

Міністерство освіти і науки України
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ

Індивідуальні завдання
до самостійної роботи з дисципліни
ВИЩА МАТЕМАТИКА

для студентів денної форми навчання спеціальності
122 «Комп'ютерні науки»
(Частина 2)

2018

Індивідуальні завдання до самостійної роботи з дисципліни
“Вища математика” для студентів денної форми навчання
спеціальності 122 «Комп’ютерні науки» (Частина 2) / Укл.
Коротунова О. В. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2018. – 54 с.

Укладач: Коротунова О.В., доцент, к.т.н.

Експерт: Табунщик Г. В., доцент, к.т.н.

Рецензент: Мاستиновський Ю.В, професор, к.т.н.

Відповідальний за випуск: Коротунова О. В., доцент, к.т.н.

Затверджено на засіданні
кафедри прикладної математики
Протокол № 6 від 21.02.2018 р.

Рекомендовано до видання
НМК факультету комп’ютерних наук і технологій
Протокол № 7 від 27.02.2018 р.

ЗМІСТ

1. Функції кількох змінних	4
1.1. Завдання № 1.1	4
1.2. Завдання № 1.2	6
1.3. Завдання № 1.3	7
1.4. Завдання № 1.4	8
1.5. Завдання № 1.5	9
1.6. Завдання № 1.6	11
1.7. Завдання № 1.7	13
1.8. Завдання № 1.8	15
1.9. Завдання № 1.9	16
1.10. Завдання № 1.10	18
2. Диференціальні рівняння	20
2.1. Завдання № 2.1	20
2.2. Завдання № 2.2	22
2.3. Завдання № 2.3	23
2.4. Завдання № 2.4	25
2.5. Завдання № 2.5	26
2.6. Завдання № 2.6	28
2.7. Завдання № 2.7	29
2.8. Завдання № 2.8	31
2.9. Завдання № 2.9	32
2.10. Завдання № 2.10	33
3. Ряди	35
3.1. Завдання № 3.1	35
3.2. Завдання № 3.2	40
3.3. Завдання № 3.3	42
3.4. Завдання № 3.4	43
3.5. Завдання № 3.5	44
3.6. Завдання № 3.6	46
3.7. Завдання № 3.7	47
3.8. Завдання № 3.8	50
Література	54

1 ФУНКЦІЇ КІЛЬКОХ ЗМІННИХ

1.1 Завдання № 1.1. Знайти та зобразити на площині область визначення функції $z = f(x, y)$.

№ 1. $z = \sqrt{2x + y} + \sqrt{x - 2y}$

№ 2. $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$

№ 3. $z = \ln(x^2 + y)$

№ 4. $z = \lg(x^2 - 4y^2) - \sqrt{x^2 + y^2 - 4}$

№ 5. $z = \arccos x + \arcsin y$

№ 6. $z = \sqrt{4x^2 + 9y^2 - 36}$

№ 7. $z = \arcsin \frac{x}{y}$

№ 8. $z = \frac{1}{\sqrt{y - \sqrt{x}}}$

№ 9. $z = \sqrt{x^2 - y^2 - 1}$

№ 10. $z = \ln(x + y) - \ln(x - y)$

№ 11. $z = \ln(xy)$

№ 12. $z = \sqrt{\sin(x^2 + y^2)}$

№ 13. $z = \frac{\sqrt{x - y}}{x + y}$

№ 14. $z = \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{y^2 - 4}$

№ 15. $z = \sqrt{-(x - y)^2}$

$$\text{№ 16. } z = \lg(y - x - 2) + \sqrt{\frac{1}{x} - y}$$

$$\text{№ 17. } z = \arccos \frac{x}{x + y}$$

$$\text{№ 18. } z = \frac{x}{\ln(x^2 + y^2)}$$

$$\text{№ 19. } z = \operatorname{ctg}(\pi(x + y))$$

$$\text{№ 20. } z = \arccos\left(\frac{3x}{y}\right)$$

$$\text{№ 21. } z = \log_x y$$

$$\text{№ 22. } z = \sqrt{8x^2 - 2x - y}$$

$$\text{№ 23. } z = \ln(6 - 3x - 2y) + \sqrt{2x - y}$$

$$\text{№ 24. } z = \ln(-x^2 - y^2 - 2y)$$

$$\text{№ 25. } z = \frac{1}{\sqrt{4x^2 - y^2}}$$

$$\text{№ 26. } z = \lg(x^2 + y^2 - 2)$$

$$\text{№ 27. } z = \sqrt{2 - |x| - |y|}$$

$$\text{№ 28. } z = \ln\left(y - \frac{1}{x}\right) - \sqrt{y}$$

$$\text{№ 29. } z = \lg(4x^2 + 9y^2 - 36)$$

$$\text{№ 30. } z = \frac{1}{\sqrt{y^2 - |x|}}$$

1.2 Завдання № 1.2. Обчислити границю функції.

$$\text{№ 1. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \left(1 + \frac{1}{x^2 + y^2} \right)^{xy}$$

$$\text{№ 2. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(x^2 + y^2) \cos(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$$

$$\text{№ 3. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

$$\text{№ 4. } \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow \infty}} \left(1 + \frac{1}{xy} \right)^{-\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\text{№ 5. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{2 \arcsin(x^2 - y^2)}{x + y}$$

$$\text{№ 6. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{x + y}{x^2 - xy + y^2}$$

$$\text{№ 7. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \left(\frac{xy}{x^2 + y^2} \right)^{x^2}$$

$$\text{№ 8. } \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\ln(x + e^y)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\text{№ 9. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow 3}} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{\frac{x^2}{x+y}}$$

$$\text{№ 10. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x + y) \sin \frac{1}{x} \sin \frac{1}{y}$$

$$\text{№ 11. } \lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow +\infty}} (x^2 + y^2) e^{-(x+y)}$$

$$\text{№ 12. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2} - 1 - 1}$$

$$\text{№ 13. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 2}} \frac{\sin(xy)}{x}$$

$$\text{№ 14. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{x^2 y^2 + 1} - 1}{x^2 + y^2}$$

$$\text{№ 15. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1 - \cos(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2) x^2 y^2}$$

$$\text{№ 16. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (1 + 2xy)_{xy}^5$$

$$\text{№ 17. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (1 + x^2 y^2)^{\frac{1}{x^2 + y^2}}$$

$$\text{№ 18. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{xy} - x}{\sin(\sqrt{x} - \sqrt{y})}$$

$$\text{№ 19. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin 3x^2}{\sin 5y^2}$$

$$\text{№ 20. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{(x^2 - 1)(xy + 1)}{x^2 y^2}$$

$$\text{№ 21. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{\sqrt{xy + 1} - 1}$$

$$\text{№ 22. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow 2}} \left(1 + \frac{y}{x} \right)^x$$

$$\text{№ 23. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + 2x - xy - 2y}$$

$$\text{№ 24. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + x^2 y^2}}{x^2 + y^2}$$

$$\text{№ 25. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{(y^2 + 3x + 4)x}{y^2(2x^3 + 1 - x)}$$

$$\text{№ 26. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{xy} - 2\sqrt{x}}$$

$$\text{№ 27. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{x + y}{x^2 + y^2}$$

$$\text{№ 28. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{1 + x + y} - 1}{x + y}$$

$$\text{№ 29. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{e^{-\frac{1}{x^2 + y^2}}}{x^4 + y^4}$$

$$\text{№ 30. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$$

1.3 Завдання № 1.3. Побудувати лінії рівня функції $z = f(x, y)$.

$$\text{№ 1. } z = \sqrt{xy + 2}$$

$$\text{№ 2. } z = x^2 - 2x + y^2$$

$$\text{№ 3. } z = x + y$$

$$\text{№ 4. } z = \frac{y}{x^2}$$

$$\text{№ 5. } z = x^2 - y^2$$

$$\text{№ 6. } z = 1 - |x| - |y|$$

$$\text{№ 7. } z = \frac{2x}{x^2 + y^2}$$

$$\text{№ 8. } z = \ln(x^2 + y)$$

$$\text{№ 9. } z = x^2 + y^2$$

$$\text{№ 10. } z = \arcsin(xy)$$

$$\text{№ 11. } z = \frac{1}{4 - x^2 - y^2}$$

$$\text{№ 12. } z = x \cdot y$$

$$\text{№ 13. } z = \frac{x}{y}$$

$$\text{№ 14. } z = 4x^2 - y$$

$$\text{№ 15. } z = x^2 \cdot y$$

$$\text{№ 16. } z = 2y^2 - x$$

$$\text{№ 17. } z = \frac{1}{(x-1)^2 + (y-1)^2}$$

$$\text{№ 18. } z = 2x + y$$

$$\text{№ 19. } z = y^2 + x - 2y + 1$$

$$\text{№ 20. } z = x^2 - 4x + 8y - 4$$

$$\text{№ 21. } z = \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4}$$

$$\text{№ 22. } z = \frac{\sqrt{x}}{y}$$

$$\text{№ 23. } z = \sqrt{xy}$$

$$\text{№ 24. } z = \frac{y^2}{25} - x^2$$

$$\text{№ 25. } z = x^2 + 2y + y^2$$

$$\text{№ 26. } z = x^2 - 4x + y$$

$$\text{№ 27. } z = \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9}$$

$$\text{№ 28. } z = x^2 + y^2 + 6x - 6y + 14$$

$$\text{№ 29. } z = \frac{x^2}{y}$$

$$\text{№ 30. } z = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}}$$

1.4 Завдання № 1.4. Знайти диференціали першого та другого порядків функції $z = f(x, y)$.

$$\text{№ 1. } z = \sin^2(2x + y)$$

$$\text{№ 2. } z = 3 \sin(x^3 + y^2) - 5x^3y - 7$$

$$\text{№ 3. } z = 8 \ln(xy^2) + 10xy^2 - 8x$$

$$\text{№ 4. } z = 2e^{3x+y^2} - 2x^2y^2 + 9y$$

$$\text{№ 5. } z = 8 \cos(xy) - 3x - 12x^4y$$

$$\text{№ 6. } z = 3\sqrt{x^2 + y^2} - 5xy^3 + 8y$$

$$\text{№ 7. } z = x \sin(xy) + 5x^2y^2 - 7x$$

$$\text{№ 8. } z = 0,5 \ln(x^3 + y^2) - 9x^3y + 2x$$

$$\text{№ 9. } z = 8e^{x+y^3} - 3xy^3 + 7x - 3$$

$$\text{№ 10. } z = 8 \ln(x^2 + y^2) - 6x^2y^3 + 8x - 1$$

$$\text{№ 11. } z = \frac{x - y}{x + y}$$

$$\text{№ 12. } z = \frac{x^2}{y^2}$$

$$\text{№ 13. } z = x^2 \cdot \ln(x + y)$$

$$\text{№ 14. } z = (x + 2y)^2$$

$$\text{№ 15. } z = e^{x+y^2}$$

$$\text{№ 16. } z = \sin(xy^2)$$

$$\text{№ 17. } z = 3xy^3 + \sqrt{xy}$$

$$\text{№ 18. } z = \sqrt{\frac{2x^3}{y}}$$

$$\text{№ 19. } z = \sqrt[3]{x^2 + 2y^2}$$

$$\text{№ 20. } z = (\sqrt{x} - 2y)^2$$

$$\text{№ 21. } z = \frac{x + y}{x + y + 1}$$

$$\text{№ 22. } z = x^2 y^3 - \sqrt{x + y}$$

$$\text{№ 23. } z = \ln(2x^2 - y^2)$$

$$\text{№ 24. } z = x \cdot e^{\frac{\sin x}{y}}$$

$$\text{№ 25. } z = \operatorname{arctg} \frac{x + y}{1 - xy}$$

$$\text{№ 26. } z = e^{xe^y}$$

$$\text{№ 27. } z = \arcsin\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$\text{№ 28. } z = y^{\ln x}$$

$$\text{№ 29. } z = \frac{1}{3} \sqrt{(x^2 + y^2)^3}$$

$$\text{№ 30. } z = \ln \operatorname{tg}\left(\frac{x}{y}\right)$$

1.5 Завдання № 1.5. Знайти частинні похідні z'_x, z'_y неявно заданої функції.

