

3 ДИНАМІКА

3.1 Закони динаміки. Задачі динаміки

Динаміка - це розділ механіки, в якому вивчається механічний рух матеріальних об'єктів з врахуванням сил, що діють на ці об'єкти.

Вперше термін „Динаміка” ввів німецький математик Г. Лейбніц.

Основними поняттями динаміки є: матеріальна точка, сила, маса, абсолютно тверде тіло.

Маса - це фізична величина, яка є мірою інертних і гравітаційних властивостей речовини..

Сили в динаміці будемо поділяти на сталі і змінні. В загальному випадку будемо вважати, що сила є функцією часу, радіуса-вектора і швидкості матеріальної точки, до якої вона прикладена, тобто:

$$\vec{F} = \vec{F}(t, \vec{r}, \vec{V}). \quad (3.1)$$

Через те, що різні точки тіла можуть рухатися неоднаково, з'являється необхідність деякі положення і висновки застосувати тільки для окремих матеріальних точок, а не для всього тіла. У силу цього динаміку поділяють на дві частини: динаміка матеріальної точки і динаміка матеріальної системи.

Коли розміри тіл малі порівняно з траєкторією, що описується цими тілами, їх можна розглядати як точки, наприклад, рух планет сонячної системи.

Закони динаміки точки можна застосовувати до тіл, що рухаються поступально, коли треба визначити рух тіла в цілому, а не його окремих точок.

В основу динаміки покладено закони динаміки точки, які встановлені шляхом узагальнення результатів цілого ряду експериментів і спостережень, присвячених вивченню руху тіл, і перевірці їх обширною практикою. Ці закони вперше були сформульовані Г. Галілеєм і І. Ньютоном в XVII столітті і викладені в класичному творі Ньютона „Математичні начала натуральної філософії” (1687 р.).

Закон 1 (перший закон Ньютона, закон інерції). *Матеріальна точка знаходиться в стані спокою, або рухається рівномірно і прямолінійно, якщо на неї не діють ніякі сили, або діє система взаємно зрівноважених сил.*

Інерціальною системою відліку називається система відліку, в якій справджується закон інерції.

Закон II (другий закон Ньютона). Прискорення, що надається матеріальній точці, прикладеною до неї силою, пропорційне модулю сили і збігається з нею за напрямком.

Цей закон називають основним законом динаміки.

Коли \vec{F} - сила, що діє на матеріальну точку з масою m , \vec{a} - надане цією силою прискорення, то розглядуваний закон може бути представлений такою векторною рівністю:

$$m\vec{a} = \vec{F} . \quad (3.2)$$

Другий закон Ньютона має місце тільки в інерціальній системі відліку. Рівняння (3.2) - основне рівняння динаміки точки.

Закон III (закон рівності дії та протидії). Сили взаємодії двох матеріальних точок рівні за величиною і протилежні за напрямком тобто:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} . \quad (3.3)$$

Закон IV (принцип незалежності дії сил). Прискорення, що одержує матеріальна точка від одночасної дії на неї декількох сил, дорівнює векторній сумі прискорень, які точка одержує від дії кожної сили окремо.

Це значить, що у випадку одночасної дії на матеріальну точку декількох сил \vec{F}_k ($k=1, 2, \dots n$) допускається справедливість рівності

$$m\vec{a} = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k . \quad (3.4)$$

Рівняння (1.4) - це основне рівняння динаміки вільної матеріальної точки. Основне рівняння (3.4) залишається справедливим і для невільної матеріальної точки, на яку накладені в'язі. Потрібно тільки в число прикладених сил включити реакції в'язей, тобто:

$$m\vec{a} = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k + \sum_{k=1}^n \vec{R}_k , \quad (3.5)$$

де \vec{R}_k - реакція k -ої в'язі.

Рівняння (3.5) - основне рівняння динаміки невільної матеріальної точки.

3.1.1 Задачі динаміки для вільної точки

Перша задача (пряма задача динаміки). Знаючи закон руху точки і її масу, встановити під дією яких сил відбувається цей рух.

Друга (основна) задача - обернена задача динаміки. Знаючи масу точки і сили, які діють на неї, а також початкові умови (початкове положення і початкову швидкість), визначити закон руху точки.

3.1.2 Задачі динаміки для невідільної точки

Перша задача. Знаючи закон руху точки, активні сили, які діють на неї, а також її масу, визначити рівнодійну реакцій в'язей.

Друга (основна) задача. Знаючи активні сили, які діють на точку, її масу, а також початкові умови, визначити закон руху точки і реакції в'язей.

3.1.3 Диференціальні рівняння руху матеріальної точки

- **векторна форма** $m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}(t, \vec{r}, \dot{\vec{r}});$
- **координатна форма** $m\ddot{x} = F_x(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z});$
- **натуральна форма** $m\ddot{S} = F_\tau(t, s, \dot{s});$
- $m\ddot{y} = F_y(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z});$
- $m\frac{\dot{S}^2}{\rho} = F_n(t, s, \dot{s});$
- $m\ddot{z} = F_z(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z});$
- $O = F_b(t, s, \dot{s}),$

де $\vec{F}(t, \vec{r}, \dot{\vec{r}})$ - рівнодійна сил, що діють на точку;

$\vec{r}(t)$ - радіус-вектор точки;

m - маса точки;

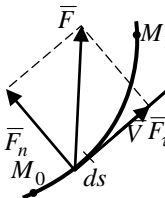
F_x, F_y, F_z - проекції сили \vec{F} на осі декартової системикоординат $xOyz$;

$S(t)$ - дугова координата точки;

F_τ, F_n, F_b - проекції сили \vec{F} на осі натуральної системи координат;

ρ - радіус кривизни траєкторії.

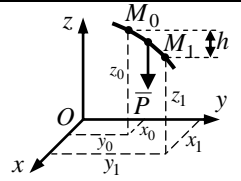
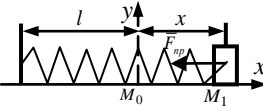
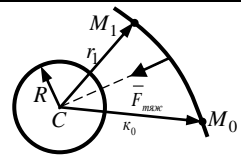
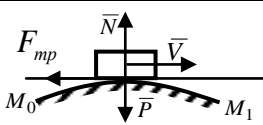
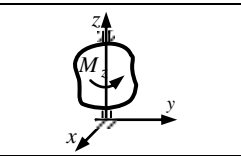
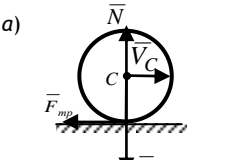
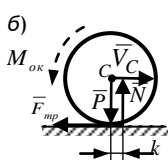
3.2 Робота сили. Потужність



Елементарна робота: $dA = F_\tau \cdot ds$; $dA = \vec{F} \cdot d\vec{r}$; $dA = F_x dx + F_y dy + F_z dz$

Повна робота сили: $A_{M_0 M_1} = \int_{M_0}^{M_1} dA \cdot$

Потужність: $N = \frac{dA}{dt}$; $N = F_\tau V$; $N = \vec{F} \cdot \vec{V}$; $N = F_x V_x + F_y V_y + F_z V_z$.

<p>1 Робота сили ваги</p>		$A_{(M_0 M_1)} = \pm Ph = mg(z_0 - z_1)$
<p>2 Робота пружної сили</p>		$A_{(M_0 M_1)} = \pm \frac{1}{2} cx^2$
<p>3 Робота сили тяжіння</p>		$A_{(M_0 M_1)} = mgR \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_0} \right)$, R - радіус Землі
<p>4 Робота сили тертя ковзання</p>		$A_{(M_0 M_1)} = - \int_{M_0}^{M_1} F_{пр} dS = - \int_{M_0}^{M_1} fN dS$ при $F_{пр} = const$; $A_{M_1 M_0} = -F_{пр} S$
<p>5 Робота момента сили</p>		$A = \pm \int_0^\varphi M_z d\varphi$ при $M_z = const$; $A = \pm M_z \varphi$
<p>6 Робота сил, прикладених до тіла, що котиться без ковзання</p>	<p>а)</p>  <p>Тіло не деформується: $A_N = A_P = A_{F_{пр}} = 0$</p>	<p>б)</p>  <p>Тіло деформується: $A_N = A_P = A_{F_{пр}} = 0$; $A_{M_{ок}} = - \int_0^\varphi M_{ок} d\varphi$</p> <p>При $M_{ок} = N \cdot k = const$; $A_{M_{ок}} = -M_{ок} \cdot \varphi$</p>

3.3 Осьовий момент інерції системи

$M = \sum_{k=1}^a m_k$; $\vec{r}_C = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^n m_k \vec{r}_k$ - маса системи і радіус-вектор центра мас;

$I_O = \sum_{k=1}^a m_k h_k^2$; $I_z = \sum_{k=1}^a m_k h_k^2$; $I_z = M\rho^2$ - полярний та осьовий моменти інерції системи;

$I_O = I_{zC} + Md^2$ - теорема Гюйгенса-Штейнера

Моменти інерції однорідних тіл

Стержень довжиною l і масою M		$I_{z1C} = \frac{1}{12} Ml^2$; $I_z = \frac{1}{3} Ml^2$
Кільце тонке радіусом R і масою M		$I_x = \frac{1}{2} MR^2$; $I_y = \frac{1}{2} MR^2$; $I_z = MR^2$
Кругла пластина радіусом R і масою M		$I_x = \frac{1}{4} MR^2$; $I_y = \frac{1}{4} MR^2$; $I_z = \frac{1}{2} MR^2$
Суцільна куля радіусом R і масою M		$I_x = I_y = I_z = 0.4 MR^2$
Прямокутна пластина масою M та сторонами a і b		$I_x = \frac{M(a^2 + b^2)}{12}$; $I_y = \frac{Mb^2}{12}$; $I_z = \frac{Ma^2}{12}$
Суцільний конус радіусом основи R і масою M		$I_z = 0.3 MR^2$
Кільце радіусами R та r і масою M		$I_x = \frac{M(R^2 + r^2)}{4}$; $I_y = \frac{M(R^2 + r^2)}{4}$; $I_z = \frac{M(R^2 + r^2)}{2}$
Суцільний куб масою M і стороною a		$I_x = I_y = I_z = \frac{Ma^2}{6}$

3.4 Загальні теореми динаміки

	Точки	Системи	
Кількість руху	$\bar{q} = m\bar{V}$	$\bar{Q} = \sum_{k=1}^n m_k \bar{V}_k$; $\bar{Q} = M\bar{V}_c$	
Кінетична енергія	$\frac{mV^2}{2}$	$T = \sum_{k=1}^n \frac{m_k V_k^2}{2}$; $T = \sum_{k=1}^n T_k$; $T_{i\bar{i}\bar{i}} = \frac{1}{2} MV_c^2$; $T_{i\bar{i}} = \frac{1}{2} I_k \omega^2$; $T_{i\bar{i}\bar{e}} = \frac{1}{2} MV_c^2 + \frac{1}{2} I_c \omega^2$	
Кінетичний момент	$\bar{k}_0 = \bar{m}_0(m\bar{V})$; $k_z = m_z(m\bar{V})$	$\bar{K}_0 = \sum_{k=0}^n \bar{m}_0(m_k \bar{V}_k)$; $K_{z\bar{i}\bar{i}} = I_z \omega$; $K_z = \sum_{k=0}^n m_z(m_k \bar{V}_k)$; $K_{z_p(i\bar{e})} = K_{z_c} + m_{z_p}(M\bar{V}_c)$	
Імпульс сили	$\bar{S} = \int_0^t \bar{F} dt$; $S_x = \int_0^t F_x dt$; при $F = const$; $S = Ft$		
Назва теорем	Теорема для точки	Теорема для системи	Закони збереження
Про рух центра мас		$M\bar{a}_c = \sum_{k=1}^n \bar{F}_k^c$	<ol style="list-style-type: none"> $\sum_{k=1}^n \bar{F}_k^e = 0$, $\bar{V}_c = const$ $\sum_{k=1}^n F_{k_x}^c = 0$, $V_{c_x} = \dot{x}_c = const$
Про зміну кількості руху	$\frac{d(m\bar{V})}{dt} = \sum_{k=1}^n \bar{F}_k$ $m\bar{V}_1 - m\bar{V}_0 = \sum_{k=1}^n \bar{S}_k$	$\frac{d\bar{Q}}{dt} = \sum_{k=1}^n \bar{F}_k^e$ $\bar{Q} - \bar{Q}_0 = \sum_{k=1}^n \bar{S}_k$	<ol style="list-style-type: none"> $\sum_{k=1}^n \bar{F}_k^c = 0$, $\bar{Q} = const$ $\sum_{k=1}^n F_{k_x}^c = 0$, $Q_x = const$
Про зміну кінетичного моменту	$\frac{d}{dt} [\bar{m}_0(m\bar{V})] = \sum_{k=1}^n \bar{m}_0(\bar{F}_k)$ $\frac{d}{dt} [m_z(m\bar{V})] = \sum_{k=1}^n m_z(\bar{F}_k)$	$\frac{d\bar{K}_0}{dt} = \sum_{k=1}^n \bar{m}_0(\bar{F}_k^c)$ $\frac{dK_z}{dt} = \sum_{k=1}^n m_z(\bar{F}_k^c)$	<ol style="list-style-type: none"> $\sum_{k=1}^n \bar{m}_0(\bar{F}_k^c) = 0$, $\bar{K}_0 = const$ $\sum_{k=1}^n m_z(\bar{F}_k^e) = 0$, $K_z = const$
Про зміну кінетичної енергії	$d\left(\frac{mV^2}{2}\right) = \sum_{k=1}^n dA_k$ $\frac{d}{dt}\left(\frac{mV^2}{2}\right) = \sum_{k=1}^n N_k$ $\frac{mV_1^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = \sum_{k=1}^n A_k$	$dT = \sum_{k=1}^n dA_k^c + \sum_{k=1}^n dA_k^i$ $\frac{dT}{dt} = \sum_{k=1}^n N_k^c + \sum_{k=1}^n N_k^i$ $T_1 - T_0 = \sum_{k=1}^n A_k^c + \sum_{k=1}^n A_k^i$	$T_1 + \Pi_1 = T_0 + \Pi_0 = const$ Потенціальна енергія <ol style="list-style-type: none"> Сили ваги $\Pi = pz = mgh$ Пружньої сили $\Pi = \frac{cx^2}{2}$ Сили тяжіння $\Pi = -mgR^2 \frac{1}{r}$

3.5 Принципи механіки

Принцип Даламбера		
для точки		для системи
$\bar{F} + \bar{R} + \bar{F}^{3i} = 0$ <p>Якщо у будь-який момент часу до сил \bar{F} і \bar{R}, які діють на точку, додати силу інерції \bar{F}^{3i} точки, то отримана система сил буде зрівноважена.</p>		$\bar{R}^e + \bar{R}^{3i} = 0; \bar{M}_0^e + \bar{M}_0^{3i} = 0$ <p>У кожний момент часу сума головних векторів і головних моментів зовнішніх сил і сил інерції рухомої матеріальної системи дорівнює нулю.</p>
Головний вектор і головний момент сил інерції твердого тіла		
поступальний рух	обертальний рух відносно осі z_C	плоский рух
$\bar{R}^{3i} = -M\bar{a}_C;$ $\bar{M}_0^{3i} = 0$	$\bar{R}^{3i} = 0;$ $\bar{M}_0^{3i} = -I_{z_C}\bar{\varepsilon}$	$\bar{R}^{3i} = -M\bar{a}_C;$ $\bar{M}_0^{3i} = -I_{z_C}\bar{\varepsilon}$
Принцип можливих переміщень		
$\sum_{k=1}^n \delta A_k^a = 0$	<p>Для рівноваги механічної систем з ідеальними стаціонарними і утримуючими в'язями необхідно і достатньо, щоб сума елементарних робіт усіх активних сил, прикладених до точок системи, дорівнювала нулю на будь-якому можливому переміщенні системи, якщо швидкості точок системи в даний момент часу дорівнюють нулю.</p>	
Загальне рівняння динаміки		
$\sum_{k=1}^n \delta A_k^a + \sum_{k=1}^n \delta A_k^{3i} = 0$	<p>Під час руху систем з ідеальними в'язями в кожний даний момент часу сума елементарних робіт всіх прикладених активних сил і всіх сил інерції на будь-якому можливому переміщенні системи дорівнює нулю</p>	
Рівняння Лагранжа другого роду		
Загальний випадок	Випадок потенціальних сил	
$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_1} = Q_1;$ <p>.....</p> $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i$	$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_1} = Q_1; L = T - \Pi;$ <p>.....</p> $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i.$	

3.6 Завдання Д.1. Інтегрування диференційних рівнянь руху матеріальної точки

Тіло масою $m=2$ кг отримало в точці A швидкість \vec{v}_A і рухається по площині AB , яка нахилена під кутом α до горизонту. В точці B тіло покидає площину зі швидкістю \vec{v}_B і падає на горизонтальну площину DC зі швидкістю \vec{v}_C в точці C , положення якої визначається координатами d і h (див. рис. 3.1).

На ділянці AB , довжиною l_1 , на тіло діють:

- сила ваги \vec{P} і сила тертя \vec{F}_{mp} ;
- змінна сила \vec{F}_{x_1} , яка наведена в таблиці 3.1.

Рисунок 3.1

Якщо кут α задано зі знаком мінус, то тіло на ділянці AB піднімається. На ділянці BC тіло рухається під дією сили ваги \vec{P} і сили опору середовища $\vec{T} = T_{x_2} \vec{i} + T_{y_2} \vec{j}$.

Час руху тіла на ділянках AB і BC відповідно становить t_1 і t_3 . Коefіцієнт тертя і дані для розрахунків наведені в таблиці 3.1.

Знайти закони руху тіла на ділянках AB і BC , а також величини, які наведені в таблиці 3.1.

3.7 Приклад виконання завдання Д.1

Знайти закони руху точки на ділянках AB і BC , якщо дано:

$$m=2 \text{ кг}; \quad d=2 \text{ м};$$

$$v_A=2 \text{ м/с}; \quad T_{x_2} = 2\dot{x}_2^2, \text{ Н};$$

$$f=0.1; \quad T_{y_2} = -2y_2, \text{ Н};$$

$$F_{x_1}=2t \text{ Н}; \quad \alpha=30^\circ;$$

$$t_1=1 \text{ с}; \quad v_B, t_2 - \text{ знайти додатково.}$$

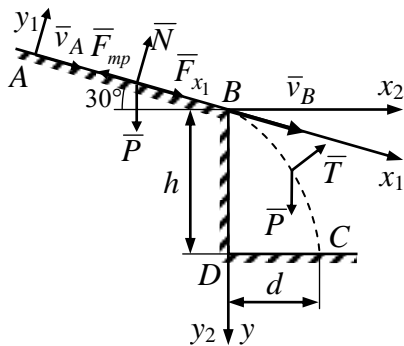


Рисунок 3.2

Розв'язання

На рис. 3.2 рух тіла на ділянках AB і BC розглянемо відносно нерухомих систем координат x_1Ay_1 і x_2By_2 .

На ділянці AB тіло рухається під дією сил \bar{P} , \bar{N} , \bar{F} і $\bar{F}_{\delta p}$. Початкові умови руху тіла на ділянці AB

$$t_1=0; \quad x_{10}=0; \quad \dot{x}_{10} = v_A. \quad (3.6)$$

Запишемо диференціальні рівняння руху тіла в системі координат x_1Ay_1

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x}_1 &= P \sin 30^\circ + F_{x_1} - F_{mp}; \\ m\ddot{y}_1 &= N - P \cos 30^\circ. \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

Під час руху тіло не відривається від площини AB , тому

$$y_1=0; \quad \dot{y}_1 = 0; \quad \ddot{y}_1 = 0.$$

Із другого рівняння (3.7) $N = P \cos 30^\circ = mg \cos 30^\circ$.

Сила тертя $F_{mp} = fN = fmg \cos 30^\circ$.

Тоді перше рівняння (3.7) набирає вигляду

$$m\ddot{x}_1 = P \sin 30^\circ + 2t - fmg \cos 30^\circ$$

або $\ddot{x}_1 = t + g(\sin 30^\circ - f \cos 30^\circ) \rightarrow \ddot{x}_1 = t + 4.06. \quad (3.8)$

Проінтегруємо двічі рівняння (3.8)

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{1}{2}t^2 + 4.06t + C_1; \\ x_1 &= \frac{1}{6}t^3 + 2.03t^2 + C_1t + C_2. \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

2 ДИНАМІКА

Постійні інтегрування C_1 і C_2 визначимо із початкових умов (3.6)

$$\dot{x}_{10}(0) = v_A = \frac{1}{2} \cdot 0 + 4.06 \cdot 0 + C_1 \rightarrow C_1 = v_A = 2 \text{ м/с};$$

$$x_{10}(0) = 0 = \frac{1}{6} \cdot 0 + 2.03 \cdot 0 + C_1 \cdot 0 + C_1 \cdot 0 + C_2 \rightarrow C_2 = 0.$$

Отже, рівняння руху важкого тіла на ділянці AB набувають вигляду

$$x_1 = \frac{1}{6}t^3 + 2.03t^2 + 2t; \quad y_1 = 0. \quad (3.10)$$

Із рівняння (3.9) при $t_1 = 1.0$ с маємо

$$v_B = \dot{x}_1(1.0) = \frac{1}{2} \cdot 1^2 + 4.06 \cdot 1 + 2 = 6.56 \text{ м/с}.$$

На ділянці BC на тіло діють сили \bar{D} і \bar{O} . Початкові умови руху тіла на ділянці BC

$$t_2 = 0; \quad x_{20} = 0; \quad y_{20} = 0; \quad \dot{x}_{20} = v_B \cos 30^\circ; \quad \dot{y}_{20} = v_B \sin 30^\circ. \quad (3.11)$$

Запишемо диференціальні рівняння руху тіла в системі координат $x_2 y_2$

$$m\ddot{x}_2 = T_{x_2}; \quad m\ddot{y}_2 = T_{y_2} + P \quad \text{або} \quad m\ddot{x}_2 = 2\dot{x}_2^2; \quad m\ddot{y}_2 = -2y_2 + mg;$$

$$\ddot{x}_2 = \dot{x}_2^2; \quad \ddot{y}_2 = -y_2 + g. \quad (3.12)$$

Проінтегруємо перше рівняння із (3.12), враховуючи, що $\ddot{x}_2 = \frac{d\dot{x}_2}{dt}$,

$$\frac{d\dot{x}_2}{dt_2} = \dot{x}_2^2 \rightarrow +\dot{x}_2^{-2} d\dot{x}_2 = dt_2 \rightarrow -\frac{1}{\dot{x}_2} = t_2 + C_3.$$

Постійну C_3 визначимо із умов (3.11)

$$-\frac{1}{\dot{x}_{20}} = 0 + C_3 \rightarrow C_3 = -\frac{1}{v_B \cos 30^\circ} = -\frac{1}{6.56 \cdot 0.866} = -\frac{1}{5.68} = -0.176.$$

Тоді $-\frac{1}{\dot{x}_2} = t_2 - 0.176$ або $\dot{x}_2 = \frac{1}{0.176 - t_2}$ і

$$x_2 = -\ln|0.176 - t_2| + C_4.$$

Із початкових умов (3.11) визначимо C_4

$$x_2(0) = 0 = -\ln|0.176 - 0| + C_4 \rightarrow C_4 = \ln 0.176.$$

Закон руху тіла на ділянці BC має вигляд

$$x_2 = \ln \left| \frac{0.176}{0.176 - t_2} \right|.$$

Знайдемо час руху тіла на ділянці BC при $d=2.0$ м

$$x_2 = d = \ln \left| \frac{0.176}{0.176 - t_2} \right| \rightarrow \frac{0.176}{0.176 - t_2} = e^d = e^2,$$

звідси $t_2=0.15$ с.

Проінтегруємо друге рівняння (3.12)

$$\ddot{y}_2 = -y_2 + g \rightarrow \ddot{y}_2 + y_2 = g. \quad (3.13)$$

Загальний розв'язок цього рівняння має вигляд

$$y_2 = y_2^{od} + y_2^{част},$$

де y_2^{od} - розв'язок однорідного рівняння $\ddot{y}_2 + y_2 = 0$, який визначають за виглядом коренів характеристичного рівняння

2 ДИНАМІКА

$$\lambda^2 + 1 = 0 \rightarrow \lambda_{1,2} = \pm ik \quad (k=1); \quad y_2^{oo} = C_5 \cos kt + C_6 \sin kt.$$

$y_2^{част}$ - частковий розв'язок вибирають у формі правої частини.

Приймаємо $y_2^{част} = A$ і підставляємо в (3.13)

$$0 = -A + g \rightarrow A = g \rightarrow y_2^{част} = g = 9.81.$$

Тоді загальний розв'язок рівняння (3.13) буде

$$\left. \begin{aligned} y_2 &= C_5 \cos kt + C_6 \sin kt + 9.81; \\ \dot{y}_2 &= -kC_5 \sin kt + kC_6 \cos kt. \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

Постійні C_5 і C_6 визначимо за допомогою умов (3.11)

$$y_{20}(0) = 0 = C_5 \cdot 1 + C_6 \cdot 0 + 9.81 \rightarrow C_5 = -9.81;$$

$$\dot{y}_{20}(0) = v_B \sin 30^\circ = -k \cdot C_5 \cdot 0 + k \cdot C_6 \cdot 1 \rightarrow C_6 = \frac{v_B \sin 30^\circ}{k} = 3.28.$$

Закон руху тіла на ділянці BC має вигляд

$$y_2 = -9.81 \cos t + 3.28 \sin t + 9.81, \text{ м.}$$

Відповідь. Закони руху тіла на ділянці AB

$$x_1 = \frac{1}{6}t^3 + 2.03t^2 + 2t, \text{ м; } y_1 = 0,$$

на ділянці BC $x_2 = \ln \left| \frac{0.275}{0.275 - t_2} \right|, \text{ м;}$

$$y_2 = 3.28 \sin t + 9.81(1 - \cos t), \text{ м.}$$

Швидкість тіла в точці B - $v_B = 6.56$ м/с, час руху тіла на ділянці BC - $t_2 = 0.15$ с.

3.8 Завдання Д.2. Застосування основних теорем динаміки для дослідження руху матеріальної точки

Кулька, яку вважаємо матеріальною точкою, починає рухатися з положення A в середині трубки, вісь якої розміщена у вертикальній площині (рис. 3.3).

Визначити:

- швидкість кульки в положеннях B та C ;
- тиск її N_C на стінки трубки в положенні C .

Тертям на криволінійних ділянках траєкторії руху кульки знехтувати. У варіантах 3, 6, 7, 9, 17, 30 кулька, пройшовши відстань h_0 , відривається від пружини. Необхідні для розрахунку величини наведені в табл. 3.2 і 3.3.

У завданні прийняті такі позначення:

- $m=0.5$ кг - маса кульки (для всіх варіантів);
- v_A - її початкова швидкість;
- τ - час руху кульки на ділянці AB (в варіантах 1-3, 6-8, 10, 13-15, 18-20, 22, 23, 25, 27) або на ділянці BD (в варіантах 4, 9, 11, 12, 16, 17, 21, 24, 26, 28-30);
- $f=0.2$ - коефіцієнт тертя ковзання (для всіх варіантів);
- h_0 - початкова деформація пружини;
- c - коефіцієнт жорсткості пружини;
- H - найбільша висота вертикального переміщення кульки;
- s - шлях пройдений кулькою до зупинки;
- h - найбільша деформація пружини;
- $R=2$ м - радіус закруглення трубки (для всіх варіантів).

