

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Запорізький національний технічний університет

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання лабораторної роботи

"Дискретне перетворення Фур'є й вагові вікна"
з дисципліни

"Теорія радіотехнічних систем"

Для студентів спеціальності 7.090701 „Радіотехніка”
усіх форм навчання

2015

Методичні вказівки до виконання лабораторної роботи "Дискретне перетворення Фур'є й вагові вікна" з дисципліни "Теорія радіотехнічних систем" для студентів спеціальності 7.090701 „Радіотехніка” усіх форм навчання. /Укл. Чорнобородова Н. П., Чорнобородов М. П. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2015.- 34 с.

Укладачі: Чорнобородова Н. П.,
Чорнобородов М. П., доц., к. т. н.

Рецензент: Дмитренко В. П.

Відповідальний за випуск: Чорнобородов М. П.

Затверджено
на засіданні кафедри
радіотехніки та телекомунікацій

Протокол № 6
від 27.01.2015 р.

1. ДИСКРЕТНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є Й ВАГОВІ ВІКНА

1.1. Мета

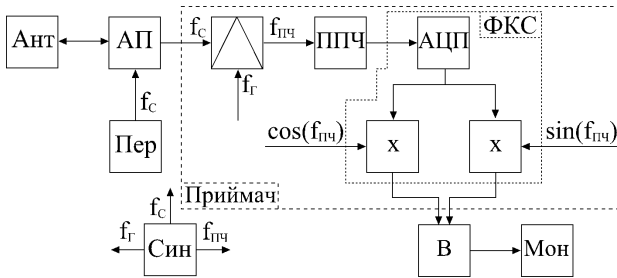
Метою лабораторної роботи є ознайомлення з застосуванням дискретного перетворення Фур'є (ДПФ) для обробки радіолокаційних сигналів у когерентно-імпульсних радіолокаційних станціях (РЛС) та дослідження впливу вагових функцій на амплітудно-частотні характеристики фільтрів ДПФ.

1.2. Фізичні основи радіолокації

Спрощено, структурну схему когерентно-імпульсної РЛС можна подати у вигляді семи основних складових частин (див. мал. 1.1): антени, антенного перемикача (АП), передавача, приймача, пристрою виявлення й пристрою відображення, а також системи синхронізації. Після того, як сформований у передавачі сигнал зондування тривалістю τ_i (див. мал. 1.2) було випромінено, антенний перемикач переводиться у режим прийому, й з виходу антени на вхід приймача надходить радіолокаційний сигнал (електромагнітні хвилі, відбиті від об'єктів, опромінених імпульсами зондування). У приймачі відбувається перенесення спектру прийнятого сигналу з робочої частоти f_0 (деци-, санти- або міліметровий діапазони хвиль) на проміжну $f_{пч}$ (більш низьку – придатну для обробки: 24 або 32 МГц) й підсилювання прийнятого сигналу. У РЛС метрового діапазону застосування сучасної радіоелементної бази дозволяє проводити обробку радіолокаційних сигналів безпосередньо на частоті випромінювання f_0 .

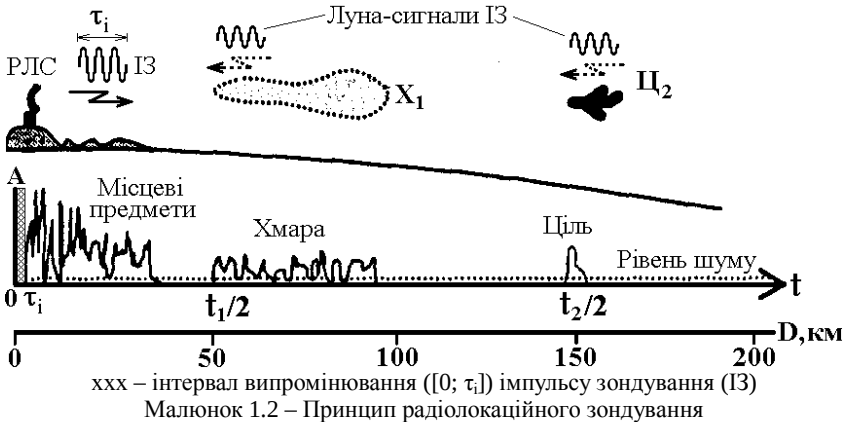
Інформаційні параметри луна-сигналів (амплітуда й фаза) визначаються за допомоги фазового детектора – пристрою, на виході якого формується амплітуда, пропорційна фазі гармонійного коливання. Для підвищення ефективності обробки сигналів, у сучасних РЛС роль фазового детектора виконує цифровий формувач квадратурних складових (ФКС). Далі оцифрована радіолокаційна інформація надходить до виявлювача (В) у вигляді багатопроцесорної системи первинної й вторинної систем обробки інформації. Система первинної обробки здійснює виявлення радіолокаційних цілей й розрахунок їх координат. Система вторинної обробки здійснює трасову обробку руху

цілей й виведення їх на індикатор (монітор Мон) робочого місця оператора РЛС.



Ант – антена, АП – антенний перемикач, Пер – передавач, ППЧ – підсилювач проміжної частоти, АЦП – аналого-цифровий перетворювач, В – вивільнювач, Мон – монітор (індикатор), Син – система синхронізації

Малюнок 1.1 – Спрощена структурна схема РЛС



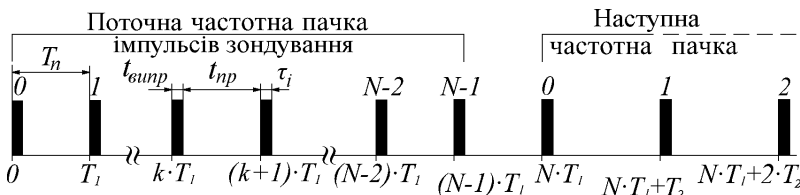
Малюнок 1.2 – Принцип радіолокаційного зондування

З моменту перемикання АП в режим прийому (у момент часу τ_i – див. мал. 1.2), з виходу антени на вхід приймача надходять сигнали, відбиті від рухомих цілей (літаки, вертольоти, ракети, міни, снаряди), рельєфу місцевості (гори, будівлі), хмар й метеоявищ (опади у вигляді дощу, снігу, граду), які знаходяться на відстані D_{oi} від кожного i -об'єкта до РЛС. Оскільки поширення радіохвиль на дальність D_{oi} у просторі відбувається не миттєво, то відбитий сигнал (тієї ж тривалості τ_i , але істотно меншої амплітуди – див. мал. 1.2) від об'єкта X_1 надходить на вхід приймача через час $t_1 = 2 \cdot D_{X1} / c$, а від об'єкта Π_2 – через

час $t_2=2 \cdot D_{12}/c$ так, що $t_1 < t_2$ (див. мал. 1.2), де $c=3 \cdot 10^8$ м/с.

У режимі прийому аналого-цифровий перетворювач (АЦП) безперервно оцифровує радіолокаційний сигнал протягом часу $t_{пр}$ (див. мал. 1.3). Кожен відлік АЦП (відповідно до формули Ейлера) помножується на відліки $\sin(\omega_{пч} \cdot t)$ й $\cos(\omega_{пч} \cdot t)$, де $t \in [0; T_n]$, а $T_n=1/F_n=2 \cdot D_{max}/c$ – період повторення імпульсів зондування (див. мал. 1.3), де D_{max} – дальність дії РЛС (максимальна дальність виявлення цілей). На інтервалі $[m \cdot \tau_i; (m+1) \cdot \tau_i]$, де m – номер елемента розділення дальності (дискрета), здійснюється формування $\sin$ - й $\cos$ -квадратурних складових з метою перетворення інформативних параметрів радіолокаційного сигналу (амплітуди й фази луна-сигналів, відбитих від різних об'єктів) на більш зручний для подальшої обробки вигляд. З інформації луна-сигналів, відбитих від випроміненого імпульсу зондування, у ФКС утворюється масив комплексних чисел $\{A_m\}$. Кількість елементів масиву $M=T_n/\tau_i$, де $m \in [0; M]$. Таким чином, для кожного елемента розділення дальності формується одне комплексне число, а вся робоча дальність є масивом таких чисел.

Значення кожного елемента масиву $\{A_m\}$ складається з амплітуд внутрішніх шумів приймального каналу РЛС та шумів ефіру $A_{ш}$, а також луна-сигналів, відбитих від пасивних завад $A_{п.з.}$ та цілей $A_{ц}$: $A_m=A_{ш\ m}+A_{п.з.\ m}+A_{ц\ m}$. На відміну від шумів, які вносять свій внесок до сумарної амплітуди A_m у кожному m -елементі дальності, пасивні завади й/або цілі у деякому m -елементі дальності можуть бути відсутні. У такому разі $A_{п.з.\ m}=0$ й/або $A_{ц\ m}=0$.



Малюнок 1.3 – Частотна пачка імпульсів зондування РЛС

Амплітуди шумів працездатної РЛС звичайно становлять 2..3 розряди АЦП, тобто $(2^2-1) \dots (2^3-1)$ або до 3..7 абс. од. Одним із способів розрахунку порогу виявлення корисних сигналів є рівень шумів: величина порогу задається у 1,5..3 рази вищою від середньоквадратичного значення шумів. Наприклад, у виявлювачеві РЛС 35Д6 застосовується

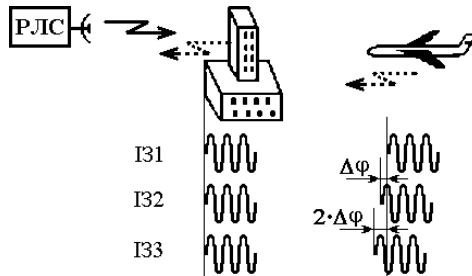
поріг "за шумами" у 8 абс. од. Амплітуди A й фази φ квадратурних складових шумів – випадкові величини. Масив відліків шуму аналітично можна подати так: $A_{ш} = \{A_{ш\ m} \cdot e^{-j\varphi_{ш\ m}}\}$, де $m \in [0; M]$ – номер елемента розділення дальності.

Оскільки дальність радіолокаційного виявлення зворотно пропорційна кореневі четвертого ступеню з імпульсною потужністю передавача, то чим далі від РЛС заходить ціль, тим складніше її виявлення на тлі шумів. З метою підвищення відношення сигнал/шум виявлення здійснюють не за інформацією від одного імпульсу зондування (як у некогерентних РЛС), а за інформацією, отриманою від кількох випромінених сигналів. Кілька імпульсів зондування, випромінених з однією частотою повторення $F_p = 1/T_p$, називається частотною пачкою (див. мал. 1.3). $T_p = t_{\text{випр}} + t_{\text{пр}}$, де $t_{\text{випр}}$ – час роботи РЛС в режимі випромінювання радіоімпульсу зондування, $t_{\text{пр}}$ – час роботи РЛС в режимі приймання луна-сигналів.