$$\text{№ 1. } x^2 + z^2 - 2y^2 - 5x^z + 10z^3 - 5 = 0$$

$$\text{№ 2. } x^3 + 2y^3 + z^3 - 3xy - 2y + 3 = 0$$

$$\text{№ 3. } x \cos y + y \cos z + z \cos x = 1$$

$$\text{№ 4. } x^2 + y^2 - z^2 - xy = 0$$

$$\text{№ 5. } x + y + z = \operatorname{tg} \frac{z}{x^2 - y^2}$$

$$\text{№ 6. } x + y + z = e^{-(x+y+z)}$$

$$\text{№ 7. } z^2 = \sqrt{x^2 - y^2} \cdot e^z$$

$$\text{№ 8. } z^3 - 3xyz = x^3$$

$$\text{№ 9. } z = x + \operatorname{arctg} \frac{y}{z - x}$$

$$\text{№ 10. } \frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y} + 1$$

$$\text{№ 11. } x^3 - 2x^2y + 4x^3z + z^2 + 4 = 0$$

$$\text{№ 12. } x^2 - y^2 + xy^2 - xz^2 + z^3 - 1 = 0$$

$$\text{№ 13. } xz + xy - yz + xyz + 8 = 0$$

$$\text{№ 14. } \ln(z + 3) = xz - yx^2 + 3z$$

$$\text{№ 15. } x^3y + 3xyz - z^3 = 27$$

$$\text{№ 16. } e^{xy-1} = y \ln z - z^2x + 2y$$

$$\text{№ 17. } \sqrt{x^2 + y^2 + 2z^2} - y^3z - \frac{x^2}{z} = 0$$

$$\text{№ 18. } 2x^2 - y^2 + z^2 - 4z + y - 12 = 0$$

$$\text{№ 19. } x^2 - y^3 + z^2 - 2xy - 2xz - yz - 15 = 0$$

$$\text{№ 20. } 3x^2y^2 + 2xyz^2 - 2x^3z + 4y^3z - 4 = 0$$

$$\text{№ 21. } x^3 + y^3 + z^3 + xyz - 6 = 0$$

$$\text{№ 22. } x^2 + y^2 - z^2 + 6xy - z - 8 = 0$$

$$\text{№ 23. } xyz^2 + 2y^2 + 3yz + 4 = 0$$

$$\text{№ 24. } x^2 + z^2 - xz - yz + 5 = 0$$

$$\text{№ 25. } x^3 + 5y^2 - xy + 2z^2 + xz = 29$$

$$\text{№ 26. } 6xy^4z^2 - yzx^4 - 2xyz - 7 = 0$$

$$\text{№ 27. } \frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y} + 1$$

$$\text{№ 28. } z = x + \operatorname{arctg} \frac{y}{z-x}$$

$$\text{№ 29. } x^2yz + 2x^2z - 3xyz^2 - 5y^2z^3 + 2 = 0$$

$$\text{№ 30. } xz = ye^{\frac{x}{z}}$$

1.6 Завдання № 1.6. Користуючись правилом диференціювання складної функції, знайти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, якщо $z = z(u; v)$, $u = u(x; y)$,
 $v = v(x; y)$.

$$\text{№ 1. } z = u^2 \cdot \ln v; \quad u = 2x + y; \quad v = x - y^3.$$

$$\text{№ 2. } z = \frac{u^2}{v}; \quad u = \sqrt{x} + 2y; \quad v = xy.$$

$$\text{№ 3. } z = \frac{v^2}{u}; \quad u = \sqrt{x} + 2y; \quad v = x^2y.$$

$$\text{№ 4. } z = \ln \frac{u}{v}; \quad u = x + \sqrt[3]{y}; \quad v = x^2y.$$

$$\text{№ 5. } z = e^{u+v}; \quad u = \sin x + \sqrt[3]{y}; \quad v = xy.$$

$$\text{№ 6. } z = \ln \frac{u^2}{v}; \quad u = xy; \quad v = x^2 + y^3.$$

$$\text{№ 7. } z = \cos \frac{u^3}{v}; \quad u = xy; \quad v = 3x + y^4.$$

$$\text{№ 8. } z = \ln(u^2 + v^2); \quad u = x^3 y^2; \quad v = 6x + 2y.$$

$$\text{№ 9. } z = \sin \frac{u^2}{v}; \quad u = xy; \quad v = x^2 + 2y.$$

$$\text{№ 10. } z = \ln(u^2 + v^2); \quad u = \frac{x}{2y}; \quad v = x^2 + 2y.$$

$$\text{№ 11. } z = e^{uv}; \quad u = x^3 + \cos y; \quad v = xy^2.$$

$$\text{№ 12. } z = 2^{u+v}; \quad u = \sin(xy); \quad v = \cos(xy).$$

$$\text{№ 13. } z = \arctg \frac{u}{v}; \quad u = x^2 - y; \quad v = y^2 - x.$$

$$\text{№ 14. } z = u^2 v - v^2 u; \quad u = x \sin y; \quad v = y \cos x.$$

$$\text{№ 15. } z = u^2 \ln v; \quad u = \frac{y}{x}; \quad v = x^2 + y^2.$$

$$\text{№ 16. } z = e^{u-v}; \quad u = \frac{2y}{x+y}; \quad v = x^2 - 3y.$$

$$\text{№ 17. } z = u^3 v - v^2 u; \quad u = x \cdot \operatorname{tg} y; \quad v = \operatorname{ctg}(x + y).$$

$$\text{№ 18. } z = u^2 + \ln(u + v^2); \quad u = \cos x \cdot \sin y; \quad v = e^{x^2 - y^2}.$$

$$\text{№ 19. } z = \frac{v}{u^2}; \quad u = \cos y \cdot \sin x; \quad v = x e^{y^2}.$$

$$\text{№ 20. } z = \arctg(3uv - 5u); \quad u = \frac{x}{y}; \quad v = 5 - 2xy.$$

$$\text{№ 21. } z = \ln(uv^2 - u + 1); \quad u = \cos x \cdot y^2; \quad v = 3xy - 5.$$

$$\text{№ 22. } z = \sqrt{u^3 + v^2 - 3}; \quad u = \arcsin(3x - y); \quad v = 5x^2 - y^3.$$

№ 23. $z = \arcsin \frac{u}{v^2}; \quad u = e^{x^2-y^2}; \quad v = \arctg(xy).$

№ 24. $z = \frac{uv}{v+1}; \quad u = x^2 \sin y; \quad v = \ln(x+y).$

№ 25. $z = \cos u \cdot \sin v + v \cdot u^2; \quad u = e^{2x+y}; \quad v = x^2 + y^2.$

№ 26. $z = \arccos(3u - 4v); \quad u = e^{xy}; \quad v = 3x^2 + \sqrt{2y}.$

№ 27. $z = \frac{u+v}{\sin u + 1}; \quad u = \frac{x}{y}; \quad v = x^2 + y.$

№ 28. $z = 2u^2 - \sqrt{v}; \quad u = \arccos(x+y) + y^2; \quad v = e^{3xy}.$

№ 29. $z = 5u^2 - v^2; \quad u = xy + \sqrt{y}; \quad v = y^3 + \arcsin x.$

№ 30. $z = \ln^2(4u - 5v); \quad u = \sin^2 x \cdot \cos y; \quad u = \cos^2 y \cdot \sin x.$

1.7 Завдання № 1.7. Скласти рівняння дотичної площини та нормалі до поверхні $z = f(x, y)$ в точці A . Знайти $\frac{\partial z(A)}{\partial l}$,

$$\operatorname{grad} z(A), \quad |\operatorname{grad} z(A)|.$$

№ 1. $z = x^2 - xy + 2y^2 + 3x + 2y + 1; \quad A(1; 2); \quad \vec{l} = 2\vec{i} + \vec{j}.$

№ 2. $z = x^2 + xy + y^2; \quad A(1; 1); \quad \vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j}.$

№ 3. $z = 2x^2 + 3xy + y^2; \quad A(2; 1); \quad \vec{l} = 3\vec{i} - \vec{j}.$

№ 4. $z = \ln(5x^2 + 3y^2); \quad A(1; 1); \quad \vec{l} = 3\vec{i} + 2\vec{j}.$

№ 5. $z = 3x^2 y^2 + 5xy^2; \quad A(1; 1); \quad \vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j}.$

№ 6. $z = 5x^2 + 6xy; \quad A(2; 1); \quad \vec{l} = \vec{i} + 2\vec{j}.$

№ 7. $z = \arctg(xy^2); \quad A(2; 3); \quad \vec{l} = 4\vec{i} - 3\vec{j}.$

$$\text{№ 8. } z = \arcsin\left(\frac{x^2}{y}\right); \quad A(1; 2); \quad \vec{l} = 5\vec{i} - 12\vec{j}.$$

$$\text{№ 9. } z = \ln(3x^2 + 4y^2); \quad A(1; 3); \quad \vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j}.$$

$$\text{№ 10. } z = 3x^4 + 2x^2y^3; \quad A(-1; 2); \quad \vec{l} = 4\vec{i} - 3\vec{j}.$$

$$\text{№ 11. } z = \ln(5x^2 + 4y^2); \quad A(1; 1); \quad \vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j}.$$

$$\text{№ 12. } z = \arctg \frac{x}{y}; \quad A(1; 1); \quad \vec{l} = -4\vec{i} + 3\vec{j}.$$

$$\text{№ 13. } z = \arcsin \frac{x}{x+y}; \quad A(1; 1); \quad \vec{l} = 4\vec{i} + 3\vec{j}.$$

$$\text{№ 14. } z = \ln(8x^2 + 3y); \quad A(1; 4); \quad \vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j}.$$

$$\text{№ 15. } z = 3xy^3 + 5y^2x^2; \quad A(1; 1); \quad \vec{l} = \vec{i} + 2\vec{j}.$$

$$\text{№ 16. } z = 2y^4 + 6y^2x^3; \quad A(-2; 0); \quad \vec{l} = -2\vec{i} - 2\vec{j}.$$

$$\text{№ 17. } z = \arctg(x^2 + y^2); \quad A(1; -1); \quad \vec{l} = -5\vec{i} + 3\vec{j}.$$

$$\text{№ 18. } z = \arcsin \frac{x}{y^2}; \quad A(1; 2); \quad \vec{l} = -\vec{i} - \vec{j}.$$

$$\text{№ 19. } z = \ln(x^2 - y^2); \quad A(5; 1); \quad \vec{l} = 2\vec{i} - 3\vec{j}.$$

$$\text{№ 20. } z = \ln(x^2y^2); \quad A(1; 2); \quad \vec{l} = 2\vec{i} + 4\vec{j}.$$

$$\text{№ 21. } z = x^2 + xy + y^3; \quad A(1; 1); \quad \vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j}.$$

$$\text{№ 22. } z = \ln(x^2 + 2y^3); \quad A(1; 1); \quad \vec{l} = 2\vec{i} - 3\vec{j}.$$

$$\text{№ 23. } z = 2x^2 + 5xy - y^3; \quad A(2; 1); \quad \vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}.$$

$$\text{№ 24. } z = \ln(5x^2 + 4y^2); \quad A(1; 1); \quad \vec{l} = 2\vec{i} + \vec{j}.$$

$$\text{№ 25. } z = 5x^2 + 6xy + y; \quad A(2; 1); \quad \vec{l} = \vec{i} - \vec{j}.$$

№ 26. $z = \arctg(xy)^3$; $A(2;3)$; $\vec{l} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$.

