МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до проведення практичних і самостійних занять з дисципліни
“Нарисна геометрія” до теми:
“Проєкціювання та побудова проєкцій фігур перерізу призми”
для студентів технічних спеціальностей
всіх форм навчання

2023 рік

Методичні вказівки до проведення практичних і самостійних занять з дисципліни “Нарисна геометрія” до теми: “Проєкціювання та побудова проекцій фігур перерізу призми” для студентів технічних спеціальностей всіх форм навчання /Укл.М.В.Скоробогата, С.А.Бовкун – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2023. – 39 с.

Укладачі: М.В.Скоробогата, старш.викладач
С.А.Бовкун, старш.викладач

Рецензент: О.В.Лютова, доцент, к.т.н.

Відповідальний за випуск В.В.Нетребко, професор, д.т.н.

Затверджено
на засіданні кафедри
«Інтегровані технології
зварювання та моделювання
конструкцій»
Протокол № 7
від “27” квітня 2023 р.

Рекомендовано до видання
НМК Інженерно-фізичного
факультету
Протокол № 9
від “16” травня 2023 р.

ЗМІСТ

Вступ 4
1 Поверхні 5
1.1 Гранні поверхні і багатогранники 5
2 Проекціювання призми 8
3 Побудова проекцій точок, розташованих на призмі 9
4 Перерізи поверхонь призми проеціюючими площинами 10
4.1 Загальні відомості 10
4.2 Переріз призми 10
5 Перетин поверхонь призми прямими лініями 12
5.1 Загальні принципи розв'язування задач 12
5.2 Точки перетину прямої з призмою 12
6. Приклади практичного завдання «Призма з отвором» 13
Питання для самоперевірки 34
Використана та рекомендована література 35
Додаток А. Таблиця А.1 – Варіанти завдань до теми «Призма з отвором» 37

ВСТУП

Ці методичні вказівки призначені для студентів, які вивчають курс «Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка» денної та заочної форми навчання.

Форму будь-якої деталі можна розглядати як сукупність простих геометричних фігур: точок, відрізків, ліній, площин, геометричних тіл.

Методичні вказівки присвячені питанням утворення поверхні, проекціюванню геометричного тіла - призма, її перерізу проекціюючими площинами, перетину прямими лініями.

Для закріплення теоретичних знань в кінці методичних вказівок приведені деякі питання для самоперевірки.

Для самостійного вивчення додаткових питань нарисної геометрії наведена використана і рекомендована навчальна література.

Методичні вказівки знайомлять студентів із завданнями та прикладами виконання графічних робіт.

1 ПОВЕРХНІ

Поверхня - безліч послідовних положень лінії при переміщенні її в просторі. Таку лінію називають твірною поверхні. Вона може бути прямою або кривою. Закон переміщення твірної може бути заданий теж лініями, але іншого напрямку, ніж твірна. Ці лінії називають напрямними. Сукупність декількох послідовних положень твірної та напрямних створює каркас поверхні (рис. 1.1).

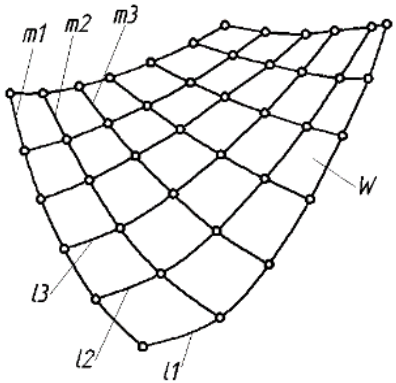


Рисунок 1.1 – Визначники поверхонь

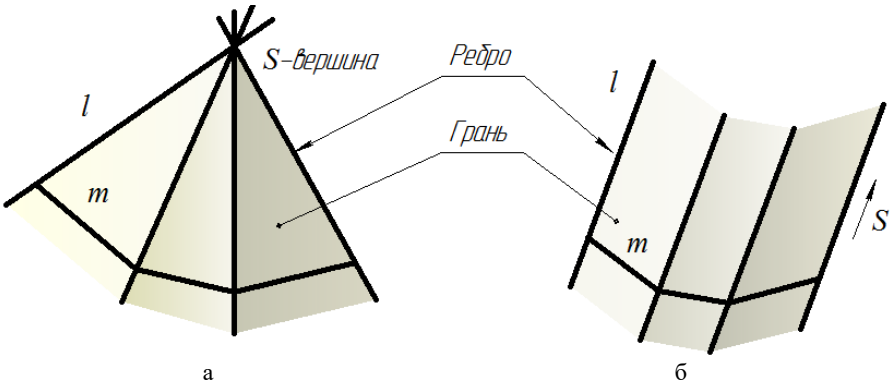
1.1 Гранні поверхні і багатогранники

Гранні поверхні утворюються за допомогою площин. ***Багатогранником*** називають просторову фігуру, обмежену замкнутою поверхнею, яка складається з відсіків площин, які мають форму плоских багатокутників. Багатокутники, які утворюють поверхню багатогранника, називаються ***гранями***, сторони багатокутників – ***ребрами***, а вершини – ***вершинами*** багатогранника.

Призматична поверхня утворюється переміщенням прямолінійної твірної ℓ за ламаною напрямною m. При цьому, якщо одна з точок твірної S нерухома, створюється пірамідальна поверхня (рис. 1.2, а), коли твірна при переміщенні паралельна заданому напряму S, тоді утворюється призматична поверхня (рис. 1.2, б).

Елементами граних поверхонь є: вершина S, грань, ребро (рис. 1.2).

Замкнуті гранні поверхні, утворені деякою кількістю (не менше чотирьох) граней, називаються багатогранниками.



а) пірамідальної; б) призматичної

Рисунок 1.2– Утворення граних поверхонь:

Призма – багатогранник, у якого основи – два однакових і взаємно паралельних багатогранника, а бічні грані – паралелограми (рис. 1.3).

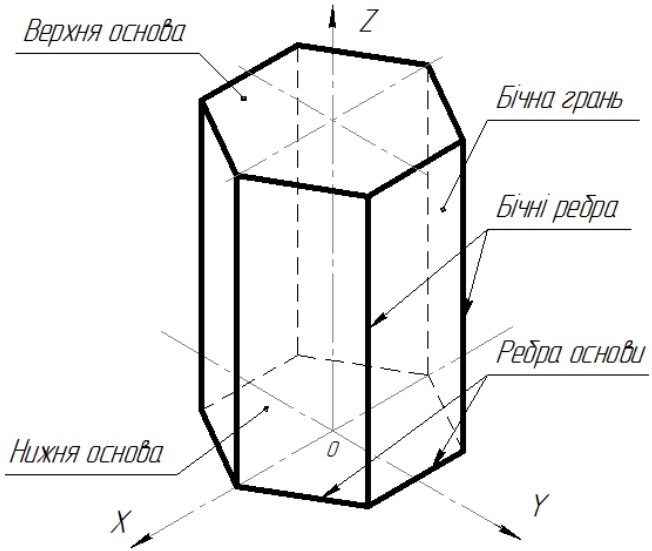


Рисунок 1.3 – Назви складових елементів призми

Якщо ребра призми перпендикулярні площині основи, таку призму називають прямою. На рисунку 1.4 наведено комплексне креслення прямої чотирикутної призми з горизонтально-проєкціювальною поверхнею.

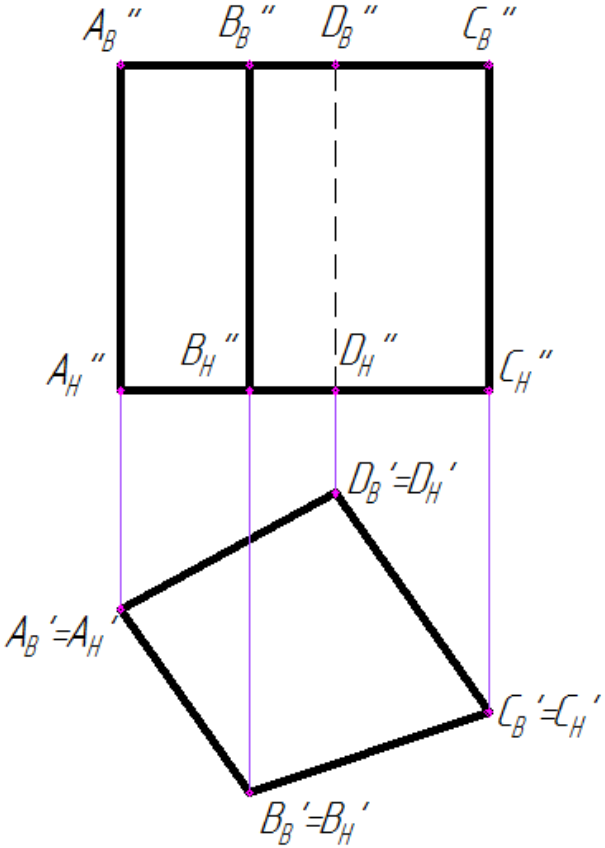


Рисунок 1.4 – Креслення чотирикутної призми з горизонтально-проєкціювальною поверхнею

2 ПРОЕКЦІЮВАННЯ ПРИЗМИ

Проекціювання геометричних тіл ведеться за правилами проекціювання точок, відрізків прямих, плоских фігур. При побудові прямокутних проекцій геометричним тілам надають таке положення, при якому найбільша кількість елементів тіл буде спроекційоване в дійсну величину.

На рисунку 2.1 показана побудова прямої шестикутної призми.