Завдяки застосуванню внутрішнього високостабільного генератора опорних сигналів, у когерентно-імпульсних РЛС кожний імпульс випромінюється із сталою початковою фазою φ_0 (принаймні, в межах однієї частотної пачки – див. мал. 1.3). Частина енергії електромагнітної хвилі, відбитої від об'єкту, опроміненого імпульсом зондування, повертається в бік РЛС. За цього, початкова фаза луна-сигналу (відносно фази випроміненого імпульсу зондування) набуває зміни на суму величин ψ_0 , що залежить від відстані до опроміненого об'єкту й φ_k , що залежить від швидкості руху об'єкту та номера імпульсу зондування $k \in [0; N-1]$ частотної пачки. Для нерухомих пасивних завад (гори, будівлі, тощо) $\varphi_0 = \varphi_1 = \dots = \varphi_{N-1} = \text{const}$, тобто міжперіодний зсув початкової фази сигналів, відбитих від одного й того ж об'єкту, $\Delta\varphi = \varphi_{k+1} - \varphi_k = 0$. Такі завади називають місцевими предметами (див. мал. 1.4).

Луна-сигнали від рухомих об'єктів набувають ненульового значення фазового зсуву $\Delta\varphi$. Якщо об'єкт рухається лінійно й рівномірно, то закон зміни фази прийнятого антеною сигналу є лінійним, тобто $\Delta\varphi = \text{const}$. Якщо ж ціль рухається з пришвидшенням, то $\Delta\varphi \neq \text{const}$ (див. мал. 1.4). Класична теорія радіолокації ґрунтується на лінійному законі зміни $\Delta\varphi$ й сталості амплітуди A луна-сигналів протягом опромінення об'єкта, що спостерігається, імпульсами зондування однієї частотної пачки. Тому масив відліків таких сигналів аналітично можна подати так: $A_{с\ m} = \{A \cdot e^{-j k \cdot \Delta\varphi}\}$, де k – номер імпульсу зондування, m –

номер елемента дальності.



Малюнок 1.4 – Фази луна-сигналів, відбитих від нерухомих й рухомих об'єктів

Через наявність міжперіодного фазового зсуву $\Delta\varphi$, у спектрі сигналу рухомого об'єкта з'являється частота Доплера:

$$f_d = \Delta\varphi / T_{\text{п}}. \quad (1.1)$$

Цей параметр дозволяє здійснювати селекцію рухомих цілей (СРЦ) у системах первинної обробки радіолокаційної інформації в РЛС з метою виявлення рухомих (з великими швидкостями) цілей на тлі малорухомих пасивних завод.

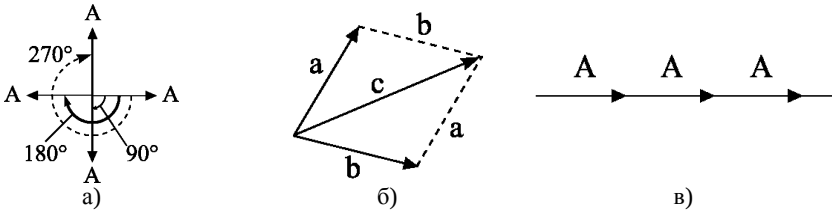
Раніше, за аналогового здійснення апаратури систем первинної обробки, радіолокаційний сигнал аналізували за допомоги гребінкових фільтрів накопичення. Це – набір вузькосмугових фільтрів (спрощено – коливальних контурів), що перекривають заданий діапазон доплерівських частот. Луна-сигнал, відбитий від радіолокаційного об'єкта з міжперіодним зсувом фази $\Delta\varphi$, накопичується лише в одному з фільтрів [відповідно до (1.1)]. У решті фільтрів сигнал не накопичується, оскільки не потрапляє до їх смуг пропускання. Для підвищення роздільної здатності за доплерівською частотою, застосовують фільтри з більш вузькою смугою пропускання. Але це призводить до необхідності збільшення кількості фільтрів (для перекриття заданого діапазону доплерівських частот). З метою зменшення кількості фільтрів, їх виконують з різними ширинами смуги пропускання: чим більша швидкість, тим ширша смуга.

За цифрового здійснення апаратури систем первинної обробки, визначення частоти Доплера (за інформацією луна-сигналів однієї частотної пачки) виконується методами спектрального аналізу. Широко

поширеним методом цифрового спектрального аналізу є дискретне перетворення Фур'є (ДПФ). ДПФ – це математичний аналог гребінки фільтрів з однаковими характеристиками (рівними ширинами смуги пропускання, рівнями бічних пелюсток, коефіцієнта передачі, тощо).

1.3. Алгоритм дискретного перетворення Фур'є

Розглянемо випадок чотирьох випромінених імпульсів зондування. Для визначеності, покладемо, що прийняті луна-сигнали від різних імпульсів зондування деякого елемента дальності мають амплітуду A й зсув фаз (від імпульсу до імпульсу) $\Delta\varphi=90^\circ$. На комплексній площині, в полярних координатах, вектори прийнятих сигналів матимуть таке розташування, як показано на мал. 1.5, а).



Малюнок 1.5 – Векторна сума

Як обчислити сумарний вектор? Якщо ці вектори просто скласти, то в підсумку отримаємо нуль: як відомо, вектори додаються за правилом паралелограма (див. мал. 1.5, б)). Також відомо, що третій бік трикутника abc не може бути більшим за суму решти двох, тобто $c < a + b$. Для розглянутого випадку $a = b = A$, а підсумковий вектор $c < 2 \cdot A$. Максимальне значення $c = 2 \cdot A$ можливе тоді, коли кут (ab) набуває нульового значення. Тобто, якщо за додавання кожний k -вектор повертати рівно на кут $\Delta\psi_k = -k \cdot \Delta\varphi$ (у даному випадку – на $-k \cdot 90^\circ$, де $k = 0 \dots 3$), то вектори когерентно накопичаться з підсумковою амплітудою $A_\Sigma = N \cdot A = 4 \cdot A$, де N – кількість векторів або імпульсів зондування (див. мал. 1.5, в)). За $\Delta\psi_k \neq -k \cdot \Delta\varphi$ $A_\Sigma < N \cdot A$.

Оскільки швидкість руху літака відносно РЛС – невідома, то значення $\Delta\varphi$ може набувати довільної величини. З цієї ж причини, значення довертального множника $\Delta\psi$ є теж заздалегідь невідомим (на відміну від розглянутого на мал. 1.5 випадку), а функція $A_\Sigma(\Delta\psi_k)$ матиме лише один максимум (за $\Delta\psi_k = -k \cdot \Delta\varphi$).

Таким чином, визначення частоти Доплера є задачею одновимірної лінійної оптимізації (пошук максимуму), яка може бути розв'язана методами перебору, дихотомії (ділення відрізка навпіл), золотого перетину, тощо. Але в умовах обмеженості часу на проведення обробки сигналів, з метою пошуку максимуму функції когерентного накопичення, весь діапазон можливих значень зсуву фаз $\Delta\varphi$ (від 0° до 360°) розбивають на N інтервалів й для кожного інтервалу (фільтра) застосовують свій довертальний множник. Така математична операція або метод цифрової обробки сигналів називається дискретним перетворенням Фур'є:

$$G(n) = \sum_{k=0}^{N-1} A_k \cdot e^{-j(\varphi_k - 2\pi \cdot k \cdot n/N)}, \quad (1.2)$$

де $n=0..N-1$ – номер фільтра, N – кількість фільтрів або імпульсів зондування, $A_k \cdot e^{-j\varphi_k}$ – комплексна амплітуда k -відліку.

Центральній частоті n -фільтру f_n відповідає зсув фаз $\Delta\varphi = 2\pi \cdot n/N$.

Луна-сигнали з зсувом фаз $\Delta\varphi$, кратним $2\pi/N$ (наприклад, для $N=8$ це $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ, 235^\circ$ або $-135^\circ, 270^\circ$ або $-90^\circ, 315^\circ$ або -45°), накопичуються з коефіцієнтом когерентного накопичення N . Якщо $\Delta\varphi_n = 45^\circ$, то сигнал накопичуватиметься лише у фільтрі № 1: $\Delta\varphi_n/(360^\circ/N) = 45^\circ/(360^\circ/8) = 1$, якщо ж $\Delta\varphi_n = 180^\circ$ – то у фільтрі № 4: $\Delta\varphi_n/(360^\circ/N) = 180^\circ/(360^\circ/8) = 4$.

Через те, що функції $\sin$ й $\cos$ – періодичні, то у перших $N/2$ фільтрів накопичуються сигнали з $0^\circ < \Delta\varphi < 180^\circ$ (за $\Delta\varphi > 0$ ціль віддаляється від РЛС), то у другій половині фільтрів накопичуються сигнали з $0^\circ > \Delta\varphi > -180^\circ$ (за $\Delta\varphi < 0$ ціль наближується до РЛС).

Таким чином, коефіцієнт когерентного накопичення луна-сигналів з лінійним законом зсуву фаз від імпульсу (зондування) до імпульсу:

а) становить максимальну величину N за $\Delta\varphi$, кратного $2\pi/N$, – тобто, коли частота сигналу f_c збігається з центральною частотою f_n одного з фільтрів ДПФ: $f_c = f_n$;

б) становить мінімальну величину $N \cdot 0,631$ за $\Delta\varphi$, кратного π/N , – тобто, за $f_c = (f_{n+1} + f_n)/2$.