№ 27. $z = x^2 + 4xy + 2y^3$; $A(1;1)$; $\vec{l} = \vec{i} + \vec{j}$.

№ 28. $z = \ln(3x^2 + 4y^3)$; $A(2;1)$; $\vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j}$.

№ 29. $z = 3x^4 + 2x^2y^3$; $A(-1;1)$; $\vec{l} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$.

№ 30. $z = 3x^2y^2 + 5xy^3$; $A(1;-1)$; $\vec{l} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$.

1.8 Завдання № 1.8. Дослідити на екстремум функцію
 $z = f(x, y)$.

№ 1. $z = 2xy - 6x^2 - y^2 + 4y$

№ 2. $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y - 2$

№ 3. $z = 3x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 2y + 3$

№ 4. $z = 2x^2 + xy - y^2 - 7x + 5y + 2$

№ 5. $z = x^2 - 3xy - y^2 - 4x + 6y + 1$

№ 6. $z = 3x^2 + xy - 6y^2 - 6x - y + 9$

№ 7. $z = x^2 - 3xy + 2y^2 - 4x + 6y - 2$

№ 8. $z = 4x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 4y + 1$

№ 9. $z = 0,5x^2 + xy + y^2 - x - 2y + 8$

№ 10. $z = 8x^2 - xy + 2y^2 - 16x + y - 1$

№ 11. $z = 2x^2 + 3y^2 - 2xy + 2x - 16y + 3$

№ 12. $z = 6xy - 2x^2 - y^2 - 14x + 5$

№ 13. $z = 2x^2 - y^2 + 3xy - 2x + 7y + 6$

№ 14. $z = 10xy - 3x^2 - 2y^2 - 26x + 18y - 1$

$$\text{№ 15. } z = 3x^2 + 2y^2 - 2xy - 14x + 8y - 1$$

$$\text{№ 16. } z = 3 - 3x^2 + 5y^2 - 8xy + 4x + 26$$

$$\text{№ 17. } z = 2x^2 - 3y^2 - 2xy + 8x + 10y - 6$$

$$\text{№ 18. } z = 5x^2 - 3y^2 + 2xy - 18x - 10y + 4$$

$$\text{№ 19. } z = 5 - 7x^2 - 5y^2 + 2xy - 34x + 34y$$

$$\text{№ 20. } z = 2x^2 - 3y^2 + 2xy - 10x + 16y - 7$$

$$\text{№ 21. } z = x^2 - xy + y^2 - 9x - 6y + 20$$

$$\text{№ 22. } z = x^2 - xy + y^2 - 2x + y$$

$$\text{№ 23. } z = 2x^3 - 6xy + 2y^3 + 5$$

$$\text{№ 24. } z = x^2 + y^2 + xy - 6x - 9y$$

$$\text{№ 25. } z = x^3 - 6xy + 8y^3 - 2$$

$$\text{№ 26. } z = x^2 + y^2 - xy + x + y$$

$$\text{№ 27. } z = x^3 - 3xy + y^2 + 4$$

$$\text{№ 28. } z = x\sqrt{y} - x^2 + 6x - y + 3$$

$$\text{№ 29. } z = x^2 - 2xy - y^2 + 4x + 5$$

$$\text{№ 30. } z = 3x^3 - xy^2 - y^2 \quad (y \neq 0)$$

1.9 Завдання № 1.9. Знайти найбільше та найменше значення функції $z = f(x, y)$ на замкненій множині D . Зробити рисунок заданої області.

$$\text{№ 1. } z = (x - 2)^2 + 2y^2; \quad D: \{x \geq 0, y \leq 2 - x, y \geq 0, y \leq 1\}$$

$$\text{№ 2. } z = 1 + x + 12y; \quad D: \{x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$$

$$\text{№ 3. } z = x^2 y; \quad D: \{x^2 + y^2 \leq 1\}$$

$$\text{№ 4. } z = x^3 + y^3 - 3xy; \quad D: \{0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 2\}$$

$$\text{№ 5. } z = x^2 + 2xy - 4x + 8y; \quad D: \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$$

$$\text{№ 6. } z = x^2 + y^2 - 12x + 16y; \quad D: \{x^2 + y^2 \leq 25\}$$

$$\text{№ 7. } z = x^2 - xy + y^2; \quad D: \{|x| + |y| \leq 1\}$$

$$\text{№ 8. } z = x^2 - y^2; \quad D: \{x^2 + y^2 \leq 4\}$$

$$\text{№ 9. } z = e^{-x^2 - y^2} (2x^2 + 3y^2); \quad D: \{x^2 + y^2 \leq 4\}$$

$$\text{№ 10. } z = x^2 y (2 - x - y); \quad D: \{x \geq 0, x + y \leq 6, y \geq 0\}$$

$$\text{№ 11. } z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x; \quad D: \{x \leq 3, y \leq x + 1, y \geq 0\}$$

$$\text{№ 12. } z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4; \quad D: \{x \geq -1, x + y \leq 1, y \geq -1\}$$

$$\text{№ 13. } z = x^2 + 2y^2 + 4xy + 1; \quad D: \{-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$$

$$\text{№ 14. } z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x + 5; \quad D: \{x \geq 0, x + y \leq 3, y \geq 0\}$$

$$\text{№ 15. } z = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8; \quad D: \{x \geq 0, x + y \leq 1, y \geq 0\}$$

$$\text{№ 16. } z = x^2 + 2xy - 4x + 8y; \quad D: \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$$

$$\text{№ 17. } z = 3x + 6y - x^2 - xy - y^2; \quad D: \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$$

$$\text{№ 18. } z = \frac{1}{2} x^2 - xy; \quad D: \{y \leq 8, y \geq 2x^2\}$$

$$\text{№ 19. } z = xy - 3x - 2y; \quad D: \{0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 4\}$$

$$\text{№ 20. } z = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy; \quad D: \{x \geq 0, y \leq 4, y \geq x^2\}$$

$$\text{№ 21. } z = x^2 + y^2 - 9xy + 27; \quad D: \{0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3\}$$

$$\text{№ 22. } z = x^2 + 2y^2; \quad D: \{x \geq 0, x + y \leq 3, y \geq 0\}$$

$$\text{№ 23. } z = 3 - 2x^2 - y^2 - xy; \quad D: \{x \leq 1, y \leq x, y \geq 0\}$$

$$\text{№ 24. } z = x^2 + 3y^2 + x - y + 2; \quad D: \{x \geq 1, x + y - 1 \leq 0, y \geq -1\}$$

$$\text{№ 25. } z = x^2 + 2y^2 + 2xy; \quad D: \{-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$$

$$\text{№ 26. } z = 6 - 3x^2 + x - 3xy; \quad D: \{x \leq 2, xy \geq 2, y \leq 2\}$$

$$\text{№ 27. } z = -x^2 + 2xy + 10; \quad D: \{0 \leq y \leq 4 - x^2\}$$

$$\text{№ 28. } z = x^2 + xy; \quad D: \{-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3\}$$

$$\text{№ 29. } z = x^2 - y^2 + 2xy + 4x; \quad D: \{x \leq 0, x + y + 2 \geq 0, y \leq 0\}$$

$$\text{№ 30. } z = x^2 + xy - 2; \quad D: \{4x^2 - 4 \leq y \leq 0\}$$

1.10 Завдання № 1.10. Знайти екстремуми функції $z = f(x, y)$
за умови, що $g(x, y) = 0$.

$$\text{№ 1. } z = e^{xy}; \quad g = x + y - 1.$$

$$\text{№ 2. } z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}; \quad g = x + y - 2.$$

$$\text{№ 3. } z = x + y; \quad g = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} - \frac{1}{2}.$$

$$\text{№ 4. } z = x + 2y; \quad g = x^2 + y^2 - 5.$$

$$\text{№ 5. } z = xy; \quad g = x + y - 1.$$

$$\text{№ 6. } z = x^2 + 12xy + 2y^2; \quad g = 4x^2 + y^2 - 25.$$

$$\text{№ 7. } z = x^2 + y^2; \quad g = \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1.$$

$$\text{№ 8. } z = xy; \quad g = x^2 + y^2 - 2.$$

$$\text{№ 9. } z = x^2 + y^2; \quad g = x^2 + y^2 - 6y.$$

$$\text{№ 10. } z = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}; \quad g = x + y - 12.$$

$$\text{№ 11. } z = x^2 + 2y^2; \quad g = x^2 + y^2 - 2y.$$

$$\text{№ 12. } z = 2x^2 + y - y^2; \quad g = x - y + 1.$$

$$\text{№ 13. } z = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8; \quad g = y + x - 1.$$

$$\text{№ 14. } z = xy - \frac{x^2}{2}; \quad g = y - 2x^2.$$

$$\text{№ 15. } z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1; \quad g = y + x - 3.$$

$$\text{№ 16. } z = x^2 + xy - 2; \quad g = y - 4x^2 + 4.$$

$$\text{№ 17. } z = x^2 + 2xy + 5; \quad g = y - x^2 + 4.$$

$$\text{№ 18. } z = 3x^2 + 3y^2 - 2x - 2y - 2; \quad g = y + x - 1.$$

$$\text{№ 19. } z = x^2 - 2xy - y^2 + 4x + 1; \quad g = y + x + 1.$$

$$\text{№ 20. } z = x^2 - y^2 + 2xy - 4x; \quad g = y - x - 1.$$

$$\text{№ 21. } z = 4 - 2x^2 + y^2; \quad g = y + x - 1.$$

$$\text{№ 22. } z = x^2 + 2xy - y^2 + 4x; \quad g = y + x + 2.$$

$$\text{№ 23. } z = x^2 + 2xy - y^2 - 2x + 2y; \quad g = y - x.$$

$$\text{№ 24. } z = 4x - 4y - x^2 - y^2; \quad g = x - 2y - 4.$$

$$\text{№ 25. } z = 4x - 4y - x^2 - y^2; \quad g = x + 2y - 4.$$

$$\text{№ 26. } z = 2x^2 + 2xy - 4x - \frac{y^2}{2}; \quad g = y - 2x.$$

$$\text{№ 27. } z = xy^2; \quad g = x + 2y - 1.$$

$$\text{№ 28. } z = 4x - 2y; \quad g = x^2 + xy + 3.$$

№ 29. $z = x + y - 3$; $g = 2x^2 + y^2 - 6$.

№ 30. $z = 7 - x^2 - 2y^2$; $g = x - y - 3$.

2 ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ

2.1 Завдання № 2.1. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння.