2 ДИНАМІКА

Таблиця 3.2

№ вар.	v_A , м/с	τ , с	α , град	h_0 , см	C , Н/см	Визначити додатково
1	20	2.0	30	–	–	–
2	3	1.0	30	–	–	–
3	0	0.1	10	12	5	v_D
4	5	0.3	45	–	–	v_D
5	0	–	45	50	5	v_D
6	1	0.5	30	–	4	h
7	0	1.0	15	15	5	v_D
8	15	0.2	45	–	–	H
9	4	0.1	30	20	4	v_D
10	15	0.5	20	–	5	v_D, h
11	6	1.0	45	–	3	v_D, h
12	2	0.2	30	–	–	v_D
13	0	2.0	60	–	–	S
14	10	0.5	50	–	4	h, v_D
15	10	1.6	60	–	1	h
16	5	0.4	30	–	–	v_D
17	0	0.1	60	30	2	v_D
18	9	1.0	10	–	6	v_D, h
19	3	0.4	45	–	–	–
20	10	1.0	10	–	6	v_D, h
21	9	1.5	15	–	8	h
22	3	0.3	45	–	–	–
23	2	0.4	45	–	–	–
24	16	1.5	20	–	6	h
25	2	0.4	45	–	–	–
26	12	0.1	30	–	–	v_D
27	5	0.3	30	–	–	t_{DE}
28	0	0.2	45	–	–	v_D
29	1	0.2	45	–	1	v_D, h
30	0	1.0	10	20	3	v_D

Таблиця 3.3

№ вар.	v_A , м/с	τ , с	α , град	h_0 , см	C , Н/см	Визначити додатково
1	15	1.0	35	–	–	–
2	12	2.0	30	–	–	–
3	0	1.5	30	50	3	v_D
4	6	0.9	50	–	–	v_D
5	0	–	45	40	4	v_D
6	2	0.5	30	–	6	h
7	0	2	15	20	4	v_D
8	15	0.3	30	–	–	H
9	6	0.1	45	30	2	v_D
10	15	0.3	30	–	5	v_D, h
11	6	1.0	30	–	4	v_D, h
12	1	0.1	15	–	–	v_D
13	0	1.0	30	–	–	S
14	4	0.3	10	–	2	h
15	20	2.0	75	–	2	h
16	10	0.3	60	–	–	v_D
17	2	0.2	75	40	4	v_D
18	7	0.5	15	–	4	v_D, h
19	6	0.5	75	–	–	–
20	15	0.5	15	–	10	v_D, h
21	15	1.0	25	–	4	h
22	6	0.5	30	–	–	–
23	4	0.6	30	–	–	–
24	14	3.0	10	–	3	h
25	4	0.3	75	–	–	–
26	11	0.2	15	–	–	v_D
27	10	0.2	60	–	–	t_{DE}
28	0	0.2	75	–	–	v_D
29	4	0.4	30	–	2	v_D, h
30	0	1.5	30	30	1	v_D

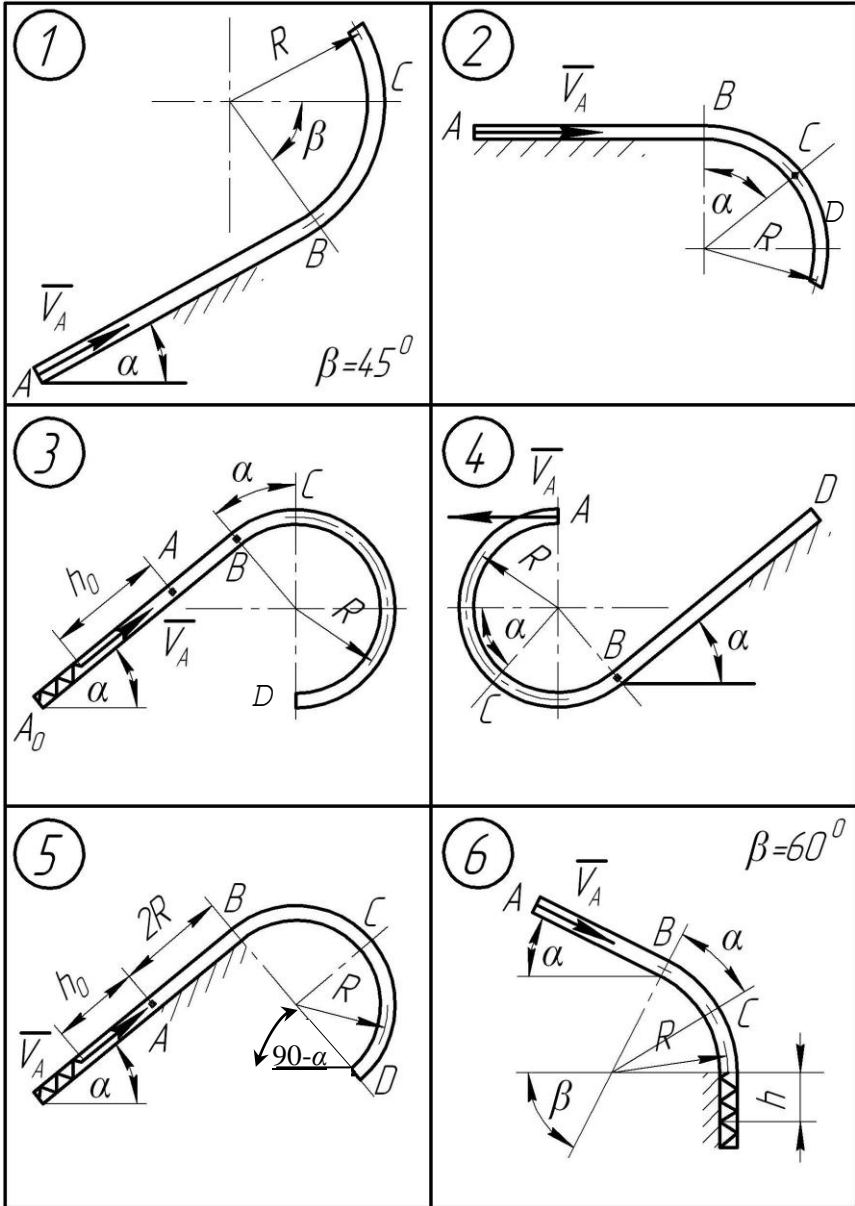
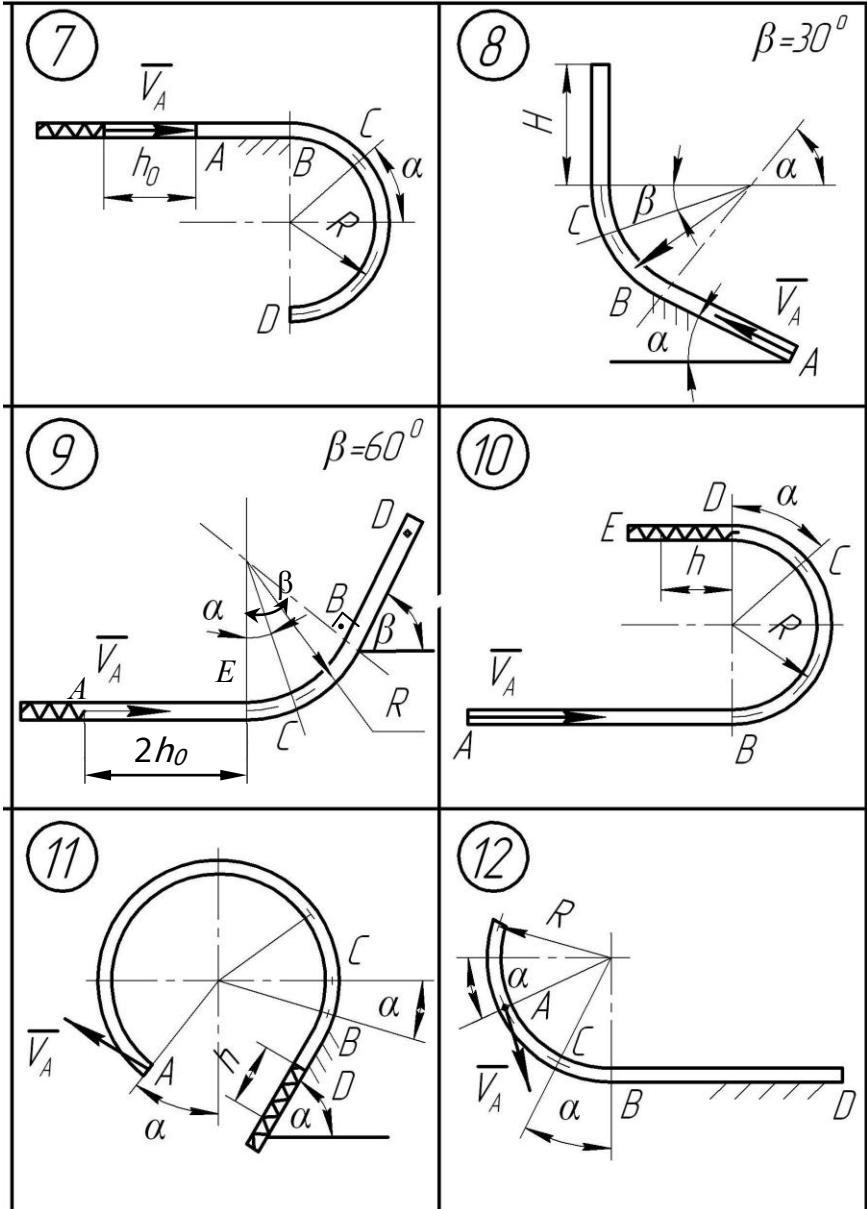
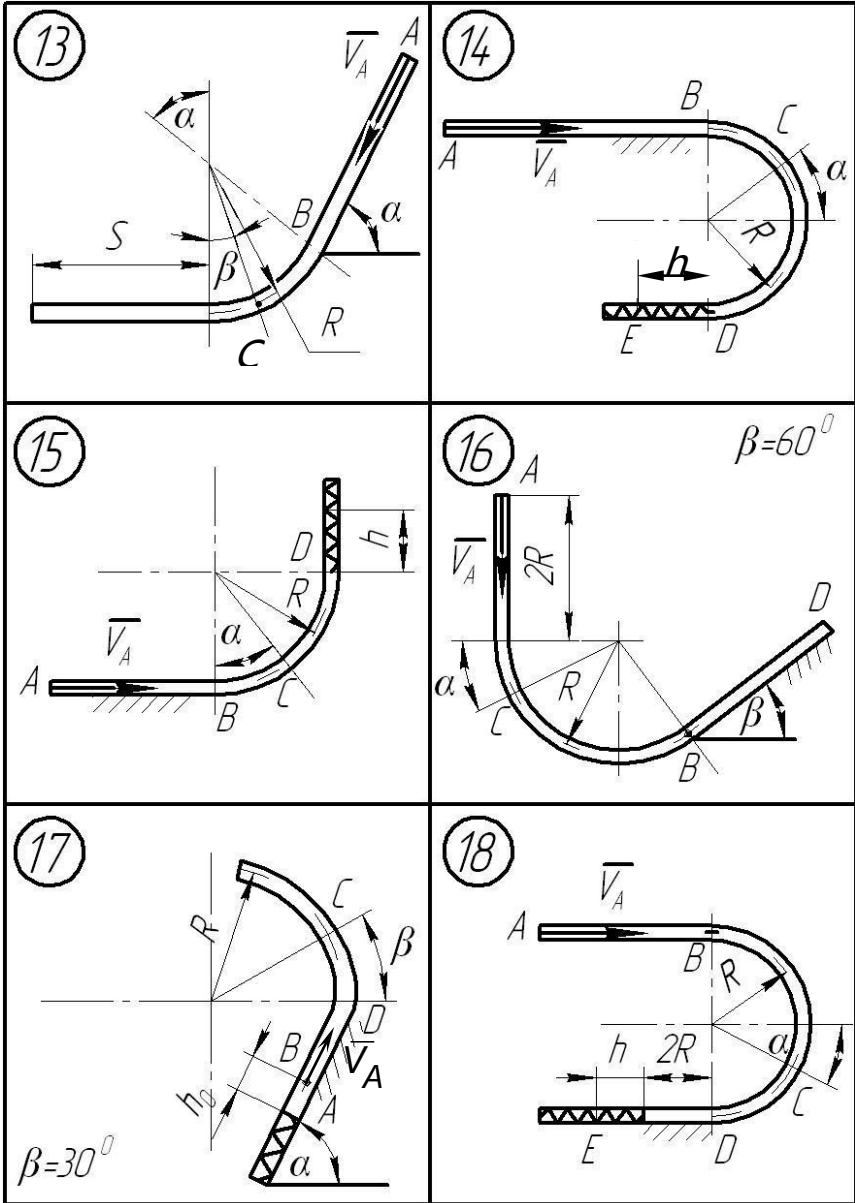


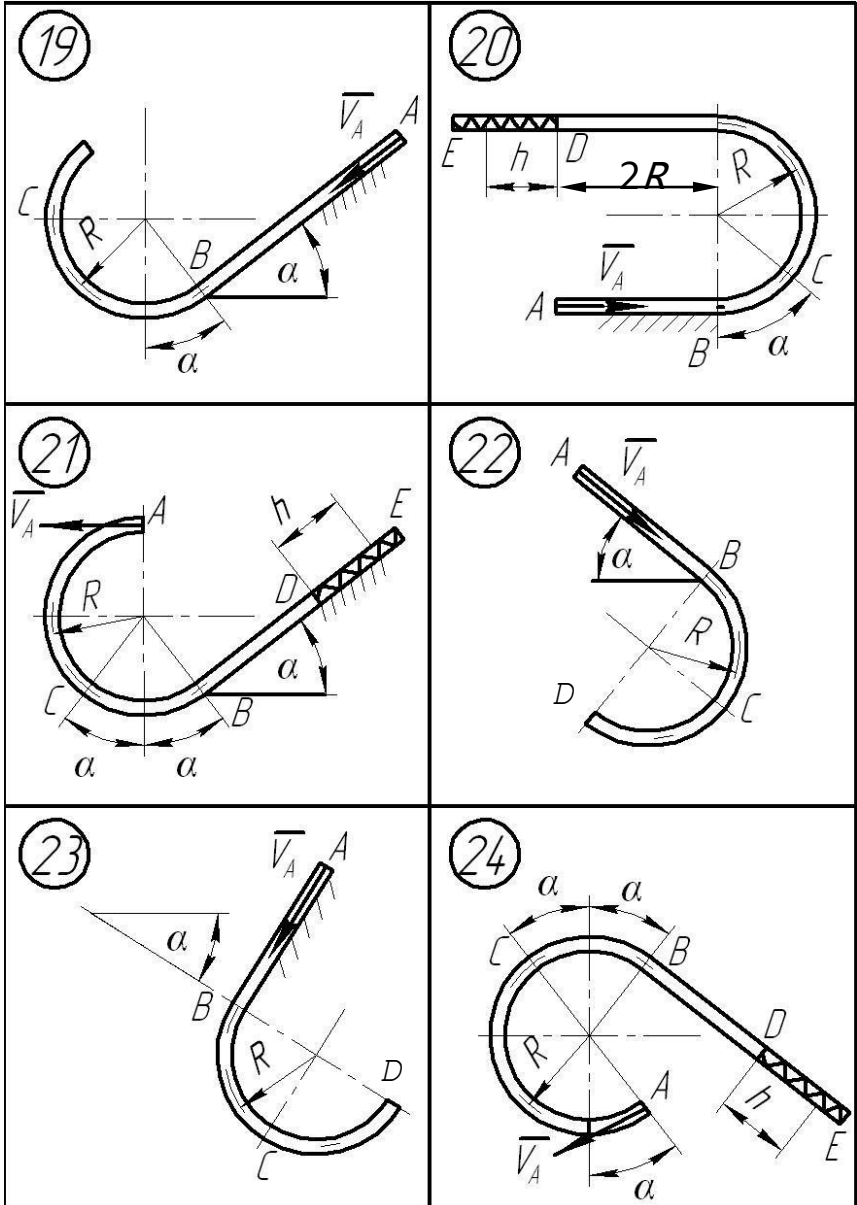
Рисунок 3.3



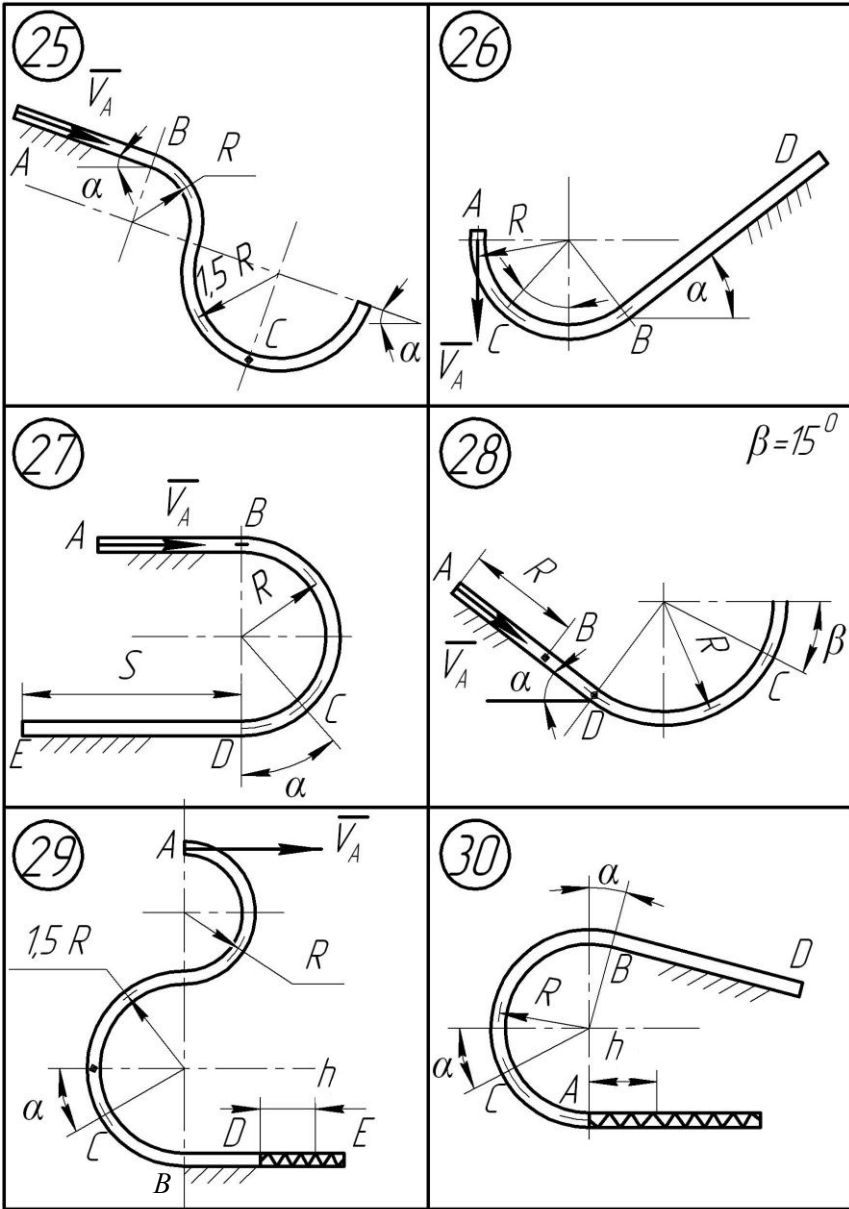
Продовження рисунка 3.3



Продовження рисунка 3.3



Продовження рисунка 3.3



Продовження рисунка 3.3

3.9 Приклад виконання завдання Д.2

В умовах завдання Д.2 визначити v_B , v_C , v_D , N_C , h , якщо дано (рис. 3.4):

- $m=0.5$ кг; - $f=0.1$;
- $v_A=0.8$ м/с; - $h_0=0$;
- $R=0.2$ м; - $\tau=0.1$ с D
- $c=10$ Н/см=1000 Н/м;
 (час руху кульки
 на ділянці BD).

Розв'язання

Для визначення швидкостей v_C і v_B користуємося теоремою про зміну кінетичної енергії матеріальної точки на ділянках AC і AB.

На цих ділянках точка рухається під дією сили ваги \vec{G} (силою тертя на криволінійних ділянках траєкторії руху нехтуємо).

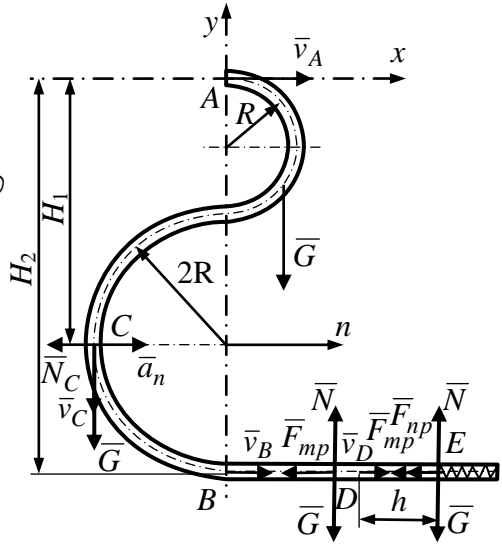


Рисунок 3.4

На ділянці AC:
$$\frac{mv_C^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2} = \sum A_k = G \cdot H_1 = mg \cdot 4R;$$

$$v_C^2 = v_A^2 + 8gR; v_{BC}=4.04 \text{ м/с.}$$

На ділянці AB:
$$\frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2} = \sum A_k = G \cdot H_2 = mg6R;$$

$$v_B^2 = v_A^2 + 12gR; v_B = 4.92 \text{ м/с.}$$

Для визначення тиску рухомої кульки на стінку трубки в положенні C запишемо диференціальне рівняння руху кульки на заданій кривій в проекції на внутрішню нормаль Cn , тобто

$$ma_n = \sum F_{kn}; \quad \frac{mv_C^2}{2R} = \sum F_{kn} = N_C,$$

2 ДИНАМІКА

звідси
$$N_C = \frac{mv_C^2}{2R} = 22.68 \text{ Н.}$$

Щоб визначити швидкість кульки в положенні D , користуємося теоремою про зміну кількості руху матеріальної точки на ділянці BD (рис. 3.4)

$$mv_{Dx} - mv_{Bx} = \sum S_{kx},$$

де $\sum S_{kx}$ - сума проекцій імпульсів сил \vec{G} ;

\bar{N} , \bar{F}_{mp} - відповідно нормальна реакція і сила тертя ковзання, які діють на рухому точку, на вісь абсцис.

Через те, що $v_{Dx} = v_D$ і $v_{Bx} = v_B$,

$$F_{\partial\delta} = fN = fG = fmg; \quad \sum S_{kx} = -F_{\text{тр}} \cdot \tau = -fmg\tau,$$

то

$$mv_D - mv_B = -fmg\tau.$$

Звідси $v_D = v_B - fg\tau = 4.82 \text{ м/с.}$

Для визначення максимального стиску пружини користуємося на ділянці DE теоремою про зміну кінетичної енергії матеріальної точки

$$\frac{mv_E^2}{2} - \frac{mv_D^2}{2} = \sum A_k = -\frac{ch^2}{2} - F_{mp} \cdot h.$$

Враховуючи, що $v_E=0$, отримуємо

$$\frac{ch^2}{2} + fmg h - \frac{mv_D^2}{2} = 0 \quad \text{або} \quad h^2 + \frac{2fmg}{c} \cdot h - \frac{mv_D^2}{c} = 0.$$

Розв'язуючи це квадратне рівняння при заданих числових значеннях величин, знаходимо

$$h=0.011 \text{ м.}$$

Отримані результати наведені в таблиці 3.4.

Таблиця 3.4

v_B	v_C	v_D	N_C	h
м/с			Н	м
4.92	4.04	4.82	23.68	0.011

3.10 Завдання Д.3. Застосування теореми про зміну моменту кількості руху механічної системи для визначення кутової швидкості твердого тіла

Тіло H масою m_1 (рис. 3.5) обертається навколо вертикальної осі Oz з постійною кутовою швидкістю ω_0 . Точка K масою m_2 розпочинає відносний рух з точки A до B за законом $S=f(t)$.

Знайти кутову швидкість тіла H для $t=\tau$, нехтуючи опором обертання тіла H .

Точку K приймають як самохідний візок, відносний рух якого проходить під дією внутрішніх сил, а h - відстань між осями Oz і Cz_1 . Тіло H є:

- прямим круговим конусом (варіанти 1, 6, 11, 16, 21, 26);
- кубом (варіанти 2, 7, 12, 17, 22, 27);
- кулею (варіанти 3, 8, 13, 18, 23, 28);
- однорідним диском (варіанти 4, 9, 14, 19, 24, 29);
- квадратною пластиною (варіанти 5, 10, 15, 20, 25, 30).

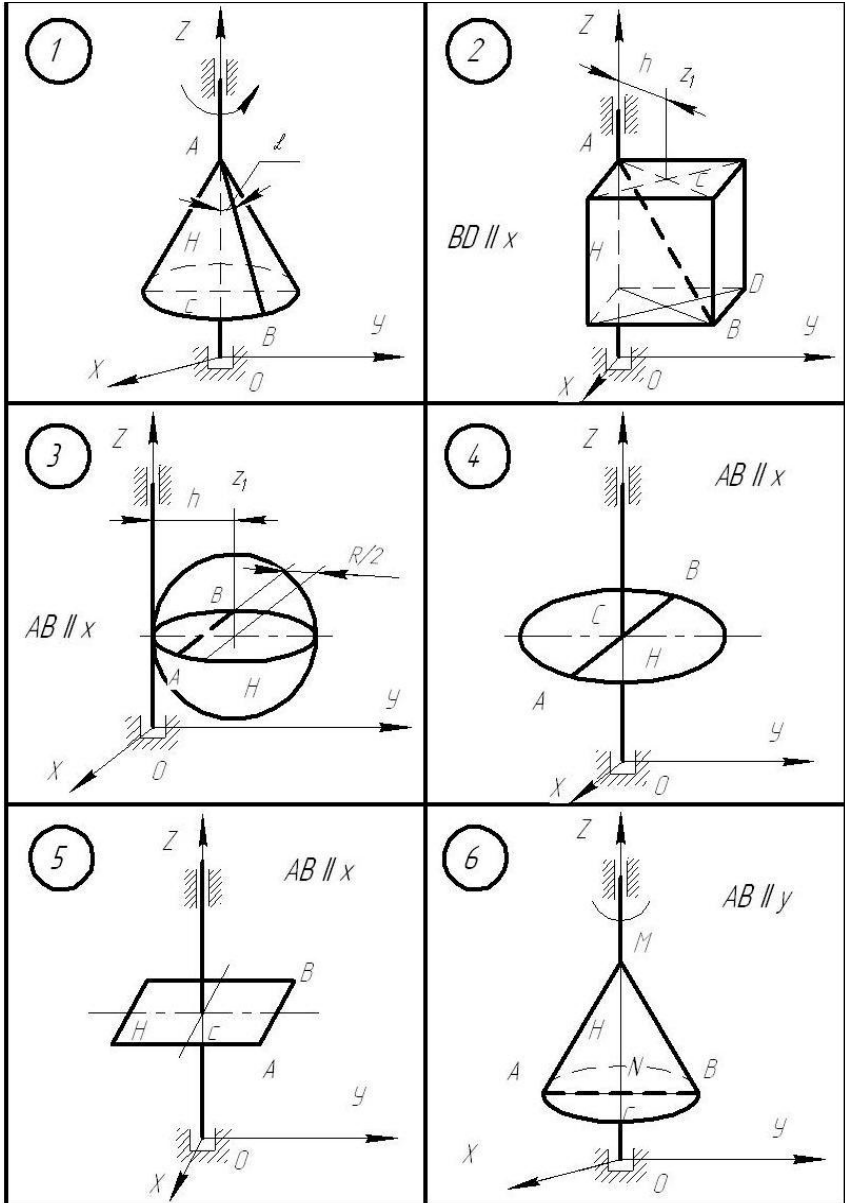
Необхідні для розв'язку задач дані наведені в таблиці 3.5.

