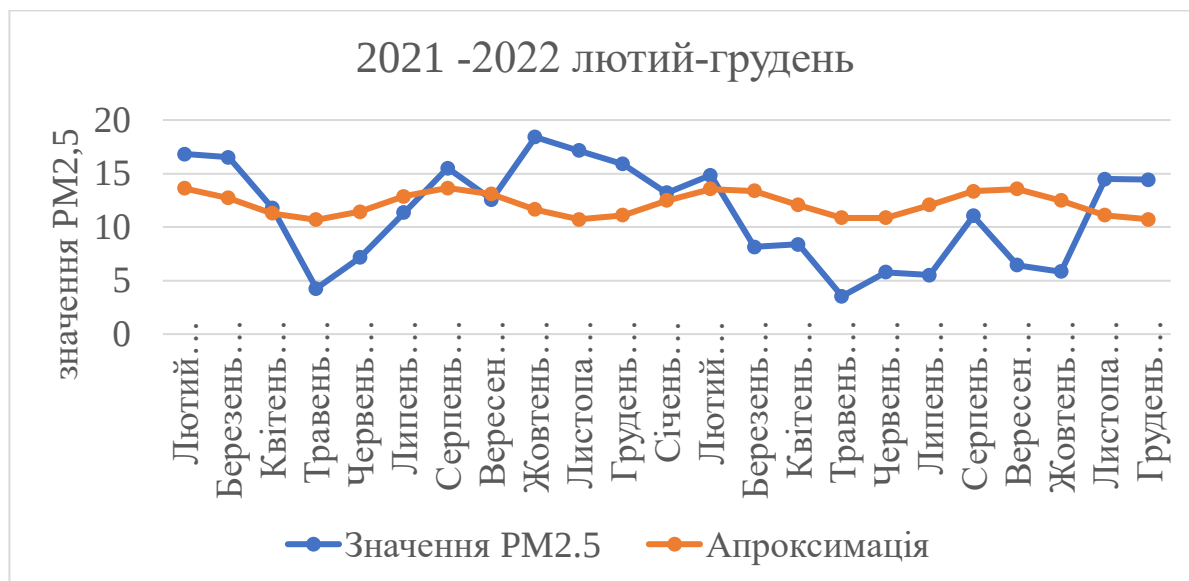


Рисунок 2.14 – Апроксимації за 12 вузлів за 2021-2022 лютий-грудень

За результатами обчислень можемо зробити висновок що якщо взяти 12 вузлів апроксимації, тоді квадратичне відхилення для вузлів та контрольних точок перевищує межу і потребує зменшення. Порівняно з квадратичними відхиленнями для апроксимації за 6 вузлами, квадратичне відхилення вузлів збільшилося та суттєво збільшилося квадратичне відхилення в контрольних точках.

Для оцінки впливу вхідних параметрів на похибку апроксимації побудуємо апроксимаційний многочлен для значень за 2021-2022 рр за наступними 12 вузлами: січень 2021, березень 2021, травень 2021, липень 2021, вересень 2021, листопад 2021, січень 2022, березень 2022, травень 2022, липень 2022, вересень 2022, листопад 2022. За допомогою розробленої програмної реалізації розрахуємо коефіцієнти a, b, c системи (2.2) та випишемо апроксимаційний многочлен:

$$F(x) = 10.8699 + -0.66304 \cos x + 1.1115 \sin x \quad (2.10)$$

Розрахуємо значення апроксимаційним многочленом для вузлів та контрольних точок. Місяць грудень виходить за границі інтервалу апроксимації, тому не може бути застосований для розрахунку значення апроксимації та

значення квадратичного відхилення. Для оцінки якості апроксимації розрахуємо квадратичне відхилення для вузлів та контрольних точок(табл. 2.9). Значення викидів частинок $PM_{2,5}$ та отриманні результати апроксимації наведені на графіку, побудованому за допомогою середовища EXCEL(рис. 2.15)

