

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Запорізький національний технічний університет

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНІ ЗАВДАННЯ
З ТЕОРІЇ ФУНКЦІЙ КОМПЛЕКСНОЇ ЗМІННОЇ
для студентів спеціальностей
«Радіотехніка» та «Інформаційні мережі зв'язку»
усіх форм навчання

2014

Розрахунково-графічні завдання з теорії функцій комплексної змінної для студентів спеціальностей «Радіотехніка» та «Інформаційні мережі зв'язку» усіх форм навчання / Укл.: В.М.Онуфрієнко, Н.В.Сніжко, Н.М.Антоненко. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2014. – 42 с.

Укладачі: В.М.Онуфрієнко, професор, д.ф.-м.н.
Н. В. Сніжко, доцент, к.ф.-м.н.
Н. М. Антоненко, ст. викл., к. ф.-м.н.

Експерт
спеціальності: В.С. Кабак, доцент, к.т.н.

Рецензент: В.П.Чумаченко, професор, д.ф.-м.н.

Відповідальний
за випуск: Н. В. Сніжко, доцент, к.ф.-м.н.

Затверджено
Радою загальнотехнічного
факультету ЗНТУ
Протокол № 6
від 12.03.14

Затверджено
на засіданні кафедри загальної
математики ЗНТУ
Протокол № 7
від 06.03.14

ЗМІСТ

Вступ	4
1 Функції комплексної змінної.	6
2 Інтегрування аналітичних функцій	23
3 Елементи операційного числення.	34
Література	42

ВСТУП

Як відомо, одним з видів самостійної роботи студентів є виконання на протязі семестру типових розрахункових завдань. Їхньою метою є відпрацювання практичних вмінь та навичок. Вони покликані допомогти студентам більш глибоко засвоїти теоретичний матеріал і навчитися застосовувати набуті знання для розв'язання практичних задач. Запропоновані типові розрахунково-графічні завдання відповідають курсу «Теорія функцій комплексної змінної», який читається для студентів спеціальностей «Радіотехніка» та «Інформаційні мережі зв'язку» у II семестрі.

Даний практикум охоплює практично всі основні розділи даного курсу; тут містяться завдання по всіх темах курсу, запропоновано 30 варіантів завдань для самостійної роботи. Крім того, наведений список рекомендованої літератури, як основної, так і додаткової.

Типові розрахунково-графічні завдання виконуються протягом семестру, що забезпечує студентам систематичне вивчення курсу на основі опрацювання рекомендованих підручників та посібників, самостійного пошуку необхідних літературних джерел та матеріалів, їх аналізу та узагальнення, самостійного дослідження та письмового викладення практичних питань.

Номер варіанту студент обирає за номером у списку в журналі. Робота виконується українською або російською мовою в письмовій формі, бажано в зошиті у клітинку. Необхідно залишати поля для приміток. На титульному аркуші роботи потрібно вказати назву предмету, спеціальність, групу та курс, прізвище, ім'я та по батькові студента, прізвище викладача, який приймає роботу.

В типовому розрахунково-графічному завданні студент повинен розв'язати подані задачі методами, вказаними у завданнях, а також зробити всі необхідні креслення (графічні розв'язки). При цьому студентові необхідно показати набуті теоретичні знання з курсу.

При виконанні роботи можна використовувати як лекційний матеріал та матеріал практичних занять, так і допоміжну літературу, наведену в кінці даного посібника. Перед виконанням завдань рекомендується спочатку вивчити відповідний теоретичний матеріал,

потім розібратись у розв'язаннях задач, які виконувались на практичних заняттях, і тільки після цього приступати до виконання власне типової розрахунково-графічної роботи.

При оцінюванні роботи показником її якості є, перш за все, те, наскільки студент самостійно і правильно розв'язав поставлені задачі та зрозумів зміст отриманих розв'язків. З цією метою при захисті роботи студенту можуть бути задані додаткові питання, в тому числі і з теоретичного матеріалу, який вноситься на іспит.

Робота, яка відповідає зазначеним вимогам, подається на кафедру викладачу для перевірки і наступного захисту у формі співбесіди у визначений термін (як правило, під час модульного контролю). На захисті роботи студент повинен вміти:

- викласти зміст поставлених задач та довести їхні розв'язки;
- відповісти на запитання щодо змісту одержаних розв'язків;
- відповісти на додаткові питання.

Позитивні результати захисту роботи оформлюються відповідною кількістю рейтингових балів. Роботи, які не відповідають зазначеним вимогам, не зараховуються і повертаються студенту для доопрацювання із зазначенням терміну повторного захисту.

1 ФУНКЦІЇ КОМПЛЕКСНОЇ ЗМІННОЇ

Завдання 1.1. Комплексному числу надати тригонометричної і показникової форми.

- 1) $z_1 = -2 + 2\sqrt{3}i$; $z_2 = -\sqrt{29}$; $z_3 = i\sqrt{5}$.
- 2) $z_2 = \sqrt{3}$; $z_3 = 1 - \sqrt{3}i$; $z_4 = -15i\sqrt{2}$.
- 3) $z_2 = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$; $z_3 = -\sqrt[5]{64}$; $z_4 = -i\sqrt[3]{31}$.
- 4) $z_2 = \sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{5}i$; $z_3 = -3,5i$; $z_4 = \sqrt{2}$.
- 5) $z_2 = 3 + i$; $z_3 = -12i$; $z_4 = -3^7$.
- 6) $z_2 = -3^{15} + i \cdot 3^{15}$; $z_3 = -i\sqrt{3}$; $z_4 = -15\sqrt{3}$.
- 7) $z_2 = 2 + 2\sqrt{3}i$; $z_3 = i \cdot 2^{-\sqrt{5}}$; $z_4 = -25^{\sqrt[3]{3}}$.
- 8) $z_2 = \sqrt{3} - i$; $z_3 = \sqrt{26}i$; $z_4 = -3^{\sqrt{3}}$.
- 9) $z_2 = \sqrt[6]{23} - \sqrt[6]{23}i$; $z_3 = \frac{3}{25}$; $z_4 = -6^{\sqrt[7]{6}}$.
- 10) $z_2 = -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$; $z_3 = \sqrt[5]{6}i$; $z_4 = 15^{\sqrt{6}}$.
- 11) $z_2 = \sqrt[5]{6} - i\sqrt[5]{6}$; $z_3 = 9,9i$; $z_4 = \sqrt[5]{26}$.
- 12) $z_2 = -1 - i$; $z_3 = -4\sqrt{3}$; $z_4 = 5^{100}$.
- 13) $z_2 = -\sqrt{13}i$; $z_3 = -2\sqrt{3} - 2i$; $z_4 = -5^{25}$.
- 14) $z_1 = 2 - 2\sqrt{3}i$; $z_2 = -\sqrt{26}$; $z_3 = i\sqrt{7}$.
- 15) $z_2 = \sqrt{11}$; $z_3 = -1 - \sqrt{3}i$; $z_4 = -13\sqrt{2}$.
- 16) $z_2 = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$; $z_3 = -\sqrt[5]{27}$; $z_4 = -i\sqrt[3]{13}$.
- 17) $z_2 = -\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{5}i$; $z_3 = -4,5i$; $z_4 = \sqrt{8}$.
- 18) $z_2 = -3 + i$; $z_3 = -32i$; $z_4 = -2^{100}$.

$$19) z_2 = -3^{15} - i \cdot 3^{15}; z_3 = i\sqrt{3}; z_4 = -\sqrt[3]{3}.$$

$$20) z_2 = -2 - 2\sqrt{3}i; z_3 = i \cdot 3^{-\sqrt{5}}; z_4 = -15^{\sqrt[3]{3}}.$$

$$21) z_2 = -\sqrt{3} - i; z_3 = \sqrt{21}i; z_4 = -9^{\sqrt{3}}.$$

$$22) z_2 = -\sqrt[6]{23} - \sqrt[6]{23}i; z_3 = \frac{3}{5}; z_4 = -2^{\sqrt[7]{2}}.$$

$$23) z_2 = \sqrt{2} - i\sqrt{2}; z_3 = \sqrt[5]{2}i; z_4 = 11^{\sqrt{6}}.$$

$$24) z_2 = -\sqrt[5]{6} - i\sqrt[5]{6}; z_3 = 8,9i; z_4 = \sqrt[5]{23}.$$

$$25) z_2 = -1 + i; z_3 = -4\sqrt{7}; z_4 = 6^{100}.$$

$$26) z_2 = -\sqrt{15}i; z_3 = 2\sqrt{3} - 2i; z_4 = -25^{25}.$$

$$27) z_1 = -2 - 2\sqrt{3}i; z_2 = -\sqrt{13}; z_3 = i\sqrt{3}.$$

$$28) z_2 = \sqrt{7}; z_3 = -1 + \sqrt{3}i; z_4 = -17i\sqrt{3}.$$

$$29) z_2 = -\sqrt{3} + i; z_3 = \sqrt{12}i; z_4 = -7^{\sqrt{3}}.$$

$$30) z_2 = \sqrt[6]{23} + \sqrt[6]{23}i; z_3 = \frac{31}{51}; z_4 = -4^{\sqrt[3]{2}}.$$

