

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ І
СПОРТУ УКРАЇНИ**
Запорізький національний технічний університет

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до самостійної роботи за розділом
«Теорія електричних кіл» дисципліни «Теорія електричних
кіл та сигналів» для студентів напрямку підготовки
6.050903 «Телекомунікації»
заочної форми навчання

2012

Методичні вказівки до самостійної роботи за розділом «Теорія електричних кіл» дисципліни «Теорія електричних кіл та сигналів» для студентів напрямку підготовки 6.050903 «Телекомунікації» заочної форми навчання / Укладачі: В.О. Костенко, Г.М. Романіченко,— Запоріжжя: ЗНТУ, 2012 – 46 с.

Укладачі: В.О. Костенко, доцент, канд. техн. наук,
Г.М. Романіченко, ст. викладач.

Рецензент: Е.В. Власенко, доцент, канд. техн. наук.

Відповідальний
за випуск В.О. Костенко, доцент, канд. техн. наук.

Експерт: Б.М. Бондарєв, проф., канд. техн. наук.

ЗАТВЕРДЖЕНО
на засіданні кафедри
Радіотехніка та телекомунікації
Протокол № 5 від. 17.02.2012.

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	4
1 Теорія графів	4
2 Математичний пакет <i>MathCAD</i>	5
2.1 Запуск <i>MathCAD</i>	5
2.2 Приклад найпростіших обчислень	6
2.3 Введення тексту	7
2.4 Визначення дискретного аргументу	7
2.5 Визначення функції	9
2.6 Графіки	10
2.7 Зміна розмірів графіка	11
2.8 Рішення одного рівняння	11
2.9 Рішення системи рівнянь	13
3 Прикладний пакет <i>Electronics Workbench</i>	16
4 Методи та приклади розрахунку електричних кіл постійного струму.....	18
4.1 Метод рівнянь Кірхгофа	18
4.2 Метод вузлових потенціалів.....	23
4.3 Метод контурних струмів.....	26
4.4 Способи перевірки правильності розв'язку рівнянь	28
5 Приклад аналізу та моделювання електричних схем постійного струму за допомогою пакету <i>EWB</i>	31
6 Методи та приклади розрахунку електричних кіл синусоїдального струму	33
6.1 Загальні відомості	33
6.2 Особливості застосування пакету <i>EWB</i> під час моделювання електричних кіл синусоїдального струму	35
7 Приклад аналізу та моделювання електричних схем синусоїдального струму за допомогою пакету <i>EWB</i>	35
8 Короткі теоретичні відомості про перехідні процеси у найпростіших ланцюгах	38
8.1 RL-ланцюг	38
8.2 RC-ланцюг	42
9 Література	46

ПЕРЕДМОВА

Дані методичні вказівки складені з метою допомоги студентам заочної форми навчання спеціальності 6.050903 "Телекомунікації" в опануванні матеріалу першої частини курсу ТЕКС ("Теорія електричних кіл та сигналів") – теорії електричних кіл. Цю частину студенти вивчають у другому семестрі. Докладний план навчання першого курсу навчання наведено у методичних вказівках до контрольної роботи №1.

В цих методичних вказівках надаються стислі теоретичні відомості тільки з тих питань, які внесені до контрольної роботи №1, а також приведені приклади вирішення практичних завдань та деякі корисні прийоми використання пакетів програм *MathCAD* і *EWB*.

Звичайно, коло питань, відображених в даній методичці, значно менше, ніж передбачено програмою навчання, і не звільняє студента від роботи з літературними джерелами.

1 ТЕОРІЯ ГРАФІВ

При вивченні методів розрахунку електричних кіл доцільно застосовувати деякі топологічні поняття, до числа яких відносяться спрямовані і не спрямовані графи. *Графом* називають геометричний образ схеми електричного кола у вигляді сукупностей точок (вершин графа), сполучених лініями (дугами графа). *Дуга* графа - це відрізок спрямованої неперервної лінії, що в загальному випадку виходить з однієї вершини і входить в іншу. Напрямок дуги вказується стрілкою. Такий граф називають *орієнтованим* (спрямованим). Геометричні образи, що відбивають тільки структуру кола, називають *топологічними графами*. У теорії графів мають значення поняття підграфи, контур, вузол, дерево, зв'язки (хорди), перетини.

Контуром називають замкнутий шлях обходу кола, у якому один із вузлів є початковим і кінцевим вузлом шляху.

Деревом графа називають підграф, що проходить через усі вузли кола і не має жодного замкнутого контуру.

Гілки, що доповнюють дерево графа до повного графа, називають *зв'язками* або *хордами*. На рисунку 4.1.а представлена електрична схема, а на рисунку 4.1.б – граф цієї схеми. Гілки дерева зображені жирними лініями, гілки зв'язку (хорди) – тонкими.