Таблиця 2.9 – Апроксимації за 12 вузлів за 2021-2022 січень-листопад

Місяць	Значення $PM_{2,5}$	Апроксимація
Січень 2021	18,015	12,1565
Лютий 2021	16,803	11,6832
Березень 2021	16,517	10,4621
Квітень 2021	11,776	9,61602
Травень 2021	4,257	9,92271
Червень 2021	7,153	11,1003
Липень 2021	11,355	12,066
Серпень 2021	15,487	11,9321
Вересень 2021	12,555	10,8216
Жовтень 2021	18,401	9,75552
Листопад 2021	17,137	9,71401
Грудень 2021	15,884	10,7352
Січень 2022	13,203	11,8803
Лютий 2022	14,843	12,0964
Березень 2022	8,149	11,1849
Квітень 2022	8,377	9,98379
Травень 2022	3,537	9,59739
Червень 2022	5,783	10,3809
Липень 2022	5,521	11,614
Серпень 2022	11,033	12,163
Вересень 2022	6,451	11,5231
Жовтень 2022	5,835	10,2827
Листопад 2022	14,479	9,58214
Грудень 2022	14,414	
кв. відхилення вузлів	4,968397792	
кв. відхилення контр. точок	4,26015923	



Рисунок 2.15 – Апроксимації за 12 вузлів за 2021-2022 січень-листопад

За результатами обчислень 12 вузлів можемо зробити висновок що квадратичне відхилення для вузлів та контрольних точок перевищує межу і потребує зменшення. Порівняно з попередніми даними квадратичне відхилення вузлів збільшилося, але зменшилось квадратичне відхилення в контрольних точках.

Збільшимо кількість вузлів до 18. Для цього розглянемо значення викидів частинок PM2,5 за 2020-2022 рік. Необхідно побудувати апроксимаційний многочлен для функції (2.1). Візьмемо наступні 18 вузлів: лютий 2020, квітень 2020, червень 2020, серпень 2020, жовтень 2020, грудень 2020, лютий 2021, квітень 2021, червень 2021, серпень 2021, жовтень 2021, грудень 2021, лютий 2022, квітень 2022, червень 2022, серпень 2022, жовтень 2022, грудень 2022. За допомогою розробленої програмної реалізації розрахуємо коефіцієнти a, b, c системи (2.2) та випишемо апроксимаційний многочлен:

$$F(x) = 11.3016 + 0.42298 \cos x + 0.65309 \sin x \quad (2.11)$$

Розрахуємо значення апроксимаційним многочленом для вузлів та контрольних точок. Місяць січень виходить за границі інтервалу апроксимації,

тому не може бути застосований для розрахунку значення апроксимації та значення квадратичного відхилення. Для оцінки якості апроксимації розрахуємо квадратичне відхилення для вузлів та контрольних точок(табл. 2.10). Значення викидів частинок $PM_{2,5}$ та отриманні результати апроксимації наведені на графіку, побудованому за допомогою середовища EXCEL(рис. 2.16)

Таблиця 2.10 – Апроксимація за 18 вузлів за 2020-2022 лютий-грудень

Місяць	Значення $PM_{2,5}$	Апроксимація
Січень 2020	21,616	
Лютий 2020,	10,842	11,7195
Березень 2020	10,373	10,9751
Квітень 2020	7,554	10,5309
Травень 2020	4,389	10,7954
Червень 2020	4,526	11,5253
Липень 2020	4,738	12,0496
Серпень 2020	6,555	11,8862
Вересень 2020	6,384	11,1854
Жовтень 2020	11,32	10,5914
Листопад 2020	16,321	10,6504
Грудень 2020	16,383	11,3081
Січень 2021	18,015	11,9599
Лютий 2021	16,803	12,0064
Березень 2021	16,517	11,405
Квітень 2021	11,776	10,7086
Травень 2021	4,257	10,5574
Червень 2021	7,153	11,0905
Липень 2021	11,355	11,8177
Серпень 2021	15,487	12,0705
Вересень 2021	12,555	11,6164
Жовтень 2021	18,401	10,8729
Листопад 2021	17,137	10,5236
Грудень 2021	15,884	10,8896
Січень 2022	13,203	11,6345
Лютий 2022	14,843	12,0733
Березень 2022	8,149	11,8027
Квітень 2022	8,377	11,0714
Травень 2022	3,537	10,5518
Червень 2022	5,783	10,7216
Липень 2022	5,521	11,4247