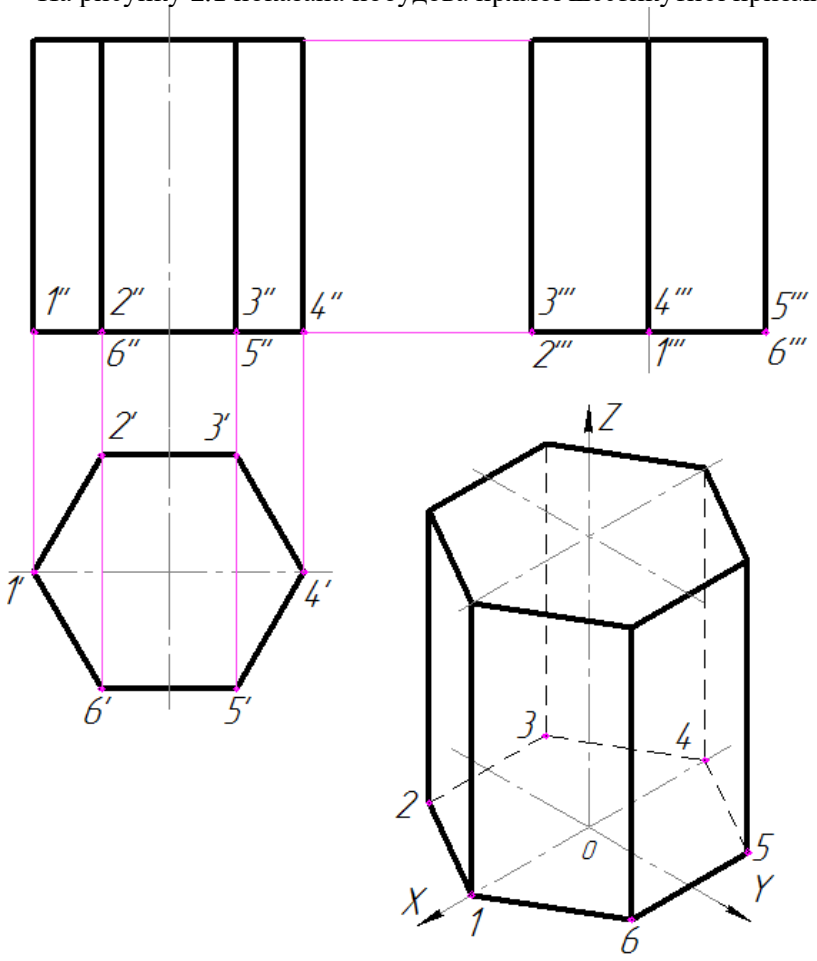


Рисунок 2.1 – Проєкції шестикутної призми

3 ПОБУДОВА ПРОЕКЦІЙ ТОЧОК, РОЗТАШОВАНИХ НА ПРИЗМИ

Положення точки, яка лежить на поверхні, задано, якщо відома одна проєкція і показано, на якій частині цієї поверхні точка розташована.

Зазвичай вважають, що точка розташована на видимій частині поверхні.

Проєкції точок, які належать основним проєкціювальним поверхням (бічним поверхням прямої призми), будують за допомогою ліній зв'язку (рис. 3.1).

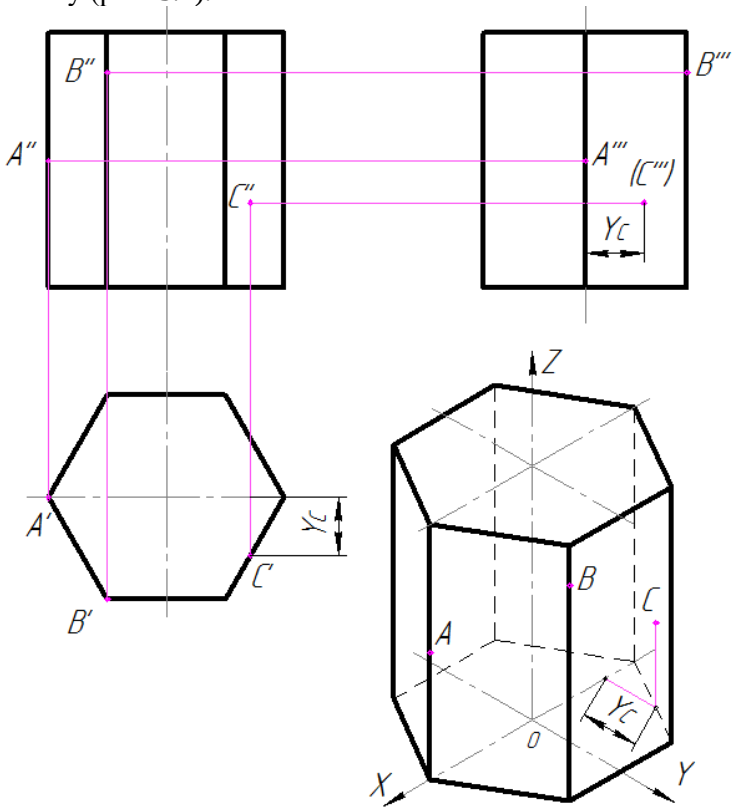


Рисунок 3.1 – Побудова проєкцій точок на поверхні призми

4 ПЕРЕРІЗИ ПОВЕРХОНЬ ПРИЗМИ ПРОЕКЦІЮЮЧИМИ ПЛОЩИНАМИ

4.1 Загальні відомості

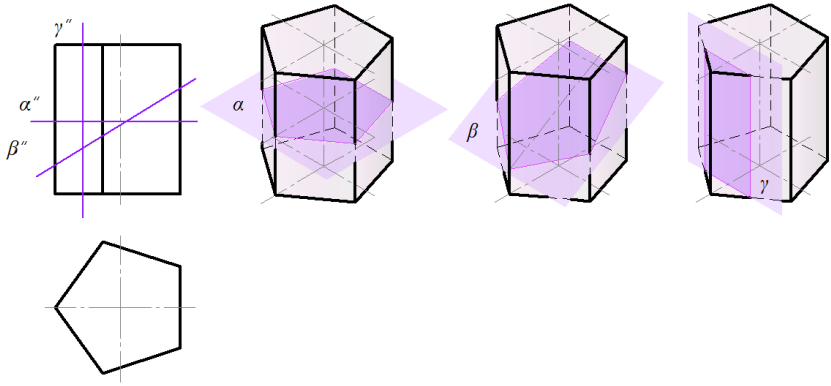
При перерізі поверхонь отримуються лінії, які називають лініями перерізу. Деякі лінії перерізу (наприклад, ребра багатогранників) не потребують ніяких допоміжних побудов для зображення їх проекцій.

Серед точок ліній перерізу відрізняють опорні і проміжні. Кожну точку лінії перерізу будують на всіх необхідних проекціях і тільки після цього приступають до визначення наступної точки.

4.2 Переріз призми

Залежно від положення січної площини, в перерізі призми можна отримати:

- багатокутник, паралельний і подібний основі, якщо січна площина $\boldsymbol{\alpha}$ паралельна основі призми (рис. 4.1, *а, б*);
- багатокутник, не рівний і не подібний основі, якщо січна площина $\boldsymbol{\beta}$ нахилена до ребер призми (рис. 4.1, *а, в*);
- прямокутник – для прямої призми (рис. 4.1, *а, г*), якщо площина $\boldsymbol{\gamma}$ паралельна ребрам призми.



а *б* *в* *г*

Рисунок 4.1 – Форми проєкцій фігур перерізу при перерізі призми проєкціювальними площинами

На комплексному кресленні (рис. 4.2) правильна шестикутна призма перерізана фронтально-проєкціювальною площиною ***А-А***.

Фронтальна проєкція фігури перерізу співпадає з фронтальним слідом січної площини ***А-А***, який має збирану властивість. Проєкції вершин фігури перерізу – точки ***1″, 2″, 3″*** - визначаються на перетині фронтальних проєкцій бічних ребер призми зі слідом площини ***А-А***, а точка ***4″*** - на перетині фронтальних проєкцій ребер верхньої основи призми з слідом січної площини ***А-А***.

Горизонтальні проєкції точок ***1′, 2′, 3′*** співпадають з горизонтальними проєкціями відповідних ребер, а проєкції ***4′*** отримують на перетині вертикальних ліній зв'язку з горизонтальною проєкцією верхньої основи призми. З точок ***1″, 2″, 3″*** проводять горизонтальні лінії зв'язку до перетину з профільними проєкціями відповідних бічних ребер і отримують проєкції ***1‴, 2‴, 3‴***, а проєкції ***4‴*** будують координатним методом, використовуючи координати ***Y₄***. Отримані точки з'єднують прямими лініями і переріз заштриховують.

Побудова дійсної величини фігури перерізу зрозуміла з рисунку 4.2.

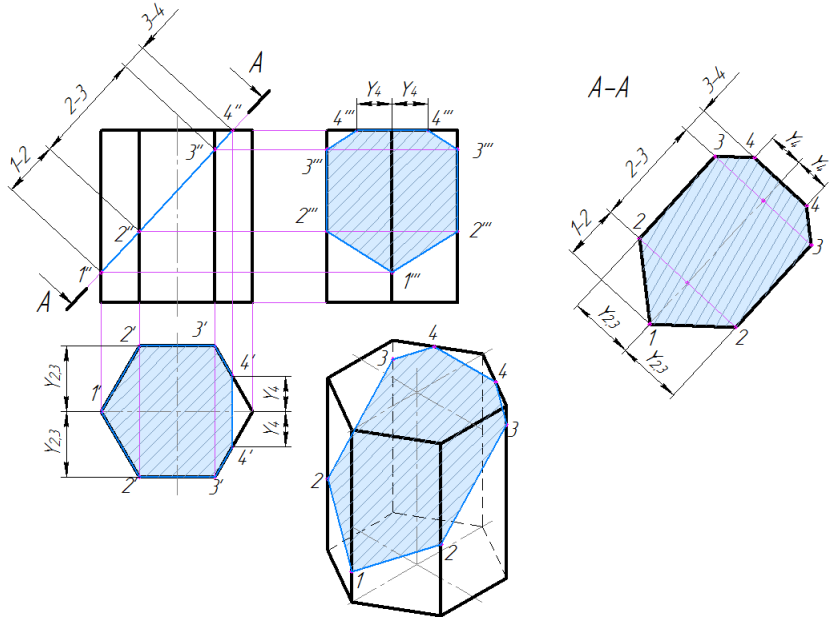


Рисунок 4.2 – Побудова проєкцій фігури перерізу призми

5 ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ ПРИЗМИ ПРЯМИМИ ЛІНІЯМИ

5.1 Загальні принципи розв'язування задач

Пряма, яка перетинає поверхню, має звичайно з цією поверхнею дві спільні точки: точку входу і точку виходу. Визначення таких точок засновано на проведенні через задану пряму допоміжної площини, знаходження фігури перерізу і визначення точок перетину прямої з побудованою фігурою перерізу.

5.2 Точки перетину прямої з призмою

В окремому випадку, коли поверхня, з якою перетинається пряма, перпендикулярна одній із площин проєкцій, точки перетину визначаються без додаткових побудов. Так, наприклад, точки ***K*** і ***F*** перетину прямої ***DC*** з бічними гранями трикутної призми (рис. 5.1) проєкціюються на площину π_1 в точки ***K′*** і ***F′*** перетину горизонтальних проєкцій двох передніх граней призми з проєкцією ***D′C′*** прямої ***DC***. Фронтальні проєкції точок ***K″***, ***F″*** визначаються за допомогою ліній зв'язку.

На рисунку 5.1 показана також побудова точок ***E*** і ***L*** перетину прямої ***AB*** з поверхнею призми.