Незалежним (головним) називають контур, що складається з гілок дерева і тільки однієї гілки зв'язку (хорди). Незалежні контури не містять джерел струму. Незалежних контурів стільки, скільки хорд має граф схеми.

Найпростішим контуром називають контур, внутрішня область якого не перетинається жодною віткою графа.

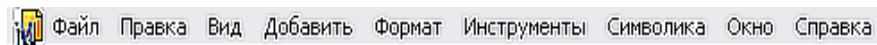
Перетином графа (схеми) називають безліч гілок, видалення яких поділяє граф на два ізольовані підграфи, один із яких в окремому випадку може бути ізольованим вузлом. Перетин можна зобразити у вигляді сліду деякої замкнутої поверхні, що розсікає відповідні гілки. Головними називають перетини, кожний з яких розсікає кілька гілок зв'язку і тільки одну вітку обраного дерева.

2 МАТЕМАТИЧНИЙ ПАКЕТ *MathCAD*

2.1 Запуск *MathCAD*

Подвійне клацання на піктограмі *MathCAD* викликає появу заставки *MathCAD*. Потім відкривається вікно програми.

"Лінія меню" - це верхня лінія екрану.



Щоб викликати меню, досить клацнути по ньому мишею або натиснути клавішу [Alt] разом з підкресленим символом. Наприклад, для виклику меню Файл натискаєте [Alt] + [Ф].

"Смуга кнопок" – знаходиться нижче "Лінії меню". Кожна кнопка відкриває свою палітру символів, які служать для вставки у формули (грецькі літери, графіки і т.п.). У *MathCAD* 2001 таких кнопок 9 штук.

"Панель інструментів" розташована під "Смугою кнопок". Ця панель була взята з Windows. Вам вона добре знайома («Зберегти як», «Вивести на друк», «Перегляд» тощо).

"Панель шрифтів" розташовується під "Панеллю інструментів". Вона відповідає аналогічній панелі в Windows.

З метою економії місця на екрані кожна з цих компонент може бути виведена на екран або прихована за допомогою відповідної команди з меню "Вікно".

"Панель інструментів" і "Палітру символів" можна мишею перетягувати в будь-яке місце екрана.

2.2 Приклад найпростіших обчислень

Природно *MathCAD* можна використовувати і як простий калькулятор. По кроках:

- Після клацання мишею в будь-якому місці робочого документу з'являється невеликий хрестик. Все введення з клавіатури буде тепер розміщуватиметься в робочому документі, починаючи з місця розташування хрестика.

- Надрукуємо:

$$15 - \frac{8}{104.5} = 14.923$$

Відразу після набору знака = обчислюється результат і виводиться на екран (цифри і знаки простіше набирати на додатковій цифровій панелі [NUM LOCK]).

Як стерти вислів? Для цього потрібно встановити мишкою + на початку висловлювання й утримувати клавішу миші до тих пір, поки рамка не оточить весь вираз. Потім викликаєте пункт «Вирізати» з меню «Редагування». Можна по-іншому, як в Windows, відзначаєте темним тлом, потім на панелі інструментів вказуєте на ножиці.

Визначення змінних. Щоб ввести змінну t, треба ввести t: (символ t, супроводжуваний двокрапкою). *MathCAD* сам ставить після “:” знак “=”, тобто присвоїти. Таким чином, $t :=$ - це клавіша [:=] на верхньому регістрі.

Наприклад :

$$t := 10$$

$$t2 := 7 + 5$$

$$t + t2 = 22$$

MathCAD читає робочий документ зверху вниз і зліва направо. Визначивши змінну, наприклад, t , її можна використовувати в обчисленнях скрізь нижче і правіше рівняння, яким вона була визначена.

2.3 Введення тексту

Натискання клавіші ["] (повинна бути встановлена відповідна мова) сповіщає *MathCAD* про початок введення тексту. *MathCAD* замінює хрестик вертикальною лінією, так званим маркером введення. Введені символи з'являються позаду цієї лінії. Маркер введення, оточений рамкою, яка називається текстовою рамкою, позначає текстову область. У процесі введення вона буде розширюватися.

MathCAD допускає введення формул і тексту в будь-якому місці робочого документу. Кожен математичний вираз чи фрагмент тексту є областю. *MathCAD* створює невидимий прямокутник, який містить кожену область. Робочий документ *MathCAD* є сукупністю таких областей.

Якщо при введенні перших літер тексту Ви виявите, що вводяться символи не російської мови, то на панелі шрифтів встановіть такий шрифт, який закінчується символами Суг (кирилиця).

