

УДК 378.14:004.421

Кулик А. С.<sup>1</sup>, Пищухина О. А.<sup>2</sup>, Клочок А. Ю.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Д-р техн. наук, профессор, Национального аэрокосмического университета им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт»

<sup>2</sup>Канд. техн. наук, доцент Национального аэрокосмического университета им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт»

<sup>3</sup>Ассистент Национального аэрокосмического университета им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт»

## МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ ПОИСКА ОШИБОК ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЬЮТЕРНЫХ СРЕДСТВ ОБУЧЕНИЯ

---

Предложен алгоритм диагностирования ошибок в компьютерной обучающей программе решения характеристического уравнения системы управления с использованием численного метода, особенностью которого является формирование продукционной базы знаний поиска ошибок и использование дихотомического дерева в процессе диагностирования.

**Ключевые слова:** компьютерные обучающие программы, диагностирование, дихотомическое дерево.

### ВВЕДЕНИЕ

На кафедре систем управления летательными аппаратами Национального аэрокосмического университета им. Н. Е. Жуковского «ХАИ» с 2004 г. непрерывно формируется и обновляется комплекс компьютерных обучающих программ, каждая из которых представляет собой независимые модули, объединяемые в единую структуру [1, 2]. Выбор задач, предназначенных для ре-

ализации в рамках компьютерного обучения, осуществляется из предметной области, сформированной в результате системного анализа структуры учебных планов и выявления наиболее важных и (или) сложных тем для усвоения обучаемыми, а также энергоемких задач, требующих длительных поэтапных расчетов, решение которых затруднено вследствие ограничения аудиторного времени. Так, в ходе разработок созданы обучающие про-

граммы расчета основных характеристик и показателей качества систем управления [3, 4], определения корней дифференциальных уравнений различными методами [5, 6], программа изучения определений и терминов базовых курсов, а также компьютерные приложения для решения задач в условиях реального времени [7].

Особенностью разработанных компьютерных программ является их интерактивная и интеллектуальная составляющие, т. е. способность не только предоставлять теоретический материал или осуществлять тестовый контроль знаний с дальнейшим оцениванием, но и помогать обучаемым в процессе решения конкретной математической или технической задачи путем выявления мест допускаемых ошибок и предоставления рекомендаций для их устранения [8]. Сформированные компьютерные средства обучения содержат блоки диагностирования ошибок, реализующие обратную связь процесса обучения после каждого этапа алгоритма решения путем разбиения последовательности ответов на правильные (1) и неверные (0) в виде дихотомического дерева. Каждая задача требует формирования уникального алгоритма поиска ошибок с использованием единого подхода, учитывающего особенности решаемой задачи, количество итераций, ожидаемый результат [9].

### ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

В результате проведенных исследований в области существующих компьютерных обучающих программ были определены следующие задачи для разработки, реализации и верификации алгоритма диагностирования ошибок:

- 1) сформировать предметную область исследований для формирования продукционной базы знаний поиска ошибок;
- 2) определить особенности выбранного метода для реализации процесса обучения и формирования дихотомического дерева;
- 3) разработать алгоритм диагностирования ошибок в ответах обучаемого лица в виде дихотомического дерева, а также компьютерную оболочку системы обучения.

### РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ

В настоящее время создание интеллектуальных компьютерных обучающих программ является одним из приоритетных направлений развития кафедры систем управления летательными аппаратами, разработки которых осуществляются в течение последнего десятилетия. В результате анализа учебных планов и программ были выделены группы ключевых дисциплин и задач, связанные с моделированием и исследованием процессов управления в сложных технических системах, решение которых требует компьютерной поддержки в рамках использования обучающих программ.

Одной из таких задач является нахождение корней характеристического уравнения, отражающего основные показатели качества системы, с использованием численного метода Лобачевского-Греффе-Данделена с целью дальнейшего определения устойчивости рассматриваемой

системы как необходимого условия ее работоспособности [10]. Характеристическое уравнение представляет собой алгебраическое уравнение, для определения корней которого в случае низших порядков используются общеизвестные формулы. Для уравнений третьей и четвертой степеней также могут быть приведены формулы, которые выражают корни через коэффициенты при помощи радикалов, но для уравнений пятого и более порядков таких формул не существует, и возникает проблема определения корней.