Продовження таблиці 2.10 – Апроксимація за 18 вузлів за 2020-2022
лютий-грудень

Місяць	Значення PM2,5	Апроксимація
Серпень 2022	11,033	12,0146
Вересень 2022	6,451	11,9491
Жовтень 2022	5,835	11,2883
Листопад 2022	14,479	10,6398
Грудень 2022	14,414	10,5998
кв. відхилення вузлів	4,287187994	
кв. відхилення контр. точок	5,100383124	



Рисунок 2.16 – Апроксимація за 18 вузлів за 2020-2022 лютий-грудень

За результатами обчислень 18 вузлів можемо зробити висновок, що порівняно з результатами для 12 вузлів квадратичне відхилення для вузлів несуттєво зменшилось, квадратичне відхилення для контрольних точок залишилося без змін.

побудувати апроксимаційний многочлен для значень викидів частинок PM2,5 за 2020-2022 рік для наступних 18 вузлів: січень 2020, березень 2020, травень 2020, липень 2020, вересень 2020, листопад 2020, січень 2021, березень

2021, травень 2021, липень 2021, вересень 2021, листопад 2021, січень 2022, березень 2022, травень 2022, липень 2022, вересень 2022, листопад 2022. За допомогою розробленої програмної реалізації розрахуємо коефіцієнти a, b, c системи (2.2) та випишемо апроксимаційний многочлен:

$$F(x) = 10.8015 + 0.43745 \cos x + 1.2353 \sin x \quad (2.12)$$

Розрахуємо значення апроксимаційним многочленом для вузлів та контрольних точок. Місяць грудень виходить за границі інтервалу апроксимації, тому не може бути застосований для розрахунку значення апроксимації та значення квадратичного відхилення. Для оцінки якості апроксимації розрахуємо квадратичне відхилення для вузлів та контрольних точок (табл. 2.11). Значення викидів частинок PM_{2,5} та отриманні результати апроксимації наведені на графіку, побудованому за допомогою середовища EXCEL (рис. 2.17)

Таблиця 2.11 – Апроксимація за 18 вузлів за 2020-2022 січень-листопад

Місяць	Значення PM _{2,5}	Апроксимація
Січень 2020	21,616	11,7427
Лютий 2020,	10,842	10,5427
Березень 2020	10,373	9,58064
Квітень 2020	7,554	9,74098
Травень 2020	4,389	10,8763
Червень 2020	4,526	11,9429
Липень 2020	4,738	11,96
Серпень 2020	6,555	10,912
Вересень 2020	6,384	9,76238
Жовтень 2020	11,32	9,5681
Листопад 2020	16,321	10,5078
Грудень 2020	16,383	11,7175
Січень 2021	18,015	12,085
Лютий 2021	16,803	11,2725
Березень 2021	16,517	10,0269
Квітень 2021	11,776	9,49346
Травень 2021	4,257	10,1626

Продовження таблиці 2.11 – Апроксимація за 18 вузлів за 2020-2022
січень-листопад