Для виходу з текстової області слід клацнути мишею в іншому місці робочого документа або натиснути [Shift] + [↵]. Тестова рамка зникне. Не слід використовувати одну клавішу [↵] (Enter). Якщо її натиснути, *MathCAD* переведе рядок замість того, щоб вийти з режиму введення тексту.

2.4 Визначення дискретного аргументу

Часто необхідно обчислювати вираз для діапазону значень. Нехай треба протабулювати формулу:

$$\frac{acc}{2} \cdot t^2 \quad \text{при} \quad acc = -9,8; \quad t = \text{від } 10 \text{ до } 20 \text{ з кроком } 1$$

У *MathCAD* при завданні такого дискретного аргументу є дві особливості:

а) крок задається неявно: треба до початкового значення аргументу самому додати крок і вказати друге значення аргументу;

б) для вказівки проміжку від... до... натискають символ [;] (крапка з комою на нижньому регістрі). Це відповідає двом точкам посліпль.

Примітка: формула $\text{acc}/2 \cdot t^2$ набирається наступним чином: $\text{acc}/2$ [пробіл] * $t \wedge 2$. Символ [$\wedge$] кришка означає зведення до степеня; [$*$]-зірочка - множення, а похила риса вправо [$/$] - поділ.

Після клацання мишею поза зоною формули *MathCAD* обчислить його для всіх значень t , що входять до діапазону.

Уравнение движения для тела, падающего в поле силы тяжести

$$t := 10, 11 \dots 20$$

$$\text{acc} := -9.8$$

$$\frac{\text{acc}}{2} \cdot t^2 =$$

-490
-592.9
-705.6
-828.1
-960.4
$-1.103 \cdot 10^3$
$-1.254 \cdot 10^3$
$-1.416 \cdot 10^3$
$-1.588 \cdot 10^3$
$-1.769 \cdot 10^3$
$-1.96 \cdot 10^3$

2.5 Визначення функції

Спочатку видалимо з екрану отриману таблицю. Для цього клацнемо мишею на таблиці і натиснемо клавішу [↑], щоб укласти її в рамку, що виділяє. Потім натискаємо [Ctrl] + [X] або вибираємо пункт «вирізати» з меню «Правка».

Нехай необхідно обчислити функцію $d(t) = 1600 + \text{acc} / 2 \cdot t^2$ при тих же значеннях t .

Для цього замість третього рядка наберемо: $d(t) :=$ і далі $1600 + \text{acc} / 2$ [пробіл]* t^2 [↵]. А на новому рядку зробимо заголовок таблиці $d(t) =$ (без крапок)

На екрані отримаємо:

Уравнение движения для тела, падающего в поле силы тяжести

$$t := 10, 11 \dots 20$$

$$\text{acc} := -9.8$$

$$d(t) := 1600 + \frac{\text{acc}}{2} \cdot t^2$$

$$d(t) =$$

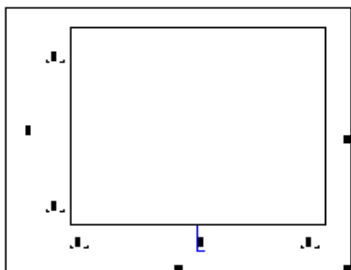
$1.11 \cdot 10^3$
$1.007 \cdot 10^3$
894.4
771.9
639.6
497.5
345.6
183.9
12.4
-168.9
-360

+

2.6 Графіки

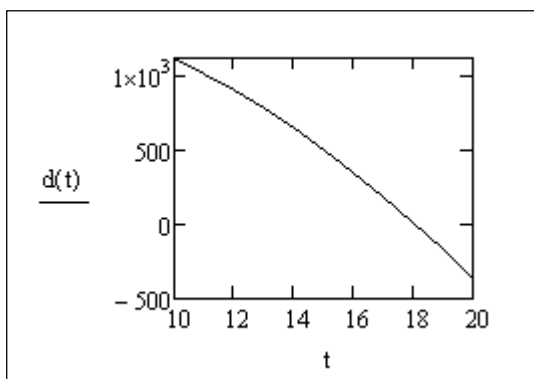
MathCAD може будувати графіки в декартових і полярних координатах, картини ліній рівня, зображати поверхні і виводити ряд тривимірних графіків. Всі вони – приклади графічних областей. Ми ж побудуємо зараз простий двовірний графік, що відображає функцію, виведену в попередньому розділі.

На панелі меню вибираємо мишкою «Інструменти графіків». На екрані з'являється іконка – меню з 9-ти пропозицій. Вибираємо Декартов графік, тобто першу картинку в верхньому ряду. З'являється порожній графік з полями введення. (Примітка: місце для графіка треба вибрати нижче формули $d(t) =$.)



По осях посередині
проставляємо їх назви:
вертикально – $d(t)$,
горизонтально – t , на кордонах
осей – максимальні і
мінімальні значення.

