

УДК621.73.143:669.14.018.8

І. Ю. Кисільова<sup>1</sup>, д-р техн. наук В. Ю. Ольшанецький<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Національний університет, <sup>2</sup> Національний технічний університет,  
м. Запоріжжя

## ПРО ТЕОРЕТИЧНУ ОЦІНКУ РОЗПОДІЛУ ГУСТИНИ ДИСЛОКАЦІЙ У ФЕРИТНИХ КОРОЗІЙНОСТІЙКИХ СТАЛЯХ НА СТАДІЇ ЛІНІЙНОГО ЗМІЦНЕННЯ

*Із застосуванням імовірнісного підходу отримано розподіл густини дислокацій у феритних корозійностійких сталях на стадії лінійного зміцнення у вигляді гаусівського (нормального) закону.*

**Ключові слова:** густина дислокацій, розподіл, гаусівський (нормальний) закон.

Для поліпшення якості та ефективності використання листових хромистих корозійностійких сталей необхідно підвищувати їх технологічну пластичність. Оцінку деформівності таких матеріалів зазвичай проводять з урахуванням низки механічних властивостей. Однак ці методики не дозволяють із достатньою точністю оцінювати здатність металу до деформування і прогнозувати кількість браку при масовому виробництві. З цією метою в роботі досліджено розподіли параметрів тонкої структури та визначено можливі границі зміни їх значень; також зроблено спробу пов'язати розподіл характеристик тонкої структури з розподілами механічних властивостей, у першу чергу тих, що відповідають за якість пластичного деформування.

Спочатку розглянемо теоретичний підхід для розв'язання цього питання.

У роботі [1] отримано розподіл границі текучості сталі 03X18ТБч

$$f_1(\tau) = \frac{1}{S_\tau \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\tau - \bar{\tau}}{S_\tau} \right)^2 \right], \quad (1)$$

де  $\bar{\tau}$ ,  $S_\tau$  – оцінки математичного сподівання та стандарту розподілу.

Пластичну деформацію викликає незворотнє переміщення дефектів кристалічної ґратки – дислокацій. Перехід від пружної деформації до пластичної залежить від властивостей дислокацій, які, у свою чергу, визначаються характером зв'язків у кристалічній ґратці, типом кристалічної ґратки, наявністю в ній включень та дефектів іншої мірності. При пластичному деформуванні істотну роль відіграє не тільки рух, а

і розмноження дислокацій, що приводить до появи їх накопичень. Іншими словами, збільшення кількості дислокацій є основною причиною деформаційного зміцнення, причому це зміцнення визначається не стільки властивостями окремих дислокацій, скільки їх поведінкою у великих накопиченнях. Особливості формування дислокаційної структури металів і визначає процес зміцнення, який може бути описаний відповідною кривою [2].

При динамічному підході для визначення зміцнення необхідно знати густину рухомих дислокацій та динамічні характеристики їх поведінки. Експериментально важко дослідити динаміку руху окремої дислокації в накопиченні і густину дислокацій у певний момент часу. Тому використаємо рекомендації [3] і будемо вважати, що загальна густина дислокацій дорівнює густині рухомих дислокацій. У зв'язку з такою невизначеністю, процеси зміцнення матеріалу дослідимо з імовірнісної точки зору шляхом побудови законів розподілу дислокацій та їх накопичень.

Оскільки на першій стадії зміцнення (стадії легкого ковзання) в будь-якому кристаліти одночасно існує велика кількість дислокацій, розташованих одна від іншої на відносно малих відстанях, то їх накопичення доцільно розглядати усереднено неперервними. Іншими словами, треба розглядати «фізично нескінченно малі» елементи окремого кристала, які містять достатньо великі кількості дислокаційних ліній.

Розглянемо сукупність великої кількості однакових прямолінійних дислокацій, які є паралельними певному напрямку та розташовані в одній площині ковзання, а також запишемо рівняння їх рівноважного стану.

