

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Запорізький національний технічний університет



ТЕПЛОПЕРЕДАЧА В РЕА

Конспект лекцій з дисципліни “Тепломасообмін в радіоелектронних апаратах”

для студентів спеціальності
172 «Телекомунікації та радіотехніка» (освітні програми
«Радіоелектронні апарати та засоби» та «Інтелектуальні
технології мікросистемної радіоелектронної техніки»)
усіх форм навчання, частина 1

Теплопередача в РЕА. Конспект лекцій з дисципліни "Тепломасообмін в радіоелектронних апаратах" для студентів спеціальності 172 «Телекомунікації та радіотехніка» (освітні програми «Радіоелектронні апарати та засоби» та «Інтелектуальні технології мікросистемної радіоелектронної техніки») усіх форм навчання, частина 1 / Уклад.: Огренич Е.В., Поспеева І.Є. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2019. – 76 с.

Укладачі: Огренич Євген Вікторович, канд. техн. наук,
ст..викладач;
Поспеева Ірина Євгенівна, ст. викладач;

Рецензент: Бугрова Тетяна Іванівна, канд. техн. наук,
доцент каф. РТТ

Відповідальний за випуск: Шило Галина Миколаївна,
д.т.н, зав. каф. ІТЕЗ

Розглянуто
на засіданні кафедри ІТЕЗ
протокол № 6 від 01.02.19 р.

Затверджено
на засіданні НМК ФРЕТ
протокол № 7 від 21.03.19 р.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
1 ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ ТЕПЛООБМІНУ. ВИДИ ТЕПЛОПЕРЕНОСУ.....	6
1.1 Температурне поле	6
1.2 Ізотермічна поверхня.....	7
1.3 Градієнт температурного поля	12
1.4 Кількість теплоти. Тепловий потік. Питомий тепловий потік (щільність теплового потоку)	13
1.5 Види теплопереносу	16
2 ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ.....	18
2.1 Закон Фур'є. Коефіцієнт теплопровідності.....	18
2.2 Диференціальне рівняння теплопровідності	23
2.3 Умови однозначності.....	26
2.4 Термічний опір стінок	28
2.4.1 Теплопровідність через одношарову плоску стінку	28
2.4.2 Теплопровідність через багатошарову плоску стінку	30
2.4.3 Теплопровідність через циліндричну стінку.....	33
2.4.4 Теплопровідність через сферичну стінку	35
2.4.5 Теплопровідність тонких оболонок	36
3 КОНВЕКЦІЯ	38
4 ТЕПЛОВЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ	43
4.1 Випромінювання абсолютно чорного тіла	43
4.2 Випромінювання не чорних (сірих) тіл	46

5	ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ТЕПЛОВИХ КІЛ. ЕЛЕКТРОТЕПЛОВА АНАЛОГІЯ.....	50
5.1	Термічний коефіцієнт та його зв'язок з тепловим опором	50
5.2	Електротеплова аналогія. Теплові кола	52
6	СКЛАДНИЙ ТЕПЛООБМІН. КРИТИЧНА ТОВЩИНА ІЗОЛЯЦІЇ ..	61
6.1	Складний теплообмін	61
6.2	Критична товщина ізоляції	63
7	ОСНОВИ ТЕОРІЇ ПОДІБНОСТІ. ВІЛЬНА КОНВЕКЦІЯ В НЕОБМЕЖЕНОМУ ПРОСТОРІ.....	65
7.1	Критерії подібності.....	65
7.2	Обробка результатів досліджень	70
7.3	Вільна конвенція у необмеженому просторі.....	73
	ЛІТЕРАТУРА.....	76

ВСТУП

Тепломасообмін (ТМО) - наука про мимовільні незворотні процеси поширення теплоти в змінному полі температур і про мимовільні незворотні процеси поширення маси в змінному полі концентрацій. У рухомих середовищах процеси ТМО залежать від швидкості переміщення плинного середовища.

Згідно з другим законом термодинаміки мимовільний процес поширення теплоти відбувається в бік зменшення температури. Аналогічно потік маси в змінному полі концентрацій спрямований в бік зменшення концентрації даного компонента суміші.

На відміну від методів термодинамічного аналізу, при вивченні тепломасообміну розглядають розвиток процесів перенесення в просторі і в часі. В результаті рішення задачі тепломасообміну знаходять розподіл температур, концентрацій компонентів суміші, а також потоків теплоти і маси як функцій координат і часу.

У базовому курсі ТМО в основному розглядаються процеси теплообміну в даному тілі або системі тіл, тому завдання курсу - навчитися розраховувати температурні поля і теплові потоки в просторі і часі.

1 ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ ТЕПЛООБМІНУ. ВИДИ ТЕПЛОПЕРЕНОСУ

1.1 Температурне поле

Сукупність тіл з різними теплофізичними параметрами й явно вираженими границями розділу звуть системою тіл або неоднорідним тілом; кожна частина такої системи буде однорідним тілом.

Однорідні тіла можуть бути *ізоτροπними та анізоτροπними*; в ізоτροπному тілі теплофізичні параметри однакові у всіх напрямках, в анізоτροπних - різні у різних напрямках, але можуть бути сталі в обраному напрямку.

Тепловий стан тіла або системи тіл кількісно характеризується його температурним полем.

Температурне поле - сукупність значень температури в усіх точках даної розрахункової області та у часі.

Температурне поле позначається $T(x_i, \tau)$, де x_i - координати точки, m , τ - час, s .

Одиниці виміру температури - Кельвін (система СІ) та градус Цельсія: $T, K = T, ^\circ C + 273,15$; $T, ^\circ C = T, K - 273,15$

Зміна температури (перепад температур) не залежить від системи одиниць вимірювання температури: $\Delta T, K = \Delta T, ^\circ C$

Температурне поле характеризується кількістю координат та його поведінкою у часі.

В залежності від кількості координат розрізняють *тривимірне, двовимірне та одновимірне* температурні поля.

Якщо температури всіх точок деякого об'єму дорівнюють одна одній в будь-яку мить часу, то таке поле температур звється *рівномірним (однорідним, нульвимірним)*.

Температурне поле, яке змінюється в часі, називають *нестационарним температурним полем*. Температурне поле, яке не змінюється в часі, називають *стаціонарним температурним полем*.

Приклади запису температурних полів:

$T(x, y, z, \tau)$ - тривимірне нестационарне температурне поле;

$T(\tau)$ - нульвимірне нестационарне температурне поле;

$T(x)$ - одновимірне стаціонарне температурне поле;

$T \neq f(x_i, \tau) = \text{const}$ - нульвимірне стаціонарне температурне поле, що описується термодинамічною (рівноважною) температурою системи.

Якщо тіла знаходяться при різних температурах, то виникає потік теплоти, спрямований від тіла з більш високою температурою до тіла з більш низькою температурою.

Різниця температур між поверхнями тіл, або тілом та теплоносієм, або теплоносіями називається **тепловий напір**:

$$\Delta t = t_1 - t_2 [^{\circ}\text{C}]$$

Для кількісного опису процесу переносу теплоти вводять два основних поняття: **ізотермічна поверхня** та **градієнт температур**.

1.2 Ізотермічна поверхня

Ізотермічною поверхнею зветься геометричне місце точок у просторі, які мають однакову температуру.

За визначенням, крізь кожну точку всередині тіла можна провести у данну мить часу лише одну ізотермічну поверхню. На рисунку 1.1 лініями S_1 , S_2 зображені сліди на площині креслення різних ізотермічних поверхонь у фіксовану мить часу, звані ізотермами.

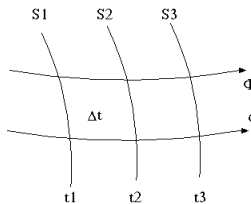


Рисунок 1.1 – Умовне зображення температурного поля з ізотермами

Властивості ізотермічних поверхонь:

- ізотермічні поверхні не перетинаються;
- в нестаціонарних процесах ізотермічні поверхні переміщуються в просторі.

Зазвичай розглядається теплообмін в тілах так званої простої або класичної форми. Таких тел три:

- **нескінченна або необмежена пластина** - пластина, у якій товщина значно менше довжини і ширини і умови теплообміну на поверхні пластини однакові (рис. 1.2);

- **нескінченний циліндр** - циліндр, у якого діаметр багато менше довжини циліндра і умови теплообміну на поверхні циліндра однакові (рис. 1.3);

- **куля або сфера** при однакових умовах теплообміну на всій поверхні тіла (рис. 1.4).

Ізотермічні поверхні в нескінченній пластині при однакових на обох поверхнях пластини умовах теплообміну - це площини, паралельні площинам, що створюють цю пластину.

Наприклад, на всій центральній площині ABCD в даний момент часу існує температура T_0 , а на зовнішніх поверхнях пластини - температура T_w .

Аналогічно можна побудувати ізотермічні поверхні у вигляді площин, паралельних утворюючим площинам пластини, для будь-якої температури в області її зміни. На рис. 1.2 зображені ізотермічні поверхні для температури T_1 .

Ізотермічні поверхні в нескінченному циліндрі при однакових на всій його поверхні умовах теплообміну - це співвісні (коаксіальні) циліндричні поверхні або вкладені один в один циліндри.

Наприклад, на всій зовнішній поверхні циліндра існує температура T_w , а на циліндричній поверхні радіуса r_1 - температура T_1 (див. рис. 1.3). Аналогічно можна побудувати ізотермічні поверхні для будь-якої температури в області її зміни.

Ізотермічні поверхні у кулі при однакових на всій її поверхні умовах теплообміну являють собою вкладені одна в одну сфери.

Наприклад, на зовнішній поверхні кулі існує температура T_w , а на сферичній поверхні радіусом r_1 - температура T_1 (див. рис. 1.4).

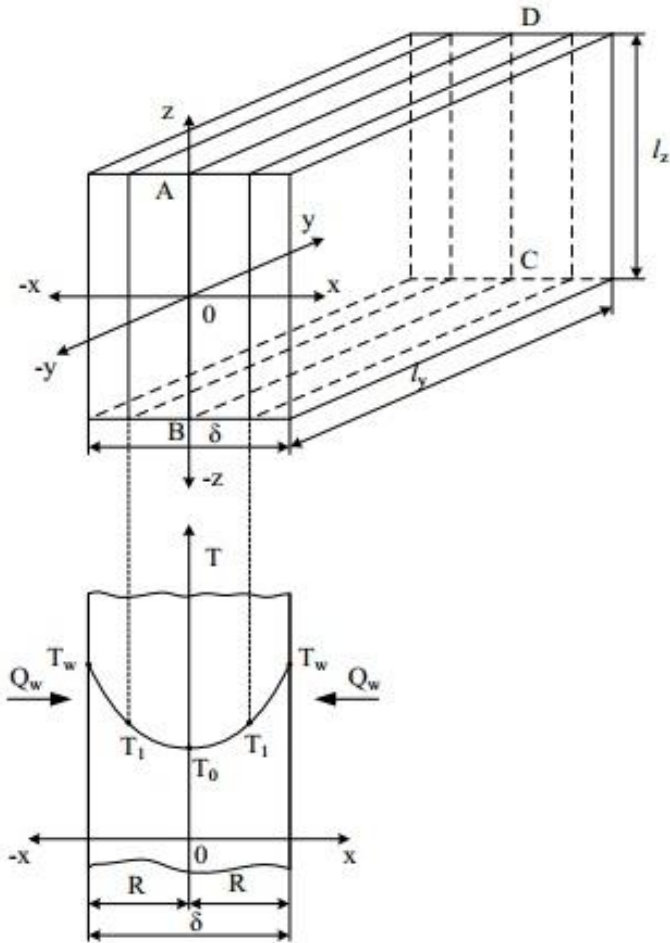


Рисунок 1.2 - Ізотермічні поверхні у нескінченній пластині:

$$\delta \ll l_x; \delta \ll l_z;$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x \neq 0} \neq 0; \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0$$

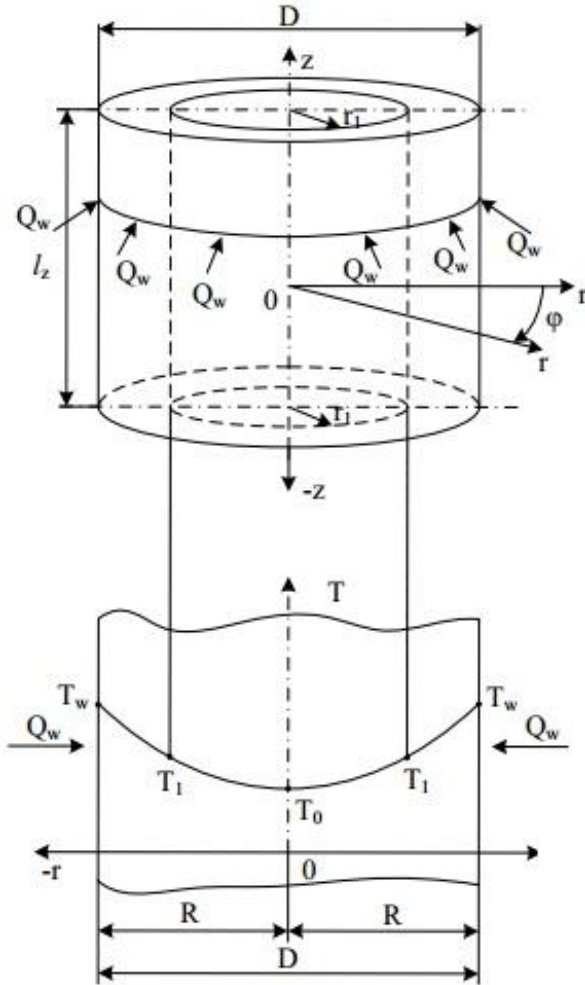


Рисунок 1.3 - Ізотермічні поверхні у нескінченному циліндрі:

$$D \ll \ell_z; \quad \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r \neq 0} \neq 0; \quad \frac{\partial T}{\partial \phi} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0$$

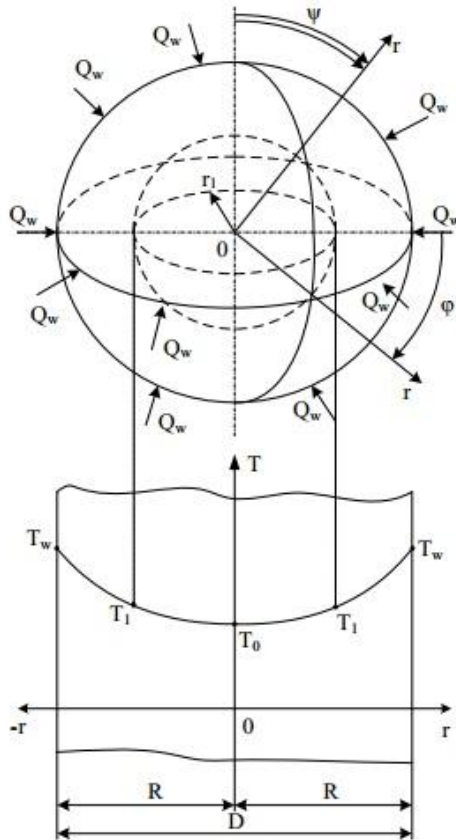


Рисунок 1.4 - Ізотермічні поверхні у нескінченній кулі:

$$\frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r \neq 0} \neq 0; \quad \frac{\partial T}{\partial \varphi} = \frac{\partial T}{\partial \psi} = 0$$

1.3 Градієнт температурного поля

У будь-якому напрямку, що не співпадає з ізотермою, температура змінюється, до того ж у напрямку нормалі до ізотермічної поверхні спостерігається найбільш різке зміння температури. Зростання температури у напрямку нормалі до ізотермічної поверхні характеризується відношенням зміння температури Δt між обраними ізотермами до відстані між ними по нормалі Δn . Ліміт цього відношення при $\Delta n \rightarrow 0$ зветься градієнтом температури ($grad(t)$).