При цьому $d(t)$
буде підкреслено
кольоровою лінією - це
зразок лінії графіка, що
допомагає
ідентифікувати різні
криві, якщо на одне поле
виводяться кілька
графіків.



2.7 Зміна розмірів графіка

Графік можна переміщати по екрану і розтягувати до бажаного розміру. Для цього служать контактні площадки: посередині правого вертикального краю та посередині нижньої горизонталі, а також можна «брати» мишею малюнок за правий нижній кут. При цьому курсор перетворюється на подвійну стрілку.

Все, що є на екрані, можна вивести в будь-який момент на друк.

2.8 Рішення одного рівняння.

Для вирішення одного рівняння з одним невідомим використовується функція `root`. Аргументами цієї функції є вираз і змінна, що входить у вираз. Шукається значення змінної, при якому вираз звертається в нуль. Функція повертає значення змінної, яке перетворює вираз $f(z)$ в нуль.

`root (f(z), z)`

Перший аргумент є або функція, визначена де-небудь в робочому документі, або вираз.

Другий аргумент - ім'я змінної, що використовується у виразі. Цієї змінної перед використанням функції `root` необхідно присвоїти числове значення, яке *MathCAD* буде використовувати як початкове наближення при пошуку кореня (метод січної).

Наприклад, знайти **a** - рішення рівняння $e^x = x^3$. Зробимо це по кроках:

а) визначимо початкове значення змінної x . Нехай $x:=3$

Вибір початкового наближення впливає на корінь, що повертається *MathCAD* (якщо вираз має кілька коренів);

б) визначимо вираз, який має бути звернутий в нуль. Для цього перетворимо вихідне рівняння $e^x = x^3$ до вигляду $e^x - x^3 = 0$. Ліва частина цього виразу і є першим аргументом функції `root`;

в) визначимо змінну a як корінь рівняння. Для цього вводимо:

$a := \text{root} (x^3 - e^x \text{ [Пробіл] }, x)$

$$a := \text{root}(x^3 - e^x, x);$$

г) надрукуємо $a =$, щоб побачити значення кореня $a=1.857$.

Якщо вираз має кілька коренів, то доцільно побудувати в *MathCAD* графік і дати кілька наближень. На рис. 2.1 це наочно показано.

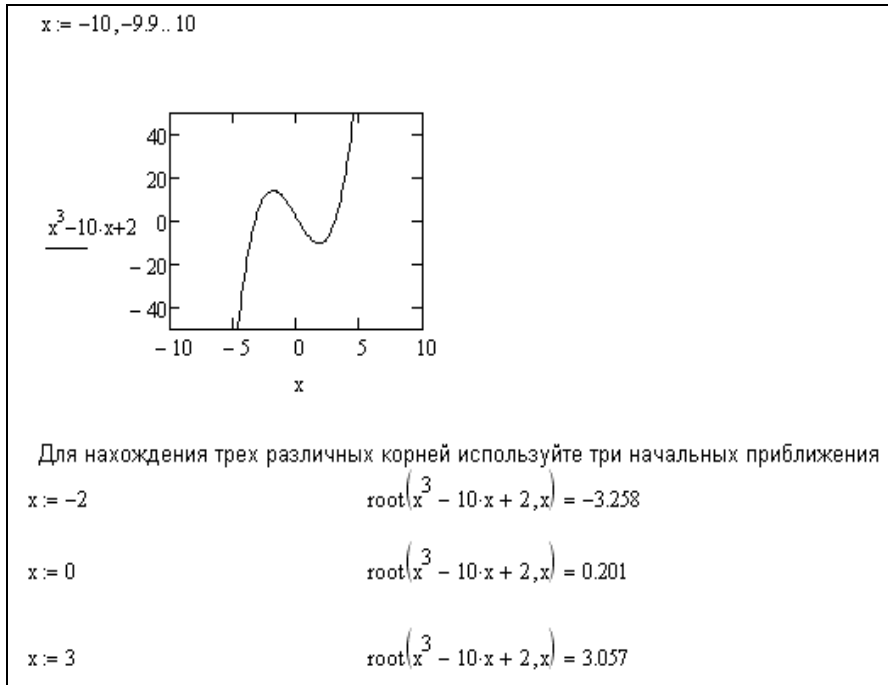


Рисунок 2.1 – Блок розв'язання одного рівняння з трьома коренями.

Примітка: *MathCAD* дозволяє знаходити і комплексні корені, відповідно для пошуку такого кореня треба задаватися комплексним числом в якості початкового наближення

2.9 Рішення системи рівнянь.

