

**ПРО НАБЛИЖЕНЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ
БІСИНГУЛЯРНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ
ЗІ СТАЛИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ
В УЗАГАЛЬНЕНИХ ПРОСТОРАХ ГЕЛЬДЕРА**

Нехай $\gamma = \gamma_1 \times \gamma_2$, γ_1, γ_2 – довільні замкнені контури Ляпунова, $H_{\omega(1)}(\gamma)$ – узагальнений простір Гельдера зі стандартною нормою [3].

Розглядається характеристичне бісингулярне інтегральне рівняння зі сталими коефіцієнтами

$$a_0 \varphi(t, \tau) + a_1 (S_1 \varphi)(t, \tau) + a_2 (S_2 \varphi)(t, \tau) + a_{12} (S_{12} \varphi)(t, \tau) = f(t, \tau), \quad (1)$$

де $f(t, \tau) \in H_{\omega(1)}(\gamma)$,

$$(S_1 \varphi)(t, \tau) = \frac{1}{\pi i} \oint_{\gamma_1} \frac{\varphi(\xi, \tau)}{\xi - t} d\xi,$$

$$(S_2 \varphi)(t, \tau) = \frac{1}{\pi i} \oint_{\gamma_2} \frac{\varphi(t, \eta)}{\eta - \tau} d\eta,$$

$$(S_{12} \varphi)(t, \tau) = -\frac{1}{\pi^2} \oint_{\gamma_1} \oint_{\gamma_2} \frac{\varphi(\xi, \eta)}{(\xi - t)(\eta - \tau)} d\xi d\eta.$$

В роботах [1, 2] розглядались прямі методи наближеного розв'язання рівняння (1) у випадку змінних коефіцієнтів. У випадку рівняння зі сталими коефіцієнтами обчислювальні схеми прямих методів значно спрощуються, а це, в свою чергу, призводить до покращення оцінки швидкості збіжності наближених розв'язків до точного.

Для рівняння (1) обґрунтовуються прямі проекційні методи наближеного розв'язання (колокацій та редукції). Наближений розв'язок рівняння (1) шукається у вигляді біраціональної функції

$$\varphi_{mn}(t, \tau) = \sum_{k=-m}^m \sum_{l=-n}^n c_{kl} t^k \tau^l. \text{ Показано, що для побудови наближених}$$

розв'язків достатньо знайти коефіцієнти інтерполяційного поліному Лагранжа (метод колокацій) або коефіцієнти Фур'є (метод редукції) правої частини. Невідомі коефіцієнти c_{kl} наближеного розв'язку

$\varphi_{mn}(t, \tau)$ шукаються із системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Доведено, що за досить загальних стандартних обмежень (нетеровість рівняння (1), нульовий індекс рівняння, ненульові частинні індекси рівняння і т.ін.) вказана система однозначно розв'язна. Встановлено, що швидкість збіжності наближених розв'язків до точного залежить тільки від конструктивних властивостей функції $f(t, \tau)$ і має вигляд (при $m, n \rightarrow \infty$):

$$\|\varphi(t, \tau) - \varphi_{mn}(t, \tau)\|_{H_{\omega(2)}} = \underline{O} \left(\ln m \ln n \cdot \frac{\omega^{(1)}\left(\frac{1}{m}, \frac{1}{n}\right)}{\Omega_1^{(2)}\left(\frac{1}{m}\right) \Omega_2^{(2)}\left(\frac{1}{n}\right)} \right).$$

Тут функції $\Omega_1^{(2)}(\delta_1)$, $\Omega_2^{(2)}(\delta_2)$ є конструктивними характеристиками узагальненого простору Гельдера [3]. Слід зауважити, що знайдена оцінка швидкості збіжності є непокращуваною.

Обґрунтування обчислювальних схем вказаних методів та оцінка швидкості збіжності наближених розв'язків до точного [4] провадяться в просторі $H_{\omega(2)}(\gamma)$, де $H_{\omega(2)}(\gamma) \supset H_{\omega(1)}(\gamma)$.

1. Сніжко Н.В. Наближений розв'язок бісингулярних інтегральних рівнянь в узагальнених просторах Гельдера методом колокацій // Вісник ЗДУ: Зб. наук. статей. Ф.-м. науки. Біол. науки. – 1998. – №1. – С. 69 – 71.

2. Сніжко Н.В. Прямые методы решения бисингулярных интегральных уравнений на остовах Ляпунова в обобщенных пространствах Гельдера // Диф. уравнения. – 1998. – Т. 34. – №9. – С.1291 – 1292.

3. Сніжко Н.В. Класифікація узагальнених просторів Гельдера функцій двох змінних // Вісник Київського ун-ту. Сер. фіз.-мат. науки. – 1999. – Вип. 3. – С. 124 – 128.

4. Snizhko N.V. Approximation of functions of two variables in generalized Hölder spaces // Studii în metode de analiză numerică ș optimizare. – Chișinău, 2000. – V. 2. – №2(4). – P. 204 – 215.