Таким чином, **градієнт температурного поля** або градієнт температури - вектор, спрямований по нормалі до ізотермічної поверхні в бік збільшення температури і чисельно рівний зміні температури на одиниці довжини (рис. 1.5).

$$\lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta t}{\Delta n} = grad(t) = \nabla t = \overline{n_0} \frac{dt}{dn} \quad (1.1)$$

де: n - нормаль до ізотермічної поверхні;

$\overline{n_0}$ - одиничний вектор у напрямку нормалі у бік збільшення температури.

Δ - оператор Гамільтона («набла») – символічний вектор, що замінює символ градієнта.

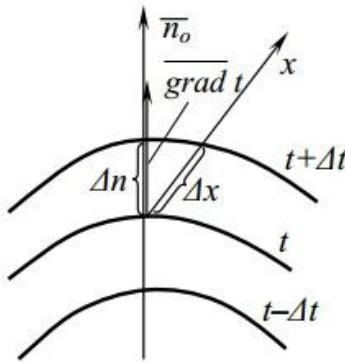


Рисунок 1.5 - Градієнт температурного поля

За додатний напрямок градієнту температури приймають напрямок, в якому температура зростає.

У декартовій системі координат градієнт температурного поля має координати:

$$\text{grad}(T) = \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{k},$$

В циліндричній системі координат градієнт температурного поля має координати:

$$\text{grad}(T) = \frac{\partial T}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{e}_z,$$

У сферичній системі координат градієнт температурного поля має координати:

$$\text{grad}(T) = \frac{\partial T}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r \cdot \sin \psi} \cdot \frac{\partial T}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial \psi} \vec{e}_\psi,$$

1.4 Кількість теплоти. Тепловий потік. Питомий тепловий потік (щільність теплового потоку)

Кількість теплоти Q_τ - кількість теплової енергії, що отримана або віддана тілом (твердим, рідким або газоподібним) або проходить через це тіло за заданий час τ в результаті теплообміну.

Зміну кількості випромінюваного тепла за час τ називають **тепловою потужністю**.

$$d\Phi = \frac{dQ}{d\tau} \quad (1.2)$$

Кількість теплоти, що проходить через задану і нормальну до напрямку розповсюдження теплоти поверхню в одиницю часу, називається **тепловим потоком** Q :

$$\vec{Q} = \vec{n}_0 \frac{dQ_\tau}{d\tau}. \quad (1.3)$$

Лінії, перпендикулярні до ізотермічної поверхні, називають лініями теплового потоку (лініями струму).

Тепловий потік характеризує інтенсивність теплообміну в часі або потужність теплообміну і вимірюється у Дж/с або Вт.

При стаціонарному режимі теплообміну і при однакових умовах теплообміну на поверхні тіла тепловий потік не змінюється в часі і його розраховують за формулою:

$$Q = Q_{\tau} / \tau \quad (1.4)$$

Тепловий потік, віднесений до одиниці площі, називають **питомим тепловим потоком**, або **щільністю теплового потоку**.

У розрахунках теплообміну використовують три види питомих теплових потоків: поверхневу щільність теплового потоку, лінійну щільність теплового потоку і об'ємну щільність теплового потоку.

Поверхнева щільність теплового потоку (q , Вт/м²) - тепловий потік, віднесений до площі поверхні тіла.

Вона дорівнює кількості теплоти, що проходить через задану і нормальну до напрямку поширення теплоти одиничну площадку в одиницю часу або тепловому потоку, що проходить через задану одиничну площадку:

$$\vec{q} = \vec{n}_0 \frac{d^2 Q_{\tau}}{d\tau dF} = \frac{d\vec{Q}}{dF}, \quad (1.5)$$

де: $\vec{n}_0$ - одиничний вектор, нормальний до ізотермічної поверхні;

τ - час, с;

F - площа поверхні теплообміну, м²

У стаціонарному режимі і при однакових умовах теплообміну на всій поверхні тіла:

$$q = \frac{Q_{\tau}}{\tau \cdot F} = \frac{Q}{F}. \quad (1.6)$$

Лінійна щільність теплового потоку (q_L , Вт/м) - тепловий потік, віднесений до довжини протяжного тіла з довільним, але постійним за довжиною поперечним перерізом.

Вона дорівнює тепловому потоку, що проходить через бічну поверхню одиничної довжини протяжного тіла з довільним, але постійним за довжиною поперечним перерізом.

У стаціонарному режимі і при однакових умовах теплообміну на всій поверхні тіла:

$$q_{\ell} = \frac{Q_{\tau}}{\tau \cdot \ell} = \frac{Q}{\ell}, \quad (1.7)$$

де: τ - час, с;

ℓ - довжина протяжного тіла, м

Поверхневий та лінійний питомі теплові потоки пов'язані одне з одним співвідношенням:

$$q_{\ell} = q \cdot \Pi, \quad (1.8)$$

де: Π - периметр протяжного тіла, м

Об'ємна щільність теплового потоку (q_v , Вт/м³) - тепловий потік, віднесений до об'єму тіла.

Вона характеризує потужність дії внутрішніх джерел (стоків) теплоти і дорівнює кількості теплоти, що виділяється або поглинається усередині одиничного об'єму тіла в одиницю часу.

Об'ємна щільність теплового потоку - величина скалярна і не має напрямку. Тому питому величину q_v - теплоту, що виділяється (поглинається) в одиничному об'ємі за одиницю часу, - взагалі не можна називати питомим тепловим потоком. Однак такий термін в теплотехніці використовують для єдності термінології питомих теплових потоків.

У стаціонарному режимі теплообміну і за умови рівномірного розподілу внутрішніх джерел (стоків) теплоти в об'ємі тіла можна записати:

$$q_v = \frac{Q_{\tau}}{\tau \cdot V} = \frac{Q}{V}, \quad (1.9)$$

де: τ - час, с;

V - об'єм тіла, м³

Внутрішні джерела (стоки) теплоти можуть бути різної геометричної форми (точкової, лінійної, плоскої і т.ін.) і діяти в різних областях тіла в різні моменти часу з різною інтенсивністю.

Об'ємну щільність теплового потоку q_v використовують в розрахунках теплообміну, що виникає внаслідок протікання процесів іншої фізичної природи (ядерних, електричних, механічних, хімічних і ряду інших процесів) з виділенням або поглинанням теплоти. Тому об'ємну щільність теплового потоку q_v використовують в розрахунках теплообміну в ядерному реакторі, при проходженні електричного струму по провіднику з великим опором, при хімічних реакціях і т.ін.

Величина q_v може бути як додатною (теплота виділяється), так і від'ємною (теплота поглинається).

1.5 Види теплопереносу

Тепломасообмін - розділ фізики, в якому розглядаються процеси переносу теплоти (енергії) та маси (речовини).

Явища теплообміну пов'язані з незворотним переносом енергії з однієї частини простору в іншу й викликані різницею температур, а явище масообміну - з переміщенням речовини з однієї частини простору в іншу й викликані різницею концентрацій.

Якщо теплообмін та масообмін супроводжують друг друга й їх доводиться розглядати у взаємозв'язку, то має місце тепломасообмін. Коли явища теплообміну та масообміну мало впливають один на одного, їх можна розглядати порізно; іноді має місце лише якесь одне явище. Відповідні процеси в цих випадках звуть процесами тепло- і масообміну, теплообміну, масообміну.

Розрізняють три види переносу енергії у вигляді теплоти: теплопровідність, конвекцію та теплове випромінення.

Теплопровідність (кондукція) - процес передачі теплоти за рахунок взаємодії мікрочастинок тіла (атомів, молекул, іонів в електролітах і електронів в металах) в змінному полі температур.

Теплопровідність відбувається в твердих, рідких і газоподібних тілах. У твердих тілах теплопровідність є єдиним способом передачі теплоти. У вакуумі теплопровідність відсутня.

Конвекція - процес передачі теплоти за рахунок переміщення макрооб'ємів середовища з області з однією температурою в область з іншою температурою; при цьому перенос теплоти невідривно поєднаний з переносом речовини. При цьому текуче середовище (рідина) з більш високою температурою переміщається в область низьких температур, а холодна рідина надходить в область високих температур. У вакуумі конвекція теплоти неможлива.

Конвекція теплоти завжди відбувається спільно з теплопровідністю (кондукцією теплоти), оскільки макрооб'єми текучого середовища складаються з мікрочастинок речовини, а сам процес відбувається у нерівномірному у просторі температурному полі.

Передачу теплоти спільно теплопровідністю і конвекцією називають конвективним теплообміном, який вже не є елементарним способом передачі теплоти. Конвективний теплообмін відносять до складного теплообміну.

Теплове випромінювання (радіаційний теплообмін) - процес переносу теплоти, здійснюваний в результаті поширення електромагнітних хвиль, енергія яких при взаємодії з речовиною переходить в теплоту.

Радіаційний теплообмін пов'язаний з подвійним перетворенням енергії: спочатку внутрішня енергія тіла перетворюється в енергію електромагнітного випромінювання, а потім, після перенесення енергії в просторі електромагнітними хвилями, відбувається зворотний перехід променевої енергії у внутрішню енергію іншого тіла.

Теплове випромінювання речовини залежить від температури тіла (ступеня нагрятості речовини), тому все тіла з температурою вище нуля Кельвіна мають власне теплове випромінювання. Для передачі теплоти випромінюванням не потрібно тіло-посередник, тобто промениста енергія може передаватися в будь-якому променепрозорому середовищі, в тому числі і у вакуумі.

У природі і в технічних пристроях всі три способи передачі теплоти можуть відбуватися одночасно або в комбінації один з одним. Такий теплообмін називають **складним теплообміном**.

При цьому спільну передачу теплоти теплопровідністю і конвекцією називають конвективним теплообміном. Спільну передачу теплоти випромінюванням і теплопровідністю називають радіаційно-кондуктивним теплообміном. Спільну передачу теплоти випромінюванням, конвекцією і теплопровідністю називають радіаційноконвективним теплообміном.

У наступних розділах розглянемо кожен з процесів переносу теплоти більш детально.

2 ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ

2.1 Закон Фур'є. Коефіцієнт теплопровідності

Кількісний зв'язок між тепловим потоком і градієнтом температур був встановлений французьким вченим Ж. Фур'є і сформульований у вигляді закону, що лежить в основі аналітичної теорії теплопровідності.

Закон Фур'є говорить: кількість теплоти dQ_τ що проходить через елемент ізотермічної поверхні dF за проміжок часу $d\tau$, пропорційна температурному градієнту (див. рис. 2.1).

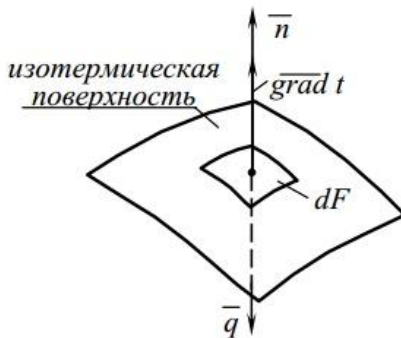


Рисунок 2.1 - Закон Фур'є

Математичний опис закону Фур'є можна представити у одному з виглядів:

$$dQ_\tau = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF d\tau,$$

$$dQ_\tau = q dF d\tau,$$

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} = -\lambda \cdot \overline{\text{grad } t}.$$

(2.1)

Останнє з трьох рівнянь називається **рівнянням Фур'є**. Знак "-" вказує на те, що напрямок питомого теплового потоку протилежний напрямку температурного градієнта.

Коефіцієнт пропорційності λ , що входить до рівняння Фур'є, називається коефіцієнтом теплопровідності.

Коефіцієнт теплопровідності - один з найголовніших фізичних параметрів процесу теплопровідності. Він характеризує властивість даної речовини проводити тепло та дорівнює кількості теплоти, що передається в одиницю часу через одиницю поверхні при градієнті температур в один градус:

$$\lambda \equiv \frac{|\vec{q}|}{|\text{grad } t|}. \quad (2.2)$$

$$\lambda = \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} / \frac{^\circ\text{C}}{\text{м}} \right] = \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}} \right].$$

Чим більше значення λ , тим більшу властивість проводити тепло має тіло. Для різних матеріалів коефіцієнт теплопровідності визначається експериментальним шляхом та наводиться у додатковій літературі.

