

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання лабораторної роботи № 12
«Обробка результатів дослідження»
з дисципліни «Історія технологій та основи наукової діяльності»
для студентів освітніх програм «Технології та устаткування
зварювання», «Відновлення та підвищення зносостійкості деталей та
конструкцій» спеціальності 131 «Прикладна механіка» усіх форм
навчання

Методичні вказівки до виконання лабораторної роботи № 12 «Обробка результатів дослідження» з дисципліни «Історія технологій та основи наукової діяльності» для студентів освітніх програм «Технології та устаткування зварювання», «Відновлення та підвищення зносостійкості деталей та конструкцій» спеціальності 131 «Прикладна механіка» усіх форм навчання / Укл.: О.Є. Капустян, Т.О. Акритова. – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2024. – 17 с.

Укладачі: О.Є. Капустян, канд. техн. наук, доцент
Т.О. Акритова, магістр, старш. лаб.
Рецензент: М.Ю. Осіпов, канд. техн. наук, доцент
Редактор: І.П. Аверченко
Відповідальний за випуск: О.Є. Капустян

Затверджено
на засіданні кафедри ІТЗ та МК
Протокол № 01 від 13.09.2023 р.

Рекомендовано
до видання НМК ІФФ
Протокол №6 від 16.01.2024 р.

ЗМІСТ

1 Мета роботи	4
2 Загальні відомості.....	4
2.1 Виключення промахів та оцінка точності результатів прямих вимірювань.....	4
2.2 Оцінка точності результатів непрямих вимірювань	7
3 Контрольні запитання для самоперевірки і контролю підготовленості студентів до роботи	14
4 Матеріали, інструмент, прилади, обладнання	14
5 Вказівки з техніки безпеки	15
6 Порядок проведення лабораторної роботи	15
7 Зміст звіту.....	16
Рекомендована література	16
Додаток А	17

1 МЕТА РОБОТИ

Вивчити і засвоїти методи обробки результатів експерименту, провести їх порівняльний аналіз.

2 ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Обробка результатів експерименту є одним з найважливіших етапів усієї науково-дослідницької роботи. Результати усіх експериментів містять помилки, які можуть бути як суттєвими, так і малими. Ці помилки необхідно виявити та оцінити з тим, щоб виключити грубі промахи та забезпечити необхідну точність результатів.

Обробку результатів експерименту необхідно проводити одразу після закінчення серії випробувань, щоб своєчасно виявити помилкові результати та повторити окремі досліді.

Помилки, що зустрічаються при проведенні експериментів та окремих вимірювань, прийнято розділяти на систематичні та випадкові. Однак у багатьох експериментах неможливо виділити систематичну та випадкову складові. Тому спрощено можна вважати, що помилки вимірів переважно є випадковими. У такому випадку оцінку точності виміру можна виконати тільки з певною ймовірністю.

Обробка результатів вимірів та виявлення помилок проводиться відповідно до законів математичної статистики. При цьому можна вважати, що у більшості інженерних експериментів має місце нормальний закон розподілу випадкових помилок.

2.1 Виключення промахів та оцінка точності результатів прямих вимірювань

Обробку результатів прямих вимірювань доцільно виконувати у наступній послідовності.

За результатами паралельних дослідів визначають середнє

значення вимірюваної величини:

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} y_i}{n}. \quad (2.1)$$

Знаходять похибки окремих вимірювань:

$$\Delta Y_i = \bar{Y} - Y_i. \quad (2.2)$$

Обчислюють середню квадратичну похибку окремих вимірювань:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (\bar{Y} - y_i)^2}{n-1}}. \quad (2.3)$$

Перевіряють наявність промахів.

Перевіряють підлягають результати одного або двох дослідів, які мають максимальну похибку ΔY_i . Дослід вважається хибним, якщо відношення $\frac{\Delta Y_i}{S}$ перевищує критичне значення коефіцієнта Стьюдента при даному рівні значимості та числі ступенів свободи:

$$f = n - 1 \text{ (додаток А)}.$$

Досліди, в яких $\frac{\Delta Y_i}{S} \geq t_{кр}$, вважаються промахами та їх результати слід відкинути або замінити новими, отриманими при повторному виконанні дослідів.

Після виключення промахів необхідно повторно визначити \bar{Y} , ΔY_i , S .