Максимальне число рівнянь і змінних дорівнює 50. Для вирішення системи рівнянь необхідно виконати наступні кроки:

а) задамо початкові наближення для всіх вхідних невідомих у системі рівнянь (ітераційний метод);

б) надрукуємо ключове слово Given. Воно вказує MathCAD, що далі слідує система рівнянь. При друку слова Given можна використовувати будь-який шрифт, великі та малі літери. Але переконайтеся, що при цьому Ви не перебуваєте в текстовій області або параграфі;

в) введемо рівняння і нерівності в будь-якому порядку нижче ключового слова Given. Переконайтеся, що між лівими і правими частинами рівнянь стоїть символ “ $\equiv$ ”. Використовуйте [Ctrl]+[=] для друку символу “ $\equiv$ ”. Між лівими і правими частинами нерівностей може стояти будь-який з символів “ $<$ ”, “ $>$ ”, “ $\leq$ ” та “ $\geq$ ”;

г) введемо вираз, що включає функцію Find. При друку слова Find можна використовувати будь-який шрифт різного розміру, довільний стиль, великі та малі літери. Find (z1, z2, ...) – повертає розв'язок системи рівнянь. Число аргументів має дорівнювати числу невідомих.

Функція Find повертає знайдені рішення наступним чином:

а) якщо рівняння одне і, отже, один аргумент, то вона повертає рішення рівняння, розташованого між ключовим словом Given і функцією Find;

б) якщо рівнянь два і більше, то вона повертає відповідь у вигляді вектора. Наприклад, Find (z1, z2) повертає вектор, що містить значення z1 і z2, що є розв'язком системи рівнянь.

Ділянка поля (документа) від слова Given до слова Find називається блоком рішення рівнянь.

На рис. 2.2 показаний робочий документ, який використовує блок розв'язання рівнянь з одним невідомим.

Решение уравнения	$x^2 + 10 = e^x$
Начальное значение	$x := 2$
Given	
	$x^2 + 10 = e^x$
	$a := \text{Find}(x)$
Результат	$a = 2.919$
Проверка	$a^2 + 10 = 18.52$
	$e^a = 18.52$

Рисунок 2.2 – Блок розв'язку рівнянь для одного рівняння з одним невідомим.

Звичайно, для розв'язку можна було б застосувати функцію `root`, записавши:

$a := \text{root}(x^2 + 10 - e^x, x)$, але так наочно.

Рис. 2.3 ілюструє розв'язок системи рівнянь з двома невідомими.

Нахождение точки пересечения окружности и прямой

Начальные значения $x := 1$ $y := 1$

Given

$x^2 + y^2 = 6$	Окружность
$x + y = 2$	Прямая
$x \leq 1$	Ограничения в виде неравенств
$y > 2$	

$\begin{pmatrix} xval \\ yval \end{pmatrix} := \text{Find}(x, y)$

Решение: $xval = -0.414$

$yval = 2.414$

Проверка найденного решения: $xval^2 + yval^2 = 6$

$xval + yval = 2$

Рисунок 2.3 – Блок розв'язання рівнянь для системи з 2х рівнянь з двома невідомими і обмеженнями на змінні у вигляді нерівностей.

Зауваження 1: як ввести $\geq$, $\leq$ і $\neq$?

$x \geq y \rightarrow [\text{Ctrl}] + [0]$

$x \leq y \rightarrow [\text{Ctrl}] + [9]$

$w \neq z \rightarrow [\text{Ctrl}] + [3]$

$w = z \rightarrow [\text{Ctrl}] + [=]$

Зауваження 2: всередині блоку рішення рівнянь не можна використовувати оператор присвоєння (вираз виду $x:=1$). *MathCAD*, зустрічаючи такі вирази, реагує повідомленням про помилку.

З ПРИКЛАДНИЙ ПАКЕТ *ELECTRONICS WORKBENCH*

Комп'ютерна система моделювання та аналізу електронних схем *Electronics Workbench* (далі просто - пакет *EWB*) дозволяє моделювати аналогові, цифрові та цифро-аналогові електронні схеми, аналізувати їх роботу при зміні будь-яких параметрів. Пакет має простий та зручний інтерфейс, велику бібліотеку поширених відомих електронних компонентів та приладів, зручну та розгалужену довідкову систему.

Інтерфейс пакета *EWB* складається з таких частин:

- головне меню;
- панель інструментів;
- панель компонентів;
- поле компонентів;
- вмикач, який підключає у роботу складену схему (розташовано у правому верхньому куті панелі компонентів.);
- клавіша *F9* – на клавіатурі (пауза/ кінець паузи у роботі).

Бібліотеки елементів мають у своєму складі широкий вибір пасивних *R, L, C* –елементів, транзисторів, тригерів, джерел енергії, логічні, цифрові, гібридні елементи, спеціальні комбіновані схеми та інше.