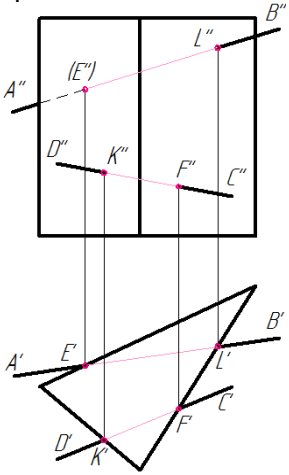
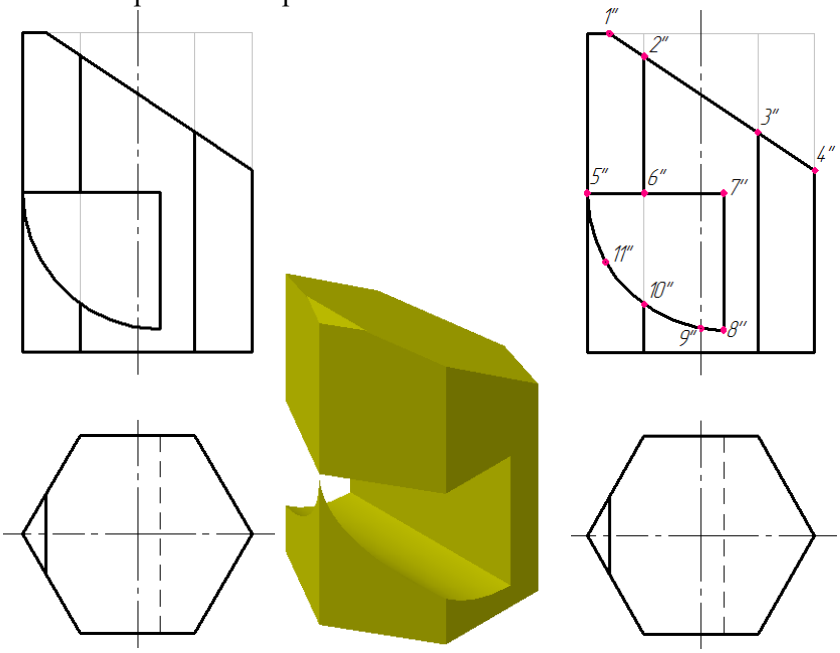


Рисунок 5.1 – Перетин прямих ліній із поверхнею призми

6. ПРИКЛАДИ ПРАКТИЧНОГО ЗАВДАННЯ «ПРИЗМА З ОТВОРОМ»

Завдання:

- за двома заданими (фронтальною та горизонтальною) проєкціями шестиграної призми з наскрізним отвором побудувати профільну проєкцію (рис. 6.1, *а*);
- побудувати натуральну фігуру перерізу горизонтально-проєктувальною або фронтально-проєктувальною площиною;
- побудувати аксонометричне зображення шестиграної призми з наскрізним отвором.



а *б*

Рисунок 6.1 – Завдання до прикладу «Призма з отвором»

Побудову (рис. 6.1, *б*) починають з визначення точок на зрізі (точки ***1″*** – ***4″***) та на отворі (точки ***5″*** – ***11″***). Будують профільну проєкцію призми.

Точка ***1"*** лежить на верхній основі призми (рис. 6.2), тому горизонтальну проєкцію ***1'*** шукають за допомогою лінії зв′язку. Профільну проєкцію ***1'''*** будують відкладанням координати y_1, яку вимірюють з горизонтальної проєкції.

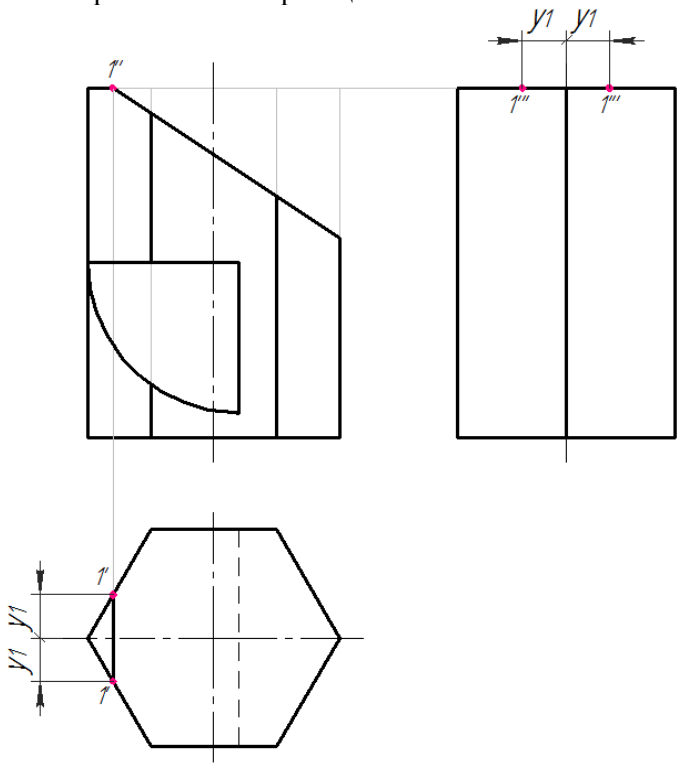


Рисунок 6.2 – Побудова проєкцій точки 1

Точки ***2"***, ***6"***, ***10"*** (рис. 6.3) та точки ***3***, ***4***, ***5*** (рис. 6.4) лежать на ребрах призми, тому горизонтальні та профільні проєкції цих точок знаходять на горизонтальних та профільних проєкціях відповідних ребер призми.

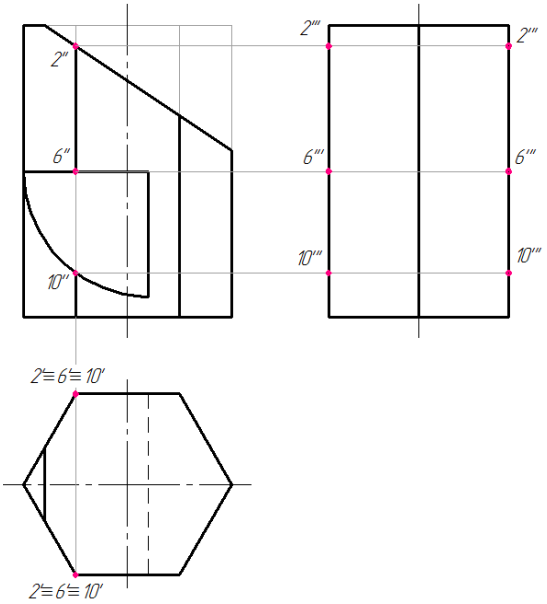


Рисунок 6.3 – Побудова проєкцій точок *2, 6, 10*

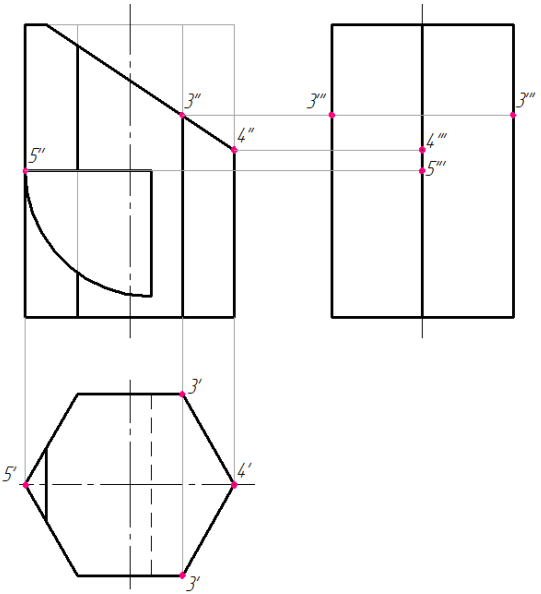


Рисунок 6.4 – Побудова проєкцій точок *3, 4, 5*

Точки ***7"***, ***8"*** (рис 6.5) та точки ***9"***, ***11"*** (рис. 6.6) лежать на гранях призми, тому горизонтальні та профільні проєкції цих точок знаходять на горизонтальних та профільних проєкціях граней.

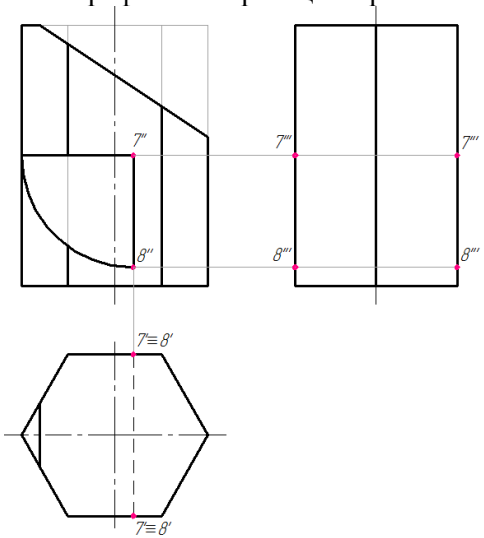


Рисунок 6.5 – Побудова проєкцій точок *7, 8*

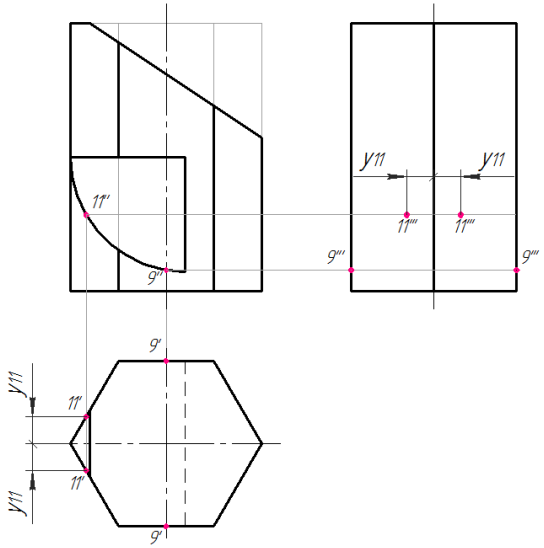


Рисунок 6.6 – Побудова проєкцій точок *9, 11*

Профільну проєкцію зрізаної призми з отвором (рис 6.7) отримують послідовним з'єднанням профільних проєкцій всіх точок.