№ 1. $\sqrt{4 + y^2} dx - y dy = x^2 y dy$

№ 2. $2x dx - 2y dy = x^2 y dy - 2xy^2 dx$

№ 3. $x\sqrt{5 + y^2} dx + y\sqrt{4 + x^2} dy = 0$

№ 4. $x\sqrt{3 + y^2} dx + y\sqrt{2 + x^2} dy = 0$

№ 5. $(e^{2x} + 5)dy + ye^{2x} dx = 0$

№ 6. $2x dx - 2y dy = x^2 y dy - 2xy^2 dx$

№ 7. $4x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dx$

№ 8. $y(4 + e^x)dy - e^x dx = 0$

№ 9. $x\sqrt{4 + y^2} dx + y\sqrt{1 + x^2} dy = 0$

№ 10. $(e^x + 8)dy - ye^x dx = 0$

№ 11. $xyy' = 1 - x^2$

№ 12. $yy' = \frac{1 - 2x}{y}$

№ 13. $y' = 10^{x+y}$

№ 14. $2yy' = \cos x$

$$\text{№ 15. } xy' + 1 = y^2$$

$$\text{№ 16. } y' + \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}} = 0$$

$$\text{№ 17. } y' = \frac{y^2}{x^2}$$

$$\text{№ 18. } y' + \frac{1-2x}{x^2} y = 0$$

$$\text{№ 19. } y' = \frac{1+y^2}{1-x^2}$$

$$\text{№ 20. } y' = \frac{y+1}{x}$$

$$\text{№ 21. } (\sqrt{xy} - \sqrt{x})dy + ydx = 0$$

$$\text{№ 22. } y' = y^2 - 7$$

$$\text{№ 23. } y' + x^2 y = x^2$$

$$\text{№ 24. } \cos^2 x \cdot y' = 2y^3$$

$$\text{№ 25. } 2xydx + (1-3x^2)dy = 0$$

$$\text{№ 26. } y' = \sqrt{x} \sin^2 y$$

$$\text{№ 27. } y' \cos x = (y+1) \sin x$$

$$\text{№ 28. } x + xy + y'(y + xy) = 0$$

$$\text{№ 29. } yy' = 2y - 3$$

$$\text{№ 30. } (x^2 + 1)dy = 2xydx$$

2.2 Завдання № 2.2. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння.

№ 1. $y' = \frac{x+8y}{8x+y}$

№ 2. $(x-2y)y' = x+y$

№ 3. $y' = \frac{x+y}{x-y}$

№ 4. $xy' + x \operatorname{tg} \frac{y}{x} = y$

№ 5. $xy' + y \ln \frac{y}{x} = 0$

№ 6. $y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}$

№ 7. $xyy' = x^2 - y^2$

№ 8. $(x-y)y' = 2x+y$

№ 9. $(3x+y)y' = x+3y$

№ 10. $xy' \ln \frac{y}{x} = x + y \ln \frac{y}{x}$

№ 11. $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$

№ 12. $y' = \frac{x+2y}{2x-y}$

№ 13. $xyy' = 2x^2 + y^2$

№ 14. $x^2 y' = y^2 + xy + x^2$

№ 15. $y' = \frac{y}{x} + \sqrt{1 - \frac{y^2}{x^2}}$

№ 16. $xy' = y + 2x \operatorname{ctg} \frac{y}{x}$

№ 17. $y' = y \ln \frac{y}{x}$

№ 18. $xy' + y \ln^2 \frac{y}{x} = 0$

№ 19. $xy' = y + 3x \sin \frac{y}{x}$

№ 20. $xy' = y + y \ln \frac{y}{x}$

№ 21. $y' = \frac{y^2}{x^2} - 2$

№ 22. $xyy' = x^2 + y^2$

№ 23. $y' = \frac{y^2}{xy - x^2}$

№ 24. $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$

№ 25. $\left(y' - \frac{y}{x}\right) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = 1$

№ 26. $y' = \frac{y^2}{x^2} + 5 \frac{y}{x} + 4$

№ 27. $xy' - x \cos^2 \frac{y}{x} = y$

№ 28. $(2x+y)y' = x+2y$

$$\text{№ 29. } xy' - y = (x + y) \ln \frac{x + y}{x}$$

$$\text{№ 30. } y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{9y}{x} + 12$$

2.3 Завдання № 2.3. Розв'язати задачу Коші для диференціального рівняння.

$$\text{№ 1. } y' + 2xy = 3x^2 e^{-x^2}; \quad y(0) = 0$$

$$\text{№ 2. } xy' - y = x; \quad y(1) = 0$$

$$\text{№ 3. } y' + 2xy = x \ln x e^{-x^2}; \quad y(1) = 0$$

$$\text{№ 4. } y' - y \operatorname{ctg} x = \frac{1}{\sin x}; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$\text{№ 5. } xy' - y = x^2 \cdot \sin x; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{№ 6. } y' \cos^2 x + y = \operatorname{tg} x; \quad y(0) = -1$$

$$\text{№ 7. } xy' + 3y = \frac{1}{x^3}; \quad y(1) = 0$$

$$\text{№ 8. } x^2 y' = y - 3; \quad y(0) = 1$$

$$\text{№ 9. } y' + 3x^2 y = x^3 e^{-x^3}; \quad y(0) = 0$$

$$\text{№ 10. } xy' - y = x^2 \cdot \cos x; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{№ 11. } y' \sin^2 x + y = \operatorname{ctg} x; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$\text{№ 12. } y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}; \quad y(1) = 0$$

$$\text{№ 13. } y' - \frac{2x}{1+x^2} y = \operatorname{arctg}^2 x; \quad y(0) = 0$$

$$\text{№ 14. } y' + 3y \operatorname{tg} 3x = \sin 6x; \quad y(0) = \frac{1}{3}$$

$$\text{№ 15. } (1+x^2)y' + y = \operatorname{arctg} x; \quad y(0) = 1$$

$$\text{№ 16. } y' - \frac{y}{1-x^2} = x+1; \quad y(1) = 0$$

$$\text{№ 17. } y' \sin x + y \cos x = 2x; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi^2}{4}$$

$$\text{№ 18. } (3+x)y' + y = 3x^2; \quad y(1) = 0$$

$$\text{№ 19. } y' + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}; \quad y(0) = -1$$

$$\text{№ 20. } y' - y = e^x x; \quad y(0) = 0$$

$$\text{№ 21. } y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x; \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\text{№ 22. } y' + \frac{y}{x} = \sin x; \quad y(\pi) = \frac{1}{\pi}$$

$$\text{№ 23. } y' - \frac{y}{x} = x^2; \quad y(1) = 0$$

$$\text{№ 24. } y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}; \quad y(1) = 4$$

$$\text{№ 25. } y' + 2xy = -2x^3; \quad y(1) = \frac{1}{e}$$

$$\text{№ 26. } y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x; \quad y(0) = 0$$

$$\text{№ 27. } y' + \frac{y}{2x} = x^2; \quad y(1) = 1$$

$$\text{№ 28. } y' - \frac{y}{x} = x \sin x; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$\text{№ 29. } y' + \frac{2y}{x} = x^3; \quad y(1) = -\frac{5}{6}$$

$$\text{№ 30. } y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}; \quad y(1) = 1$$

2.4 Завдання № 2.4. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння.

$$\text{№ 1. } xy' - y = y^2 \cdot \sin x$$

$$\text{№ 2. } y' + \frac{3x^2 y}{x^3 + 1} = y^2 (x^3 + 1) \sin x$$

$$\text{№ 3. } (1 + x^2)y' + y = y^2 \operatorname{arctg} x$$

$$\text{№ 4. } \sqrt{1 - x^2} y' + y = y^2 \arcsin x$$

$$\text{№ 5. } y' = y^4 \cos x + y \operatorname{tg} x$$

$$\text{№ 6. } 4xy' + 3y + e^x y^5 = 0$$

$$\text{№ 7. } y' + \frac{2}{x} y = x^2 y^2$$

$$\text{№ 8. } y' \cos^2 x + y = y^2 \operatorname{tg} x$$

$$\text{№ 9. } y' + \frac{y}{x} - x^2 y^4 = 0$$

$$\text{№ 10. } y^2 \ln x - y - xy' = 0$$

$$\text{№ 11. } y' - \frac{y^2}{x-1} = \frac{y}{x-1}$$

$$\text{№ 12. } y' + \frac{2y}{x} = \frac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x}$$

$$\text{№ 13. } y' + \frac{1}{\sin^2 x} \cdot y = y^2 \frac{\operatorname{ctg} x}{\sin^2 x}$$

$$\text{№ 14. } y' + \frac{1}{x} y = xy^2$$

$$\text{№ 15. } y' - e^{\frac{x}{2}} \sqrt{y} + y = 0$$

$$\text{№ 16. } y' - 2y \operatorname{tg} x = -y^2 \sin^2 x$$

$$\text{№ 17. } y' + 2y = y^2 e^x$$

$$\text{№ 18. } y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 4 \frac{\operatorname{arctg} x}{\sqrt{1+x^2}} \sqrt{y}$$

$$\text{№ 19. } xy' + 2y + x^5 y^3 e^x = 0$$

$$\text{№ 20. } xy' - 2x^2 \sqrt{y} = 4y$$

$$\text{№ 21. } x^2 y' - 2xy + y^2 = 0$$

$$\text{№ 22. } y' + 2e^x y = 2e^x \sqrt{y}$$

$$\text{№ 23. } y' = \frac{y^2 + y}{x - 3}$$

$$\text{№ 24. } y' + 4xy = 2xe^{-x^2} \sqrt{y}$$

$$\text{№ 25. } y' - 7y - e^{3x} y^2 = 0$$

$$\text{№ 28. } (1 + x^2)y' = xy + x^2 y^2$$

$$\text{№ 26. } 3y' = (1 - 3y^2)y \sin x$$

$$\text{№ 29. } xy' = y + xy^2$$

$$\text{№ 27. } xy' = x^5 y^2 - 2y$$

$$\text{№ 30. } xy' + y - xy^2 \ln x = 0$$

2.5 Завдання № 2.5. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння.

$$\text{№ 1. } (3x^2 y + 2) dx + (x^3 + 3y^2) dy = 0$$

$$\text{№ 2. } (x + y) dx + (x + 2y) dy = 0$$

$$\text{№ 3. } (x^2 + y^2 + 2x) dx + 2xy dy = 0$$

$$\text{№ 4. } (x^3 - 3xy^2 + 2) dx + (y^2 - 3x^2 y) dy$$

$$\text{№ 5. } (x dx + y dy)(x^2 + y^2) = x dy - y dx$$

$$\text{№ 6. } 2xy dx + (y^2 - 3x^2) dy = 0$$

$$\text{№ 7. } (4x^2 - y^2) dx + 2xy dy = 0$$

$$\text{№ 8. } 3x^2 e^y dx + (x^3 e^y - 1) dy = 0$$

$$\text{№ 9. } e^{-y} dx + (1 - x e^{-y}) dy = 0$$

$$\text{№ 10. } 2x \cos^2 y dx + (2y - x^2 \sin 2y) dy = 0$$

$$\text{№ 11. } (3x^2 + 2y) dx + (2x - 3) dy = 0$$

$$\text{№ 12. } (x \cos 2y + 1) dx - x^2 \sin 2y dy = 0$$

$$\text{№ 13. } (2x^3 - xy^2) dx + (2y^3 - x^2 y) dy = 0$$

$$\text{№ 14. } x dy = (y - x^2 - y^2) dx$$

$$\text{№ 15. } e^y dx = (2y - x e^y) dy$$

$$\text{№ 16. } (1 + x \sqrt{x^2 + y^2}) dx + (\sqrt{x^2 + y^2} - 1) y dy = 0$$

$$\text{№ 17. } \left(\frac{1}{x} + \frac{y}{\cos^2 xy} \right) dx + \left(\frac{x}{\cos^2 xy} + 2y \right) dy = 0$$