Знаходять абсолютну похибку результату вимірювань, яка називається також довірчим інтервалом:

$$\Delta Y = \frac{t_{кр} \cdot S}{\sqrt{n}}. \quad (2.4)$$

Якщо величина похибки результату вимірювань ΔY виявиться близькою за величиною до похибки δ вимірювального пристрою, то у якості границі довірчого інтервалу слід взяти величину:

$$\Delta Y = \sqrt{\frac{t_{кр} \cdot S}{n} + \frac{4}{9} \delta^2}. \quad (2.5)$$

Записується остаточний результат вимірювання у вигляді:

$$Y = \bar{Y} \pm \Delta Y. \quad (2.6)$$

Оцінюється відносна похибка результату даної серії вимірювань:

$$\varepsilon = \frac{\Delta Y}{Y} \cdot 100\%. \quad (2.7)$$

Розглянемо приклад обробки результатів однієї з серій вимірювань при вивченні впливу параметрів режиму повітряноплазмового різання на ширину різу. Припустимо, було виконано декілька разів при одному з заданих значень параметрів та отримані наступні значення ширини різу: 4,4 мм; 4,8 мм; 4,9 мм; 5,7 мм; 4,2 мм. Заміри виконані штангенциркулем з ціною поділки 0,1 мм.

Обробка результатів вимірювань показує, що середня ширина різу:

$$\bar{Y} = \frac{4,4+4,8+4,9+5,7+4,2}{5} = 4,8.$$

Похибка окремих результатів вимірювань дорівнює:

$$\Delta Y_1 = 0,4; \Delta Y_2 = 0; \Delta Y_3 = -0,1; \Delta Y_4 = -0,9; \Delta Y_5 = 0,6.$$

Середня квадратична похибка:

$$S = \sqrt{\frac{0,4^2 + 0 + 0,1^2 + 0,9^2 + 0,6^2}{4}} = 0,6.$$

Перевірка результатів четвертого дослідження показує, що він не є промахом, так як:

$$0,9/0,6 = 1,5 \leq t_{кр}.$$

Для $f = 4 \rightarrow \alpha = 0,95; t_{кр} = 2,78$.

Абсолютна похибка результату вимірювань $\Delta Y = \frac{2,78 \cdot 0,6}{\sqrt{5}} = 0,7$.

Так як вона значно більша за похибку штангенциркуля, то дане значення можна прийняти за величину довірчого інтервалу.

Отже, істинне значення ширини різку при заданому значенні параметрів буде знаходитись в межах $4,8 \pm 0,7$ мм.

Відносна похибка даного досліду складає:

$$\frac{0,7}{4,8} \cdot 100\% = 14,6\%.$$

2.2 Оцінка точності результатів непрямих вимірювань

В багатьох інженерних експериментах приходиться виконувати непрямі вимірювання. При непрямих вимірюваннях за допомогою приладів виконуються заміри однієї або декількох величин, однак для отримання остаточного результату ці вимірювання повинні певним чином комбінуватись за допомогою деяких математичних дій.

У такому випадку помилка остаточного результату (непрямого вимірювання) обумовлена, переважно помилками прямих вимірювань.

Наприклад, для визначення об'єму циліндра необхідно виміряти його діаметр та висоту. Помилка визначення об'єму в значній мірі залежить від точності заміру вказаних величин. При визначенні міцності матеріалів, точність їх визначення залежить від помилок заміру навантаження та площі поперечного перерізу зразків та ін.

Нехай результат непрямого заміру Z можна представити у вигляді певної функції від результатів прямих замірів X , Y , V та ін. $Z = f(X, Y, V)$.

У такому випадку абсолютна похибка вимірювання (величина довірчого інтервалу) у загальному вигляді може бути представлена наступним чином:

$$\Delta Z = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial X}\right)^2 \cdot \Delta X^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial Y}\right)^2 \cdot \Delta Y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial V}\right)^2 \cdot \Delta V^2 + \dots} \quad (2.8)$$

де $\Delta X, \Delta Y, \Delta V$ – довірчі інтервали вимірювання величин X , Y , V .