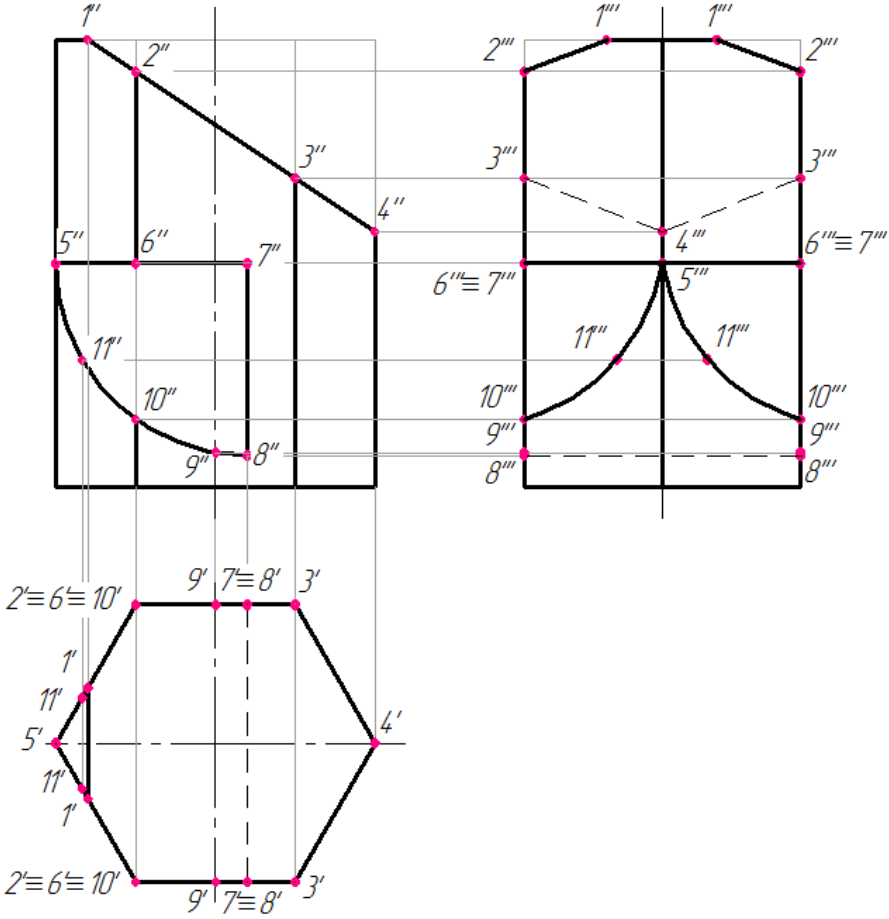
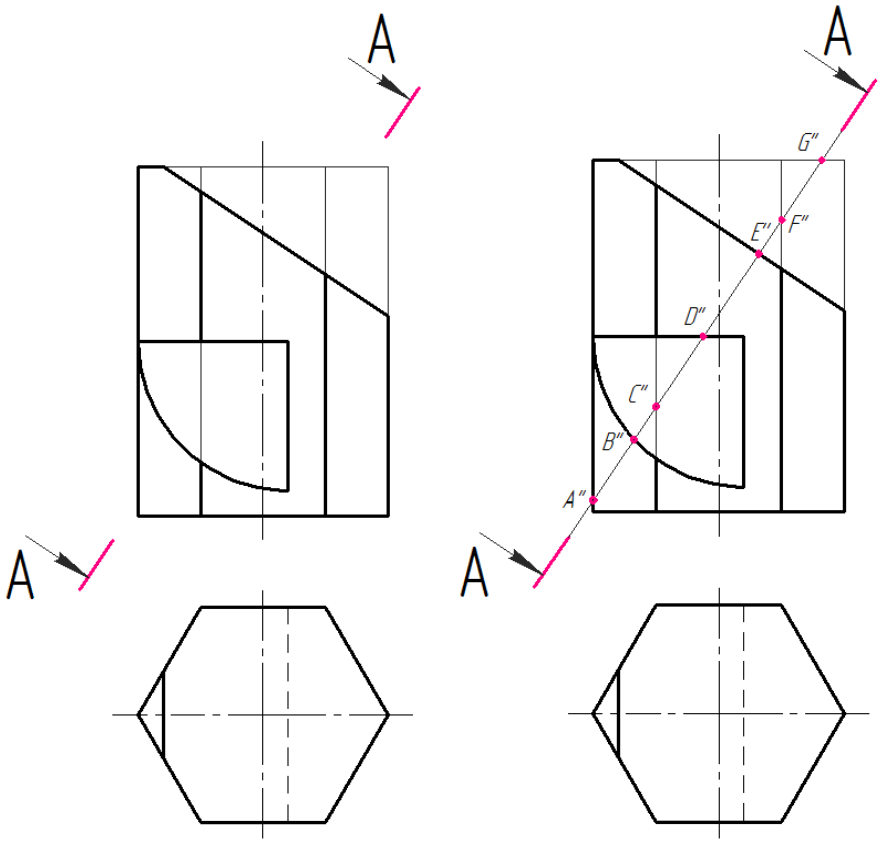


Рисунок 6.7 – Побудова профільної проєкції призми

Побудову перерізу ***А-А*** фронтально-проєктувальною площиною (рис. 6.8, *а*) починають з визначення точок на лінії перерізу (рис. 6.8, *б*).



а *б*

Рисунок 6.8 – Визначення точок на лінії перерізу призми

Спочатку визначаються горизонтальні проєкції зазначених точок (рис. 6.9, *а*), які визначають горизонтальну проєкцію фігури перерізу (рис. 6.9, *б*).

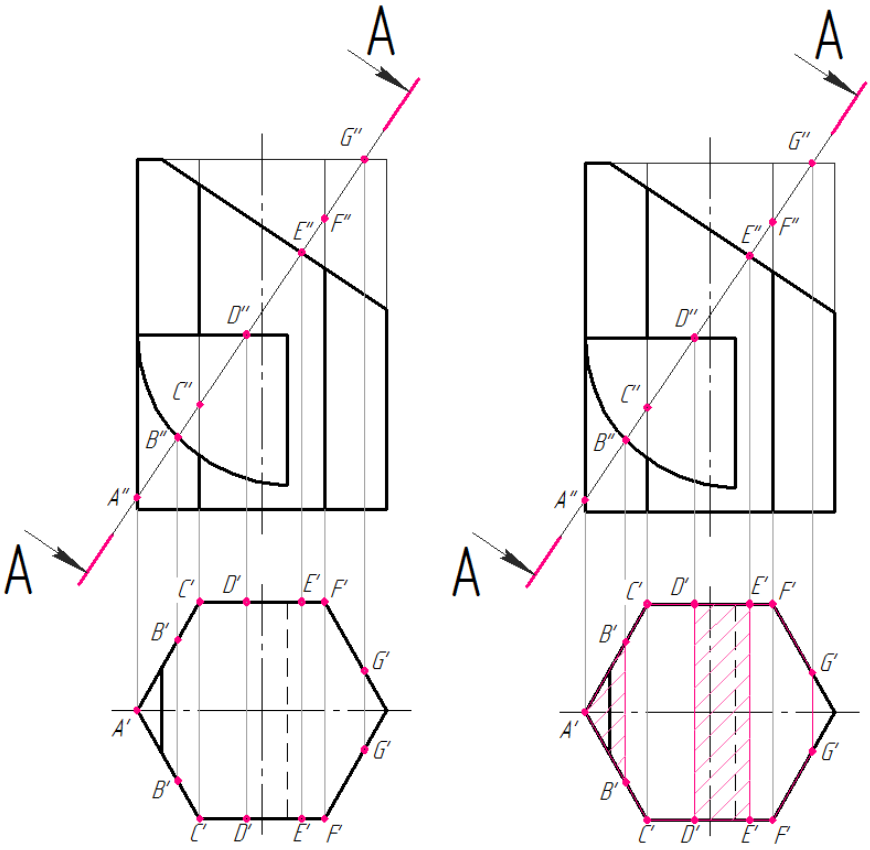
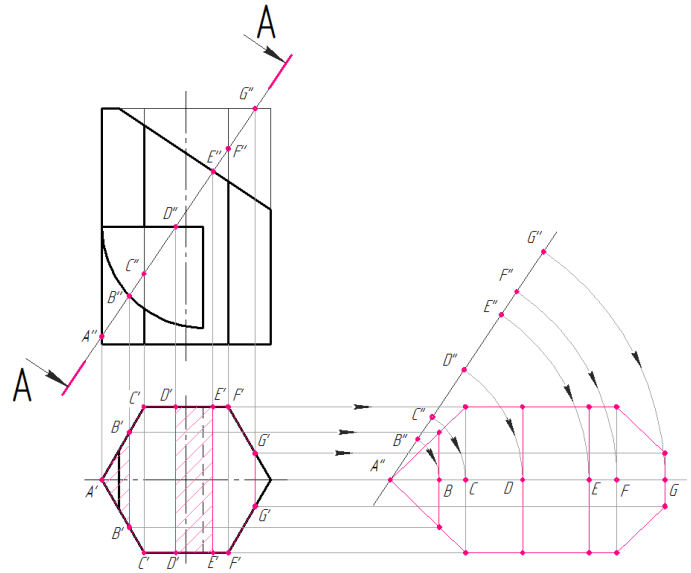
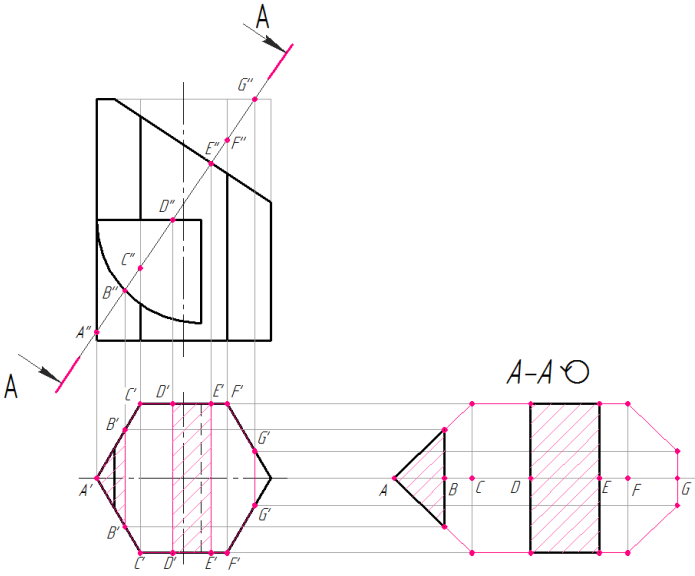


Рисунок 6.9 – Визначення горизонтальної проєкції фігури перерізу призми

Побудова дійсної величина фігури перерізу дана на рисунках 6.9, 6.10.