Оскільки шумовий процес описується нормальним законом розподілу, то обчислення ДПФ збільшує середньоквадратичне значення

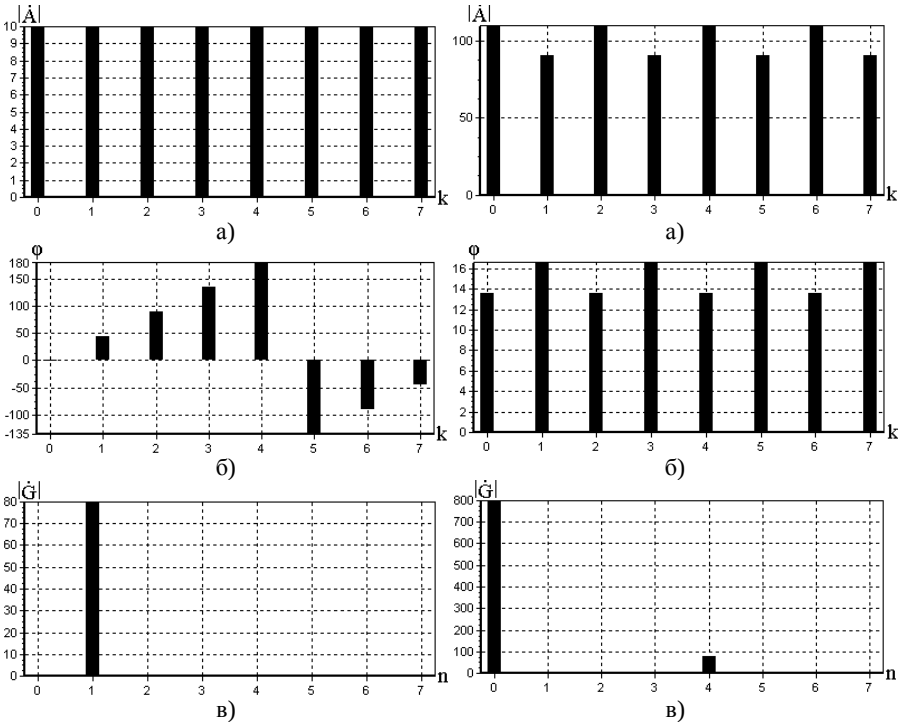
шумів у $\sqrt{N}$ разів. У той же час, амплітуда корисного сигналу за когерентного накопичення збільшується у N разів. Тому максимальний виграш у відношенні сигнал/шум після виконання ДПФ становить $N/\sqrt{N}=\sqrt{N}$ разів у випадку $\Delta\varphi$, кратного $2\cdot\pi/N$.

На мал. 1.6, а) й б) подані амплітуди й фази цілі ($A_{\text{ц}}=10$, $\Delta\varphi_{\text{ц}}=45^\circ$) для випадку 8 імпульсів зондування ($N=8$), а на мал. 1.6, в) – їх спектр. На мал. 1.6, б) можна побачити, що різниця фаз між сусідніми імпульсами становить задані 45° , а зсув фаз – лінійний. На мал. 1.7 подано випадок суміші луна-сигналів, відбитих від цілі ($A_{\text{ц}}=10$, $\Delta\varphi_{\text{ц}}=180^\circ$), що рухається на тлі місцевого предмету ($A_{\text{м.п.}}=100$, $\Delta\varphi_{\text{м.п.}}=0^\circ$). Через наявність в одному елементі дальності кількох радіолокаційних об'єктів, на виході приймальної антени утворюється суміш (векторна сума) цих сигналів. Відповідно до амплітудно-фазових співвідношень між складовими, амплітуди (див. мал. 1.7, а)) й фази (див. мал. 1.7, б)) сумарних сигналів для різних імпульсів зондування відрізнятимуться (на відміну від мал. 1.6, а)). Завдяки тому, що задані $\Delta\varphi_{\text{ц}}$ й $\Delta\varphi_{\text{м.п.}}$ пропорційні $360^\circ/N=360^\circ/8=45^\circ$, сигнали накопичуються лише у фільтрах № 0 й 4 (див. мал. 1.7, в)). Для цих фільтрів довертальні множники забезпечують синфазність векторів, що додаються. А у решті фільтрів ці множники розвертають вектори таким чином, що останні залишаються попарно протифазними й за додавання взаємно знищуються (попарно віднімаються).

За рахунок того, що фазові зсуви сигналів, наведених на мал. 1.6 й 1.7, відповідають центральним частотам фільтрів Фур'є, амплітуди сигналів когерентно накопичуються з коефіцієнтом N : $G_{\text{м.п.}}=G(0)=N\cdot A_{\text{м.п.}}=8\cdot 100=800$, $G_{\text{ц}}=G(1)|_{\text{мал. 1.6}}=G(4)|_{\text{мал. 1.7}}=N\cdot A_{\text{ц}}=8\cdot 10=80$. Звичайно зсув фаз між складовими пасивної завади $\Delta\varphi\neq 0$. Це призводить до того, що за довертання векторів вхідного сигналу на кути, пропорційні $2\cdot\pi\cdot n/N$ (n – номер фільтру), вектори попарно не віднімаються (взаємно не знищуються). Але підсумковий вектор тим ближчий до нуля, чим ближче $\Delta\varphi$ до 0° .

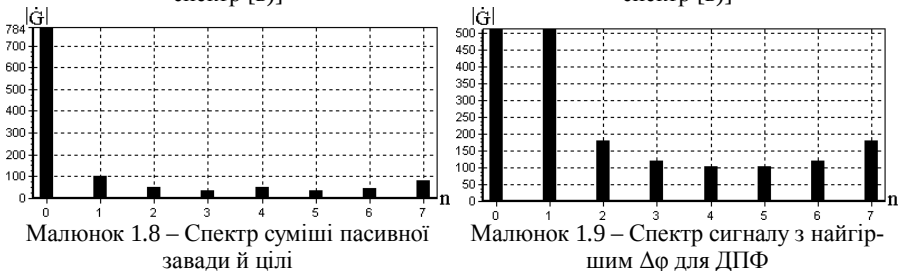
Задамося $\Delta\varphi_{\text{м.п.}}=5^\circ$ й подивимося (на мал. 1.8), як зміниться спектр суміші з мал. 1.7. Через те, що $\Delta\varphi_{\text{м.п.}}=5^\circ$ не є цілим кратним до $360^\circ/N$ (але є близьким до 0°), то пасивна завада переважно накопичиться у фільтрі № 0 (з коефіцієнтом накопичення, близьким до N) амплітудою 784 (див. мал. 1.8) замість $N\cdot A_{\text{м.п.}}=8\cdot 100=800$. На відміну від мал. 1.7, в), за такого фазового зсуву у решті фільтрів теж накопичуються деякі амплітуди. Їх величини визначаються параметрами сиг-

налу $A_{\text{м.п.}}$, $\Delta\varphi_{\text{м.п.}}$ й амплітудно-частотною характеристикою (АЧХ) фільтрів ДПФ. Це накопичення може бути не лише синфазним, а й протифазним, що визначається початковими фазами луна-сигналів, відбитих від різних об'єктів. Так, через наявність пасивної завади, амплітуда цілі у фільтрі № 4 з 80 од. (див. мал. 1.7, в)) зменшилася до 40 од. (див. мал. 1.8).



Малюнок 1.6 – Луна-сигнали у часовій області [а] – амплітуда, б) – фаза] та їх спектр [в)]

Малюнок 1.7 – Луна-сигнали у часовій області [а] – амплітуда, б) – фаза] та їх спектр [в)]



Малюнок 1.8 – Спектр суміші пасивної завади й цілі

Малюнок 1.9 – Спектр сигналу з найгіршим $\Delta\varphi$ для ДПФ

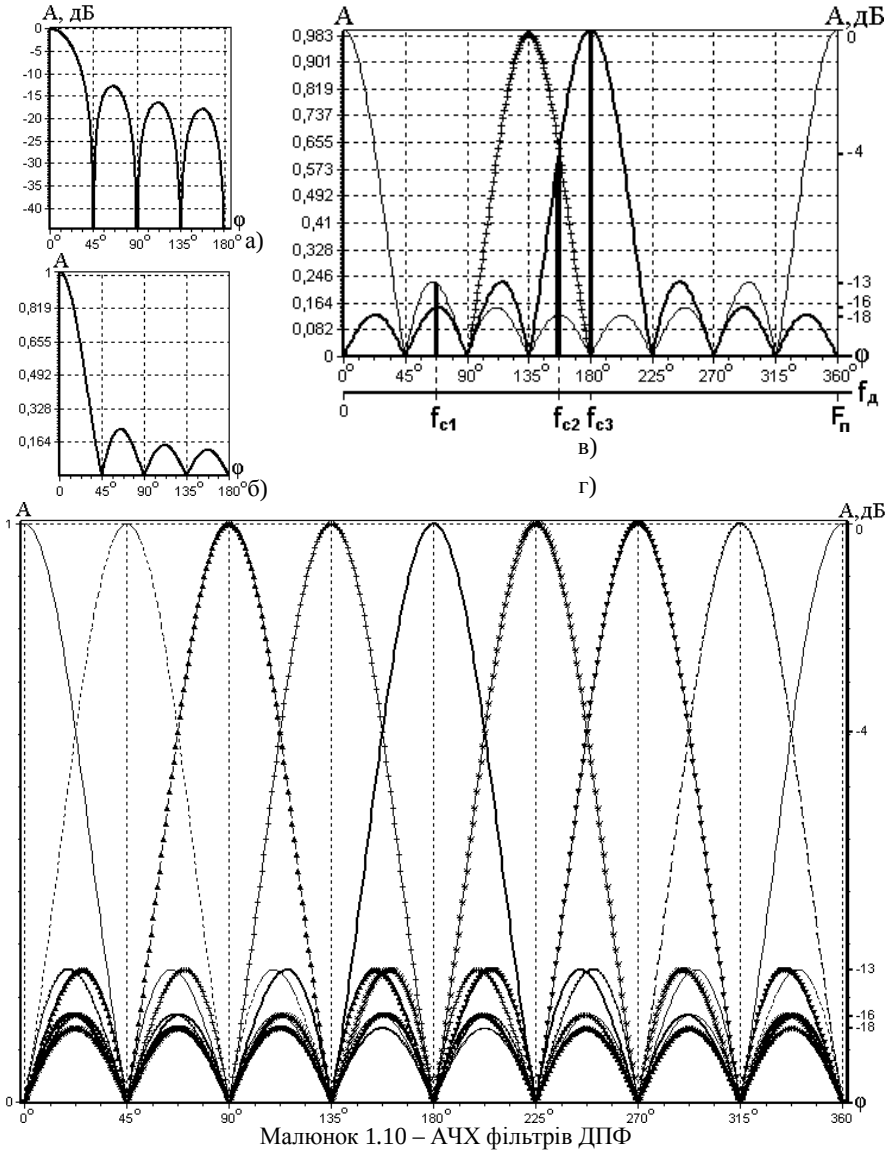
Чим ближче зсув фаз $\Delta\varphi$ до значення $\pi \cdot n/N$ (тобто, $f_c = (f_{n+1} + f_n)/2$), тим меншою стає ефективність ДПФ. У крапках $\Delta\varphi = \pi \cdot n/N$ роздільна здатність спектрального аналізу методом ДПФ є найгіршою. Для ілюстрації, на мал. 1.9 наведено спектр сигналу з амплітудою $\{A\} = 100$ од. й зсувом фаз $\Delta\varphi = \pi/N = 22,5^\circ$. Довертальні множники у двох сусідніх фільтрах (№ 0 й 1) стають однаковими, внаслідок чого у цих фільтрах накопичуються рівноамплітудні значення. Коефіцієнт когерентного накопичення знижується до мінімального значення $N \cdot 0,631$ (втрати становлять 4 дБ), а у решті фільтрів істотно підвищується рівень шумів. Це відбувається через непрямокутність АЧХ фільтрів ДПФ й наявність бічних пелюсток (див. мал. 1.10).