Відносна похибка буде дорівнювати:

$$\varepsilon_Z = \frac{\Delta Z}{Z} \cdot 100\%.$$

На підставі формули 2.8 можна виділити декілька окремих випадків, які найбільш часто зустрічаються на практиці:

а) похибка суми величин $Z = X + Y$:

$$\Delta Z = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}; \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_Z = \frac{\sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}}{\bar{X} + \bar{Y}} \cdot 100\%. \quad (2.10)$$

б) похибка різниці величин $Z = X - Y$:

$$\Delta Z = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2};$$

$$\varepsilon_Z = \frac{\sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}}{\bar{X} - \bar{Y}} \cdot 100\%. \quad (2.11)$$

Аналізуючи вирази 2.10 та 2.11 ми бачимо, що відносна похибка суми може бути меншою за похибку кожного з вимірювань окремо, тоді як похибка різниці може значно перевищувати похибку окремих вимірювань, особливо при близьких значеннях величин \bar{X} та \bar{Y} .

На це необхідно особливо звертати увагу, так як після виконання навіть дуже точних вимірювань можна отримати неточні результати.

При будь-якій кількості величин, що додаються або віднімаються, квадрат абсолютної помилки результату рівний сумі квадратів помилок окремих вимірювань.

в) похибка добутку $Z = X \cdot Y$:

$$\Delta Z = \sqrt{\bar{Y}^2 \cdot \Delta X^2 + \bar{X}^2 \cdot \Delta Y^2}. \quad (2.12)$$

$$\varepsilon_Z \frac{\sqrt{\bar{Y}^2 \cdot \Delta X^2 + \bar{X}^2 \cdot \Delta Y^2}}{\bar{X} \cdot \bar{Y}} \cdot 100 = \sqrt{\varepsilon_X^2 \cdot \varepsilon_Y^2}. \quad (2.13)$$

г) похибка відношення двох величин $Z = \frac{X}{Y}$:

$$\Delta Z = \sqrt{\frac{1}{Y^2} \cdot \Delta X^2 \cdot \frac{\bar{X}^2}{\bar{Y}^4} \cdot \Delta Y^2} \cdot 100. \quad (2.14)$$

$$\varepsilon_Z = \frac{Y}{X} \sqrt{\frac{1}{Y^2} \cdot \Delta X^2 \cdot \frac{\bar{X}^2}{\bar{Y}^4} \cdot \Delta Y^2} \cdot 100 = \sqrt{\varepsilon_X^2 \cdot \varepsilon_Y^2}. \quad (2.15)$$

З відношень 2.14 та 2.15 видно, що квадрат відносної помилки добутку або частки рівний сумі квадратів відносних помилок окремих вимірювань. Це справедливо при будь-якій кількості складових у добутку або співвідношенні та зручно для запам'ятовування. Тому при оцінці точності добутку або частки зручніше визначати першочергово відносну помилку непрямого вимірювання, а потім, виходячи з відносної помилки та середнього значення вимірюваної величини, визначати величину довірчого інтервалу.

Вираз 2.12 можна розширити для будь-якого числа множників, а також для зведення до будь-якого ступеню.

З викладеного вище випливає, що при оцінці точності непрямих вимірювань, необхідно першочергово обробити результати прямих вимірювань кожної величини, що входить у визначення шуканої функції; відсіяти промахи прямих вимірювань, знайти абсолютні та відносні помилки прямих вимірювань, розрахувати відносну помилку та величину довірчого інтервалу величини, що визначається.

Розглянемо приклад з оцінки точності результатів непрямих вимірювань.

Приклад 2.1.

Оцініть істинне значення та точність визначення площі поперечного перерізу зварного шва у одній з серій дослідів.

Площа поперечного перерізу шва визначалась по формулі:

$$F = \frac{2}{3} b(h + c).$$

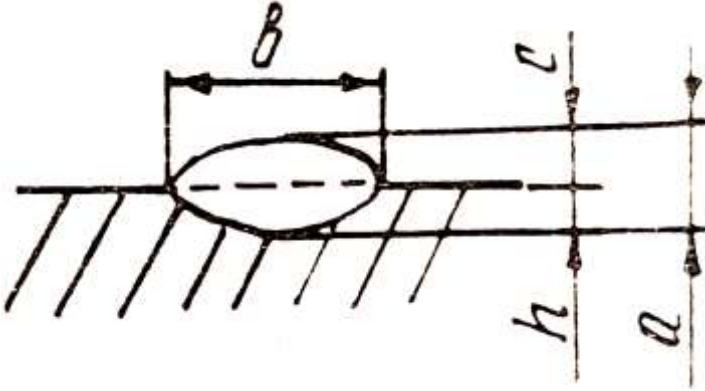


Рисунок 2.1 – Переріз зварного шва

У процесі експерименту замірялась ширина шва b та загальна «товщина» шва a , що дорівнює $(h + c)$.