Для однієї ізольованої дислокації вектор Бюргерса  $b$  є скінченим приростом пружного переміщення  $u$  і дорівнює за величиною і напрямком одному із періодів кристалічної ґратки. Математично вектор  $b$  можна зобразити криволінійним інтегралом від вектора  $\vec{u}$  по будь-якому замкненому контуру, який охоплює лінію дислокації [4]:

$$b = \oint_{\gamma} \vec{du}.$$

де  $\gamma$  – довжина контура, що охоплює умовну лінію дислокації

Визначення рівнянь, що описують головний параметр дислокаційної структури, здійснюється шляхом введення функції густини дислокацій  $\rho(x)$ . У загальному випадку густина дислокацій є тензором  $\rho_{ik}$ , інтеграл від якого по поверхні  $S$ , що спирається на певний контур  $\gamma$ , дорівнює сумарному вектору Бюргерса  $B$  усіх дислокаційних ліній, тобто

$$\int_S \rho_{ik} dS = B.$$

Відомо, що інтеграл по поверхні можна привести до лінійного інтеграла, користуючись формулою Сто-

кса; тому в даному одновимірному випадку рівняння для обчислення сумарного вектора Бюргерса матиме вигляд

$$B = \int_{-L}^L \rho(x) dx, \quad (2)$$

де  $x = \pm L$  ( $L$  – довжина кристала).

Якщо вісь  $Z$  паралельна лініям дислокацій, то площина  $XOZ$  збігається з площиною ковзання. Для визначеності приймемо, що вектори Бюргерса спрямовані уздовж осі  $OX$ . Тоді проекція сили на вісь  $OX$  дорівнює, згідно [5],

$$F = B\sigma_{xy},$$

де  $\sigma_{xy}$  – проекція напруження в точці розташування дислокації.

Пружне напруження, яке утворюється однією прямолінійною дислокацією, спадає обернено пропорційно відстані від неї і діє на іншу дислокацію, що розташована поблизу першої. Вираз для сили  $F$  може бути використаний для розрахунку в точці  $x$  напруження, яке утворене дислокацією, що знаходиться в точці  $x_1$ , має вигляд

$$\sigma_{xy} = \frac{BD}{x - x_1}, \quad (3)$$

де  $D$  – постійна порядку величини пружного модуля

кристала і дорівнює  $D = \frac{G}{2\pi(1-\nu)}$  [5].

Повне значення проекції напруження  $\sigma_{xy}$ , яке утворюється в точці  $x$  усіма дислокаціями, обчислимо шляхом інтегрування виразу (3) із використанням (2)

$$\sigma_{xy}(x) = D \int_{-L}^L \frac{\rho(t) dt}{t - x}. \quad (4)$$

Для того щоб у рівнянні (4) врахувати особливість  $x = t$ , цей невластивий інтеграл (тут і далі) слід розуміти в головному значенні Коші [6].

Якщо на кристаліт діє зовнішнє напруження  $P(x, y)$ , то кожна дислокація знаходитиметься під дією сили:

$$F = B[\sigma_{xy}(x) - \tau(x)], \quad (5)$$

де  $\sigma_{xy}(x)$  – повне напруження, що утворюють всі дислокації в точці  $x$ , причому  $\tau(x) = P(x, 0)$ .

Умова рівноваги дислокацій полягає в наданні сили (5) нульового значення. Після проведення алгебраїчних перетворень, із врахуванням формули (4), отри-

маємо інтегральне рівняння з ядром Коші для визначення рівноважного розподілу густини дислокації  $\rho(x)$ :

$$\int_{-L}^L \frac{\rho(t) dt}{t-x} = \frac{\tau(x)}{D}. \quad (6)$$

Для розв'язання цього інтегрального рівняння використаємо вираз (3) та отримаємо:

$$\rho(x) = \frac{B}{\pi\sqrt{L^2 - x^2}}.$$

Припустимо, що при наявності перешкод існує і зовнішнє поле напружень  $P(x)$ . Знайдемо розподіл дислокацій в однорідному полі напружень  $P(x) = \tau$ . У випадку існування перешкод на одному кінці відрізка  $[-L, L]$  обчислення інтеграла (6) дає:

$$\rho(x) = \frac{\tau}{\pi D} \sqrt{\frac{2L}{x-L}}.$$

У випадку наявності перешкод на обох кінцях відрізка  $[-L, L]$  вибираємо початок відліку  $x$  в точці  $x=0$  і отримуємо функцію:

$$\rho(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{L^2 - x^2}} \left( \frac{\tau}{D} x + B \right), \quad (7)$$

де  $D = \frac{G}{2\pi(1-\nu)}$ .