Завдання 1.2. Комплексному числу w надати вигляду $a + ib$.
Навести геометричну інтерпретацію.

$$1) w = (3 - i)(2 + 3i); \quad w = \frac{1 + 2i}{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}i}; \quad w^8 - i = 0.$$

$$2) w = (2 + i)(-1 + 3i); \quad w = \frac{-1 + 3i}{\frac{1}{4} - \frac{1}{3}i}; \quad w^3 - i + 1 = 0.$$

$$3) w = (1 - i)(-3 - 2i); \quad w = \frac{1 - 2i}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}i}; \quad w^4 - 1 + \sqrt{3}i = 0.$$

$$4) w = (3+i)(1+2i); \quad w = \frac{1+i}{-\frac{3}{4}-\frac{1}{3}i}; \quad w^6 - 1 + i\sqrt{3} = 0.$$

$$5) w = (3-2i)(1+2i); \quad w = \frac{-2+3i}{-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}i}; \quad w^5 + 1 = 0.$$

$$6) w = (3-2i)(-3+i); \quad w = \frac{1-i}{\frac{1}{4}-\frac{3}{4}i}; \quad w^8 + 1 = 0.$$

$$7) w = (1-i)(-2+3i); \quad w = \frac{-1+i}{\frac{2}{3}-\frac{1}{3}i}; \quad w^6 - 1 = 0.$$

$$8) w = (2-i)(1+2i); \quad w = \frac{3-i}{\frac{1}{3}-\frac{2}{3}i}; \quad w^8 - 1 = 0.$$

$$9) w = (1+2i)(-1+3i); \quad w = \frac{-2-3i}{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}i}; \quad w^6 + 2 - 2i = 0.$$

$$10) w = (1+2i)(3+i); \quad w = \frac{-1+2i}{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}i}; \quad w^6 + i = 0.$$

$$11) w = (2+3i)(1-2i); \quad w = \frac{1+2i}{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}i}; \quad w^8 + i = 0.$$

$$12) w = (-1-2i)(-1+3i); \quad w = \frac{-1-i}{\frac{1}{3}-\frac{1}{2}i}; \quad w^4 - 1 + i = 0.$$

$$13) w = (-2-3i)(1-2i); \quad w = \frac{1+2i}{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i}; \quad w^6 - i = 0.$$

$$14) w = (3+i)(2+3i); \quad w = \frac{1+2i}{\frac{1}{3}-\frac{1}{2}i}; \quad w^6 + 1 = 0.$$

$$15) w = (2+i)(-1-3i); \quad w = \frac{-1+3i}{\frac{1}{4}+\frac{1}{3}i}; \quad w^6 - 1 - i\sqrt{3} = 0.$$

$$16) w = (1-i)(3-2i); \quad w = \frac{1-2i}{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}i}; \quad w^6 + 1 - i\sqrt{3} = 0.$$

$$17) w = (3+i)(1-2i); \quad w = \frac{1+i}{-\frac{3}{4}+\frac{1}{3}i}; \quad w^6 + 1 + i\sqrt{3} = 0.$$

$$18) w = (3-2i)(1-2i); \quad w = \frac{-2+3i}{-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}i}; \quad w^3 - i - 1 = 0.$$

$$19) w = (3-2i)(3+i); \quad w = \frac{1-i}{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}i}; \quad w^3 + i - 1 = 0.$$

$$20) w = (1-i)(-2-3i); \quad w = \frac{-1+i}{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}i}; \quad w^3 + i + 1 = 0.$$

$$21) w = (-2-i)(1+2i); \quad w = \frac{3-i}{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}i}; \quad w^3 + 1 + i\sqrt{3} = 0.$$

$$22) w = (-1+2i)(1+3i); \quad w = \frac{-2-3i}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}i}; \quad w^3 - 1 + i\sqrt{3} = 0.$$

$$23) w = (1-2i)(3-i); \quad w = \frac{-1+2i}{\frac{1}{3}-\frac{2}{3}i}; \quad w^3 + 1 - i\sqrt{3} = 0.$$

$$24) w = (2 - 3i)(1 - 2i); \quad w = \frac{1 + 2i}{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}i}; \quad w^3 - 1 - i\sqrt{3} = 0.$$

$$25) w = (1 - 2i)(-1 + 3i); \quad w = \frac{-1 - i}{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}i}; \quad w^5 - 1 = 0.$$

$$26) w = (2 - 3i)(1 + 2i); \quad w = \frac{1 + 2i}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i}; \quad w^5 - i = 0.$$

$$27) w = (1 - 2i)(3 - 5i); \quad w = \frac{-1 - 2i}{\frac{1}{3} - \frac{2}{3}i}; \quad w^5 + i = 0.$$

$$28) w = (2 - 3i)(5 - 2i); \quad w = \frac{1 - 2i}{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}i}; \quad w^4 - 1 - i = 0.$$

$$29) w = (1 - 5i)(-1 + 3i); \quad w = \frac{-1 + i}{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}i}; \quad w^4 + 1 + i = 0.$$

$$30) w = (2 - 3i)(5 + 2i); \quad w = \frac{1 - 2i}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i}; \quad w^4 + 1 - i = 0.$$

Завдання 1.3. а), б) Обчислити.

$$1) \text{ а) } (\sqrt{3} + i)^{126}; \quad \text{б) } i^{3i}.$$

$$2) \text{ а) } (1 + i)^{137}; \quad \text{б) } i^{\frac{1}{i}}.$$

$$3) \text{ а) } (2 + 2i)^{28}; \quad \text{б) } 1^i.$$

$$4) \text{ а) } (1 - i)^{72}; \quad \text{б) } (-1)^{\sqrt{2}}.$$

- 5) a) $(\sqrt{3} - 3i)^{36}$; б) $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2i}$
- 6) a) $(1 + i\sqrt{3})^{40}$; б) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^{1+i}$.
- 7) a) $(\sqrt{3} + 3i)^{48}$; б) $(1 - i)^{3-3i}$.
- 8) a) $\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{24}$; б) $1^{\sqrt{2}}$.
- 9) a) $\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{30}$; б) $(-2)^{\sqrt{2}}$.
- 10) a) $\left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{46}$; б) 2^i .
- 11) a) $\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{52}$; б) 1^{-i} .
- 12) a) $(3 - i\sqrt{3})^{24}$; б) $\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{1+i}$.
- 13) a) $(1 + \sqrt{2} + i(\sqrt{2} + 1))^{12}$; б) $(3 - 4i)^{1+i}$.
- 14) a) $(\sqrt{3} - i)^{126}$; б) i^{2i} .
- 15) a) $(1 - i)^{137}$; б) $i^{\frac{2}{i}}$.
- 16) a) $(2 - 2i)^{28}$; б) 1^{2i} .
- 17) a) $(1 + i)^{72}$; б) $(-1)^{2\sqrt{2}}$.
- 18) a) $(\sqrt{3} + 3i)^{36}$; б) $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{4i}$.

- 19) a) $(1-i\sqrt{3})^{40}$; б) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^{2+2i}$.
- 20) a) $(\sqrt{3}-3i)^{48}$; б) $(1-i)^{2-2i}$.
- 21) a) $\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{24}$; б) $1^{2\sqrt{2}}$.
- 22) a) $\left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{30}$; б) $(-2)^{2\sqrt{2}}$.
- 23) a) $\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{46}$; б) 2^{2i} .
- 24) a) $\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{52}$; б) 1^{-2i} .
- 25) a) $(3+i\sqrt{3})^{24}$; б) $\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2+2i}$.
- 26) a) $(1+\sqrt{2}-i(\sqrt{2}+1))^{12}$; б) $(3-4i)^{2(1+i)}$.
- 27) a) $\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{22}$; б) 2^{4i} .
- 28) a) $\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{33}$; б) 1^{-3i} .
- 29) a) $(3+i\sqrt{3})^{30}$; б) $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2+2i}$.
- 30) a) $(1+\sqrt{2}-i(\sqrt{2}+1))^{24}$; б) $(3-4i)^{3(1+i)}$.

Завдання 1.4. Знайти множину точок на площині комплексної змінної z , що визначається наступними умовами (графічно).