$$\text{№ 18. } 3^{xy} y \ln 3 dx + (x 3^{xy} \ln 3 - 3) dy = 0$$

$$\text{№ 19. } \left(x + e^{\frac{x}{y}} \right) dx + e^{\frac{x}{y}} \left(1 - \frac{x}{y} \right) dy = 0$$

$$\text{№ 20. } (e^x + y^4) dy = (1 - ye^x) dx$$

$$\text{№ 21. } \left(3x^2 y - \frac{4}{x^2} \right) dx + (\cos y + x^3) dy = 0$$

$$\text{№ 22. } (\cos^2 y + 6x) dx + (1 - x \sin 2y) dy = 0$$

$$\text{№ 23. } \left(\arctg y + \frac{y}{1+x^2} \right) dx + \left(\frac{x}{1+y^2} + \arctg x \right) dy = 0$$

$$\text{№ 24. } (\cos 2y + 8x) dx - 2x \sin 2y dy = 0$$

$$\text{№ 25. } (\arcsin y + 2y e^{2x}) dx + \left(\frac{x}{\sqrt{1-y^2}} + e^{2x} \right) dy = 0$$

$$\text{№ 26. } (10xy - 8y + 1) dx + (5x^2 - 8x + 3) dy = 0$$

$$\text{№ 27. } (3x^2 + 3xy^2) dx + (3x^2 y + 4y^3) dy = 0$$

$$\text{№ 28. } \left(y^3 - \frac{4}{x^2} \right) dx + (3xy^2 - \sin y) dy = 0$$

$$\text{№ 29. } (ctgy + 2x) dx - \left(\frac{x}{\sin^2 y} + 4y^3 \right) dy = 0$$

$$\text{№ 30. } (3x^2 y + y^3) dx + (x^3 + 3xy^2) dy = 0$$

2.6 Завдання № 2.6. Знайти загальні або частинні розв'язки диференціальних рівнянь.

№ 1. $(1-x^2) \cdot y'' - xy' = 2.$

№ 2. $y'' = \frac{1}{x^2}; y(1)=3; y'(1)=1.$

№ 3. $y'' - y' \frac{1}{x} = 0.$

№ 4. $y'' - 2y' \operatorname{tg} x = \sin x.$

№ 5. $y'' = \cos x; y(1)=3; y'(1)=1.$

№ 6. $y''' = 6x; y(0)=1; y'(0)=0; y''(0)=0.$

№ 7. $y'' = x \sin x.$

№ 8. $y'' = 4e^{2x}; y(0)=1; y'(0)=2.$

№ 9. $y'' - y' = x.$

№ 10. $xy'' - y' = 2x.$

№ 11. $xy'' - 2y' = \frac{1}{x}.$

№ 12. $y'' + y' \operatorname{ctg} x = \operatorname{ctg} x.$

№ 13. $xy'' + y' = 1; y(1)=0; y'(1)=1.$

№ 14. $y'' - y = 0.$

№ 15. $y'' + 2y' + y = 0.$

№ 16. $y'' - 2y^3 = 0; y(-1)=1; y'(-1)=1.$

№ 17. $y'' + y = 0.$

№ 18. $y'' - y + 2y^3 = 0; y(0)=1; y'(0)=0.$

№ 19. $y'' = x + \sin x.$

№ 20. $y''' = e^{2x} + x^3.$

$$\text{№ 21. } y'' = (x^2 + 3x + 1)e^x.$$

$$\text{№ 22. } y''' = 2\ln x + x + 2.$$

$$\text{№ 23. } x^2 y'' + xy' = 1.$$

$$\text{№ 24. } y'' - \frac{y'}{x-1} = x(x-1); \quad y(0)=0; \quad y'(0)=0.$$

$$\text{№ 25. } y''(x^2 + 1) = 2xy'; \quad y(0)=1; \quad y'(0)=3.$$

$$\text{№ 26. } y'' \operatorname{ctg} x + y' = 2; \quad y(0)=0; \quad y'(0)=2.$$

$$\text{№ 27. } y'' = 2 - y; \quad y(0)=2; \quad y'(0)=2.$$

$$\text{№ 28. } y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x.$$

$$\text{№ 29. } y'' - 2y' \operatorname{ctg} x = \sin^3 x.$$

$$\text{№ 30. } y'' + \frac{y'}{x+1} = 3x - 1.$$

2.7 Завдання № 2.7. Розв'язати задачу Коші для диференціального рівняння.

$$\text{№ 1. } y'' - 7y' + 10y = 0; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = -1.$$

$$\text{№ 2. } y'' + 2y' + 10y = 0; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0; \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

$$\text{№ 3. } y'' - 6y' + 9y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 0.$$

$$\text{№ 4. } y'' + 8y' + 7y = 0; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = 1.$$

$$\text{№ 5. } y'' + 9y = 0; \quad y(\pi) = 0; \quad y'(\pi) = 1.$$

$$\text{№ 6. } y'' - 7y' + 12y = 0; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = -2.$$

$$\text{№ 7. } y'' + 9y' = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = -3.$$

$$\text{№ 8. } y'' - 3y' + 2y = 0; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = 1.$$

$$\text{№ 9. } y'' - 5y' + 6y = 0; \quad y(0) = 5; \quad y'(0) = 0.$$

$$\text{№ 10. } y'' - 2y' + 5y = 0; \quad y(0) = -1; \quad y'(0) = 0.$$

$$\text{№ 11. } y'' + 16y = 0; \quad y(\pi) = -1; \quad y'(\pi) = 0.$$

$$\text{№ 12. } y'' + 10y' + 25y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 1.$$

$$\text{№ 13. } y'' - 6y' = 0; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = -2.$$

$$\text{№ 14. } y'' - 4y' + 4y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 3.$$

$$\text{№ 15. } y'' - 8y' + 15y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = -2.$$

$$\text{№ 16. } y'' - 4y' + 5y = 0; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0; \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

$$\text{№ 17. } y'' - 2y' + y = 0; \quad y(1) = 0; \quad y'(1) = 2.$$

$$\text{№ 18. } y'' + y = 0; \quad y(\pi) = -1; \quad y'(\pi) = -4.$$

$$\text{№ 19. } y'' - 7y' + 6y = 0; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = 0.$$

$$\text{№ 20. } y'' + 8y' + 16y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 0.$$

$$\text{№ 21. } 3y'' + 7y' - 10y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 2.$$

$$\text{№ 22. } 3y'' - 27y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(1) = 2.$$

$$\text{№ 23. } 4y'' + 64y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2.$$

$$\text{№ 24. } y'' + y' = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(1) = 1.$$

$$\text{№ 25. } 5y'' - 3y' - 2y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 3.$$

$$\text{№ 26. } y'' - y' = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 1.$$

$$\text{№ 27. } 6y'' - 216y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(1) = 0.$$

$$\text{№ 28. } y'' - 4y' + 4y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 1.$$

$$\text{№ 29. } y'' + 4y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2.$$

$$\text{№ 30. } y'' - 8y' + 16y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 2.$$

2.8 Завдання № 2.8. Знайти розв'язок диференціального рівняння.

№ 1. $y'' - 2y' = 3x^2 + 1$

№ 2. $y'' - 5y' + 6y = 2x e^{-x}$

№ 3. $y'' + 8y' = (x - 1)e^{2x}$

№ 4. $y'' - 6y' + 8y = 3e^{4x}$

№ 5. $y'' - 2y' - 3y = x e^{-x}$

№ 6. $y'' + y' - 2y = (x + 2)e^{-2x}$

№ 7. $y'' + 2y' - 8y = (3x + 1)e^{2x}$

№ 8. $y'' + 7y' = 2x^2 + x$

№ 9. $y'' - y' = 8x^2 e^x$

№ 10. $y'' + 3y' - 10y = 2x^2 e^x$

№ 11. $y'' + 2y' = x^2 - 3x + 1$

№ 12. $y'' - 5y' - 24y = (2x + 3)e^x$

№ 13. $y'' - 2y' - 3y = 8e^{3x}$

№ 14. $y'' + 2y' - 3y = -2e^{3x}$

№ 15. $y'' + 8y' = (x^2 + 1)e^{-x}$

№ 16. $y'' + 4y' + 3y = -x e^{-x}$

№ 17. $y'' - 2y' - 3y = (x + 2)e^{-x}$

№ 18. $y'' + y' - 6y = 2(x - 1)e^{2x}$

№ 19. $y'' - 4y' = 2x^2 - 3x + 1$

№ 20. $y'' - 5y' + 6y = 2x e^{3x}$

$$\text{№ 21. } 3y'' - 27y = e^{2x}$$

$$\text{№ 22. } 3y'' + 7y' - 10y = x + 1$$

$$\text{№ 23. } y'' + 8y' + 16y = e^x$$

$$\text{№ 24. } 4y'' + 64y = 2x$$

$$\text{№ 25. } y'' + y' = \sin 2x$$

$$\text{№ 26. } 5y'' - 3y' - 2y = e^x$$

$$\text{№ 27. } y'' - y' = x + 1$$

$$\text{№ 28. } 6y'' - 216y = x^2$$

$$\text{№ 29. } y'' - 4y' + 4y = x - 1$$

$$\text{№ 30. } y'' + 4y = \cos 3x$$

2.9 Завдання № 2.9. Розв'язати диференціальне рівняння методом варіації довільних сталих.

$$\text{№ 1. } y'' + 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\text{№ 7. } y'' + y = \frac{2}{\sin^2 x}$$

$$\text{№ 2. } y'' + y = \frac{1}{\sin x}$$

$$\text{№ 8. } y'' + 2y' + 2y = \frac{e^x}{\cos x}$$

$$\text{№ 3. } y'' + y' = \frac{1}{1 + e^x}$$

$$\text{№ 9. } y'' + y = -\operatorname{ctg}^2 x$$

$$\text{№ 4. } y'' + 16y = \frac{1}{\cos 4x}$$

$$\text{№ 10. } y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2}$$

$$\text{№ 5. } y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\text{№ 11. } y'' - y' = e^{2x} \sin(e^x)$$

$$\text{№ 6. } y'' - y = \frac{e^x}{e^x + 1}$$

$$\text{№ 12. } y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{x^3}$$

$$\text{№ 13. } y'' + y = \frac{1}{\cos^3 x}$$

$$\text{№ 14. } y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2 + 1}$$

$$\text{№ 15. } y'' + y = tg^2 x$$

$$\text{№ 16. } y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$$

$$\text{№ 17. } y'' + 9y = tg 3x$$

$$\text{№ 18. } y'' - y' = \frac{e^{-x}}{2 + e^{-x}}$$

$$\text{№ 19. } y'' + 5y' + 6y = \frac{1}{1 + e^{2x}}$$

$$\text{№ 20. } y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x$$

$$\text{№ 21. } y'' - 3y' = \frac{e^{-3x}}{1 + e^{-3x}}$$

$$\text{№ 22. } y'' + 4y = ctg 2x$$

$$\text{№ 23. } y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}$$

$$\text{№ 24. } y'' + y = ctg x$$

$$\text{№ 25. } y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x}$$

$$\text{№ 26. } y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{3 + e^{-x}}$$

$$\text{№ 27. } y'' - y = \frac{2e^x}{e^x - 1}$$

$$\text{№ 28. } y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{4 - x^2}}$$

$$\text{№ 29. } y'' + 4y = \frac{1}{\sin 3x}$$

$$\text{№ 30. } y'' - 4y' + 4y = \frac{e^{2x}}{x^2}$$

2.10 Завдання № 2.10. Розв'язати систему диференціальних рівнянь.