Місяць	Значення PM2,5	Апроксимація
Червень 2021	7,153	11,4192
Липень 2021	11,355	12,1078
Серпень 2021	15,487	11,5954
Вересень 2021	12,555	10,3531
Жовтень 2021	18,401	9,52303
Листопад 2021	17,137	9,86835
Грудень 2021	15,884	11,0716
Січень 2022	13,203	12,0265
Лютий 2022	14,843	11,8551
Березень 2022	8,149	10,7151
Квітень 2022	8,377	9,65444
Травень 2022	3,537	9,64841
Червень 2022	5,783	10,7025
Липень 2022	5,521	11,8476
Серпень 2022	11,033	12,0309
Вересень 2022	6,451	11,0839
Жовтень 2022	5,835	9,87722
Листопад 2022	14,479	9,52033
Грудень 2022	14,414	
кв. відхилення вузлів	5,474009924	
кв. відхилення контр. точок	5,632709742	



Рисунок 2.17 – Апроксимація за 18 вузлів за 2020-2022 січень-листопад

За результатами обчислень можемо зробити висновок, що в даному випадку отримали найбільше значення квадратичної похибки як по вузлам, так і по контрольним точкам, порівняно з попередніми дослідженнями. Дослідивши апроксимацію тригонометричним многочленом для різної кількості вузлів, робимо висновок, що найменша похибка для вузлів – при апроксимації за шістьма вузлами для 2022 року, а найменша похибка контрольних точок – для інших 6 вузлів за 2022 рік.

ВИСНОВКИ

В дипломній роботі було зроблено наступне.

1. Розглянуто задачу аналізу якості атмосферного повітря в м. Запоріжжя. Проаналізовано стан забруднення повітря твердими частинками $PM_{2,5}$ за період 2020-2022 рр.

2. Розглянуто задачу відновлення даних викидів за відсутні періоди. Досліджено задачу побудови функції, що описує викиди забруднюючих речовин в повітря за визначений період. Розглянуто апроксимацію функції тригонометричним многочленом методом найменших квадратів для значень $PM_{2,5}$ для різної кількості вузлів та різних значень вузлів.

3. Розроблено програмну реалізацію розрахунків коефіцієнтів та значень апроксимаційного многочлену для різної кількості вузлів та різних значень вузлів в середовищі MATLAB.

4. Проведено дослідження впливу вхідних параметрів на величину квадратичних відхилень вузлів та контрольних точок:

- найменші квадратичні відхилення по вузлам при апроксимації за 6 вузлами для 2020-2022 рр: лютий, квітень, червень, серпень, жовтень, грудень;

- найменші квадратичні відхилення по контрольним точкам при апроксимації за 6 вузлами для 2020-2022 рр: січень, березень, травень, липень, вересень, листопад;

- найбільші квадратичні відхилення по вузлам та по контрольним точкам при апроксимації за 18 вузлами для 2020-2022 рр: січень 2020, березень 2020, травень 2020, липень 2020, вересень 2020, листопад 2020, січень 2021, березень 2021, травень 2021, липень 2021, вересень 2021, листопад 2021, січень 2022, березень 2022, травень 2022, липень 2022, вересень 2022, листопад 2022.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. **Пінчук В.П.** Інформаційна технологія аналізу та прогнозування PM_{2,5} в атмосферному повітрі міста Вінниця на основі моделей Prophet, LSTM та ARIMA [Текст] / В.П. Пінчук, С.О. Жуков // Тези доповідей LIII Всеукраїнської науково-технічної конференції факультету інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації 2024 рік, м. Вінниця – Вінниця: ВНТУ, 2024 – С. 872–876.
2. **Дорошенко А.Ю.** Застосування машинного навчання для уточнення чисельних метеорологічних прогнозів [Текст] / А.Ю. Дорошенко, В.М. Шпиг, Р.В. Кушніренко // Проблеми програмування. – 2020. – № 2-3. – С. 375–383.
3. **Грицюк Ю.І.** Інтерполяція таблично-заданих функцій з використанням многочлена Фур'є [Текст] / Ю.І. Грицюк, В.І. Гавриш // Науковий вісник НЛТУ України – 2022. – Том 32, №4. – С. 88–101. <https://doi.org/10.36930/40320414>
4. **Коляда К.В** Метод відновлення даних при їх розподіленому зберіганні на віддалених сховищах [Текст] / К.В. Коляда, В.О. Романкевич, М.М Орлова, О.П. Марковський // Комп'ютерно–інтегровані технології: освіта, наука, виробництво. – 2020. – №40 – С. 44 – 50. <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2020-40-07>
5. **Барабаш, О. В.** Оцінка рівня забруднення атмосферного повітря методом дендроіндикації [Текст] / О. В. Барабаш // Екологічні науки. – 2019. – № 4. – С. 102–107. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2021-157-4-20-31>
6. **Кушнір А.П.** Апроксимація динамічних характеристик пожежі нейронною мережею для розробки інтелектуальних пожежних сповіщувачів з сенсорами диму та тепла [Текст] / А.П. Кушнір, Б.Л. Копчак, С.Я. Вовк // Пожежна безпека – 2022. – №41. – С. 73–86.
7. **Калабіна К.А.** Аналіз стану забруднення атмосферного повітрям м.Запоріжжя [Текст] / К.А. Калабіна, О.О. Подковаліхіна // Тези доповідей VI-ї