Було проведено по 4 заміри штангенциркулем з ціною поділки 0,1 мм та отримані наступні значення, мм:

b	21	20,6	22,0	21,6
a	10,8	10,6	10,4	11,0

Середні значення дорівнюють:

$$\bar{b} = \frac{21+20,6+22,0+21,6}{4} = 21,30 \text{ мм};$$

$$\bar{a} = \frac{10,8+10,6+10,4+11,0}{4} = 10,7 \text{ мм}.$$

Середні квадратичні помилки:

$$S_b = \sqrt{\frac{0,3^2 + 0,4^2 + 0,2^2 + 0,3^2}{4}} = 0,53;$$

$$S_a = \sqrt{\frac{0,1^2 + 0,1^2 + 0,3^2 + 0,3^2}{4}} = 0,26.$$

Промаків немає в обох випадках, так як:

$$\text{для } b = \frac{0,7}{0,53} < t_{\text{кр}} = 3,2;$$

$$\text{для } a = \frac{0,3}{0,26} < t_{\text{кр}} = 3,2.$$

Абсолютна похибка вимірювання:

$$\Delta b = \frac{3,2 \cdot 0,53}{\sqrt{4}} = 0,85;$$

$$\Delta a = \frac{3,2 \cdot 0,26}{\sqrt{4}} = 0,42.$$

Ці величини в декілька разів перевищують похибку штангенциркуля, тому останню можна не брати до уваги.

Відносна похибка вимірювання:

$$\varepsilon_b = \frac{0,85}{21,3} \cdot 100\% = 4\%;$$

$$\varepsilon_a = \frac{0,42}{10,7} \cdot 100\% = 3,9\%.$$

Середнє значення площі перерізу зварного шва дорівнює:

$$\bar{F} = \frac{2}{3} 21,3 \cdot 10,7 = 152 \text{ мм}^2.$$

Відносна похибка визначення площі дорівнює:

$$\varepsilon_F = \sqrt{\varepsilon_b^2 + \varepsilon_a^2} = \sqrt{4^2 + 3,9^2} = 5,6\%.$$

Довірчий інтервал дорівнює:

$$\Delta F = \frac{5,6}{100} \cdot 152 = 8,5.$$

Отже, істинна величина площі знаходиться в межах:

$$\bar{F} = (152 \pm 8,5) \text{ мм}^2.$$

Якщо при розрахунку площі перерізу шва, замість множника $2/3$ взяти наближене його значення у десяткових дробах $0,66(6)$, то при визначенні помилки площі, необхідно враховувати й помилку визначення цього числа.

Відносна помилка використання замість $2/3$ числа $0,6$ складає $11,1\%$, числа $0,66 - 1,1\%$, числа $0,666 - 0,1\%$.

При обробці усіх результатів вимірювань особливої уваги лід приділити округленню розрахунків. Число значущих цифр результату обмежено. Воно визначається порядком величини абсолютної похибки. Звісно, якщо величина абсолютної похибки вимірювань складає десяті долі одиниць вимірювань, тобто якщо ми не ручаємось за правильність десятих долей, то і в результаті при округленні необхідно залишити тільки десяті долі (оскільки немає сенсу зберігати соті долі, якщо ми не ручаємось за правильність десятих долей). Слід пам'ятати, що будь-яке округлення чисел являє собою систематичну похибку.

Тому всі обчислення остаточного результату слід виконувати с числом значущих цифр, отриманих при вимірюваннях (для наступного округлення результату).

Зі сказаного випливає, що при відносній похибці вимірювань порядку $1\% \dots 10\%$ розрахунки можна проводити, користуючись трьома значущими цифрами (для цього достатньо логарифмічної лінійки); при відносній похибці вимірювання $0,1\% \dots 1\%$ розрахунки необхідно проводити з чотирма значущими цифрами.