Загалом коефіцієнт теплопровідності не є величиною постійною, а залежить від фізичних властивостей матеріала, температури, вологості, тиску тощо.

Зазвичай залежність коефіцієнта теплопровідності від температури є лінійною:

$$\lambda = \lambda_0(1 + bt),$$

де: λ_0 - коефіцієнт теплопровідності при 0°C , Вт / м К;

t - поточна температура. 0°C . ;

b - стала, що залежить від властивостей матеріалу і може бути як додатною, так і від'ємною.

Але для різних матеріалів у різному агрегатному стані ця залежність может бути значно складнішою.

Механізм переноса тепла у газах за рахунок теплопровідності визначається переносом кінетичної енергії теплового руху в результаті хаотичного руху і зіткнення окремих молекул. Величина коефіцієнта теплопровідності при цьому залежить від теплоємності, густини та довжини вільного пробігу молекул газу, а усі ці параметри, в свою чергу, суттєво залежать від температури. Тому у більшості газів величина λ майже не залежить від тиску, а з підвищенням температури збільшується. Виянтьком є водяний пар, у якого λ зі збільшенням температури зменшується та залежить від тиску.

Для газів залежність λ від температури може бути представлена у вигляді:

$$\lambda = \lambda_0 \cdot \left(\frac{T}{T_0}\right)^n$$

де: λ_0 - коефіцієнт теплопровідності при $t = 0^\circ\text{C}$, Вт / м К;;

n - коефіцієнт, що залежить від типу газу.

У табл. 2.1 наведені значення λ для найбільш розповсюджених газів при температурі 0°C

Таблиця 2.1 - Значення коефіцієнту теплопровідності λ для найбільш розповсюджених газів при температурі 0°C

Газ	λ , Вт / (м К)	n
Азот	0,024	0,80
Аргон	0,017	0,80
Водень	0,172	0,78
Водяна пара	0,015	1,48
Повітря	0,024	0,82
Гелій	0,143	0,73
Двоокис вуглецю	0,015	1,23

У рідинах механізм переносу тепла за рахунок теплопровідності полягає у переносі енергії шляхом пружних коливань. З підвищенням температури густина рідини - та, відповідно, величина λ - зменшуються, а з підвищенням тиску - збільшуються.

Вийнятком є вода та гліцерин, у яких залежність λ від температури є більш складною. У води при збільшенні температури від 0°C до 100°C величина λ збільшується від $0,551 \text{ Вт / (м К)}$ до $0,683 \text{ Вт / (м К)}$, а при подальшому збільшенні температури - зменшується, і при температурі 300°C знов набуває значення, близького до $0,550 \text{ Вт / (м К)}$.

Для більшості рідин величина λ знаходиться у межах $0,07 \dots 0,7 \text{ Вт / (м К)}$.

У металах носіями тепла є електрони, а перенос тепла відбувається за рахунок їх хаотичного руху. При цьому теплопровідність залежить від кристалічної структури, розміру та орієнтації зерен. При підвищенні температури підсилюється розсіяння електронів на атомах речовини, тому величина λ зменшується.

Найбільшу величину λ мають чисті срібло та мідь (приблизно 400 Вт / (м К)), але наявність домішок суттєво зменшує λ .

У табл. 2.2 наведені значення λ для найбільш розповсюджених чистих металів, що застосовуються при виробництві ЕА, при температурі 0°C . У табл. 2.3 наведені значення λ для деяких конструкційних та спеціальних сплавів на основі міді при температурі 0°C .

Таблиця 2.2 - Значення коефіцієнту теплопровідності λ , (Вт/м К) для чистих металів при температурі 0°C

Метал	Ag	Cu	Al	W	Zn	Fe	Pt	Ni	Sn	Pb
λ	420	400	230	170	110	95	70	67	66	35

Таблиця 2.3 - Значення коефіцієнту теплопровідності λ , (Вт/м К) мідних сплавів при температурі 0°C

Сплав	Латунь Л68	Латунь Л62	Латунь ЛМЦ58- 2	Латунь ЛС59- 1В	Бронза КМц 5	Бронза АЖН- 10	Бронза Cu+10% Ni
λ	105,8	105,8	70,2	104,7	94,2	75,2	59,3

Для *неметалевих твердих тіл* на теплопровідність значно впливають структура, пористість та вологість матеріала. Слід розрізняти суцільні та пористі матеріали.

Для перших (до яких відносяться, головним чином, електроізоляційні матеріали) процес переносу тепла пов'язаний з пружними коливаннями решітки (фононами), утвореними в процесі негармонійних коливань атомів. Для більшості діелектриків характерне зростання λ з підвищенням температури.

Теплоізоляційні матеріали мають, як правило, пористу структуру, вони не є суцільними та перенос тепла у них здійснюється твердим тілом та газом, що знаходиться всередині пір. При цьому можливий перенос тепла за рахунок випромінювання та дифузії газу, тому коефіцієнт теплопровідності для таких матеріалів є величиною умовною, яка суттєво залежить від густини матеріалу: збільшення густини приводить до зменшення кількості газу у порах, в результаті чого теплопровідність наближається до теплопровідності суцільного тіла. З підвищенням температури λ пористих тіл зростає.

У табл. 2.4 наведені значення λ для деяких теплоізоляційних та конструкційних матеріалів.

Таблиця 2.4 - Значення коефіцієнту теплопровідності λ , (Вт/м К) теплоізоляційних та конструкційних матеріалів

Матеріал	t, °C	λ
Полістірол удароміцний	30	0,015
Пеноплат	30	0,058
Фіброліт	20	0,076
Ебоніт	20	0,163
Текстоліт	20	0,300
Склотекстоліт	20	0,372
Плексиглас	20	0,184
BeO	100	58,3
Al ₂ O ₃	100	27,9
MgO	100	33,7
Кварц SiO ₂	100	7,0
Пісок кварцевий	100	0,3

2.2 Диференціальне рівняння теплопровідності

При виведенні диференціального рівняння теплопровідності нехтують зміною деяких величин і приймають такі припущення:

- коефіцієнт теплопровідності $\lambda = \text{const}$, питома теплоємність тіла $c = \text{const}$, густина тіла $\rho = \text{const}$;
- внутрішні джерела теплоти відсутні;
- тіло однорідне і ізотропне;
- виконується закон збереження енергії: різниця між кількістю теплоти, що ввійшла в елементарний об'єм за час $d\tau$ і вийшла з нього за цей же час, витрачається на зміну внутрішньої енергії розглянутого об'єму.

Виділимо в тілі елементарний паралелепіпед з ребрами dx , dy , dz (див. рис. 2.2). Температури його граней різні, тому через них буде проходити теплота в напрямку осей X , Y , Z .

Через площадку $dx dy$ за час $d\tau$, відповідно до закону Фур'є, проходить кількість теплоти:

$$dQ_{Z1} = -\lambda dx dy d\tau \frac{\partial t}{\partial z} . \quad (2.3)$$

Через протилежну грань на відстані dz відводиться кількість теплоти, яка визначається з виразу:

$$dQ_{Z2} = -\lambda dx dy d\tau \frac{\partial}{\partial z} \left(t + \frac{\partial t}{\partial z} dz \right) , \quad (2.4)$$

де: $\left(t + \frac{\partial t}{\partial z} dz \right)$ - температура другої грані;

$\frac{\partial t}{\partial z} dz$ - зміна температури в напрямку вісі Z .

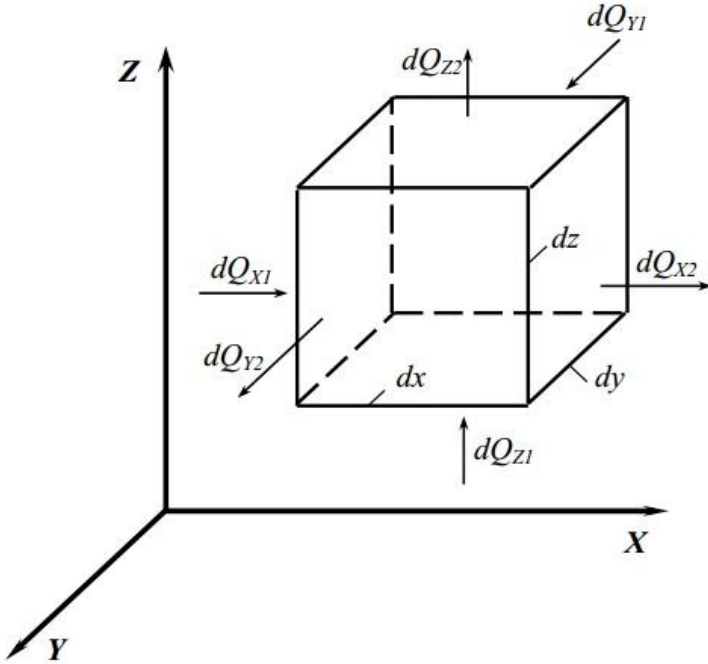


Рисунок 2.2 - Елементарний паралелепіпед (до виведення диференціального рівняння теплопровідності)

Запишемо рівняння (2.4) у вигляді:

$$dQ_{Z2} = -\lambda dx dy d\tau \frac{\partial t}{\partial z} - \lambda dx dy dz d\tau \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \quad (2.5)$$

Приріст внутрішньої енергії у напрямку вісі Z:

$$dQ_Z = dQ_{Z1} - dQ_{Z2} = \lambda dx dy dz d\tau \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \quad (2.6)$$

Для вісей X та Y відповідно:

$$dQ_X = dQ_{X1} - dQ_{X2} = \lambda dx dy dz d\tau \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$$

$$dQ_Y = dQ_{Y1} - dQ_{Y2} = \lambda dx dy dz d\tau \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}.$$

Повний приріст енергії у виділеному об'ємі:

$$dQ = dQ_X + dQ_Y + dQ_Z = \lambda dx dy dz d\tau \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) \quad (2.7)$$

З іншого боку, за законом збереження енергії:

$$dQ = dx dy dz \cdot \rho \cdot c \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau, \quad (2.8)$$

де: $dx dy dz$ - об'єм паралелепіпеду, м^3 ;

ρ - густина тіла, $\text{кг} / \text{м}^3$;

c - питома теплоємність, $\text{Дж} / \text{кг} \cdot \text{К}$;

$\frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau$ - зміна температури у часі.

З (2.7) та (2.8) отримаємо:

$$\lambda dx dy dz d\tau \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) = dx dy dz \cdot \rho \cdot c \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau$$

Звідки:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) \quad (2.9)$$

Рівняння (2.9) називається **диференціальним рівнянням теплопровідності, або диференціальним рівнянням Фур'є** для тривимірного нестационарного температурного поля при відсутності внутрішніх джерел теплоти. Це рівняння встановлює зв'язок між просторовими і часовими змінами температури в будь-якій точці поля і є основним при вивченні теплопровідності.

Для спрощення запису рівняння (2.9) вводять наступні позначення:

$$\frac{\lambda}{c\rho} = a$$

- коефіцієнт температуропровідності, $\text{м}^2 / \text{с}$;

$$\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) = \nabla^2 t$$

- оператор Лапласа.

Таким чином, рівняння (2.9) можна записати в більш компактному вигляді:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t \quad (2.10)$$

Коефіцієнт температуропровідності **a**, $\text{м}^2/\text{с}$, характеризує швидкість зміни температури і є мірою теплоінерційних властивостей тіла.

Диференціальне рівняння теплопровідності з джерелами теплоти всередині тіла матим вигляд:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{c\rho} \quad (2.11)$$

де: q_v - кількість теплоти, що виділяється у одиниці об'єму речовини у одиницю часу, $\text{Вт} / \text{м}^3$.

2.3 Умови однозначності

Диференціальне рівняння (2.9) описує явище теплопровідності в найзагальнішому вигляді, тобто цілий клас явищ. Для того щоб з цього класу виділити конкретний процес і дати його повний математичний опис, до диференціальних рівнянь необхідно приєднати математичний опис часткових особливостей процесу. Ці часткові особливості називаються умовами однозначності, або крайовими умовами.

Умови однозначності включають геометричні, фізичні, початкові та граничні умови.

Геометричні умови задають форму і лінійні розміри тіла, в якому протікає процес.

Фізичні умови задають фізичні параметри тіла (λ , c , ρ і ін.). Також може бути заданий закон поширення внутрішніх джерел теплоти.

Початкові умови (для нестационарних процесів) задають закон розподілу температури всередині тіла в початковий момент часу:

$$t_{\tau=0} = f(x, y, z) \quad (2.12)$$

Граничні умови задають розподіл фізичних параметрів на поверхні тіла для кожного моменту часу.

Граничні умови бувають I, II і III роду.

Граничні умови I роду задають розподіл температури на поверхні тіла для кожного моменту часу:

$$t_n = f(x, y, z, \tau), \quad (2.13)$$

де: t_n - температура поверхні тіла, °С.

Граничні умови II роду задають значення теплового потоку для кожної точки поверхні тіла і будь-якого моменту часу:

$$q_n = f(x, y, z, \tau) \quad (2.14)$$

де: q_n - щільність теплового потоку на поверхні тіла, Вт / м².

У найпростішому випадку щільність теплового потоку по поверхні і в часі залишається постійною $q = q_0 = \text{const}$, такий випадок теплообміну має місце при нагріванні металевих виробів в високотемпературних печах.

Граничні умови III роду задають температуру навколишнього середовища $t_{ж}$ і закон теплообміну між поверхнею тіла і навколишнім середовищем.

Процес теплообміну між поверхнею тіла і навколишнім середовищем називається тепловіддачею. Тепловіддача є дуже складним процесом і залежить від великої кількості параметрів.

Граничні умови III роду можна записати у вигляді:

$$\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_c = -\frac{\alpha}{\lambda}(t_c - t_{жс}) \quad (2.15)$$

де: $\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_c$ - температурний градієнт на поверхні тіла, м / К;

t_c - температура поверхні тіла, ° С;

α - коефіцієнт тепловіддачі, Вт / (м² · К).

Таким чином, рішення диференціального рівняння теплопровідності при заданих умовах однозначності дозволяє визначити температурне поле у всьому об'ємі тіла для будь-якого моменту часу.