Среди известных методов решения подобных уравнений выделяют методы, которые достаточно просты для понимания, но неэффективны с точки зрения точности вычисленных корней, а также методы, которые являются эффективными, однако их численная реализация является очень сложной для восприятия и использования. Наиболее совершенным методом, позволяющим приближенно вычислить не только действительные, но и комплексные корни, является метод Лобачевского-Греффе-Данделена, который заключается в применении процесса квадрирования к исходному уравнению. В результате квадрирования переходят к новому уравнению, корни которого равны квадратам корней предыдущего уравнения, а переход осуществляется при помощи рекуррентных формул.

Правило перехода от исходного уравнения к базовому уравнению состоит в следующем. Пусть количество итераций  $m$  равно единице, тогда коэффициенты преобразованного уравнения  $A_0, A_1, \dots, A_n$  получаются из коэффициентов исходного уравнения по следующей схеме:

$$a_0^2 S^n + \left\{ \begin{array}{c} a_1^2 \\ -2a_0a_2 \end{array} \right\} S^{n-1} + \left\{ \begin{array}{c} a_2^2 \\ -2a_1a_3 \\ +2a_0a_4 \end{array} \right\} S^{n-2} + \dots + a_n^2 S^0 = 0, \quad (1)$$

$$\text{т. е. } A_0 = a_0^2; A_1 = a_1^2 - 2a_0a_2; A_2 = a_2^2 - 2a_1a_3 + 2a_0a_4; A_n = a_n^2.$$

Последовательное  $m$ -разовое использование схемы позволяет получить базовое уравнение, имеющее корни:  $-S_1^{2m}, -S_2^{2m}, \dots, -S_n^{2m}$ . Наличие пары комплексно-сопряженных корней среди корней характеристического уравнения характеризуется колебаниями знака одного из коэффициентов  $A_k$  при возрастании  $m$ . Модуль комплексных корней находится из соотношения:

$$|\rho| = \left( \frac{A_{k+1}}{A_{k-1}} \right)^{1/2^m}. \quad (2)$$

Действительную и мнимую части комплексно-сопряженных корней определяют по следующим соотношениям:

$$\alpha = -0,5 \cdot \left( \frac{a_1}{a_0} + S_1 + S_2 + \dots + S_n \right), \quad (3)$$

$$\beta = \sqrt{\rho^2 + \alpha^2}. \quad (4)$$

Особенность рассматриваемого метода заключается в том, что для его реализации необходимо определить, какое количество итераций необходимо выполнить для достижения желаемой точности в определении корней. Для решения поставленной задачи проведено исследование ряда характеристических уравнений третьего порядка, имеющих действительные и комплексные корни. Результаты данного метода сравнивались с результатами, полученными методом радикалов, а также с корнями, рассчитанными в пакете MatLab при помощи стандартных функций. Было проведено исследование точности корней уравнения при различном количестве итераций  $m$ . В результате проведения численных экспериментов сделан вывод о том, что при увеличении  $m$  увеличивается точность решения (в качестве показателя точности выбран третий знак после запятой). Также экспериментальным путем было доказано, что максимально возможное по точности решение достигается уже на седьмой итерации, и полученные корни совпадают с корнями, полученными в математических пакетах.

Алгоритм диагностирования возникновения ошибок при решении характеристических уравнений методом Лобачевского-Греффе-Данделена сформирован в виде дихотомического дерева (рис. 1). Данное дихотомическое дерево получено для характеристического уравнения второго порядка с комплексно-сопряженными корнями, где  $\alpha$  – действительная часть,  $\beta$  – мнимая. При построении бинарного дерева использовался алгоритм поиска ошибок «снизу-вверх», поэтому анализ возможных ошибок начинается с определения адекватности мнимой и действительной частей корней характеристического уравнения правильному решению и заканчивается проверкой правильности начальных коэффициентов квадрирования. В рассмотренном дихотомическом дереве учтены ошибки, которые могут возникнуть в результате недостаточных навыков работы с предлагаемым методом, а также ошибки, связанные с возможными пробелами в знаниях элементарной математики у обучаемого. К ошибкам, возникающим в результате плохой ориентации в методе Лобачевского-Греффе-Данделена,