- | | |
|--|---|
| 1) а) $ z - 8 < 1 - 8\bar{z} ;$ | б) $\begin{cases} z = 4, \\ \frac{p}{2} < \arg z < p. \end{cases}$ |
| 2) а) $\operatorname{Im}(\bar{z})^2 < 1;$ | б) $\begin{cases} -\frac{p}{4} < \operatorname{Re} z < \frac{p}{4}, \\ -\infty < \operatorname{Im} z < \infty. \end{cases}$ |
| 3) а) $\operatorname{Im} \frac{1}{z} < -\frac{1}{2};$ | б) $\begin{cases} z = 4, \\ p < \arg z < \frac{3p}{2}. \end{cases}$ |
| 4) а) $\frac{1}{4} < \operatorname{Re} \frac{1}{z} + \operatorname{Im} \frac{1}{z} < \frac{1}{2};$ | б) $\begin{cases} 0 < \operatorname{Im} z < p, \\ -\infty < \operatorname{Re} z < 9. \end{cases}$ |
| 5) а) $ z = \operatorname{Im} z - 1;$ | б) $\begin{cases} z = 2, \\ -\frac{p}{2} < \arg z < 0. \end{cases}$ |
| 6) а) $\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z < 1;$ | б) $\begin{cases} 0 < \operatorname{Re} z < \frac{p}{2}, \\ 0 < \operatorname{Im} z < \infty. \end{cases}$ |
| 7) а) $\operatorname{Re}(\bar{z})^2 = 1;$ | б) $\begin{cases} -p < \operatorname{Re} z < p, \\ -\infty < \operatorname{Im} z < 0. \end{cases}$ |
| 8) а) $\operatorname{Re}(1 + z) = z ;$ | б) $\begin{cases} z < \infty, \\ -\frac{p}{4} < \arg z < \frac{p}{4}. \end{cases}$ |
| 9) а) $ z - 3 < 1 - 3\bar{z} ;$ | б) $\begin{cases} 0 < \operatorname{Im} z < p, \\ 0 < \operatorname{Re} z < \infty. \end{cases}$ |

$$10) \text{ a) } |z| - 3 \operatorname{Im} z = 6;$$

$$11) \text{ a) } 3|z| - \operatorname{Re} z = 12;$$

$$12) \text{ a) } |z| = \operatorname{Re} z + 1;$$

$$13) \text{ a) } \operatorname{Im}(\overline{z^2 - z}) = 2 - \operatorname{Im} z;$$

$$14) \text{ a) } |z - 1| < |1 - \overline{z}|;$$

$$15) \text{ a) } \operatorname{Im}(\overline{z})^2 > 2;$$

$$16) \text{ a) } \operatorname{Im} \frac{1}{z} > -\frac{1}{3};$$

$$17) \text{ a) } \frac{1}{6} < \operatorname{Re} \frac{1}{z} + \operatorname{Im} \frac{1}{z} < \frac{1}{4};$$

$$18) \text{ a) } |z| > \operatorname{Im} z - 1;$$

$$19) \text{ a) } \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z > 24;$$

$$\text{б) } \begin{cases} \operatorname{Im} z > 0, \\ \operatorname{Re} z > 0. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} |z| < \infty, \\ \frac{p}{2} < \arg z < p. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} -p < \operatorname{Im} z < 0, \\ 0 < \operatorname{Re} z < \infty. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} |\overline{z}| = 3, \\ 0 < \arg z < \frac{p}{2}. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} |z| = 5, \\ \frac{p}{2} < \arg z < p. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} -\frac{3p}{4} < \operatorname{Re} z < \frac{3p}{4}, \\ -\infty < \operatorname{Im} z < \infty. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} |z| = 6, \\ p < \arg z < \frac{3p}{2}. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 0 < \operatorname{Im} z < p, \\ -\infty < \operatorname{Re} z < 4. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} |z| = 3, \\ -\frac{p}{2} < \arg z < 0. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 0 < \operatorname{Re} z < \frac{3p}{2}, \\ 0 < \operatorname{Im} z < \infty. \end{cases}$$

$$20) \text{ a) } \operatorname{Re}(\bar{z})^2 < 2;$$

$$\text{б) } \begin{cases} -2p < \operatorname{Re} z < 2p, \\ -\infty < \operatorname{Im} z < 0. \end{cases}$$

$$21) \text{ a) } \operatorname{Re}(1+z) > |z|;$$

$$\text{б) } \begin{cases} |z| < \infty, \\ -\frac{3p}{4} < \arg z < \frac{3p}{4}. \end{cases}$$

$$22) \text{ a) } |z-4| > |1-4\bar{z}|;$$

$$\text{б) } \begin{cases} 0 < \operatorname{Im} z < 2p, \\ 0 < \operatorname{Re} z < \infty. \end{cases}$$

$$23) \text{ a) } |z| - 3\operatorname{Im} z > 6;$$

$$\text{б) } \begin{cases} \operatorname{Im} z < 0, \\ \operatorname{Re} z > 0. \end{cases}$$

$$24) \text{ a) } 3|z| - \operatorname{Re} z < 12;$$

$$\text{б) } \begin{cases} |z| < \infty, \\ \frac{p}{2} < \arg z < 2p. \end{cases}$$

$$25) \text{ a) } |z| < \operatorname{Re} z + 1;$$

$$\text{б) } \begin{cases} -2p < \operatorname{Im} z < 0, \\ 0 < \operatorname{Re} z < \infty. \end{cases}$$

$$26) \text{ a) } \operatorname{Im}(\bar{z}^2 - \bar{z}) > 2 - \operatorname{Im} z;$$

$$\text{б) } \begin{cases} |\bar{z}| = 2, \\ 0 < \arg z < \frac{p}{2}. \end{cases}$$

$$27) \text{ a) } |z-5| > |1-5\bar{z}|;$$

$$\text{б) } \begin{cases} 0 < \operatorname{Im} z < 3p, \\ 0 < \operatorname{Re} z < \infty. \end{cases}$$

$$28) \text{ a) } \operatorname{Im} \frac{1}{z} < \frac{1}{6};$$

$$\text{б) } \begin{cases} |z| = 9, \\ p < \arg z < \frac{3p}{2}. \end{cases}$$

$$29) \text{ a) } \operatorname{Re} \frac{1}{z} > -\frac{1}{8};$$

$$\text{б) } \begin{cases} |z| = 7, \\ \frac{3p}{2} < \arg z < 2p \end{cases}$$

$$30) \text{ а) } \operatorname{Im} \frac{1}{z} > 1;$$

$$\text{б) } \begin{cases} 0 < \operatorname{Re} z < \frac{5p}{2}, \\ 0 < \operatorname{Im} z < \infty. \end{cases}$$

Завдання 1.5. Відновити аналітичну функцію за заданою дійсною або уявною частиною $u(x, y)$, $v(x, y)$.

$$1) u(x, y) = 2^x \cos(y \ln 2) \qquad 2) v(x, y) = 2^x \sin(y \ln 2).$$

$$3) u(x, y) = e^x (x \cos y - y \sin y). \qquad 4) v(x, y) = -2y - 2xy.$$

$$5) u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + y. \qquad 6) v(x, y) = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}.$$

$$7) u(x, y) = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2). \qquad 8) u(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}.$$

$$9) v(x, y) = -2 \sin x \operatorname{sh} y. \qquad 10) v(x, y) = 3x^2 y - y^3.$$

$$11) u(x, y) = 2x + x^2 - y^2. \qquad 12) v(x, y) = -\frac{y}{x^2 + y^2}.$$

$$13) v(x, y) = -e^{-2x} \sin 2y. \qquad 14) u(x, y) = e^{-2x} \cos 2y.$$

$$15) v(x, y) = 2 \cos x \operatorname{ch} y. \qquad 16) u(x, y) = -3^x \cos(y \ln 3).$$

$$17) v(x, y) = -3^x \sin(y \ln 3). \qquad 18) u(x, y) = e^x (y \sin y - x \cos y).$$

$$19) v(x, y) = 2y + 2xy + 3y. \qquad 20) u(x, y) = -x^3 + 3xy^2 - y + 2x.$$

$$21) v(x, y) = -\operatorname{arctg} \frac{y}{x} + y. \qquad 22) u(x, y) = -\frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2) + x.$$

$$23) u(x, y) = x - \frac{x}{x^2 + y^2}. \qquad 24) v(x, y) = 3 \sin x \operatorname{sh} y + y.$$

$$25) v(x, y) = -3x^2 y + y^3 + 2y. \qquad 26) u(x, y) = -2x - x^2 + y^2 + 3x.$$

$$27) v(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2} + 2y. \qquad 28) v(x, y) = -e^{-3x} \sin 3y + y.$$

$$29) u(x, y) = e^{-3x} \cos 3y + x.$$

$$30) v(x, y) = -3 \cos x \cosh y + y.$$

Завдання 1.6. Обчислити інтеграл.

