ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

ПРОСТОРОВА ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ ДВОШАРОВОЇ ПЛИТИ З НЕІДЕАЛЬНИМ ТЕПЛОВИМ КОНТАКТОМ МІЖ ШАРАМИ

Антоненко Ніна Миколаївна,
Кандидат фізико-математичних наук, доцент
(Національний університет «Запорізька політехніка»)
Ткаченко Ірина Григорівна
Кандидат фізико-математичних наук, доцент
(Запорізький національний університет)
Засовенко Андрій Володимирович
Кандидат технічних наук, доцент
(Національний університет «Запорізька політехніка»)
Ткаченко Андрій Григорович
студент
(Запорізький національний університет)

Розглянемо двошарову плиту, що складається з двох пружних однорідних невагомих шарів. На нижній та верхній поверхнях плити задано закони розподілу температурного поля. На спільній межі шарів виконуються умови неідеального теплового контакту. Необхідно знайти розподіли температури в шарах плити.

Нумерацію шарів будемо проводити зверху вниз, починаючи з одиниці. У кожному шарі плити введемо локальну декартову систему координат з початком на верхній межі шару так, щоб усі вісі $O_k z_k$ лежали на одній прямій, а вісі $O_k x_k$, $(O_k y_k)$ були паралельні $O_1 x_1$ $(O_1 y_1)$.

Крайові умови: $T_1(x, y, 0) = f(x, y)$, $T_2(x, y, h_2) = g(x, y)$.

Умови на спільній межі шарів плити:

$$k_{T1}\frac{\partial T_1}{\partial z}(x, y, h_1) = \frac{1}{R}\left[T_2(x, y, 0) - T_1(x, y, h_1)\right],\; k_{T2}\frac{\partial T_2}{\partial z}(x, y, 0) = k_{T1}\frac{\partial T_1}{\partial z}(x, y, h_1), \tag{1}$$

де R – коефіцієнт теплового опору, k_{Tk} – коефіцієнти теплопровідності, h_k – товщини шарів, $k = 1,2$.

Задача розв'язується за допомогою двовимірного інтегрального перетворення Фур'є за змінними x та y:

$$\overline{\varphi(x, y)} = \overline{\varphi}(\xi, \zeta) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{i(\xi x + \zeta y)} dx dy,\; \varphi(x, y) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \overline{\varphi}(\xi, \zeta) e^{-i(\xi x + \zeta y)} d\xi d\zeta.$$

Трансформанту температури $\overline{T}_k(\xi, \zeta, z)$ k-го шару основи можна подати у вигляді лінійної комбінації допоміжних функцій $\eta_k(\xi, \zeta) = \overline{T}_k(\xi, \zeta, 0)$, $\varepsilon_k(\xi, \zeta) = \dfrac{1}{p}\dfrac{d\overline{T}_k}{dz}(\xi, \zeta, 0)$:

$$\overline{T}_k(\xi, \zeta, z) = \mathrm{ch} pz\, \eta_k(\xi, \zeta) + \mathrm{sh} pz\, \varepsilon_k(\xi, \zeta), \tag{2}$$

де $p^2 = \xi^2 + \zeta^2$, $k = 1,2$.

Із першої крайової умови знаходимо $\eta_1 = \overline{T}_1(\xi,\zeta,0)$. Застосувавши до умов (1) пряме інтегральне перетворення Фур'є та формули (2) при $z = h_1$, отримаємо систему двох лінійних алгебраїчних рівнянь відносно трьох невідомих функцій $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\xi,\zeta)$, $\eta_2 = \eta_2(\xi,\zeta)$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\xi,\zeta)$. Для побудови третього рівняння введемо третій фіктивний шар. Вважатимемо, що тепловий контакт на межі другого та третього шарів плити ідеальний, тобто $T_3(x,y,0) = T_2(x,y,h_2)$. Застосувавши до цієї умови пряме інтегральне перетворення Фур'є, отримаємо третє рівняння системи. Із отриманої системи знайдено рекурентні формули для допоміжних функцій:

$$\eta_1 = \bar{f}(\xi,\zeta),\ \eta_3 = \bar{g}(\xi,\zeta),\ \varepsilon_1 = -\frac{\Delta S_1 + \operatorname{cth} p_2 (C_1 + LpS_1)}{\Delta C_1 + \operatorname{cth} p_2 (S_1 + LpC_1)}\eta_1 + \frac{1}{S_2(\Delta C_1 + \operatorname{cth} p_2 (S_1 + LpC_1))}\eta_3,$$

$$\eta_2 = (C_1 + LpS_1)\eta_1 + (S_1 + LpC_1)\varepsilon_1,\ \varepsilon_2 = -\operatorname{cth} p_2\,\eta_2 + \frac{1}{S_2}\eta_3,$$

де $L = Rk_{T1}$, $\Delta = k_{T1}/k_{T2}$, $S_k = \operatorname{sh} p_k$, $C_k = \operatorname{ch} p_k$, $p_k = ph_k$, $k = 1,2$.