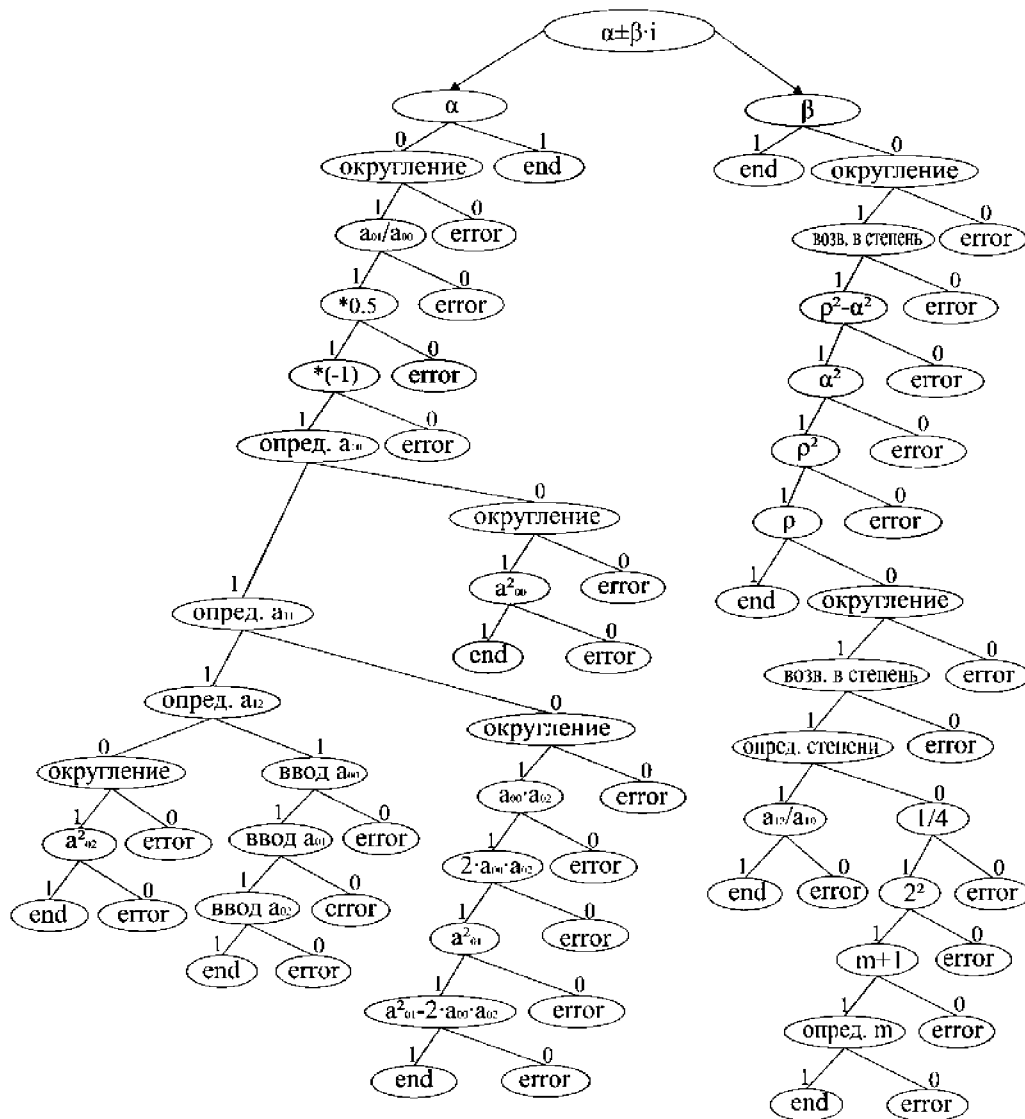


Рис. 1. Дихотомическое дерево поиска ошибок

относятся ошибки, связанные с введением неправильных коэффициентов квадрирования, с недостаточным количеством итераций, а также ошибки, допущенные при определении модуля комплексных корней. К ошибкам второго вида можно отнести ошибки, которые возникают при следующих математических операциях: округление, возведение в степень, умножение, деление, суммирование, вычитание. При повышении порядка уравнения возникает большее количество ошибок в его решении, а, следовательно, мощность дихотомического дерева значительно увеличивается.