$$1. \oint_{|z-1|=1} \operatorname{Re} z \, dz \text{ (обхід проти годинникової стрілки).}$$

$$2. \int_C \operatorname{Re} z \, dz, \text{ де } C - \text{ відрізок, який з'єднує точки } z_1 = 0 \text{ і } z_2 = \frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (напряв обходу від } z_1 \text{ до } z_2).$$

$$3. \int_C \frac{dz}{z}, \text{ де } C - \text{ верхнє півколо } |z| = 3 \text{ (напряв обходу від } z_1 = 3 \text{ до } z_2 = -3).$$

$$4. \int_C \frac{z}{(\bar{z})} dz, \text{ де } C - \text{ півколо } |z| = 2, 0 \leq \arg z \leq p.$$

$$5. \int_C |z| \bar{z} \, dz, \text{ де } C - \text{ півколо } |z| = 1, -p \leq \arg z \leq 0.$$

$$6. \int_C \frac{z}{(\bar{z})} dz, \text{ де } C - \text{ верхнє півколо } |z| = 1 \text{ (напряв обходу від } z_1 = 1 \text{ до } z_2 = -1).$$

$$7. \int_C \frac{z}{(\bar{z})} dz, \text{ де } C - \text{ півколо } |z| = 2, -p \leq \arg z \leq 0.$$

$$8. \int_C |z| \, dz, \text{ де } C - \text{ півколо } |z| = 2, -\frac{p}{2} \leq \arg z \leq \frac{p}{2}.$$

$$9. \oint_{|z|=1} \bar{z} z \, dz \text{ (обхід за годинниковою стрілкою).}$$

10. $\oint_{|z|=1} |z| z \, dz$ (обхід проти годинникової стрілки).
11. $\int_C \bar{z} \, dz$, де C – верхнє півколо $|z| = 2$ (напряв обходу від $z_1 = -2$ до $z_2 = 2$).
12. $\oint_{|z|=2} \operatorname{Re} z \, dz$ (обхід проти годинникової стрілки).
13. $\int_C |z| \bar{z} \, dz$, де C – верхнє півколо $|z| = 1$ (напряв обходу від $z_1 = 1$ до $z_2 = -1$).
14. $\oint_{|z-1|=1} (z-1)^2 \, dz$ (обхід проти годинникової стрілки).
15. $\oint_{|z|=2} z \bar{z} \, dz$ (обхід проти годинникової стрілки).
16. $\int_C z \bar{z} \, dz$, де C – верхнє півколо $|z| = 3$ (напряв обходу від $z_1 = -3$ до $z_2 = 3$).
17. $\int_C z \bar{z} \, dz$, де C – нижнє півколо $|z| = 4$ (напряв обходу від $z_1 = -4$ до $z_2 = 4$).
18. $\oint_{|z|=2} |z| \bar{z} \, dz$ (обхід проти годинникової стрілки).
19. $\oint_{|z|=1} |z|^2 \, dz$ (обхід за годинниковою стрілкою).
20. $\int_C |z|^2 \, dz$, де C – верхнє півколо $|z| = 1$ (напряв обходу від $z_1 = 1$ до $z_2 = -1$).

21. $\int_C |z|^2 dz$, де C – нижнє півколо $|z| = 1$ (напря́м обходу від $z_1 = -1$

до $z_2 = 1$).

22. $\oint_{|z|=7} |z| dz$ (обхід проти годинникової стрілки).

23. $\int_C |z| dz$, де C – півколо $|z| = 2$, $\frac{p}{2} \leq \arg z \leq \frac{3p}{2}$.

24. $\oint_{|z|=1} \bar{z} dz$ (обхід проти годинникової стрілки).

25. $\int_C \frac{dz}{z}$, де C – верхнє півколо $|z| = 4$ (напря́м обходу від $z_1 = -4$

до $z_2 = 4$).

26. $\int_C \frac{dz}{z}$, де C – нижнє півколо $|z| = 3$ (напря́м обходу від $z_1 = 3$ до

$z_2 = -3$).

27. $\int_C |z| dz$, де C – півколо $|z| = 3$, $\frac{p}{2} \leq \arg z \leq \frac{3p}{2}$.

28. $\int_C |z| dz$, де C – півколо $|z| = 5$, $-\frac{p}{2} \leq \arg z \leq \frac{p}{2}$.

29. $\int_C \bar{z} dz$, де C – нижнє півколо $|z| = 3$ (напря́м обходу від $z_1 = -3$

до $z_2 = 3$).

30. $\oint_{|z|=5} |z|^3 dz$ (обхід за годинниковою стрілкою).

Завдання 1.7. Користуючись інтегральною формулою Коші і нескінченною диференційовністю аналітичних функцій, обчислити інтеграли.

$$1) \int_{|z|=\frac{3}{2}} \frac{ch z dz}{1-z}; \quad \int_{|z-1|=1} \frac{\sin \frac{p}{4} z dz}{(z-1)^3}.$$

$$2) \int_{|z-3|=2} \frac{z dz}{(z+4)^3(z-2)}; \quad \int_{|z|=1} \frac{sh^2 z dz}{z^3}.$$

$$3) \int_{|z-1|=1} \frac{z shz dz}{(z+1)(z^2-1)}; \quad \int_{|z|=2} \frac{ch e^{ipz} dz}{z^3-3z^2}.$$

$$4) \int_{|z-i|=2} \frac{e^{iz} dz}{z^2+4}; \quad \int_{|z-1|=\frac{1}{2}} \frac{e^{iz} dz}{(z^2-1)^2}.$$

$$5) \int_{|z-1|=1} \frac{z dz}{z^4-1}; \quad \int_{|z|=2} \frac{e^z dz}{(z+3)(1-z)^3}.$$

$$6) \int_{|z-1|=\frac{1}{2}} \frac{e^z dz}{(z-1)(z^2+1)}; \quad \int_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{(1-\sin z) dz}{z^2}.$$

$$7) \int_{|z+i|=1} \frac{e^{iz} dz}{z^2+1}; \quad \int_{|z-3i|=4} \frac{e^z dz}{(z^2+9)^2}.$$

$$8) \int_{|z-1|=1} \frac{\sin \frac{p}{4} z dz}{(z-1)(z-3)^2}; \quad \int_{|z+1|=1} \frac{z \sin z dz}{(z^2-1)^2}.$$

- 9) $\int_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{1}{z} \cos \frac{p}{z+1} dz;$ $\int_{|z-2i|=1} \frac{\frac{1}{e^z} dz}{(z^2 + 4)^2}.$
- 10) $\int_{|z-1|=1} \frac{\sin pz dz}{z^2 - 1};$ $\int_{|z-a|=\frac{1}{2}} \frac{z e^z dz}{(z-a)^3}.$
- 11) $\int_{|z-1|=1} \frac{z dz}{z^4 - 1};$ $\int_{|z+1|=1} \frac{dz}{z(z^2 - 1)^2}.$
- 12) $\int_{|z-2i|=2} \frac{e^{iz} dz}{z^2 + 4};$ $\int_{|z+i|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{z(z^2 + 1)^2}.$
- 13) $\int_{|z-4|=1} \frac{ch e^{ipz} dz}{z^3 - 4z^2};$ $\int_{|z|=1} \frac{e^{z^2} dz}{z^3 - 4z}.$
- 14) $\int_{|z|=\frac{5}{2}} \frac{sh z dz}{1-z};$ $\int_{|z-1|=2} \frac{\cos \frac{p}{4} z dz}{(z-1)^3}.$
- 15) $\int_{|z-3|=3} \frac{z^2 dz}{(z+4)^3(z-2)};$ $\int_{|z|=5} \frac{sh^2 z + z dz}{z^3}.$
- 16) $\int_{|z-1|=\frac{3}{2}} \frac{z chz dz}{(z+1)(z^2 - 1)};$ $\int_{|z|=1} \frac{sh e^{ipz} dz}{z^3 - 3z^2}.$
- 17) $\int_{|z-i|=1} \frac{ze^{iz} dz}{z^2 + 4};$ $\int_{|z-1|=1} \frac{e^z dz}{(z^2 - 1)^2}.$