1.4. Характеристики фільтрів ДПФ

На мал. 1.10, а) й б), відповідно, наведено нормовані АЧХ одного фільтру ДПФ [див. (1.2)] у логарифмічному й звичайному масштабах. Внаслідок симетричності АЧХ, діапазон фазових кутів від 0° до -180° або від 180° до 360° на малюнках не наводиться. Рівень першої пелюстки становить -13 дБ, що є недостатньо низьким значенням для здійснення первинної обробки сигналів. АЧХ фільтрів ДПФ наведено на мал. 1.10, г).

З метою розвантаження ілюстративного матеріалу, на мал. 1.10, в) наведено повні АЧХ лише двох фільтрів – нульового й четвертого, а для третього фільтру – лише центральну пелюстку. Через наявність бічних пелюсток фільтрів та перетинання їх центральних пелюсток, у кожному фільтрі накопичуватимуться не лише сигнали з відповідним фазовим зсувом $\Delta\varphi$, а й сигнали іншого частотного діапазону (решти фільтрів ДПФ, хоча й дещо ослаблені). Вплив сигналів одного діапазону частот на амплітуди, накопичені в інших фільтрах, називається міжфільтровим просочуванням.

На мал. 1.10 вертикальними лініями координатної сітки позначені центральні частоти фільтрів ДПФ. Завдяки тому, що нулі АЧХ кожного фільтра збігаються з центральними частотами головних пелюсток сусідніх фільтрів, місцеві предмети (у яких $\Delta\varphi = 0$) накопичуються лише в нульовому фільтрі. Це саме має місце для усіх сигналів з $\Delta\varphi$, кратним $2 \cdot \pi/N$.



Малюнок 1.10 – АЧХ фільтрів ДПФ

Для решти значень $\Delta\varphi$ має місце ефект міжфільтрового просочування. Так, гармонійний сигнал з частотою f_{c3} , що відповідає фазовому зсуву $\Delta\varphi=180^\circ$ (див. мал. 1.10, в)), накопичуватиметься у фільтрі

№ 4 без втрат. Через те, що сигнал з частотою f_{c2} не збігається з центральною частотою жодного з фільтрів, накопичення сигналу у фільтрі № 4 супроводжуватиметься ослабленням його амплітуди на 4 дБ (у 1,5 рази – внаслідок непрямокутності головної пелюстки), а у фільтрі № 0 – на 18 дБ (у 8 разів – внаслідок наявності бічних пелюсток). Перетинання головних пелюсток фільтрів призводить до того, що сигнал з частотою $f_{c2}=(f_3+f_4)/2$ одночасно накопичуватиметься у двох фільтрах (№ 3 й 4) з однаковими амплітудами.

1.5. Вагові функції

1.5.1. Причини виникнення вагових функцій

За обробки сигналів звичайно доводиться розв'язувати задачі двох типів: задачу виявлення й задачу оцінювання. За виявлення потрібно дати відповідь на питання, чи спостерігається деякий сигнал з апіорно відомими параметрами. Оцінювання – це задача вимірювання значень параметрів, що описують сигнал. Сигнал часто зашумлений, на нього можуть накладатися сигнали, що заважають. Тому, для спрощення зазначених задач, сигнал звичайно розкладають за базисними складовими простору сигналів. Найцікавішими є періодичні сигнали. Цілком природно, що розв'язання задач виявлення й оцінювання подібних сигналів пов'язано з їхнім розкладанням за базисом, що складається з простих періодичних функцій $\sin$ й $\cos$. Таке розкладання можна виконати за допомоги класичного перетворення Фур'є.

Кожен сигнал, що обробляється, мусить мати кінцеву тривалість. Тривалість сигналу може змінюватися, але вона обов'язково мусить бути кінцевою. За обробки сигналів кінцевої тривалості виникають цікаві й взаємозалежні питання, які необхідно враховувати в ході гармонійного аналізу. Кінцівка інтервалу спостереження впливає на можливість виявлення тонів (гармонійний сигнал однієї частоти) у присутності близьких сильних тонів, на можливість розв'язання тонів мінливої частоти й на точність оцінок параметрів усіх вищезгаданих сигналів.

Внаслідок міжфільтрового просочування сигнал на частоті f_{c1} накопичуватиметься не лише у фільтрі № 1 (на мал. 10, в) його АЧХ не показано), а й у решті фільтрів: у нульовому й третьому – ослаблений на 13 дБ (у 4,5 разів, оскільки потрапляє до першої бічної пелюст-

ки АЧХ), у четвертому – на 16 дБ (у 6,3 разів, оскільки потрапляє до другої бічної пелюстки АЧХ) тощо.

На практиці оброблюваний масив даних складається з N еквідистантних (рівновіддалених) відліків прийнятого сигналу. Гармонійні оцінки, отримані за допомоги дискретного перетворення Фур'є (ДПФ), — це N еквідистантних відліків відповідних періодичних спектрів. На жаль, на практиці для отримання задовільних результатів часто приходится шукати компромісний розв'язок між точністю оцінки й швидкістю обробки. Один з неминучих у таких випадках компромісів пов'язаний з тим, що послідовність відліків сигналу доводиться множити на вікна (вагові функції) чи, що еквівалентно, згладжувати спектральні відліки.

Таким чином, дані звичайно піддаються двом виконуваним у довільному порядку операціям — дискретизації й згладжуванню за допомоги вікон. Вибір вагової функції може дуже сильно вплинути на результат спектрального аналізу.

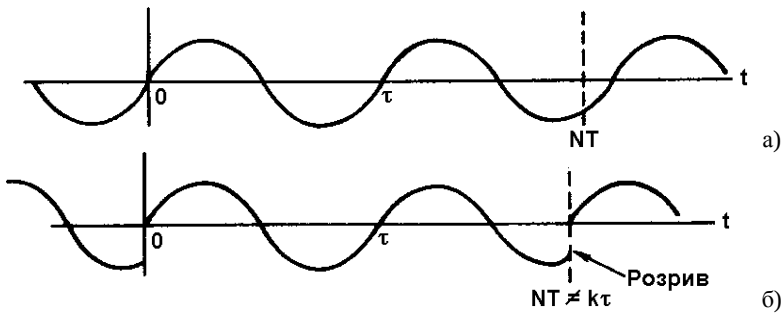
Гармонійний аналіз кінцевих послідовностей даних зв'язаний із задачею проєкції сигналу, що спостерігається, на базисні вектори, на які натягнуто інтервал спостереження NT (сек), де T — зручний часовий інтервал. Синуси й косинуси з періодами, кратними інтервалові NT , утворюють ортогональний базис для неперервних сигналів тривалістю NT .

Тригонометричні функції унікальні у тому, що послідовності їх еквідистантних відліків (на інтервалі, рівному цілому числу періодів) взаємно ортогональні. Еквідистантні відліки довільних ортогональних функцій не утворюють ортогональних послідовностей.

Вибір кінцевого часового інтервалу тривалістю NT секунд й ортогонального тригонометричного базису (неперервного чи дискретного) на цьому інтервалі обумовлює цікаву особливість спектрального розкладання. З множини можливих частот, лише ті, що збігаються з частотами базису, проєктуюватимуться на єдиний базисний вектор. А всі інші частоти матимуть ненульові проєкції на кожний з векторів базисної множини. Це явище, що звичайно називають розмиванням чи просочуванням спектральних складових, виникає через кінцеву тривалість записів сигналів, що обробляються. Хоча частота відліків й впливає на ступінь розмивання, сама по собі дискретизація не є його причиною.

Щоб зрозуміти причину розмивання, досить зауважити, що сиг-

нали з частотами, відмінними від базисних, - неперіодичні у вікні спостереження. Якщо природний період сигналу τ не є кратним тривалості інтервалу спостереження $N \cdot T$, то періодичне продовження сигналу матиме розриви на межах інтервалу. Ці розриви (див. мал. 1.11) дають спектральні внески на всіх базисних частотах (тобто відбувається розмивання).



Малюнок 1.11 – Періодичний сигнал (а) й неперіодичне продовження синусоїди в інтервалі спостереження NT за спектрального аналізу (б)

Вікна – це спосіб зменшення розмивання спектральних компонентів, обумовлений кінцівкою інтервалів спостереження. Так, можна вважати, що вплив вікна на масив даних (як мультиплікативної вагової функції) полягає у зменшенні порядку розриву на межі періодичного продовження. Цього домагаються шляхом узгодження на межі можливо більшого числа похідних зважених даних. Найпростіше забезпечити таке узгодження – зробити ці похідні рівними чи, принаймні, близькими до нуля. Таким чином, поблизу меж інтервалу, зважені дані плавно прагнуть до нуля, так що періодичне продовження сигналу виявляється неперервним аж до похідних вищих порядків.

З іншого боку, можна вважати, що вікно мультиплікативно впливає на базисну множину так, щоб сигнал довільної частоти мав значні проєкції лише на ті базисні вектори, частоти яких близькі до частоти сигналу.

1.5.2. ДПФ з ваговою обробкою сигналів

У гармонійному аналізі вікна використовуються для зменшення небажаних ефектів просочування спектральних складових. Вікна

впливають на багато показників гармонійного аналізу, у тому числі – на можливість виявлення чи розділення, динамічний діапазон, ступінь ймовірності й легкість здійсненності обчислювальних операцій. Щоб мати можливість порівнювати характеристики вікон, необхідно знати, які з їхніх параметрів є основними. Легше за все виявити найістотніші параметри, розглянувши, як впливають різні типи вікон на підсумки гармонійного аналізу.

З метою зменшення міжфільтрового просочування, за обчислення ДПФ застосовують вагову обробку:

$$G(n) = \sum_{k=0}^{N-1} K_k \cdot A_k \cdot e^{-j(\varphi_k - 2\pi \cdot k \cdot n/N)}, \quad (1.3)$$

де K_k – коефіцієнти вагового вікна.

Вікно з коефіцієнтами $K_k=1$ – прямокутне або вікно Дирихле. У цьому разі вирази (1.2) й (1.3) – тотожні.