Всеукраїнської науково-практичної Інтернет-конференції здобувачів вищої освіти і молодих учених 2023 рік, м. Харків – ХНУГМ імені О.М. Бекетова, 2023. – С. 46–50.

8. Калабіна К.А Дослідження методу відновлювання даних [Текст] / К.А. Калабіна, О.О. Подковаліхіна // Всеукраїнська науково-практична конференція здобувачів вищої освіти та молодих учених «сучасні інформаційні технології: теорія, практика, перспективи» 2023 рік, м. Дніпро: УДУНТ, 2023. – С. 72–73.

9. Подковаліхіна О.О. Відновлення даних в задачах аналізу якості атмосферного повітря [Текст] / О.О. Подковаліхіна // Тези доповідей I (VII) міжнародна науково-практична конференція здобувачів вищої освіти і молодих учених «інформаційні технології: теорія і практика» 2024 рік м. Дніпро: Свідлер А.Л., – 2024. – С. 125–128.

10. Подковаліхіна О.О. Апроксимація функцій в задачах аналізу якості повітря [Текст] / О.О. Подковаліхіна, І.В. Осінній // Тиждень науки-2024. Факультет комп'ютерних наук і технологій. Тези доповідей науково-практичної конференції. – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2024.

11. Литвинов А.Л. Чисельні методи: теорія і практика: навчальний посібник [Текст] / А.Л. Литвинов, О.Є Федорович, О.Б Костенко // м. Харків – Харків : ХНУМГ ім. О.М. Бекетова, 2022 – С. 85–86.

Додаток А

Данні значень РМ2,5 за 2020 рік

січень	лютий	березнь	квітень	травень	червень
5,2	10,25	8,55	4,08	3,58	4,84
7,03	12,37	6,67	7,28	5,45	2,04
18,13	5,4	8,55	6,85	6,22	2,95
5,97	4,7	6,95	9,55	7,67	1,26
38,53	4,45	8,68	17,73	7,17	2,1
39,34	12,93	10,6	8,4	4,87	3,37
27,77	4,08	16,95	10,45	2,42	6,53
31,91	6,25	8,86	5,25	2,25	2,91
16,54	21,57	9,3	11,57	2,2	2,94
27,6	5,38	12,93	18,32	3,65	3,45
38,79	2,72	12,09	5,45	4,12	3,52
8,69	7,71	4,96	3,1	3	5,55
17,35	7,08	5,6	4,25	2,6	8,68
24,37	11,12	3,4	4,29	2,2	3,92
41,02	9,63	2,41	2,76	5,39	6,75
14,35	17,7	4,95	4,08	3,62	5,03
34,85	9,88	7,81	6,53	2,9	2,72
	9,68	38,11	18,42	2,38	3,45
	30,37	17,13	13,85	2,37	4,3
26,3	18,25	16,23	31,8	4,84	4,73
15,58	17,67	17,7	4,86	6,75	5,65
15,93	20,04	21,33	3,62	15,48	3,52
3,6	15,88	10,75	5,42	7,15	4,44
4,59	3,4	5,4	3,85		10,55
19,64	2,67	5,8	2,85		5,27
28,57	3,2	8,6	2,5		2,1
38,88	7,33	9,08	2,6		6,47
36,25	7,66	5,72	2,58	1,7	4,71
23,09	25,05	9,25	1,72	3,02	4,94
9,73		13,67	2,6	2,29	7,1
7,27		3,52		3,2	
21,616	10,842	10,373	7,554	4,389	4,526