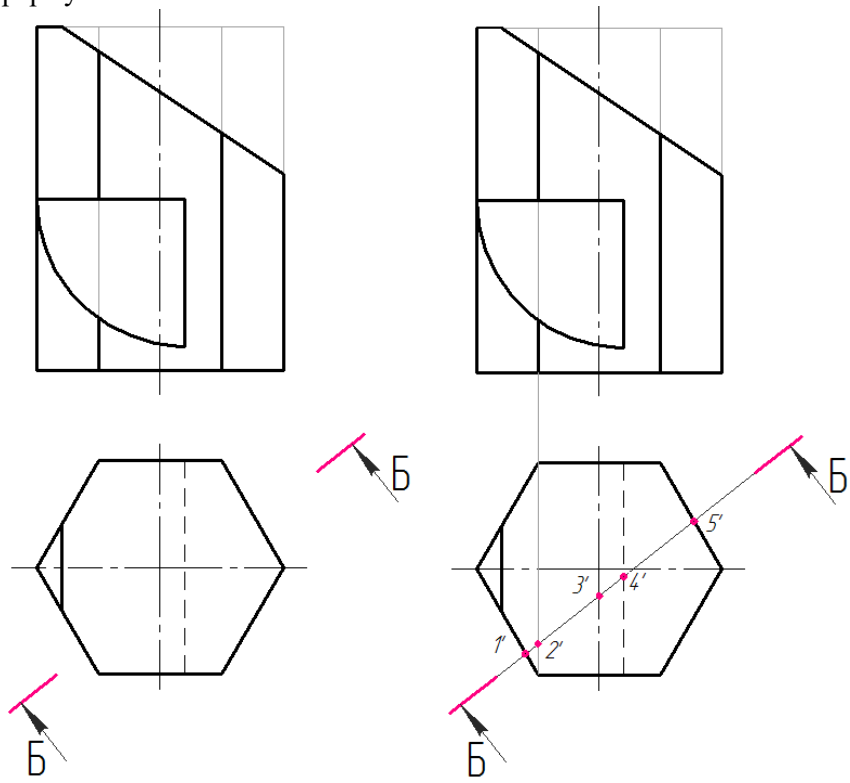
а



б

Рисунок 6.10 – Визначення дійсної фігури перерізу призми

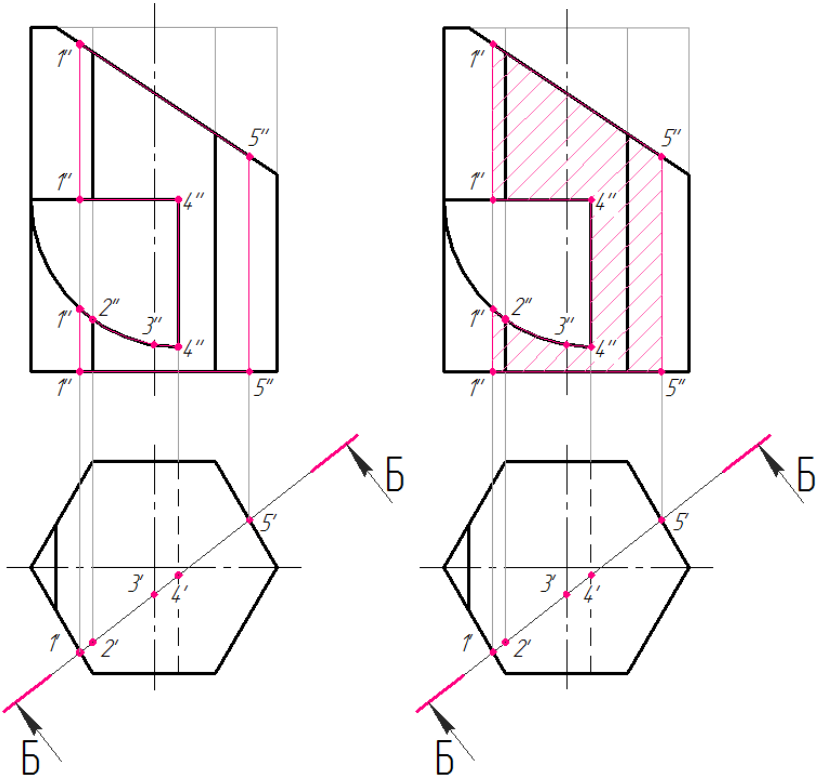
Аналогічно виконують побудову перерізу ***Б-Б*** (рис.°6.11,°*а,°б*), горизонтально-проєктувальною площиною. Визначають точки на лінії перерізу.



а *б*

Рисунок 6.11 – Визначення точок лінії перерізу призми

Далі визначаються фронтальні проєкції зазначених точок (рис. 6.12, *а*), які визначають фронтальну проєкцію фігури перерізу (рис. 6.12, *б*).



а *б*

Рисунок 6.12 – Визначення фронтальної проєкції фігури перерізу призми

На рисунках 6.13 − 6.15 подана послідовність побудови дійсної фігури перерізу.

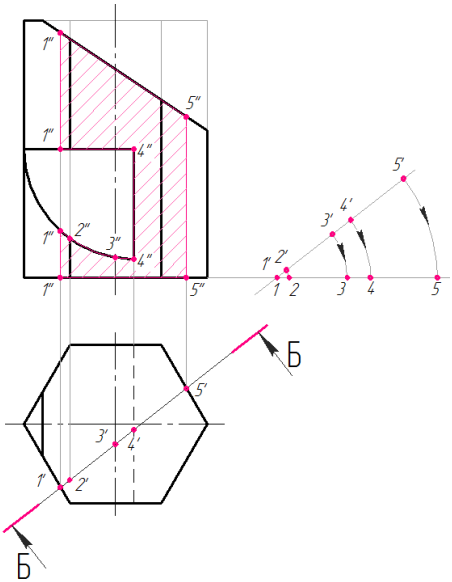


Рисунок 6.13 – Визначення дійсної фігури перерізу призми

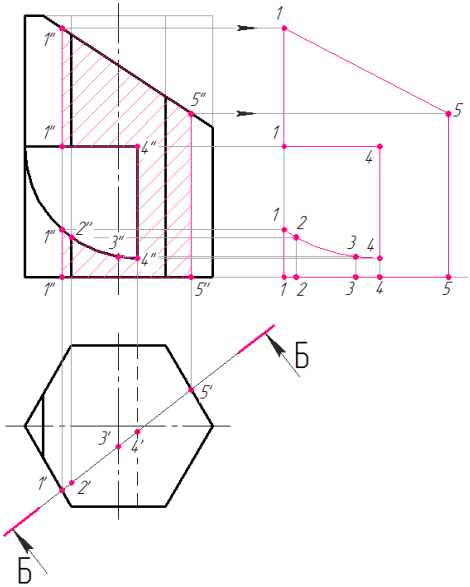


Рисунок 6.14 – Визначення дійсної фігури перерізу призми

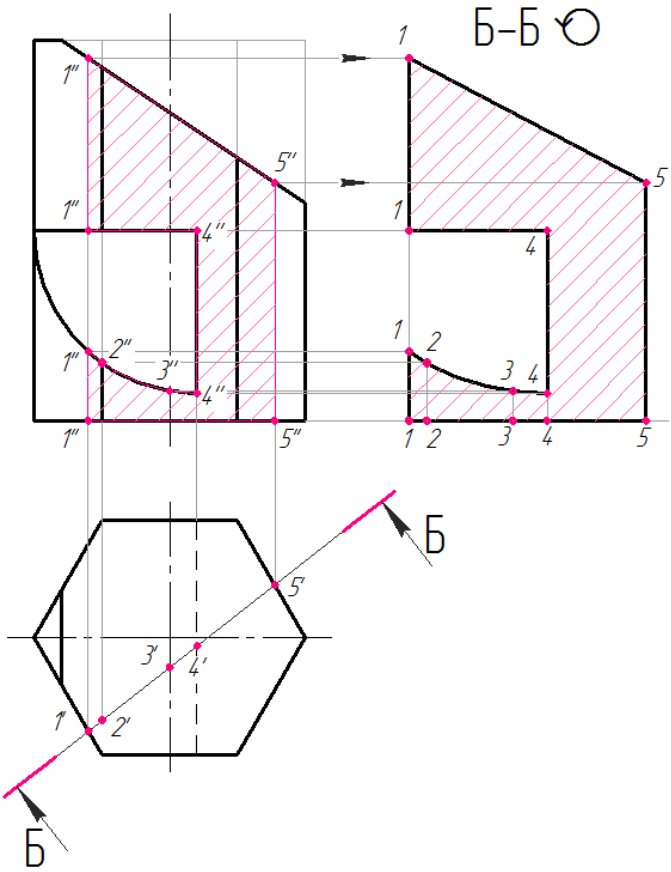


Рисунок 6.15 – Визначення дійсної фігури перерізу призми

Аксонометричне зображення призми будується у прямокутній ізометрії, аксонометричні осі якої утворюють між собою кут *120°* (рис. 6.16).

Починають з побудови нижньої основи призми – шестикутника (рис. 6.17 − 6.21). Верхня основа призми будується підняттям вершин нижньої основи на висоту призми (рис. 6.22 − 6.23).

Побудову ізометрії точок виконують координатним методом (рис. 6.24 − 6.30).