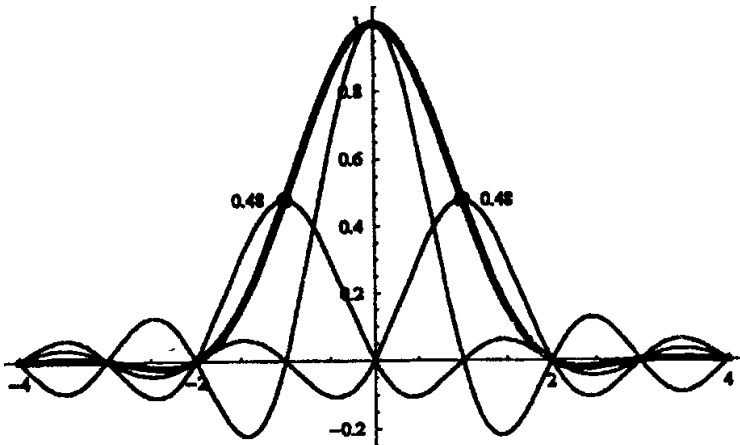
Широке використання вагових функцій за обчислення ДПФ пов'язане з задачами виявлення й оцінки параметрів гармонійних коливань. Застосування цих функцій дозволяє зменшити рівень бічних пелюсток фільтрів ДПФ. Але це призводить до обов'язкового погіршення решти показників: розширення головної пелюстки, втрати у когерентному накопиченні, тощо. Наявність великої кількості віконних функцій, що мають різну ступінь впливу на АЧХ фільтрів ДПФ, пояснюється тим, що не існує універсальної функції, яка б повністю задовольняла усім вимогам задач обробки сигналів. Тому за розв'язання певної задачі або вибирають наявну вагову функцію, або вдаються до розрахунку нової, яка б якнайбільше задовольняла вису- нутим вимогам.

1.5.3. Методи розрахунку відомих вагових функцій

На початкових етапах розробки вагових функцій їх авторами переслідувалася мета побудови вікон, які б описувалися простими математичними функціями. Так, отримання вікон у вигляді добутків, сум чи згорток простих функцій чи вікон (або їх окремих ділянок) обумовлювалося можливостями тогочасної цифрової елементної бази та електронних обчислювальних машин: додавання, віднімання, зсув на

т двійкових розрядів (як еквівалент операцій ділення чи множення на 2^m).

Найяскравішим прикладом є вікно Ханна (або Хенінга), перетворення якого становить суму трьох масштабованих й зсунутих (одне відносно одного) ядер Дирихле (спектральне перетворення прямокутного вікна) з метою взаємного пригнічення бічних пелюсток (див. мал. 1.12): операція згортки для вагової функції Ханна $F_H(k)=[F_{\Pi}(k)-[F_{\Pi}(k-1)+F_{\Pi}(k+1)]/2]/2$, де $F_{\Pi}(k)$ – відліки спектра, отримані за використання прямокутного вікна. Це дало можливість отримати пригнічення бічних пелюсток до рівня -31,5 дБ, але розширило головну пелюстку вдвічі (за рівнем першого нуля АЧХ відносно прямокутного вікна – докладніше про необхідність такого способу визначення ширини головної пелюстки фільтра див. п. 1.5.5). Надалі, позначатимемо такі вікна "2х" – як множник кратності.



Малюнок 1.12 – Утворення вікна Ханна (Хенінга)

Швидко стало зрозумілим, що за таких умов синтезу, отримувані вагові функції не можуть мати високих характеристик. Тому подальші роботи велися у двох напрямках: оптимізації наявних функцій шляхом відходу від елементарних математичних операцій та синтезу нових вікон, які б задовольняли певним критеріям оптимальності.

Вагові коефіцієнти функції Ханна для ДПФ описуються наступним виразом:

$$a_n = b + (1-b) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot [n+c]/N) \quad (1.4)$$

де $n=0...N-1$, N – кількість фільтрів ДПФ; $b=0,5$; $c=0$ для непарних N й $c=0,5$ для парних N .

Хемінг, шляхом оптимізації величини b у (1.4), досяг збільшення рівня пригнічення бічних пелюсток до $-35...-41$ дБ для $N=8...16$ (тобто для різних N – різні значення РБП з розкидом цієї величини на 6 дБ в діапазоні застосовуваної у наявних РЛС виявлення цілей кількості імпульсів зондування N).

Херіс, оптимізуючи значення b у (1.4), за $b=0,53856$ досяг збільшення рівня пригнічення бічних пелюсток до -43 дБ ($-41...-42$ дБ для $N=8...16$) у 2-членному вікні Блекмана-Херіса [1].

Блекман, провівши оптимізацію величин масштабних коефіцієнтів п'яти ядер Дирихле, досяг збільшення рівня пригнічення бічних пелюсток до -58 дБ ціною розширення головної пелюстки втричі (відносно прямокутного вікна).

Слеп'ян, Полак й Ландау розв'язували задачу пошуку функції обмеженої тривалості, що має максимальну енергію у смузі частот. Вони отримали розв'язок у вигляді сімейства хвильових функцій, параметром якого є добуток тривалості на ширину смуги частот. Кайзер відшукав просту апроксимацію цього розв'язку за допомоги модифікованої функції Беселя.

Взявши за прототип вікно Кайзера-Беселя, Херіс методом градієнтного пошуку виконав оптимізацію вагової функції Блекмана. Отримані мінімальні 3-членні й 4-членні вікна Блекмана-Херіса мають ширину головної пелюстки у тричі й четверо ширшу за прямокутне вікно, відповідно (надалі, позначатимемо такі вікна як "3x" й "4x"). Процедура оптимізації практично не вплинула на характеристики головної пелюстки відносно прототипу, але дозволила зменшити РБП до -67 дБ й -92 дБ, відповідно (за $N>30$), а також забезпечила розташування нулів АЧХ на центральних частотах решти фільтрів ДПФ. Через те, що вікно-прототип є функцією з максимальною енергією у смузі частот, то вагові функції Блекмана-Херіса не стали оптимальними за критерієм мінімуму міжфільтрового просочування.

Вікно Дольфа-Чебишова є розв'язком задачі мінімізації ширини смуги частот за заданої кінцевої тривалості функції. Застосування цього вікна забезпечує мінімальну ширину головної пелюстки для заданого рівня бічних пелюсток (або мінімальний рівень бічних пелюс-

ток для заданої ширини головної пелюстки). Але нулі АЧХ фільтра такої функції не збігаються з центральними частотами решти фільтрів ДПФ (докладніше, див. п. 1.5.5). Більше того, бічні пелюстки розширюються в міру віддаленості від центральної частоти фільтра. Тому це вікно теж не є оптимальним для радіолокаційного застосування.

У [2] синтез вагової функції розглядається як "задача нелінійного програмування, що дозволяє врахувати усі необхідні протирічні параметри віконних функцій в обмеженнях й цільовій функції". Але в отриманих в [2] вікнах досягаються гірші характеристики, ніж у функціях Блекмана-Херіса: нулі АЧХ не збігаються з центральними частотами фільтрів ДПФ, РБП – недостатньо низький, а головна пелюстка – заширока.

У [3] запропоновано два методи синтезу вагових вікон. Перший варіант передбачає мінімізацію рівня бічних пелюсток шляхом оптимізації масштабних коефіцієнтів, величин зсуву (одного відносно іншого) ядер Дирихле та їх кількості з метою взаємного пригнічення бічних пелюсток. Другий варіант ґрунтується на розрахунку фахових фінітних функцій $u(x)$, форма яких близька з заданою точністю до форми їх же спектрів $F(y)$, й розв'язанні системи нелінійних рівнянь, укладеної із застосуванням похідних $u'(x)$ й $F'(y)$. Отримані розв'язки для вікон $2x$, $3x$ й $4x$ збігаються з функціями Хана, Хемінга та Блекмана-Херіса. Отже, такий метод розрахунку теж не дозволяє отримувати оптимальні вагові функції.

Таким чином, практично усі відомі методи синтезу вагових функцій ґрунтуються на нелінійних методах багатовимірної оптимізації чи розв'язанні систем нелінійних рівнянь. Тому ФЧХ фільтра ДПФ з таким вікном відрізнятиметься від ФЧХ фільтра з прямокутним вікном та може мати нелінійний характер. А через це, ці вагові функції не можуть бути оптимальними за критерієм мінімуму міжфільтрового просочування [4].

1.5.4. Основні параметри оптимальності вагових функцій

1. **Міжфільтрове просочування** призводить до зміщення оцінок амплітуд й положень гармонійних складових сигналу. Цей вплив є найсильнішим й найнеприємнішим за виявлення слабких сигналів у присутності сильних завад близької частоти. Для зменшення неприємних наслідків через спектральне просочування амплітуда бічних пе-

люсток вдалині від головної центральної пелюстки частотної характеристики вікна мусить бути малою, а перехід від центральної пелюстки до низькоамплітудних бічних пелюсток – дуже швидким. Основними чинниками ступеня пригнічення міжфільтрового просочування для вікна є наступні параметри:

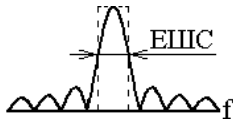
а) **ширина головної пелюстки** або **коефіцієнт розширення головної пелюстки** за рівнем першого нуля АЧХ відносно прямокутного вікна. У прямокутного вікна головна пелюстка – найвужча, а будь-якого іншого вікна – ширша;

б) **максимальний рівень бічних пелюсток (РБП)** відносно рівня основної пелюстки. У прямокутного вікна РБП – найбільший, а будь-якого іншого вікна – менший, ніж у прямокутного;

в) **асимптотична швидкість спадання бічних пелюсток (дБ/октаву)** – характеризує зменшення максимального рівня бічних пелюсток за збільшення частоти у 2 рази.

2. Еквівалентна шумова смуга (ЕШС) – ширина смуги пропускання прямокутного фільтра з тим же максимальним підсиленням за потужністю, який накопичує ту ж саму потужність шуму, що й дане вікно (див. мал. 1.13):

$$\text{ЕШС} = (\sum K_k^2) / (\sum K_k)^2, \text{ раз} \quad (1.5)$$



Малюнок 1.13 – Еквівалентна шумова смуга вікна

3. Підсилення перетворення (ПП) – величина, зворотня до еквівалентної шумової смуги: $\text{ПП} = 1/\text{ЕШС}$. Таким чином, збільшення еквівалентної шумової смуги призводить до зменшення підсилення перетворення. чим ширша смуга пропускання, тим більша потужність шуму, що пройшов крізь вікно й робить внесок до спектральної оцінки.

4. Коефіцієнт когерентного накопичення $K_{\text{КН}} = (\sum K_k) / N$, раз. Для прямокутного вікна $K_{\text{КН}} = 1$. Підсилювання будь-якого іншого вікна – менше, оскільки вагова функція поблизу меж вікна спадає до нуля. Пов'язане з цим зменшення коефіцієнта пропорційності характеризує похибку (зміщення) оцінювання амплітуд спектральних складо-

вих.