Іншими словами, відносна похибка, отримана в результаті обчислень, повинна бути приблизно на порядок (тобто в 10 разів) меншою за похибки результату непрямих вимірювань.

При використанні у розрахунках різних ірраціональних та трансцендентних чисел, наприклад $\sqrt{2}$, π необхідно також звертати увагу на число значущих цифр. Число значущих цифр повинно бути таким, щоб відносна похибка числа з прийнятою кількістю цифр була на порядок меншою за похибки прямих вимірювань.

Наприклад, при округленні трансцендентного числа $\pi_{\text{пр}}$, тобто замінюючи на наближене значення π , ми допускаємо відносну похибку $\varepsilon_{\pi} = \frac{\Delta\pi}{\pi} \cdot 100\%$, де $\Delta\pi = \pi - \pi_{\text{пр}}$ з певним знаком, рівні:

$\pi_{\text{пр}} = 3$	$\Delta\pi \approx +0,142$	$\varepsilon_{\pi} = +5\%$
$\pi_{\text{пр}} = 3,1$	$\Delta\pi \approx +0,0416$	$\varepsilon_{\pi} = +1,3\%$
$\pi_{\text{пр}} = 3,14$	$\Delta\pi \approx +0,0016$	$\varepsilon_{\pi} = +0,05\%$
$\pi_{\text{пр}} = 3,142$	$\Delta\pi \approx -0,00041$	$\varepsilon_{\pi} = -0,01\%$

Тому, якщо відносна похибка прямих вимірювань знаходиться у межах 1%...10%, то число $\pi_{\text{пр}}$ необхідно приймати рівним 3,14; якщо відносна похибка вимірювання знаходиться у межах 0,2%...1%, то число $\pi_{\text{пр}}$ слід приймати рівним 3,142.

При округленні чисел слід користуватись наступним правилом: якщо перша цифра, яку відкидають, менша від п'яти, то останню, яка залишилась, не змінюють; якщо цифра, яку відкидають, більша за п'ять, то цифру, що залишилась, збільшують на одиницю. Якщо цифра, яку відкидають, дорівнює п'яти, а за нею є ще значущі цифри, то при відкиданні цифри п'ять в процесі округлення цифру, яка залишилась, також збільшують на одиницю.

Наприклад, необхідно округлити до трьох значущих цифр числа 27,234; 38,686; 621,51.

Після округлення до трьох значущих цифр вони будуть мати вигляд: 27,2; 38,7; 622.

Якщо цифра, яку відкидають, дорівнює п'яти, а за нею немає значущих цифр, то округлення виконується на найближче парне число.

Наприклад, після округлення до чотирьох значущих цифр наведені нижче числа приймуть наступний вигляд:

$$361,65 \rightarrow 361,6;$$

$$482,75 \rightarrow 482,8;$$

$$12,785 \rightarrow 12,78.$$

Результати обробки прямих та непрямих вимірювань, виконаних при проведенні експерименту, використовуються для складання ілюстративних таблиць (таблиць зображень), побудови графічних залежностей, пошуку параметрів математичних моделей.

3 КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ І КОНТРОЛЮ ПІДГОТОВЛЕНOSTІ СТУДЕНТІВ ДО РОБОТИ

1. Скажіть, в яких випадках необхідно проводити обробку результатів експерименту?
2. Поясніть, як прийнято розділяти помилки, що зустрічаються при проведенні експериментів.
3. Сформулюйте закони, відповідно до яких проводиться обробка результатів вимірів.
- 4 Скажіть, за яким законом у більшості інженерних експериментів розподіляються випадкові помилки?
5. Поясніть, в якій послідовності доцільно виконувати обробку результатів прямих вимірювань?
6. Розкажіть, яким чином знаходять абсолютну похибку результату вимірювань.
7. Поясніть, яку величину слід взяти в якості границі довірчого інтервалу, якщо величина похибки результату вимірювань ΔU виявиться близькою за величиною до похибки δ вимірювального пристрою?
8. Розкажіть, в якому вигляді записується остаточний результат вимірювання.
9. Поясніть, яким чином виконуються непрямі вимірювання.
10. Сформулюйте правило, яким слід користуватись при округленні чисел.