$$\text{№ 1. } \begin{cases} \dot{x} = -x + y + t \\ \dot{y} = x - y + 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 2. } \begin{cases} \dot{x} = 2x - y + e^t \\ \dot{y} = -x + 2y - 4 \end{cases}$$

$$\text{№ 3. } \begin{cases} \dot{x} = 2x + 3y + t^2 \\ \dot{y} = 3x + 2y - t \end{cases}$$

$$\text{№ 4. } \begin{cases} \dot{x} = -2x + y - e^t \\ \dot{y} = x - 2y + 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 5. } \begin{cases} \dot{x} = 3x - y + t + 1 \\ \dot{y} = -x + 3y - t^2 \end{cases}$$

$$\text{№ 6. } \begin{cases} \dot{x} = 2x + 4y - t^2 \\ \dot{y} = 4x + 2y + 5 \end{cases}$$

$$\text{№ 7. } \begin{cases} \dot{x} = -3x + 2y + 1 + t \\ \dot{y} = 2x - 3y - 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 8. } \begin{cases} \dot{x} = 5x + 4y + 2e^{-t} \\ \dot{y} = 4x + 5y - 4 \end{cases}$$

$$\text{№ 9.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 5x + y - 3e^{2t} \\ \dot{y} = x - 5y + 4e^{2t} \end{cases}$$

$$\text{№ 10.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 3x - 4y + 1 \\ \dot{y} = 4x + 3y - 2e^t \end{cases}$$

$$\text{№ 11.} \quad \begin{cases} \dot{x} = -4x + 3y - 3e^t \\ \dot{y} = 3x - 4y + 7 \end{cases}$$

$$\text{№ 12.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 3x - 5y + t \\ \dot{y} = x + y + e^t \end{cases}$$

$$\text{№ 13.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 4x - y + 2e^{3t} \\ \dot{y} = -x + 2y - 4 \end{cases}$$

$$\text{№ 14.} \quad \begin{cases} \dot{x} = -x + 5y + 4t + 3 \\ \dot{y} = 5x - y + 7 \end{cases}$$

$$\text{№ 15.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 2x + y - 4 \\ \dot{y} = x + 2y + e^{2t} \end{cases}$$

$$\text{№ 16.} \quad \begin{cases} \dot{x} = -2x + y - 3e^{-t} \\ \dot{y} = x - 2y + t \end{cases}$$

$$\text{№ 17.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 3x + 2y + e^t \\ \dot{y} = 2x + 3y - 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 18.} \quad \begin{cases} \dot{x} = -7x + 3y + 5e^t \\ \dot{y} = 3x - 7y + 4 \end{cases}$$

$$\text{№ 19.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 2x + e^t \\ \dot{y} = 3x + y + 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 20.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 2x + 3y \\ \dot{y} = 3x + 2y - e^t \end{cases}$$

$$\text{№ 21.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 2y - 2t - 1 \\ \dot{y} = x + y \end{cases}$$

$$\text{№ 22.} \quad \begin{cases} \dot{x} = x - 2y + t \\ \dot{y} = -2x + y + 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 23.} \quad \begin{cases} \dot{x} = x + 3y - e^{2t} \\ \dot{y} = 3x + y \end{cases}$$

$$\text{№ 24.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 4x + y \\ \dot{y} = x + 4y - e^t \end{cases}$$

$$\text{№ 25.} \quad \begin{cases} \dot{x} = x + 3y + 3 \\ \dot{y} = 3x + y - 4e^t \end{cases}$$

$$\text{№ 26.} \quad \begin{cases} \dot{x} = y - \cos t \\ \dot{y} = -x + \sin t \end{cases}$$

$$\text{№ 27.} \quad \begin{cases} \dot{x} = x + 2y \\ \dot{y} = x - 5 \sin t \end{cases}$$

$$\text{№ 28.} \quad \begin{cases} \dot{x} = x - y + 18t \\ \dot{y} = 5x - y \end{cases}$$

$$\text{№ 29.} \quad \begin{cases} \dot{x} = 5x - 3y + 2e^t \\ \dot{y} = x + y + 5e^{-t} \end{cases}$$

$$\text{№ 30.} \quad \begin{cases} \dot{x} = x - 3y \\ \dot{y} = 3x + y + t \end{cases}$$

3 РЯДИ

3.1 Завдання № 3.1. Дослідити на збіжність ряди з додатними членами.

№ 1. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(n+1)!}$;

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n+5} \right)^n$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^4+4}$;

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)[\ln(n+1)]^3}$

№ 2. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{4n-1}$;

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{15n^2+6n+4}{3n+2+12n^2} \right)^n$

в) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \sqrt[3]{\ln^2 n}}$;

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

№ 3. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{5+n}$;

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+4}{2n+1} \right)^n$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(3n)}{5n}$;

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{4n-3}}$

№ 4. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-7}{n^4+2}$;

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{2n+1} \right)^{2n^2}$;

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^{n^2}}$

№ 5. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+6}{(n+3)(n^2+2)}$;

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{2n+1}$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{n-1} \right)^{n-1}$;

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n(\ln^2 n + 1)}$

№ 6. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n-2}{3n+1} \right)^n$;

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{4^n}$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$;

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+4n^2}$

№ 7. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n}{n^3+5}$;

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(3n-1)!}$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^{n^2}$;

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^n(1-e^{-n})}$

№ 8. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+4}{2n+1} \right)^n$;

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)!}{6^n}$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n+1}$;

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n^2+1)\arctg n}$

№ 9. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n^2+6n+7}$;

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n)!}$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n^2}$;

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\cos^2 n}$

№ 10. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$;

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 2^n}{3^n}$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n-1} \right)^n$;

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{\ln^5 n}}{n}$

№ 11. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)3^n}$;

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^3+1}$

$$\text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+5}{2n} \right)^n ;$$

$$\text{r)} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2 \ln^2(n-1)}{n-1}$$

$$\text{№ 12. a)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!} ;$$

$$\text{б)} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2\pi}{n \ln n}$$

$$\text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+5}{n+2} \right)^n ;$$

$$\text{r)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2 + 1}$$

$$\text{№ 13. a)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (n+1)!}{(2n)!} ;$$

$$\text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt{1+n^2}}$$

$$\text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2} ;$$

$$\text{r)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{1}{n}}{n^2}$$

$$\text{№ 14. a)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n^n} ;$$

$$\text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 4}$$

$$\text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{3n-1} \right)^n ;$$

$$\text{r)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \sqrt{n}}{\sqrt{n}}$$

$$\text{№ 15. a)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{2^n} ;$$

$$\text{б)} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$$

$$\text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+5} \right)^n ;$$

$$\text{r)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}}$$

$$\text{№ 16. a)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \sqrt[3]{n}}{3^n} ;$$

$$\text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \cdot 3^{n-1}}$$

$$\text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \cdot \sqrt{n}} ;$$

$$\text{r)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{n^2 + 1}$$

№ 17. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n};$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 - 2}{n^4 + 5n};$

№ 18. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n};$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n+1};$

№ 19. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{n!};$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4+n^2}{4n^2+1} \right)^{\frac{n}{2}};$

№ 20. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2}}{3n \cdot 5^n};$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+5}{3n^2} \right)^n;$

№ 21. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n2^n}{n!};$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+6}{3n} \right)^n;$

№ 22. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n};$

б) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+5}{4n+3} \right)^{2n}$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{n^2-2}$

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+2n+1}{5n^2+2n+1} \right)^n$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+3}}$

г) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot (\ln n + \ln^2 n)}$

б) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^3 \sqrt{\ln n}}$

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^5+4n+1}}$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\arctg n}}{n^2+1}$

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2(n+1)}$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n \left(\frac{n+2}{n+3} \right)^{n^2}$

$$\text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2};$$

$$\text{r)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n} \cos \sqrt{n}}$$

$$\text{№ 23. a)} \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n+5}{n^3+10n+20}};$$

$$\text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+1}{n^2+2n+1} \right)^n$$

$$\text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^5};$$

$$\text{r)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sin^2 n}$$

$$\text{№ 24. a)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}};$$

$$\text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{2n^n}$$

$$\text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+1)!};$$

$$\text{r)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n^2+4) \arctg^3 \frac{n}{2}}$$

$$\text{№ 25. a)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n^2)^n};$$

$$\text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$$

$$\text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^5+2n}{3+n^6} \right)^n;$$

$$\text{r)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{\ln(n+2)}}{n+2}$$

$$\text{№ 26. a)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+2} \right)^{\frac{n}{2}};$$

$$\text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n}}{(n+1)\sqrt{n}}$$

$$\text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)(n+2)};$$

$$\text{r)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot (1 + \ln n)}$$

$$\text{№ 27. a)} \sum_{n=1}^{\infty} 3^n \left(\frac{n+2}{n+3} \right)^{n^2};$$

$$\text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n}{n^4+1}}$$

$$\text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n-1) \cdot 5^n};$$

$$\text{r)} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln^5 n}$$

$$\text{№ 28. а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2} \cdot 3^{-n};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{2^n n!}$$

$$\text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{n}}{n^2};$$

$$\text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-2}{n^2+1}$$

$$\text{№ 29. а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2-1}{n^2+1} \right)^{n^2};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n^n}$$

$$\text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+4}{2n^3-3};$$

$$\text{г) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+3) \cdot \ln(n+3)}$$

$$\text{№ 30. а) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \sqrt{\ln n}};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^{2n}$$

$$\text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n(n+1)}{5^n};$$

$$\text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n-2}{3n^3+1}$$

3.2 Завдання № 3.2. Дослідити на абсолютну та умовну збіжність знакозмінний ряд.

$$\text{№ 1. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)!}$$

$$\text{№ 5. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot 6^n}$$

$$\text{№ 2. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 2^n}{3n+1}$$

$$\text{№ 6. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{4n^2-6}$$

$$\text{№ 3. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2+5} 1$$

$$\text{№ 7. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{5^n}$$

$$\text{№ 4. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot (2n+1)!}$$

$$\text{№ 8. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{3n-4}$$

$$\mathbf{N\check{0}~9.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 2^n}{3n+1}$$

$$\mathbf{N\check{0}~10.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{4n+1}}$$

$$\mathbf{N\check{0}~11.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

$$\mathbf{N\check{0}~12.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n-1}{3n}$$

$$\mathbf{N\check{0}~13.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)\ln(n+1)}$$

$$\mathbf{N\check{0}~14.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5^{n+1} n!}$$

$$\mathbf{N\check{0}~15.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n+1}{n+2} \right)^n$$

$$\mathbf{N\check{0}~16.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{(n+1)!}$$

$$\mathbf{N\check{0}~17.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{5^n}$$

$$\mathbf{N\check{0}~18.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$$

$$\mathbf{N\check{0}~19.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n-1}{3^n n}$$

$$\mathbf{N\check{0}~20.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!}$$

$$\mathbf{N\check{0}~21.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln n}{n}$$

$$\mathbf{N\check{0}~22.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{n^2+1}$$

$$\mathbf{N\check{0}~23.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (-1)^{n+1}}{n!}$$

$$\mathbf{N\check{0}~24.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n}}$$

$$\mathbf{N\check{0}~25.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{2^n}$$

$$\mathbf{N\check{0}~26.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n+1}{3n+1} \right)^n$$

$$\mathbf{N\check{0}~27.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{n!}$$

$$\mathbf{N\check{0}~28.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{n^2+3n+2}$$

$$\mathbf{N\check{0}~29.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{3^n}$$

$$\mathbf{N\check{0}~30.} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n\sqrt{n}-1}$$