5. **Паразитна амплітудна модуляція (ПАМ)** спектра – це відношення когерентного підсилення сигналу з $\Delta\varphi$, кратним π/N (тобто, за $f_c=(f_{n+1}+f_n)/2$), до когерентного підсилення сигналу з $\Delta\varphi$, кратним $2\cdot\pi/N$. Тобто, це максимальні втрати за найнесприятливішої для ДПФ частоти сигналу.

6. **Максимальні втрати перетворення** $[МВП=(ПАМ[дБ]+|ПП[дБВт]|), дБ]$ – це сума максимальних втрат через паразитну амплітудну модуляцію спектра для даного вікна (у дБ) й втрат перетворення, обумовлених формою цього вікна. Цей параметр характеризує зменшення вихідного відношення сигнал/шум внаслідок впливу вікна за найгіршого розташування частоти сигналу. Його величина впливає на мінімальну інтенсивність сигналу з $\Delta\varphi$, кратним $2\cdot\pi/N$, за якої він ще може бути виявлений у широкопasmовому шумі. Рівень максимальних втрат завжди лежить між 3,0 й 4,3 дБ. Вікна, для яких максимальні втрати перетворення ПП перевищують 3,8 дБ, геть незадовільні й їх не варто застосовувати для спектрального аналізу.

На жаль, ці й інші параметри вікон залежать від кількості відліків сигналу (фільтрів або крапок перетворення Фур'є). Наочно побачити цю проблему можна під час виконання лабораторної роботи.

7. **Коефіцієнт прямокутності** головної пелюстки – відношення ширини смуги пропускання за рівнем 3 дБ до ширини смуги пропускання за рівнем 20 дБ: $K_{\Pi}=(2\cdot\Delta f_{3дБ})/(2\cdot\Delta f_{20дБ})$, раз.

8. **Шумова смуга пропускання** віконної функції завжди ширша за її смугу пропускання на рівні 3 дБ. Різниця цих двох параметрів, віднесена до ширини спектра вікна за рівнем 3 дБ, $\delta=100\%\cdot(EШС-\Delta f_{3дБ})/\Delta f_{3дБ}$ є достатньо чутливим показником якості віконної функції.

1.5.5. Особливості застосування вікон у радіолокації

Однією з важливих тактико-технічних характеристик радіолокаційних станцій (РЛС) є рівень пригнічення пасивної завади. Наприклад, у гірській місцевості, рівень відношення (пасивна завада)/шум може становити більше 60 дБ (1000 разів). За таких умов рівень міжфільтрового просочування функції вікна стає одним з найвпливовіших чинників подальшої процедури виявлення корисних сигналів.

Оскільки зменшення рівня бічних пелюсток вагової функції досягається за рахунок розширення головної пелюстки, то у відомих [1-

4] функцій з рівнем пригнічення бічних пелюсток -60 дБ й нижче, першого нуля АЧХ розташовано за центральною частотою другого чи навіть третього фільтрів ДПФ. Таким чином, якщо для прямокутного вікна основним джерелом міжфільтрового просочування є рівень бічних пелюсток, то для згаданих вікон ширина центральної пелюстки стає основним джерелом просочування. Через це місцевий предмет (пасивна завада з нульовим доплерівським зсувом частот $\Delta f=0$) починає накопичуватися й у інших фільтрах, а не лише у нульовому.

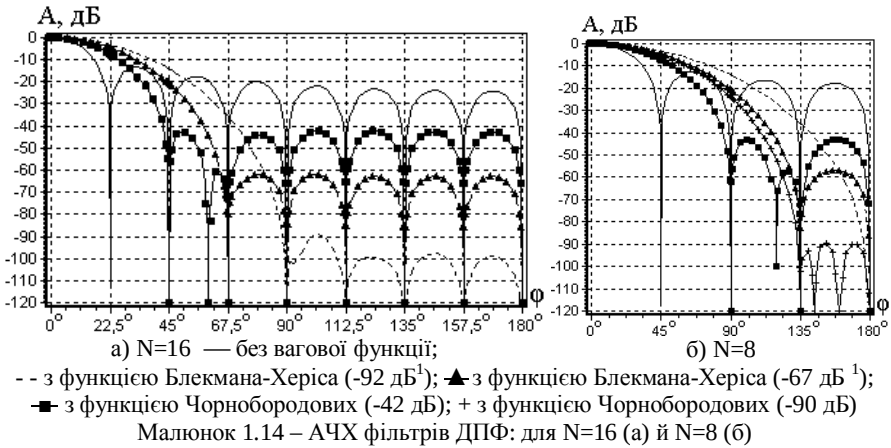
Одним із способів зменшення рівня міжфільтрового просочування є розташування нулів АЧХ на центральних частотах фільтрів ДПФ. Тоді рівень просочування визначається лише шириною центральної пелюстки. Вагові функції з такими властивостями в [1] названі "напрочуд хороші". На мал. 1.14 наведено АЧХ фільтрів 8- й 16-краткового ДПФ без вікна та з застосуванням вагових функцій: Блекмана-Херіса [1] з заявленим рівнем першої бічної пелюстки -67 дБ й -92 дБ, а також Чорнобородових [4] з -42 дБ й -90 дБ.

На мал. 1.14, а) можна побачити, що на центральній частоті другого фільтра, що відповідає значенню $2 \cdot \pi \cdot n/N = 360^\circ \cdot 2/16 = 45^\circ$, функція Блекмана-Херіса (-92 дБ) забезпечуватиме пригнічення тієї пасивної завади лише на 12 дБ, а на частоті третього фільтра (або $67,5^\circ$) – на 30 дБ. Для $N=8$ рівні пригнічення на центральній частоті другого й третього фільтрів становлять -14 дБ й -36 дБ відповідно (див. мал. 1.14, б)). Таким чином, пасивна завада середньої потужності матиме настільки вагомий внесок в амплітуди, які накопичуватимуться у фільтрах номер $N-2$, $N-1$, 0, 1 й 2, що унеможливить виявлення цілі у цих фільтрах.

Оскільки параметр "максимальний рівень бічних пелюсток" не відбиває основних недоліків вагової функції, класифікацію вікон ДПФ інформативніше подавати за шириною центральної пелюстки:

- а) одинарної ширини (1x) – прямокутне вікно;
- б) подвійної ширини (2x) – вікна Блекмана-Херіса (-40 дБ), Дольфа-Чебишова (-45 дБ), Кайзера-Беселя (-40 дБ), трикутне (-26 дБ), Чорнобородових (-42 дБ); Хемінга (-41 дБ), Хенінга (-41 дБ), тощо;
- в) потрійної ширини (3x) – Блекмана-Херіса (-67 дБ), Дольфа-Чебишова (-90 дБ), Кайзера-Беселя (-67 дБ) й Чорнобородових (-90 дБ);
- г) четверної ширини (4x) – Блекмана-Херіса (-92 дБ), Натола (-99 дБ);

тощо. З прикладами вікон 5х-7х можна ознайомитися, наприклад, в [2]-[3].



В літературі (див. наприклад, [1]) описано багато вагових функцій, нулі АЧХ яких не збігаються з центральними частотами решти фільтрів ДПФ. Такі функції мають значно вищий рівень міжфільтрового просочування й, як наслідок, не забезпечують достатнього рівня пригнічення місцевих предметів.

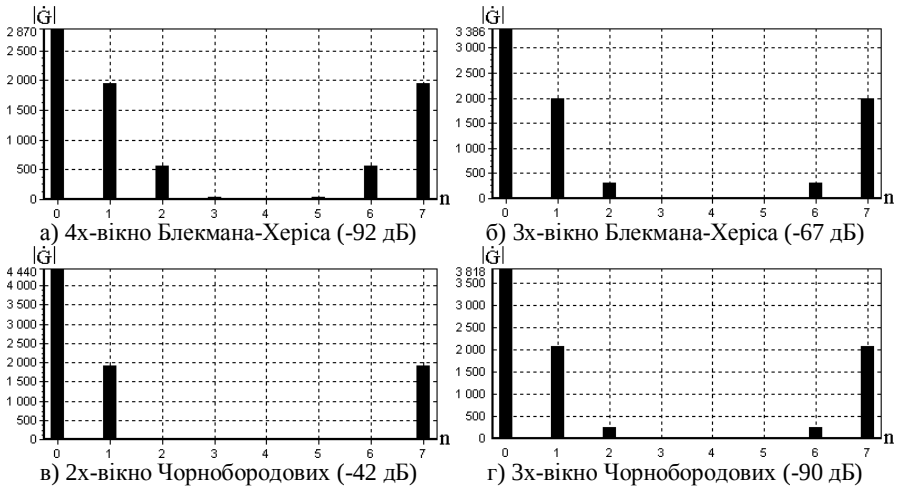
На жаль, інтервал спостереження (радіолокаційного зондування) цілі істотно обмежується вимогами до часу оновлення інформації на екрані робочого міста оператора РЛС. Тому кількість випромінюваних станцією імпульсів зондування тотожна кількості фільтрів ДПФ й становить величину $N=8...16$. Через це, вагові функції $3x$ й ширше, що забезпечують дуже низькі рівні бічних пелюсток АЧХ (а, отже, дуже широку центральну пелюстку), стають малоприслужними для застосування у системах первинної обробки радіолокаційної інформації в умовах впливу пасивних завад (див. мал. 1.15).

Для випадку $N=8$, $A_{\text{м.п.}}=1000$ (60 дБ) й $\Delta\varphi_{\text{м.п.}}=0^\circ$ на мал. 1.15 показано, що чим ширша головна пелюстка фільтру ДПФ, тим:

а) менше відрізняються амплітуди першої бічної пелюстки (фільтри № 1 й 7) від амплітуди центральної пелюстки (фільтр № 0) пасивної завади;

¹ заявлений в [1] рівень першої бічної пелюстки

б) менше залишається фільтрів, вільних від впливу пасивної завади: для вікна Блекмана-Херіса (-92 дБ) це лише один фільтр (№ 4 – див. мал. 1.15, а)), для вікон Блекмана-Херіса (-67 дБ) й Чорнобородових (-90 дБ) це три фільтри (№ 3..5 – див. мал. 1.15, б)), для вікна Чорнобородових (-42 дБ) – п'ять фільтрів (№ 2-6).



Малюнок 1.15 – Вплив вагової функції на ступінь міжфільтрового просочування

Окрім того, практично усі функції мають дуже великий розкид параметрів в залежності від кількості крапок ДПФ. Наприклад, вони здатні забезпечувати заявлені в літературі рівні бічних пелюсток лише для довгих частотних пачок ($N > 20$), які практично не застосовуються в основних режимах роботи РЛС.