Таблиця 3.5

№ вар.	m_1	m_2	ω_0	τ	α	R	a	h	$S=f(t)$
	кг		с ⁻¹	с	град	м			
1	10	2	2	1	30	-	-	-	$0.3(2t^3 + 1)$
2	50	2	4	1	-	-	10	-	$0.25t^3$
3	15	1	1	2	-	1	-	R	$0.25t^2$
4	9	3	-2	1	-	2	-	-	$2/3t^2$
5	8	2	-4	2	-	-	2	-	$0.1\sqrt{2}(3t^2 + 2)$
6	10	2	1	1	30	2	-	-	$2\pi/3(3t^2 - 1)$
7	4	1	-2	2	-	-	3	-	$0.3(t^2 + 1)$
9	12	3	2	2	-	4	-	$R/2$	$0.6t^2$
10	8	2	-1	2	-	-	3	$a/4$	$(\sqrt{2}/4)t^2$

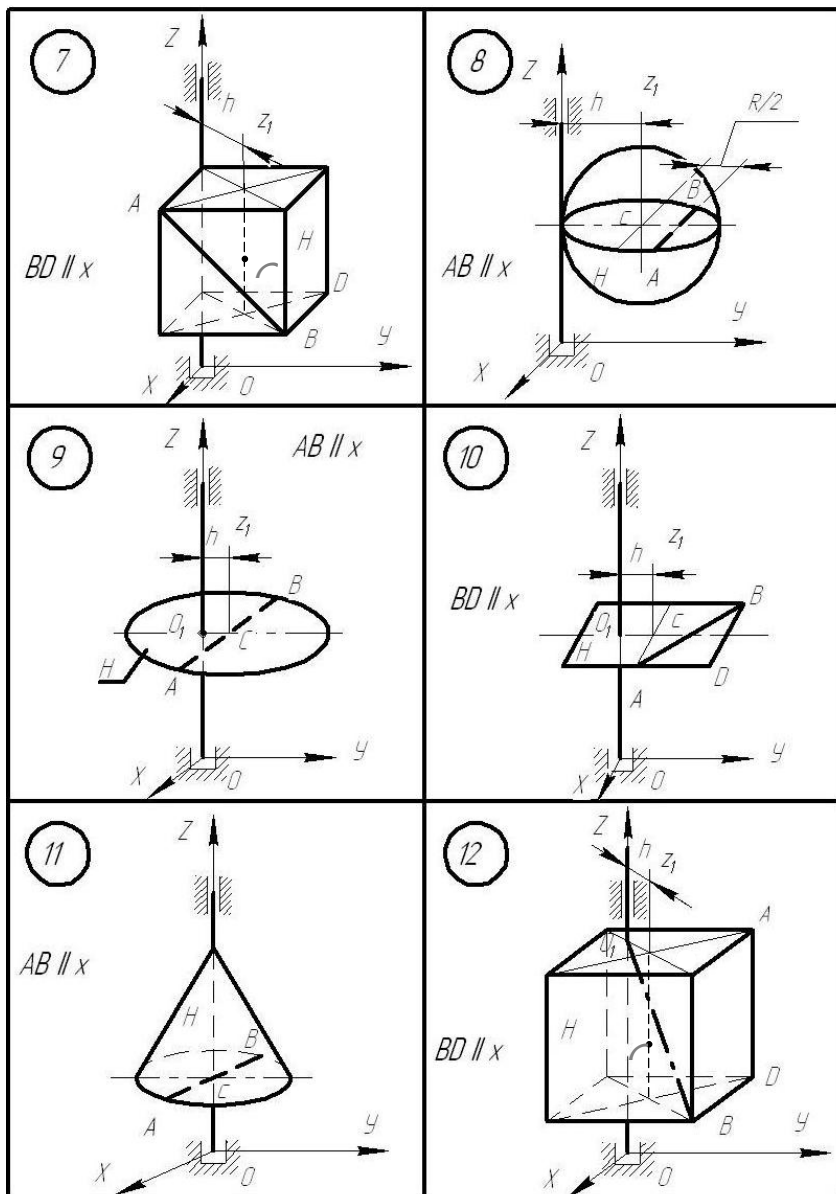
Продовження таблиці 3.5

№ вар.	m_1	m_2	ω_0	τ	α	R	a	h	$S=f(t)$
	кг		с^{-1}	с	град	м			
11	6	1	1	1	–	2	–	–	$(\sqrt{2}/6)(t^2 + 2)$
12	14	3	4	1	–	–	2	$(a\sqrt{2})/2$	$0.2(t^3 + 1)$
13	15	2	5	2	–	2	–	$R/2$	$0.5t^2$
14	7	3	–2	2	–	2	–	$R/2$	$0.25t^2$
15	8	2	2	2	–	–	2	–	$0.25(t^2 + 4)$
16	20	3	–3	1	–	2	–	$R/2$	$0.8t^2$
17	8	2	–4	2	–	–	2	$(a\sqrt{2})/4$	$4(2t^3 + 1)$
18	25	5	4	2	–	2	–	$R/2$	$0.3(t^2 + 1)$
19	10	2	3	2	–	2	–	R	$0.6t^2$
20	12	1	2	2	–	–	2	$a/4$	$0.1(2t^2 + 1)$
21	10	2	2	1	–	2	–	–	$\pi R/3(2t^2 - t)$
22	8	1	–1	3	–	–	2	$a/2$	$0.4(t^3 + 1)$
23	25	2	–3	1	–	2	–	$R/2$	$0.5t^2$
24	14	2	3	2	–	2	–	$R/2$	$0.4(2t^3 - t^2)$
25	12	1	4	2	–	–	2	$a/2$	$0.3t^3$
26	12	2	2	2	–	2	–	–	$3.4t$
27	24	2	–1	2	–	–	2	$a/2$	$0.8t^3$
28	25	3	–2	1	–	2	–	$R/2$	$0.4t^2$
29	5	2	2	2	–	4	–	R	$2/3(3t^2 + 1)$
30	12	2	3	2	–	–	2	$(a\sqrt{2})/2$	$1/9(3t^2 + 1)$

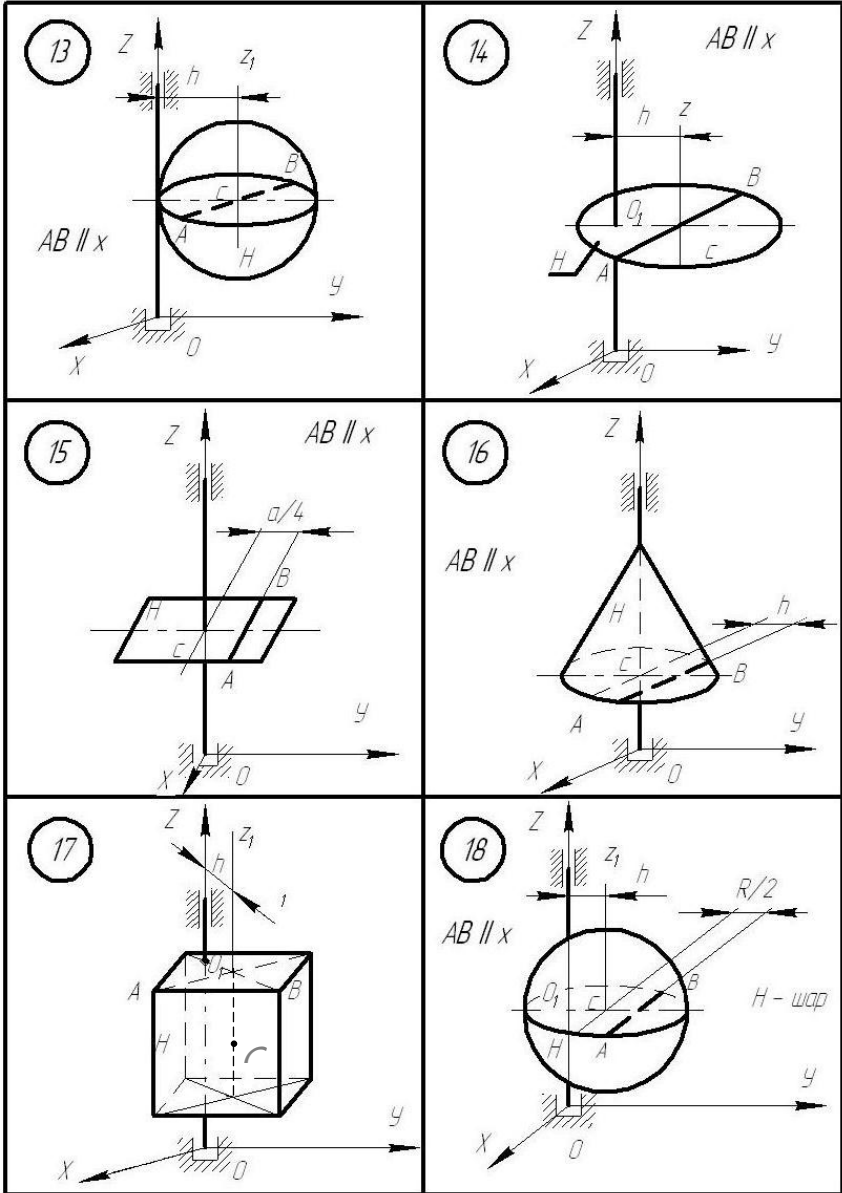


с

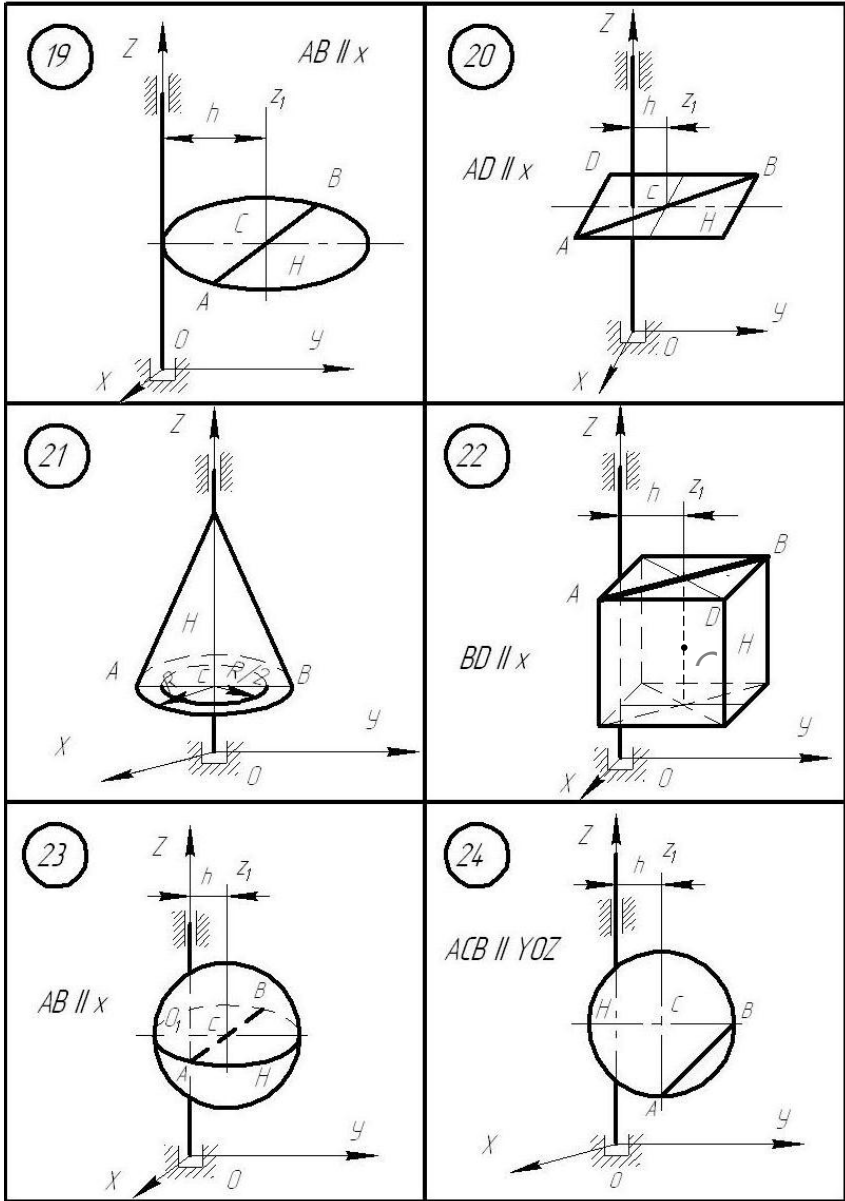
Рисунок 3.5



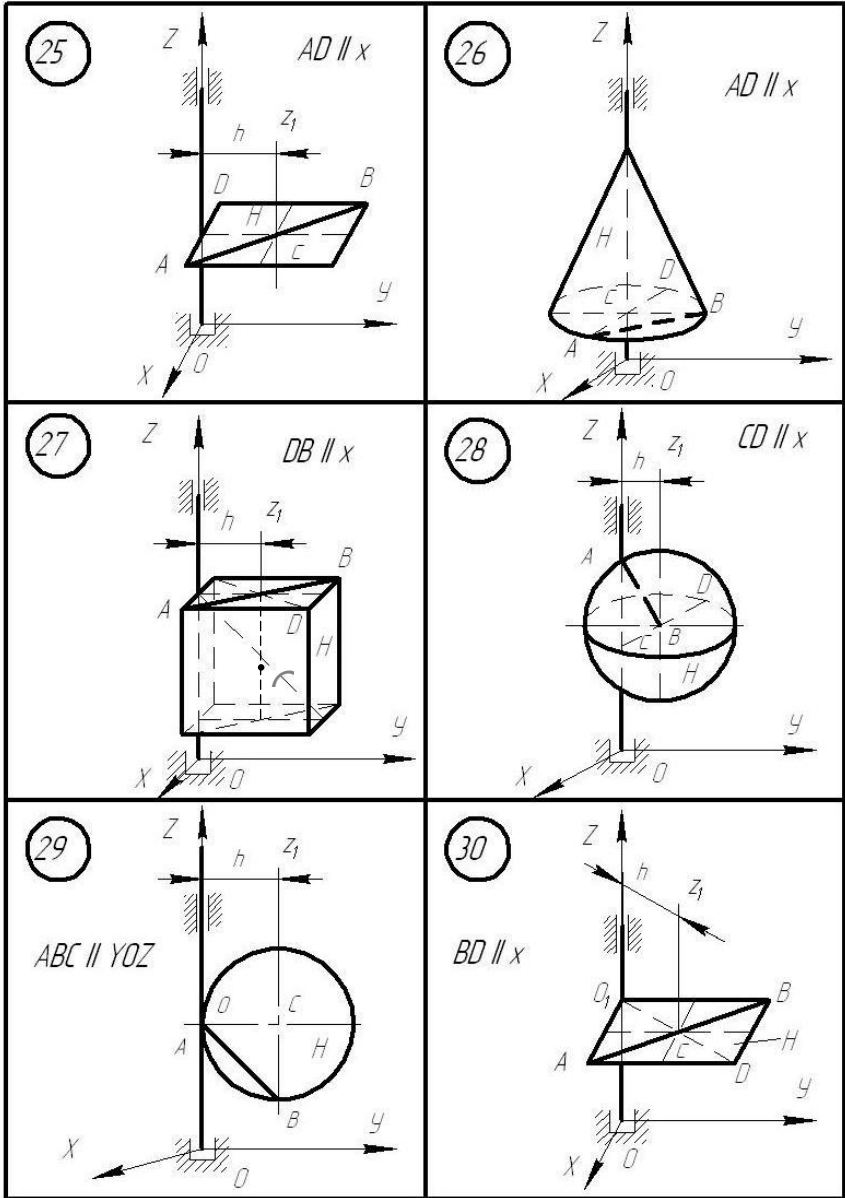
Продовження рисунка 3.5



Продовження рисунка 3.5



Продовження рисунка 3.5



Продовження рисунка 3.5

3.11 Приклад виконання завдання Д.3

Визначити кутову швидкість тіла H , якщо дано:

- $m_1=12$ кг; - $h = \frac{a\sqrt{2}}{4}$ м;
- $m_2=3$ кг; - $S = \frac{\sqrt{2}}{2}t^2$ м;
- $\omega_0=2$ рад/с; - $a=2$ м (ребро куба).
- $\tau=2$ с;

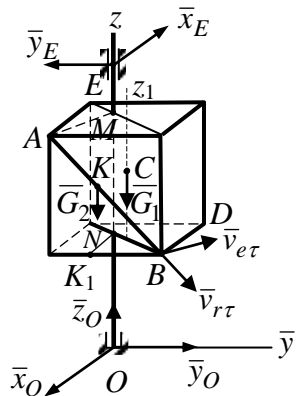


Рисунок 3.6

Розглянемо рух механічної системи, що складається із тіла H і механічного візка K (рис. 3.6). Запишемо теорему про зміну кінетичного моменту механічної системи

$$\frac{d\bar{L}_O}{dt} = \bar{M}_O^{(e)}, \quad (3.15)$$

де $\bar{M}_O^{(e)}$ - головний момент зовнішніх сил, що діють на систему, відносно осі Oz .

Спроєктуємо рівняння (3.15) на вісь Oz

$$\frac{dL_z}{dt} = M_{iz}^{(e)} . \quad (3.16)$$

де L_z - кінетичний момент механічної системи відносно осі Oz ;
На систему діють такі сили:

- \bar{G}_1 - вага тіла H ;
- \bar{G}_2 - вага візка K ;
- $\bar{x}_O, \bar{y}_O, \bar{z}_O$ - складові реакції підп'ятника O ;
- \bar{y}_E, \bar{z}_E - складові реакції підшипника E (див. рис. 3.6).

При зміні часу від $t=0$ до $t=\tau$ на систему діють сили \overline{G}_1 , \overline{G}_2 і реакції підп'ятника та підшипника, які не створюють моментів відносно осі Oz , а тому $\overline{M}_z^{(e)} = 0$. Тоді

$$\frac{dL_z}{dt} = 0; \quad L_z = const. \quad (3.17)$$

Запишемо кінетичний момент механічної системи для $t=0$

$$L_{zO} = J_z \omega_O + m_2 \cdot \omega_O \cdot (AM)^2, \quad (3.18)$$

де

$$J_z = J_C + m_1 h^2 = \frac{m_1 a^2}{6} + m_1 \left(\frac{a\sqrt{2}}{4} \right)^2 =$$

$$= \frac{m_1 a^2}{6} + \frac{m_1 a^2}{8} = \frac{7}{24} m_1 a^2 - \text{момент інерції тіла } H$$

відносно осі Oz .

З рис. 3.7 знаходимо

$$AM = \sqrt{AC^2 + MC^2},$$

де

$$AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}; \quad MC = \frac{a\sqrt{2}}{4} = h.$$

Тоді

$$AM = \sqrt{\frac{a^2 \cdot 2}{4} + \frac{a^2 \cdot 2}{16}} = \frac{a\sqrt{10}}{4}.$$

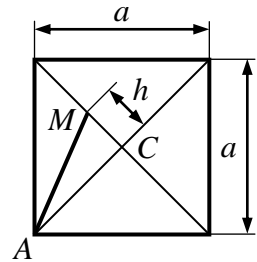


Рисунок 3.7

Підставивши одержаний результат у формулу (3.18), одержимо

$$\begin{aligned} L_{zO} &= \frac{7}{24} m_1 a^2 \omega_O + m_2 \omega_O \frac{10a^2}{16} = \\ &= \frac{7}{24} 12 \cdot 2^2 + 2 \cdot \frac{10 \cdot 2^2}{16} = 43 \left(\frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}} \right). \end{aligned} \quad (3.19)$$

2 ДИНАМІКА

Знайдемо, де розміщений рухомий візок K при $t = \tau$

$$S = \frac{\sqrt{2}}{2} \tau^2 = \frac{\sqrt{2}}{2} 2^2 = 2\sqrt{2} \text{ (м)}.$$

Як видно з рис. 3.6, $AB = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$ і при $a=2$ м, $AB = 2\sqrt{2}$ м.

Тобто рухомий візок K при $t = \tau$ перебуває в точці B , тому що $S=AB$.

При $t > 0$ швидкість рухомого візка складається із відносної швидкості \bar{v}_r по відношенню до тіла H та переносної швидкості \bar{v}_e в русі разом з тілом H .

Запишемо кінетичний момент системи для $t = \tau$

$$L_{z_\tau} = J_z \omega_\tau + m_2 \omega_\tau (BN)^2 + m_2 v_{r_\tau} K_1 N \cos 45^\circ, \quad (3.20)$$

де $BN = \frac{3}{4} a\sqrt{2} = \frac{3}{4} 2\sqrt{2} = \frac{3}{2} \sqrt{2} \text{ (м)};$

$$K_1 N = \frac{3}{4} a = \frac{3}{4} 2 = \frac{3}{2} \text{ (м)}; \quad v_{r_\tau} = \frac{dS}{dt} = \sqrt{2} \cdot t; \quad v_{r_\tau} = t\sqrt{2} \text{ (м/с)}.$$

Підставивши одержані результати BN , v_{r_τ} , $K_1 N$, а також J_z в формулу (3.20), одержимо

$$\begin{aligned} L_{z_\tau} &= \left[J_z + m_2 (BN)^2 \right] \cdot \omega_\tau + m_2 v_{r_\tau} \cdot K N_1 \cdot \cos 45^\circ = \\ &= \left[\frac{7}{24} m_1 a^2 + m_2 \left(\frac{3}{2} \sqrt{2} \right)^2 \right] \omega_\tau + 3 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \\ &= \left[\frac{7}{24} \cdot 12 \cdot 2^2 + 3 \frac{9 \cdot 2}{4} \right] \omega_\tau + 9 = 27.5 \omega_\tau + 9 \left(\frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}} \right). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Підставивши (3.19) і (3.21) в (3.17), одержимо

$$27.5\omega_\tau + 9 = 43.$$

Звідси одержимо кутову швидкість тіла H при $t = \tau$

$$\omega_\tau = \frac{43 - 9}{27.5} = 1.23 \text{ рад/с.}$$

Відповідь: $\omega_\tau = 1.23 \text{ рад/с.}$

3.12 Завдання Д.4. Застосовування теореми про зміну кінетичної енергії для вивчення руху механічної системи

Задана механічна система (рис. 3.8), до якої входять декілька абсолютно твердих тіл. У початковий момент система перебуває в стані спокою і приходить в рух за рахунок дії сил ваги вантажів і пари сил з моментом M , що прикладена до одного із тіл системи. Маса тіла 1 $m_1 = 10$ кг.

Тіло 4 масою $m_4 = 0.2m_1$ прикріплено до кінця циліндричної пружини з коефіцієнтом жорсткості c , розтяг якої в початковий момент дорівнює нулю.

Необхідні дані для розв'язку задачі подані в таблиці 3.6, де прийнято:

- m_2, m_3 - маси тіл 2 і 3 задані в долях m_1 ;
- R, r - радіуси великих і малих кіл;
- i_{2x}, i_{3x} - радіуси інерції тіл 2 і 3 відносно горизонтальних осей, що проходять через їх центри ваги;
- f, δ - коефіцієнти тертя ковзання і кочення тіл.

Блоки і котки, радіуси інерції яких не задані, рахувати суцільними однорідними дисками. Похилі ділянки ниток паралельні відповідним похилим площинам. Великі радіуси блоків і котків вважати однаковими (малі - теж). Крім тертя ковзання та тертя кочення, іншими опорами знехтувати. Нитки вважати нерозтяжними і невагомими.

Використовуючи теорему про зміну кінетичної енергії системи, знайти швидкість центра мас тіла 1, коли воно пройде шлях S_1 .

2 ДИНАМІКА

Таблиця 3.6

№ вар.	m_2	m_3	R	r	i_{2x}	i_{3x}	c	M	S	$\delta \cdot 10^{-1}$	α	β	f
	кг		м				Н/м	Н м	м		град		
1	0.2	0.4	0.20	0.10	0.12	—	0.20	3.0	0.30	0.20	30	—	—
2	0.1	0.2	0.24	0.12	0.10	—	0.10	1.0	0.20	—	—	—	—
3	0.2	0.2	0.18	0.14	—	0.8	0.20	3.0	0.40	0.15	—	—	—
4	0.2	0.1	0.20	0.10	—	0.12	0.10	1.0	0.20	—	30	—	0.10
5	0.4	0.1	0.16	0.12	—	0.10	0.20	3.0	0.30	0.10	60	—	0.15
6	0.2	0.3	0.22	—	0.16	—	0.10	1.0	0.40	0.15	—	—	0.10
7	0.1	0.3	0.20	0.10	0.14	—	0.20	3.0	0.20	0.20	45	—	—
8	0.1	0.1	0.30	0.15	0.20	—	0.10	1.0	0.40	—	30	—	0.15
9	0.4	0.3	0.20	0.10	—	0.15	0.20	3.0	0.40	0.10	30	60	—
10	0.3	0.3	0.26	0.16	—	0.20	0.10	1.0	0.20	0.20	60	—	0.10
11	0.1	0.2	0.20	0.10	0.18	—	0.20	3.0	0.30	0.15	30	—	0.20
12	0.2	0.1	0.18	0.12	0.10	0.14	0.10	1.0	0.40	0.10	30	60	0.15
13	0.3	0.1	0.22	0.14	0.20	0.18	0.20	3.0	0.20	—	60	—	0.10
14	0.1	0.4	0.20	0.10	0.18	0.16	0.10	1.0	0.30	0.20	30	45	0.20
15	0.1	0.2	0.16	0.8	0.14	0.12	0.20	3.0	0.40	—	—	—	—
16	0.1	0.1	0.20	0.8	0.18	—	0.10	1.0	0.20	0.20	30	60	0.15
17	0.2	0.3	0.18	0.9	0.16	—	0.10	1.5	0.30	—	45	—	0.20
18	0.1	0.2	0.16	0.8	—	0.14	0.20	3.0	0.40	0.15	60	—	0.10
19	0.2	0.1	0.20	0.10	0.17	—	0.10	3.0	0.20	0.10	—	—	—
20	0.2	0.2	0.22	0.18	—	0.20	0.20	1.5	0.30	—	30	—	0.15
21	0.1	0.3	0.14	0.7	0.10	—	0.15	1.0	0.40	0.2	60	—	—
22	0.3	0.2	0.24	0.14	0.20	—	0.10	3.0	0.20	0.15	45	45	0.20
23	0.2	0.2	0.20	0.8	0.16	0.14	0.20	1.5	0.30	0.10	30	15	0.10
24	0.1	0.2	0.12	0.10	—	0.10	0.15	3.0	0.40	0.20	60	—	—
25	0.1	0.1	0.20	0.15	—	0.17	0.10	1.0	0.20	0.15	45	—	—
26	0.3	0.3	0.21	0.16	0.19	0.18	0.20	3.0	0.30	0.10	30	—	—
27	0.2	0.1	0.14	0.10	0.12	—	0.15	1.5	0.40	0.20	60	—	—
28	0.1	0.4	0.19	0.9	—	—	0.10	3.0	0.20	0.15	30	—	—
29	0.2	0.2	0.20	0.10	—	0.15	0.20	1.0	0.30	0.10	45	—	—
30	0.3	0.3	0.20	0.14	0.16	0.16	0.15	1.5	0.40	0.20	60	—	—

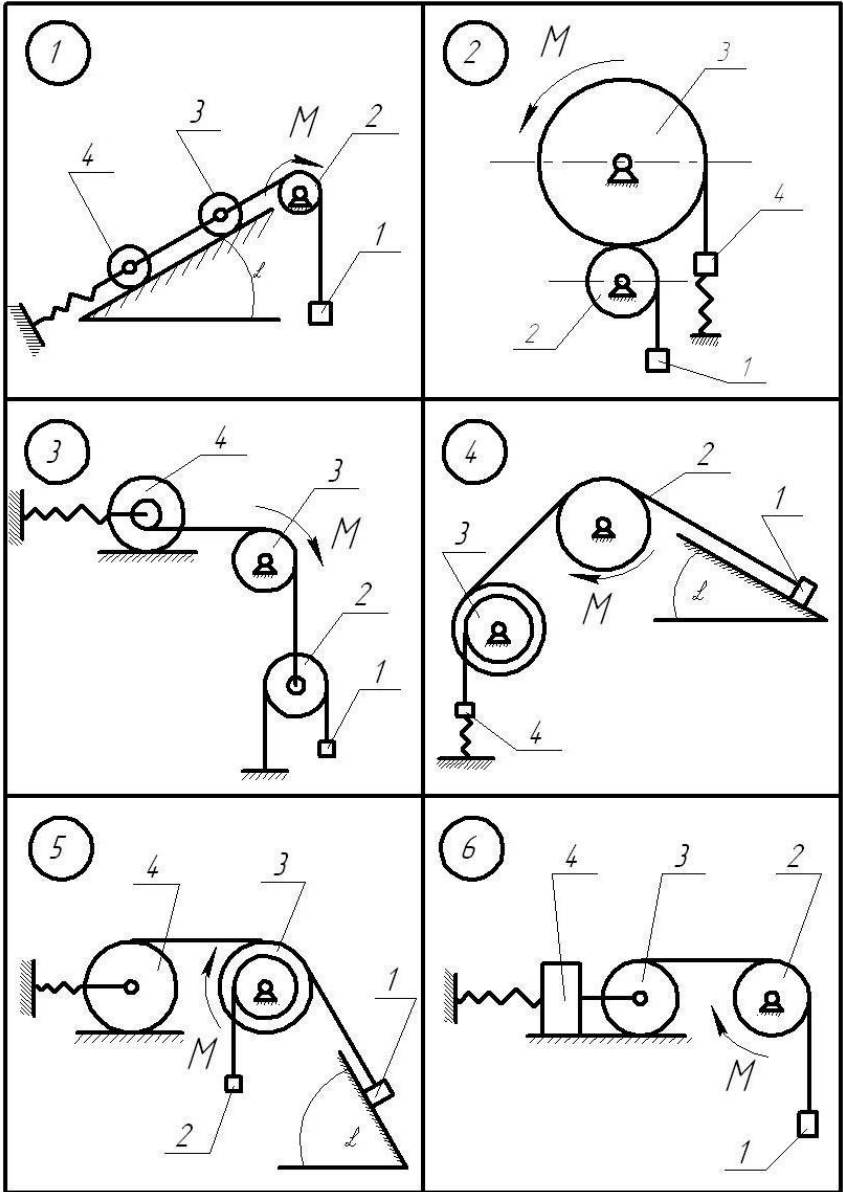
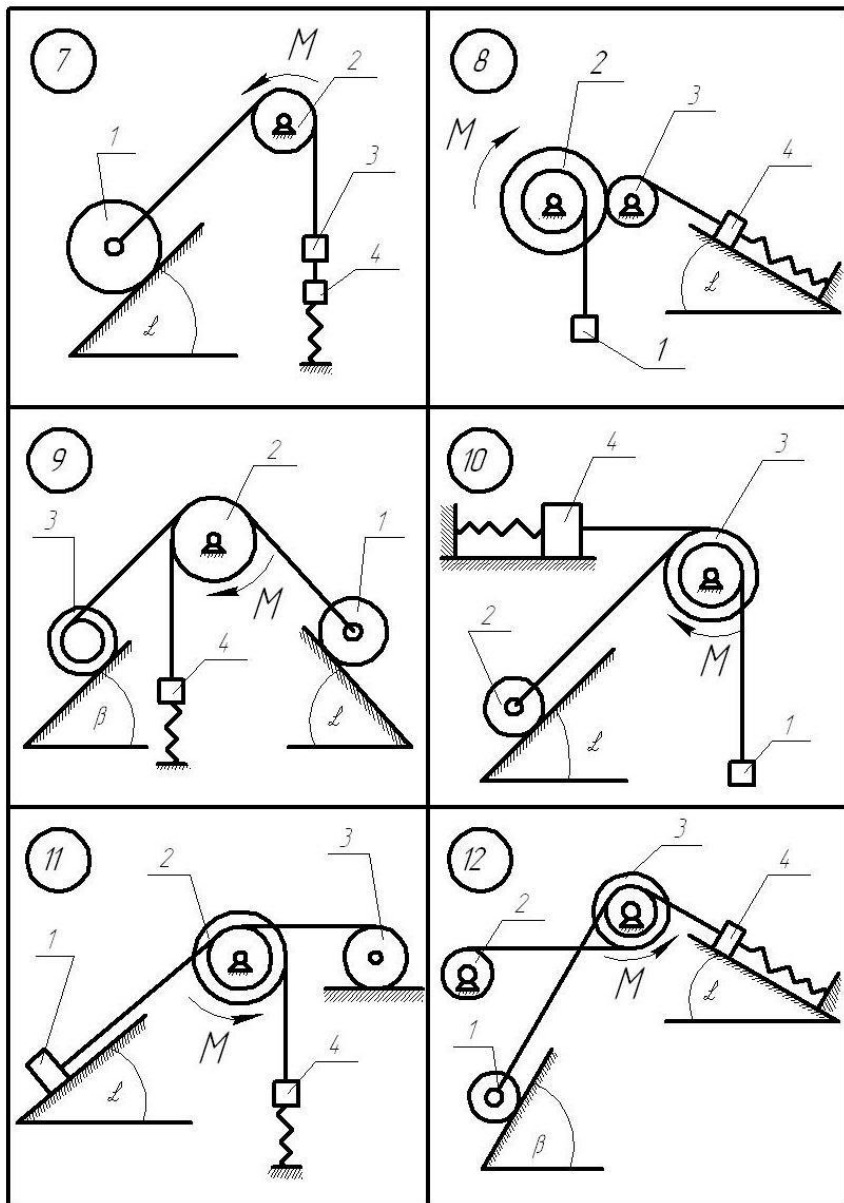
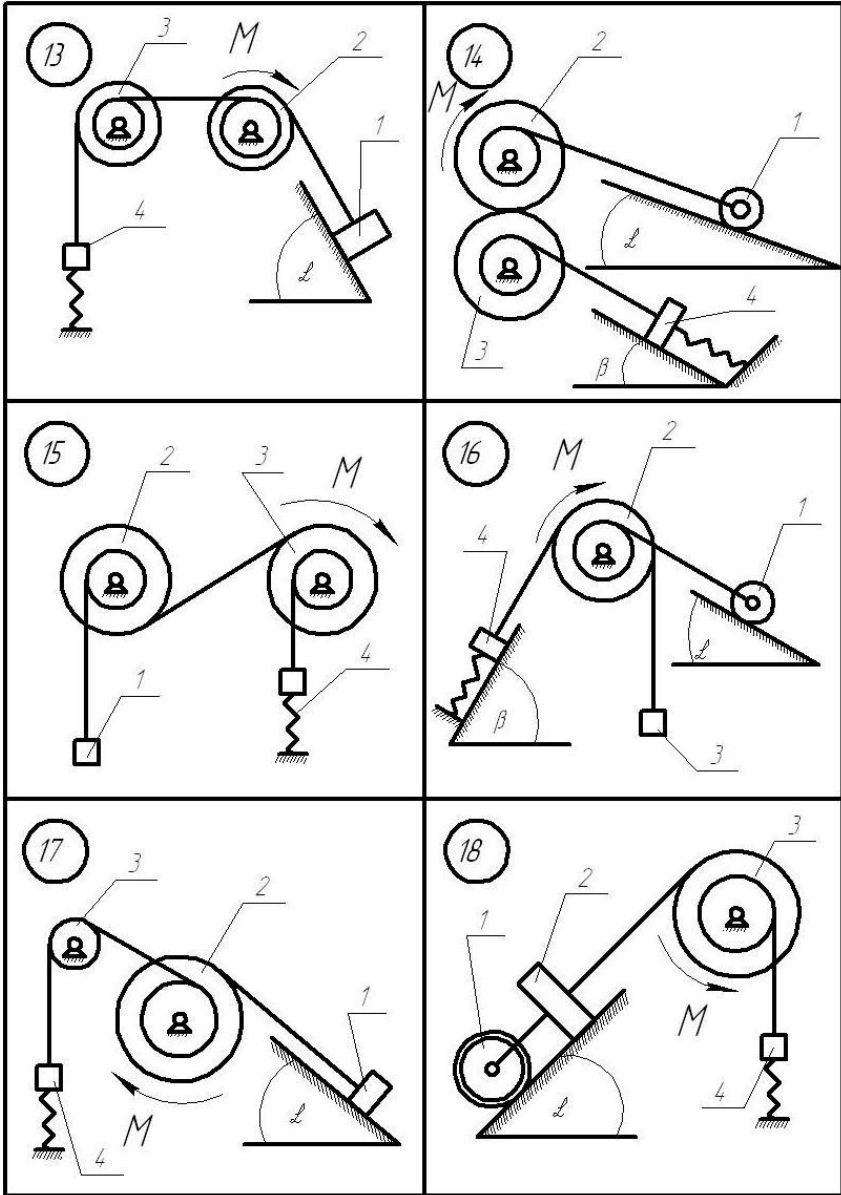