$$18) \int_{|z-1|=\frac{1}{2}} \frac{z+1}{z^4-1} dz;$$

$$19) \int_{|z-1|=1} \frac{ze^z}{(z-1)(z^2+1)} dz;$$

$$20) \int_{|z+i|=\frac{1}{2}} \frac{ze^{iz}}{z^2+1} dz;$$

$$21) \int_{|z-1|=2} \frac{\cos \frac{p}{4} z}{(z-1)(z-3)^2} dz;$$

$$22) \int_{|z|=\frac{1}{7}} \frac{1}{z} \sin \frac{p}{z+1} dz;$$

$$23) \int_{|z-1|=1} \frac{z \sin pz}{z^2-1} dz;$$

$$24) \int_{|z-1|=\frac{1}{3}} \frac{z^2}{z^4-1} dz;$$

$$25) \int_{|z-2i|=1} \frac{ze^{iz}}{z^2+4} dz;$$

$$26) \int_{|z-4|=3} \frac{sh e^{ipz}}{z^3-4z^2} dz;$$

$$\int_{|z|=\frac{5}{2}} \frac{e^z}{(z+4)(1-z)^3} dz.$$

$$\int_{|z|=4} \frac{(2-\sin z) dz}{z^2}.$$

$$\int_{|z-3i|=1} \frac{e^{iz}}{(z^2+9)^2} dz.$$

$$\int_{|z+1|=\frac{1}{2}} \frac{z \cos z}{(z^2-1)^2} dz.$$

$$\int_{|z-2i|=\frac{3}{2}} \frac{\frac{1}{z} e^z}{(z^2+4)^2} dz.$$

$$\int_{|z-a|=2} \frac{z e^z}{(z-a)^3} dz.$$

$$\int_{|z+1|=\frac{1}{4}} \frac{dz}{z(z^2-1)^2}.$$

$$\int_{|z+i|=\frac{1}{5}} \frac{dz}{z(z^2+1)^2}.$$

$$\int_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{e^{z^2}}{z^3-4z} dz.$$

2 ІНТЕГРУВАННЯ АНАЛІТИЧНИХ ФУНКЦІЙ

Завдання 2.1. Знайти області збіжності наступних степеневих рядів.

$$1) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z}{1-i} \right)^n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{z^n \cos in}.$$

$$2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n + 1}{(z + 2i)^n} + \sum_{n=1}^{\infty} e^{i \frac{p}{n}} (z + 2i)^n.$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} ch \frac{i}{n} \cdot (z + 1)^n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n (z + 1)^n}.$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3 + 4i)^n}{(z + 2i)^n} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z + 2i)^n}{n^n}.$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n (z - 2 + i)^n} + \sum_{n=0}^{\infty} (1 + in)(z - 2 + i)^n.$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{z} \right)^n + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z}{4} \right)^n.$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(z + 1 - i)^n} + \sum_{n=0}^{\infty} n(z + 1 - i)^n.$$

$$8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin in}{(z - i)^n} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z - i)^n}{n!}.$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^4 z^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n 2^n}.$$

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 1}{(z + 1)^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z + 1)^n}{(1 - i)^n}.$$

- 11) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(z+2i)^n} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z+2i)^n}{5^n}.$
- 12) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-i)^n}{2^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{(n+1)!(z-i)^n}.$
- 13) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 1}{(z-1+i)^n} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-1+i)^n}{5^n + 1}.$
- 14) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z-i}{1-i} \right)^n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(z-i)^n \cos in}.$
- 15) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n + 1}{z^n} + \sum_{n=1}^{\infty} e^{\frac{p}{n}} z^n.$
- 16) $\sum_{n=1}^{\infty} ch \frac{i}{n} \cdot z^n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n z^n}.$
- 17) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3+4i)^n}{z^n} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n^n}.$
- 18) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n z^n} + \sum_{n=0}^{\infty} (1+in)z^n.$
- 19) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{z+i} \right)^n + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z+i}{4} \right)^n.$
- 20) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{z^n} + \sum_{n=0}^{\infty} n z^n.$
- 21) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin in}{z^n} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}.$
- 22) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^4 (z-2i)^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2i)^n}{n 2^n}.$

$$23) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 1}{z^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{(1-i)^n}.$$

$$24) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{z^n} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{5^n}.$$

$$25) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{2^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{(n+1)! z^n}.$$

$$26) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 1}{z^n} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{5^n + 1}.$$

$$27) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{z+3i} \right)^n + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z+3i}{5} \right)^n.$$

$$28) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{(z-1)^n} + \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)(z-1)^n.$$

$$29) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{z-5i} \right)^n + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z-5i}{4} \right)^n.$$

$$30) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+i)^n}{(z+i)^n} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z+i)^n}{n^n}.$$

Завдання 2.2. Розкласти наступні функції в ряд Лорана у вказаних областях.

$$1) f(z) = \frac{1}{z^2 + 1}, \quad 1 < |z - 2i| < 3;$$

$$g(z) = \frac{e^{-z^2}}{z^4}, \quad 0 < |z| < \infty.$$

$$2) f(z) = \frac{z}{z^2 + 4}, \quad 1 < |z + i| < 3;$$

$$g(z) = \frac{\sin \frac{1}{z}}{z^2}, \quad 0 < |z| < \infty.$$

$$3) \quad f(z) = \frac{1}{z(z+1)}, \quad 0 < |z| < 1;$$

$$g(z) = \frac{e^{-\frac{1}{z}}}{z^5}, \quad 0 < |z| < \infty.$$

$$4) \quad f(z) = \frac{1}{z^2 + 4z - 5}, \quad 1 < |z| < 5;$$

$$g(z) = \frac{\cos z^2}{z^7}, \quad 0 < |z| < \infty.$$

$$5) \quad f(z) = \frac{1}{z^2 - 3z + 2}, \quad 4 < |z + 3| < 5;$$

$$g(z) = z^6 \cos \frac{1}{z}, \quad 0 < |z| < \infty.$$

$$6) \quad f(z) = \frac{1}{z^2 + 4z - 5}, \quad 1 < |z - 2| < 7;$$

$$g(z) = z^5 e^{-\frac{1}{z^2}}, \quad 0 < |z| < \infty.$$

$$7) \quad f(z) = \frac{z}{z^2 + 4}, \quad 1 < |z - i| < 3;$$

$$g(z) = \frac{\sin z^2}{z^6}, \quad 0 < |z| < \infty.$$

$$8) \quad f(z) = \frac{1}{z^2 - 1}, \quad 1 < |z - 2| < 3;$$

$$g(z) = z^3 \operatorname{sh} \frac{1}{z}, \quad 0 < |z| < \infty.$$

- 9) $f(z) = \frac{1}{z^2 + z - 12}$, $2 < |z - 1| < 5$;
 $g(z) = z^5 \operatorname{ch} \frac{1}{z}$, $0 < |z| < \infty$.
- 10) $f(z) = \frac{1}{z^2 - 5z + 6}$, $1 < |z - 1| < 2$;
 $g(z) = \frac{\operatorname{sh} z^2}{z^5}$, $0 < |z| < \infty$.
- 11) $f(z) = \frac{1}{z^2 - 3z - 10}$, $1 < |z + 1| < 6$;
 $g(z) = \frac{\operatorname{ch} z^2}{z^7}$, $0 < |z| < \infty$.
- 12) $f(z) = \frac{z}{z^2 + 9}$, $2 < |z + i| < 4$;
 $g(z) = \frac{e^{-z}}{z^6}$, $0 < |z| < \infty$.
- 13) $f(z) = \frac{z}{z^2 + 16}$, $3 < |z - i| < 5$;
 $g(z) = z^6 \operatorname{sh} \frac{1}{z^2}$, $0 < |z| < \infty$.
- 14) $f(z) = \frac{1}{z^2 + 1}$, $1 < |z + 2i| < 3$;
 $g(z) = \frac{e^{-z^2}}{z^2}$, $0 < |z| < \infty$.
- 15) $f(z) = \frac{z}{z^2 + 1}$, $1 < |z + 2i| < 3$;
 $g(z) = \frac{\sin \frac{1}{z}}{z}$, $0 < |z| < \infty$.