4 МАТЕРІАЛИ, ІНСТРУМЕНТ, ПРИЛАДИ, ОБЛАДНАННЯ

Вихідним матеріалом для проведення роботи являються результати експериментів у вигляді від таблиць або записів, які були виконані при випробуваннях на кафедрі ОТЗВ. Наприклад, результати дослідження інтенсивності абразивного зношування наплавленого металу в залежності від його хімічного складу; впливу струму на

геометричні параметри наплавленого валика; дослідження впливу одного і з можливих параметра умов зношування на зносостійкість металу та інше.

5 ВКАЗІВКИ З ТЕХНІКИ БЕЗПЕКИ

1. До лабораторних робіт допускаються студенти після інструктажу з охорони праці та пожежної безпеки.
2. Забороняється вмикати електричні прилади та обладнання без дозволу завідуючого лабораторією або викладача.
3. У випадку виявлення неполадок обладнання студент повинен негайно повідомити викладача або завідуючого лабораторією.
4. У випадку виникнення пожежі або поразки електричним струмом студенти повинні діяти у відповідності із затвердженими інструкціями з охорони праці та пожежної безпеки.

6 ПОРЯДОК ПРОВЕДЕННЯ ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ

1. Отримати у викладача результати експериментів. Для різних студентів ці дані будуть відрізнятися.
2. Вияснити, які вимірювання проводилися – прямі чи непрямі.
3. Обробити і округлити отримані числа до необхідної кількості значущих цифр.
4. Визначити середнє значення вимірюваної величини.
5. Знайти похибки окремих вимірювань.
6. Обчислити середню квадратичну похибку окремих вимірювань.
7. Перевірити наявність можливих промахів.
8. Якщо виявлені промахи, то відповідні результати дослідження слід відкинути або замінити новими, отриманими при повторному виконанні дослідів.
9. Після виключення промахів необхідно повторно визначити \bar{U} ,

$\Delta U_i, S$.

10. Знайти абсолютну похибку результату вимірювань (довірчий інтервал).
11. Записати остаточний результат вимірювання.
12. Скласти звіт.

7 ЗМІСТ ЗВІТУ

1. Найменування і мета практичної роботи.
2. Привести загальну послідовність обробки результатів експериментів.
3. Провести обробку даних, які отримали у викладача приводячи формули, які при цьому використовуються.
4. Дати висновки відносно точності результатів, які Вами були оброблені в даній роботі.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Білушак Г.І., Чабанюк Я. М. Теорія ймовірностей і математична статистика. Практикум. Львів, 2001. 418 с.
2. Філіпченко А. С. Основи наукових досліджень. Конспект лекцій: Посібник. К.: Академвидав, 2004. 208 с.
3. Основи наукових досліджень. Організація самостійної та наукової роботи студента: Навч. посібник / Я.Я.Чорненький, Н.В. Чорненька, С.Б. Рибак та ін. К.: ВД«Професіонал», 2006. 208 с.
4. Чернілевський Д. В. Методологія наукової діяльності: Навчальний посібник / За ред. професора Д. В. Чернілевського. Вінниця: Вид-во АМСКП, 2010. 484 с.
5. Шейко В.М., Кушнарєнко Н.М. Організація та методика науково-дослідницької діяльності: Підручник. 2-ге вид., перероб. і доп. К.: Знання-Прес, 2002. 295 с.
6. Основи метрології та вимірювань/Д.Б. Головка, К.Г. Реґо, Ю.О. Скрипник. К.: Либідь, 2001. 408с.

ДОДАТОК А

Значення $t_{кр}$ при 5%-му рівні значимості

Число ступенів свободи	1	2	3	4	5	6	7	8
Значення	12,71	4,30	3,18	2,78	2,57	2,45	2,37	2,30
Число ступенів свободи	9	10	11	12	13	14	15	16
Значення	2,26	2,23	2,20	2,18	2,16	2,14	2,13	2,12
Число ступенів свободи	17	18	19	20	21	22	23	24
Значення	2,11	2,10	2,09	2,09	2,08	2,07	2,07	2,06
Число ступенів свободи	25	26	27	28	29	30	31	32
Значення	2,06	2,06	2,05	2,05	2,05	2,04	2,02	2,00