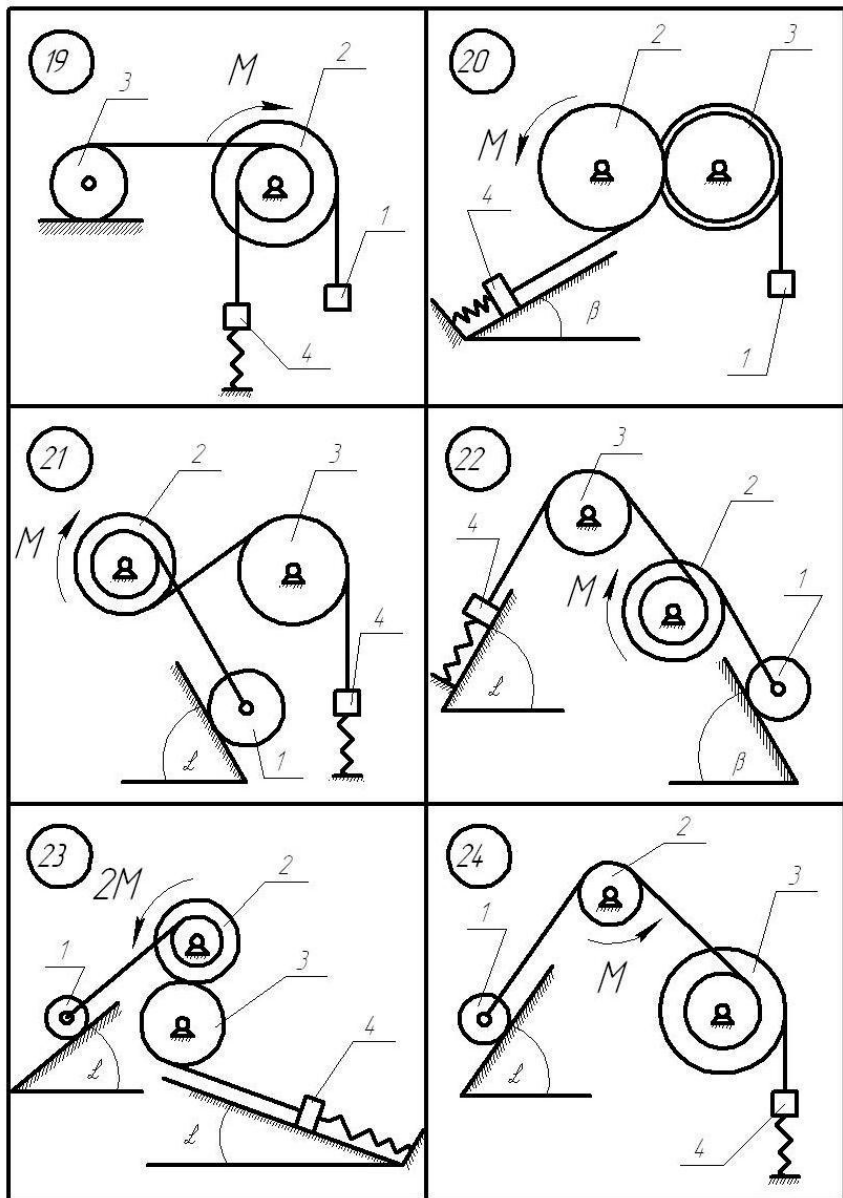
Рисунок 3.8



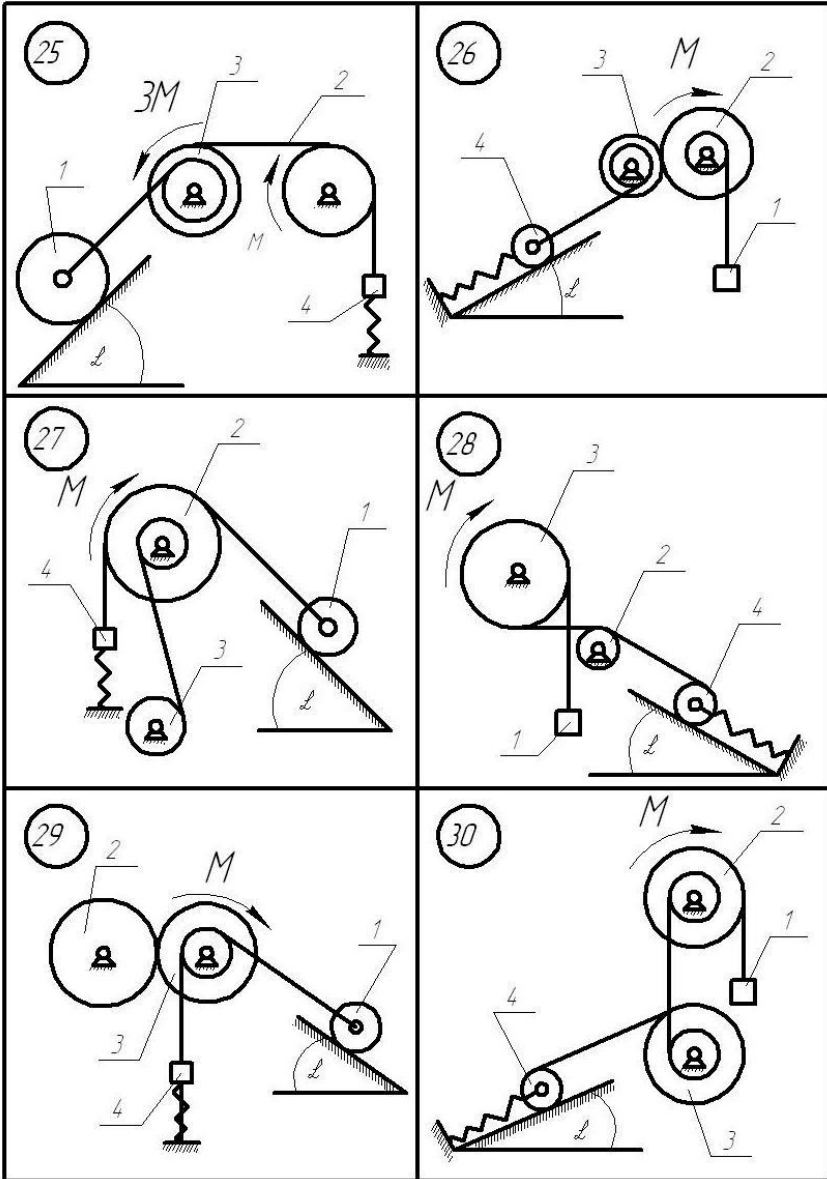
Продовження рисунка 3.8



Продовження рисунка 3.8



Продовження рисунка 3.8



Продовження рисунка 3.8

3.13 Приклад виконання завдання Д.4

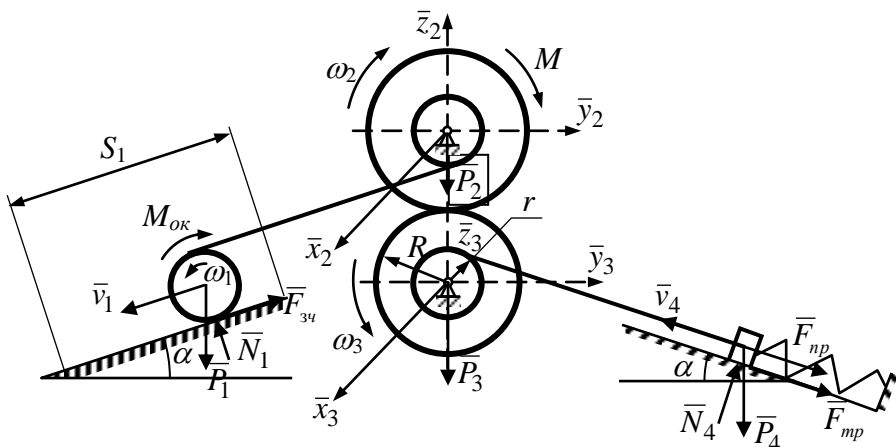


Рисунок 3.9

Визначити швидкість v_1 центра мас тіла 1, коли воно пройде шлях S_1 (рис. 3.9), якщо задано:

- $m_1=m=10$ кг; – $R=0.2$ м; – $M=2$ Н м; – $f=0.1$.
- $m_4=0.2m$; – $r=0.1$ м; – $S_1=0,3$ м;
- $m_2=0.3m$; – $i_{2x}=0.1$ м; – $c=0.15$ Н/м;
- $m_3=0.3m$; – $i_{3x}=0.14$ м; – $\alpha=30^\circ$;

Розв'язання

Для розв'язування задачі використовуємо теорему про зміну кінетичної енергії системи

$$T - T_0 = \sum A_i^e + \sum A_i^i, \quad (3.22)$$

де T і T_0 - кінетична енергія відповідно в кінцевому і початковому положеннях;

$\sum A_i^i$ і $\sum A_i^e$ - суми робіт всіх внутрішніх та зовнішніх сил, що діють на систему;

Ураховуючи, що $\sum A_i^i = 0$, тому що система складається з абсолютно твердих тіл, з'єднаних ідеальними в'язями, та $T_0=0$, тобто в початковий момент часу система перебувала в стані спокою, рівняння (3.22) набуває вигляду

$$T = \sum A_i^e . \quad (3.23)$$

Кінетична енергія системи дорівнює сумі кінетичних енергій тіл 1, 2, 3, 4

$$T=T_1+T_2+T_3+T_4.$$

Кінетична енергія котка 1, який перебуває в плоскому русі, дорівнює

$$T_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{J_{x1} \omega_1^2}{2} ,$$

де v_1 - швидкість центра мас котка 1;

$J_{xi} = \frac{m_1 r^2}{2}$ - момент інерції котка відносно осі x_1 , що проходить через центр мас котка;

$\omega_1 = \frac{v_1}{r}$ - кутова швидкість котка 1.

Отже
$$T_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_1 r^2}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{v_1^2}{r^2} = \frac{3}{4} m_1 v_1^2 .$$

Кінетична енергія барабанів 2 і 3

$$T_2 = J_{x2} \cdot \frac{\omega_2^2}{2} ; T_3 = J_{x3} \cdot \frac{\omega_3^2}{2} ,$$

де $J_{x2} = m_2 \cdot i_{2x}^2$ - момент інерції барабана 2;

2 ДИНАМІКА

$J_{x3} = m_3 \cdot i_{3x}^2$ - момент інерції барабана 3;

$\omega_3 = \omega_2 = \frac{2v_1}{r}$ - кутова швидкість барабанів 2 і 3.

$$\text{Тоді} \quad T_2 = m_2 \cdot i_{2x}^2 \cdot 2 \frac{v_1^2}{r^2}; \quad T_3 = m_3 \cdot i_{3x}^2 \cdot 2 \frac{v_1^2}{r^2}$$

$$\text{або} \quad T_2 = 0.6m \cdot i_{2x}^2 \cdot \frac{v_1^2}{r^2}; \quad T_3 = 0.6m \cdot i_{3x}^2 \cdot \frac{v_1^2}{r^2}.$$

Кінетична енергія вантажу 4 дорівнює

$$T_4 = \frac{m_4 \cdot v_4^2}{2} = \frac{0.2m}{2} (\omega_3 r)^2 = 0.4m v_1^2,$$

де $v_4 = \omega_3 \cdot r = 2v_1$ - швидкість центра мас вантажу 4.

Отже кінетична енергія системи дорівнює

$$\begin{aligned} T &= \frac{3}{4} m v_1^2 + 0.6m i_{2x}^2 \cdot \frac{v_1^2}{r^2} + 0.6m i_{3x}^2 \cdot \frac{v_1^2}{r^2} + 0.4m v_1^2 = \\ &= m v_1^2 \left[1.15 + \frac{0.6}{r^2} (i_{2x}^2 + i_{3x}^2) \right]. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Знайдемо роботу сил, що діють на систему. Роботу виконують сили ваги тіл 1 і 4, сила тертя ковзання, пружна сила пружини, пара сил опору тертя кочення з моментом $M_{ок}$ та пара з моментом M

$$\sum A^e_i = A_{P_1} + A_{P_4} + A_{mp} + A_{np} + A_{ок} + A_M.$$

Робота сил \bar{P}_2 і \bar{P}_3 дорівнює нулю. Робота сил \bar{P}_1 і \bar{P}_4

$$A_{P_1} = P_1 s_1 \sin \alpha; \quad A_{P_4} = -P_4 s_4 \sin \alpha,$$

де s_1 - переміщення центра мас котка 1;
 s_4 - переміщення центра мас вантажу 4.

При переміщенні центра котка 1 на відстань s_1 , нитка, що з'єднує тіла 1 і 2, переміститься на відстань $s_{1,2}=2s_1$.

При цьому блок 2 повертається на кут $\varphi_2 = \frac{S_{1,2}}{r} = \frac{2S_1}{r}$, а блок 3 повертається на кут $\varphi_3 = \frac{\varphi_2 R_2}{R_3} = \varphi_2$. Вантаж 4 переміститься на відстань s_4 вгору: $s_4 = \varphi_3 r = \varphi_2 r = 2s_1$.

Тоді
$$A_{p_1} = mqs_1 \sin \alpha;$$

$$A_{p_4} = -2m_4qs_1 \sin \alpha = -0.4mqs_1 \sin \alpha .$$

Робота нормальних реакцій \bar{N}_1 і \bar{N}_4 дорівнює нулю, тому що вони прикладені до нерухомих точок. Робота сили тертя F_{mp}

$$A_{mp} = -F_{mp} \cdot s_4 = -N_4 f s_4 = -P_4 f 2s_1 \cdot \cos \alpha = -0.4mgf \cdot s_1 \cdot \cos \alpha .$$

Робота сили зчеплення $\bar{F}_{зч}$ дорівнює нулю, тому що вона прикладена в миттєвому центрі швидкостей.

Робота моменту пари сил опору кочення ($M_{ок}$ - момент опору кочення)

$$\begin{aligned} A_{ок} &= -M_{ок} \cdot \varphi_1 = -M_{ок} \frac{s_1}{r} = -\delta N_1 \frac{s_1}{r} = \\ &= -\delta P_1 \frac{s_1}{r} \cos \alpha = -mg \frac{s_1}{r} \delta \cos \alpha . \end{aligned}$$

Робота заданої пари сил з моментом M

$$A_m = M\varphi_2 = M \frac{2s_1}{r}.$$

Робота пружної сили дорівнює

$$A_{np} = -c \frac{s_1^2}{2} = -\frac{c}{2} (2s_1)^2 = -c \cdot s_1^2 \cdot 2 = -2cs_1^2.$$

Сума робіт усіх сил, що діють на систему

$$\begin{aligned} \sum A_i^e &= mgs_1 \sin \alpha - 0.4mgs_1 \sin \alpha - 0.4m \cdot g \cdot f \cdot s_1 \cos \alpha - \\ &\quad - mg \frac{\delta}{r} s_1 \cos \alpha + \frac{2M}{r} s_1 - 2cs_1^2 = 2s_1 \left(\frac{M}{r} - cs_1 \right) + \\ &\quad + mgs_1 \left[0.6 \sin \alpha - \left(0.4f + \frac{\delta}{r} \right) \cos \alpha \right]. \end{aligned}$$

$$\sum A_i^e = s_1 \left\{ 2 \left(\frac{M}{r} - cs_1 \right) + mg \left[0.6 \sin \alpha - \left(0.4f + \frac{\delta}{r} \right) \cos \alpha \right] \right\}. \quad (3.25)$$

Підставивши (3.24) і (3.25) в (3.23), знайдемо швидкість центра мас тіла 1

$$v_1 = \sqrt{\frac{s_1 \left\{ 2 \left(\frac{M}{r} - cs_1 \right) + mg \left[0.6 \sin \alpha - \left(0.4f + \frac{\delta}{r} \right) \cos \alpha \right] \right\}}{m \left[1.15 + \frac{0.6}{r^2} (i_{2x}^2 + i_{3x}^2) \right]}}$$

і після підстановки даних одержимо $v_1 = 0.65$ м/с.

Відповідь: $v_1 = 0.65$ м/с.

3.14 Завдання Д.5. Застосування принципу Д'Аламбера для визначення реакцій опор при обертанні твердого тіла навколо нерухомої осі

Тіло, що складається з пластин, дисків, стержнів і матеріальних точок, прикріплених до вала $AB=L=1$ м, обертається навколо нерухомої осі за законом $\varphi(t)$, в якому відповідно до варіанта прийнято $\omega=10\pi$ рад/с або $\varepsilon=10$ рад/с² (рис. 3.10).

Використовуючи метод кінетостатики (принцип Д'Аламбера), знайти повні і додаткові динамічні реакції в опорах вала, а також, у разі прискороного обертання, знайти ще й крутний момент $M_{об}$.

Закони руху, розміри тіл і їх маси наведено в таблиці 3.7.

Таблиця 3.7

№ вар.	$\varphi(\tau)$, рад	m_1	m_2	m_3	l_1	l_2	l_3	a	b	α , град.
		кг				м				
1	ωt	5	10	5	0.3	0.5	–	0.5	0.3	–
2	$\frac{1}{2}\varepsilon t^2$	6	10	–	0.7	0.25	–	0.3	0.27	30
3	ωt	7	3	5	0.3	0.5	–	0.5	0.3	–
4	$\frac{1}{2}\varepsilon t^2$	5	15	–	–	–	–	0.4	0.3	–
5	ωt	10	7	–	–	–	–	0.5	0.5	–
6	$\frac{1}{2}\varepsilon t^2$	7	3	5	0.3	–	–	0.2	0.4	–
7	ωt	5	5	–	0.4	–	–	0.4	0.2	–
8	$\frac{1}{2}\varepsilon t^2$	6	8	6	0.6	0.85	0.4	0.2	0.2	45
9	ωt	10	20	10	0.3	0.5	–	0.4	0.2	–
10	$\frac{1}{2}\varepsilon t^2$	5	7	5	–	0.5	–	0.3	0.4	–
11	ωt	10	15	10	0.4	–	–	0.3	0.2	–

2 ДИНАМІКА

Продовження таблиці 3.7

№ вар.	$\varphi(\tau),$ рад	m_1	m_2	m_3	l_1	l_2	l_3	a	b	$\alpha,$ град.
		кг				м				
12	$\frac{1}{2}\varepsilon t^2$	5	20	–	0.3	–	–	0.2	0.3	–
13	ωt	7	15	–	0.3	0.4	–	0.6	0.4	60
14	$\frac{1}{2}\varepsilon t^2$	7	15	–	0.3	0.4	–	0.6	0.3	60
15	ωt	3	5	5	0.3	0.5	0.4	0.4	0.3	–
16	$\frac{1}{2}\varepsilon t^2$	5	10	5	0.3	0.5	–	0.4	0.3	–
17	ωt	4	5	8	0.4	0.3	0.4	0.3	0.3	–
18	$\frac{1}{2}\varepsilon t^2$	5	5	5	0.3	0.3	0.3	0.5	0.25	–
19	ωt	5	15	10	–	0.3	–	0.3	0.5	–
20	$\frac{1}{2}\varepsilon t^2$	10	7	5	–	0.42	–	0.5	0.2	–
21	ωt	7	3	–	–	–	–	0.3	0.5	–
22	$\frac{1}{2}\varepsilon t^2$	5	5	–	0.5	–	–	0.2	0.4	–
23	ωt	6	6	6	0.3	0.5	0.5	0.2	0.2	37
24	$\frac{1}{2}\varepsilon t^2$	10	20	10	0.3	0.3	–	0.3	0.3	–
25	ωt	7	5	10	–	0.34	–	0.2	0.4	–
26	$\frac{1}{2}\varepsilon t^2$	10	15	10	–	0.6	–	0.4	–	–
27	ωt	5	15	5	–	0.3	–	0.25	0.5	–
28	$\frac{1}{2}\varepsilon t^2$	7	15	5	0.3	0.4	0.3	0.2	0.2	–
29	ωt	7	15	10	0.4	0.4	0.5	0.5	0.5	60
30	$\frac{1}{2}\varepsilon t^2$	4	5	5	0.3	0.2	0.4	0.5	0.5	–

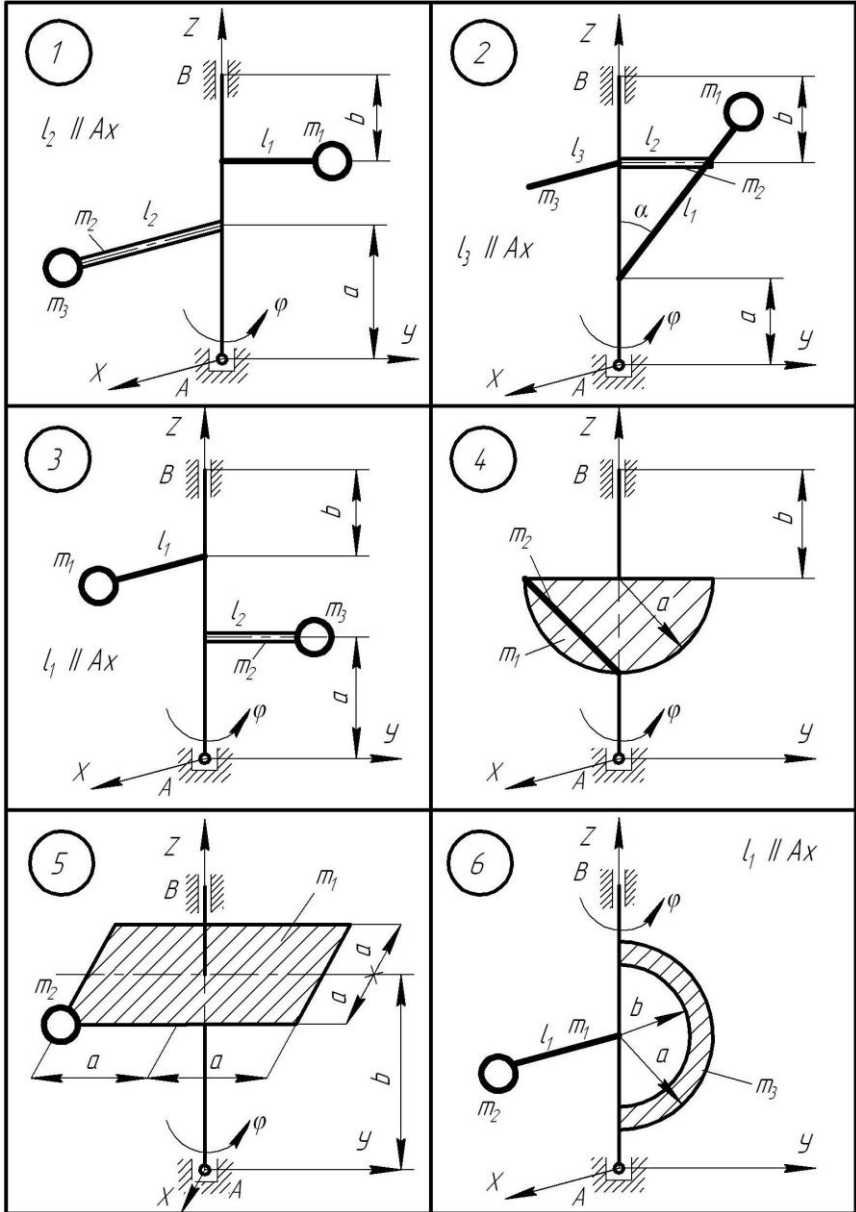
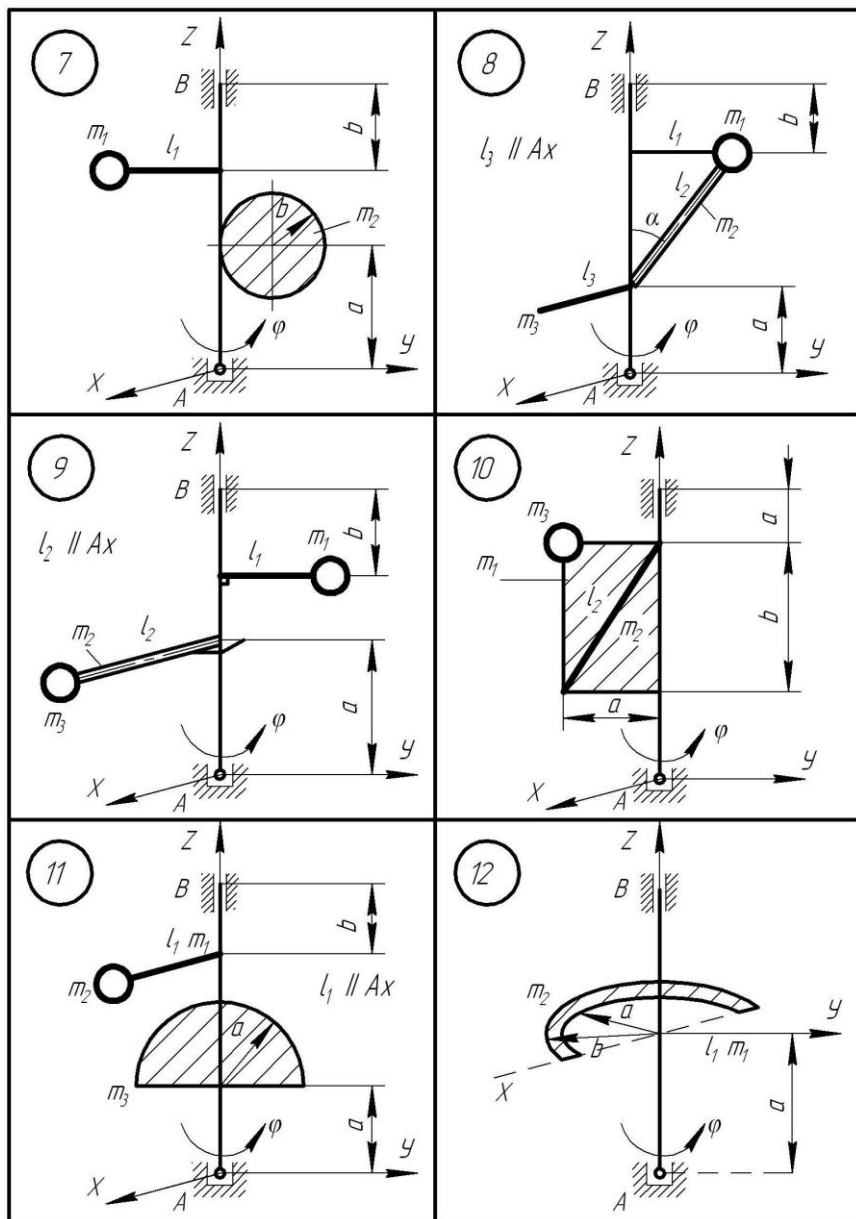
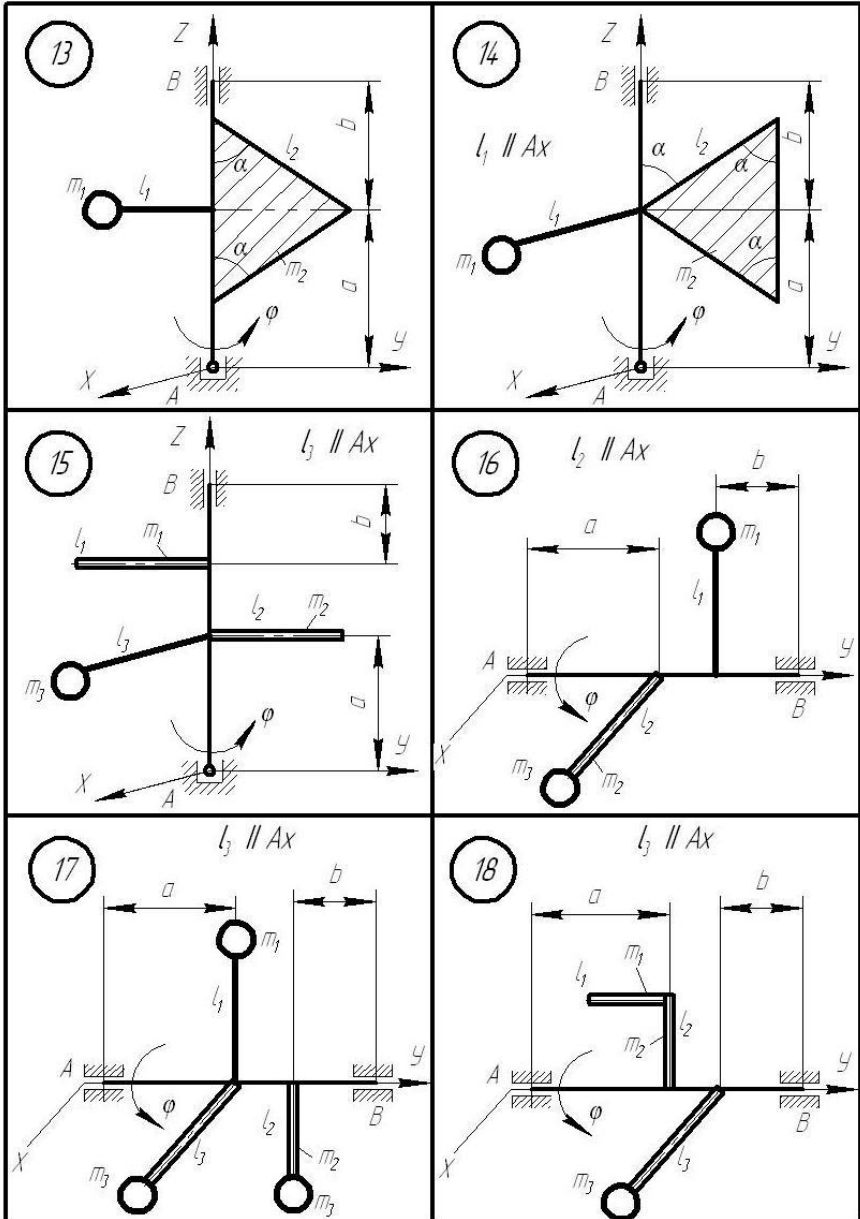