$$16) f(z) = \frac{1}{z(z+1)}, \quad 0 < |z+1| < 1;$$

$$g(z) = \frac{e^{-\frac{1}{z}}}{z^2}, \quad 0 < |z| < \infty.$$

$$17) f(z) = \frac{1}{z^2 + 4z - 5}, \quad 2 < |z+1| < 4;$$

$$g(z) = \frac{\cos z^2}{z^5}, \quad 0 < |z| < \infty.$$

$$18) f(z) = \frac{1}{z^2 - 3z + 2}, \quad 1 < |z| < 2;$$

$$g(z) = z^4 \cos \frac{1}{z}, \quad 0 < |z| < \infty.$$

$$19) f(z) = \frac{1}{z^2 + 4z - 5}, \quad 2 < |z+3| < 4;$$

$$g(z) = z^3 e^{-\frac{1}{z^2}}, \quad 0 < |z| < \infty.$$

$$20) f(z) = \frac{z}{z^2 + 1}, \quad 1 < |z - 2i| < 3;$$

$$g(z) = \frac{\sin z^2}{z^5}, \quad 0 < |z| < \infty.$$

$$21) f(z) = \frac{1}{z^2 - 1}, \quad 1 < |z+2| < 3;$$

$$g(z) = z^2 \operatorname{sh} \frac{1}{z}, \quad 0 < |z| < \infty.$$

$$22) f(z) = \frac{1}{z^2 + z - 12}, \quad 3 < |z| < 4;$$

$$g(z) = z^4 \operatorname{ch} \frac{1}{z}, \quad 0 < |z| < \infty.$$

$$23) f(z) = \frac{1}{z^2 - 5z + 6}, \quad 1 < |z| < 2;$$

$$g(z) = \frac{sh z^2}{z^4}, \quad 0 < |z| < \infty.$$

$$24) f(z) = \frac{1}{z^2 - 3z - 10}, \quad 2 < |z| < 5;$$

$$g(z) = \frac{ch z^2}{z^5}, \quad 0 < |z| < \infty.$$

$$25) f(z) = \frac{z}{z^2 + 9}, \quad 2 < |z - i| < 4;$$

$$g(z) = \frac{e^{-z}}{z^3}, \quad 0 < |z| < \infty$$

$$26) f(z) = \frac{z}{z^2 + 16}, \quad 3 < |z + i| < 5;$$

$$g(z) = z^3 sh \frac{1}{z^2}, \quad 0 < |z| < \infty.$$

$$27) f(z) = \frac{1}{z(z+1)}, \quad 1 < |z+2| < 2;$$

$$g(z) = \frac{\sin \frac{1}{z^2}}{z^2}, \quad 0 < |z| < \infty.$$

$$28) f(z) = \frac{1}{z(z+1)}, \quad 1 < |z-1| < 2;$$

$$g(z) = z^2 \cos \frac{1}{z^2}, \quad 0 < |z| < \infty.$$

$$29) f(z) = \frac{1}{z^2 - 4z - 5}, \quad 1 < |z| < 5;$$

$$g(z) = z^4 \sin \frac{1}{z^2}, \quad 0 < |z| < \infty.$$

$$30) f(z) = \frac{1}{z^2 + 5z + 6}, \quad 1 < |z| < 2;$$

$$g(z) = \frac{\cos z^2}{z}, \quad 0 < |z| < \infty.$$

Завдання 2.3. Обчислити інтеграли.

$$1) \int_{|z|=3} \frac{dz}{z(z+2)(z+4)}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+9)^2(x^2+16)^2}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x dx}{x^2+4x+20}.$$

$$2) \int_{|z-i|=3} \frac{e^{z^2}-1}{z^3-iz^2} dz; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x dx}{x^2+1}.$$

$$3) \int_{|z-i|=3} \frac{e^z dz}{(z^4+2z^2+1)}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{(x^2+4x+13)^2}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \cos x dx}{x^2+4x+20}.$$

$$4) \int_{\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1} \frac{\cos \frac{z}{2} dz}{(z^2-4)^2}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+4)^3}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x dx}{x^2-2x+10}.$$

$$5) \int_{x^2+y^2-2x=0} \frac{e^{2z} dz}{(z^3-1)^2}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{(x^2+4)^2}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x dx}{x^2+1}.$$

$$6) \int_{\frac{x^2}{4} + y^2 = 1} \frac{\sin pz dz}{(z^2-1)^3}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+2x+2)^2}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x dx}{x^2+9}.$$

$$7) \int_{x^2+y^2=16} \frac{z+1}{(z^2+2z-3)^2} dz; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^3}; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x dx}{x^2+4}.$$

$$8) \int_{\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{9}=1} \frac{z \sin z dz}{(z-1)^5}; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x dx}{x^2+9}; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+4)^2(x^2+16)^2}.$$

$$9) \int_{|z|=2} \frac{z^2+1}{(z^2-1)^2} dz; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+4x+13)^2}; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2x dx}{x^2+1}.$$

$$10) \int_{|z|=2} \frac{dz}{(z^2+1)^2(z^2+5)}; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{(x^2+1)^2}; \int_0^{\infty} \frac{x \sin x dx}{(x^2+1)(x^2+4)}.$$

$$11) \int_{|z|=3} \frac{dz}{(z^2-2z+2)^2}; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+4)^2}; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x dx}{(x^2+1)(x^2+9)}.$$

$$12) \int_{x^2+y^2=2y} \frac{dz}{z^4+1}; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+2x+2)^2}; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x dx}{(x^2+1)(x^2+4)}.$$

$$13) \int_{|z+1-i|=\sqrt{2}} \frac{z^2}{z^4+1} dz; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{(x^2+16)^2}; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2x dx}{(x^2+4)}.$$

$$14) \int_{|z|=5} \frac{dz}{z(z+2)(z+4)}; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2(x^2+16)^2}; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin 2x dx}{x^2+1}.$$

$$15) \int_{|z|=2} \frac{e^{z^2}-1}{z^3-iz^2} dz; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+1)^2}; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin 2x dx}{x^2+4}.$$

$$16) \int_{|z|=3} \frac{e^z dz}{(z^4+2z^2+1)}; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{(x^2+4x+20)^2}; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2x dx}{x^2+9}.$$

$$17) \int_{|z|=3} \frac{\cos z \, dz}{(z^2 - 4)^2}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 4)^2}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin 2x \, dx}{x^2 + 9}.$$

$$18) \int_{|z-1|=1} \frac{e^{2z} dz}{(z^3 - 1)^2}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 9)^2}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x \, dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 9)}.$$

$$19) \int_{|z|=2} \frac{\sin pz \, dz}{(z^2 - 1)^3}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{(x^2 + 2x + 2)^2}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin 3x \, dx}{x^2 + 1}.$$

$$20) \int_{|z|=5} \frac{z+1}{(z^2 + 2z - 3)^2} dz; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 9)^3}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 3x \, dx}{x^2 + 1}.$$

$$21) \int_{|z|=3} \frac{z \sin z \, dz}{(z-1)^5}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 3x \, dx}{x^2 + 4}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 4)^2 (x^2 + 9)^2}.$$

$$22) \int_{|z|=2} \frac{z^2 - 1}{(z^2 + 1)^2} dz; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 4x + 20)^2}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x \, dx}{(x^2 + 4)(x^2 + 9)}.$$

$$23) \int_{|z|=3} \frac{dz}{(z^2 + 4)^2 (z^2 + 10)}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 9)^2}; \quad \int_0^{\infty} \frac{x \sin x \, dx}{(x^2 + 4)(x^2 + 9)}.$$

$$24) \int_{|z|=3} \frac{dz}{(z^2 - 2z + 2)}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 16)^2}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin 2x \, dx}{(x^2 + 4)(x^2 + 1)}.$$

$$25) \int_{x^2 + y^2 = 2y} \frac{dz}{z^4 - 1}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 4x + 13)^2}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2x \, dx}{(x^2 + 1)^2 (x^2 + 4)^2}.$$

$$26) \int_{|z-1-i|=\sqrt{2}} \frac{z^2}{z^4 + 1} dz; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \, dx}{(x^2 + 9)^2}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 3x \, dx}{x^2 + 9}.$$

$$27) \int_{x^2+y^2=-2y} \frac{dz}{z^4-1}; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+16)^3}; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2x dx}{(x^2+1)(x^2+9)}.$$

$$28) \int_{x^2+y^2=2x} \frac{dz}{z^4-1}; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2(x^2+9)^2}; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin 2x dx}{(x^2+1)(x^2+9)^2}.$$

$$29) \int_{|z-1+i|=\sqrt{2}} \frac{z^2}{z^4+1} dz; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+16)^2}; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin 3x dx}{x^2+4}.$$