2.4 Термічний опір стінок

2.4.1 Теплопровідність через одношарову плоску стінку

Розглянемо одношарову плоску стінку, довжина і ширина якої нескінченно великі в порівнянні з товщиною δ , однаковою за всією висотою (рис. 2.3).

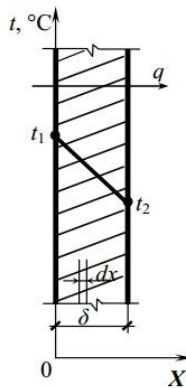


Рисунок 2.3 - Одношарова плоска стінка

Температури на поверхнях стінки t_1 і t_2 підтримуються постійними, тобто поверхні є ізотермічними. Температура змінюється тільки в напрямку, перпендикулярному площині стінки, яке ми приймаємо за вісь X .

При стаціонарному тепловому режимі температура в будь-якій точці тіла незмінна і не залежить від часу, тобто $\partial t / \partial \tau = 0$.

Тоді диференціальне рівняння теплопровідності набуде вигляду:

$$\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (2.16)$$

Оскільки температура змінюється тільки в напрямку вісі X , то:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0 \quad \text{та} \quad \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = 0 \quad (2.17)$$

Після подвійного інтегрування 2.17 за x отримаємо:

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \text{const} = A; \quad t = A \cdot x + B \quad (2.18)$$

де: A, B - сталі.

Залежність (2.18) являє собою рівняння прямої, тобто при постійному коефіцієнті теплопровідності закон змінення температури у одношаровій плоскій стінці буде лінійним.

Додамо до рівняння (2.18) граничні умови:

- при $x = 0$ $t = t_1$, звідки $B = t_1$;

- при $x = \delta$ $t = t_2$, звідки:

$$A = \frac{t_2 - t_1}{\delta} = \frac{\partial t}{\partial x}$$

Підставивши значення градієнта температури у рівняння Фур'є, отримаємо:

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} = -\lambda \frac{(t_2 - t_1)}{\delta}$$

звідки:

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_1 - t_2) \quad (2.19)$$

Рівняння (2.19) є рівнянням теплопровідності для одношарової плоскої стінки.

За його допомогою можна визначити загальну кількість теплоти, що передається через плоску стінку з площею поверхні A за час τ :

$$Q_\tau = \frac{\lambda}{\delta} (t_1 - t_2) \cdot A \cdot \tau \quad (2.20)$$

У рівняннях (2.19), (2.20) відношення λ / δ називається **тепловою провідністю стінки**, а зворотня величина - **тепловим, або термічним опром стінки**:

$$R = \frac{\delta}{\lambda}, \text{ м}^2 \cdot \text{К/Вт} \quad (2.21)$$

Термічний опір показує величину падіння температури при проходженні крізь стінку питомого теплового потоку, що дорівнює одиниці.

2.4.2 Теплопровідність через багатшарову плоску стінку

Для багатшарової плоскої стінки формулу теплопровідності можна вивести з рівняння теплопровідності для кожного окремого

шару, вважаючи, що тепловий потік, що проходить через ці шари, однаковий.

Розглянемо тришарову плоску стінку, товщини шарів якої дорівнюють δ_1 , δ_2 , δ_3 , а коефіцієнти теплопровідності шарів відповідно λ_1 , λ_2 , λ_3 (див. рис. 2.4).

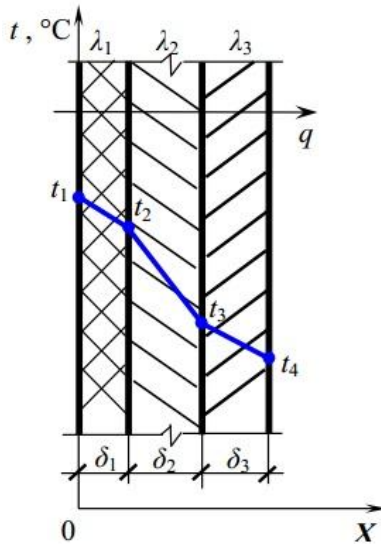


Рисунок 2.4 - Тришарова плоска стінка

Для кожного шару можна записати рівняння Фур'є як для одношарової плоскої стінки:

$$\begin{cases} q = \frac{\lambda_1}{\delta_1}(t_1 - t_2) \\ q = \frac{\lambda_2}{\delta_2}(t_2 - t_3), \\ q = \frac{\lambda_3}{\delta_3}(t_3 - t_4) \end{cases}$$

Вирішимо цю систему відносно різниці температур:

$$\begin{cases} \frac{\delta_1}{\lambda_1} q = t_1 - t_2 \\ \frac{\delta_2}{\lambda_2} q = t_2 - t_3, \\ \frac{\delta_3}{\lambda_3} q = t_3 - t_4 \end{cases}$$

$$q \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} \right) = t_1 - t_4$$

В результаті отримаємо рівняння теплопровідності для тришарової плоскої стінки:

$$q = \frac{t_1 - t_4}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} \quad (2.22)$$

Величина, що стоїть у знаменнику, являє собою термічний опір тришарової плоскої стінки:

$$R_\lambda = \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}. \quad (2.23)$$

Невідомі температури можна визначити з умови сталості теплового потоку $q = \text{const}$:

$$q = \frac{t_1 - t_4}{R_\lambda} = \frac{t_1 - t_2}{R_1} \rightarrow t_2 = t_1 - \frac{R_1}{R_\lambda} (t_1 - t_4). \quad (2.24)$$

Для плоскої стінки, що має n шарів, рівняння (2.22) має вигляд:

$$q = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \quad (2.25)$$

2.4.3 Теплопровідність через циліндричну стінку

Розглянемо одношарову циліндричну стінку довжиною l , з внутрішнім радіусом r_1 і зовнішнім радіусом r_2 (див. рис. 2.5).

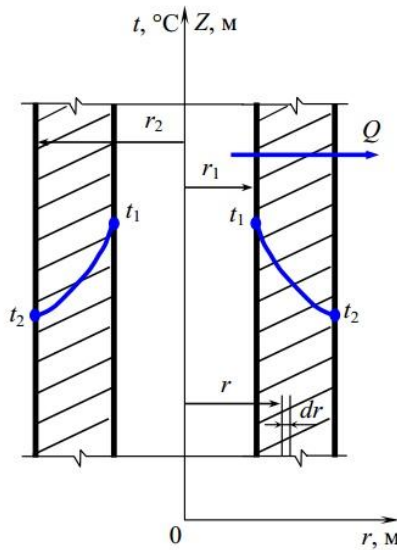


Рисунок 2.5 - Одношарова циліндрична стінка

На поверхнях циліндру підтримуються постійні температури t_1 і t_2 . Температура змінюється тільки в напрямку радіусу.

Якщо виділити всередині стінки тонкий кільцевий шар радіусом r і товщиною dr , його можна вважати за плоску стінку. За законом Фур'є для плоскої стінки:

$$Q = -\lambda \frac{dt}{dr} F = -\lambda \frac{dt}{dr} 2\pi r l. \quad (2.26)$$

Розділяючи змінні та інтегруючи у границях від t_1 до t_2 та від r_1 до r_2 , отримаємо:

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} dt &= -\frac{Q}{2\pi\lambda l} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r}, \\ t_1 - t_2 &= \frac{Q}{2\pi\lambda l} \ln \frac{r_2}{r_1}, \\ Q &= \frac{2\pi\lambda l(t_1 - t_2)}{\ln \frac{r_2}{r_1}}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Замінивши відношення радіусів на відношення діаметрів циліндричної стінки, отримаєм рівняння, що виражає закон Фур'є для циліндричної стінки:

$$Q = \frac{2\pi\lambda l(t_1 - t_2)}{\ln \frac{d_2}{d_1}} \quad (2.28)$$

З (2.28) термічний опір для одношарової циліндричної стінки:

$$R_{\text{ц}} = \frac{1}{2\pi\lambda l} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} \quad (2.29)$$

Таким чином, з виразу (2.29) витікає, що **температура всередині циліндричної стінки змінюється за логарифмічною кривою.**

Для багатошарової циліндричної стінки закон Фур'є виводиться через формулу для одношарової стінки аналогічно тому, як він виводився для плоскої стінки.

У загальному вигляді для багатошарової циліндричної стінки:

$$Q = \frac{2\pi l(t_1 - t_{n+1})}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}}, \quad (2.30)$$

2.4.4 Теплопровідність через сферичну стінку

Розглянемо порожнисту кулю (сферу), внутрішня і зовнішня поверхні якої мають радіуси r_1 і r_2 відповідно. Джерело тепла знаходиться всередині кулі.

На поверхнях сфери підтримуються постійні температури t_1 і t_2 , причому температура змінюється тільки в напрямку радіуса (див. рис. 2.6).

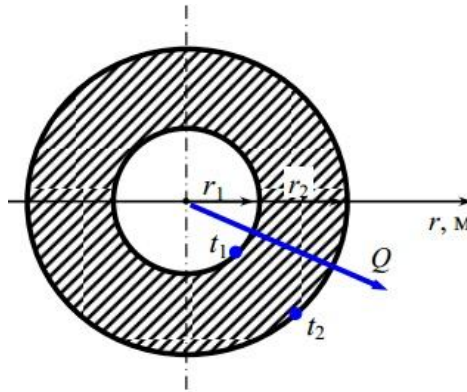


Рисунок 2.6 - Порожниста куля

Виділимо всередині кулі елементарний шар радіусом r і товщиною dr . Тепловий потік, що проходить через цей шар, знаходимо з рівняння Фур'є:

$$Q = -\lambda \frac{dt}{dr} F = -\lambda \frac{dt}{dr} 4\pi r^2, \quad (2.31)$$

Розділяючи змінні та інтегруючи у границях від t_1 до t_2 та від r_1 до r_2 , отримаємо:

$$Q = \frac{4\pi\lambda(t_1 - t_2)}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} = \frac{2\pi\lambda(t_1 - t_2)}{\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}} \quad (2.32)$$

Таким чином, з виразу (2.32) витікає, що *температура всередині сферичної стінки змінюється за гіперболічною кривою.*

Термічний опір сферичної стінки:

$$R_{\text{сф}} = \frac{1}{2\pi\lambda l} \cdot \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) \quad (2.33)$$

2.4.5 Теплопровідність тонких оболонок

Розглянемо оболонку товщиною $\delta = L_i - l_i$, утворену двома паралелепіпедами з розмірами граней L_i, l_i ($i = x, y, z$) і загальним центром (див. рис. 2.7).

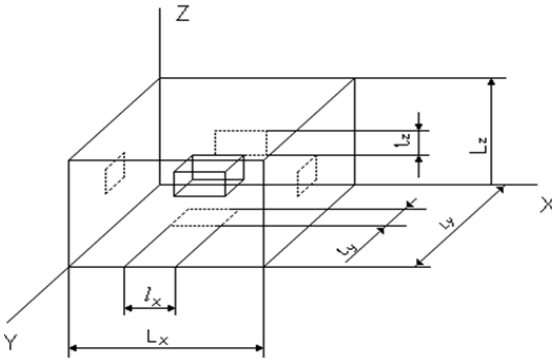


Рисунок 2.7 - Оболонки у вигляді паралелограмів

Теплова провідність $\sigma = \frac{1}{R}$ в цьому випадку дорівнює:

$$\frac{\sigma\delta}{2\lambda} = \frac{L_z l_y - L_y l_z}{\ln \left[\frac{L_z l_y}{L_y l_z} \right]} + \frac{L_x l_z - L_z l_x}{\ln \left[\frac{L_x l_z}{L_z l_x} \right]} + \frac{L_y l_x - L_x l_y}{\ln \left[\frac{L_y l_x}{L_x l_y} \right]}. \quad (2.34)$$

Якщо обидва паралелепіпеди мають форму кубу, то вираз (2.34) набуває вигляду:

$$\sigma \equiv \sigma_\kappa = \frac{\sigma L l \lambda}{\delta}. \quad (2.35)$$

Як відомо, теплова провідність оболонки у вигляді сфери:

$$\sigma_{ш} = \frac{6,28 \cdot L l \lambda}{\delta},$$

$$\text{де: } L = l_2, l = l_1, l_2 - l_1 = 2\delta.$$

Якщо їх порівняти, то значення σ_κ та $\sigma_{ш}$ відрізняються менш ніж на 5%, тому у інженерних розрахунках можна замінювати одну форму стінок іншою.

3 КОНВЕКЦІЯ

Теплообмін між потоком рідини й поверхнею дотичного до нього тіла зветься **конвективним теплообміном** (конвективною тепловіддачею).

При цьому під терміном "рідина" (якщо це спеціально не оговорено) будемо розуміти як крапельну рідину, так і газ; до того ж рідина може бути стисненою (газ) і нестисненою (крапельна рідина).

Процес конвективного теплообміну вивчався ще у XVIII ст. Ньютоном і Ріхманом, які незалежно один від одного встановили наступну залежність (закон Ньютона-Ріхмана): **тепловий потік dQ від рідини до елементу поверхні dA (або в зворотньому напрямку) пропорційний площі елементу поверхні та різниці температур $\Delta t = t_c - t$ або $\Delta t = t - t_c$ між поверхнею тіла t і середовищем t_c :**

$$dQ = \alpha \cdot \Delta t \cdot dA \quad (3.1)$$

де: α - коефіцієнт тепловіддачі, Вт / м² К.

Згідно цього рівняння:

$$\alpha = \frac{dQ}{dA \cdot \Delta t} = \frac{q}{\Delta t} \quad (3.2)$$

Останнє тождество є визначенням коефіцієнту тепловіддачі, який кількісно характеризує щільність теплового потоку, що розсіюється або сприймається поверхнею твердого тіла за різниці температур між твердим тілом та середовищем у 1 К. У системі СІ

$\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$

одиноцею коефіцієнту тепловіддачі α є $\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$ (ват на квадратний метр-кельвін).