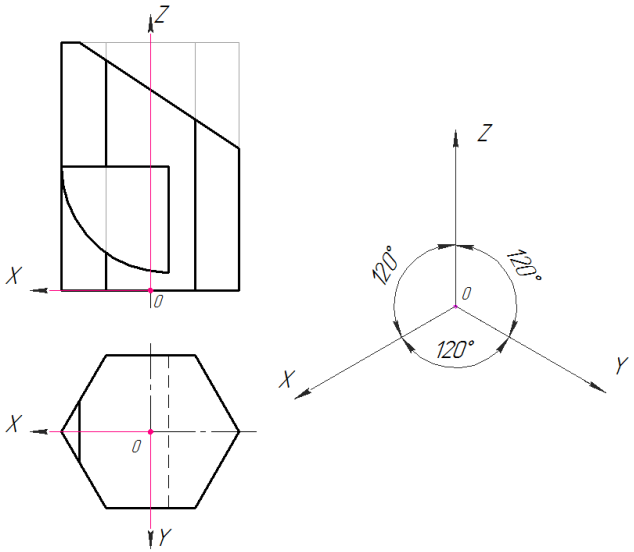


Рисунок 6.16 – Осі у прямокутній ізометрії

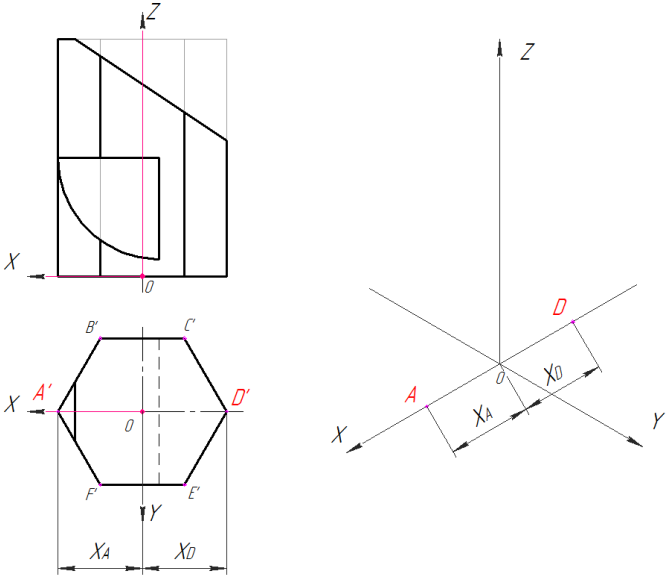


Рисунок 6.17 – Побудова нижньої основи призми – шестикутника

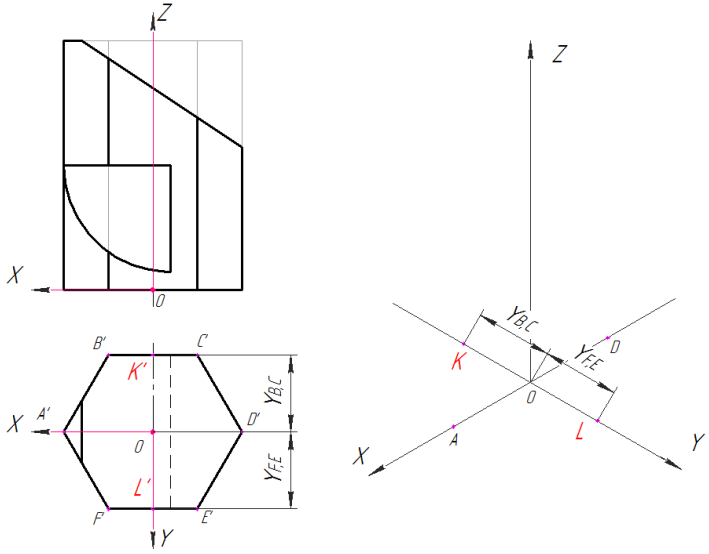


Рисунок 6.18 – Побудова нижньої основи призми – шестикутника

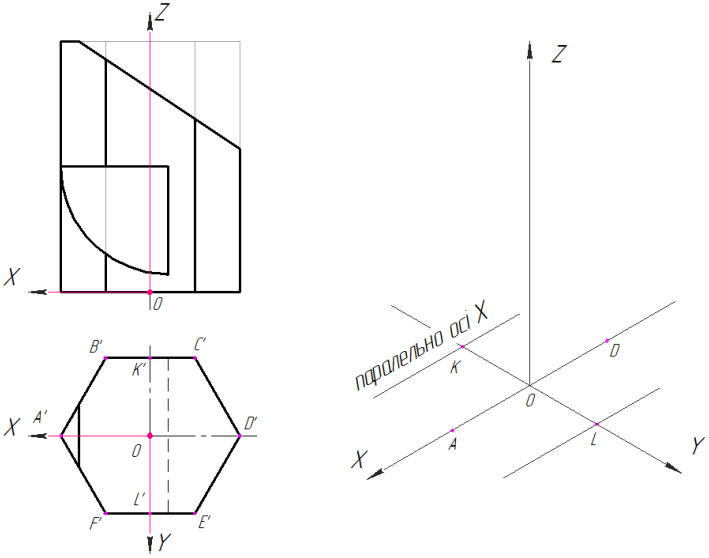


Рисунок 6.19 – Побудова нижньої основи призми – шестикутника

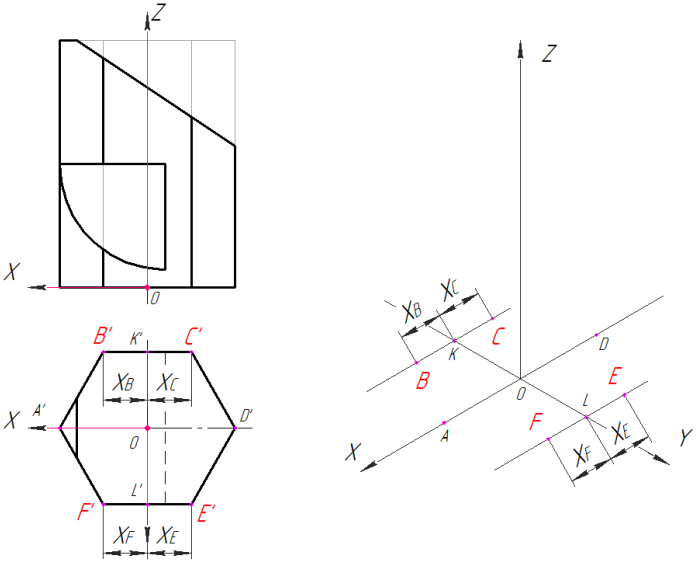


Рисунок 6.20 – Побудова нижньої основи призми – шестикутника

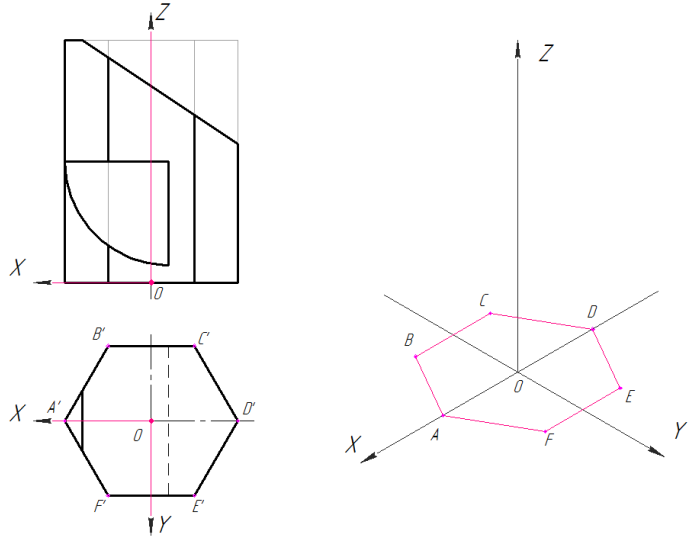


Рисунок 6.21 – Побудова нижньої основи призми – шестикутника

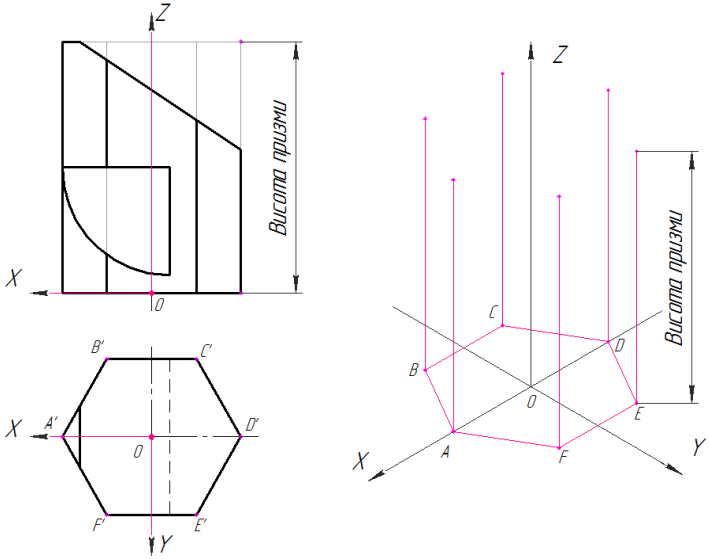


Рисунок 6.22 – Побудова верхньої основи призми

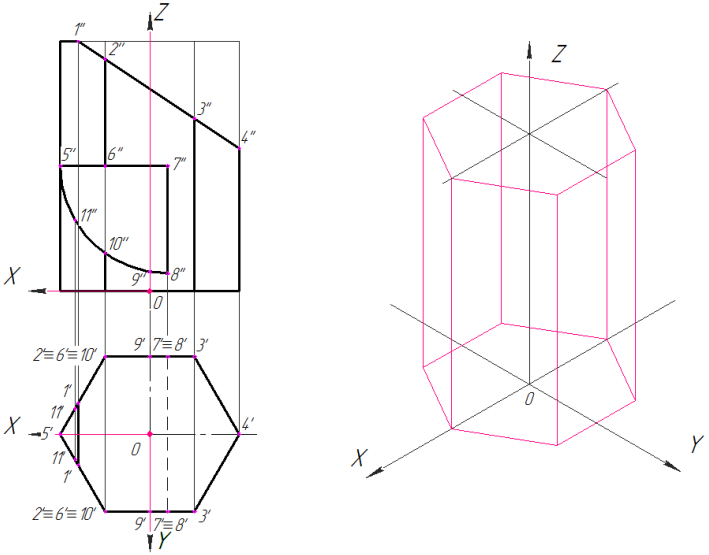


Рисунок 6.23 – Побудова верхньої основи призми

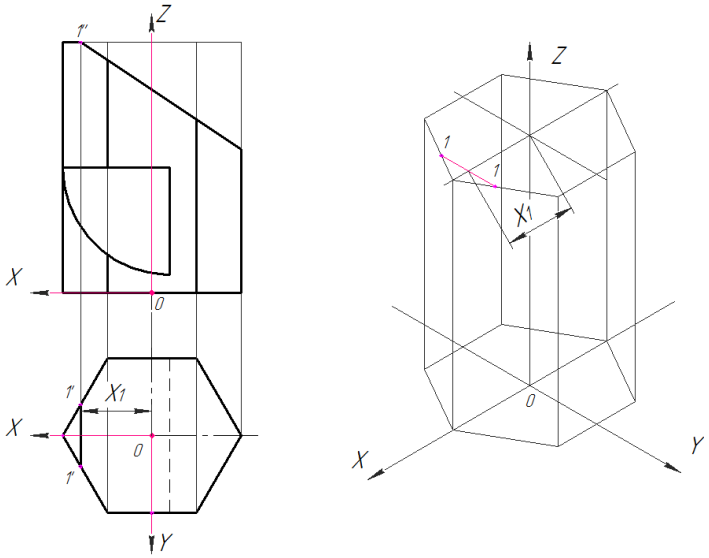


Рисунок 6.24 – Побудова ізометрії точок

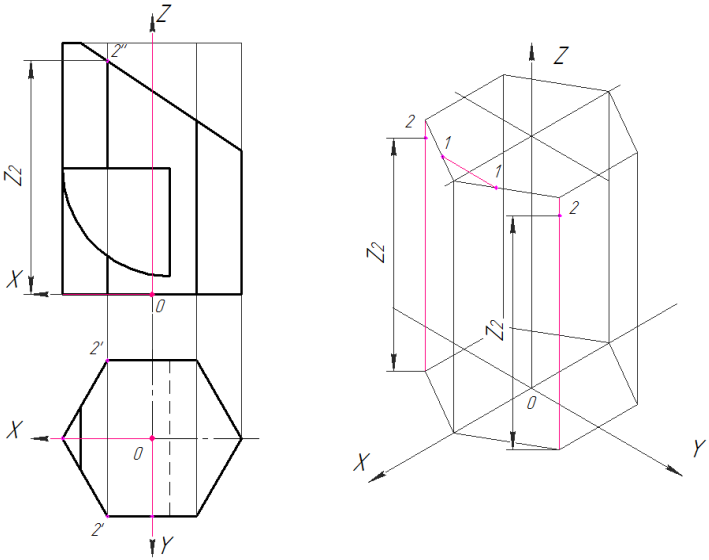


Рисунок 6.25 – Побудова ізометрії точок

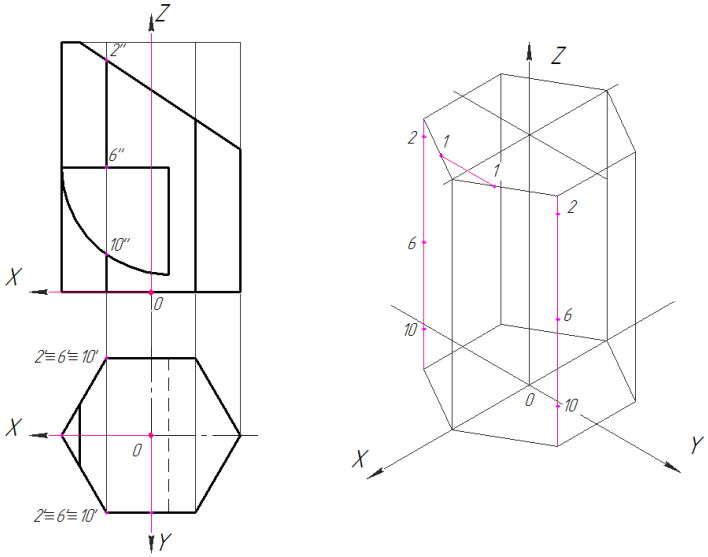


Рисунок 6.26 – Побудова ізометрії точок

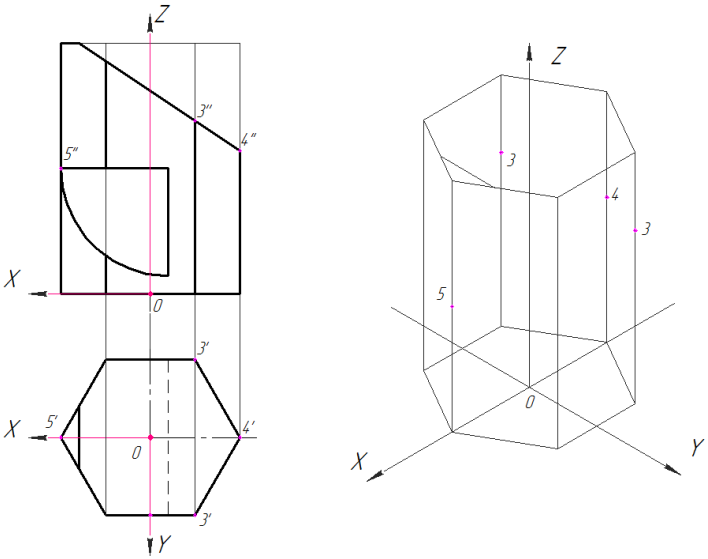


Рисунок 6.27 – Побудова ізометрії точок

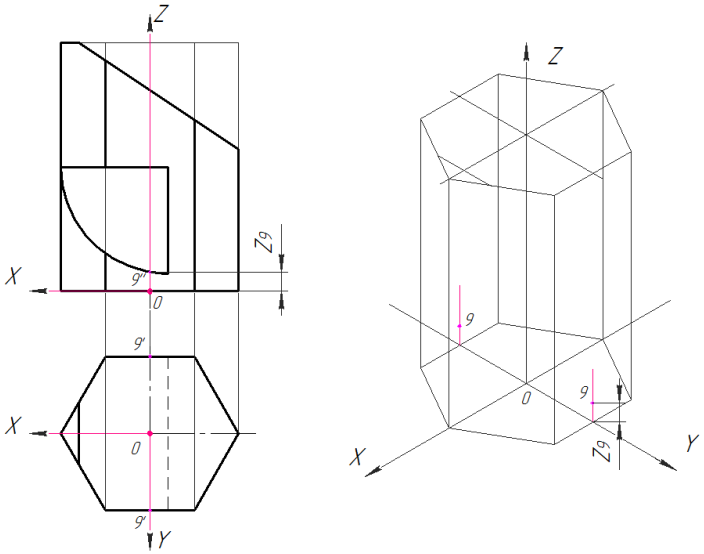


Рисунок 6.28 – Побудова ізометрії точок

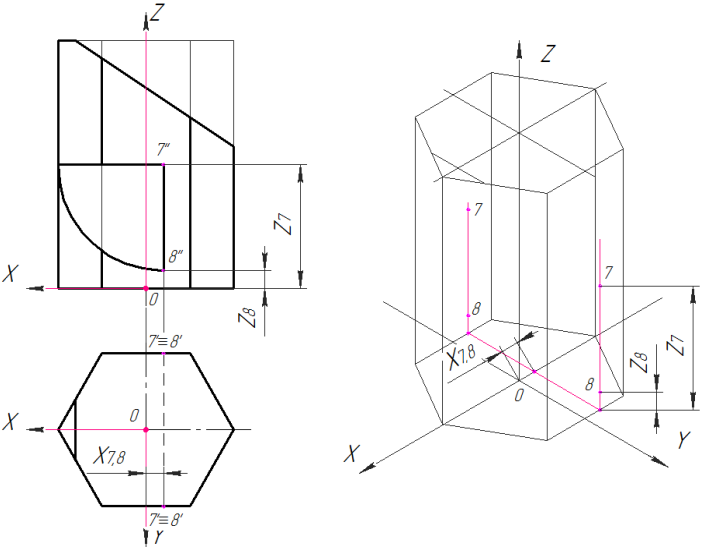