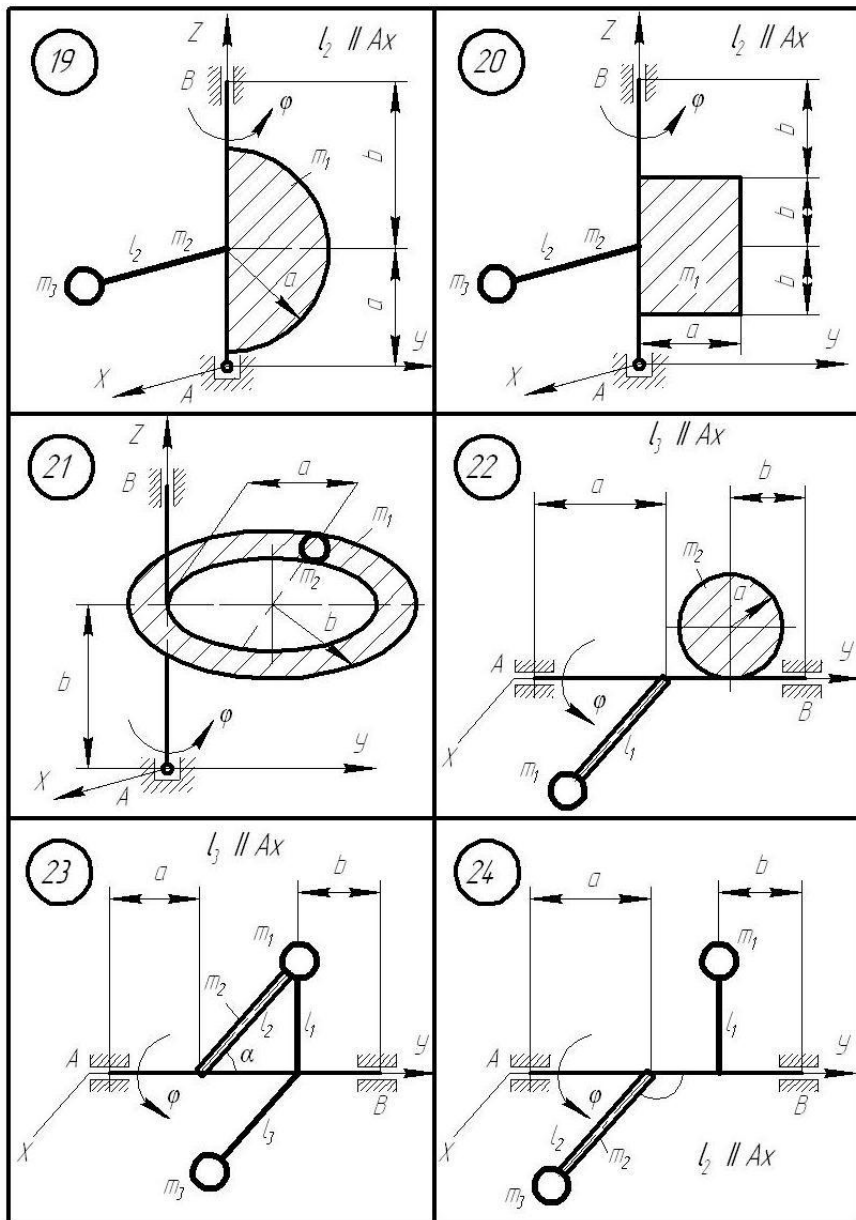
Рисунок 3.10



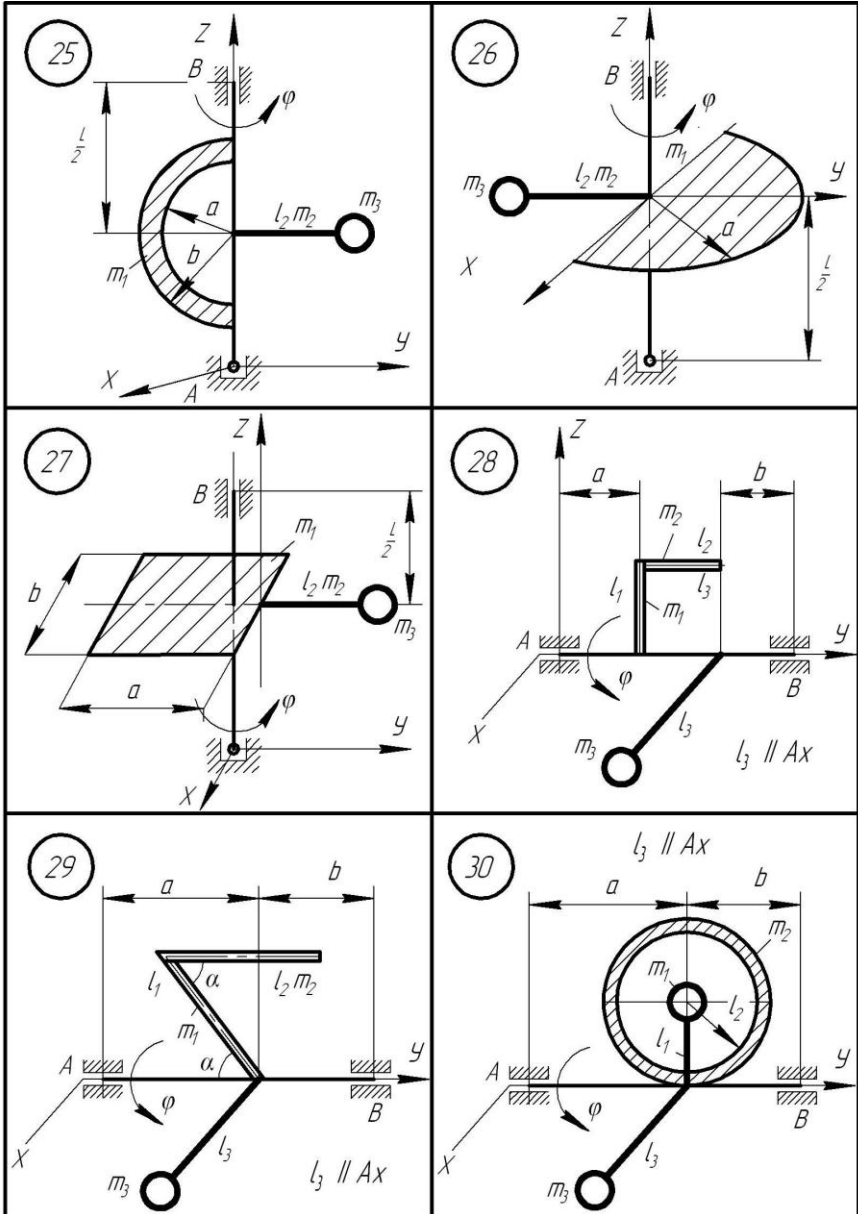
Продовження рисунка 3.10



Продовження рисунка 3.10



Продовження рисунка 3.10



Продовження рисунка 3.10

3.15 Приклад виконання завдання Д.5

Тіло складається з матеріальної точки масою m_1 (тягар), яка розміщена на кінці стержня завдовжки l_1 і масою m_2 та кільця з радіусом l_3 і масою m_3 (маса рівномірно розподілена по ободу кільця), прикріплених до вала, що обертається навколо нерухомої осі за законом

$$\varphi(t) = \frac{1}{2} \varepsilon t^2 \text{ рад, (рис. 3.11).}$$

Використовуючи метод кінестатики, знайти:

- повні і додаткові динамічні реакції в опорах вала $X_A, Y_A, Z_A, X_B, Y_B, X_A^D, Y_A^D, Z_A^D, X_B^D, Y_B^D$;
- обертальний момент $M_{об}$, якщо:

$m_1=5$ кг;	$m_3=8$ кг;	$l_3=0.2$ м;	$L=AB=1$ м;
$m_2=2$ кг;	$l_1=0.4$ м;	$a=b=0.3$ м;	$\varepsilon=20$ рад/с ³ .

Розв'язання.

Спочатку визначимо повні динамічні реакції опор.

Зв'яжемо жорстко з тілом рухому систему координат $Axyz$ (рис. 3.12). Визначимо активні сили $m_1\bar{g}, m_2\bar{g}, m_3\bar{g}$, що діють на тіло, і обертальний момент $M_{об}$.

Згідно з аксіомою про звільнення від в'язей відкинемо верхню і нижню підшипникові опори і замінимо їх дію на тіло відповідними реакціями в'язей $\bar{X}_A, \bar{Y}_A, \bar{Z}_A, \bar{X}_B$ і \bar{Y}_B .

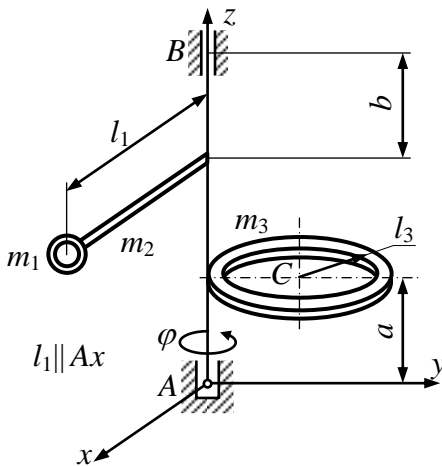


Рисунок 3.11

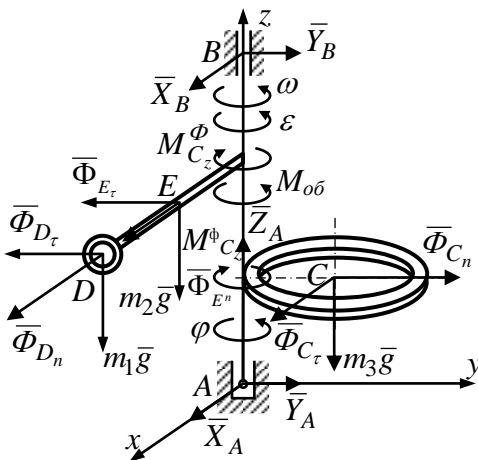


Рисунок 3.12

До центрів мас кожного з елементів, які складають тіло, умовно прикладемо у напрямку, протилежному їх прискоренням (або складовим прискоренням), сили інерції. Для тягаря, стержня і кільця відповідно сили та моменти сил інерції визначимо за такими формулами

$$\Phi_{D_n} = m_1 \cdot a_{1_n} = m_1 \cdot \omega^2 \cdot l_1 = m_1 \dot{\phi}_1^2 l_1 = m_1 l_1 (\varepsilon t)^2; \quad \Phi_{D_\tau} = m_1 a_{1_\tau} = m_1 l_1 \varepsilon;$$

$$\Phi_{E_n} = m_2 \dot{\phi}^2 l_1 / 2 = m_2 l_1 (\varepsilon t)^2 / 2; \quad \Phi_{E_\tau} = m_2 l_1 \varepsilon / 2;$$

$$\Phi_{C_n} = m_3 \dot{\phi}^2 l_3 = m_3 l_3 (\varepsilon t)^2; \quad \Phi_{C_\tau} = m_3 l_3 \varepsilon;$$

$$M_{E_z}^\Phi = J_{E_z} \varepsilon = \frac{1}{3} m_2 l_1^2 \cdot \varepsilon;$$

$$M_{C_z}^\Phi = J_{C_z} \varepsilon = (m_3 l_3^2 + m_3 l_3^2) \cdot \varepsilon = 2 m_3 l_3^2 \cdot \varepsilon.$$

Отримана система сил є довільною просторовою, тому використаємо відповідні умови її рівноваги

$$\sum F_{ix} = X_A + X_B + \Phi_{D_n} + \Phi_{E_n} + \Phi_{C_\tau} = 0; \quad (3.26)$$

$$\sum F_{iy} = Y_A + Y_B - \Phi_{D_\tau} - \Phi_{E_\tau} + \Phi_{C_n} = 0; \quad (3.27)$$

$$\sum F_{iz} = Z_A - m_1 g - m_2 g - m_3 g = 0; \quad (3.28)$$

$$\sum M_{xi} = -Y_B L - m_3 g l_3 + (\Phi_{D_\tau} + \Phi_{E_\tau})(L - b) - \Phi_{C_n} a = 0; \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} \sum M_{yi} = X_B L + (\Phi_{D_n} + \Phi_{E_n})(L - b) + \\ + \Phi_{C_\tau} a + m_1 g l_1 + m_2 g \frac{l_1}{2} = 0; \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\sum M_{zi} = M_{o\bar{o}} - \Phi_{D_\tau} l_1 - \Phi_{E_\tau} \frac{l_1}{2} - \Phi_{C_\tau} l_3 - M_{E_z}^\Phi - M_{C_z}^\Phi = 0. \quad (3.31)$$

Розв'яжемо ці рівняння відносно невідомих величин.

Із рівняння (3.31) знаходимо обертальний момент відносно вертикальної осі z

$$\begin{aligned}
 M_{об} &= \Phi_{D_r} l_1 + \Phi_{E_r} \frac{l_1}{2} + \Phi_{C_r} l_3 + M_{E_z}^\Phi + M_{C_z}^\Phi = \\
 &= \left(m_1 + \frac{1}{4} m_2 \right) \cdot \varepsilon l_1^2 + m_3 \varepsilon l_3^2 + \frac{1}{3} m_2 l_1^2 \varepsilon + 2 m_3 l_3^2 \varepsilon = \\
 &= \left[\left(m_1 + \frac{1}{4} m_2 \right) \cdot l_1^2 + 3 m_3 l_3^2 + \frac{1}{3} m_2 l_1^2 \right] \varepsilon = \\
 &= \left[5.5 \cdot 0.16 + 24 \cdot 0.04 + \frac{2}{3} \cdot 0.16 \right] \cdot 20 = 38.93 \text{ Н} \cdot \text{м}.
 \end{aligned}$$

Із виразу (3.30) знайдемо проекцію реакції в опорі B на вісь x

$$\begin{aligned}
 X_B &= -(\Phi_{D_n} + \Phi_{E_n}) \cdot \left(1 - \frac{b}{L} \right) - \Phi_{C_r} \frac{\alpha}{L} - \left(m_1 + \frac{m_2}{2} \right) \frac{l_1}{L} g = \\
 &= - \left(m_1 + \frac{m_2}{2} \right) \cdot (\varepsilon t)^2 \left(1 - \frac{b}{L} \right) \cdot l_1 - m_3 \varepsilon \frac{\alpha}{L} - \left(m_1 + \frac{m_2}{2} \right) \cdot g \frac{l_1}{L} = \\
 &= \left(5 + \frac{2}{2} \right) \cdot 20^2 t^2 \cdot 0.4 \cdot 0.7 - 8 \cdot 20 \cdot 0.2 \cdot 0.3 - \left(5 + \frac{2}{2} \right) \cdot 9.81 \cdot 0.4 = \\
 &= (-672t^2 - 33.141) \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Із рівняння (3.29) отримаємо проекцію реакції в опорі B на вісь y

$$\begin{aligned}
 Y_B &= (\Phi_{D_r} + \Phi_{E_r}) \cdot \left(1 - \frac{b}{L} \right) - m_3 g \frac{l_3}{L} - \Phi_{C_n} \frac{\alpha}{L} = \\
 &= \left(m_1 + \frac{m_2}{2} \right) \cdot \left(1 - \frac{b}{L} \right) \cdot \varepsilon l_1 - m_3 g \frac{l_3}{L} - m_3 (\varepsilon t)^2 \cdot l_3 \frac{\alpha}{L} = \\
 &= 6 \cdot 0.7 \cdot 20 \cdot 0.4 - 8 \cdot 9.81 \cdot 0.2 - 8(20t)^2 \cdot 0.2 \cdot 0.3 = \\
 &= (-192t^2 + 17.904) \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Далі з виразу (3.28) знайдемо проекцію на вісь z реакції підп'ятника A

$$Z_A = (m_1 + m_2 + m_3)g = 15 \cdot 9.8 = 147 \text{ Н}.$$

З рівняння (3.26) отримаємо проекцію на вісь x реакції підп'ятника A

$$\begin{aligned} X_A &= -X_B - \Phi_{D_n} - \Phi_{E_n} - \Phi_{C_r} = \\ &= l_1 \left(m_1 + \frac{1}{2} m_2 \right) \cdot (\varepsilon t)^2 - m_3 \varepsilon l_3 - X_B = \\ &= 0.4 \cdot 6 \cdot (20t)^2 - 8 \cdot 20 \cdot 0.2 + 672t^2 - 33.141 = \\ &= (1632t^2 - 65.141) \text{ Н.} \end{aligned}$$

Нарешті, з виразу (3.27) отримаємо проекцію на вісь y у реакції підп'ятника A

$$\begin{aligned} Y_A &= -Y_B + \Phi_{D_r} + \Phi_{E_r} - \Phi_{C_n} = \\ &= -Y_B + \left(m_1 + \frac{1}{2} m_2 \right) \cdot \varepsilon \cdot l_1 - m_3 (\varepsilon t)^2 \cdot l_3 = \\ &= 192t^2 - 17.904 + 6 \cdot 20 \cdot 0.4 - 8 \cdot (20t)^2 \cdot 0.2 = \\ &= (-448t^2 + 30.096) \text{ Н.} \end{aligned}$$

Додаткові динамічні реакції отримаємо, залишивши у виразах повних реакцій лише ті члени, які залежать від ε і εt , а саме

$$\begin{aligned} X_A &= (1632t^2 - 32) \text{ Н}; \quad Y_A = (-448t^2 + 48) \text{ Н}; \\ X_B &= (-672t^2 - 9.6) \text{ Н}; \quad Y_B = (-192t^2 + 33.6) \text{ Н}; \quad Z_A = 0. \end{aligned}$$

Усі отримані реакції наведено в таблиці 3.8.

Таблиця 3.8

Реакції	Повні, Н	Динамічні, Н
X_A	$1632t^2 - 65.141$	$+1632t^2 - 32$
Y_A	$-448t^2 + 30.096$	$-448t^2 + 48$
Z_A	147	0
X_B	$-672t^2 - 33.141$	$-672t^2 - 9.6$
Y_B	$-192t^2 + 17.904$	$-192t^2 + 33.6$

3.16 Завдання Д.6. Застосування загального рівняння динаміки та рівняння Лагранжа другого роду для дослідження руху механічної системи з одним ступенем вільності

Для заданої механічної системи з одним ступенем вільності визначити прискорення відповідних тіл і натяг шнурів, до яких прикріплено відповідні тіла. Масами шнурів та силами опору в підшипниках знехтувати.

В початковий момент система перебуває в стані спокою і приходить в рух за рахунок дії сил ваги і пари сил з моментом M , що прикладена до одного із тіл системи.

Варіанти механічних систем показано на рис. 3.13, а необхідні для розрахунку величини наведені в таблиці 3.9, де прийнято:

- m_1, m_2, m_3, m_4 - маси тіл 1-4;
- R, r - великі і малі радіуси тіл ($R=2r$ - для всіх варіантів);
- i_{2x}, i_{3x} - радіуси інерції тіл 2 і 3 відносно горизонтальних осей, що проходять через їх центри ваги;
- f, δ - коефіцієнти тертя ковзання і кочення тіл.

Маси тіл 1 і 4 для всіх варіантів відповідно дорівнюють $m_1=10$ кг і $m_4=2$ кг.

В таблиці 3.9 маси тіл 2, 3 наведено в долях m_1 ($m_2=a_2m_1$; $m_3=a_3m_1$).

Таблиця 3.9

№ вар.	m_2	m_3	M	R	i_{2x}	i_{3x}	$\delta \cdot 10^{-1}$	α	β	f
	кг		Н·м	м				град		
1	0.2	0.4	4.0	0.20	0.12	–	–	–	–	–
2	0.1	0.2	3.0	0.24	0.10	–	0.20	30	–	–
3	0.2	0.2	5.0	0.18	–	0.20	–	30	–	0.10
4	0.2	0.1	3.0	0.20	–	0.12	0.15	–	–	–
5	0.4	0.1	4.0	0.16	–	0.20	0.10	–	–	0.15

Продовження таблиці 3.9

№ вар.	m_2	m_3	M	R	i_{2x}	i_{3x}	$\delta \cdot 10^{-1}$	α	β	f
	кг		Н.м	м				град		
6	0.2	0.3	3.0	0.22	–	0.16	0.15	60	–	0.10
7	0.1	0.3	5.0	0.28	0.14	–	–	45	–	0.15
8	0.1	0.1	3.0	0.30	0.20	–	0.20	30	–	–
9	0.4	0.3	4.4	0.20	–	0.15	0.10	30	–	0.10
10	0.3	0.3	3.5	0.26	–	0.20	0.20	60	60	–
11	0.1	0.2	4.0	0.20	–	0.18	0.15	30	60	0.15
12	0.2	0.1	4.5	0.18	0.10	0.14	0.10	30	–	0.20
13	0.3	0.1	5.2	0.22	0.20	0.18	0.20	60	45	0.10
14	0.1	0.4	3.5	0.24	0.18	0.16	–	30	–	0.20
15	0.1	0.2	3.0	0.18	0.12	–	0.15	30	60	0.10
16	0.1	0.1	3.4	0.20	0.18	0.14	–	–	–	–
17	0.2	0.3	3.0	0.18	–	0.16	0.20	45	–	0.20
18	0.1	0.2	4.0	0.16	0.14	–	–	60	–	0.10
19	0.2	0.1	4.6	0.20	–	0.17	–	30	–	0.20
20	0.2	0.2	3.2	0.22	0.20	–	0.15	–	–	–
21	0.1	0.3	4.2	0.14	0.10	–	0.20	60	45	0.10
22	0.3	0.2	4.0	0.24	0.20	–	0.10	45	–	–
23	0.2	0.2	3.5	0.20	–	0.14	0.10	30	–	–
24	0.1	0.2	4.5	0.18	0.14	0.10	0.20	60	15	0.20
25	0.1	0.1	3.0	0.20	0.17	0.17	0.15	45	–	–
26	0.3	0.3	5.0	0.22	0.19	0.18	0.10	30	–	–
27	0.2	0.1	3.0	0.28	–	0.12	0.20	60	–	–
28	0.1	0.4	4.0	0.30	0.16	–	0.15	30	–	–
29	0.2	0.2	3.0	0.20	0.15	0.15	0.10	45	–	–
30	0.3	0.3	4.5	0.30	–	0.16	0.20	60	–	–

Примітка. Маса m_2 і m_3 в таблиці дані в долях m_1 .