Якщо параметри α і Δt не змінюються від точки до точки поверхні, то закон Ньютона-Ріхмана записується у інтегральній формі:

$$Q = \alpha \cdot \Delta t \cdot A \quad (3.3)$$

Уся складність процесу конвективного теплообміну концентрується в одній величині - коефіцієнті тепловіддачі α , який являє собою функцію великої кількості параметрів, суттєво впливаючих на процес теплообміну.

Перш за все конвективний обмін виявляється зв'язаним з рухом самої рідини, тобто з гідродинамічним процесом. Теплові й аерогідромеханічні явища взаємопов'язані між собою та впливають один на одного, тому вивчення кожного з них не може проводитись ізольовано.

Рішення багатьох практично важливих задач аерогідродинаміки та теплообміну оснований на моделі приграничного шару. При торканні частинок рідини до поверхні тіла вони адсорбуються тілом, немов прилипають до його поверхні. В результаті цього коло поверхні внаслідок в'язкісних властивостей виникає тонкий шар рідини, що повільно рухається - **приграничний шар**.

Розрізняють гідродинамічний та тепловий приграничні шари.

Гідродинамічним приграничним шаром зовуть пристінний шар рідини товщиною δ , в якому відбувається зміння швидкості руху рідини від нульової (на поверхні тіла) до значення v_0 - швидкості основного потоку рідини.

Пристінний шар рідини товщою δ_t , в якому відбувається зміння температури від її значення t_w на поверхні тіла до температури t_0 основного потоку рідини, зветься **тепловим приграничним шаром**.

Визначення "товща приграничного шару" δ доволі умовне, оскільки різкого переходу від приграничного шару до течії поза шаром немає. Тому під δ розуміють таку відстань від стінки, на якому швидкість потоку v буде відрізнитися від швидкості v_0 основного потоку, наприклад, на 1%. У загальному випадку величини δ і δ_t не співпадають.

Різниця в структурі теплового і гідродинамічного приграничних шарів особливо добре спостерігається, наприклад, при вільному русі рідини коло нагрітої вертикальної стінки: швидкість вдалині від стінки дорівнює нулю, тому розподілення швидкостей має інший характер, ніж за примусової конвекції (див. рис. 3.1).

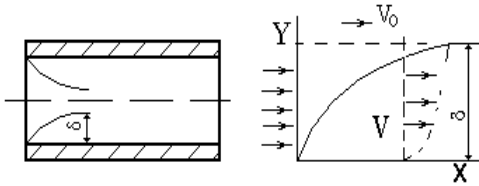


Рисунок 3.1 – Схема розподілу швидкості рідини у трубі по діаметру

В 1883 р. англійський вчений Осборн Рейнольдс показав, що існують два основних режими руху рідини: ламінарний та турбулентний.

При **ламінарному русі** окремі струмені потоку розташовуються паралельно один до одного, тоді як при **турбулентному** вони хаотично переплетені.

При переході ламінарного режиму в турбулентний опір руху рідини в трубі різко зростає.

Існує ще доволі нестійкий **перехідний режим руху** рідини.

Характер режиму течії залежить від декількох параметрів - в'язкості μ , густоти ρ , швидкості v течії і розмірів тіла.

Між частинками або шарами реальної рідини, що рухаються з різними швидкостями, внаслідок в'язкості завжди виникає сила внутрішнього тертя (дотичні напруги), протидіючі руху. Згідно закону Ньютона, ця сила F , віднесена до одиниці поверхні, пропорційна

$$\frac{dv}{dn}$$

градієнту $\frac{dv}{dn}$, а саме:

$$F = \mu \frac{dv}{dn} \quad (3.4)$$

Коефіцієнт μ в цьому рівнянні називається **динамічною в'язкістю (коефіцієнтом внутрішнього тертя)**; у системі СІ він виражається у Па с.

$$\frac{dv}{dn} = 1$$

Припустимо що $\frac{dv}{dn}$, тоді коефіцієнт динамічної в'язкості дорівнює силі тертя, що доводиться на одиницю площі торкання ковзаючих один по одному шарів.

У рівняння теплообміну часто входить відношення динамічної в'язкості рідини до її щільності, яке називається **кінематичною в'язкістю**, у системі СІ вона виражається у м²/с:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (3.5)$$

Перехід з турбулентної течії в ламінарне і навпаки кількісно характеризується так званим **числом Рейнольдса - Re**.

Наприклад, при обтіканні пластини при значенні числа

$$Re = \frac{vL}{\nu} > 5 \cdot 10^5$$

Рейнольдса

виникає турбулентність.

Зародження турбулентності залежить від збурень в потоці, які можуть існувати на підході до передньої кромки пластини та в області самої кромки.

Розглянемо процес вільної конвекції коло нагрітої вертикально орієнтованої стінки, температура якої вище за температуру рідини, що її омиває. Об'єм рідини, що торкається зі стінкою, отримує від неї енергію через зіткнення молекул газу зі стінкою; молекули рідини починають рухатися з більшою швидкістю, початковий об'єм збільшується, відповідно знижується щільність рідини, що за законом Архімеда призводить до руху цього об'єму догори.

По іншому веде себе рідина при вимушеному русі в каналі або трубі. У внутрішній поверхні труби також утворюється приграничний шар, товщина якого у вхідного краю труби дорівнює нулю, а потім поступово зростає. Припустимо, що умови входу такі, що рух частинок у трубі протікає без збурення. На визначеній відстані $x > l_n$ від входу приграничний шар потовщується настільки, що заповнює весь переріз, починається ділянка стабілізованої течії. Крива розподілу швидкості потоку за перерізом каналу має форму параболи (ламінальний рух) або більш складної випуклої кривої (турбулентний рух).

Для стабілізованого потоку, як буде показано нижче, при $Re = \frac{vd}{\nu} \geq 2300$ ламінарна течія переходить у турбулентну.

Окрім вільного та вимушеного обтікання тіл рідиною явище конвективного теплообміну спостерігається також при кипінні та конденсації рідини.

Процес теплопередачі конвекцією загалом досить складний та завжди супроводжується іншими механізмами теплопередачі. Більш детально він буде розглянутий у розділі 7.

4 ТЕПЛОВЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ

4.1 Випромінювання абсолютно чорного тіла

Теплове випромінювання (ТВ) визначається лише температурою й оптичними властивостями тіла, що випромінює. Відомо, що енергія випромінювання переноситься зі швидкістю світла, яка для вакууму позначається як c_0 , а для речовини - c . Швидкості c і c_0 пов'язані між собою через показник заломлення n речовини залежністю

$c = \frac{c_0}{n}$. Енергія фотону Q_ϕ пропорційна частоті електромагнітних коливань ν , (Гц):

$$Q_\phi = h \nu, \quad (4.1)$$

де h - постійна Планка, $\text{м}^2 / \text{кг} \cdot \text{с}$.

Випромінювання може бути монохроматичним та складним.

Монохроматичне випромінювання - це випромінювання дуже вузького спектра електромагнітних коливань $\lambda + \Delta\lambda$.

Складне випромінювання характеризується сукупністю монохроматичних випромінювань різних частот.

Теплообмін випромінюванням має не лише кількісну, але й спектральну (якісну) характеристику. Якщо на шляху ТВ зустрічається тіло, то ТВ частково поглинається, частково віддзеркалюється та частково проходить крізь тіло:

$$Q = Q_a + Q_p + Q_n \quad (4.2)$$

де Q_a - енергія, що поглинулася тілом, Дж;
 Q_p - енергія, віддзеркалена від тіла, Дж;
 Q_n - енергія, що пройшла крізь тіло, Дж.

Це рівняння можна перетворити у вигляді:

$$\frac{Q_a}{Q} + \frac{Q_p}{Q} + \frac{Q_n}{Q} = 1 \Rightarrow a + p + n = 1 \quad (4.3)$$

де a - коефіцієнт поглинання;
 p - коефіцієнт віддзеркалення;
 n - коефіцієнт пропускання.

Якщо $a = 1$, то $p = n = 0$ і уся енергія поглинається тілом, то таке тіло є **абсолютно чорним**.

Якщо $p = 1$, то $a = n = 0$ і уся енергія віддзеркалюється тілом, то таке тіло є **білим (дзеркальним)**.

Якщо $n = 1$, то $a = p = 0$ і уся енергія проходить крізь тіло, то таке тіло є **прозорим (діатермічним)**.

Тепловий потік характеризується параметрами:

$$\Phi = \frac{Q}{\tau} \quad (4.4)$$

$$M = \frac{d\Phi}{dA} \quad (4.5)$$

де M – **випроміненість або енергетична світимість**, кількість теплового потоку крізь одиницю площини, Вт / м².

M_λ - спектральна випромінювальність, або спектральна щільність енергетичної світимості, Вт / м³.

Для складного випромінювання:

$$M_\lambda = \frac{dM}{d\lambda}$$

Закон Планка (1900р) для чорних тіл:

$$M_{0\lambda} = \frac{C_1 \lambda^{-5} n^{-2}}{\exp\left(\frac{C_2}{n\lambda T}\right) - 1} \quad (4.6)$$

де n - показник переломлення середовища навколо чорного тіла;

C_1, C_2 - фізичні константи:

$C_1 = 0,5884 \cdot 10^{-8} \text{ Вт / м}^2$;

$C_2 = 0,0144 \text{ м К}$;

λ - довжина хвилі світла, м;

T - температура тіла, К.

Закон Планка можна представити у графічній формі (див. рис. 4.1).

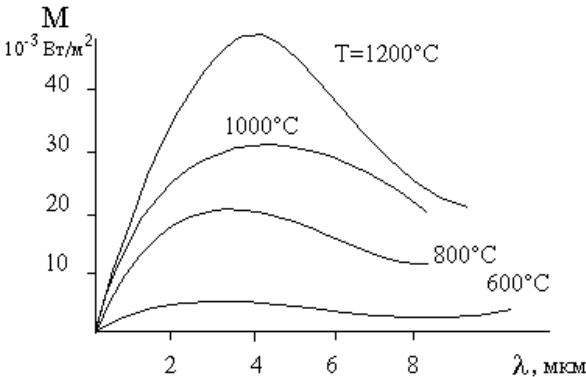


Рисунок 4.1 - Графічне зображення закону Планка

Як можна бачити, чорне тіло випромінює при будь-якій температурі та має суцільний спектр випромінювання.

$$M_{\lambda} = \frac{dM}{d\lambda} \quad (4.7)$$

$$dM_0 = \frac{C_1 \lambda^{-5} n^{-5}}{\exp\left(\frac{C_2}{n\lambda T}\right) - 1} d\lambda \quad (4.8)$$

Проінтегруємо цей вираз в значенні λ від 0 до ∞ :

$$M_0 = \int_0^{\infty} M_{0\lambda} d\lambda = n^2 \sigma_0 T^4 \quad (4.9)$$

Останній вираз описує *закон Стефана-Больцмана*:

$$M_0 = n^2 \sigma_0 T^4 \quad (4.10)$$

де σ_0 - стала Стефана-Больцмана, $\sigma_0 = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт / (м}^2 \text{ К}^4\text{)}$.

4.2 Випромінювання не чорних (сірих) тіл

Для розрахунку випромінювання не чорних (сірих) тіл вводиться поняття *коефіцієнта чорноти теплового випромінювача ε* :

$$\varepsilon = \frac{Q}{Q_0} = \frac{M}{M_0} \leq 1 \quad (4.11)$$

Він дорівнює відношенню кількості теплоти, яку випромінює не чорне тіло, до кількості теплоти, що випромінюється чорним тілом. Випромінювальна здатність не чорного тіла, як і коефіцієнт теплоти реальних тіл, залежить від довжини хвилі випромінювання, тобто тіло має селективне випромінювання.

Сірі тіла мають спектр, подібний до спектру чорного тіла і безперервний спектр випромінювання (див. рис. 4.2).

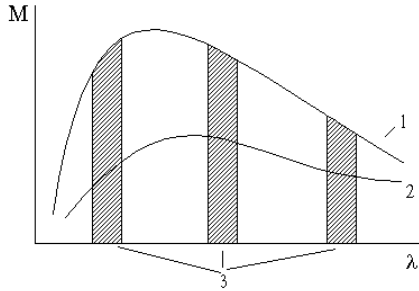


Рисунок 4.2 - Спектри випромінення чорного тіла (1), сірого тіла (2) та селективне випромінення (3)

Для сірих тіл закон Стефана-Больцмана записується у вигляді:

$$M_0 = \varepsilon \cdot n^2 \sigma_0 T^4 \quad (4.12)$$

У загальному вигляді формула для розрахунку потоку випромінення від тіла з температурою T_i та площею поверхні A_i до тіла з температурою T_j має вигляд:

$$\Phi_{ij} = \alpha_{nij} \Delta t_{ij} A_i \quad (4.13)$$

де α_{nij} - коефіцієнт теплопередачі випромінюванням - кількість теплового потоку, що проходить крізь поверхню A_i при змінненні температури на 1°C .

Деякі властивості коефіцієнта чорноти:

- колір поверхні не дає уявлення про значення ε ;
- коефіцієнт чорноти ε може приймати значення у діапазоні від 0 до 1;
- у тіла з окисленою поверхнею ε більш ніж у тіла з неокисленою поверхнею;
- для більшості матеріалів, коефіцієнт чорноти ε збільшується зі збільшенням температури.

Значення коефіцієнта чорноти для деяких поверхонь наведене у табл. 4.1.

Таблиця 4.1 - Значення коефіцієнта чорноти для деяких поверхонь

Матеріал	ϵ
Алюміній полірований	0,039
Алюміній шорсткий	0,055
Сталь полірована	0,520
Сталь окислена	0,800
Золото поліроване	0,018
Латунна пластина з природною поверхнею	0,060
Латунна пластина окислена	0,610
Мідь полірована	0,018
Мідь окислена	0,570
Нікелева проволока	0,096
Олово лужене	0,043
Срібло поліроване	0,020
Асбест	0,960
Бумага	0,924
Вода	0,950
Кварц шорсткий	0,932
Резина тверда	0,945
Резина м'яка	0,859
Скло гладке	0,937
Фарфор глазурований	0,924
Лаки емалеві глянцеві різних кольорів	0,875
Лаки емалеві матові різних кольорів	0,960
Фарби масляні різних кольорів	0,920
Пластмаси різні	0,910

Загальні висновки до розділів 2, 3, 4.

