

АНАЛІЗ ПОЛЯ ПЕРЕМІЩЕНЬ КІЛЬЦЯ

ПРИ РІВНОМІРНОМУ ОБЕРТАННІ

Методом комплексних потенціалів Мухелішвілі [1] в роботі розв'язується задача плоскої теорії пружності з урахуванням відцентрових сил інерції, які виникають при обертанні кільця радіусами R_1 , R_2 з кутовою швидкістю ω . Вважається, що на контур кільця діє рівномірно розподілена дотична сила T . Вважається також, що на елемент об'єму матеріалу кільця, розташований на відстані r від центру, діє відцентрова сила інерції, яка в розрахунку на одиницю об'єму дорівнює $df/dV = \rho\omega^2 r$, ρ – густина матеріалу.

Граничні умови:

$$\begin{cases} (X_x \cos \theta + X_y \sin \theta)|_{r=R_j} = -T_j \sin \theta, \\ (X_y \cos \theta + Y_y \sin \theta)|_{r=R_j} = T_j \cos \theta, \end{cases} \quad j = 1, 2.$$

За рахунок наявності відцентрових сил інерції диференціальні рівняння рівноваги є неоднорідними. Виокремлення розв'язку $u^{(0)} = axr^2$, $v^{(0)} = a_y r^2$ з поля переміщень при вдалому підборі параметру a перетворює ці рівняння на однорідні, але граничні умови ускладнюються до вигляду:

$$\begin{cases} (X_x \cos \theta + X_y \sin \theta)|_{r=R_j} = -T_j \sin \theta - N_j \cos \theta, \\ (X_y \cos \theta + Y_y \sin \theta)|_{r=R_j} = T_j \cos \theta - N_j \sin \theta, \end{cases} \quad j = 1, 2.$$

Тут позначено $N_j = 2aR_j^2(2\lambda + 3\mu)$, λ , μ – параметри Ляме. Отже, врахування відцентрових сил може бути здійснено шляхом введення додаткових фіктивних зовнішніх зусиль, нормальних до контуру кільця.

Тепер з граничної умови Колосова-Мухелішвілі [1, § 56, (2)] вдається визначити комплексні потенціали в замкненій формі:

$$\Phi = a_0, \quad \Psi(z) = \frac{\alpha + i\beta}{z^2},$$

$$a_0 = \frac{R_1^2 N_1 - R_2^2 N_2}{2(R_2^2 - R_1^2)}, \quad \alpha = \frac{R_1^2 R_2^2 (N_1 - N_2)}{R_2^2 - R_1^2}, \quad \beta = R_1^2 T_1 = R_2^2 T_2.$$

Відповідне поле переміщень набуває вигляду

$$\begin{cases} u = axr^2 + \frac{a_0}{\lambda + \mu} \cdot x + \frac{1}{2\mu} \cdot \frac{\alpha x + \beta y}{r}, \\ v = a_y r^2 + \frac{a_0}{\lambda + \mu} \cdot y + \frac{1}{2\mu} \cdot \frac{\alpha y - \beta x}{r}. \end{cases}$$

Кутові переміщення точок границя становлять $\Delta\theta = \frac{v_\theta|_{r=R_j}}{R_j}$, де v_θ –

переміщення точки вздовж дотичної до контуру. З використанням отриманого поля переміщень встановлюється незалежність взаємного кута повороту точок на зовнішній і внутрішній частинах контуру від кутової швидкості обертання. Отриманий результат збігається з результатом, викладеним в [2], де відцентрові сили інерції не враховано.

Висновки. В роботі методом комплексних потенціалів розв'язано граничну задачу для кільця, що обертається. Знайдено і проаналізовано поле переміщень. Встановлено, що відцентрові сили інерції не впливають на кутові деформації кільця.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1 Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости / Мусхелишвили Н.И. – М. : Наука, 1966. – 707 с.

2. Anpilohov D., Snizhko N. The angular deformation of the ring with reference to the centrifugal forces / D. Anpilohov, N. Snizhko // Math. J. Lobachevskii. – 2017. – № 2.