Бібліотека індикаторів для вимірювань має у своєму складі амперметр, вольтметр, мультиметр, осцилограф, графічний плоттер, функціональний генератор слів, логічний аналізатор та логічний перетворювач.

Аналіз роботи електронних схем в пакеті *EWB* складається із таких *операцій*:

- вибір елементів та приладів із відповідних бібліотек;
- переміщення маніпулятором „миша” обраних елементів у належне місце на робочому полі (вставка, видалення, поворот на кут 90° для зручного їх розташування);
- з'єднання усіх елементів у робочу схему;
- виділення контурів різними кольорами для кращого сприйняття схеми;

- зміна параметрів кожного елементу (приладу) у широкому діапазоні;

- отримання результатів аналізу та їх інтерпретація.

Прилади для проведення вимірів розташовано у полі індикаторів (Indicators), яке відображене відповідним значком.

У кожній схемі можна застосувати кілька приладів одночасно. Це дозволяє знаходити струми та напруги (потенціали) на всіх ділянках схеми. Сторона прямокутника амперметра або вольтметра, яку зображено жирною лінією відповідає клемі „мінус” вимірювального приладу.

Джерела енергії усіх різновидів розташовано у бібліотеці джерел (**Sources**), перші три з яких (**Ground, Battery, DC Current Sources**) застосовують при аналізі кіл постійного струму. Усі джерела в пакеті *EWB* - це ідеальні джерела.

Компонент заземлення (**Ground**) має нульовий потенціал і таким чином забезпечує вихідну точку для відліку потенціалів. Заземлення обов'язково необхідно застосувати для моделювання схем із операційними підсилювачами, мультиметром, трансформаторами, керованими джерелами енергії, осцилографом.

Внутрішній опір ідеального джерела ЕРС. (**Battery**) дорівнює нулеві, тому напруга на його виході не залежить від струму, що тече через нього. Короткою жирною рисою на батареї позначається зажим, який має від'ємний потенціал відносно іншого зажиму.

Ідеальне джерело струму (**DC Current Sources**) має нескінченно великий внутрішній опір, тому струм, який воно виробляє, не залежить від опору навантаження. Стрілка вказує напрям протікання виробленого струму.

Споживачі електричної енергії розташовано на панелі компонентів (**Basic**). Для простих схем достатньо застосувати чотири зі запропонованих компонентів (**Connector, Resistor, Potentiometer, Resistor Pack**). Вузол (**Connector**) застосовують для з'єднання між проводами та створення контрольних точок, куди можна підключати вимірювальні прилади. До кожного вузла можна підключити не більше ніж 4 провідника.

Мультиметр – універсальний прилад для вимірювань струму, напруги, опору – розташовано на панелі **Instruments** першим зліва. На його застосування є деякі обмеження. У схемі можна використати

тільки один такий інструмент. До того ж один з вузлів схеми треба обов'язково підключити до „землі” (**Ground** із бібліотеки **Sources**).

4 МЕТОДИ ТА ПРИКЛАДИ РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

4.1 Метод рівнянь Кірхгофа

Режим роботи електричного кола довільної конфігурації цілком визначається першим і другим законами Кірхгофа.

4.1.1 Закон балансу струмів у вузлах кола (перший закон Кірхгофа): алгебраїчна сума струмів у вузлі дорівнює нулеві, або

$$\sum_{K=3}^n I_K = 0 \quad .$$

Перший закон Кірхгофа застосовують до вузлів електричного кола, до замкнутих поверхонь перетинів електричних схем, до вершин спрямованих графів цих схем. При складанні рівнянь за першим законом Кірхгофа спочатку обирають довільні напрямки струмів в усіх вітках електричного кола, складають його граф. У рівняннях струми, що виходять із вузла, записують зі знаком "+". Якщо до наданого вузла приєднане джерело струму, струм цього джерела також потрібно врахувати. *Кількість* вузлових рівнянь повинна бути на одиницю менше, ніж кількість вузлів, що входять до складу дерева графа досліджуваного електричного кола.

4.1.2 Закон балансу напруги у контурах (другий закон Кірхгофа) формулюється таким чином: у будь-якому контурі алгебраїчна сума ЕРС. дорівнює алгебраїчній сумі спадань напруги на елементах

контуру, або

$$\sum_{K=1}^n E_K = \sum_{K=1}^n R_K I_K \quad .$$

Другий закон Кірхгофа застосовують до незалежних контурів електричних кіл. При складанні рівнянь за другим законом Кірхгофа варто спочатку задати напрямок обходу кожного незалежного контуру досліджуваного електричного кола. У контурному рівнянні напругу на

опорах гілок контуру (і також ЕРС.) записують зі знаком "+", якщо напрямок обходу контуру збігається із напрямком струму в гілках (із напрямком ЕРС.). При розбіжності напрямку обходу контуру із напрямком струму у гілці (або із напрямком ЕРС) ці величини записують зі знаком "-".