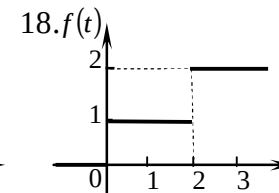
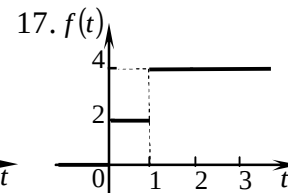
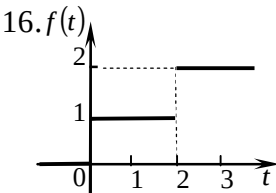
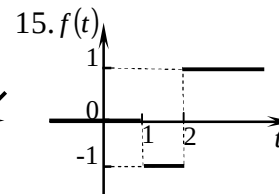
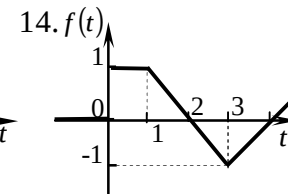
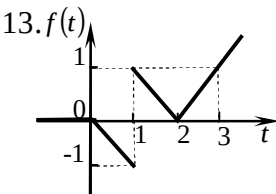
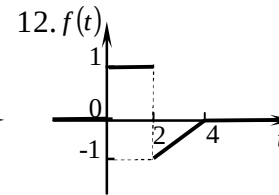
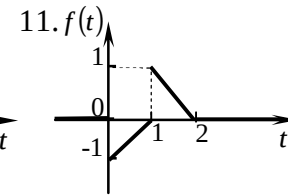
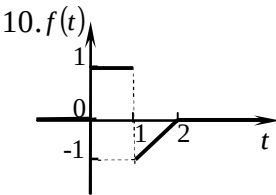
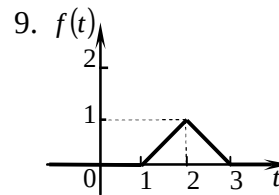
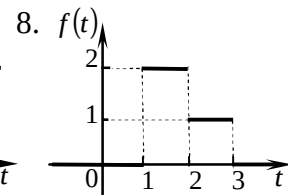
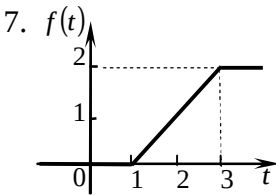
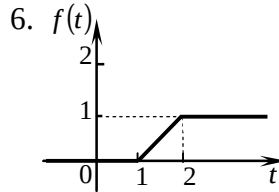
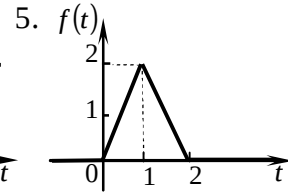
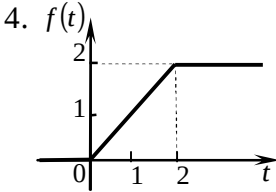
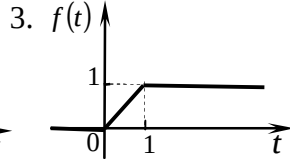
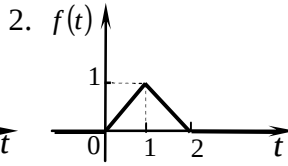
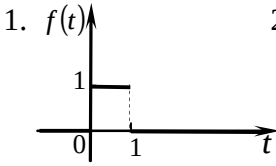
$$30) \int_{x^2+y^2=-2x} \frac{dz}{z^4-1}; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2(x^2+4)^2}; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin 3x dx}{x^2+9}.$$

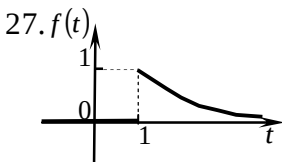
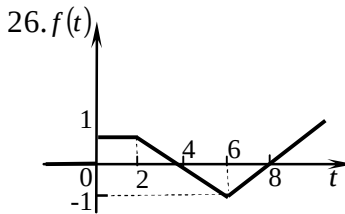
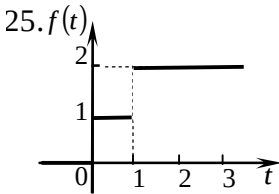
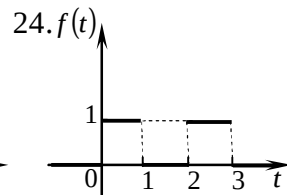
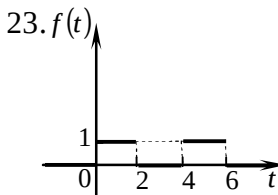
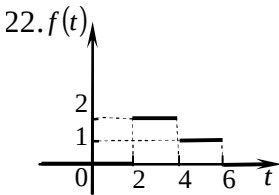
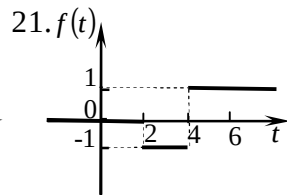
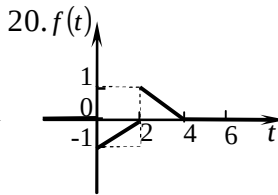
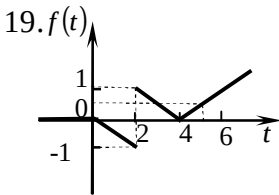
3 ЕЛЕМЕНТИ ОПЕРАЦІЙНОГО ЧИСЛЕННЯ

Завдання 3.1. а) Знайти зображення заданої функції-оригіналу.
б) Знайти зображення функції-оригіналу, заданої графічно (див. рис. далі).

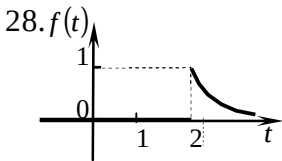
- | | |
|-----------------------------------|--|
| 1. а) $f(t) = \sin^2 t$ | 2. а) $f(t) = \cos^3 t$ |
| 3. а) $f(t) = \sin^4 t$ | 4. а) $f(t) = \sin 2t \cos 3t$ |
| 5. а) $f(t) = \sin 2t \sin 3t$ | 6. а) $f(t) = \cos 2t \cos 3t$ |
| 7. а) $f(t) = \cos^2 t$ | 8. а) $f(t) = \sin^3 t$ |
| 9. а) $f(t) = \cos^4 t$ | 10. а) $f(t) = t \sin 3t$ |
| 11. а) $f(t) = t \cos 2t$ | 12. а) $f(t) = te^t$ |
| 13. а) $f(t) = t^2 \cos t$ | 14. а) $f(t) = \cos^2(t-3) \cdot h(t-3)$ |
| 15. а) $f(t) = e^{t-2} h(t-2)$ | 16. а) $f(t) = \sin(t-1) \cdot h(t-1)$ |
| 17. а) $f(t) = e^{-4t} \cos^2 5t$ | 18. а) $f(t) = te^t \cos t$ |
| 19. а) $f(t) = e^{3t} \sin^2 t$ | 20. а) $f(t) = e^t \sin t$ |
| 21. а) $f(t) = t^3 e^{-t}$ | 22. а) $f(t) = t \cdot \sin 3t$ |
| 23. а) $f(t) = e^t \cos 5t$ | 24. а) $f(t) = e^{2t} \sin t$ |
| 25. а) $f(t) = (t+1) \sin 2t$ | 26. а) $f(t) = t(e^t + \cos t)$ |
| 27. а) $f(t) = e^{5t} \cos 7t$ | 28. а) $f(t) = e^{6t} \sin 3t$ |
| 29. а) $f(t) = (t+2) \cos t$ | 30. а) $f(t) = t(e^{4t} + \sin t)$ |

б)

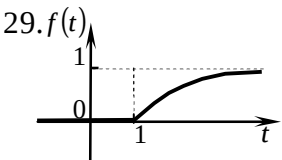




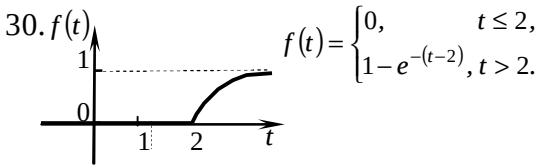
$$f(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 1, \\ e^{-2(t-1)}, & t > 1. \end{cases}$$



$$f(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 2, \\ e^{-(t-2)}, & t > 2. \end{cases}$$



$$f(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 1, \\ 1 - e^{-2(t-1)}, & t > 1. \end{cases}$$



Завдання 3.2. Для даних зображень знайти оригінали.

$$1. F(p) = \frac{e^{-p}}{p^2 - 1}.$$

$$2. F(p) = \frac{e^{-p/3}}{p(p^2 + 1)}.$$

$$3. F(p) = \frac{e^{-p/2}}{p(p+1)(p^2 + 4)}.$$

$$4. F(p) = \frac{e^{-p}}{p^2} + \frac{2e^{-2p}}{p^3} + \frac{6e^{-3p}}{p^4}.$$

$$5. F(p) = \frac{1}{p^2 + 1} (e^{-2p} + 2e^{-3p} + 3e^{-4p}).$$

$$6. F(p) = \frac{e^{-p}}{p^2 - 2p + 5}.$$

$$7. F(p) = \frac{pe^{-2p}}{p^2 - 4}.$$

$$8. F(p) = \frac{e^{-p}}{p(p-1)}.$$

$$9. F(p) = \frac{e^{-3p}}{(p+1)^2}.$$

$$10. F(p) = \frac{e^{-3p}}{p+3}.$$

$$11. F(p) = \frac{e^{-2p}}{p-1}.$$

$$12. F(p) = \frac{e^{-2p}}{p^2}.$$

$$13. F(p) = \frac{2e^{-p}}{p^3}.$$

$$14. F(p) = \frac{1}{p^2 + 4p + 5}.$$

$$15. F(p) = \frac{p}{(p+1)^2}.$$

$$16. F(p) = \frac{1}{p^2 + 4p + 3}.$$

$$17. F(p) = \frac{p}{(p^2 + 1)^2}.$$

$$18. F(p) = \frac{1}{p^3 + 2p^2 + p}.$$

$$\begin{array}{ll}
19. F(p) = \frac{1}{p^2 - p + 7} & 20. F(p) = \frac{2p^3 + p^2 + 2p + 2}{p^5 + 2p^4 + 2p^3} \\
21. F(p) = \frac{1}{p^2(p+1)^2} & 22. F(p) = \frac{p+2}{(p+1)(p-2)(p^2+4)} \\
23. F(p) = \frac{p^2 + 2p - 1}{p^3 + 3p^2 + 3p + 1} & 24. F(p) = \frac{2p + 3}{p^3 + 4p^2 + 5p} \\
25. F(p) = \frac{p^2 + 2p - 1}{p^3 - 2p^2 + 2p - 1} & 26. F(p) = \frac{1}{(p-1)^2(p+2)} \\
27. F(p) = \frac{3pe^{-2p}}{p^2 + 9} & 28. F(p) = \frac{pe^{-2p}}{p^2 + 9} \\
29. F(p) = \frac{e^{-3p}}{p^4} & 30. F(p) = \frac{e^{-4p}}{p^2 + 1}
\end{array}$$

