

УДК 534.1

Кружнова С.Ю.¹, Фурсіна А.Д.²

¹ старш. викл. НУ «Запорізька політехніка»

² канд. техн. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

НЕЛІНІЙНА ТЕОРІЯ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ДЛЯ СТРИЖНІВ ЗМІННОГО ПЕРЕРІЗУ

Існує ряд задач, що мають велике практичне значення, при розгляді яких необхідно звертатися до нелінійної теорії крутильних коливань, наприклад, крутильні коливання стрижнів із матеріалу з природною не лінійністю. До таких матеріалів відносяться різні деталі машин із пластичних мас на основі епоксидних смол та інше.

Припустимо, що для кутів зсуву при крученні можна взяти такі ж вирази, як і в лінійній теорії, тобто

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \psi_{xy} = 0, \quad \psi_{yz} = \omega x, \quad \psi_{xz} = -\omega y, \quad (1)$$

де $\omega = \omega(z, t) = \frac{d\varphi}{dz}$ – є кутом закручування на одиницю довжини стрижня.

Для інтенсивності деформації зсуву із співвідношення (1) безпосередньо випливає, що

$$\psi_0^2 = \frac{2}{3}(\psi_{yz}^2 + \psi_{xz}^2) = \frac{2}{3}\omega^2 r^2 = \frac{2}{3}r^2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \quad (2)$$

де $r^2 = x^2 + y^2$.

В нелінійній технічній теорії пружності зв'язок між компонентами тензора деформації і тензором напруги встановлюється такими рівняннями

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = 0 \\ \tau_{yz} &= G(1 + \gamma\psi_0^2)\psi_{yz} \\ \tau_{xz} &= G(1 + \gamma\psi_0^2)\psi_{xz} \end{aligned} \quad (3)$$

Очевидно, що результуюча дотична напруга в перерізах циліндра площинами $z = const$, буде дорівнювати:

$$T = \sqrt{\tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2} = \sqrt{\frac{2}{3}}G(1 + \gamma\psi_0^2)\psi_0 \quad (4)$$

де G – модуль зсуву, γ – модуль інтенсивності дотичних напруг..

Для модуля інтенсивності дотичних напруг пропонується наступне співвідношення

$$\gamma = -\frac{NG^2(3K + G)}{K} \quad (5)$$

де K – модуль об'ємного стиснення, N – постійна матеріалу (наприклад, для міді $N = 0,177 \times 10^{-8} \text{ см}^4/\text{Н}^2$, а для сталі $N = 0,25 \times 10^{-8} \text{ см}^4/\text{Н}^2$)

Співвідношення (4) і (5) характеризують не тільки нелінійний закон пружності, але, наприклад, є деяким виразом пластичних деформацій в зоні зміцнення.