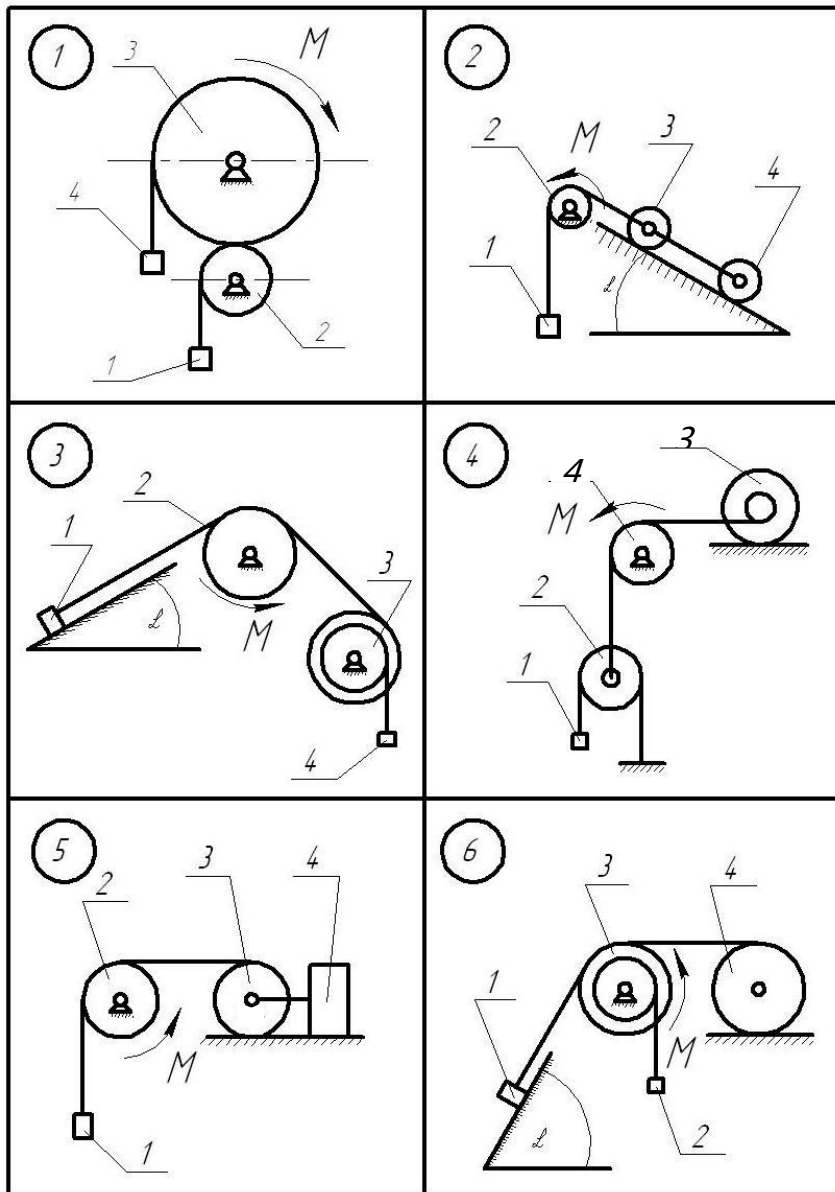
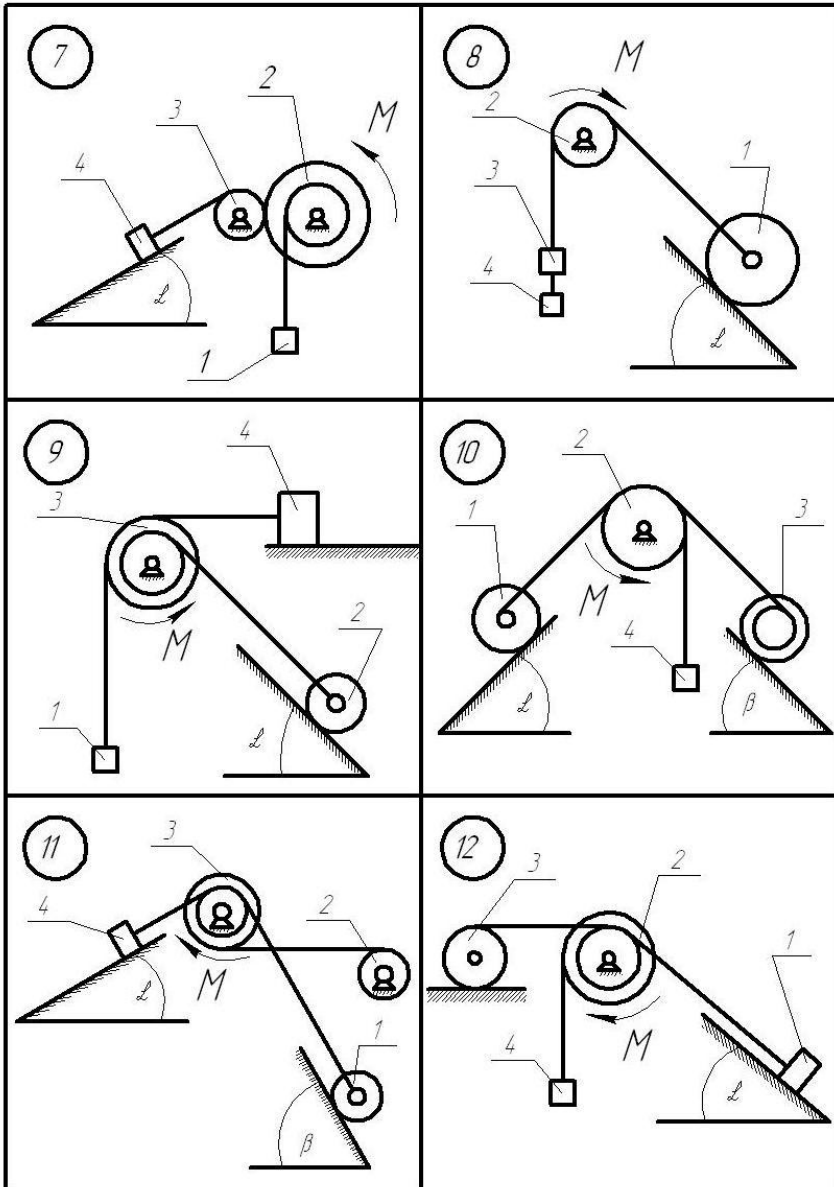
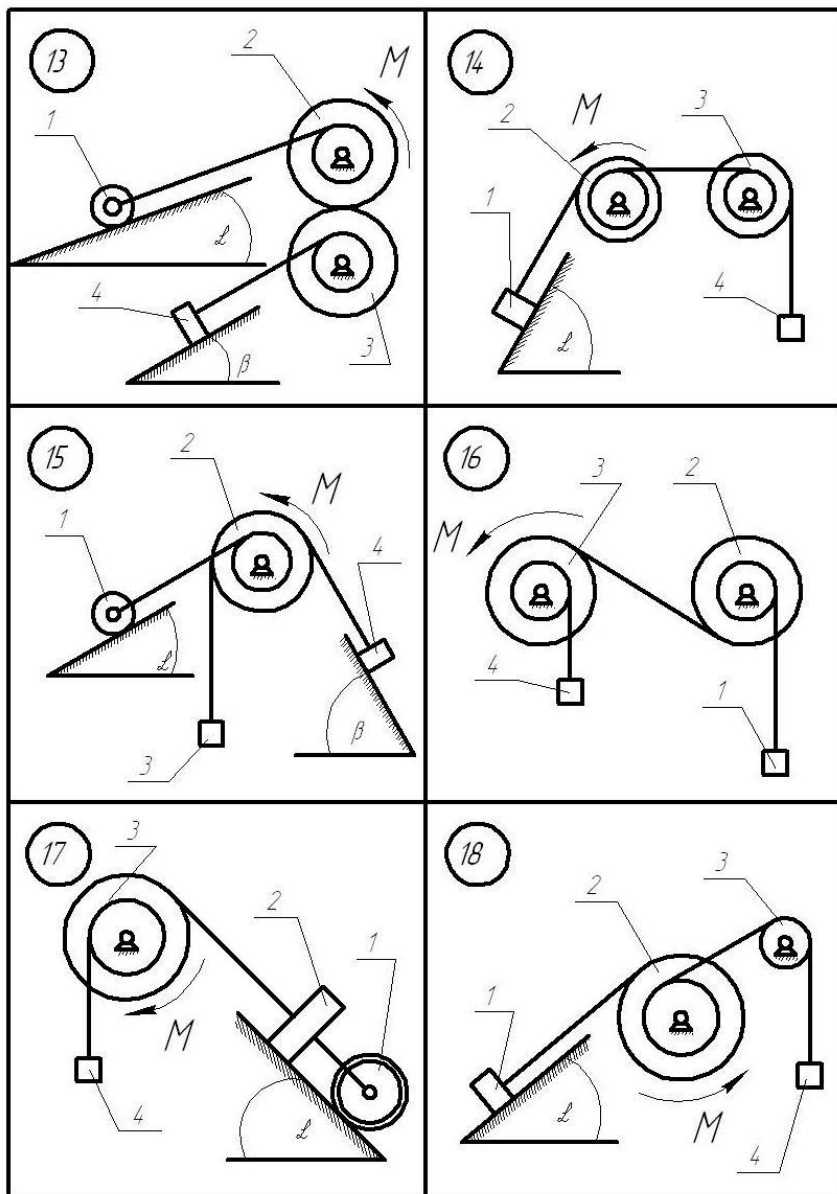


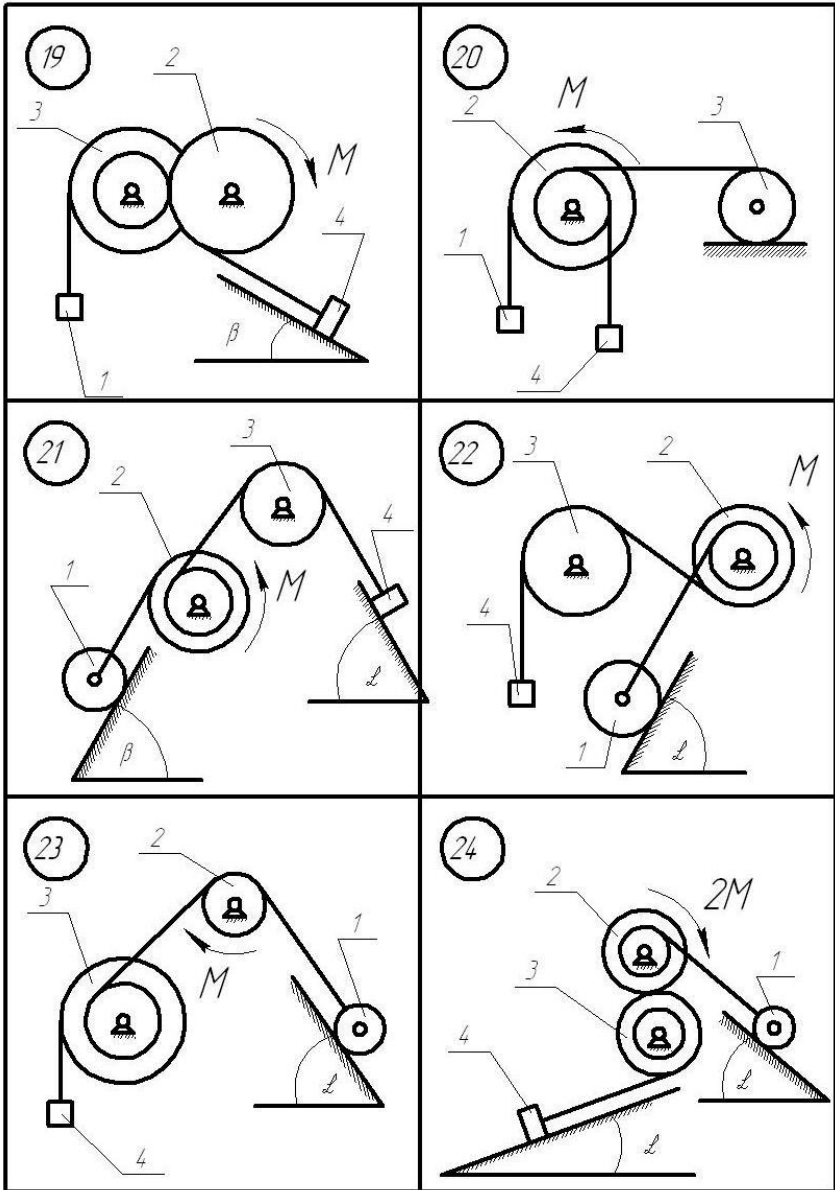
Рисунок 3.13



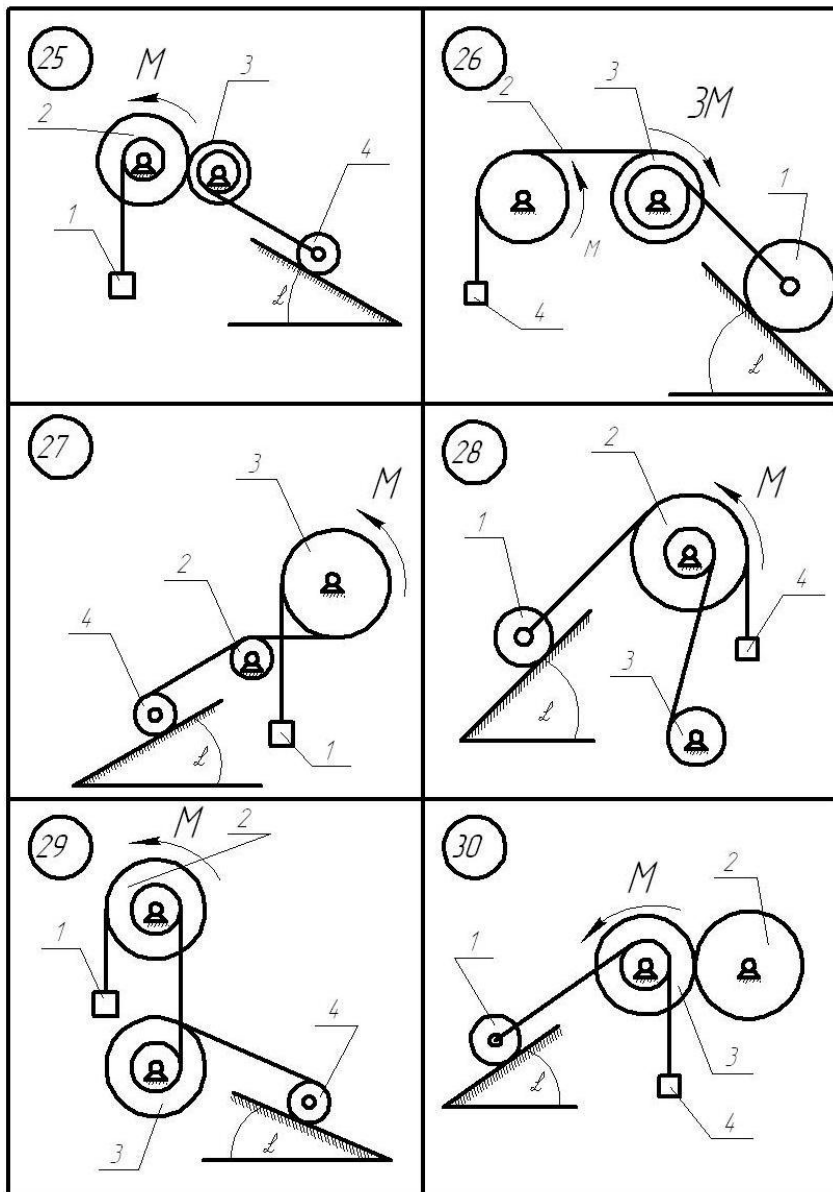
Продовження рисунка 3.13



Продовження рисунка 3.13



Продовження рисунка 3.13



Продовження рисунка 3.13

3.17 Приклад виконання завдання Д.6

3.17.1 Загальне рівняння динаміки

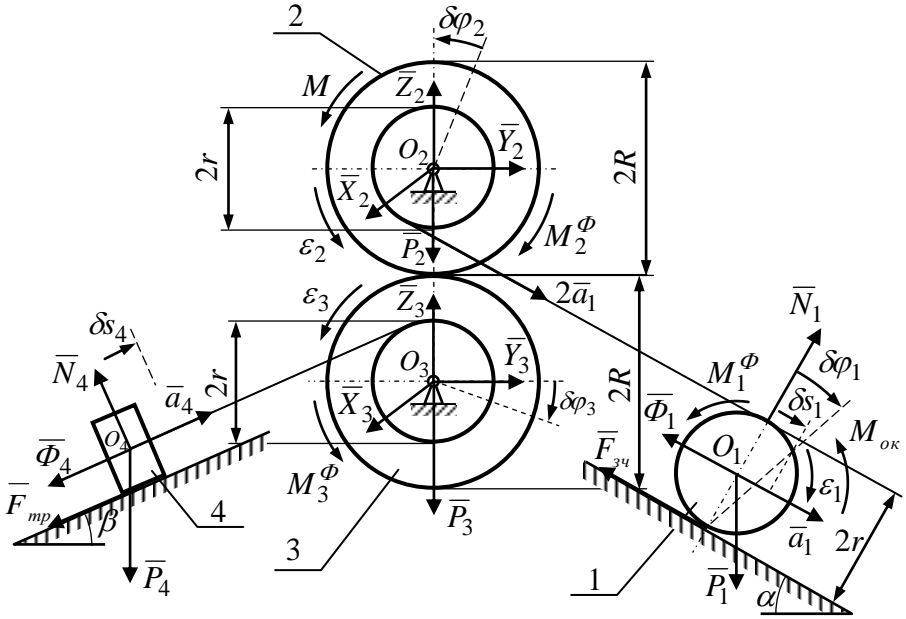


Рисунок 3.14

Для механізму, схему якого зображено на рис. 3.14, визначити прискорення центра мас тіла 1 та натяг ниток T_{1-2} і T_{3-4} , якщо дано:

- $m_1 = m = 10$ кг; - $R = 2r = 0.2$ м; - $\alpha = \beta = 30^\circ$;
- $m_4 = 0.2m$; - $i_{2x} = 0.1$ м; - $\delta = 0.02$ м;
- $m_2 = 0.3m$; - $i_{3x} = 0.14$ м; - $f = 0.1$.
- $m_3 = 0.3m$; - $M = 2$ Н·м;

Розв'язання

Визначення прискорення центра мас тіла 1 з допомогою загального рівняння динаміки.

На механізм діють такі сили:

- $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3, \bar{P}_4$ - сили ваги тіл 1-4;

3 ДИНАМІКА

- $\bar{X}_2, \bar{Y}_2, \bar{Z}_2, \bar{X}_3, \bar{Y}_3, \bar{Z}_3$ - реакції підшипників O_2 і O_3 ;
- \bar{N}_1, \bar{N}_4 - нормальні реакції тіл 3 і 4;
- $\bar{F}_{3ч}$ - сила зчеплення котка 1;
- \bar{F}_{mp} - сила тертя ковзання тіла 4;
- M - момент пари сил;
- $M_{ок}$ - момент пари сил опору кочення.

Прикладемо до системи сили інерції.

Сили інерції котка 1, який здійснює плоский рух, зводяться до вектора, модуль якого

$$\Phi_1 = m_1 \cdot a_1 \quad (3.32)$$

і до пари сил з моментом

$$M_1^\Phi = J_{1x} \cdot \varepsilon_1 = \frac{m_1 r^2}{2} \frac{a_1}{r} = \frac{mr}{2} a_1, \quad (3.33)$$

де a_1 - прискорення центра мас котка 1;

$\varepsilon_1 = \frac{a_1}{r}$ - кутове прискорення котка 1;

$J_{1x} = \frac{m_1 r^2}{2} = \frac{mr^2}{2}$ - момент інерції котка 1 відносно центральної осі.

Моменти сил інерції блоків 2 і 3, що обертаються з кутовими прискореннями $\varepsilon_2 = \frac{2a_1}{r}$ і $\varepsilon_3 = \frac{2a_1}{r}$

$$M_2^\Phi = J_{2x} \varepsilon_2 = m_2 i_{2x}^2 \frac{2a_1}{r} = 0.6m \frac{i_{2x}^2}{r} a_1; \quad (3.34)$$

$$M_3^\Phi = J_{3x} \varepsilon_3 = m_2 i_{3x}^2 \frac{2a_1}{r} = 0.6m \frac{i_{2x}^2}{r} a_1, \quad (3.35)$$

де J_{2x} і J_{3x} - моменти інерції блоків 2 і 3.

Модуль сили інерції тіла 4, яке здійснює поступальний рух,

$$\Phi_4 = m_4 a_4 = 0.2m2a_1 = 0.4ma_1, \quad (3.36)$$

де $a_4 = \varepsilon_3 \cdot r = 2a_1$ - прискорення тіла 4.

Після надання центру мас котка 1 можливого переміщення δs_1 у бік його руху коток 1 повернеться на кут $\delta\varphi_1$, блоки 2 і 3 повернуться на кути $\delta\varphi_2$ і $\delta\varphi_3$, а тіло 1 переміститься на відстань δs_4 (див. рис. 3.15).

Загальне рівняння динаміки $\sum \bar{F}_k \cdot \delta \bar{s}_k + \sum \bar{\Phi}_k \cdot \delta \bar{s}_k = 0$ для розглядуваного механізму має вигляд

$$\begin{aligned} P_1 \sin \alpha \cdot \delta s_1 - \Phi_1 \cdot \delta s_1 - M_1^\Phi \cdot \delta\varphi_1 - M_{ок} \cdot \delta\varphi_1 + M\delta\varphi_2 - \\ - M_2^\Phi \cdot \delta\varphi_2 - M_3^\Phi \cdot \delta\varphi_3 - P_4 \sin \beta \cdot \delta s_4 - \\ - \Phi_4 \cdot \delta s_4 - F_{mp} \cdot \delta s_4 = 0, \end{aligned} \quad (3.37)$$

де $F_{mp} = fN_4 = fP_4 \cos \beta = fm_4 g \cos \beta = 0.2 fmg \cos \beta$ - сила тертя тіла 4;

$M_{ок} = N_1 \cdot \delta = \delta P_1 \cos \alpha = \delta m_1 g \cos \alpha = \delta \cdot mg \cos \alpha$ - момент пари сил опору кочення.

Реакції підшипників $\bar{X}_2, \bar{Y}_2, \bar{Z}_2, \bar{X}_3, \bar{Y}_3, \bar{Z}_3$ та сили ваги \bar{P}_2, \bar{P}_3 роботу не виконують, тому що прикладені до нерухомих точок O_2 і O_3 . Сила $\bar{F}_{c\ddot{}}$ прикладена до миттєвого центру швидкостей, переміщення якого дорівнює нулю.

До рівняння (3.37) додамо такі кінематичні залежності

$$\delta\varphi_1 = \frac{\delta s_1}{r}; \quad \delta\varphi_2 = \frac{2\delta s_1}{r} = \delta\varphi_3; \quad \delta s_4 = \delta\varphi_3 \cdot r = 2\delta s_1. \quad (3.38)$$

3 ДИНАМІКА

Враховуючи (3.32) ... (3.36) і (3.38), на підставі (3.37) маємо

$$\begin{aligned}
 a_1 \left[m + \frac{m}{2} + 1.2m \left(\frac{i_{2x}}{r} \right)^2 + 1.2m \left(\frac{i_{3x}}{r} \right)^2 + 0.8m \right] \cdot \delta s_1 = \\
 = \left[mg \sin \alpha - \frac{\delta}{r} mg \cos \alpha + \frac{2 \cdot M}{r} - 0.4mg \sin \beta - \right. \\
 \left. - 0.4fmg \cos \beta \right] \cdot \delta s_1 = Q_1 \delta s_1, \quad (3.39)
 \end{aligned}$$

де Q_1 - узагальнена сила.

Звідси прискорення центру мас котка 1

$$\begin{aligned}
 a_1 = \frac{g \left[\sin \alpha - \frac{\delta}{r} \cos \alpha + \frac{2 \cdot M}{mrg} - 0.4(\sin \beta + f \cos \beta) \right]}{2.3 + 1.2 \left[\left(\frac{i_{2x}}{r} \right)^2 + \left(\frac{i_{3x}}{r} \right)^2 \right]} = \\
 = \frac{9.81 \left[\sin 30^\circ - \frac{0.02}{0.1} \cos 30^\circ + \frac{2 \cdot 2}{10 \cdot 9.81 \cdot 0.1} - 0.4(\sin 30^\circ + 0.1 \cdot \cos 30^\circ) \right]}{2.3 + 1.2 \left[\left(\frac{0.1}{0.1} \right)^2 + \left(\frac{0.14}{0.1} \right)^2 \right]} = \\
 = 0.0854g = 0.838 \text{ м/с}^2.
 \end{aligned}$$

Кутове прискорення котка 1

$$\varepsilon_1 = \frac{a_1}{r} = 8.38 \frac{1}{c^2}.$$

Прискорення тіла 4

$$a_4 = 2a_1 = 2 \cdot 0.0854g = 0.1708g = 1.676 \text{ м/с}^2.$$

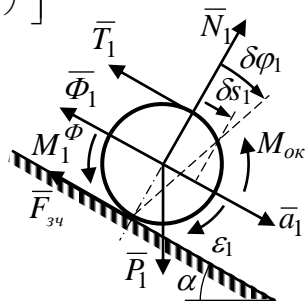


Рисунок 3.15

Для визначення натягу в шнурі, що з'єднує тіла 1 і 2 (рис. 3.15), скористуємося загальним рівнянням динаміки

$$P_1 \sin a \cdot \delta s_1 - \Phi_1 \cdot \delta s_1 - T_1 \cdot \delta s_1 - M_{ок} \cdot \delta \varphi_1 - M_1^\Phi \cdot \delta \varphi_1 = 0.$$

Звідси

$$\begin{aligned} T_1 &= P_1 \sin a - \Phi_1 - \frac{M_{ок}}{r} - \frac{M_1^\Phi}{r} = \\ &= mg \sin a - ma_1 - \frac{\delta mg}{r} \cos a - \frac{ma_1}{2} = \\ &= mg \left(\sin 30^\circ - 0.0854 - \frac{0.02}{0.1} \cos 30^\circ - \frac{0.0854}{2} \right) = \\ &= mg(0.5 - 0.0854 - 0.2 \cdot 0.866 - 0.0427) = 0.1987mg = 19.49 \text{ Н.} \end{aligned}$$

Для визначення натягу в шнурі, що з'єднує тіло 3 і 4 (рис. 3.16), скористаємося принципом Д'Аламбера в проекції на вісь x

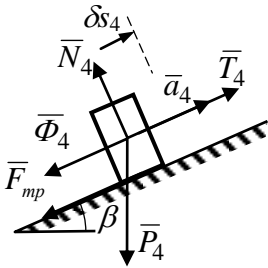


Рисунок 3.16

$$T_4 - \Phi_4 - F_{mp} - P_4 \sin \beta = 0,$$

звідки

$$\begin{aligned} T_4 &= P_4 \sin \beta + \Phi_4 + F_{mp} = \\ &= 0.2mg \sin 30^\circ + 0.2ma_4 + fmg \cos 30^\circ = \\ &= 0.2mg(0.5 + 0.1738 + 0.1 \cdot 0.866) = \\ &= 0.1515mg = 14.86 \text{ Н.} \end{aligned}$$

3.16.2 Рівняння Лагранжа II-го роду

В умовах прикладу 3.6 визначити прискорення центрів мас тіл 1 і 4 з допомогою рівняння Лагранжа II-го роду.

Систему, яку розглядаємо (рис. 3.17), має одну степінь вільності і рухається під дією сил ваги і пари сил з моментом M . За узагальнену координату виберемо переміщення центра мас тіла 1 $q_1 = s_1$.

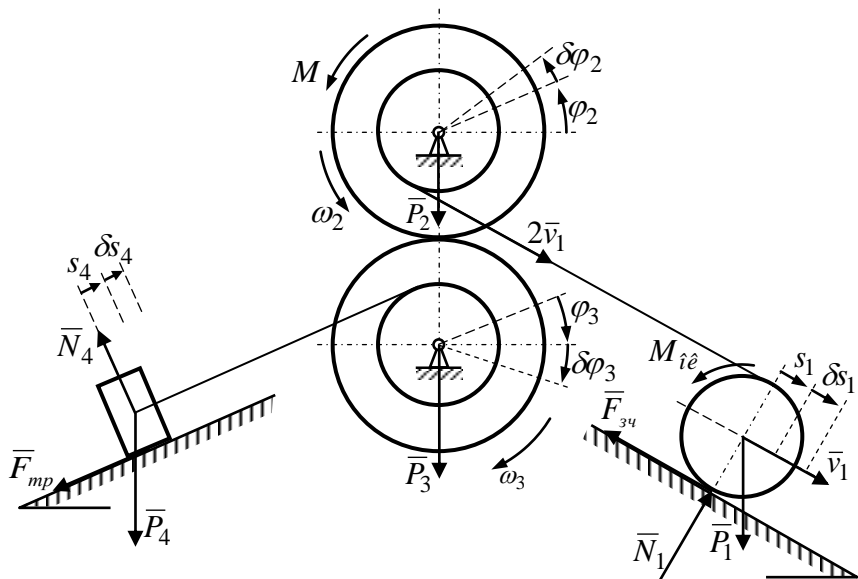


Рисунок 3.17

Тоді рівняння Лагранжа другого роду буде мати вигляд

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{s}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial s_1} = Q_1, \quad (3.40)$$

де T - кінетична енергія системи;

Q_1 - узагальнена сила.

Кінетична енергія механічної системи

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4. \quad (3.41)$$

Кінетична енергія тіла 1, яке здійснює плоский рух,

$$T_1 = \frac{1}{2} J_{1x} \omega_1^2 + \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} \frac{m_1 r^2}{2} \cdot \left(\frac{v_1}{r} \right)^2 + \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{3}{4} m v_1^2, \quad (3.42)$$

де $\omega_1 = \frac{v_1}{r}$ - кутова швидкість тіла 1.

Кінетична енергія блоків 2 і 3, що обертаються з кутовими швидкостями $\omega_2 = \frac{2v_1}{r}$ і $\omega_3 = \frac{2v_1}{r}$, дорівнює

$$T_2 = \frac{1}{2} J_{2x} \omega_2^2 = \frac{1}{2} m_2 i_{2x}^2 \left(\frac{2v_1}{r} \right)^2 = \frac{1.2}{2} m \left(\frac{i_{2x}}{r} \right)^2 v_1^2; \quad (3.43)$$

$$T_3 = \frac{1}{2} J_{3x} \omega_3^2 = \frac{1}{2} m_3 i_{3x}^2 \left(\frac{2v_1}{r} \right)^2 = \frac{1.2}{2} m \left(\frac{i_{3x}}{r} \right)^2 \cdot v_1^2. \quad (3.44)$$

Кінетична енергія тіла 4, яке здійснює поступальний рух,

$$T_4 = \frac{1}{2} m_4 v_4^2 = \frac{0.2}{2} m 4v_1^2 = \frac{0.8}{2} m v_1^2, \quad (3.45)$$

де $v_4 = \omega_3 \cdot r = \frac{2v_1}{r} \cdot r = 2v_1$ - швидкість тіла 4.