Рисунок 6.29 – Побудова ізометрії точок

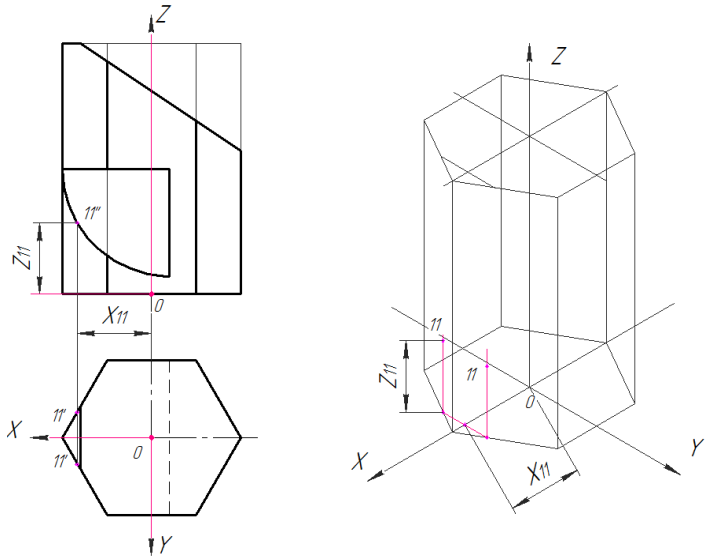


Рисунок 6.30 – Побудова ізометрії точок

Послідовно з’єднують всі отримані точки (рис. 6.31). Невидимі лінії отвору та ребра призми показують штриховою лінією (рис. 6.32).

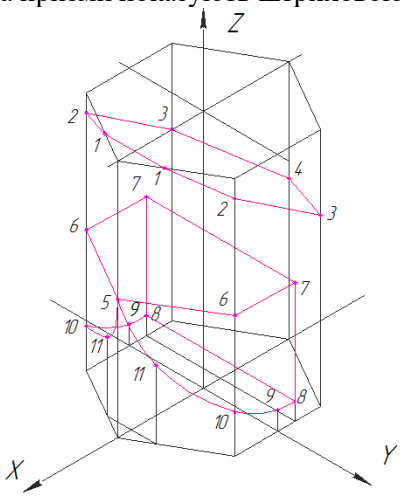


Рисунок 6.31 – Побудова ізометричної проєкції призми

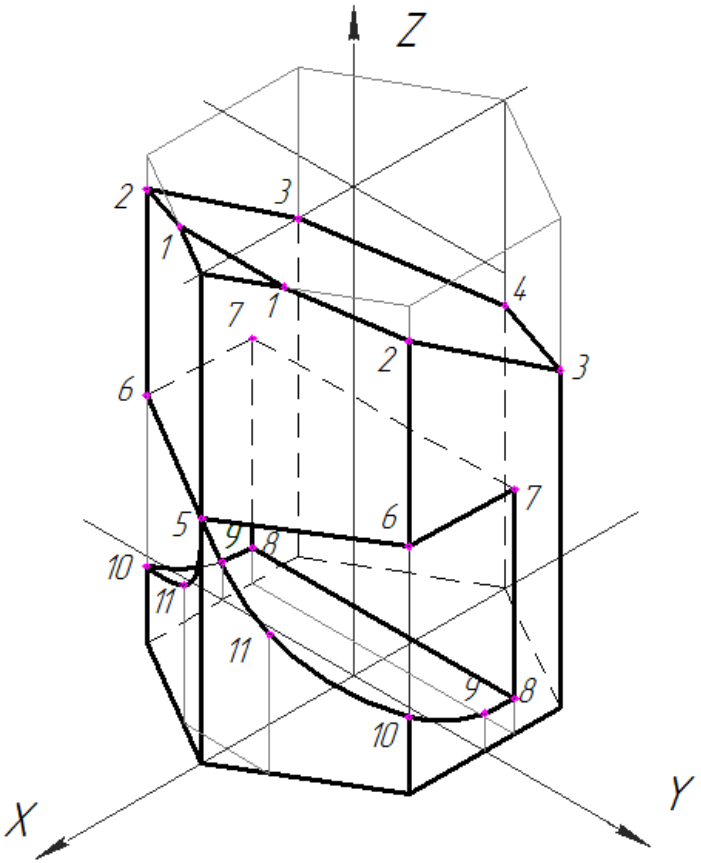


Рисунок 6.32 – Ізометрична проєкція призми

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ

1. Як зображаються гранні поверхні та багатогранники на комплексному кресленику?
2. Призматичні поверхні?
3. Які умови належності точки поверхні?
4. Як побудувати проекції точок, що знаходяться на поверхні призми?
4. Які точки треба визначити для побудови лінії перетину поверхні призми з площиною?
5. З якою метою застосовуються проміжні точки при визначенні лінії перетину площини з поверхнею?
7. Як визначається видимість лінії перетину поверхні призми з отвором?

ВИКОРИСТАНА ТА РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Чермних І.О., Нестеренко В.І., Краєвська О.О, Адашевська І.Ю., Сілічев А.В. Основи інженерної графіки з елементами професійного конструювання: підручник. Київ: Кондор, 2020. 240°с.