Для малого числа імпульсів зондування (наприклад, $N=8$) вікна 3х-7х, мають надто великий рівень міжфільтрового просочування через збільшену ширину головної пелюстки фільтру ДПФ з ваговим вікном (1.3) відносно випадку відсутності вагової обробки (1.2). Чим більший цей рівень, тим нижча ймовірність виявлення цілі, що рухається на тлі потужної пасивної завади.

1.6. Підвищення роздільної здатності ДПФ

Розширення головної пелюстки можна компенсувати шляхом

переходу до обчислення ДПФ на більшу кількість крапок, тим самим збільшуючи роздільну здатність. Але для цього треба мати більше відліків сигналу. В умовах сталих ширини діаграми спрямованості й періоду повторення імпульсів зондування, збільшення кількості випромінюваних сигналів в РЛС може досягатися або шляхом зниження швидкості руху антени, або шляхом зниження дальності дії РЛС. У першому випадку це означає зниження темпу оновлення інформації, що є критичним для швидкісних цілей й систем керування повітряним рухом, що мусять відповідати нормам ІКАО (Міжнародна організація цивільної авіації).

Існує хибна думка про те, що збільшення роздільної здатності ДПФ можна досягти шляхом штучного додавання "відліків" з нульовою амплітудою й обчислення перетворення Фур'є на бажану кількість крапок. На мал. 16, а) наведено АЧХ фільтрів ДПФ з різними ваговими функціями для випадку восьми відліків сигналу, штучно доповнених ще вісьмома нульовими відліками. Порівнюючи мал. 7, а) й мал. 16, а), можна побачити, що за такої операції штучного збільшення кількості фільтрів перетворення:

а) для вікон $1x$, $2x$:

1) не відбувається звуження центральної пелюстки – її ширина залишається або сталою ($1x$), або, навіть, дещо розширюється ($2x$). Так само розширюються й бічні пелюстки;

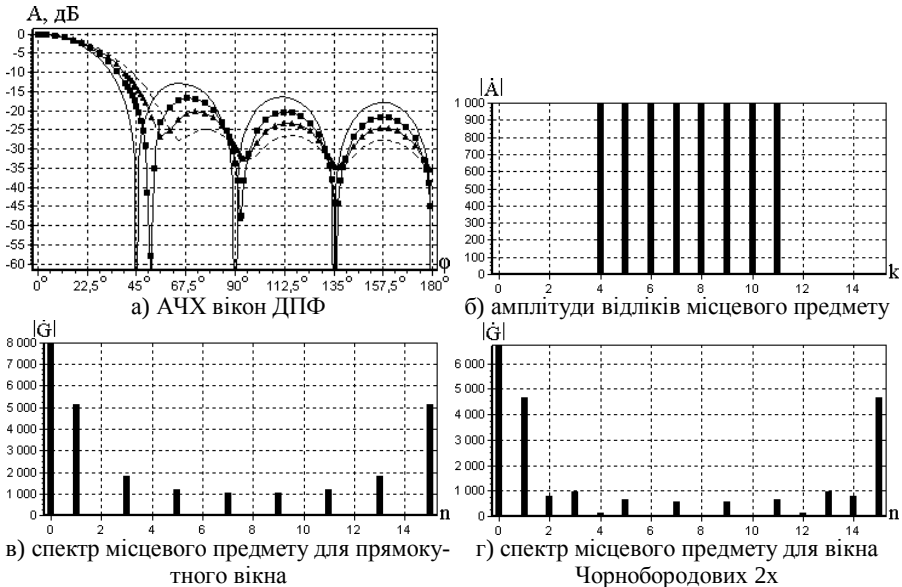
2) через розширення бічних пелюсток нулі АЧХ фільтрів у загальному випадку не збігаються з центральними частотами решти фільтрів ДПФ (їх позначено вертикальними лініями координатної сітки). Якщо за цього для вікна $1x$ нулів АЧХ вдвічі меншає, то для вікна $2x$ нулі АЧХ розбігаються з центральними частотами усіх фільтрів ДПФ, але ця розбіжність зменшується по мірі віддалення від центральної частоти фільтру;

3) спостерігається істотне збільшення рівня бічних пелюсток для функції $2x$ з -42 дБ до -17 дБ;

б) для решти вагових функцій ($3x$ й ширше):

1) має місце зникнення нулів АЧХ як таких. Через це зникає й поняття центральної пелюстки;

2) якщо під бічними пелюстками тепер розуміти локальні максимуми АЧХ, то спостерігається істотне збільшення їх рівня. Наприклад, для вікна Блекмана-Херіса $3x$: з -62 дБ до -21 дБ.



Малюнок 1.16 – Шістнадцяти крапковий ДПФ за штучного доповнення восьми відліків вхідного сигналу вісьмома нульовими амплітудами

На мал. 1.16, б) наведено 8 відліків ($k=4..11$), одержаних для місцевого предмету на виході формувача квадратурних складових, й штучно доданих 8 нульових амплітуд ($k=0..3, 12..15$). Підсумки обчислення 16-крапкового ДПФ над такими вхідними даними подано на мал. 1.16, в), г). На мал. 1.16, в) наведено спектр місцевого предмету для прямокутного вікна, а на мал. 1.16, г) – для вікна Чорнобородових 2x. Порівнюючи мал. 1.15 й мал. 1.16, можна зробити висновок про погіршення можливості виявлення мало- й середньорозмірних цілей на фоні потужної (60 дБ) пасивної завади: якщо для 8-крапкового ДПФ (див. мал. 1.15, в)) наявні 5 фільтрів, вільних від впливу завади, то для штучно створеного 16-крапкового ДПФ (див. мал. 1.16, г)) – лише 3 фільтри. У випадку прямокутного вікна (див. мал. 1.16, в) та 1.15, в)) вільна від впливу лише половина фільтрів. Для вікон 3x й ширше місцевий предмет впливатиме на амплітуди, що накопичуватимуться у кожному фільтрі.

1.7. Швидке перетворення Фур'є

Не зважаючи на те, що гармонійний аналіз є чи не найдавнішим розділом прикладної математики, широкого практичного застосування він одержав лише з розвитком цифрової імпульсної техніки. Операція ДПФ безпосередньо за формулою (1.2) вимагає виконання достатньо великої кількості математичних операцій (N^2), перш за все – множення. Поява інтегральних суматорів дала поштовх до розробки ефективних алгоритмів гармонійного аналізу, що дозволяють зменшити кількість обчислювальних операцій не лише до $N \cdot \log_2 N$, а, подекуди, й до N .

З метою пришвидшення обчислення ДПФ, розроблено багато способів, які об'єднують під однією загальною назвою – швидке перетворення Фур'є (ШПФ). Розвиток прикладного гармонійного аналізу йшов таким шляхом: алгоритм Кулі-Т'юкі, алгоритм простих множників Томаса-Гуда, алгоритм Рейдера, алгоритм Тоома-Кука, алгоритм Винограду й алгоритм простих множників.

Ідея ШПФ полягає в наступному: оскільки домножування на довертальні множники $e^{\pm j2\pi \cdot k \cdot n/N}$ (див. (1.2) й (1.3)) – це домножування на функції $\sin(2\pi \cdot k \cdot n/N)$ й $\cos(2\pi \cdot k \cdot n/N)$, то, в силу відомих тригонометричних формул приведення $[\sin(\alpha \pm 90^\circ), \sin(\alpha \pm 180^\circ)]$, кількість операцій множення можна або скоротити, або замінити додаванням чи відніманням (за $2\pi \cdot k \cdot n/N = 0, \pm 90^\circ, \pm 180^\circ$). Окрім того, переважна кількість операцій застосовується для обчислення значень вихідного сигналу не одного фільтру, а кількох одночасно.

Проте, використання вагової обробки збільшує число операцій множення: вхідний сигнал спочатку підлягає помноженню на коефіцієнти вікна K_k , лише після чого проводиться процедура обчислення ШПФ.

Таким чином, метод ШПФ за проведення гармонійного аналізу є ефективним в обчислювальному плані й забезпечує одержання задовільних результатів для багатьох сигналів. Окрім зазначених переваг, гармонійний аналіз шляхом ДПФ має два суттєві недоліки:

а) обмеження на можливість розрізнення двох й більше сигналів близької частоти;

б) наявність ефекту "перетікання" енергії спектральної лінії з головної пелюстки до бічних пелюсток, що призводить до спотворення спектральних ліній інших сигналів. Правильний вибір вагової фун-

кції дозволяє зменшити рівень бічних пелюсток, але винятково за рахунок зниження роздільної здатності.

1.8. Контрольні питання

- 1.8.1. Походження й характеристики луна-сигналів.
- 1.8.2. Види перетворення Фур'є.
- 1.8.3. Мета проведення вагової обробки за обчислення ДПФ та її наслідки.
- 1.8.4. Чим визначається кількість крапок ДПФ.
- 1.8.5. ДПФ як гребінець фільтрів накопичення.
- 1.8.6. Принцип ДПФ.
- 1.8.7. Критерії якості "вікна".
- 1.8.8. Чи існує зв'язок між шириною головної пелюстки й рівнем бічних пелюсток?
- 1.8.9. Методи підвищення роздільної здатності.
- 1.8.10. Чи можна, маючи 3 відліки сигналу, обчислити 100-крапкове ДПФ?
- 1.8.11. Чим відрізняється ДПФ від ШПФ?

1.9. Опис інтерфейсу програми "Лабораторна робота "ДПФ й вагові вікна""

1.9.1. Програма "Лабораторна робота "ДПФ й вагові вікна"" містить кілька форм, на яких розташовано елементи керування типу "кнопка", "пташка", "поле", "поле з переліком", "перелік" й "закладинка".

1.9.2. У верхній частині форми "Лабораторна робота "ДПФ й вагові вікна"" розташовано генератор вхідних сигналів, який задає кількість крапок (фільтрів) ДПФ, амплітуди й фази трьох типів сигналів: шумів (ефіру й власних РЛС), пасивних завад й цілей (корисних сигналів), а також тип вагової функції.

Кількість фільтрів ДПФ N задається у полі "Фільтрів ДПФ" форми "Лабораторна робота "ДПФ й вагові вікна"".

"Пташка" "усюди" дозволяє задати ціль у кожному елементі розділення за дальністю з амплітудою 10 од. й фазовим кутом $\Delta\phi$, що дорівнює номеру дискрета дальності. Наприклад, це дозволяє дослідити роботу ДПФ для сигналів із зсувом фаз від 0° до 360° .

1.9.3. Аби задати прямокутне вікно, зніміть "пташку" "Вагове вікно" (за цього вміст поля "Вагове вікно" може бути довільним). Для вибору будь-якого іншого вікна треба вибрати його назву у полі з переліком "Вагове вікно" й встановити "пташку".