Враховуючи (3.41) ... (3.45), і те, що $v_1 = \dot{q}_1 = \dot{s}_1$, визначаємо кінетичну енергію системи

$$\begin{aligned} T &= \frac{3}{4} m \cdot \dot{s}_1^2 + \frac{1.2}{2} m \left[\left(\frac{i_{2x}}{r} \right)^2 + \left(\frac{i_{3x}}{r} \right)^2 \right] \cdot \dot{s}_1^2 + \frac{0.8}{2} m \dot{s}_1^2 = \\ &= \frac{1}{2} m \dot{s}_1^2 \left\{ \frac{3}{2} + 1.2 \left[\left(\frac{i_{2x}}{r} \right)^2 + \left(\frac{i_{3x}}{r} \right)^2 \right] + 0.8 \right\}. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Тепер визначимо узагальнену силу Q , яка відповідає узагальненій координаті $q_1 = s_1$. Прикладаємо до системи діючі на неї активні сили (див. рис. 3.17). Для визначення Q задаємо системі можливе переміщення, при якому координата s_1 отримує приріст $\delta s_1 > 0$.

3 ДИНАМІКА

Елементарна робота діючих на систему сил, буде дорівнювати

$$\begin{aligned} \delta A_1 = & P_1 \sin \alpha \cdot \delta s_1 - M_{ок} \cdot \delta \varphi_1 + M \cdot \delta \varphi_2 - P_4 \sin \beta \cdot \delta s_4 - \\ & - F_{mp} \cdot \delta s_4 = \left[mg \sin \alpha - \frac{\delta}{r} mg \cos \alpha + \frac{M \cdot 2}{r} - \right. \\ & \left. - 0.4mg \sin \beta - 0.4fmg \cos \beta \right] \cdot \delta s_1. \end{aligned} \quad (3.47)$$

Коефіцієнт при δs_1 в (3.42) і буде силою Q , тобто

$$Q = mg \left[\sin \alpha - \frac{\delta}{r} \cos \alpha + \frac{2M}{mgr} - 0.4(\sin \beta + f \cos \beta) \right]. \quad (3.48)$$

Підставляючи (3.46) і (3.48) в рівняння (3.40), одержимо

$$\begin{aligned} m\ddot{S}_1 \left\{ \frac{3}{2} + 1,2 \left[\left(\frac{i_{2x}}{r} \right) + \left(\frac{i_{3x}}{r} \right)^2 \right] + 0.8 \right\} = \\ = mg \left[\sin \alpha - \frac{\delta}{r} \cos \alpha + \frac{2M}{mgr} - 0.4(\sin \beta + \cos \beta) \right], \end{aligned}$$

звідки

$$\ddot{s}_1 = a_1 = \frac{0.5g}{5.852} = 0.0854g = 0.838 \text{ м/с}^2; \quad a_4 = 2a_1 = 1.676 \text{ м/с}^2.$$

Відповідь:

a_1	a_4	T_1	T_4
м/с^2		Н	
0.838	1.676	19.49	14.86

3.18 Перелік контрольних питань до динаміки

3.18.1 Питання до третього рубіжного контролю (РК-3)

- 3 Динаміка (визначення). Закони механіки Галілея-Ньютона.
- 4 Задачі динаміки для вільної точки.
- 5 Задачі динаміки для невільної точки.
- 6 Диференціальні рівняння руху матеріальної точки у векторній формі.
- 7 Диференціальні рівняння руху матеріальної точки у координатній формі.
- 8 Диференціальні рівняння руху матеріальної точки у природній формі.
- 9 Розв'язування диференціальних рівнянь прямолінійного руху точки ($F=const$).
- 10 Розв'язування диференціальних рівнянь прямолінійного руху точки ($F=f(t)$).
- 11 Розв'язування диференціальних рівнянь прямолінійного руху точки ($F=f(V)$).
- 12 Розв'язування диференціальних рівнянь прямолінійного руху точки ($F_x=f(x)$).
- 13 Вільні коливання точки. Відновлююча сила. Диференційні рівняння. Частота і період коливань.
- 14 Коливання точки з опором, пропорційним швидкості (диференційні рівняння, характеристичне рівняння, період згасаючих коливань).
- 15 Залежність розв'язку диференційних рівнянь згасаючих коливань від виду коренів характеристичного рівняння.
- 16 Вимушені коливання. Резонанс.
- 17 Відносний стан спокою на поверхні Землі. Сила ваги.
- 18 Рівняння відносного руху точки. Переносна і Коріолісова сила інерції точки.
- 19 Окремі випадки відносного руху точки.
- 20 Принцип відносності класичної механіки.
- 21 Відносний рух тіла поблизу поверхні Землі (політ тіл).
- 22 Відносний рух тіла поблизу поверхні Землі (вертикальне падіння).
- 23 Відносний рух тіла по земній поверхні (закон Бера - північна півкуля).
- 24 Відносний рух тіла по земній поверхні (закон Бера - південна півкуля).
- 25 Відносний рух тіла на земній поверхні (рух вздовж екватора).
- 26 Відносний рух тіла поблизу поверхні Землі (вертикальний зліт).
- 27 Механічна система. Приклади.
- 28 Сили зовнішні та внутрішні.
- 29 Властивості внутрішніх сил.

3 ДИНАМІКА

- 30 Маса системи. Центр мас системи.
- 31 Радіус-вектор центра мас системи.
- 32 Диференційні рівняння руху системи точок.
- 33 Момент інерції однорідної прямокутної пластини.
- 34 Момент інерції однорідного кільця.
- 35 Теорема Гюйгенса-Штейнера.
- 36 Момент інерції однорідного стержня.
- 37 Радіус інерції тіла.
- 38 Момент інерції відносно осей координат.
- 39 Полярний момент інерції.
- 40 Момент інерції тіла відносно осі.
- 41 Момент інерції однорідної кулі.
- 42 Момент інерції однорідного циліндричного тіла.
- 43 Момент інерції тонкої циліндричної оболонки.
- 44 Інтегральне визначення моменту інерції тіла відносно осі.
- 45 Момент інерції тіла відносно паралельних осей.
- 46 Момент інерції однорідного тонкого диска.
- 47 Момент інерції однорідного конуса.
- 48 Визначення елементарної роботи сили, прикладеної до точки (векторний спосіб задавання руху точки).
- 49 Визначення елементарної роботи сили, прикладеної до точки (природний спосіб задавання руху точки).
- 50 Визначення елементарної роботи сили, прикладеної до точки (координатний спосіб задавання руху точки).
- 51 Робота сили на кінцевому переміщенні.
- 52 Потенціальна сила (визначення).
- 53 Робота сили ваги.
- 54 Робота пружної сили.
- 55 Робота сили тяжіння.
- 56 Потужність сили.
- 57 Робота сили тертя ковзання.
- 58 Робота сили, прикладеної до тіла, що обертається.
- 59 Робота моменту пари сил.
- 60 Потужність обертального моменту.
- 61 Робота сили тертя кочення.
- 62 Робота потенціальних сил.
- 63 Визначення потужності при координатному способі задавання руху.
- 64 Міри руху матеріальної точки.
- 65 Кількість руху точки і системи (визначення).
- 66 Елементарний імпульс сили.
- 67 Імпульс сили за кінцевий проміжок часу.

3.18.2 Питання до четвертого рубіжного контролю (РК-4)

1. Теорема про рух центра мас системи.
2. Теорема про зміну кількості руху точки (диференційна форма).
3. Теорема про зміну кількості руху точки (інтегральна форма).
4. Теорема про зміну кількості руху системи (диференційна форма).
5. Теорема про зміну кількості руху системи (інтегральна форма).
6. Теорема про зміну моменту кількості руху точки відносно центра.
7. Теорема про зміну моменту кількості руху точки відносно осі.
8. Теорема про зміну кінетичного моменту системи відносно центра.
9. Теорема про зміну кінетичного моменту системи відносно осі.
10. Теорема про зміну кінетичної енергії точки (диференційна форма).
11. Теорема про зміну кінетичної енергії точки (інтегральна форма).
12. Теорема про зміну кінетичної енергії системи (диференційна форма).
13. Теорема про зміну кінетичної енергії системи (інтегральна форма).
14. Похідна кінетичної енергії по часу.
15. Теорема про зміну кінетичної енергії для незмінної системи та системи з ідеальними в'язями.
16. Закон збереження руху центра мас системи. Приклади.
17. Закон збереження кількості руху. Приклади.
18. Закон збереження кінетичного моменту. Приклади.
19. Закон збереження механічної енергії.
20. Потенціальна енергія (визначення).
21. Потенціальна енергія для потенціальних сил.
22. Фізичний та математичний маятники (визначення).
23. Диференціальні рівняння обертального і плоского рухів твердого тіла.
24. Кінетична енергія твердого тіла (поступальний, обертальний і плоский рухи тіла).
25. Робота сили (природний, координатний і векторний способи задання руху точки).
26. Робота потенціальних сил.
27. Робота сил тертя ковзання і тертя кочення.
28. Кінетичний момент твердого тіла при обертальному та плоскому рухах.
29. Потужність (природний, векторний і координатний способи задання руху)
30. Кількість руху точки та системи точок.
31. Принцип Д'Аламбера для точки.
32. Метод кінетостатики для системи.

3 ДИНАМІКА

33. Головний вектор і головний момент сил інерції твердого тіла (визначення).
34. Головний вектор і головний момент сил інерції твердого тіла (поступальний, плоский і обертальний рухи).
35. Рівняння кінетостатики в проекціях на осі декартових координат.
36. В'язі і їх класифікація (утримуючі і не утримуючі, голономні і не-голономні).
37. В'язі і їх класифікація (стаціонарні і нестаціонарні).
38. В'язі і їх класифікація (реальні і ідеальні). Приклади ідеальних в'язей.
39. Можливі переміщення точки і системи. Число ступенів волі.
40. Елементарна робота сили на можливому переміщенні.
41. Принципи можливих переміщень.
42. Узагальнені координати системи. Узагальнена швидкість. Вектор можливого переміщення.
43. Визначення узагальнених сил. Розмірність узагальненої сили.
44. Обчислення узагальнених сил за допомогою:
 - а) принципу можливих переміщень;
 - б) потенціальної енергії.
45. Умови рівноваги системи взагалі та для потенціальних сил.
46. Загальне рівняння динаміки для системи з реальними в'язями.
47. Визначення елементарної роботи сил інерції системи на можливих переміщеннях при поступальному русі.
48. Визначення елементарної роботи сил інерції системи на можливих переміщеннях при обертальному русі.
49. Визначення елементарної роботи сил інерції системи на можливих переміщеннях при плоскому русі.
50. Рівняння Лагранжа другого роду.
51. Кінетичний потенціал. Рівняння Лагранжа у випадку потенціальних сил.
52. Основні припущення теорії удару.
53. Основне рівняння теорії удару.
54. Загальні теореми динаміки системи при ударі.
55. Ударний імпульс.
56. Коефіцієнт відновлення.
57. Експериментальне визначення коефіцієнту відновлення.
58. Теорема Карно.
59. Зміна кутової швидкості тіла відносно осі обертання за час удару.
60. Загальне рівняння динаміки для системи з ідеальними в'язями.

ЛІТЕРАТУРА

1. Штанько П.К., Шевченко В.Г., Дзюба Л.Ф., Пасіка В.Р., Поляков О.М. Теоретична механіка. Навчальний посібник / за ред. Штанька П.К.- Запоріжжя:ЗНТУ. 2013.- 376 с.
2. Павловський М.А. Теоретична механіка (укр.). Видавництво „Техніка”, Київ – 2002.-510 с.
3. Яскілко М.Б. Збірник задач для розрахунково-графічних робіт з теоретичної механіки. – К.: Вища школа, 1999. – 362 с.
4. Штанько П.К. Теоретична механіка. Збірник завдань для розрахунково-графічних робіт / Укл. П.К. Штанько, В.Г. Шевченко, О.С. Омельченко / за ред.. Штанька П.К. – Запоріжжя: НУ «ЗП», 2019.- 228 с.
5. Штанько П.К. Теоретична механіка. Контрольні питання та білети до рубіжних контролів / Укл. П.К. Штанько, В.Г. Шевченко / за ред.Штанька П.К. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2018.- 228 с.
6. Бутенин Н.В. Курс теоретической механики: В 2-х т.: Учеб. Пособие для студ. вузов / Н.В. Бутенин, Д.Р. Лунц, Д.Р. Меркин. – СПб.: Лань, 2003. – 736 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература).
7. Бухгольц Н.Н. Основной курс теретической механики. (В 2-х ч. для гос. Ун-тов). Перераб. И доп. С.М. Тарга. Ч. 1-3. – М., «Наука», - 1973. – 467 с.
8. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики [Текст]: учеб. / С.М. Тарг; 13-е узд. Стереотип. – М. Высш. Шк., 2001. – 416 с.
9. Мещерський І.В. Задачи по теоретической механике: учеб. Пособие для вузов. / Под ред.. В.А. Пальмова, Д.Р. Мерина. – 38-е узд. Стереотип. – СПб.: Лань, 2001. – 448 с. – (Ученики для вузов. Специальная література).
10. Яблонский А.А., ред.. Сборник заданий для курсових работ по теоретической механіка.: Учебное пособие для вузов. – 7-е узд. Испр. – М.: Интеграл-Пресс, 2003. – 384 с.
11. ДСТУ 3008-95. Документація. Звіти у сфері науки і техніки.- /Держстандарт України.- Київ.

Додаток А

Титульний лист завдання

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЗАПОРІЗЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

кафедра «Механіка»

(повна назва кафедри, циклової комісії)

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА

з _____
(назва дисципліни)

на тему: _____

Студента (ки) _____ курсу _____ групи
напряму підготовки _____
спеціальності _____

_____ (прізвище та ініціали)

Керівник _____

_____ (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

Національна шкала _____
(оцінка)

Кількість балів: _____ Оцінка: ECTS _____

м. Запоріжжя

20__ рік

Додаток Б**Відомості з математики****1. Найпростіші алгебраїчні формули**

$$a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b); \quad a^3 - b^3 = (a-b) \cdot (a^2 + ab + b^2);$$

$$a^3 + b^3 = (a+b) \cdot (a^2 - ab + b^2); \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3; \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

2. Формула коренів квадратного рівняння

Рівняння $ax^2 + bx + c = 0$, де a, b, c - дійсні числа і $a \neq 0$ має такі корені:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Рівняння: $x^2 + px + q = 0$; $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}.$

3. Формули подвійного кута

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a; \quad \cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a;$$

$$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1; \quad \operatorname{tg} 2a = \frac{2 \operatorname{tga}}{1 - \operatorname{tg}^2 a}.$$

4. Формули ділення аргументу навпіл

$$\cos \frac{a}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos a}{2}}; \quad \sin \frac{a}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos a}{2}}; \quad \operatorname{tg} \frac{a}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos a}{1 + \cos a}}.$$

3 ДИНАМІКА

5. Формули зниження степеня

$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}; \quad \cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}.$$

6. Формули додавання аргументу

$$\sin(a \pm \beta) = \sin a \cdot \cos \beta \pm \cos a \cdot \sin \beta;$$

$$\operatorname{tg}(a \pm \beta) = \frac{\operatorname{tga} \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tga} \cdot \operatorname{tg} \beta};$$

$$\cos(a \pm \beta) = \cos a \cdot \cos \beta \mp \sin a \cdot \sin \beta.$$

7. Формули перетворення суми тригонометричних функцій в добуток

$$\sin a \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{a \pm \beta}{2} \cdot \cos \frac{a \mp \beta}{2};$$

$$\cos a + \cos \beta = 2 \cos \frac{a + \beta}{2} \cdot \cos \frac{a - \beta}{2};$$

$$\cos a - \cos \beta = -2 \sin \frac{a + \beta}{2} \cdot \sin \frac{a - \beta}{2};$$

$$\operatorname{tga} \pm \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(a \pm \beta)}{\cos a \cdot \cos \beta}.$$

8. Значення тригонометричних функцій деяких кутів

α	$\begin{array}{l} \text{град} \\ \text{рад} \end{array}$	0	$\begin{array}{l} 15 \\ \frac{\pi}{12} \end{array}$	$\begin{array}{l} 30 \\ \frac{\pi}{6} \end{array}$	$\begin{array}{l} 45 \\ \frac{\pi}{4} \end{array}$	$\begin{array}{l} 60 \\ \frac{\pi}{3} \end{array}$	$\begin{array}{l} 75 \\ \frac{5\pi}{12} \end{array}$	$\begin{array}{l} 90 \\ \frac{\pi}{2} \end{array}$	180
		0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin \alpha$		0	0.26	0.50	0.71	0.87	0.97	1	0
$\cos \alpha$		1	0.97	0.87	0.71	0.50	0.26	0	-1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	0.27	0.58	1.00	1.73	3.73	∞	0
$\operatorname{ctg} \alpha$		∞	3.73	1.73	1.00	0.58	0.27	0	∞

9. Формули, які пов'язують функції одного і того ж аргументу

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1; \quad \operatorname{tga} = \frac{\sin a}{\cos a}; \quad \operatorname{ctga} = \frac{\cos a}{\sin a};$$

$$\operatorname{tga} \cdot \operatorname{ctga} = 1; \quad 1 + \operatorname{tg}^2 a = \frac{1}{\cos^2 a}; \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 a}.$$

10. Співвідношення в довільному трикутнику

Сума кутів трикутника

$$a + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

Нерівності трикутника

$$b - c < a < b + c;$$

$$a - c < b < a + c;$$

$$a - b < c < a + b.$$

Теорема синусів

$$\frac{a}{\sin a} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}.$$

Теорема косинусів

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos a;$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta;$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma.$$

Площа трикутника

$$S = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} b \cdot a \cdot \sin \gamma = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin a;$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} - \text{формула Герона,}$$

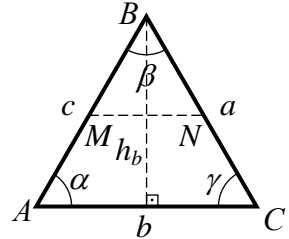
де $p = (a + b + c)/2$ - півпериметр трикутника;

a, b, c - сторони трикутника;

α, β, γ - внутрішні кути трикутника;

MN - середня лінія трикутника;

h_b - висота трикутника, що опущена на сторону b .



11. Співвідношення в прямокутному трикутнику

$$\alpha=90^\circ; \quad \beta+\gamma=90^\circ;$$

$$S = \frac{1}{2}bc - \text{площа трикутника};$$

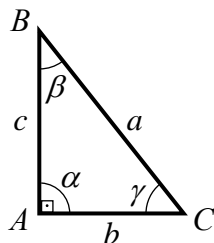
$$a^2 = b^2 + c^2 - \text{теорема Піфагора, де } b, c - \text{катети; } a - \text{гіпотенуза.}$$

$$\text{Якщо } \beta=30^\circ, \text{ то } b = \frac{a}{2}.$$

$$\sin \gamma = \frac{c}{a}; \quad \operatorname{ctg} \gamma = \frac{b}{c};$$

$$\cos \gamma = \frac{b}{a}; \quad \sin \beta = \frac{b}{a};$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{c}{b}; \quad \cos \beta = \frac{c}{a};$$



$$\operatorname{tg} \beta = \frac{b}{c};$$

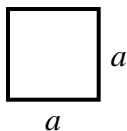
$$\operatorname{ctg} \beta = \frac{c}{b};$$

$$c = a \cdot \sin \gamma = a \cdot \cos \beta;$$

$$b = a \cdot \sin \beta = a \cdot \cos \gamma.$$

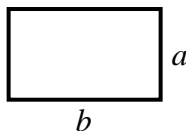
12. Площа (S) геометричних фігур

Квадрат



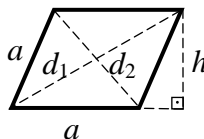
$$S=a^2$$

Прямокутник



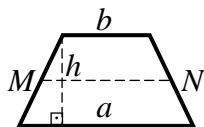
$$S=a \cdot b$$

Ромб



$$S=h \cdot a=d_1 d_2/2$$

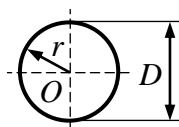
Трапеція



$$S=h \cdot (a+b)/2$$

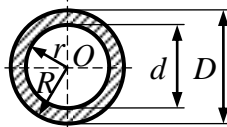
Середня лінія
 $MN=(a+b)/2.$

Коло і круг



$$S=\pi r^2=\pi D^2/4$$

Кільце



$$S=\pi(R^2-r^2)=\pi/4(D^2-d^2)$$

Довжина кола
 $\Delta L=2 \pi r=\pi D.$

13. Об'єми і поверхні тіл

<p>Призма: пряма і похила; <i>паралелепіпед</i></p> $V = S \cdot h.$	<p>Конус круговий, круглий і похилий</p> $V = \frac{1}{3} S h = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{12} \pi d^2 h.$
<p>Пряма призма</p> $S_{\text{бок}} = p \cdot h.$	<p>Конус круглий</p> $S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} p l = \pi r l = \frac{1}{2} \pi d l.$
<p>Паралелепіпед прямокутний</p> $V = a \cdot b \cdot c; \quad P = 2(a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c).$	<p>Усічений конус круговий, круглий і похилий</p> $V = \frac{1}{3} \pi h (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2) = \frac{1}{12} \pi h (d_1^2 + d_1 d_2 + d_2^2);$
<p>Куб</p> $V = a^3; \quad P = 6a^2.$	<p>Усічений конус круглий</p> $S_{\text{бок}} = \pi (r_1 + r_2) l = \frac{1}{2} \pi (d_1 + d_2) l.$
<p>Піраміда правильна і неправильна</p> $V = \frac{1}{3} S h.$	<p>Куля</p> $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{6} \pi D^3; \quad P = 4 \pi R^2 = \pi \cdot D^2.$
<p>Піраміда правильна</p> $S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} p A.$	<p>Півкуля</p> $V = \frac{2}{3} \pi R^3 = \frac{1}{12} \pi D^3; \quad S = \pi R^2 = \frac{1}{4} \pi D^2;$ $S_{\text{бок}} = 2 \pi R^2 = \frac{1}{2} \pi D^2; \quad P = 3 \pi R^2 = \frac{3}{4} \pi D^2.$
<p>Усічена піраміда правильна і неправильна</p> $V = \frac{1}{3} (S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2) h.$	<p>Сегмент кулі</p> $V = \pi h^2 \left(R - \frac{1}{3} h \right) = \frac{1}{6} \pi h (h^2 + 3r^2);$ $S_{\text{бок}} = 2 \pi R h = \pi (r^2 + h^2); \quad P = \pi (2r^2 + h^2)$
<p>Усічена піраміда правильна</p> $S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) A.$	<p>Шар кулі.</p> $V = \frac{1}{6} \pi h^3 + \frac{1}{2} \pi (r_1^2 + r_2^2) h; \quad S_{\text{бок}} = 2 \pi R h.$
<p>Циліндр круговий, прямий і похилий</p> $V = S \cdot h = \pi r^2 h = \frac{1}{4} \pi d^2 h.$	<p>Сектор кулі</p> $V = \frac{2}{3} \pi R^2 h'.$
<p>Циліндр круглий</p> $S_{\text{бок}} = 2 \pi r \cdot h = \pi d h.$	<p>Порожня куля</p> $V = \frac{4}{3} \pi (R_1^3 - R_2^3) = \frac{1}{6} \pi (D_1^3 + D_2^3);$ $P = 4 \pi (R_1^2 + R_2^2) + \pi (D_1^2 + D_2^2).$

V - об'єм; S - площа підстави; $S_{\text{бок}}$ - бічна поверхня; P - повна поверхня; h - висота; a, b, c - виміри прямокутного паралелепіпеда; A - апофема правильної піраміди і правильної усіченої піраміди; l - утворююча конуса; p - периметр або окружність підстави; r - радіус підстави; d - діаметр підстави; R - радіус кулі; D - діаметр кулі; h' - висота сегмента, що утримується в секторі; R_1, R_2 - радіуси внутрішньої і зовнішньої поверхонь кулі.

14. Правила диференціювання функцій

Якщо $c = \text{const}$ (стала величина), $u = u(x)$ та $v = v(x)$ - функції, які можуть бути здиференційовані по x , то

$$c' = 0; \quad x' = 1; \quad (u \cdot v)' = u' \cdot v \pm u \cdot v'; \quad \left(\frac{u}{v} \right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}.$$

$$(u \pm v)' = u' \pm v'; \quad (c \cdot u)' = c \cdot u';$$

15. Похідні та диференціали елементарних функцій

Похідні	Диференціали	Похідні	Диференціали
$(x^n)' = nx^{n-1}$	$dx^n = nx^{n-1} dx$	$(\cos x)' = -\sin x$	$d(\cos x) = -\sin x dx$
$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$d(\sqrt{x}) = \frac{dx}{2\sqrt{x}}$	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$d(\operatorname{tg} x) = \frac{dx}{\cos^2 x}$
$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$d\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{dx}{x^2}$	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$d(\operatorname{ctg} x) = -\frac{dx}{\sin^2 x}$
$(e^x)' = e^x$	$de^x = e^x dx$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$	$d(\log_a x) = \frac{dx}{x \ln a}$
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$d(\ln x) = \frac{dx}{x}$	$(\sin x)' = \cos x$	$d(\sin x) = \cos x dx$
		$\left(\int f(x) dx\right)' = f(x)$	
Похідні		Диференціали	
$(a^x)' = a^x \ln a, (a > 0)$		$d(a^x) = a^x \ln a dx, (a > 0)$	
$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$		$d(\arcsin x) = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$	
$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$		$d(\arccos x) = -\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$	
$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$		$d(\operatorname{arctg} x) = \frac{dx}{1+x^2}$	
$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$		$d(\operatorname{arcctg} x) = -\frac{dx}{1+x^2}$	

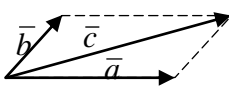
16. Таблиця невизначених інтегралів

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad (n \neq -1)$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad (a > 0)$	$\int e^x dx = e^x + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \cos x dx = \sin x + C$
$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln \left \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \operatorname{tg} x dx = -\ln \cos x + C$
$\int \operatorname{ctg} x dx = \ln \sin x + C$	$\int \ln x dx = x \ln x - x + C$
$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arcsin} \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + C$
$\int \frac{x dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = -\sqrt{a^2 - x^2}$	$\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \sqrt{x^2 \pm a^2}$
$\int \sqrt{x^2 + a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{a^2}{2} \ln \left x + \sqrt{x^2 + a^2} \right + C$	

17. Додавання векторів

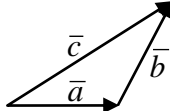
Вектори додаються за правилами:

паралелограма



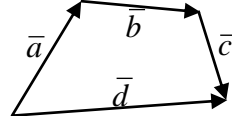
$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

трикутника



$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

замикаючої



$$\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

18. Віднімання векторів

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}, \quad \text{якщо } \vec{b} + \vec{c} = \vec{a}.$$

19. Координатна форма вектора

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

де \vec{i} , \vec{k} , \vec{j} - орти (взаємно перпендикулярні), які утворюють праву трійку координатних осей Ox , Oy , Oz ;

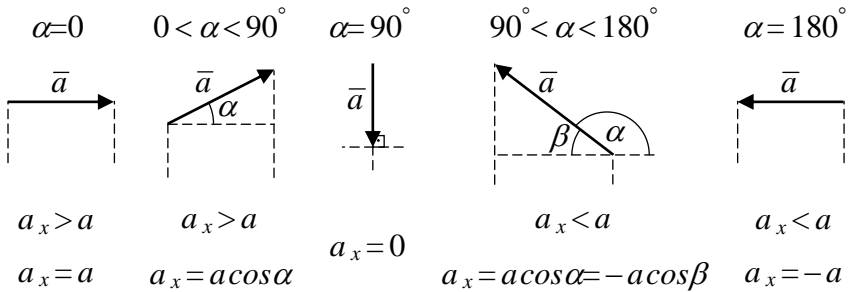
a_x, a_y, a_z - проекції вектора на осі координат.

20. Проекції вектора на координатні осі

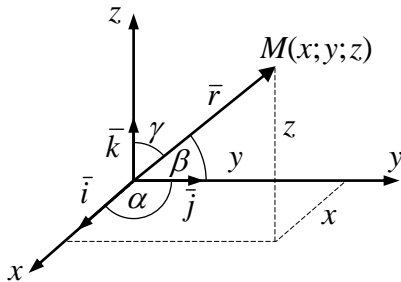
Якщо задані кути α, β, γ , ($0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq \pi$), утворені вектором \vec{a} відповідно з координатними осями Ox , Oy , Oz , то

$$a_x = a \cos \alpha; \quad a_y = a \cos \beta; \quad a_z = a \cos \gamma.$$

Приклади



21. Радіус-вектор точки, його модуль та напрямні косинуси



$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

Напрямні косинуси

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{x}{r}; \\ \cos \beta &= \frac{y}{r}; \\ \cos \gamma &= \frac{z}{r}. \end{aligned} \right\}$$

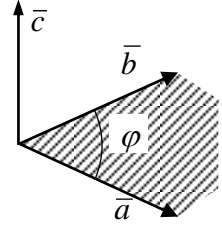
Модуль-радіус вектор

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

причому $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

22. Скалярний добуток векторів (скаляр)

$$(\vec{a} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \varphi, \quad \text{де } \varphi = \angle(\vec{a}, \vec{b}).$$



23. Векторний добуток векторів

$$\vec{a} \times \vec{b} = [\vec{a} \cdot \vec{b}] = \vec{c}.$$

Вектор \vec{c} направлений перпендикулярно до площини, в якій лежать вектори, що перемножуються. Його напрям визначається за правилом правого гвинта: якщо обертати головку гвинта по найкоротшій відстані від першого множника до другого, то напрям руху самого гвинта дає напрям вектора \vec{c} .