Кількість незалежних контурів (контурних рівнянь) дорівнює кількості гілок зв'язку, що доповнюють дерево графа до повної схеми.

4.1.3 Приклад розв'язку

Надано електричне коло, що зображене на рисунку 4.1, має такі параметри: величини ЕРС. $E_1=24\text{ В}$, $E_4=36\text{ В}$, $E_5=6\text{ В}$;

величина джерела струму $J_8 = 0,3\text{ А}$; опір резисторів (в Ω):

$R_1 = 10$, $R_2 = 15$, $R_3 = 20$, $R_4 = 4$, $R_5 = 5$, $R_6 = 6$, $R_7 = 7$.

Потрібно: визначити струми у вітках за допомогою законів Кірхгофа.

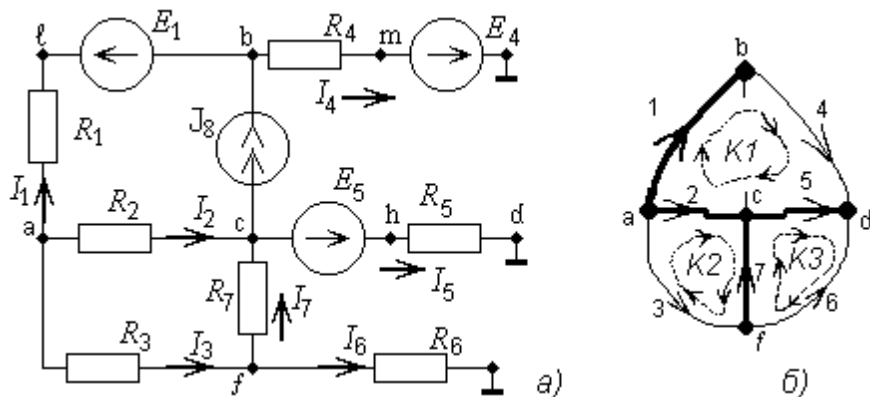


Рисунок 4.1 – Схема електричного кола (а) та його граф (б)

Розв'язок проводимо у такій послідовності:

а) задамося довільними напрямками струмів у гілках:

б) зображуємо спрямований граф кола (рис.4.1.б). Граф має п'ять вершин - "a, b, c, d, f"; сім гілок. Дерево графа (жирні дуги 7–5–2–1) має 4 гілки; три хорди (дуги 3; 4 та 6). Отже за першим законом Кірхгофа треба скласти 4 рівняння, за другим – 3 рівняння;

в) складаємо для вузлів (a; b; c; f) та для контурів (K_1 ; K_2 ; K_3) відповідні рівняння за законами Кірхгофа:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 + I_2 + I_3 = 0 \\ -I_1 + I_4 - I_8 = 0 \\ -I_2 + I_5 - I_7 + I_8 = 0 \\ -I_3 + I_6 + I_7 = 0 \\ R_1 \cdot I_1 + R_4 \cdot I_4 - R_5 \cdot I_5 - R_2 \cdot I_2 = E_4 - E_5 - E_1 \\ R_2 \cdot I_2 - R_7 \cdot I_7 - R_3 \cdot I_3 = 0 \\ R_5 \cdot I_5 - R_6 \cdot I_6 + R_7 \cdot I_7 = E_5 \end{array} \right. \quad (4.1)$$

г) розв'язок такої системи проведемо за допомогою пакета *MathCAD*.

Для цього можна застосувати матричну формулу (можливості вбудованої матричної алгебри) або оператори-функції *Given – Find*(x1,x2,...), *Given – Minerr*(x1,x2,...), та інші.

Наприклад, для розв'язку системи (4.1) матричними засобами спочатку побудуємо матрицю коефіцієнтів (Δ) при невідомих струмах та вектор-стовпець відомих параметрів (B) (вектор впливу).

Для побудови матриць та векторів можна скористуватись операцією *Matrix* пункт *Insert* основного меню, або натиснути на піктограму із зображенням шаблону матриць на математичній панелі (*Math Palette*), або комбінацією клавіш *[Ctrl]+[M]*. Це призведе до появи діалогового вікна, де треба вказати кількість строк (*Rows:=7*) та стовпців (*Columns:=7*) матриці (якщо оберемо *Columns:=1* – отримаємо вектор-стовпець).

Порядковий номер елемента (його адресу) називають *індексом*. Нижню границю індексу задаємо значенням системної змінної *ORIGIN:=1* (*Math – Options... – Array Origin – 1*).

