

УДК 681.865.8

Єфименко М.В.¹, Луценко Н.В.², Довженко В.М.³

¹ д-р техн. наук, зав. каф. ІТЕЗ НУ «Запорізька політехніка»

² старш. викл. каф. КСМ НУ "Запорізька політехніка"

³ студ. гр. РТ-619сп НУ «Запорізька політехніка»

КЕРУВАННЯ ПРОСТОРОВИМ РУХОМ КВАДРОКОПТЕРА

Задачі побудови алгоритмів керування просторовим рухом квадрокоптера нині дуже популярні, оскільки дозволяють експериментально відпрацьовувати широкий спектр підходів до вирішення різноманітних задач керування рухом літальних апаратів (ЛА) без значних фінансових витрат [1].

Крім того, ці задачі актуальні внаслідок високого попиту подібних безпілотних літальних апаратів (БЛА) у різних галузях людської діяльності. У доповіді запропоновано оригінальну методику побудови алгоритмів керування просторовим рухом квадрокоптера.

Модель просторового руху квадрокоптера, на основі якої синтезувалися алгоритми, мала такий вигляд [2]

$$\begin{aligned} m\ddot{\mathbf{r}}_E &= \mathbf{F}_E, & \mathbf{F}_E &= \mathbf{F}_B + \mathbf{G}_B \\ \mathbf{F}_B &= k_F(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2)\mathbf{r}_B, & \mathbf{r}_B &= \mathbf{A}_{EB}^{-1}\mathbf{r}_E^T\mathbf{A}_{EB} \\ \mathbf{r}_B &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, & \mathbf{G}_B &= mg \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ J\dot{\omega}_{EB}^{EB} &= -\omega_{EB}^{EB} \times J\omega_{EB}^{EB} + \mathbf{M}_u, & 2\dot{\mathbf{A}}_{EB} &= \dot{\mathbf{A}}_{EB} + \omega_{EB}^{EB}, \\ \mathbf{M}_u &= \begin{pmatrix} \omega_{EB}^{EB} \\ 0 \\ -\omega_{EB}^{EB} \end{pmatrix} (\omega_1 + \omega_3 - \omega_2 - \omega_4) + R \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{pmatrix}, & R &= \begin{pmatrix} -\ell & 0 & \ell & 0 \\ -k_m & k_m & -k_m & k_m \\ 0 & -\ell & 0 & \ell \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

В моделі E – земна система координат, B – жорстко зв'язана з ЛА система координат (ЗСК), $\mathbf{A}_{EB}$ – кватерніон переходу від земного базису E до зв'язаного базису B , $\mathbf{r}_E$ – вектор $\mathbf{r}$, що задає положення центру мас квадрокоптера проекціями на осі базису E ; ω_{EB}^{EB} – вектор кутової швидкості обертання базису B щодо базису E , який задано проекціями на осі базису; J –

тензор інерції ЛА; $\circ$ – символ кватерніонного множення; $\sim$ – позначення

сполученого кватерніону; m – маса квадрокоптера; ω_i , $i=1,2,3,4$ – кутові швидкості обертання повітряних гвинтів, l , k_m – задані постійні коефіцієнти, $g=9.81 \text{ м/с}^2$ – прискорення сили тяжіння на Землі.

Алгоритми керування просторовим рухом квадрокоптера будувалися у припущенні, що на борту квадрокоптера є інформація про вектор r_E , вектор кутової швидкості ω_B^{EE} та орієнтації зв'язаної системи координат B щодо земної системи E у вигляді кватерніону Λ_{EB} .

Необхідна програмна траєкторія руху БЛА знаходилася шляхом розв'язання оптимізаційної задачі: знайти оптимальну силу тяги повітряних гвинтів квадрокоптера F^* , яка переводить центр мас квадрокоптера з поточного стану $r(t_0)$ в момент часу t_0 у заданий стан $r(t_1)$ в момент часу t_1 і забезпечує мінімум функціоналу $J(F^*) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \|F^*(t)\|^2 dt$. Моменти часу t_0 та t_1 задані.

Розв'язання оптимізаційної задачі має такий вигляд:

$$F^*(t) = C_1(t_1 - t_0) - C_2, r^*(t) = r(t_0) + \dot{r}(t_0)(t_1 - t_0) + C_1 \frac{(t_1 - t_0)^2}{6} + C_2 \frac{(t_1 - t_0)^3}{6},$$

$$\dot{r}^*(t) = \dot{r}(t_0) + C_1 \frac{(t_1 - t_0)^2}{2} - C_2(t_1 - t_0),$$

$$C_1 = \frac{6}{(t_1 - t_0)^2} y_1 - \frac{12}{(t_1 - t_0)^3} y_2, \quad C_2 = C_1 \frac{t_1 - t_0}{2} - \frac{y_1}{t_1 - t_0},$$

$$y_1 = r(t_1) - r(t_0) - \dot{r}(t_0)(t_1 - t_0), y_2 = \dot{r}(t_1) - \dot{r}(t_0).$$

Для розрахунку керуючого момента, що забезпечує збіг реального напрямку сили тяги з розрахунковим, використовувався підхід з [3], згідно з яким

$$M_u = \omega_B^{EE} \times (J \omega_B^{EE}) - J \left(n_B^* \times (u - \omega_B^{EE} \times (\omega_B^{EE} \times n_B^*)) \right),$$

$$n_B^* = \frac{F^* - G_E}{\|F^* - G_E\|}, \quad n_B^* = \hat{A}_{EED}^{-1} n_E^* \hat{A}_{EED}$$

$$u = -n_B^* \times \omega_B^* \times n_B^*, \quad \dot{u} = -K_1 \dot{\varphi} - K_2 n_B^* + \dot{n}_B^*, \quad \varphi = n_B^* - n_B,$$

$$K_1 = \text{diag}(k_{1f}), K_2 = \text{diag}(k_{2f}), k_{1f} > 0, k_{2f} > 0, \quad f = 1, 2, 3.$$

При цьому потрібні кутові швидкості обертання гвинтів квадрокоптера ω_i знаходяться як рішення наступної системи рівнянь

$$k_p(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) = \|F^* - G_E\|$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 BZ}{\partial \omega_1^2} \\ 0 \\ -\frac{\partial^2 BZ}{\partial \omega_4^2} \end{pmatrix} (\omega_1 + \omega_3 - \omega_2 - \omega_4) + R \begin{pmatrix} \frac{\partial B}{\partial \omega_1} \\ \frac{\partial B}{\partial \omega_2} \\ \frac{\partial B}{\partial \omega_3} \\ \frac{\partial B}{\partial \omega_4} \end{pmatrix} = M_k.$$

Таким чином, в роботі отримані алгоритми керування просторовим рухом квадрокоптера, які дозволяють переміщати квадрокоптер із поточного положення в задане. При цьому отримано аналітичне рішення задачі знаходження оптимальної тяги повітряних гвинтів квадрокоптера.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Bouabdallah S., Noth A., Siegwart R. PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor. Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Sendai, Japan, 2004, pp. 2451–2456.
2. Лысухо Г.В., Масленников А.Л. Квадрокоптер: динамика и управление. Политехнический молодежный журнал, 2020, № 05(46). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2020-05-000>