Таким чином, основні закони теплообміну характеризуються наступними параметрами:

- коефіцієнт теплопровідності (закон Фур'є):

$$\lambda = -\frac{q\Delta n}{\Delta t}$$

- коефіцієнт теплопередачі конвекцією (закон Ньютона-Ріхмана):

$$\alpha_{\kappa} = \frac{\Phi}{\Delta t \cdot A}$$

- коефіцієнт теплопередачі випромінюванням (закон Стефана-Больцмана):

$$\alpha_{nij} = \frac{\Phi_{ij}}{\Delta t_{ij} \cdot A_i}$$

5 ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ТЕПЛОВИХ КІЛ. ЕЛЕКТРОТЕПЛОВА АНАЛОГІЯ

5.1 Термічний коефіцієнт та його зв'язок з тепловим опором

У розділі 2 було розглянуте поняття термічного (теплового) опору та виведені його формули для теплопередачі через стінки різної форми.

Розглянемо тепер більш широке поняття - *термічний коефіцієнт*.

Розглянемо дві ізотермічні поверхні з температурами t_1 та t_2 . Запишемо залежність між різницею температур для ізотерм 1 і 2 та тепловим потоком $\Phi = qA$ у вигляді:

$$t_1 - t_2 = \Phi F \quad (5.1)$$

і знайдемо вираз для коефіцієнту F .

Скористуємся виразом $\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\Phi}{A\lambda} \frac{\partial n}{\partial l}$ і знайдемо різницю температур між ізотермами t_1 і t_2 , розташованими на відстані l_1 і l_2

від початку відліку (до того ж припустимо, що напрямок нормалі співпадає з віссю координат, тоді замість $\frac{\partial n}{\partial l}$ можна записати елемент довжини шляху теплового потоку $\frac{\partial l}{\partial l}$):

$$t_1 - t_2 = -(t_2 - t_1) = \int_{l_1}^{l_2} \frac{\Phi(l)}{A\lambda} \partial l \quad (5.2)$$

Порівнюючи останній вираз з (5.1), знаходимо загальний вираз для F :

$$F = \frac{1}{\Phi_1} \int_{l_1}^{l_2} \frac{\Phi(l)}{\lambda(l)A(l)} dl, \quad (5.3)$$

де $A(l)$ - аналітичний вираз площі ізотермічної поверхні на відстані l від початку відліку;

$\Phi(l)$ - тепловий потік через ізотермічну поверхню площею $A(l)$;

Φ_1 - тепловий потік крізь ізотермічну поверхню площею $A(l_1)$

l_1 і l_2 - відстані від початку відліку до ізотермічних поверхонь A_1 та A_2 .

Параметр F називається **термічним коефіцієнтом** [К/Вт].

Якщо на шляху теплового потоку між ізотермами S_1 і S_2 відсутні джерела та стоки енергії як у тілі, так і на його границях, то потік Φ на цій ділянці не змінює свого значення, тобто $\Phi = \Phi_1$. За умови, що $\lambda = \text{const}$ вираз (3.3) набуває більш простого вигляду:

$$F = R = \frac{1}{\lambda} \int_{l_1}^{l_2} \frac{dl}{A(l)}. \quad (5.4)$$

Термічний коефіцієнт F у цьому випадку зветься **термічним опором**.

Термічний опір R [К/Вт] дорівнює відношенню різниці температур між двома ізотермічними поверхнями тіла до теплового потоку крізь них.

5.2 Електротеплова аналогія. Теплові кола

Рівняння теплопровідності та електропровідності можна представити у ідентичній формі:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \cdot \nabla^2 T \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = \frac{1}{r_i C_i} \cdot \nabla^2 \varphi \quad (5.6)$$

де: T , φ - загальнені сили теплової (температура) та електричної (потенціал) природи;

a - температуропровідність, $\text{м}^2 / \text{с}$;

$1 / r_i C_i$ - "потенціалопровідність", що має зміст електричної сталої часу.

Якщо $a = 1 / r_i C_i$ та масштаби часу електричних та теплових явищ однакові, то рівняння (5.5) та (5.6) можна вважати тотожними.

Це дозволяє моделювати теплове поле на електричних моделях.

Теорія кіл виходить з приблизної заміни реального об'єкту, в якому відбуваються процеси теплообміну, ідеалізованою заступною схемою - **тепловим колом**.

Теорія кіл дозволяє визначити різницю температур між кінцями розглядаємої ділянки кола, а також теплові потоки, не користуючись обчисленнями в проміжних точках. Цім відрізняються кінцеві результати, отримані за допомогою теплових кіл, від результатів, що надаються теорією поля, де вивчається змінення температур і потоків від точки до точки.

Теплові кола поділяються на кола з зосередженими та розподіленими параметрами.

Колам з зосередженими параметрами відповідають об'єкти, окремі області яких мають рівномірні температурні поля. В таких колах термічні опори, ємності й джерела теплоти умовно зосереджуються в окремих точках тіл.

Кола, в яких процеси виділення, поглинання і передачі теплоти не можуть бути розділені, є **колами з розподіленими параметрами**.

До них відносяться тіла з одно-, двох- і тривимірним температурними полями.

Елементи теплового кола поділяються на активні та пасивні.

Активні елементи відображають процеси виділення або поглинання теплоти, інші елементи (термічні опори, ємності) відносять до **пасивних**.

Активними елементами є **джерела теплового потоку (ДТП) і джерела температурного напору (ДТН)**.

ДТП зводяться різні за природою джерела (стоки) теплової енергії (теплота Пельтьє, Джоуля, теплоти фазових переходів, енд- і екзотермічні хімічні реакції і т.д.), в результаті дії яких виробляються (поглинаються) визначені потоки теплової енергії. До ДТП належить також заданий тепловий потік, що протікає між двома ізотермічними областями. Якщо тепла потужність ДТП не залежить від температури, то маємо справу з ідеальним ДТП, внутрішній термічний опір якого вважається нескінченно великим.

В системах тіл часто бувають відомі середні температури деяких областей (зовнішнє середовище, об'єми кристалізації, області з заданими за рахунок джерел температурами і т.д.).

Області з заданими температурами зводяться **джерелами теплових напорів**; величини їх визначають за відношенням до температури t_0 , обраної за початок відліку. В цьому випадку температурний напор:

$$\Delta t_{i0} = t_i - t_0, \quad (5.7)$$

де t_i - задана температура і-й області, °С.

До **ДТН** належить будь-яка різниця температур $\Delta t_{ij} = t_i - t_j$ двох ізотермічних поверхонь або областей моделі. Якщо температурний напор ДТН не залежить від теплового потоку, то такий ДТН зводиться ідеальним, його внутрішній термічний опір рівний нулю.

Розглянемо **пасивні елементи** теплових кіл - теплову провідність (тепловий опір) та теплову ємність.

Найбільш поширеним пасивним елементом теплового кола є **теплова провідність (тепловий опір)**.

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{R_{ij}}$$

Для лінійних теплових провідностей доречна наступна залежність між тепловим Φ_o потоком і різницею температур Δt_{ij} на її полюсах i, j :

$$\Phi_o = \sigma_{ij} \Delta t_{ij} = \frac{\Delta t_{ij}}{R_{ij}} . \quad (5.8)$$

Теплова ємність C_i враховує змінення ентальпії Φ_{ci} області i при стаціонарних процесах:

$$\Phi_{ci} = C_i \frac{dt_i}{d\tau} . \quad (5.9)$$

Слід відмітити, що аналога індуктивності у теорії теплових кіл немає.

Елементи теплового кола з'єднуються у **теплову схему**.

Теплова схема являє собою графічне зображення теплового кола і показує, як здійснюється з'єднання її активних і пасивних елементів.

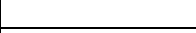
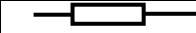
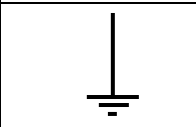
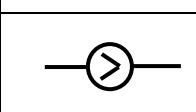
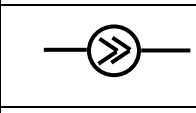
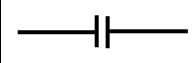
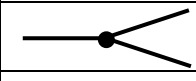
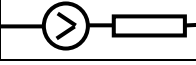
Ізотермічна поверхня, температура якої обрана за початок відліку, є "загальною" точкою схеми і зображується символом "земля".

ДТП вмикається в схему між загальною точкою і точкою області, де відбувається виділення (поглинання) теплоти. Якщо ДТП відображає потік між двома ізотермами, то на схемі воно вмикається між відповідними ізотермами точок.

ДТН вмикається між точками схеми тих областей, різниця температур яких визначена.

Для зображення елементів на теплових схемах використовуються символи, аналогічні застосовуваним у електротехніці. Ці символи представлені у табл. 5.1.

Таблиця 5.1. – Символи, що застосовуються для зображення теплових схем

Елемент теплового ланцюга	Символ
Ізометрична поверхня або об'єм	
Ідеальний тепловий зв'язок	
Зосереджений тепловий опір (провідність)	
Заземлення	
Джерело температурного напору	
Джерело теплового потоку	
Теплова ємність	
Вузол теплової схеми	
Гілка теплової схеми	

Для теплових кіл є справедливими основні закони електричних кіл.

Для ділянки теплового кола **закони Фур'є, Ньютона - Ріхмана, Стефана - Больцмана** можна записати у формі, аналогічній **закону Ому** $\varphi_1 - \varphi_2 = jR$ для електричного кола.

Для теплового кола, так же як і для електричного, справедливі **закони Кірхгофа**.

Алгебраїчна сума теплових потоків Φ_i у вузлі теплового кола дорівнює нулю (**перший закон Кірхгофа**):

$$\sum \Phi_i = 0; \quad (5.10)$$

При цьому знаки беруться з урахуванням обраних напрямків: потокам, спрямованим до вузла, приписується в рівнянні (5.10) однаковий, наприклад додатній знак.

Перший закон Кірхгофа доцільний не лише для вузлів, але і для будь-якого контуру або замкнутої поверхні, що охоплює частину теплового кола.

Алгебраїчна сума різниць температур на гілках в будь-якому замкненому контурі теплового кола дорівнює нулю (**другий закон Кірхгофа**):

$$\sum \Delta T_i + \sum_j \Delta t_j = 0, \quad (5.11)$$

де ΔT_i - продуктивність ДТН в i -й гілці теплової схеми;

Δt_j - різниця температур вузлів схеми, яка з'єднує елемент j -й гілки.

При розрахунку теплових ланцюгів, також як і електричних, часто перетворюють ці ланцюги у більш прості та зручні для роботи.

Так, **послідовні та паралельні з'єднання опорів** зручно замінити загальним опором R та провідністю σ . Еквівалентні опори таких з'єднань визначаються аналогічно еквівалентним опорам електричних з'єднань.

Розглянемо послідовно складену плоску стінку, що складається з n різnorodних, орієнтованих **перпендикулярно тепловому потоку** шарів, товщини й теплопровідності яких δ_i і λ_i ; а температури зовнішніх поверхонь стінок дорівнюють t_1 і t_{n+1} (див. рис. 5.1).

Ізотермічними поверхнями в цьому випадку є площини, паралельні поверхні стінок. Між ізотермічними поверхнями відсутні стоки та джерела енергії, і тепловий потік, не змінюючись, проходить крізь усі стінки. З цього випливає, що кожній стінці можна приписати

термічний опір R_i ; **всі термічні опори**, як це видно з рис 5.1,б, **з'єднані послідовно**.

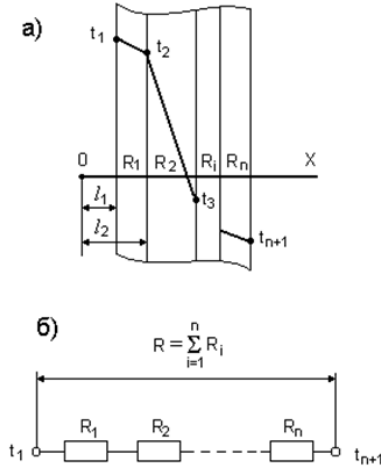


Рисунок 5.1 – Послідовне з'єднання плоских стінок (а) і їх теплова схема (б)

Сумарний термічний опір для такої схеми:

$$R = \sum_{i=1}^n R_i = \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{A_i \lambda_i} = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}. \quad (5.12)$$

Наведемо аналогічні міркування для термічних опорів послідовно складених циліндричної і сферичної неоднорідної стінок, що складаються з n різних шарів, розташованих перпендикулярно до теплового потоку:

$$R_y = \frac{1}{L_y} \sum_i \frac{1}{2\pi\lambda_i} \ln\left(\frac{l_{i+1}}{l_i}\right); \quad (5.13)$$

$$R_u = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \left(\frac{1}{l_i} - \frac{1}{l_{i+1}} \right), \quad (5.14)$$

де l_i - радіус і-го циліндричного або сферичного шару;
 $L_{ц}$ - довжина циліндру.

Тепер знайдемо вираз для термічного опору неоднорідного тіла, утвореного системою плоских стінок, розташованих **паралельно до теплового потоку** (рис. 5.2, а).

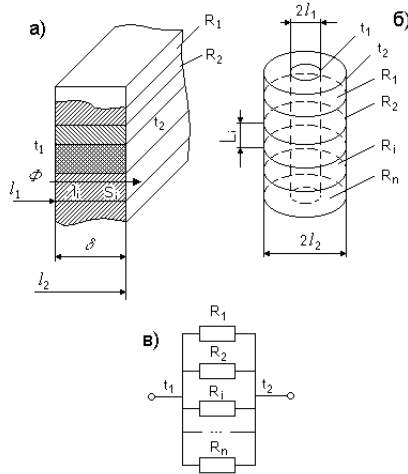


Рисунок 5.2 - Паралельне з'єднання плоских і циліндричних стінок та їх теплова схема

При цьому **термічні опори окремих стінок з'єднані паралельно** (рис. 5.2, в), тому їх загальний опір потоку дорівнює:

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} = \sum_{i=1}^n \frac{A_i \lambda_i}{\delta}; R = \frac{\delta}{\sum_{i=1}^n A_i \lambda_i} \quad (5.15)$$

Визначене припущення про наявність адіабатних прошарків дало змогу суттєво спростити вивід виразу для термічного опору паралельноскладеної плоскої стінки.