1.9.4. Кнопки з розділу "Перегляд" форми містять інструменти відображення даних.

Якщо на графіках необхідно збільшити масштаб у деякій прямокутній області зображення, то достатньо натиснути лівою кнопкою "миші" у потрібному місці, розтягнути прямокутник (зліва направо, згори вниз) й відпустити кнопку. Зворотна операція до масштабування здійснюється шляхом розтягування прямокутника зправа наліво.

Рухати зображення можна натиснувши праву кнопку "миші".

Зміна розмірів зображення може здійснюватися шляхом зміни розмірів форми.

1.9.5. Натискання на кнопку "ДПФ" відкриває форму з 6 гістограмами. У нижньому лівому куті розташовано кнопку перемикач режимів відображення комплексних величин: у алгебраїчній чи показниковій формах подання.

У режимі "алгебраїчну форму" у лівому стовпці наводяться модулі амплітуди, у правому – фази. У режимі "показникову форму" у лівому стовпці наводяться Re- , а у правому – Im- складові комплексного числа.

Кожний рядок форми містить по 2 гістограми з комплексними числами. У верхньому рядку форми наводиться сигнал у часовій області. Тобто відгуки імпульсів зондування, відбиті від об'єктів, що розташовані на тій чи іншій відстані від РЛС (номер дискрета дальності виводиться у заголовку форми). Тому за віссю ординат тут відкладені номери імпульсів запуску.

У середньому й нижньому рядках форми наводиться сигнал у частотній області. Тобто результат обчислення ДПФ над комплексними амплітудами вхідних сигналів (розташованих рядком вище). Тому за віссю ординат тут відкладені номери фільтрів ДПФ. У середньому рядку форми виводяться комплексні амплітуди спектральних складових, обчислених без застосування вікна (з прямокутним вікном), а у нижньому рядку форми – з вибраним вікном (див. п. 1.9.3. Примітка: стан "пташки" "Вагове вікно" тут не має значення).

Горизонтальна смуга прокрутки змінює номер елемента дальності, інформація про який відображується на екрані. У заголовку форми

виводиться номер дискрета дальності.

За незаповненого поля з переліком (у нижньому лівому куті форми) на гістограмах відображаються комплексні амплітуди (вхідних радіолокаційних сигналів чи їх спектрів) одного елемента розділення дальності. Вибравши значення "фільтр № ..." з'являється поле з переліком "Вывод дискрет", де зазначається бажана кількість відліків сигналу, після чого треба змінити горизонтальний розмір відповідного графіка.

Зміна горизонтального розміру гістограми здійснюється шляхом наведення курсору "миші" на вертикальну лінію, що розділяє відповідні графіки амплітуд й фаз. За цього курсор набуває вигляду конденсатора із стрілочками. За подвійного натискання лівою кнопкою "миші" або перетягування вертикальної розділової лінії, змінюється кількість відліків сигналу, що відображається на графіках.

Видалення значення "фільтр № ..." мусить здійснюватися шляхом натискання клавіш {DEL} чи {Backspace} на клавіатурі.

1.9.6. Якщо поле з переліком містить значення "фільтр № ...", то на екрані відображаються комплексні амплітуди кількох елементів розділення дальності (зазначено у полі з переліком "Вывод дискрет"), але лише одного імпульсу зондування (верхній рядок графіків) та фільтру ДПФ (середній та нижній рядки графіків). У різних рядках графіків можна відображувати різну кількість даних.

У цьому режимі можна здійснити автоматичний розрахунок основних статистичних величин за інформацією модулів амплітуд зазначеної кількості (у полі з переліком "Вывод дискрет") шляхом подвійного натискання лівої кнопки "миші" на відповідному графіку:

- математичного сподівання $\bar{X}$ сер;
- дисперсії D ;
- середньо-квадратичного відхилення СКВ.

1.9.7. За натискання на кнопки "Пасивна завада" чи "Ціль" з'являються форми "Параметри пасивної завади" чи "Параметри цілі", що містять закладки "ІЗ № 0", "ІЗ № 1", ..., "ІЗ № N-1". Кожну закладку призначено для задавання параметрів сигналів, відбитих від імпульсу зондування з відповідним номером (з N можливих). Оскільки цілі й пасивні завади можуть знаходитися у різній кількості на довільних відстанях від РЛС, то кожна закладка містить таблицю на 3 стовпці: номер дискрета дальності, амплітуда й фаза (відбитого сигналу).

Задавати параметри відбитих сигналів можна безпосередньо у таблиці. Але зручніше буде скористатися елементами керування, розташованими у нижній частині форми:

- "Дискрет" – дальність до об'єкта (наприклад, цілі);
- "Д1" – для задавання параметрів тривалої за дальністю пасивної завади (наприклад, гори чи хмари), що знаходиться між дискретами № "Дискрет" й "Д1";
- "Амплітуда", " $\Delta\phi$ " й " ϕ_0 " – амплітуда, зсув фаз й початкова фаза відбитого сигналу від об'єкта (наприклад, цілі). Фаза задається й відображується у градусах. Кнопка "Внести" переписує значення для заданих елементів дальності введеними;

За натискання кнопки "Угу!" усі зміни зберігаються й форма закривається.

За натискання кнопки "У-у" зміни не зберігаються й форма закривається.

За натискання кнопки "0" усі сигнали прибираються.

1.9.8. За допомоги кнопки (й відповідної "пташки") "Власний шум" можна задати шумову складову радіолокаційного сигналу на вході системи первинної обробки РЛС у вигляді випадкової послідовності з нормальним законом розподілу. Рівень шуму задається у розрядах АЦП. За натискання кнопки "Угу!" генератор шуму змінює послідовність випадкових величин й форма закривається. За натискання кнопки "У-у" змін не відбувається й форма закривається.

1.10. Послідовність виконання роботи

1.10.1. За виконання лабораторної роботи кількість крапок ДПФ N вибирається рівною кількості літер у прізвисьці студента. Кількість фільтрів ДПФ N задається у полі "Фільтрів ДПФ" форми "Лабораторна робота "ДПФ й вагові вікна"".

1.10.2. На формі "Лабораторна робота "ДПФ й вагові вікна"" натиснути кнопку "АЧХ вікон" й заповнити табл. 1.1 та зробити висновки про переваги й недоліки вагових вікон. За оформлення звіту, вагові функції у табл. 1.1 треба згрупувати за другим стовпчиком.

У правій частині вікна розташовано перелік назв вікон, що пропонуються для досліджень. Натискання лівою кнопкою "миші" на певній назві дозволяє відобразити АЧХ лише вибраного типу вагової функції. Одночасне з цим натискання клавіші клавіатури {CTRL} до-

зволяє виводити на екран кілька АЧХ одночасно. Порада: спочатку натисніть {CTRL} й, не відпускаючи її, натисніть лівою кнопкою "миші".

Таблиця 1.1 – Параметри вагових функцій

Назва ва- гового ві- кна	Ширина центральної пелю- стки фільтру (за першим нулем АЧХ)	Максимальний рівень бічних пелюсток фільт- ру
Вікна 2х-		
...	...	...
Вікна 3х-		
...	...	...
Вікна 4х-		
...	...	...

Кнопка у правому верхньому куті форми "АЧХ" переводить зображення до логарифмічного або одиничного масштабів.

1.10.3. Відповідно до п. 1.5.4 доповнити табл. 1.1 назвами решти параметрів вагових функцій. Заповнити табл. 1.1 даними за допомоги кнопки "Параметри вікон" й відповідного поля з переліком назв внизу форми "Лабораторна робота "ДПФ й вагові вікна"".

Ширину смуги пропускання треба визначити за рівнями -3 дБ й -6 дБ.

1.10.4. Дослідити зміну спектра цілі (амплітуди відбитих сигналів задати у N одиниць – див. п. 1.9.2) у випадку застосування (див. п. 1.9.5) прямокутного вікна, трикутного вікна (Феєра-Бартлета), а також (на власний вибір) для вагових функцій 2х-, 3х- й 4х- (по одній з кожної групи):

а) розрахувати фазовий зсув $\Delta\phi$, що відповідає центральній частоті фільтра з номером $N/2$, побудувати й замалювати спектр;

б) розрахувати фазовий зсув $\Delta\phi$, що відповідає середній частоті між центральними частотами фільтрів з номерами $N/4$ й $N/4+1$, побудувати й замалювати спектр.

Якщо величини $N/2$ чи $N/4$ виходять дробними, то ці значення – округлити. Якщо округлені $N/2$ й $N/4$ виходять однаковими, то замість $N/4$ застосувати $2 \cdot N$.

Пояснити різницю в амплітудах й формі спектральних складо-

вих обох сигналів.

1.10.5. Задати рівень шумів у 3 розряди АЦП (див. п. 1.9.8) й повторити п. 1.10.4.

1.10.6. На формі "Лабораторна робота "ДПФ й вагові вікна"" натиснути кнопку "ДПФ". Визначити мінімальну кількість відліків сигналу, на якій основні імовірнісні характеристики нормального шуму (СКЗ, дисперсія, математичне сподівання – див. п. 1.9.6) набувають чинності відповідно до їх математичного визначення. Тобто, скільки відліків сигналу треба мати, аби порахувати основні імовірнісні характеристики нормального шуму? За підсумками досліджень заповнити табл. 1.2.

Таблиця 1.2 - Основні імовірнісні характеристики шуму

Кількість відліків	СКЗ	Дисперсія	Мат. сподівання
10			
20			
...			

Порівняйте статистичні характеристики нормального шуму до ДПФ й після. Зробіть висновок про вплив алгоритму ДПФ на ці характеристики.

1.10.7. Оформіть звіт.

1.11. Перелік посилань

1. Хэррис Ф. Дж. Использование окон при гармоническом анализе дискретного преобразования Фурье // ТИИЭР. – 1978. - Т. 66. - № 1. – С. 60-96.

2. Годлевский В. С. Численный синтез оконных функций для дискретного преобразования Фурье [Текст] / В. С. Годлевский, А. М. Денисенко // Электронное моделирование. – 2006. – Т. 28. - № 4. – С. 75-87.

3. Дворкович А. В. Синтез эффективных оконных функций для оценки параметров сигналов с помощью ДПФ [Текст] // Радиотехника. – 2005. - № 5. – С. 25-34.

4. Чорнобородова Н. П. Синтез вагових функцій з малим рівнем міжфільтрового просочування для дискретного перетворення Фур'є [Текст] / Н. П. Чорнобородова, М. П. Чорнобородов // Системи озброєння і військова техніка. – Х.: ХУПС, 2008. - № 2. – С. 159-162.