липень	серпень	вересень	жовтень	листопад	грудень
7,79	2,98	3,66	9,18	17,17	11,68
	2,52	8,03	22,59	10,63	17,29
	3,2	11,83	12,9	13,95	22,77
	4,47	5,78	6,87	24,85	20,92
	7,37		4,65	28,65	9,02
	10,58	5,97	4,87	15,02	7,85
5,74	31,6	4,62	6,7	8,5	7,44
5,58	17,37	5,9	7,55	15,85	7,05
2,35	4,01	3,89	8,44	16,29	7,85
3,83	7,55	5,36	15,18	10,22	13,45
2,12	6,95	7,6	16,72	13	9,88
2,17	4,66	4,12	13,28	19,98	14,03
5,92	3,2	5,19	18,44	25,7	16,23
1,3	3,4	11,6	7,72	25,45	15,7
1,92	7,01		4,5	26,02	33,97
5,28	4,9	5,92	5,62	20,07	17,8
6,5		3,25	12,88	11,43	13,2
4,09	5,65	1,72	4,96	15,45	26,65
2,62	4,25	1,59	6,41	13,95	29,17
5,2	5,65	4,4	7,57	10,25	34,01
6,4	8,85	4,2	7,93	21,18	12,68
3,29	15,33	11,1	6,71	17,21	12,05
5,33	2,41		8,4	18,07	14,97
3,75	3,5		15,2	13,45	9,34
7,3	4,21		23,98	13,93	12,05
4,16	6,2		6,82	12,9	26,5
5,12	4,01	5,5	5,67	9,9	19,84
4,84	1,8	12,93	5,5	8,38	14,35
4,05	5,22	9,58	8,59	16,6	13,8
5,05	3,84	9,48	23,6	15,58	15,93
11,48	3,95		41,48		20,39
4,738	6,555	6,384	11,320	16,321	16,383

Додаток Б

Данні значень РМ2,5 за 2021 рік

січень	лютий	березнь	квітень	травень	червень
19,82	8,48	17,37	15,08	6,37	11,1
24,65	13,34	12,35	14,38	5,17	15,53
18,48	8,55	6,69	18,37	5,82	14,28
20,14	11,62	9,15	18,41	2	20,14
13,8	4,78	40,63	21,76	2,62	4,08
13,62	9,05	11,75	7,66	2,91	4,04
13,38	14,85	7,1	7,6	2,94	3,92
9,47		7,72	6,22	4,2	2,9
25,61		3,92	21,42	2,75	8,19
25,25		5,85	24,38	3,15	7,35
34,1		8,69	21,54	2,83	5,45
17,8		7,4	12,37	5,92	5,2
9,65		11,55	9,16	4,4	3,33
26,92		6,82	10,62	4,84	4,58
19,61		9,13	8,22		7,17
11,68		10,09	10,48		4,59
33,7		12,78	7,91		4,87
		37,7	6,2		6
32,04		20,05	21,14		2,85
54,84	26,59	23,29	28,38		1,8
25,6	23,55	11,95	6,96		10,93
13,58	31,28	10,48	8,13		5,95
10,55	20	10,78	7,62		10
6,68	6,25	34,83	3,65		9,94
9,34	12,28	47,17	4,45		8,52
5,15	34,19	28,28	4,08		7,04
12,68	31,38	18,32	5,95		6,77
3,27	12,65	23,22	7,59		6,07
7,45		25,23	7,27		7
8,05		17,7	6,28		5
13,55		14,05		7,93	
18,015	16,803	16,517	11,776	4,257	7,153