Для термічного опору паралельноскладеної циліндричної стінки (рис. 5.2,б) він матиме вигляд:

$$R = \ln \frac{l_2 / l_1}{2\pi \sum L_i \lambda_i} \quad (5.16)$$

Таким чином, при послідовному з'єднанні теплових опорів еквівалентний опір дорівнює сумі окремих опорів, що входить у схему, а при паралельному з'єднанні теплових опорів еквівалентна провідність дорівнює сумі окремих провідностей, що входить у схему:

$$R_{\text{посл}} = \sum R_i ; \sigma_{\text{пар}} = \sum \sigma_i \quad (5.17)$$

Вказані залежності співпадають з відповідними залежностями для електричних з'єднань.

Існують і більш складні засоби перетворення теплових схем, аналогічні перетворенням електричних схем. Так, якщо частка ланцюга з'єднана за схемою трикутника, то її зручно перетворити на зірку, при цьому температури та теплові потоки у іншій частині ланцюга залишаються незмінними (див. рис. 5.3, а).

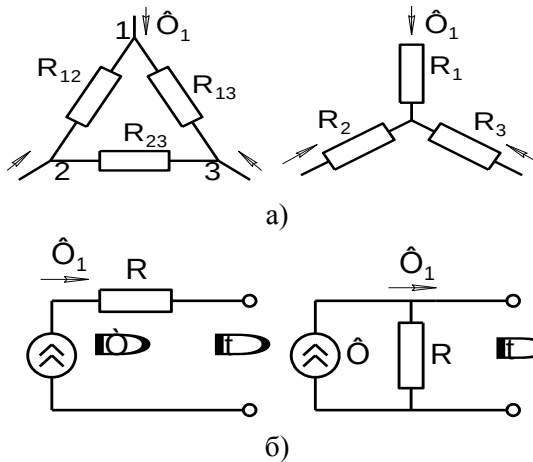


Рисунок 5.3 – Еквівалентні перетворення елементів теплових моделей:

- а – схема заміщення трикутника на зірку;
- б – еквівалентні схеми.

При цьому співвідношення між тепловими опорами у цих схемах мають такий вигляд:

$$R_1 = R_{13} \cdot R_{12} / R, \quad R_2 = R_{12} \cdot R_{23} / R, \quad R_3 = R_{23} \cdot R_{13} / R,$$

$$R = R_{12} + R_{23} + R_{13}$$

Іноді буває зручним замінити джерело теплового потоку еквівалентним джерелом теплового напору та навпаки.

Два різнорідних джерела теплової енергії - джерело температурного напору та джерело теплового потоку вважаються еквівалентними, якщо при заміні одного джерела іншим температури та теплові потоки у зовнішньому ланцюгу залишаються незмінними. На підставі законів Ома та Кірхгофа можна показати що схеми, представлені на рис. 5.3, б, еквівалентні. При цьому значення температурного напору Δt від джерела температурного напору та теплової потужності Φ від джерела теплового потоку зв'язані залежністю:

$$\Delta T = \Phi \cdot R_e$$

де: R_e - внутрішній опір джерела температурного напору.

Для ідеальних джерел температурного напору $R_e = 0$, тому у якості внутрішнього розглядається включення опору зовнішнього ланцюга послідовно з джерелом температурного напору.

6 СКЛАДНИЙ ТЕПЛООБМІН. КРИТИЧНА ТОВЩИНА ІЗОЛЯЦІЇ

6.1 Складний теплообмін

Зв'язок теплового потоку Φ_{12} між ізотермічними поверхнями 1 і 2 з різницею температур $(t_1 - t_2)$ можна уявити для різних механізмів переносу теплоти в єдиній формі:

$$\Phi_{12m} = \frac{t_1 - t_2}{R_{12m}} = \sigma_{12m} (t_1 - t_2), \quad (6.1)$$

де m - індекс, що характеризує механізм переносу (теплопровідність "т", конвекція "к", теплообмін випроміненням "л");

R_{12m} - тепловий опір потоку між ізотермічними поверхнями 1 і 2 для механізму переносу m .

Якщо співставити формулу (6.1) з формулами для різних механізмів переносу, то отримаємо вирази для термічного опору.

Для процесу теплопровідності вирази для теплового опору наведені у розділі 2: формули (2.21) та (2.23) для плоскої стінки, формула (2.29) для циліндричної стінки, формула (2.33) для сферичної стінки.

Для конвективного переносу термічний опір на границі тверде тіло - рідина можна визначити за формулою:

$$R_{12\kappa} = \frac{1}{\alpha_{\kappa} A}, \quad (6.2)$$

де α_{κ} - конвективний коефіцієнт тепловіддачі, Вт / м² К.

При теплообміні випроміненням термічний опір:

$$R_{12.l} = \frac{1}{\alpha_{.l} A}, \quad (6.3)$$

де α_l - коефіцієнт тепловіддачі випроміненням, Вт / м² К.

Якщо усі три механізми переноса теплоти присутні одночасно й не спричиняють помітного впливу один на одного, так що їх можна розглядати окремо, то тепловий потік Φ_{12} між ізотермічними поверхнями 1 і 2:

$$\begin{aligned}\Phi_{12} &= \Phi_{12m} + \Phi_{12\kappa} + \Phi_{12,l}, \\ \Phi_{12} &= \frac{\sigma_{12m} + \sigma_{12\kappa} + \sigma_{12,l}}{t_1 - t_2}.\end{aligned}\quad (6.4)$$

Загальний термічний опір R_{ij} та загальна теплова провідність σ_{ij} визначаються як для паралельного з'єднання теплових опорів (оскільки процеси протікають паралельно), їх можна розрахувати за формулами:

$$\begin{aligned}\frac{1}{R_{ij}} &= \frac{1}{R_{mmj}} + \frac{1}{R_{kki}} + \frac{1}{R_{lji}}, \\ \sigma &= \sigma_{mij} + \sigma_{kij} + \sigma_{lij}.\end{aligned}\quad (6.5)$$

Слід звернути увагу на наступну особливість термічних опорів: різниця температур між двома ізотермічними поверхнями може бути представлена двома способами:

$$\begin{aligned}t_i - t_j &= F_{ij} \Phi_i, \\ t_i - t_j &= F_{ij} \Phi_j.\end{aligned}\quad (6.6)$$

В першому випадку розглядається потік Φ_i , що проходить крізь площу поверхні A_i , у другому - потік Φ_j , що проходить через площу A_j .

Якщо обидва потоки однакові, тобто $\Phi_i = \Phi_j$, то термічні коефіцієнти стають термічними опорами, для яких чинні рівняння $R_{ij} = R_{ji}$, $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$.

Помітимо, що усі наведені тут залежності отримані в припущенні відсутності стоков або джерел енергії між ізотермічними поверхнями 1 і 2.

6.2 Критична товщина ізоляції

Розглянемо перенос теплоти в трубі, де протікаюча зсередини рідина з температурою t_{c1} нагріває рідину з температурою t_{c2} , що омиває зовнішню поверхню труби.

Тепловий потік від середовища з температурою t_{c1} проходить крізь стінку до рідини з температурою t_{c2} , долаючи наступні послідовно поєднані термічні опори: середовище 1 - стінка (R_{c1}), стінка (R_{12}), стінка - середовище 2 (R_{c2}). При уцьому загальний опір потоку:

$$R = R_{c1} + R_{12} + R_{c2}, \quad (6.7)$$

де R_{12} - термічний опір простої або багатоскладної стінки, К/Вт.

$$R_{c1} = \frac{1}{A_1 \alpha_1}, \quad R_{c2} = \frac{1}{A_2 \alpha_2}, \quad (6.8)$$

де α_1 і α_2 - коефіцієнти тепловіддачі між середовищем та поверхнею стінок, Вт / м² К;

$A_1 = 2\pi L l_1$ і $A_2 = 2\pi L l_2$ - площі поверхонь 1 і 2.

Таким чином:

$$R = \frac{1}{2\pi L} \left(\frac{1}{\alpha_1 l_1} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{l_2}{l_1} + \frac{1}{\alpha_2 l_2} \right). \quad (6.9)$$

Аналіз формули (6.9) призводить до висновку, що тепловий потік крізь шари ізоляції циліндричного тіла зменшується не пропорційно збільшенню товщі ізоляції. При зростанні l_2 і

незмінному l_1 термічний опір $\ln \frac{l_2}{l_1} / 2\pi L \lambda$ збільшується, а термічний

опір $\frac{1}{2\pi L l_2 \alpha_2}$ зменшується. Такого роду подвійний ефект означає, що для циліндричної стінки існує деякий конкретний критичний радіус $l_{кр}$, за якого втрата теплоти є максимальна.

Диференціюючи значення R за l_2 і прирівнюючи похідну до нуля, знайдемо вираз для $l_{кр}$ - **критичного радіусу ізоляції**:

$$l_{кр} = \frac{\lambda}{\alpha_2} \quad (6.10)$$

При цьому значенні буде найменший опір R теплового потоку.

7 ОСНОВИ ТЕОРІЇ ПОДІБНОСТІ. ВІЛЬНА КОНВЕКЦІЯ В НЕОБМЕЖЕНОМУ ПРОСТОРІ

7.1 Критерії подібності

Конвективний теплообмін описується системою диференціальних рівнянь і умовами однозначності, які містять велику кількість невідомих. Основні труднощі його аналізу пов'язані з встановленням виду залежності коефіцієнту тепловіддачі від обумовлюючих його параметрів. У більшості випадків вид цих залежностей встановлюється при узагальненні експериментальних даних. Але їх недоліком є неможливість поширення результатів, отриманих в даному конкретному досліді, на інші явища і процеси, що відрізняються від нього.

Створення спеціальної теорії подібності дозволяє об'єднати методи теоретичних та експериментальних досліджень.

З одного боку, теорія подібності дозволяє зробити ряд висновків з диференціальних рівнянь та умов однозначності, не вдаючись до інтегрування, і тим самим обґрунтувати теоретичну базу для постановки дослідів і обробки експериментальних даних.

З іншого боку, теорія подібності встановлює такі умови, при яких результати експериментальних досліджень можна поширити на інші явища, подібні розглянутому.

За допомогою теорії подібності розмірні фізичні величини об'єднують в безрозмірні комплекси, кількість яких значно менша, ніж невідомих величин. Безрозмірні комплекси розглядаються як нові змінні, що спрощує дослідження фізичних процесів.

Розрізняють три види подібності:

- геометрична подібність - подібність кутів, лінійних розмірів, геометричних фігур і т. ін.;

- кінематична подібність - подібність розподілу швидкостей в подібних точках;

- повна подібність фізичних явищ - цей вид подібності означає, що всі величини, що характеризують ці явища, повинні перебувати в певних співвідношеннях для подібних точок і подібних моментів часу.

Подібними можуть бути лише явища одного і того ж класу, тобто явища, які описуються одним і тим же диференціальним рівнянням.

Подібність двох фізичних явищ означає подібність всіх величин, що характеризують дане явище. Це означає, що в подібних точках простору в подібні моменти часу будь-яка величина φ' одного процесу пропорційна однорідній їй величині іншого процесу φ'' :

$$\varphi' / \varphi'' = C_\varphi \quad (7.1)$$

де: C_φ - коефіцієнт пропорційності, який називається **константою подібності**.

Подібність двох явищ можна розглянути на прикладі рівномірного прямолінійного руху двох потоків рідини.

Перший потік рухається зі швидкістю w' , другий - зі швидкістю w'' (див. рис. 7.1).

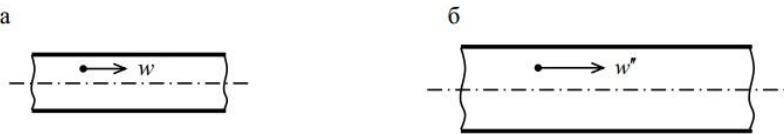


Рисунок 7.1 - Прямолінійний рух двох потоків рідини у трубах

Швидкість для кожного потоку можна виразити через шлях та час:

$$w' = l' / \tau'$$

$$w'' = l'' / \tau''$$

Для вказаних потоків справедливе співвідношення:

$$\frac{w'}{w''} = \frac{l'}{\tau'} \bigg/ \frac{l''}{\tau''} = \frac{l'}{l''} \bigg/ \frac{\tau'}{\tau''} \quad (7.2)$$

Його можна представити, використовуючи константи подібності:

$$C_w = C_l / C_\tau \text{ або:}$$

$$C_w C_\tau / C_l = 1 \quad (7.3)$$

З останнього співвідношення видно, що **для подібності двох явищ необхідно, щоб безрозмірний комплекс, складений з констант подібності, дорівнював 1**.

Замінивши значення констант подібності в останньому рівнянні на розмірні фізичні величини, отримаємо:

$$\frac{w' \tau'}{l'} = \frac{w'' \tau''}{l''} = idem$$

Таким чином, існують величини, які для всіх подібних між собою явищ зберігають одне і те ж числове значення. Такі комплекси величин називають критеріями або числами подібності.

Критерій подібності - це безрозмірне співвідношення параметрів, що характеризують процес, який у подібних явищах в подібних точках в подібні моменти часу має чисельно однакове значення.

Критерії подібності прийнято назвати іменами великих вчених, відомих своїми роботами в області тепломасообміну і гідродинаміки, і позначати двома літерами, наприклад, Re - критерій Рейнольдса, Fo - критерій Фур'є і т.ін.

Розглянемо основні положення, на яких ґрунтуються методи узагальнення даних експерименту по вивченню конкретно конвективного теплообміну.

Припустимо, що експериментально в умовах вільної конвекції вдалося виміряти коефіцієнт тепловіддачі дроту різного діаметру d в різних середовищах при різних значеннях температурних напорів $(t - t_c)$.