Сформированный алгоритм диагностирования реализован в виде компьютерной оболочки, отражающей итерационную особенность нахождения корней характеристического уравнения данным методом и учитывающей возможные варианты их существования.

Компьютерная оболочка сформирована в рамках универсальной среды разработки компьютерных обучающих программ [3], особенностью которой является интерактивное обучение студентов при получении профессиональных знаний и умений, диагностирование места возникновения ошибки в ходе решения задачи и определение ее вида, а также информирование обучаемого о допущенных ошибках и последующее его оценивание с учетом результатов диагностирования. Экранные формы компьютерной оболочки приведены на рис. 2.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использование данной разработки при изучении базовых дисциплин кафедры систем управления летательных аппаратов позволяет обеспечить не только ознакомление студентов с предложенным теоретическим материалом, но и выработать у них профессиональное умение решать описанную задачу, а также закрепить полученный навык нахождения корней характеристического уравнения, необходимый для моделирования и про-

ектирования систем управления. Следует отметить, что рассмотренный метод Лобачевского-Греффе-Данделена достаточно формализован, поддается алгоритмизации, и, следовательно, может быть использован для обучения студентов технических специальностей, связанных с изучением основ теории и систем автоматического управления. Предложенный результат по оценке точности нахождения корней может быть применим для расширения возможностей математических пакетов анализа и синтеза систем управления.

Особенность предложенной модели поиска ошибок и алгоритма их диагностирования, сформированного в виде дихотомического дерева, состоит в пошаговом контроле усвоения информации, формировании сообщения о неправильном прохождении определенного этапа алгоритма сразу после допущенной ошибки, что более эффективно и целесообразно с педагогической точки зрения, а также помогает обучаемому самостоятельно устранить ошибку и понять причины ее возникновения.

Дальнейший этап исследований представляет собой тестирование компьютерной оболочки, проведение численных экспериментов с участием обучаемых, а также оценку адекватности разработанной системы процессу обучения и психологических особенностей восприятия студентами предложенного численного метода.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Информационно-аналитические модели управления технически высшими учебными заведениями / [Гуржий А. Н., Кривцов В. С., Кулик А. С., Мирная Е. В., Чухрай А. Г.]. – Х. : ХАИ, 2004. – 386 с.
2. Пищухина, О. А. Информационная технология разработки компьютерных обучающих программ / О. А. Пищухина, Д. В. Бирюкова, О. В. Клименко // Радиоелектронні і комп'ютерні системи. – 2006. – № 2 (14). – С. 57–62.
3. Development of the universal environment for creation and translation of intelligent tutoring programs / [A. Kulik,