липень	серпень	вересень	жовтень	листопад	грудень
5,09	19,39		9,88	21	8,94
5,97	12,43			24,57	5,72
8,3	19,6	2		20,85	3,75
5,72	6,27	4,84		26,87	10,84
10,32	5,85	21,82		26,77	14,68
11,55	10,98			26,15	17,41
7,2	16,82			16,26	17,26
3,8	14,47			15,65	18,89
	38,43			4,84	8,08
10,5	26,39			15,63	10,73
9,58	13,19			12	16,55
11	8,66			8,52	18,85
5,7	10,25	39,11		30,26	17,34
3,7	9,97	16,57		21,95	19,98
6,6	22,08	18,77		23,67	43,68
14,73	16,32	16,38		5,94	29,29
23,6	12,23	12,93		15,85	17,45
25,06	18,02	4,65		21,57	8,52
31,9	21,06	6,9		31,56	5,97
28,71	10,62	6,67	9,41	7,42	5,65
17,51	7,78		6,42	6,33	5,87
18,73	8,23		12,05		6,45
6,12	27,17		25,85	15,25	7,27
			9,77	15,14	9,53
			6,52	16,04	30,37
4,7			25,2	21,28	31,78
6,45		3,14	17,92	12,82	27,83
4,65		16,23	30,32	14,14	9,33
7,45		8,19	39,28	10,25	12,75
9,83		10,13	28,67	8,38	26,48
13,48			17,92		25,17
11,355	15,487	12,555	18,401	17,137	15,884

Додаток В

Данні значень РМ2,5 за 2022 рік

січень	лютий	березнь	квітень	травень	червень
13,78	9,55	14,97	9,69	4	5,28
2,98	13,2	6,62	6,8	4,55	3,1
7,12	31,33	10,65	7,24	6,41	6,97
10,13	18,6		5,4		11,28
11,48	15,97	8,74	5,97		9,9
21,42	12,85	4,84	5,5		2,92
8,03	8,94	5,95	5,17	6,21	2,8
11,53	19,13	7,65	6,75	4,73	6,9
12,69	9,41	15	6,78	4,4	3,62
36,6	19,12	7,55	5,65	2,47	3,05
17,3	16,85	8,13	6,09	2,58	3,37
9,3	13,26	5,62	0,82	2,72	7,97
7,74	9,44	7,61	10,5	6,25	3,8
10,6	22,6	11,97	16,19	6,2	
1,6	9,25	8,24	15,13	2,58	
2,87	12,54	5,09	10,28	1,27	
7,61	11,48	7,95	16,48	1,3	
3	10,85	6,17	24,1	2,58	
7,92	4,62	6,78		2,35	
8,88	5,75	7,37		2,22	
7,82	8,1	5,83		2,6	
6,53	14,4	6,57	8,5	1,05	
37,9	24,32	13,06	6,03	2,8	
36,58	21,68	6,15	8,19	2,87	
21,08	27,46	8,08	4,33	2,65	6,53
19,35	20,23	12,45	12,65	2,4	4,65
33,53	16,64	1,45	9,31	2,45	3,98
18,64	8,02	2,92	3,62	2,84	5,15
6,3		6,5	5,4	5,5	7
5,3		14,28	3,62	5,35	11,6
3,67		10,27		5,7	
13,203	14,843	8,149	8,377	3,537	5,783