Властивості середовища, як показує більш детальний аналіз, для явища вільної конвекції характеризуються наступними параметрами: коефіцієнтом термічного розширення середовища β , теплопровідністю λ , теплоємністю c_p , густиною ρ , динамічною

в'язкістю μ або кінематичною в'язкістю $\nu = \frac{\mu}{\rho}$.

Окрім цих параметрів необхідно враховувати прискорення сили тяжіння g . Таким чином:

$$\alpha = f(t, t_c, \beta, \lambda, c_p, \mu, \rho, g, d) \quad (7.4)$$

Отримання такого роду експериментальних залежностей є практично нереальною задачею через велику кількість параметрів, від яких залежить вивчаємий процес.

Однак поодинокі експерименти можна узагальнити на велику кількість випадків на основі теорії подоби.

Наприклад, на теплообмін при вільній конвекції суттєво впливає близько десяти фізичних величин. Якщо на основі теорії подібності поєднати фізичні та геометричні параметри у безрозмірні комплекси, той же процес можна описати не десятьма, а наступними трьома комплексами: числом Нуссельта Nu , числом Грасгофа Gr , числом Прандтля Pr :

Критерій Нуссельта Nu характеризує теплообмін на межі рідина-стінка:

$$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda} \quad (7.5)$$

Критерій Грасгофа Gr характеризує вільну конвекцію і являє собою співвідношення між підйомними силами, що виникають в рідині при нагріванні, і силами в'язкості:

$$Gr = \beta g \frac{L^3}{\nu^2} (t - t_c) \quad (7.6)$$

Критерій Прандтля Pr характеризує фізичні властивості рідини:

$$Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{\nu \cdot \rho \cdot c_p}{\lambda} \quad (7.7)$$

У цих виразах:

α - конвективний коефіцієнт тепловіддачі, Вт/м² К;

L - визначальний розмір, м;

λ - коефіцієнт теплопровідності, Вт/м К;

β - тепловий коефіцієнт об'ємного розширення, 1/К;

g - прискорення вільного падіння, $g = 9,81$ м/с²;

ν - кінематична в'язкість, Па с;

t - температура стінки, °С;

t_C - температура рідини, °C;

α - коефіцієнт температуропровідності, $\text{м}^2 / \text{с}$

ρ - густина матеріалу рідини, $\text{кг}/\text{м}^3$;

C_p - питома теплоємність матеріалу рідини при постійному тиску, $\text{Дж} / \text{кг К}$.

В формулах (7.5 - 7.7) через L позначений геометричний розмір, характерний для тіла даної конфігурації (діаметр для труб або куль, висота плити і т.ін.).

Залежність (7.5) можна представити у вигляді безрозмірного рівняння, що пов'язує усі три числа подібності:

$$Nu = F(Gr, Pr), \quad (7.8)$$

Це рівняння називається **рівнянням подібності або критеріальним рівнянням**.

Розглянемо ще ряд критеріїв подібності, що часто використовуються для вирішення задач конвективного теплообміну.

Критерій Рейнольдса Re - визначає режим руху рідини і представляє співвідношення між силою інерції і силою внутрішнього тертя (в'язкості):

$$Re = \frac{w L}{\nu} \quad (7.9)$$

де: w - швидкість потоку рідини, $\text{м} / \text{с}$.

Критерій Пекле Pe - визначає співвідношення між двома видами теплообміну: теплопровідністю та конвекцією:

$$Pe = \frac{w L}{\alpha} \quad (7.10)$$

Критерій Фур'є Fo - характеризує не стаціонарність теплових процесів:

$$Fo = \frac{a \tau}{L^2} \quad (7.11)$$

де: τ - час, с.

Теорія подібності дає змогу відповісти на наступні важливі питання, що виникають при плануванні експерименту, обробці дослідних даних та використання емпіричних результатів:

- які величини треба вимірювати в досліді;
- як обробляти результати досліджень;
- в яких межах користуватися отриманою емпіричною залежністю.

Тому теорію подібності іноді звать теорією експерименту.

Відповіді на поставлені питання криються в трьох теоремах подібності й витікаючих з них наслідків, а саме:

- в дослідях треба вимірювати ті параметри, які входять в числа подібності вивчаемого явища;
- результати дослідження слід обробляти так, щоб отримати рівняння подібності - функційну залежність між числами подібності;
- рівняння подібності доречні для всіх подібних явищ.

7.2 Обробка результатів досліджень

Для вивчення способів побудови критеріальних залежностей з конвективного теплобіну розглянемо деякі параметри, що входять до чисел подібності, а саме: ***визначальну температуру й визначальний розмір***.

Числа подібності включають параметри, суттєво залежні від температури: ν, λ, ρ і т.д. За умови вільної конвекції відбувається змінення температури рідини від температури стінки t до температури середовища t_c в області, віддаленої від стінки. В деяких випадках температура рідини змінюється не лише за площиною поперечного перерізу, але й за довжиною потоку. Тому в технічних розрахунках прийнято обирати значення параметрів при деякому усередненому значенні температури, названому визначальною температурою.

В процесах з вільною конвекцією в якості ***визначальної температури*** t_m часто використовується середньоарифметичне значення:

$$t_m = \frac{t + t_c}{2} \quad (7.12)$$

За умови примусової конвекції проводиться розрахунок визначальної температури як за перерізом (усереднення за площею поперечного перерізу, усереднення за об'ємними витратами), так і по довжині. Якщо деяку усереднену за поперечним перерізом температуру на вході потоку позначити t_c' , а на виході t_c'' , то **визначальною температурою** є середньоарифметичне значення температури за довжиною:

$$t_c = \frac{t_c' + t_c''}{2} \quad (7.13)$$

Стосовно **визначального розміру**, то він залежить від геометричних розмірів та форми тіла, вздовж якого рухається потік.

Як вказувалося раніше, коефіцієнт конвективної тепловіддачі повинен залежати від геометричних параметрів тіла, при чому при аналізі різних випадків теплообміну кількість геометричних параметрів, які суттєво впливають на процес, може змінюватися. Однак навіть у найпростіших випадках, коли ця кількість невелика (один, два), виникають труднощі з вибором саме тих параметрів, які найбільш впливають на процес.

Наприклад, **для круглої труби**, якою протікає рідина, буде природним обрати в якості **визначального розміру** діаметр d труби.

Для каналів складного перерізу (прямокутного, неправильного перерізу і т.ін.) **визначальним розміром** є еквівалентний діаметр:

$$d_{ек} = \frac{4A}{U} \quad (7.14)$$

де A - площа поперечного перерізу каналу;

U - повний периметр перерізу незалежно від того, яка частина цього периметру приймає участь в теплообміні.

При обтіканні пластини за **визначальний розмір** обирається довжина пластини за напрямком руху.

Для дослідження теплообміну в більш складних геометричних системах в критеріальне рівняння зазвичай вводять відношення:

$$\frac{L_1}{L_0}, \frac{L_2}{L_0}, \dots, \quad (7.15)$$

де L_0 - визначальний розмір системи;

$L_1, L_2, \dots$ - довжина тіла, шорсткість і т.ін.

Розглянемо тепер практичний спосіб отримання рівнянь подоби.

Нехай явище описується трьома числами подібності K_1, K_2 і K_3 , необхідно встановити вид залежності $f(K_1, K_2, K_3) = 0$.

Запишемо останнє рівняння у вигляді $K_1 = \varphi(K_2, K_3)$ і на основі обробки даних дослідів визначимо вигляд функціональної залежності φ . Нехай дослідні данні отримані у вигляді залежностей параметра K_1 від K_2 за фіксованих значень K_3 . Ці залежності можна уявити графічно у вигляді набору кривих. Необхідно підібрати апроксимаційну формулу, яка описує даний набір кривих. В основу такої формули можна покласти різні функційні залежності (ступеневу, показникову, логарифмічну і т.ін.).

Характерною особливістю конвективного теплообміну є монотонне змінення шуканого параметру при змінненні інших параметрів.

Монотонне змінення будь-якої величини добре апроксимується ступеневими функціями:

$$K_1 = CK_2^n K_3^m, \quad (7.16)$$

де C, m, n - сталі.

Ступеневі функції є достатньо гнучкими і дозволяють підбором чисел C, m, n описувати практично будь-які монотонні змінення шуканого параметру.

При графічному представленні функції в логарифмічних координатах виходить набір прямих ліній:

$$\lg K_1 = \lg C + n \lg K_2 + m \lg K_3. \quad (7.17)$$

Показник n при критерії K_2 визначається за одною з прямих (наприклад, K_3): від дорівнює тангенсу кута φ нахилу прямої лінії до вісі абсцис:

$$n = \operatorname{tg} \varphi = \frac{a}{b}, \quad (7.18)$$

де a, b - катети прямокутного трикутника.

Запишемо формулу (7.17) у вигляді:

$$\lg \left(\frac{K_1}{K_2^n} \right) = \lg C + m \lg K_3 \quad (7.19)$$

і з графіка визначимо показник ступеню $m = \operatorname{tg} \psi$, а сталу C знайдемо з рівняння (7.16):

$$C = \frac{K_1}{K_2^n \cdot K_3^m}. \quad (7.20)$$

Аналогічним чином можна встановити й більш складні залежності. Якщо дослідні точки на графіках розташовуються в логаріфмічних координатах за кривою, то цю криву зазвичай замінюють ломаними прямими. Для окремих ділянок такої кривої значення C, n, m різні.

Формули типу (7.16) є емпіричними, і їх можна використовувати лише в тих межах змінення аргументу, які підтверджені дослідом.

7.3 Вільна конвенція у необмеженому просторі

На основі теорії подібності узагальнено обширний експериментальний матеріал з теплообміну за станом вільної конвекції у необмеженому просторі. Відомий ряд залежностей для коефіцієнту тепловіддачі тіл з одним визначаючим розміром (вертикальні плити, нескінченно довгі дроти, труби й кулі). Широке розповсюдження отримала формула:

$$Nu_m = c \cdot (Gr \bullet Pr)_m^n, \quad (7.21)$$

де c і n - емпіричні коефіцієнти, а індекс m вказує, що значення фізичних параметрів λ, a, ν, β газу або рідини слід обирати для середньої температури t_m , що розраховується за формулою (7.12). Сталі c і n в формулі (7.21) залежать від аргументу $(Gr \bullet Pr)$. Їх значення наведені у табл. 7.1.

Таблиця 7.1 - Параметри режимів руху

$(Gr \bullet Pr)_m$	c	n	Режими руху
$1 \cdot 10^{-3}$	0,50	0,00	Плівковий
$1,1 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^2$	1,18	$\frac{1}{8}$	Перехідний до ламінарного
$5 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10^7$	0,54	$\frac{1}{4}$	Ламінарний
$2 \cdot 10^7 - 1 \cdot 10^{13}$	0,135	$\frac{1}{3}$	Турбулентний

Помітимо, що формула (7.21) отримана на основі узагальнення досліджень, що проводилися в різних середовищах (повітря, водень, вуглекислота, гліцерін, вода, різноманітні масла та ін.), з різноманітними об'єктами випробування (горизонтальні та вертикальні дроти, труби, плити, кулі), розміри яких змінювалися в широких межах (від дротів з $d = 1,5 \text{ мм}$ до куль з $d = 16 \text{ м}$).

З формули (7.21) неважко отримати вираз коефіцієнтів тепловіддачі для типових випадків, що зустрічаються в електронних пристроях. При цьому наводяться окремі формули лише для одного середовища - повітря; форма тіл обмежується плоскими, циліндричними й сферичними поверхнями. Кожне тіло характеризується визначаючим розміром L й орієнтацією у просторі, тобто коефіцієнтом N , значення якого надаються у табл. 7.2.

Таблиця 7.2 - Визначальний розмір для різних поверхонь

Поверхня	Визначаючий розмір	Орієнтація
Кулі, горизонтальні циліндри	Діаметр	1,0
Вертикальні пластини й циліндри	Висота	1,0
Горизонтальні пластини, що розсіюють потоки: Догори Донизу	Максимальний розмір пластини	1,3 0,7

Якщо визначаючий розмір L й різниця температур $t - t_c$ вдовольняють нерівнянню:

$$(t - t_c) < \left[\frac{840}{L \cdot 10^{-3}} \right]^3, \quad (7.22)$$

то розрахунок конвективного коефіцієнту тепловіддачі α слід проводити за формулою:

$$\alpha_\kappa = (1,42 + 1,4 \cdot 10^{-3} t_m) N \left[\frac{t - t_c}{L} \right]^{1/4} \quad (7.23)$$

Якщо нерівняння (7.22) не вдовольняється, то розрахунки слід проводити за формулою:

$$\alpha_\kappa = (1,67 + 3,6 \cdot 10^{-3} t_m) N (t - t_c)^{1/3}. \quad (7.24)$$

ЛІТЕРАТУРА

1. Теплові процеси в електроніці / Ю. Я. Бобало, В. Вуйчик, З.Ю. Готра та інші; за ред. З.Ю. Готри. - Львів: Ліга-Прес, 2007. - 360 с.
2. Бобало Ю.Я. Якість, надійність радіоелектронної апаратури. Елементи теорії і методи забезпечення: монографія / Ю.Я. Бобало, Л.А. Недоступ, М.Д. Кіселичник; за ред. Л.А. Недоступа. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2013. – 196 с.
3. Моделювання теплових процесів в РЕА: навчальний посібник / О. І. Нікольський, О. П. Шеремета. – Вінниця: ВНТУ, 2015. – 116 с.
4. Дульнев Г.Н. Тепло-массообмен в радиоэлектронной аппаратуре.– М.: Высш.Шк., 1984 – 247 с.
5. Роткоп Л. Л. Спокойный Ю. Е. Обеспечение тепловых режимов при конструировании радиоэлектронной аппаратуры. – М.: Советское радио, 1976. –232 с.
6. Будник А. Ф. Тепломасоперенос у процесах і матеріалах дизайну матеріалів: Навчальний посібник / А. Ф. Будник. – Суми: Вид-во СумДУ, 2008. – 158 с.
7. Ганжа С. М. Основи конструювання електронних засобів: підручник / С. М. Ганжа; Східноукр. нац. ун-т ім. В. Даля. - Луганськ, 2011. - 491 с.