3.3 Завдання № 3.3. Знайти область збіжності степеневого ряду.

$$\text{№ 1.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n x^n}{6^n \sqrt[3]{n}}$$

$$\text{№ 2.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2 + 1}$$

$$\text{№ 3.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} 3^{n^2} x^n$$

$$\text{№ 4.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n+1} 2^n$$

$$\text{№ 5.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2}\right)^n$$

$$\text{№ 6.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^5 x^n}{2n+1}$$

$$\text{№ 7.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n (x+1)^n}{\sqrt{n}}$$

$$\text{№ 8.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+1)^n}{5^n}$$

$$\text{№ 9.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} 5^n n! x^n$$

$$\text{№ 10.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \sqrt{n} x^n}{4^n}$$

$$\text{№ 11.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^n}{n!}$$

$$\text{№ 12.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} n! (x+2)^n$$

$$\text{№ 13.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n!} \cdot (x-4)^n$$

$$\text{№ 14.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} 9^n (n+2)! x^n$$

$$\text{№ 15.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} n^n (x+3)^n$$

$$\text{№ 16.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt{(3n-2)2^{2n}}}$$

$$\text{№ 17.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n\sqrt{n}}$$

$$\text{№ 18.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n n!}$$

$$\text{№ 19.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-6)^n}{5^n}$$

$$\text{№ 20.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} 3^n (x-2)^n$$

$$\text{№ 21.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+3)^n}{5^n}$$

$$\text{№ 22.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2 \cdot n!}$$

$$\text{№ 23.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{2n4^n}$$

$$\text{№ 24.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-2)^n}{n9^n}$$

$$\text{№ 25. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)^{2n} (x-1)^n}{(3n-2)^{2n}}$$

$$\text{№ 26. } \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} (x-1)^n$$

$$\text{№ 27. } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^{2n-1} x^n$$

$$\text{№ 28. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-2)(x-3)^n}{(n+1)^2 2^{n+1}}$$

$$\text{№ 29. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! (x+2)^n}{n^n}$$

$$\text{№ 30. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n+2} (x-2)^n}{n+1}$$

3.4 Завдання № 3.4. Розкласти функцію $f(x)$ в ряд Маклорена.

$$\text{№ 1. } f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$$

$$\text{№ 2. } f(x) = x \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$$

$$\text{№ 3. } f(x) = \ln(1 + 2\sqrt{x})$$

$$\text{№ 4. } f(x) = x \cdot \cos \sqrt{x}$$

$$\text{№ 5. } f(x) = \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

$$\text{№ 6. } f(x) = x \cdot \ln(1 + x^2)$$

$$\text{№ 7. } f(x) = \frac{\ln(1 + x^2)}{x}$$

$$\text{№ 8. } f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$\text{№ 9. } f(x) = \sqrt{1 + x^3}$$

$$\text{№ 10. } f(x) = \frac{1}{x} \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{4}$$

$$\text{№ 11. } f(x) = x \cdot \sin \sqrt{x}$$

$$\text{№ 12. } f(x) = \frac{x}{2} \cdot \cos \sqrt[3]{x}$$

$$\text{№ 13. } f(x) = \operatorname{arctg} x^2$$

$$\text{№ 14. } f(x) = \sqrt{1 + x^2}$$

$$\text{№ 15. } f(x) = x^2 \sin x^2$$

$$\text{№ 16. } f(x) = \frac{e^{2x^2}}{x}$$

$$\text{№ 17. } f(x) = \frac{1}{1 + x^3}$$

$$\text{№ 18. } f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \cos \sqrt[3]{x}$$

$$\text{№ 19. } f(x) = \sqrt{x} \cdot e^{-x}$$

$$\text{№ 20. } f(x) = \frac{1}{1 - x^4}$$

$$\text{№ 21. } f(x) = e^{-\frac{2}{x^2}}$$

$$\text{№ 22. } f(x) = x^3 \cdot \operatorname{arctg} x$$

$$\text{№ 23. } f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^3}}$$

$$\text{№ 24. } f(x) = \frac{1 - \cos 3x}{x^2}$$

$$\text{№ 25. } f(x) = e^{\frac{x^3}{4}}$$

$$\text{№ 26. } f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$\text{№ 27. } f(x) = \frac{\sin x^2}{x^3}$$

$$\text{№ 28. } f(x) = \frac{\ln(1-2x^3)}{x}$$

$$\text{№ 29. } f(x) = \frac{2x}{1+x^4}$$

$$\text{№ 30. } f(x) = \frac{\ln(1+\sqrt{x})}{x}$$

3.5 Завдання № 3.5. За допомогою розкладання функції в ряд обчислити інтеграл з похибкою 0,0001.

$$\text{№ 1. } \int_{0,3}^{0,5} \frac{1 + \cos x}{x^2} dx$$

$$\text{№ 2. } \int_0^1 \frac{\sin x}{\sqrt[3]{x}} dx$$

$$\text{№ 3. } \int_0^{0,5} x \cdot \cos \sqrt{2x} dx$$

$$\text{№ 4. } \int_0^{0,5} \frac{\arctg x^2}{x^2} dx$$

$$\text{№ 5. } \int_0^{\frac{1}{4}} x^2 \ln(1+x) dx$$

$$\text{№ 6. } \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sin x^2}{x} dx$$

$$\text{№ 7. } \int_0^1 \cos \sqrt[3]{x} dx$$

$$\text{№ 8. } \int_0^1 \cos \frac{x^2}{4} dx$$

$$\text{№ 9. } \int_0^1 \sqrt{x} e^{-x^2} dx$$

$$\text{№ 10. } \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1+x^3} dx$$

$$\text{№ 11. } \int_0^{\frac{1}{2}} x \ln(1+x^2) dx$$

$$\text{№ 12. } \int_0^1 x^4 e^{\frac{1}{2}x^2} dx$$

$$\text{№ 13. } \int_0^{\frac{1}{9}} \sqrt{x} e^{-\sqrt{x}} dx$$

$$\text{№ 14. } \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sin x^2}{x^2} dx$$

$$\text{№ 15. } \int_0^{\frac{1}{3}} x \ln(1 + \sqrt{x}) dx$$

$$\text{№ 16. } \int_0^{\frac{1}{4}} x^2 e^{-\sqrt{x}} dx$$

$$\text{№ 17. } \int_0^1 \sqrt{x} e^{-x^3} dx$$

$$\text{№ 18. } \int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{x} \cos 2x dx$$

$$\text{№ 19. } \int_0^{\frac{1}{5}} x^3 e^{-x^3} dx$$

$$\text{№ 20. } \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{\sin \frac{x}{2}}{\sqrt{x}} dx$$

$$\text{№ 21. } \int_0^{\frac{1}{8}} \frac{\sin x^2}{2x} dx$$

$$\text{№ 22. } \int_0^{\frac{1}{9}} \sqrt{x} \cos \frac{x}{3} dx$$

$$\text{№ 23. } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{x} dx$$

$$\text{№ 24. } \int_0^1 \sin x^2 dx$$

$$\text{№ 25. } \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

$$\text{№ 26. } \int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{x} \sin \sqrt{x} dx$$

$$\text{№ 27. } \int_0^{\frac{1}{2}} x^2 \cos \sqrt{x} dx$$

$$\text{№ 28. } \int_0^{\frac{1}{4}} x e^{-\frac{1}{2}x^3} dx$$

$$\text{№ 29. } \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{\sin 4x}{4\sqrt{x}} dx$$

$$\text{№ 30. } \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{\sin 2x}{\sqrt{x}} dx$$

3.6 Завдання № 3.6. Знайти перші п'ять відмінних від нуля членів розвинення в ряд розв'язку диференціального рівняння з початковими умовами.

№ 1. $y' - e^{-x}y = 2x$; $y(0) = 1$.

№ 2. $y' + x \cdot y = 2e^y$; $y(0) = 0$.

№ 3. $y' + 3x \cdot y^3 = x^3$; $y(0) = 1$.

№ 4. $y' - x \cdot y = y^2$; $y(0) = 0,1$.

№ 5. $y' + x \cdot y^2 = 2 \cos x$; $y(0) = 1$.

№ 6. $y' - x^2 = y^2 x$; $y(0) = 0,1$.

№ 7. $y' - e^x y^2 = 0$; $y(0) = 1$.

№ 8. $y' - e^{-x}y = 2x$ $y(0) = 1$.

№ 9. $y' - x \cdot y = 2x^2$; $y(0) = 1$.

№ 10. $y' - 2x \cdot y = 3x^2 - 2x^4$; $y(1) = 1$.

№ 11. $y' + x^2 y = y^3$; $y(0) = 1$.

№ 12. $x \cdot y' - 2y = 2x^4$; $y(1) = 0$.

№ 13. $y' + y \cdot \cos x = e^{\cos x}$; $y(0) = 0$.

№ 14. $y' + 2y = e^x \cdot y^2$; $y(0) = 1$.

№ 15. $y' + y = x \cdot y^2$; $y(0) = 1$.

№ 16. $x \cdot y' + y = y^2 \cdot \ln x$; $y(1) = 1$.

№ 17. $y' - y \cdot \operatorname{tg} x = \cos x$; $y(0) = 1$.

№ 18. $x \cdot y' + y = -x^2 \cdot y^2$; $y(1) = 1$.

№ 19. $x \cdot y' + y = y^2 x$; $y(1) = 1$.

$$\text{№ 20. } y' = 2e^y + xy; \quad y(0) = -1.$$

$$\text{№ 21. } y' = x^2 y + y^3; \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 22. } y' = 3y - xy^2; \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 23. } y' = 5e^x + xy; \quad y(0) = 0.$$

$$\text{№ 24. } y' = xy + y^2 + x^2; \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 25. } y' = x^2 y^2 - 1; \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 26. } y' = y \sin x + 3y^2; \quad y(0) = 0,5.$$

$$\text{№ 27. } y' = e^{xy} + y^2; \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 28. } y' = xy^2 + 1; \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 29. } y' = e^y - 2xy + x; \quad y(0) = 0.$$

$$\text{№ 30. } y' = \sin x - 2xy^2; \quad y(0) = -1.$$

3.7 Завдання № 3.7. Розвинути періодичну з періодом $2l$ функцію $f(x)$ в ряд Фур'є в інтервалі $[-l; l]$.