липень	серпень	вересень	жовтень	листопад	грудень
11	9,23	8,13	10,15	4,22	2,92
4,34		3,44	6,05	8,77	3,4
4,73	6,35	2,8	1,56	14,1	5,94
5,47	10,47	22,22	1,44	10,53	
6,59	12,99	8,85	3,05	21,48	
6,45		2,65		17,05	5,34
3,47		3,25		7,62	10,61
4,87		3,7		25,1	18,77
8,83	56,92	7,47		36,75	28,05
9,19	22,9	3,9		29,75	18,43
5,77	20,35	2,9	2,45	13,39	17,12
2,35	10,28	10,27	4	17,63	13,38
1,3	8,32	7,09	9,77	13,32	
1,6	6,3	3,77	7,02	12,45	20,77
2,25	5,58	3,52	7,65	7,55	14,99
9,65	10,93	8,8	6,37	9,5	20,48
5,12	7,47	10,13	7,42	23,92	12,9
2,02	9,13	3	6,6	19,45	7,94
3,55	13,35	1,1		4,51	7,55
2,4	9,11	1,9		15,68	24,67
2,65	7,3	2,25	5,25	7,37	10,19
3,74	6,55	8,36	4,3	7,09	9,58
3,83	4,7	2,77	3	12,49	15,63
6,37	3,22	2,79	5,95	15,68	23,52
8,03	3,57	3,29	6,33	17,45	36,42
5,92	4,03	2,77	7,67	14,9	27,82
5,09	5,92	5,7	6,78	21,75	13,48
15,93	8,32	21,4	5,83	17,42	4,5
11,48	9,18	16,38	7,28	4,15	5,45
3,65	12,3	8,94	8,77	3,3	4,34
3,52	13,13		5,36		19,39
5,521	11,033	6,451	5,835	14,479	14,414

Додаток Г

Програмна реалізація розрахунків коефіцієнтів та значень тригонометричного апроксимаційного многочлена в вузлах та контрольних точках для різної кількості вузлів та різних значень вузлів.

```

cosines = cos(1:2:36);
sines = sin(1:2:36);
numbers = [21.616 10.373  4.389 4.738 6.384 16.321 18.015
16.517 4.257 11.355 12.555 17.137 13.203 8.149 3.537 5.521
6.451 14.479];

%Сума косинусів
sum_cosines = sum(cosines);
disp(['sum cos: ', num2str(sum_cosines)]);

%Сума синусів
sum_sines = sum(sines);
disp(['sum sin: ', num2str(sum_sines)]);

%Сума квадратів косинусів
sum_cosines_squared = sum(cosines.^2);
disp(['sum cos^2: ', num2str(sum_cosines_squared)]);

%Сума квадратів синусів
sum_sines_squared = sum(sines.^2);
disp(['sum sin^2: ', num2str(sum_sines_squared)]);

%Сума синусів на косинуси
sum_sin_cos = sum(sines .* cosines);
disp(['sin * cos : ', num2str(sum_sin_cos)]);

%Косинус на ігрик
cosy= sum(numbers .* cosines);
disp(['y * cos: ', num2str(cosy)]);

%Синус на ігрик
siny = sum(numbers .* sines);
disp(['y * sin x: ', num2str(siny)]);

```

```

sum_y = sum(numbers);
disp(['y = ', num2str(sum_y)]);

A = [18 sum_cosines sum_sines
     sum_cosines sum_cosines_squared sum_sin_cos
     sum_sines sum_sin_cos sum_sines_squared];

d = [sum_y; cosy; siny];

x = A\d;
disp(['a = ', num2str(x(1))]);
disp(['b = ', num2str(x(2))]);
disp(['c = ', num2str(x(3))]);

a = x(1);
b = x(2);
c = x(3);

phi = @(x, a, b, c) a + b * cos(x) + c * sin(x);
x = 2:36;
y = phi(x, a, b, c);
disp(['Y = : ', num2str(y)])

```