Модуль векторного добутку

$$|\vec{c}| = c = a \cdot b \cdot \sin \varphi, \quad \text{де } \varphi = \angle(\vec{a}, \vec{b}).$$

24. Деякі фізичні сталі (константи)

Швидкість світла у вакуумі	$c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Гравітаційна стала	$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 / (\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
Прискорення вільного падіння (середнє)	$g = 9.807 \text{ м/с}^2$
Маса Землі	$M_3 = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Середній радіус Землі	$R_3 = 6.37 \cdot 10^6 \text{ м}$
Швидкість звука в повітрі при $t^\circ \text{C} = 0$	331 м/с
1 рад = $360^\circ / 2\pi = 57.3^\circ$ (57.29578°)	
Кутова швидкість Землі $\omega_3 = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$	
	$e = 2.72$ (2.7182818)

25. Гіперболічні функції

гіперболічний синус

гіперболічний косинус

$$\text{sh } x = \frac{e^x - e^{-x}}{2};$$

$$\text{ch } x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

Співвідношення гіперболічних функцій

$$\text{ch}^2 x - \text{sh}^2 x = 1;$$

$$\text{th } x \cdot \text{cth } x = 1.$$

Формули диференціювання і інтегрування

$$dshx = chx \cdot dx; \quad \int chx \cdot dx = shx + c;$$

$$dchx = shx \cdot dx; \quad \int shx \cdot dx = chx + c;$$

$$dthx = \frac{dx}{ch^2 x}; \quad \int \frac{dx}{ch^2 x} = thx + c;$$

$$dcthx = -\frac{dx}{sh^2 x}; \quad \int \frac{dx}{sh^2 x} = -cthx + c.$$

26. Диференціальні рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами

▪ Лінійні однорідні рівняння

$$\ddot{x} + p\dot{x} + gx = 0. \quad (\text{E.1})$$

Підставивши $x=e^{\lambda t}$ в (E.1), отримаємо характеристичне рівняння

$$\lambda^2 + p\lambda + g = 0, \quad (\text{E.2})$$

рішення якого має вигляд

$$\lambda_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad (\text{E.3})$$

Загальне рішення рівняння (E.1) залежить від виду корнів λ_1 і λ_2 .

Якщо $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 0$, то $\lambda_1 = \lambda_2 = -\frac{p}{2}$,

тоді загальне рішення (E.1)

$$x = (c_1 + c_2 t) \cdot e^{-\frac{p}{2}t}. \quad (\text{E.4})$$

Якщо $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = b^2 > 0$; $\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} = b$; $\lambda_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm b$,

то
$$x = c_1 e^{\left(\frac{p+b}{2}\right)t} + c_2 e^{\left(\frac{-p-b}{2}\right)t}. \quad (E.5)$$

Якщо $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = -b^2 < 0$; $\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} = ib$; $\lambda_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm ib$,

то
$$x = e^{-\frac{p}{2}t} (c_1 \cos bt + c_2 \sin bt), \quad (E.6)$$

де c_1 і c_2 - постійні інтегрування визначаються з початкових умов задачі.

▪ *Лінійні неоднорідні рівняння*

$$\ddot{x} + p\dot{x} + qx = f(t). \quad (E.7)$$

Загальне рішення рівняння (E.7) складається із рішення однорідного рівняння $\ddot{x} + p\dot{x} + qx = 0$ і часткове рішення даного рівняння (E.7), вид якого залежить від виду правої частини (E.7) $f(t)$

$$x = x_{од} + x_{част}. \quad (E.8)$$

♦ Якщо $f(t) = Q = const$, то $x_{част} = A$ (A - невизначений коефіцієнт). Підставляючи $x_{част} = A$ в (E.7), визначимо A , якщо

$$\ddot{x}_{част} = 0; \quad \dot{x}_{част} = 0,$$

то
$$q \cdot x_{част} = Q \rightarrow q \cdot A = Q \rightarrow A = \frac{Q}{q}, \quad (E.9)$$

звідки
$$x_{част} = \frac{Q}{q}.$$

♦ Якщо $f(t) = at + b$, то $x_{част} = At^2 + Bt + C$.

Підставляючи $x_{част}$ в (E.7) ($\dot{x}_{част} = 2At + B$; $\ddot{x}_{част} = 2A$), отримаємо

$$2A + p \cdot 2At + pB + qAt^2 + qBt + qc = at + b.$$

3 ДИНАМІКА

Прирівнюючи коефіцієнти при однакових степенях t в лівій і правій частинах, отримаємо

$$t^2 : \rightarrow qA = 0 \rightarrow A = 0; \quad t : \rightarrow 2PA + qB = 0 \rightarrow B = \frac{a}{q} \quad (A=0);$$

$$t^0 : \rightarrow 2A + qC = b \rightarrow C = \frac{b}{q} \quad (A=0).$$

Тоді
$$x_{\text{васм}} = \frac{a}{q}t + \frac{b}{q}. \quad (\text{E.10})$$

27. Диференціальні рівняння руху точки під дією сили

▪ Сила $F = \text{const}$

$$m\ddot{x} = F; \quad \ddot{x} = \frac{F}{m} = Q = \text{const}; \quad (\text{E.11})$$

$$\dot{x} = \int Q dt; \quad \dot{x} = Qt + C_1.$$

Загальне рішення

$$x = Q \frac{t^2}{2} + C_1 t + C_2. \quad (\text{E.12})$$

▪ Сила $F = f(t)$

$$m\ddot{x} = F; \quad \ddot{x} = \frac{1}{m} f(t); \quad \dot{x} = \int \frac{1}{m} f(t) dt + c_1.$$

Загальне рішення

$$x = \int \left[\int \frac{1}{m} f(t) dt + c_1 \right] dt + c_2. \quad (\text{E.13})$$

▪ Сила $\bar{F} = \alpha \bar{v}$ ($F_x = \alpha v_x = \alpha \dot{x}$)

$$m\ddot{x} = F_x; \quad \ddot{x} = \frac{\alpha}{m} v_x; \quad \ddot{x} = \frac{\alpha}{m} \dot{x};$$

$$\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt}; \quad \frac{d\dot{x}}{\dot{x}} = \frac{\alpha}{m} dt \rightarrow \ln|\dot{x}| = \frac{\alpha}{m}t + c_1;$$

Початкові умови: $t=0; \quad \dot{x}_0 = v_0; \quad x_0 = a;$

$$c_1 = \ln v_0; \quad \ln \left| \frac{\dot{x}}{v_0} \right| = \frac{\alpha}{m}t. \quad (E.14)$$

Загальне рішення

$$\dot{x} = v_0 \cdot e^{\frac{\alpha}{m}t} \rightarrow x = \frac{mv_0}{\alpha} \cdot e^{\frac{\alpha}{m}t} + c_2.$$

▪ Сила $F_x = \beta x$

$$m\ddot{x} = \beta x; \quad \ddot{x} = \frac{\beta}{m}x. \quad (E.15)$$

Якщо $\beta < 0$, то $\ddot{x} + k^2x = 0; \quad \left(k^2 = \frac{\beta}{m} \right); \quad \lambda_{1,2} = \pm ik.$

Загальне рішення $x = C_1 \cos kt + C_2 \sin kt.$

(E.16)

Якщо $\beta > 0$, то підставивши в (E.15) отримаємо

$$\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{\dot{x}d\dot{x}}{dx}; \quad \frac{\dot{x}d\dot{x}}{dx} = \frac{\beta}{m}x \rightarrow \dot{x}d\dot{x} = \frac{\beta}{m}x dx;$$

$$\frac{\dot{x}^2}{2} = \frac{\beta}{m} \cdot \frac{x^2}{2} + C_1; \quad \dot{x} = \sqrt{\frac{\beta}{m}x^2 + 2C_1} = \frac{dx}{dt}.$$

Звідси загальне рішення

$$x = \int \frac{dx}{\sqrt{\frac{\beta}{m}x^2 + 2C_1}} = t + C_2. \quad (E.17)$$

▪ Сила $F = \alpha v + \beta \quad (F_x = \alpha \dot{x} + \beta)$

$$m\ddot{x} = F_x; \quad \ddot{x} = a\dot{x} + b, \quad (\text{E.18})$$

$$\text{де } a = \frac{\alpha}{m}; \quad b = \frac{\beta}{m}.$$

$$\frac{d\dot{x}}{a\dot{x} + b} = dt \rightarrow \frac{1}{a} \ln|a\dot{x} + b| = t + C_1.$$

$$\text{Початкові умови:} \quad t = 0; \quad \dot{x}_0 = v_0;$$

$$C_1 = \frac{1}{\alpha} \ln(\alpha v_0 + b);$$

$$\ln \left| \frac{a\dot{x} + b}{\alpha v_0 + b} \right| = at \rightarrow a\dot{x} + b = (\alpha v_0 + b) \cdot e^{at};$$

$$\dot{x} = \left[(\alpha v_0 + b) \cdot e^{at} - b \right] \frac{1}{a}.$$

$$\text{Загальне рішення} \quad x = \int \left[(\alpha v_0 + b) e^{at} - b \right] \frac{dt}{a} + C_2. \quad (\text{E.19})$$

Додаток В

Збірник навчальних програм нормативних дисциплін освітньо-професійної підготовки бакалаврів галузі знань „Машинобудування та матеріалобробка”



УКРАЇНА

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ

Департамент вищої освіти МОНМС України

Інститут інноваційних технологій та змісту освіти МОНМС України

ПОГОДЖЕНО

Департамент вищої освіти



Болюбаш Я.Я.
2011 р.

ПОГОДЖЕНО

Інститут інноваційних технологій та
змісту освіти



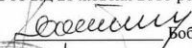
Лод О.А.
2011 р.

ЗБІРНИК

навчальних програм нормативних дисциплін
освітньо-професійної підготовки бакалаврів
галузі знань «Машинобудування та матеріалобробка»

УХВАЛЕНО

на засіданні НМК МОНМС з галузі знань
0505 «Машинобудування та матеріалобробка»
Протокол № 01 від 21 жовтня 2010 року

Голова НМК 0505  Бобир М.І.

Вчений секретар НМК 0505  Гожій С.П.



КИЇВ - 2011

Збірник навчальних програм нормативних дисциплін освітньо-професійної програми підготовки бакалавра галузі знань 0505 Машинобудування та матеріалообробка. Ухвалено Науково-методичною комісією Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України галузі знань 0550 Машинобудування та матеріалообробка і погоджено Департаментом вищої освіти та Інститутом інноваційних технологій та змісту освіти.

За редакцією Бобиря М.І. Уклав Гожій С.П.

В збірнику наведені навчальні програми фізико-математичних та технічних нормативних дисциплін освітньо-професійної програми підготовки бакалавра галузі знань 0505 Машинобудування та матеріалообробка

ЗМІСТ

	Стр
ПЕРЕДМОВА	4
ПЕРЕЛІК НОРМАТИВНИХ ТА ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИХ ТЕХНІЧНИХ НАВЧАЛЬНИХ ДИСЦИПЛІН ЗА ЦИКЛАМИ ПІДГОТОВКИ	5
НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ Варіант I	6
НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ Варіант II	11
НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ ФІЗИКА	25
НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ ІНЖЕНЕРНА ТА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА	33
НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ ІНФОРМАТИКА	37
НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ ЛІНІЙНА АЛГЕБРА	46
НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ МАТЕМАТИЧНА ФІЗИКА	50
НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ ТЕХНОЛОГІЯ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ	54
НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН	57
НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА	64
НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ ОПІР МАТЕРІАЛІВ	69
НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ ВЗАЄМОЗАМІННІСТЬ, СТАНДАРТИЗАЦІЯ І ТЕХНІЧНІ ВИМІРЮВАННЯ	75
НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ ДЕТАЛІ МАШИН	78
НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ ПІДЙОМНО-ТРАНСПОРТНІ МАШИНИ	86
НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ МІКРОПРОЦЕСОРНА ТЕХНІКА	96
НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ ТЕОРІЯ ПРУЖНОСТІ	100

ПЕРЕДМОВА

Збірник навчальних програм нормативних дисциплін освітньо-професійної програми підготовки бакалавра галузі знань "Машинобудування та матеріалобробка" розроблений та підготовлений до друку у відповідності до Постанови Науково-методичної комісії Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України галузі знань 0550 "Машинобудування та матеріалобробка".

Наведені навчальні програми технічних нормативних дисциплін освітньо-професійної програми утворюють єдиний спільний блок для всіх напрямів підготовки бакалаврів, що охоплюються галуззю знань 0505 "Машинобудування та матеріалобробка". Основними завданнями при їх розробці є - підвищення рівня фундаментальної підготовки бакалавра; - адаптація з навчальними планами підготовки бакалаврів у відчизняних та закордонних вишах, також сприяння мобільності студентів; - закладання фундаменту наступної підготовки на рівні спеціаліст-магістр та ін.

До розробки навчальних програм залучені провідні вищі навчальні заклади освіти України та спеціалісти, які мають високий науково-методичний рівень та практичний досвід викладання відповідних дисциплін. Окремі навчальні програми підготовлені колективом авторів з різних регіонів України і пройшли тривале та широке обговорення.

Навчальна програма відповідної дисципліни розглядає місце даної дисципліни в освітньо-професійній програмі підготовки спеціалістів, зв'язок з дисциплінами на яких вона базується та з тими для яких сама є базою.

Зміст навчального матеріалу дисципліни наводиться в обсязі, який забезпечує найбільш повне вивчення дисципліни і зорієнтований на викладання таких матеріалів, які є загальнонавчальними та надійно перевіреними науково-педагогічними працівниками даного напрямку.

При вивченні технічних дисциплін необхідно передбачати лабораторні або практичні заняття, а також виконання індивідуальних розрахунково-графічних і проектних робіт, що забезпечує формування навиків самостійного вирішення типових практичних завдань.

Навчальна програма дисципліни є базою для створення робочої навчальної програми дисципліни в конкретному ВНЗ України. Загальна кількість кредитів, що планується для вивчення дисципліни та види занять встановлюються відповідними освітньо-професійними програмами підготовки бакалаврів або за рішенням Науково-методичної ради навчального закладу, але їх обсяг повинен забезпечувати цілісне представлення навчальної дисципліни.

Технологія вивчення дисципліни в навчальних програмах не встановлюється і приймається ВНЗ, які з урахуванням регіональних завдань та рівня матеріального забезпечення самостійно встановлюють методику вивчення дисципліни. При цьому необхідно враховувати, що на сучасному етапі підготовки технічних спеціалістів основою є суб'єктивно-діяльнісний підхід, який повинен забезпечувати формування практичних вмінь для самостійного вирішення сучасних виробничих завдань.

Навчальні програми дисциплін, що друкуються, додатково не редагувались, приймаючи до уваги авторитет їх авторів. Тому при вирішенні конкретних питань, що стосуються навчальних програм, необхідно спілкуватися безпосередньо з авторами.

В поточний час готуються до друку наступні технічні складові навчальних програм за освітньо-професійними програмами підготовки спеціалістів та магістрів. Науково-педагогічні спеціалісти України запрошуються до співробітництва в підготовці нових навчальних програм дисциплін.

Видання здійснюється за підтримки механіко-машинобудівного інституту Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ

ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА

I. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Теоретична механіка є дисципліною науково-природничого циклу.

Теоретична механіка - основні поняття та закони механіки; методи вивчення умов рівноваги і руху реальних фізичних об'єктів, які моделюють у вигляді матеріальної точки, твердого тіла і механічної системи; методи перетворення систем силу інші, їм еквівалентні; розрахунок будівельних конструкцій та визначення зусиль, які в них виникають; способи визначення центра ваги заданої фігури; способи визначення кінематичних та динамічних характеристик механічних систем, твердих тіл та окремих точок (аналітичні, графічні, із застосуванням комп'ютера).

Вивчення курсу "Теоретична механіка" базується на широкому використанні фізичних уявлень про Всесвіт і математичних методах диференціальних та інтегральних обчислень, теорії диференціальних рівнянь, теорії векторної алгебри і тому її вивчення вимагає наявність базових знань з елементарної і вищої математики, аналітичної алгебри, нарисної геометрії, загальної фізики.

Загальний курс теоретичної механіки є фундаментом механіко-математичної освіти інженерів. Теоретична механіка як цілісна наука є суттєвим елементом вищої освіти. Вона багата ідеями, методами, додатками і багатівіковою історією. Теоретична механіка одночасно є базовою дисципліною, що входить до навчальних планів багатьох спеціальностей, таких як прикладна механіка, опір матеріалів, теорія машин і механізмів, деталі машин, гідравліка, аеродинаміка.

У курсі знайшли відображення сучасні запитання про задачі та методи механіки, які застосовують у різних галузях машинобудування, її викладання передбачає: розвиток логічного та алгоритмічного мислення, оволодіння основними методами дослідження у вирішенні прикладних задач, вироблення вміння самостійно ставити і розв'язувати різноманітні прикладні задачі методами теоретичної механіки.

Мета вивчення дисципліни — дати студентам теоретичні знання і практичні навички в галузях: розрахунку інженерних споруд та конструкцій, складання математичних моделей фізичних об'єктів, визначення кінематичних та динамічних параметрів рухомого об'єкта.

Розподіл навчальних годин за видами занять та різними формами навчання:

Форма навчання	Семестри	Всього кредитів/ годин	Розподіл за семестрами та видами занять			Семестрова атестація
			лекції	практичні заняття	СРС	
Денна	2,3,4	13/468	90	108	270	екз., екз., диф. залік
Заочна	3,4	13/468	20	8	440	екз., екз.

II. ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ

Перелік основних питань з курсу теоретичної механіки:

I. Статика твердого тіла

1.1. Вступ до предмету

1.2. Умови рівноваги різноманітних систем сил

1.3. Способи перетворення різноманітних систем сил

3 ДИНАМІКА

- II. Кінематика
 - II.1. Кінематика матеріальної точки
 - II.2. Найпростіші рухи твердого тіла
 - II.3. Плоскопаралельний рух твердого тіла
 - II.4. Сферичний рух твердого тіла
 - II.5. Складний рух точки
 - II.6. Складний рух твердого тіла
- III. Динаміка
 - III.1. Динаміка вільної матеріальної точки
 - III.2. Диференціальні рівняння руху невільної матеріальної точки. Принцип Даламбера.
- Рівняння Лагранжа I роду.
 - III.3. Прямолинійні коливання матеріальної точки
 - III.4. Динаміка відносного руху матеріальної точки
 - III.5. Основні теореми динаміки
 - III.6. Динаміка твердого тіла
- IV. Аналітична механіка
 - IV.1. Принципи механіки
 - IV.2. Рівняння руху механічних систем в узагальнених координатах. Рівняння Лагранжа II роду.
- IV.3. Елементарна теорія удару

III. ПРИБЛИЗНА ТЕМАТИКА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

Практичні заняття спрямовані на закріплення теоретичного матеріалу, набуття навичок вірної постановки і розв'язування конкретних механічних задач. На практичних заняттях студенти вчать розв'язувати задачі під керівництвом викладача, виконують індивідуальні домашні завдання та аудиторні контрольні роботи.

Приблизна тематика практичних занять:

I. Статика твердого тіла

1. Повторення елементів векторної алгебри.
2. Теорема про три сили.
3. Збіжна плоска система сил.
4. Збіжна просторова система сил.
5. Момент сили відносно точки і осі. Пара сил.
6. Довільна плоска система сил.
7. Складена плоска система сил. Метод перерізів.
8. Рівновага при наявності сил тертя ковзання й.
- 9, 10. Просторова система сил.
11. Система паралельних сил. Центр ваги.
12. Зведення системи сил до даного центра.
13. Модульна контрольна робота №1.

II. Кінематика

14. Рівнозмінний рух точки.
- 15, 16. Довільний рух точки.
17. Обертальний рух твердого тіла навколо нерухомої осі.
18. Синтез найпростіших рухів твердого тіла.
- 19-21. Плоскопаралельний рух твердого тіла.
- 22, 23. Сферичний рух твердого тіла.
- 24, 25. Складний рух точки.
- 26, 27. Складний рух твердого тіла
28. Модульна контрольна робота №2.

III. Динаміка

29. Перша (пряма) задача динаміки вільної матеріальної точки.
 30. Друга (обернена) задача динаміки вільної матеріальної точки.
 31. Принцип Даламбера для матеріальної точки та механічної системи.
 - 32, 33. Динаміка відносного руху матеріальної точки.
 - 34, 36. Прямолінійні коливання матеріальної точки.
 37. Динамічні рівняння руху та дві задачі динаміки механічної системи.
 38. Теорема про зміну кількості руху матеріальної точки та механічної системи.
 39. Теорема про зміну моменту кількості руху матеріальної точки та кінетичного моменту.
 40. Теорема про зміну кінетичної енергії матеріальної точки.
 - 41, 42. Теорема про зміну кінетичної енергії механічної системи.
 43. Динаміка поступального та обертового навколо нерухомої осі рухів твердого тіла.
 44. Динаміка плоскопаралельного руху твердого тіла.
 45. Модульна контрольна робота №3.
- IV. Аналітична механіка
46. Принцип можливих переміщень.
 - 47, 48. Загальне рівняння динаміки.
 - 49, 50. Рівняння Лагранжа другого роду.
 51. Малі коливання механічної системи.
 - 52, 53. Теорія удару.
 54. Диференційований залік.

IV. ІНДИВІДУАЛЬНІ СЕМЕСТРОВІ ЗАВДАННЯ

Індивідуальна робота студентів розрахована на три семестри навчання, що поєднує традиційні форми очного і дистанційного навчання.

Дистанційне навчання дає студентам можливість цілодобового доступу до навчальних матеріалів, підтримується постійною підтримкою і консультуванням викладачів, online відео колекціями, віртуальними практикумами та охоплює 4 дистанційних курси:

- Статика твердого тіла
- Кінематика точки та твердого тіла
- Динаміка точки та механічної системи
- Додаткові розділи механіки

Перелічені курси містять 10 тестів з тестовою базою, що перевищує 1000 тестових завдань, контрольні запитання, понад 80 задач.

В основу дистанційної форми навчання покладено використання сучасних інформаційних та телекомунікаційних технологій, що дозволяє навчатись в відстані без безпосереднього, особистого контакту між викладачем і студентом.

Очна форма навчання складається з 12 індивідуальних завдань, які спрямовані на закріплення пройденого, а також самостійно вивченого теоретичного матеріалу, та трьох індивідуальних розрахунково-графічних робіт, які охоплюють найбільш складні для засвоєння розділи предмету і передбачають обов'язкове застосування комп'ютерних математичних пакетів використання аналітичних і графічних методів.

Індивідуальні задачі виконують з використанням часу, відведеного на індивідуальну роботу студента під керівництвом викладача.

Приблизна тематика індивідуальних задач (ІЗ):

І. Статика твердого тіла

ІЗ №1. Теорема про три сили, просторова збіжна система сил.

ІЗ №2. Довільна плоска система сил, складена конструкція.

ІЗ №3. Просторова система сил.

3 ДИНАМІКА

- ІЗ №4. Центр ваги.
II. Кінематика
ІЗ №5. Плоскопаралельний рух твердого тіла.
ІЗ №6. Сферичний рух твердого тіла.
ІЗ №7. Складний рух точки.
ІЗ №8. Синтез складних рухів твердого тіла. Метод зупинки.
III. Динаміка
ІЗ №19. Динаміка відносного руху матеріальної точки.
ІЗ № 10. Теорема про зміну кінетичного моменту.
ІЗ № 11. Теорема про зміну кінетичної енергії.
ІЗ №12. Загальне рівняння статички.
ІЗ №13. Рівняння Лагранжа II роду.

Приблизна тематика розрахунково-графічних робіт (РГР)

- I. Статика твердого тіла
РГР №1. Розрахунок плоскої ферми. Розрахунок плоскої системи сил із змінними параметрами. Просторова система сил із змінними параметрами. Визначення центра ваги тіла складної форми.
II. Кінематика
РГР № 2. Кінематика багатоланкового механізму. Механічна рука. Кінематика кулісного механізму.
IV. Аналітична механіка
РГР № 3. Рівняння Лагранжа II роду. Малі коливання механічної системи.

V. КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ

З метою здійснення поточного контролю знань студентів проводять 3 модульні контрольні роботи (МКР)-

- I. Статика твердого тіла
КР 1. Теорема про три сили, рівновага плоскої та просторової системи сил. Мета: засвоєння основних понять та методів розрахунків нерухомих конструкцій для подальшого вивчення курсу „Опір матеріалів”.
II- Кінематика
КР 2. Плоскопаралельний та сферичний рухи твердого тіла. Складний рух точки. Метод зупинки. Мета: засвоєння методів визначення величин та напрямків основних кінематичних характеристик для подальшого вивчення курсу „Теорія механізмів та машин”.
III. Динаміка
КР 3. Диференціальні рівняння руху фізичних об'єктів. Основні теореми динаміки. Мета: засвоєння методів складання та розв'язування диференціальних рівнянь руху фізичних об'єктів для проектування інженерних пристроїв.

VI. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

На заочній формі навчання:

- теми 1.2, II.3-6, III.6, IV.1-2 виносяться на лекційні заняття;
- на практичні заняття виносяться № 6, 19, 20, 41;
- три модульні контрольні роботи денної форми навчання заміняються двома домашніми контрольними роботами;
- розрахункові роботи не виконуються.

VII. НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ

У процесі навчання викладач використовує навчально-наочні посібники. Індивідуальні завдання та розрахунково-графічні роботи студенти виконують у комп'ютерному класі з відповідним програмним забезпеченням.

Список літератури, що використовується студентами у навчальному процесі, для вивчення теоретичної механіки:

ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

Підручники

1. Векерик В. І., Льчишина Д. І., Левчук К. Г., Цідило І. В., Шалька Л.М. Теоретична механіка: Навчальний посібник. - Івано-Франківськ: Факел, 2006. - 459 с.
2. Павловський М.А. Теоретична механіка: Підручник. К.: Техніка, 2002. 512 с.
3. Березова О. Л., Друшляк Г. Ю., Солодовников Р. Д. Теоретична механіка. - К.: ІЗМН, 1998. - 408 с.

Література для підготовки до тестування

4. Векерик В. І., Рижков Л.М., Левчук К. Г., Цідило І. В., Лисканич М. В. Тестові завдання та короткі задачі з теоретичної механіки. Статика: Навч. посібник. - Івано-Франківськ: Факел, 2006. - 228 с.
5. Векерик В. І., Кузьо І. В., Лисканич М. В., Мельник П. І., Левчук К.Г., Степаненко С. Г., Цідило І. В. Тестові завдання та короткі задачі з теоретичної механіки. Кінематика: Навч. посібник. - Івано-Франківськ: Факел, 2012. -340 с
6. Векерик В. І., Кузьо І. В., Рижков В.Л., Лисканич М. В., Левчук К.Г., Цідило І. В. Гридчук І.В. Тестові завдання та короткі задачі з теоретичної механіки. Динаміка: Навч. посібник. - Івано-Франківськ: Факел,2008, - 438 с.

Література для виконання розрахунково-графічних робіт

7. Яскілка М.Б. Збірка завдань для розрахунково-графічних робіт з теоретичної механіки. - К.: Вища шк.: Веселка, 1999. - 351 с
8. Левчук К. Г., Степаненко С. Л. Розрахунок великих будівельних конструкцій в середовищі Maple. - К.: Видавництво НТУУ „КПІ” - 2007. - 53 с.
9. Векерик В. І., Левчук К.Г., Степаненко С.Л., Цідило І. В. Комп'ютерне дослідження кінематики механізмів: Навчально-наочний посібник. Івано-Франківськ: Симфонія форте. - 2011. - 150с

ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА

10. Путья Г. В., Фрадлін В. Я. Методика розв'язування задач з теоретичної механіки. К.: Радянська школа, 1955.
11. Векерик В. І., Кузьо І. В., Смерека І.П., Лисканич М. В., Цідило І. В., Драган М. С. Збірник олімпіадних задач з теоретичної механіки. - Івано-Франківськ: Факел, 2003. - 139 с.
12. Сборник коротких задач по теоретической механике. // Под редакцией Непе О. З. - М.: Высшая школа, - 1989.
13. Попов. А. И. Механика. Решение творческих профессиональных задач: Учебное пособие. - Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, - 2007. – Ч. 1. -108 с, Ч. 2. - 80 с, Ч. 3. - 80 с.

Для нотаток

ЗАТВЕРДЖУЮ

Голова Вченої ради,
ректор ЗНТУ



С.Б.Беліков

2019 р.

ВИТЯГ З ПРОТОКОЛУ № 9

засідання вченої ради Запорізького національного технічного університету

від 15 квітня 2019 р.

Слухали: Про рекомендацію до друку навчального посібника «Теоретична механіка. Збірник завдань для розрахунково-графічних робіт» авторів Штанька П.К., Шевченка В.Г., Омельченко О.С.

Ухвалили: Рекомендувати до друку навчальний посібник «Теоретична механіка. Збірник завдань для розрахунково-графічних робіт» авторів Штанька П.К., Шевченка В.Г., Омельченко О.С.

Вчений секретар

В.В. Кузьмін

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

ШТАНЬКО Петро Костянтинович
ШЕВЧЕНКО Володимир Григорович
ОМЕЛЬЧЕНКО Ольга Станіславівна

ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА

**Збірник завдань
для розрахунково-графічних робіт**

За редакцією П.К. Штанька