$$\text{№ 1. } f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}, & -\pi \leq x \leq 0 \\ 1, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

$$\text{№ 2. } f(x) = \begin{cases} 0, & -3 < x < 0 \\ x, & 0 \leq x < 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 3. } f(x) = \begin{cases} \pi, & -\pi < x < 0 \\ \pi - x, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

$$\text{№ 4. } f(x) = \begin{cases} -x, & -1 < x < 0 \\ 0, & 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 5. } f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0 \\ \frac{1}{4}\pi x, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

$$\text{№ 6. } f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x \leq 0 \\ x, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 7. } f(x) = \begin{cases} -x, & -\pi \leq x \leq 0 \\ \frac{x^2}{\pi} & 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

$$\text{№ 8. } f(x) = \begin{cases} 1, & -2 < x < 0 \\ 3, & 0 \leq x < 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 9. } f(x) = \begin{cases} x-1, & -\pi < x < 0 \\ \pi-x, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

$$\text{№ 10. } f(x) = \begin{cases} x, & -2 \leq x < 0 \\ 2-x, & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 11. } f(x) = \begin{cases} 2x+1, & -3 < x \leq 0 \\ x, & 0 < x < 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 12. } f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 13. } f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & -1 \leq x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 14. } f(x) = \begin{cases} 0, & -3 < x \leq 0 \\ x, & 0 < x < 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 15. } f(x) = \begin{cases} x-1, & -\pi \leq x < 0 \\ 1+2x, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

$$\text{№ 16. } f(x) = \begin{cases} 1, & -2 < x \leq 0 \\ -1, & 0 < x < 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 17. } f(x) = \begin{cases} 3-2x, & -\pi \leq x < 0 \\ 1, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

$$\text{№ 18. } f(x) = \begin{cases} x, & -3 \leq x \leq 0 \\ 3-x, & 0 < x \leq 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 19. } f(x) = \begin{cases} -2x, & -\pi \leq x \leq 0 \\ 3x, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

$$\text{№ 20. } f(x) = \begin{cases} 1, & -3 < x \leq 0 \\ x-1, & 0 < x < 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 21. } f(x) = \begin{cases} 5x, & -\pi \leq x < 0 \\ x-1, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

$$\text{№ 22. } f(x) = \begin{cases} -x, & -4 < x \leq 0 \\ 2, & 0 < x < 4 \end{cases}$$

$$\text{№ 23. } f(x) = \begin{cases} -2x, & -2 < x \leq 0 \\ 4, & 0 < x < 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 24. } f(x) = \begin{cases} -1, & -2 < x < 0 \\ \frac{x}{2}, & 0 \leq x < 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 25. } f(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{2}, & -1 \leq x \leq 0 \\ x, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 26. } f(x) = \begin{cases} 3, & -3 < x < 0 \\ -x, & 0 \leq x < 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 27. } f(x) = \begin{cases} -x, & -4 < x \leq 0 \\ 2, & 0 < x < 4 \end{cases}$$

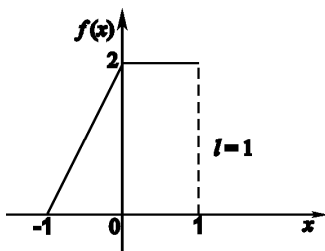
$$\text{№ 28. } f(x) = \begin{cases} -2, & -4 < x \leq 0 \\ 1+x, & 0 < x < 4 \end{cases}$$

$$\text{№ 29. } f(x) = \begin{cases} x+2, & -2 < x \leq 0 \\ 2-x, & 0 < x < 2 \end{cases}$$

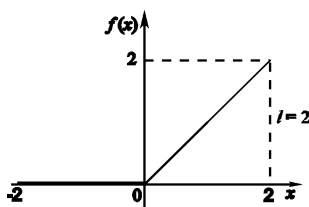
$$\text{№ 30. } f(x) = \begin{cases} -2x, & -2 < x < 0 \\ 4, & 0 \leq x < 2 \end{cases}$$

3.8 Завдання № 3.8. Розвинути в ряд Фур'є функцію, що задана графічно.

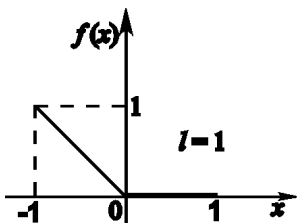
№ 1.



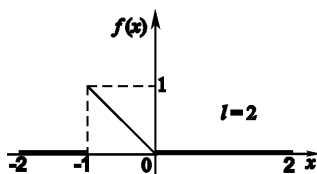
№ 3.



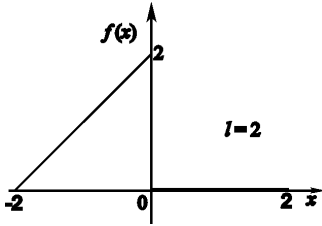
№ 2.



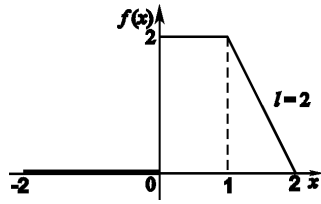
№ 4.



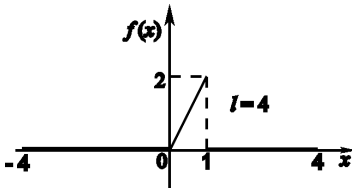
№ 5.



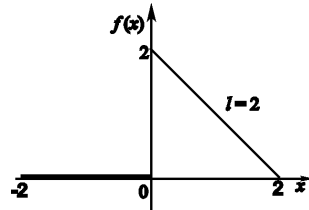
№ 10.



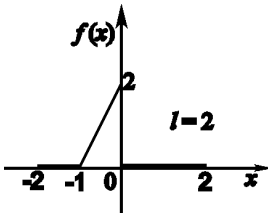
№ 6.



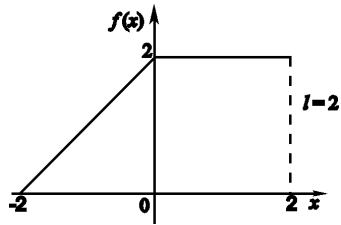
№ 11.



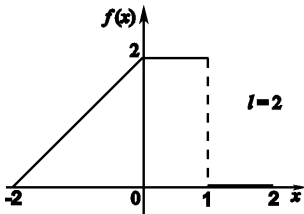
№ 7.



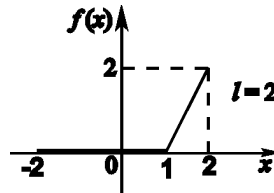
№ 12.



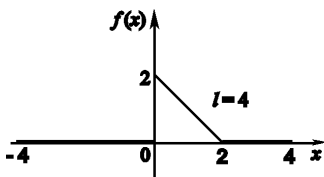
№ 8.



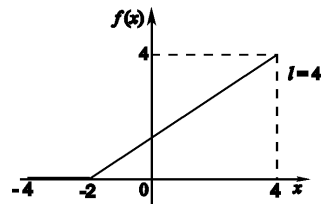
№ 13.



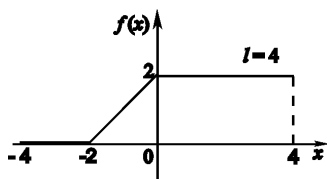
№ 9.



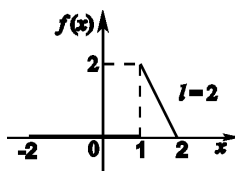
№ 14.



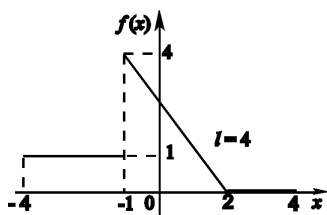
№ 15.



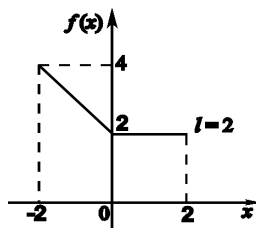
№ 20.



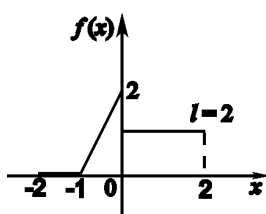
№ 16.



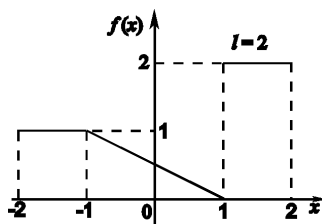
№ 21.



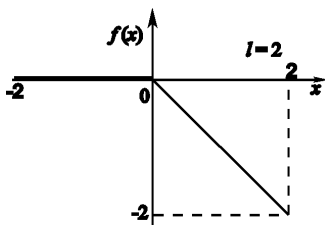
№ 17.



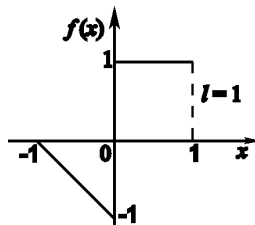
№ 22.



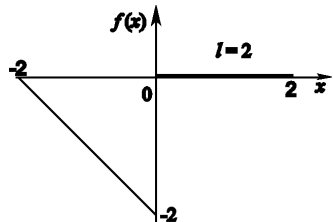
№ 18.



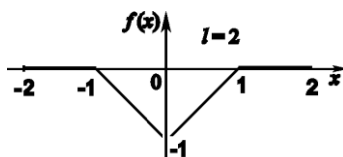
№ 23.



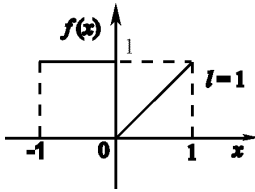
№ 19.



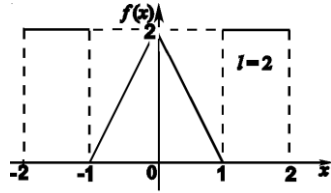
№ 24.



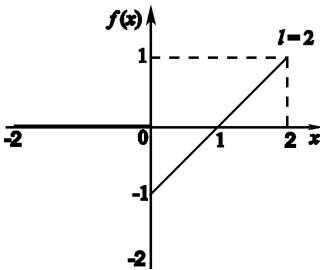
№ 25.



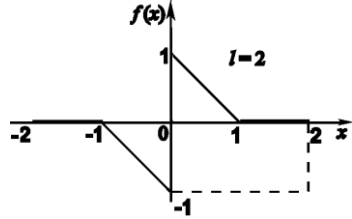
№ 28.



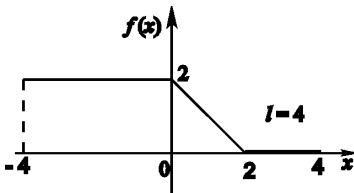
№ 26.



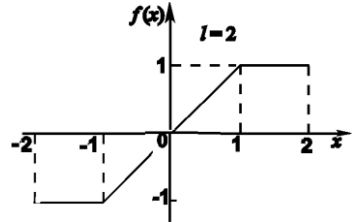
№ 29.



№ 27.



№ 30.



ЛІТЕРАТУРА

1. Андрощук Л. В. Вища математика: Навч. посібник. Модуль 7. Ряди. Диференціальні рівняння / Л. В. Андрощук, О. І. Ковтун, Т. І. Олешко ; За заг. ред. Т. І. Олешко. – Київ : Книжкове вид-во НАУ, 2005. – 104 с.
2. Вища математика: Підручник. У 2 ч. Ч. 2: Диференціальні рівняння. Операційне числення. Ряди та їх застосування. Стійкість за Ляпуновим. Рівняння математичної фізики. Оптимізація і керування. Теорія ймовірностей. Числові методи / П. П. Овчинников [та ін.] – К. : Техніка, 2000. – 792 с.
3. Герасимчук В. С. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: навчальний посібник для студ. технічних і технологічних спец. вищих навч. закладів : затв. МОНУ / В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. – К. : Книги України ЛТД, 2009. – 577 с.
4. Дубовик В. П. Вища математика: Навч. посібник / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – К. : «А.С.К.», 2005. – 648 с.
5. Клепко В. Ю. Вища математика в прикладах і задачах: навчальний посібник для студ. вищих навч. закл. / В. Ю. Клепко, В. Л. Голець. – 2-ге вид. – К. : Центр учбової літератури, 2009. – 594 с.
6. Литвин І. І. Вища математика: навч. посібник: рек. МОНУ / І. І. Литвин, О. М. Конончук, Г. О. Желізняк. – 2-ге вид. – К. : Центр учбової літератури, 2009. – 368 с.
7. Мазур К. І. Вища математика: навчальний посібник. Модуль 5. Диференціальне числення функцій багатьох змінних / К. І. Мазур, Т. І. Олешко, В. І. Трофименко ; за заг. ред. Т. І. Олешко. – Київ : Книжкове вид-во НАУ, 2005. – 104 с.