2. Бовкун С.А., Скоробогата М.В., Корнієнко О.Б. Нарисна геометрія. Поверхні: навч.посіб. Запоріжжя, 2020. 134 с.

3. Лютова О.В., Скоробогата М.В., Бовкун С.А. Вплив технологічних особливостей виготовлення деталей на методику нанесення розмірів: навч.посіб. Запоріжжя, 2018. – 88 с.

4. Бажміна Е.А., Шаломєєв В. А. Практичні роботи з нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки. Частина 1: навч. посіб. Запоріжжя, 2016. 66 с.

5. Гавров Є.В. Елементи нарисної геометрії: курс лекцій. Запоріжжя, 2004. 181 с.

6. Антонович Є.А., Василишин Я.В., Фольта О.В. Нарисна геометрія. Практикум: навч. посібник. / під заг. ред. Є.А. Антонович. Львів: Світ, 2004. 528 с.

7. Михайленко В.Є., Ванін В.В., Ковальов С.М. Інженерна та комп'ютерна графіка: підручник / під заг. ред. В.Є. Михайленко. Київ: Каравела, 2010. 360 с.

8. Михайленко В.Є., Євстіфеєв М.Ф., Ковальов С.М., Кащенко О.В. Нарисна геометрія: підручник / під заг. ред. В.Є. Михайленко. Київ: Видавничий дом «Слово», 2013. 304 с.

9. Хаскін А.М. Креслення: підручник. Київ: Вища школа, 1976. 436 с.

10. ДСТУ ISO 128-30:2005. Кресленики технічні. Загальні принципи оформлення. Частина 30. Основні положення про види. Київ, 2006. 8с.

11. ДСТУ ISO 128-34:2005. Кресленики технічні. Загальні принципи оформлення. Частина 34. Види на машинобудівних кресленикаx. Київ, 2007. 17 с.

12. ДСТУ ISO 128-40:2005 Кресленики технічні. Загальні принципи оформлення. Частина 40. Основні положення про розрізи та перерізи. Київ, 2007. 11 с.

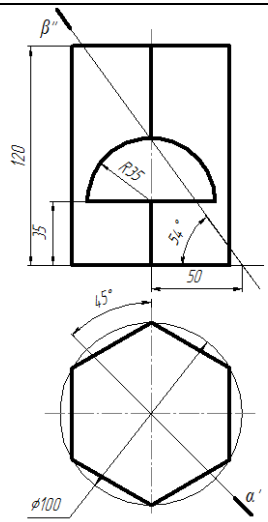
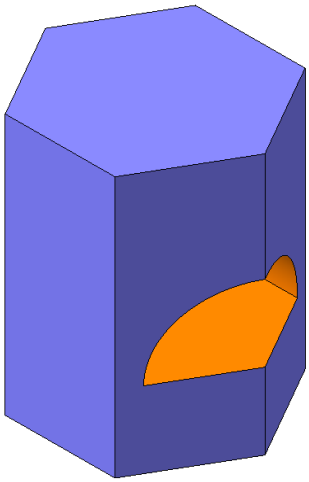
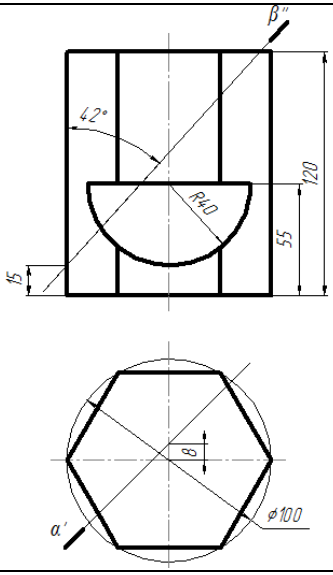
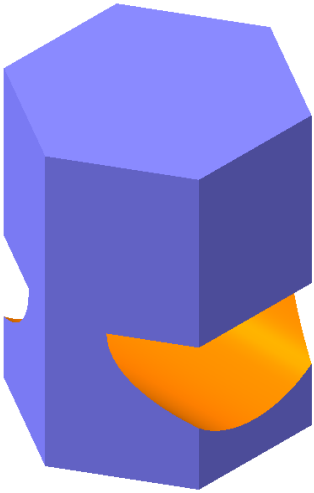
13. ДСТУ ISO 128-44:2005 Кресленики технічні. Загальні принципи оформлення. Частина 44. Розрізи та перерізи на машинобудівних кресленикаx. Київ, 2006. 13 с.

14. ДСТУ ISO 128-50:2005 Кресленики технічні. Загальні принципи оформлення. Частина 50. Основні положення про зображення розрізів і перерізів. Київ, 2006. 10 с.

15. ДСТУ ISO 129 – 1:2007 «Кресленики технічні. Проставлення розмірів і допусків. Частина 1. Загальні принципи». Київ, 2010. 29 с.

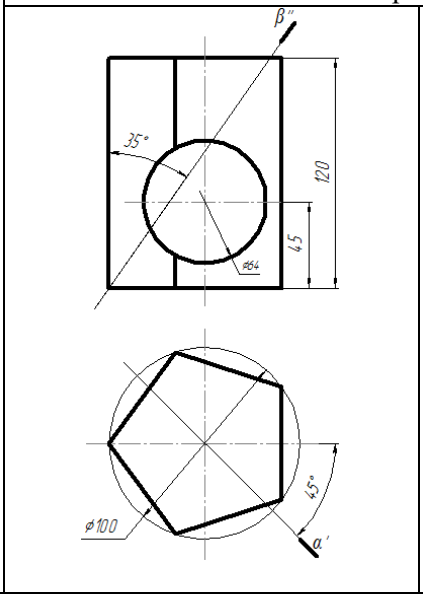
Додаток А

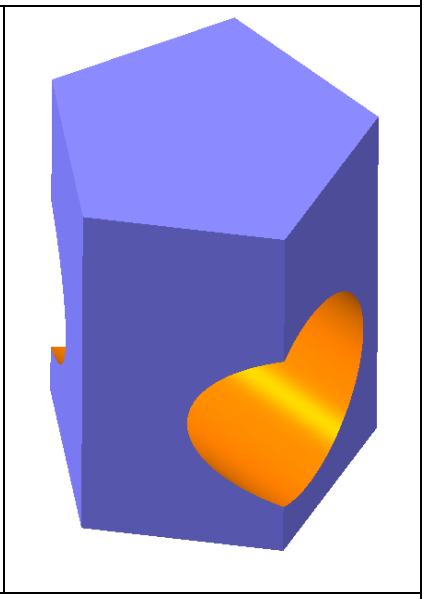
Таблиця А.1 – Варіанти завдань до теми: «Призма з отвором»

Варіант 3	
	
Варіант 6	
	

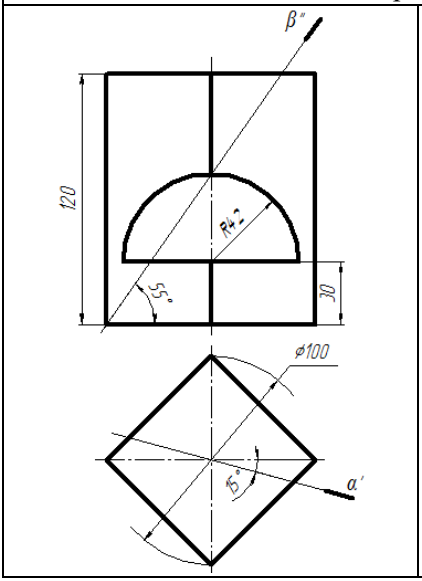
Продовження табл. А.1

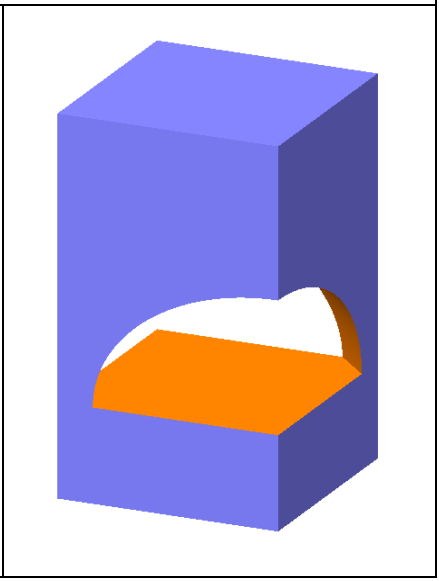
Варіант 9

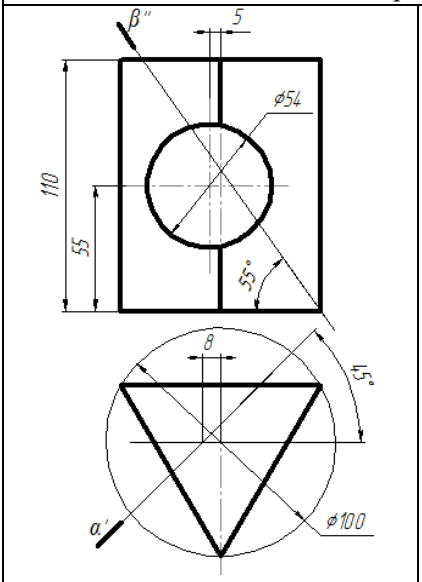
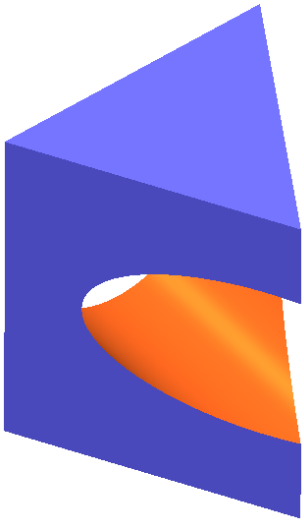
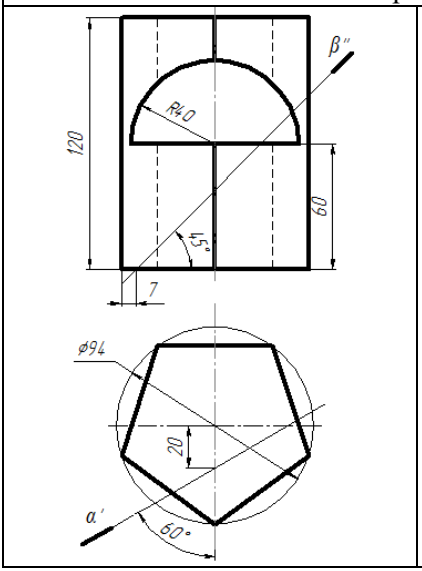




Варіант 15





Варіант 20	
	
Варіант 23