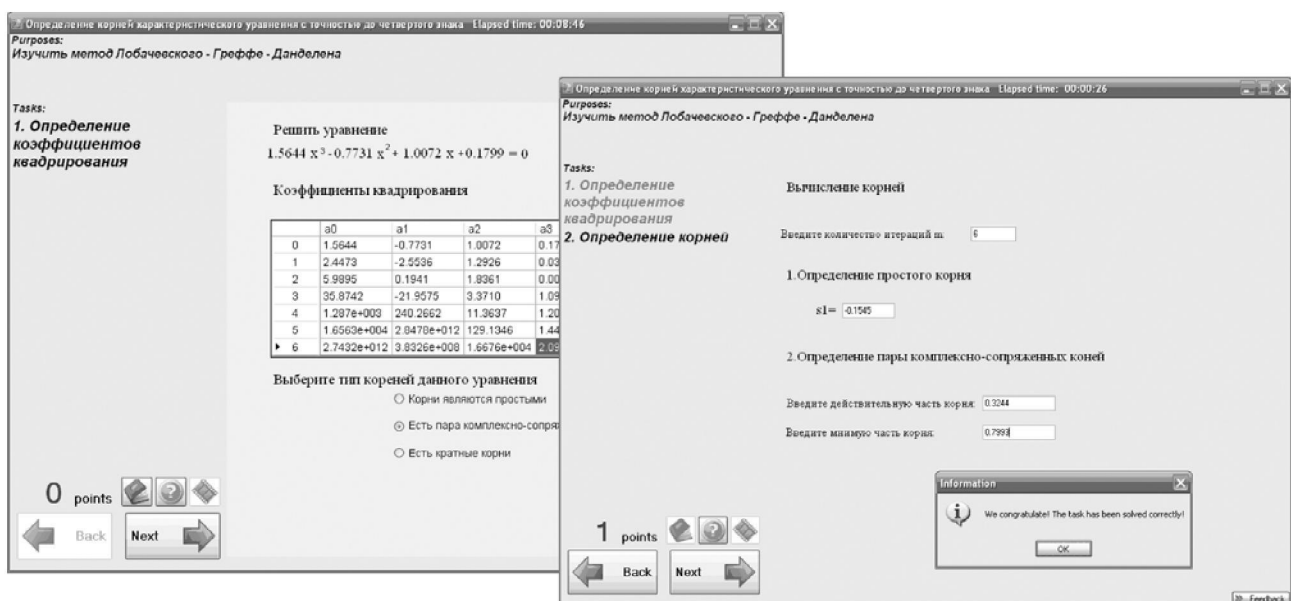


Рис. 2. Экранные формы компьютерной оболочки

- A. Chukhray, S. Pedan, T. Kulik]. – In Proceedings of the International Conference of «Interactive computer aided learning» ICL 2009 : EPortfolio and Quality in e-Learning, Austria, Villach, 2009. – P. 579–588.
4. *Педан, С. И.* Модели и методы интеллектуальной компьютерной поддержки приобретения профессиональных знаний и умений / Педан С. И. // Системы управління, навігації та зв'язку : збірник наукових праць. – К., 2011. – Вип. 4 (20). – С. 177–190.
  5. Свідоцтво № 17725. Комп'ютерна програма «Навчальна програма розв'язання диференційних рівнянь операторним методом» / О. О. Піщухіна, Д. В. Бірюкова, О. В. Клименко (Україна) – Дата реєстрації 28.08.06.
  6. Свідоцтво № 17651. Комп'ютерна програма «Навчальна програма розв'язання диференційних рівнянь методом Ейлера» / О. О. Піщухіна, Д. В. Бірюкова, О. В. Клименко (Україна) – Дата реєстрації 15.08.06.
  7. *Дергачев, К. Ю.* Формирование комплекса интеллектуальных обучающих программ при решении навигационных задач / Дергачев К. Ю., Пищухина О. А., Клочок А. Ю. // Людина і космос. – 2011. – С. 211.
  8. *Пищухина, О. А.* Подход к формированию обратной связи в интеллектуальных обучающих системах в сфере высшего технического образования / О. А. Пищухина, А. Ю. Клочок // Радіоелектроніка, інформатика, управління. – 2011. – № 2. – С. 107–110.
  9. *Кулик, А. С.* Сигнально-параметрическое диагностирование систем управления / А. С. Кулик – Х. : Гос. аэрокосмический ун-т «ХАИ», Бизнес Информ, 2000. – 260 с.
  10. *Демидович, Б. П.* Основы вычислительной математики / Б. П. Демидович, И. А. Марон. – М. : Наука, 1986. – 664 с.
- Стаття надійшла до редакції 22.02.2012.
- Кулік А. С., Піщухіна О. О., Клочок А. Ю.  
МОДЕЛІ ТА АЛГОРИТМИ ПОШУКУ ПОМИЛЮК ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ ЗАДАЧ З ВИКОРИСТАННЯМ КОМП'ЮТЕРНИХ ЗАСОБІВ НАВЧАННЯ
- Запропоновано алгоритм діагностування помилок в комп'ютерній навчальній програмі розв'язання характеристичного рівняння системи управління з використанням чисельного методу, особливістю якого є формування продукційної бази знань пошуку помилок і використання дихотомічного дерева в процесі діагностування.
- Ключові слова:** комп'ютерні навчальні програми, діагностування, дихотомічне дерево.
- Kulik A. S., Pishchukhina O. A., Klochok A. Yu.  
MODELS AND ALGORITHMS FOR FINDING ERRORS WHILE SOLVING TASKS USING COMPUTER-ASSISTED LEARNING
- An algorithm for diagnosing errors in a computer training program for solutions of the control system characteristic equation using a numerical method is offered. Its feature is the formation of a product knowledge base for searching errors and using dichotomous tree in the process of diagnosis.
- Key words:** computer training programs, diagnosis, dichotomous tree.