Завдання 3.3. Розв'язати задачу Коші.

$$\begin{array}{ll}
1. \text{ а) } x' + x = e^{-t}, & x(0) = 1; \\
\text{ б) } x''' + 3x'' - 4x = 0, & x(0) = x'(0) = 0, \quad x''(0) = 2. \\
2. \text{ а) } x'' + x = 1, & x(0) = -1, \quad x'(0) = 0; \\
\text{ б) } x''' + x'' = \cos t, & x(0) = -2, \quad x'(0) = x''(0) = 0. \\
3. \text{ а) } x' - x = 1, & x(0) = -1; \\
\text{ б) } x'' + 2x' + 2x = 1, & x(0) = x'(0) = 0. \\
4. \text{ а) } x''' + x' = e^t, & x(0) = 0, \quad x'(0) = 2, \quad x''(0) = 0; \\
\text{ б) } x'' + x = t \cos t, & x(0) = x'(0) = 0.
\end{array}$$

5. a) $x' + 2x = \sin t$, $x(0) = 0$;
 б) $x'' + 2x' + 5x = 3$, $x(0) = 1$, $x'(0) = 0$.
6. a) $x''' + x' = \cos t$, $x(0) = 0$, $x'(0) = -2$, $x''(0) = 0$;
 б) $x'' - 4x = \sin \frac{3t}{2} \sin \frac{t}{2}$, $x(0) = 1$, $x'(0) = 0$.
7. a) $x'' + x' = 1$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$;
 б) $x''' + x'' = t$, $x(0) = -3$, $x'(0) = 1$, $x''(0) = 0$.
8. a) $x'' + 4x = t$, $x(0) = 1$, $x'(0) = 0$;
 б) $x''' + x' = e^{2t}$, $x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$.
9. a) $x'' + x = 0$, $x(0) = 1$, $x'(0) = 0$;
 б) $x'' + x = \cos t$, $x(0) = -1$, $x'(0) = 1$.
10. a) $x'' - 2x' + 5x = 1 - t$, $x(0) = x'(0) = 0$;
 б) $x'' + 4x = \sin t$, $x(0) = x'(0) = 0$.
11. a) $x'' = 1$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$;
 б) $x''' + x'' = \sin t$, $x(0) = x'(0) = 1$, $x''(0) = 0$.
12. a) $x'' + x' = \cos t$, $x(0) = 2$, $x'(0) = 0$;
 б) $x''' + 6x'' + 11x' + 6x = 1 + t + t^2$, $x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$.
13. a) $x'' + 3x' = e^t$, $x(0) = 0$, $x'(0) = -1$;
 б) $x'' - x' = te^t$, $x(0) = x'(0) = 0$.
14. a) $x''' + 3x'' + 3x' + x = 1$, $x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$;
 б) $x'' + x = t \cos 2t$, $x(0) = x'(0) = 0$.

$$15. a) x'' - 2x' = e^{2t}, \quad x(0) = x'(0) = 0;$$

$$б) x'' + 2x' + x = t^2, \quad x(0) = 1, x'(0) = 0.$$

$$16. a) x'' - x = \sin t, \quad x(0) = -1, x'(0) = 0;$$

$$б) x'' - x' = t^2, \quad x(0) = 0, x'(0) = 1.$$

$$17. a) x'' + 2x' - 3x = e^{-t}, \quad x(0) = 0, x'(0) = 1;$$

$$б) x'' + x' = \cos t, \quad x(0) = 2, x'(0) = 0.$$

$$18. a) x'' + 2x' + x = t, \quad x(0) = x'(0) = 0;$$

$$б) x'' - 3x' + 2x = e^t, \quad x(0) = x'(0) = 0.$$

$$19. a) x''' + x' = 1, \quad x(0) = x'(0) = x''(0) = 0;$$

$$б) x'' - 2x' + 2x = 1, \quad x(0) = x'(0) = 0.$$

$$20. a) x'' + x = 2 \sin t, \quad x(0) = 1, x'(0) = -1;$$

$$б) x''' - 2x'' + x' = 4, \quad x(0) = 1, x'(0) = 2, x''(0) = -2.$$

$$21. a) x'' + 2x' = t \sin t, \quad x(0) = x'(0) = 0;$$

$$б) x''' + 2x'' + 5x' = 0, \quad x(0) = -1, x'(0) = 2, x''(0) = 0.$$

$$22. a) x'' - 2x' + x = t - \sin t, \quad x(0) = x'(0) = 0;$$

$$б) x'' + x' = 4 \sin^2 t, \quad x(0) = 0, x'(0) = -1.$$

$$23. a) x'' + 2x' + x = \sin t, \quad x(0) = 0, x'(0) = -1;$$

$$б) x''' + x' = t, \quad x(0) = 0, x'(0) = -1, x''(0) = 0.$$

$$24. a) x'' + 4x = 2 \cos t \cos 3t, \quad x(0) = x'(0) = 0;$$

$$6) x'' - x' = te^t, \quad x(0) = 1, x'(0) = 0.$$

$$25. a) x''' - x'' = \sin t, \quad x(0) = x'(0) = x''(0) = 0;$$

$$6) x'' - 2x' + x = e^t, \quad x(0) = 0, x'(0) = 1.$$

$$26. a) x'' + 2x' + x = 2\cos^2 t, \quad x(0) = x'(0) = 0;$$

$$6) x'' + x = te^t + 4\sin t, \quad x(0) = x'(0) = 0.$$

$$27. a) x^{IV} - x'' = \cos t, \quad x(0) = 0, x'(0) = -1; x''(0) = x'''(0) = 0$$

$$6) x''' + x = \frac{1}{2}t^2e^t, \quad x(0) = x'(0) = x''(0) = 0.$$

$$28. a) x^{IV} - x'' = 1, \quad x(0) = x'(0) = x''(0) = x'''(0) = 0;$$

$$6) x''' + x = 0, \quad x(0) = 0, x'(0) = -1, x''(0) = 2.$$

$$29. a) x'' - x' + x = e^{-t}, \quad x(0) = 0, x'(0) = 1;$$

$$6) x''' + x = e^t, \quad x(0) = 0, x'(0) = 2, x''(0) = 0.$$

$$30. a) x^{IV} + x''' = \cos t, \quad x(0) = x'(0) = x''(0) = 0; x'''(0) = 1$$

$$6) x'' + x' + x = te^t, \quad x(0) = x'(0) = 0.$$

ЛІТЕРАТУРА

1. Волковський Л.І. Збірник задач по теорії функцій комплексного змінного / Л.І. Волковський, Г.Л. Луц, І.Г. Араманович – М.: Наука, 1970. – 320 с.
2. Евграфов М. А. Аналітичні функції: учеб. посібник для вузів / М.А. Евграфов. – М.: Наука, 1991. – 448 с.
3. Краснов М.Т. Функції комплексного змінного. Операційне числення. Теорія стійкості / М.Т. Краснов, А.І. Киселев, Г.І. Макаренко. – М.: Наука, 1981. – 304 с.
4. Мартыненко В.С. Операційне числення : учеб. посібник для вузів / В.С. Мартыненко . – К. : Вища школа, 1990. – 359 с.
5. Збірник задач по курсу вищої математики / під ред. Г.І. Кручовича. – М.:Виш. шк., 1973. – 576 с.
6. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунін М.І. Лекції по теорії функцій комплексного змінного / Ю.В. Сидоров, М.В. Федорюк, М.І. Шабунін. – М.: Наука, 1982. – 488 с.
7. Эйдерман В.Я. Основы теории функций комплексного переменного и операционного исчисления / В.Я. Эйдерман – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 256 с.