Для визначення закону розподілу густини дислокацій  $\rho(x)$  використаємо метод перетворення функції випадкового аргумента [7]. Також введемо у функційній залежності (7) безвимірну координату  $\alpha = x/L$  та відповідно отримаємо залежність:

$$\rho(\alpha) = \frac{\bar{\tau} \cdot \alpha}{D\pi\sqrt{1-\alpha^2}} + \frac{B}{\pi L\sqrt{1-\alpha^2}}.$$

Покладемо тут  $x = 0,5 L$  та коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0,3$ . Тоді густина дислокацій дорівнюватиме:

$$\rho(\tau) = \frac{1}{G\sqrt{3}} \tau + \frac{2B}{\pi L\sqrt{3}}. \quad (8)$$

Введемо функцію розподілу  $Q(\rho)$  для густини дислокацій:

$$Q(\rho) = \int_a^{\tau(\rho)} f(\tau) d\tau, \quad (9)$$

де  $\tau(\rho)$  визначається з виразу (8), а  $f(\tau)$  – диференційна

функція розподілу границі текучості (1). Після перетворень отримаємо:

$$\tau(\rho) = \frac{D\pi\sqrt{1-\alpha^2}}{\alpha} \left( \rho - \frac{B}{\pi L\sqrt{1-\alpha^2}} \right). \quad (10)$$

Для отримання розподілу густини дислокацій застосуємо методику перетворення функцій випадкового аргумента [7]. Диференційну функцію  $q(\rho)$  розподілу густини дислокацій визначимо шляхом диференціювання інтегральної функції (9) по змінній  $\rho$ . Оскільки змінна  $c$  є аргументом функції верхньої границі цього інтеграла, то  $q(\rho)$  визначиться як

$$q(\rho) = f'[\tau(\rho)] \left| \frac{d\tau}{d\rho} \right|. \quad (11)$$

Границя текучості  $f(\tau)$  для кожного кристаліту має нормальний розподіл [1]. Після підстановки (1) в (11) з використанням (10) та проведення алгебраїчних перетворень отримаємо шуканий розподіл густини дислокацій у вигляді теж нормального закону

$$q(\rho) = \frac{1}{\sigma_\rho \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\rho - m_\rho}{\sigma_\rho} \right)^2 \right], \quad (12)$$

де характеристики закону розподілу складають співвідношення:

$$m_\rho = \frac{b}{\pi L\sqrt{1-\alpha^2}} + \frac{\bar{\tau} \cdot \alpha}{D\pi\sqrt{1-\alpha^2}}; \quad \sigma_\rho = \frac{S_\tau \cdot \alpha}{D\pi\sqrt{1-\alpha^2}}.$$

Для сталі 03X18ТБч визначено параметри розподілу густини дислокацій та побудовано графіки розподілів (рис. 1) за різними режимами:

1. Режим № 1 – гарячекатаний підкат + деформація 20 % + нагрів 780 °С + холодне прокатування + рекристалізаційна обробка 900 °С;

2. Режим № 2 – гарячекатаний підкат + гартування 980 °С (2–3 хв, вода) + нагрів 780 °С + холодне прокатування + рекристалізаційна обробка 900 °С;

3. Режим № 3 – гарячекатаний підкат + відпалювання 780 °С + холодне прокатування + рекристалізаційна обробка 900 °С;

4. Режим № 4 (без попередньої обробки) – гарячекатаний підкат + холодне прокатування + рекристалізаційна обробка 900 °С.

