УДК 539.3
Кружнова С.Ю.[1]
[1]старш. викл. НУ «Запорізька політехніка»

ВПЛИВ ТРИВАЛОСТІ ІМПУЛЬСУ ТИСКУ НА ОДНОРІДНУ ДЕФОРМАЦІЮ ДОВГОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ

Розглядається довга циліндрична оболонка без крайових навантажень чи обмежень, рівномірно навантажена прямокутним (у часі) імпульсом зовнішнього тиску. Матеріал оболонки передбачається пружним та ідеально пластичним. Передбачається також, що матеріальні точки в оболонці переміщуються тільки в радіальному напрямку і що точки серединної поверхні рухаються однаково в часі.

Дослідження спрямоване на визначення імпульсу, який має бути доданий до оболонки, щоб спричинити її руйнування. Можна вважати, що оболонка зруйнувалася, якщо безрозмірне радіальне переміщення ω досягло заданого значення ω_f. Переміщення ω_f може бути досягнуто в результаті застосування до оболонки безрозмірного тиску p_0 протягом безрозмірного часу T, що дає повний безрозмірний імпульс $I_f = p_0 T$. Для фіксованих значень ω_f і T руйнуючий імпульс I_f являється таким імпульсом, для якого $\dot{\omega} > 0$ при $0 < t < t_f$ та $\omega = 0$ при $t = t_f$. В подальшому ці умови будемо вважати визначенням I_f. Розглядається теорія, адекватна при всіх невід'ємних значеннях T, які набагато менше чверті періоду основної згинальної (без розтягування) форми коливань.

$$T \langle\langle \frac{(15)^{1/2}}{6} \cdot \pi \frac{R_0}{h_0}$$

Рівняння, що описують динамічну поведінку довгої циліндричної оболонки при кінцевих розтягуваннях, дещо спрощується, якщо розглядати матеріал оболонки як нестисливий та нехтувати величиною відносного осьового розтягнення в порівнянні з одиницею. При цих умовах рівняння в розмірному вигляді буде:

$$\rho R_0 h_0 \frac{d^2 \omega^*}{dt^{*2}} = p^* R - \frac{\sigma^* h_0}{1-\omega} \tag{1}$$

Переходячи до безрозмірних величин і використовуючи співвідношення $R = R_0(1-\omega)$ наводимо рівняння (1) до виду

$$\ddot{\omega} = p(1-\omega) - \sigma(1-\omega)^{-1} \tag{2}$$

Розглянемо рівняння (2) в інтервалі $0 < t < t_f$ при умовах $\omega(0) = \dot{\omega}(0) = 0$, $\omega(t) > 0$ для $0 < t < t_f$, $\omega(t_f) \equiv \omega_f$, $\omega(t_f) = 0$

Тоді вирішення поставленого завдання має задовольнити наступне рівняння

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}(\dot{\omega})^2 = \left[p(1-\omega) - \sigma(1-\omega)^{-1}\right]\dot{\omega}$$

Інтегруючи це рівняння від 0 до t_f, використовуючи початкові умови, рівняння (2) та після певних перетворень отримуємо співвідношення, що визначає повний імпульс I_f:

$$I_f = \int_0^{t_f} p dt \ (3)$$

При фіксованих значеннях ω_f найменше значення I_f виходить

$$I_{fi} = \left[2\int_0^{\omega_f} \frac{\sigma}{1-\omega} d\omega\right]^{1/2}$$