

ДЕФОРМУВАННЯ КІЛЬЦЯ НЕРІВНОМІРНО РОЗПОДІЛЕНИМ МОМЕНТОМ

В роботі [1] методом комплексних потенціалів Мусхелішвілі розв'язана система диференціальних рівнянь з частинними похідними для області в формі кільця, відомих [2] як перша основна гранична задача математичної теорії пружності. Кільце моделює елемент силової установки, що передає обертальний рух, тому граничні умови сформульовані з урахуванням дотичного навантаження. Подібна задача розглядалась в [3,4]. Однак, навантаження в цій роботі вважалось рівномірно розподіленим вздовж контура. Тому деформація мала характер зсуву. Фізично реалістичним є вважати навантаження рівномірно розподіленим лише в межах кутів, що відповідають кріпленням кільця, і рівним нулю зовні цих меж. Метою роботи є розв'язання відповідної граничної задачі.

Нехай внутрішній і зовнішній радіуси кільця дорівнюють R_1 , R_2 . Положення поточної точки на контурі характеризується кутом θ , $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Нехай вздовж контура розміщено N кріплень з кутовим розміром 2δ (рис. 1). На рис. 1 зображена також епюра дотичного навантаження, яке дорівнює $T_0 = T_{01}$ для внутрішньої частини контура і $T_0 = T_{02}$ для зовнішньої частини.

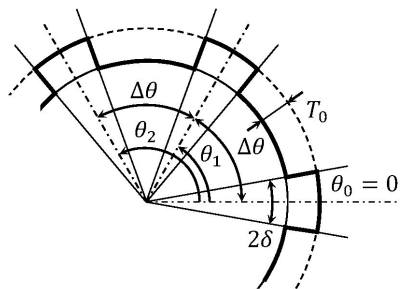


Рисунок 1 – До визначення геометричних параметрів задачі

Встановлено, що за відсутності нормальної компоненти зовнішнього навантаження задача може бути розв'язана методом комплексних потенціалів в статичній постановці. В термінах комплексних потенціалів Φ , Ψ гранична умова [2, § 41, (23)] в формі Колосова-Мусхелішвілі за відсутності нормальної компоненти має вигляд ($j = 1, 2$):

$$\left\{ \Phi + \overline{\Phi} - e^{2i\theta} \left[\overline{z} \cdot \Phi' + \Psi \right] \right\} \Big|_{|z|=R_j} = -iT.$$

Тут $T = T_{0j} \cdot t(\theta)$, $j = 1, 2$, де $t(\theta)$ – кусково-стала функція граничних умов.

Розв'язок граничної задачі шукаємо у вигляді рядів Фур'є

$$\Phi(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k z^k, \quad \Psi(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a'_k z^k.$$

Компоненти u , v поля переміщень визначаються як

$$2\mu(u + iv) = \kappa\varphi - z\overline{\varphi'} - \psi.$$

Тут μ – модуль зсуву матеріала; коефіцієнт $\kappa = 3 - 4\nu$ для стану плоскої деформації або $\kappa = \frac{3-\nu}{1+\nu}$ для плосконапруженого стану, ν – коефіцієнт Пуассона;

$$\varphi = \int \Phi dz, \quad \psi = \int \Psi dz.$$

В роботі був проведений чисельний аналіз, який показав, що переміщення точок поблизу зони навантаження практично не мають радіальних компонент; дотичне зовнішнє навантаження викликає лише кутові переміщення точок області. Подібна ситуація виникала і раніше, коли зовнішнє навантаження було розподілено по контуру рівномірно [3,4]. В цьому випадку напружено-деформований стан є чистим зсувом. Навпроти, поблизу вільної частини границі кутові переміщення точок помітно послаблюються, зате виникають істотні радіальні переміщення в напрямку до центру. В цьому випадку напружено-деформований стан є стиском в радіальному напрямку.

Висновки. В роботі методом комплексних потенціалів Мусхелішвілі побудовано розв'язок граничної задачі теорії пружності для області в формі кільця з дотичним кусково-сталім навантаженням вздовж контура. Такі граничні умови відповідають технічним рішенням при кріпленні різноманітних елементів механічних конструкцій. Проаналізовано поле переміщень і встановлено, що напружено-деформований стан близький до зсуву поблизу навантаженої ділянки границі і до радіального стиску поблизу ненавантаженої ділянки границі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Анпилогов Д.И., Снихко Н.В. Деформирование кольца неравномерно распределённым моментом / Д.И. Анпилогов, Н.В. Снихко // "Современные проблемы физико-математических наук". Сборник научн. труд. – Орёл, 2017. – С. 225 – 231.
2. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости / Мусхелишвили Н.И. – М. : Наука, 1966. – 707 с.

3. Anpilohov D., Snizhko N. The angular deformation of the ring with reference to the centrifugal forces / D. Anpilohov, N. Snizhko // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2017. – № 3. – Vol. 38. – P. 395-399.

4. Nataliia V. Snizhko The stressed-strain state of a rotating ring / N. V. Snizhko // Book of Abstracts. The 25th Conf. on Applied and Industrial Mathematics CAIM - 2017. – Iași, Romania, 2017. – P. 35.