Отже можна побачити, що у свою чергу для «нерівноважних» режимів обробки (режим № 3 та режим № 4) розподіли характеризуються більшими значеннями дисперсії густини дислокацій. Внаслідок цього маємо великий розбіг густин дислокацій, що у свою чергу призводить до нерівномірності пластичної деформації та погіршення пластичних властивостей. Для «рівноважних» режимів характерними є вузькі розпо-

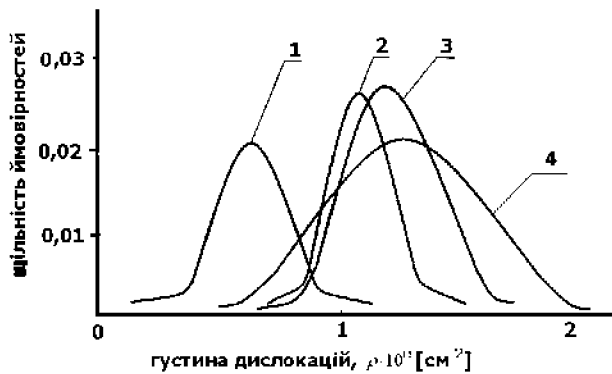


Рис. 1. Розподіли густини дислокацій:

1 – режим №1, 2 – режим № 2, 3 – режим № 3, 4 – режим № 4

діли густини дислокацій.

Таким чином, за умови лінійного зміцнення, густина дислокацій має типовий нормальний розподіл. На другій стадії процесу зміцнення класичні моделі зміцнення передбачають існування параболічних залежностей між напруженням та густиною дислокацій з одного боку, і між напруженням та деформацією – з іншого [1, 8].

#### Перелік посилань

1. Ольшанецкий В. Ю. Імовірнісні форми розподілу густини дислокацій в сталі / В. Ю. Ольшанецкий, І. Ю. Нагорна // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2003. – № 5. – С. 96–100.
2. Деформационное упрочнение и развитие дислокационной структуры в поликристаллических ОЦК-металлах / [В. И. Трефилов, В. Ф. Моисеев, Е. П. Пешковский та ін.] // Известия вузов. Физика. – 1987. – № 9. – С. 25–33.
3. Смирнов Б. И. Дислокационная структура и упрочнение металлов / Б. И. Смирнов – Л.: Наука, 1981. – 235 с.
4. Коттрелл А. Х. Дислокации и пластическое течение в кристаллах / А. Х. Коттрелл; [пер.с англ]. – М.: Металлургиздат, 1958. – 264 с.
5. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Теория упругости / Л. Д. Ландау, Е. М. Лившиц. – М.: Наука, 1965. – 203 с.
6. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления / Г. М. Фихтенгольц. – М.: Наука, 1966. – Т. 2. – 379 с.
7. Герасимович А. И. Математическая статистика / А. И. Герасимович. – М.: Высшая школа, 1983. – 279 с.
8. Ольшанецкий В. Ю. Закон розподілу густини дислокацій у кристалічній структурі корозостійкої сталі / В. Ю. Ольшанецкий, І. Ю. Нагорна // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2002. – №3. – С. 104–106

Одержано 15.11.2010

#### Кисилева И.Ю., Ольшанецкий В.Е. О теоретической оценке распределения плотности дислокаций в ферритных коррозионностойких сталях на стадии линейного упрочнения

С использованием вероятностного подхода получено распределение плотности дислокаций в ферритных коррозионностойких сталях на стадии линейного упрочнения в виде гауссовского (нормального) закона.

**Ключевые слова:** плотность дислокаций, распределение, гауссовский (нормальный) закон.

#### Kysilova I., Ol'shanetskiy V. Theoretical estimation of ferritic corrosionresistant steels dislocation density distributon for linear hardening

Using stochastic method the distribution of dislocation density for ferritic corrosionresistant steels for linear hardening has been obtained in Gauss (normal) form.

**Key words:** dislocation density, distribution, Gauss (normal) law.