Знаючи характеристики шарів плити та закон розподілу температурних полів на поверхні плити, знаходимо допоміжні функції шарів за наведеними формулами. Підставляємо їх у (2) та застосовуємо до отриманих виразів для трасформанти температури обернене перетворення Фур'є.

Чисельні розрахунки проведено для двошарової плити з такими параметрами шарів: $h_1 = h_2 = 1$, $k_{T,1}/k_{T,2} = 1$. Крайові умови: $T_1(x,y,0) = T_0\delta(x,y)$, $T_2(x,y,h_2) = 10T_0\delta(x,y)$. На рис. 1 та рис. 2 наведено графіки розподілу температури в перерізах $x = 0$ та $x = 1$ у точках нижньої межі верхнього шару основи при різних значеннях коефіцієнта теплового опору.

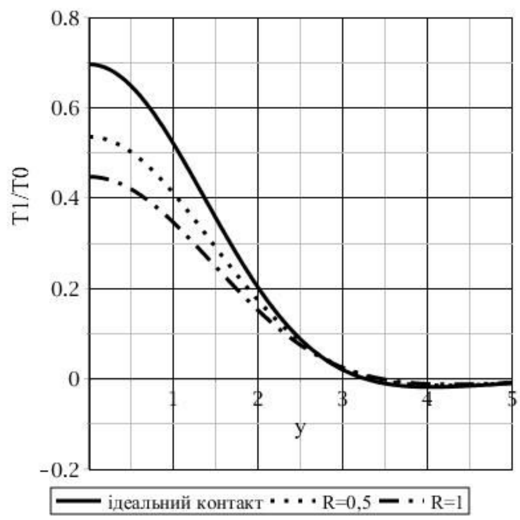

Рис. 1

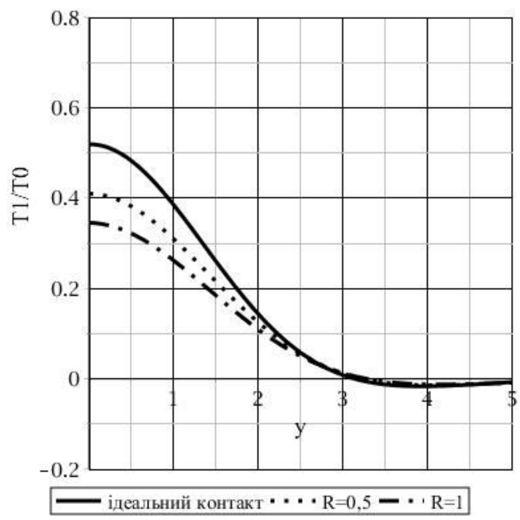

Рис. 2

Аналіз графіків дозволяє зробити такі висновки: збільшення коефіцієнта теплового опору призводить до зменшення температури в точках нижньої межі верхнього шару; у перерізі $x = 0$ вплив коефіцієнта теплового опору на розподіл температури більш суттєвий у порівнянні з його впливом у перерізі $x = 1$.

THE COMPANY "DEL a.s." (CZECH REPUBLIC)
NES NOVA DUBNICA sro (SLOVAK REPUBLIC)
UNIVERSITY OF MALAYSIA PAHANG (MALAYSIA)
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO (MÉXICO)

INNOVATION PROCESSES IN SCIENCE AND EDUCATION

MATERIALS
OF THE IV INTERNATIONAL RESEARCH
AND PRACTICAL INTERNET CONFERENCE

November, 30, 2022

Zdar nad Sazavou, 2022

DEL a.s.

DEL a.s. Strojírenská 38, 591 01 Žďár nad Sázavou, CZECH REPUBLIC

Materials of the IV International research and practical internet conference “Innovation processes in science and education”, – 2022.

ISBN 978-966-8796-15-7

Innovation processes in science and education : Materials of the III International research and practical internet conference (November, 30, 2022) : collection of abstracts // for the general ed. Ph.D Serhii Onyshchenko. – Zdar nad Sazavou : "DEL a.s.", 2022. – 52 s.

The collection includes materials of the III International Research and Practical Internet Conference "Innovation processes in science and education". The materials of the collection will be useful for researchers, scientists, graduate students, researchers, teachers, students

The author is responsible for the content of the articles and the correctness of the citation.

ЗМІСТ

ДЕРЖАВНЕ УПРАВЛІННЯ ТА ЕКОНОМІКА

ПЕДАГОГІКА І ПСИХОЛОГІЯ

СУЧАСНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

Innovation processes in science and education

Collection of abstracts

Responsible for computer typesetting – Serhii Onyshchenko

The authors are responsible for the selection, accuracy of the facts, quotations and other information

Printed from the original layout provided by the author

DEL a.s. Strojírenská 38, 591 01 Žďár nad Sázavou,

CZECH REPUBLIC