Заповнюємо матрицю (Δ) та вектор (B) згідно із системою (4.1):

$$\Delta := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ R_1 & -R_2 & 0 & R_4 & -R_5 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & -R_3 & 0 & 0 & 0 & -R_7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_5 & -R_6 & R_7 \end{bmatrix}$$

$$B := \begin{bmatrix} 0 \\ J_3 \\ -J_3 \\ 0 \\ E_4 - E_5 - E_1 \\ 0 \\ E_5 \end{bmatrix}$$

Розв'язок отримаємо за матричною формулою:

$$I := \Delta^{-1} \cdot B,$$

або застосуємо вбудовану функцію $I := \text{Isolve}(\Delta, B)$.

Результат (струми в *Амперах*) отримаємо у вигляді вектор – стовпця [I]:

$$I = \begin{bmatrix} 0.263 \\ -0.075 \\ -0.188 \\ 0.563 \\ 0 \\ -0.563 \\ 0.375 \end{bmatrix}$$

Тут результат I_1 відповідає струму гілки I_1 електричного кола (рис. 4.1); $I_2 - I_2$; і так далі.

При застосуванні оператор–функцій *Given – Find* або *Given – minerr* треба спочатку задати початкові значення для розрахунку, наприклад: $I_1:=1$, $I_2:=1$, $I_3:=1$, $I_4:=1$, $I_5:=1$, $I_6:=1$, $I_7:=1$.

Далі у робочому полі наберемо систему рівнянь.

Звертаємо Вашу увагу на те, що між операторами *Given – Find* обов’язкове застосування саме знака "жирного рівняння" (Ctrl =, жирний знак **=**), а не знаків "присвоєння" (:=) або "дорівнює" (=). Результат розв’язку цієї системи занесемо у вектор "Струм".

Given

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$I_4 - I_1 = J_8$$

$$I_5 - I_2 - I_7 = J_8$$

$$I_7 + I_6 - I_3 = 0$$

$$I_1 \cdot R_1 + I_4 \cdot R_4 - I_2 \cdot R_2 - I_5 \cdot R_5 = E_4 - E_5 - E_1$$

$$I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 - I_7 \cdot R_7 = 0$$

$$I_5 \cdot R_5 + I_7 \cdot R_7 - I_6 \cdot R_6 = E_5$$

$$\text{Струм} := \text{find}(I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, I_7)$$

$$\text{Струм} = \begin{bmatrix} 0.263 \\ -0.075 \\ -0.188 \\ 0.563 \\ 0 \\ -0.563 \\ 0.375 \end{bmatrix}$$

Зауваження: усі розрахунки повинні мати відповідні пояснення. Наприклад, після запуску системи MathCAD ("Пуск – Программи – MathSoft Apps – MathCad 2000 Professional") треба відкрити текстове поле ("Insert–Text Region", або натиснути: [Shift]), обирати мову, бажаний шрифт, розмір, стиль напису, записати: Контрольна робота №1 "Дослідження електричного кола постійного струму", вийти у робоче поле, перейти на англійську мову.

Таким чином поступають кожний раз при поясненнях.

4.2 Метод вузлових потенціалів

4.2.1 Метод вузлових потенціалів полягає в тому, що із рівнянь, складених за першим законом Кірхгофа, визначають потенціали вузлів щодо базисного вузла, потенціал якого умовно дорівнює нулеві. Тому кількість вузлових рівнянь повинна бути на одиницю менше, ніж є кількість вузлів, що входять до складу дерева графа, тобто $(n-1)$.

У загальному випадку система вузлових рівнянь має вигляд:

$$\begin{cases} G_{11} \cdot \varphi_1 - G_{12} \cdot \varphi_2 - G_{13} \cdot \varphi_3 - \dots - G_{1n} \cdot \varphi_n = E_{11} \cdot g_{11} + J_{11} \\ -G_{21} \cdot \varphi_1 + G_{22} \cdot \varphi_2 - G_{23} \cdot \varphi_3 - \dots - G_{2n} \cdot \varphi_n = E_{22} \cdot g_{22} + J_{22} \\ \vdots \\ -G_{k1} \cdot \varphi_1 - \dots + G_{kk} \cdot \varphi_k - \dots - G_{kn} \cdot \varphi_n = E_{kk} \cdot g_{kk} + J_{kk} \\ \vdots \\ -G_{m1} \cdot \varphi_1 - G_{m2} \cdot \varphi_2 - G_{m3} \cdot \varphi_3 - \dots + G_{mn} \cdot \varphi_n = E_{nn} \cdot g_{nn} + J_{nn} \end{cases} \quad (4.2)$$

де φ_k – потенціал k -го вузла;

G_{kk} – сума провідності усіх гілок, що приєднані до k -го вузла;

G_{kn} – сума провідності гілок, що безпосередньо з'єднують вузол k із вузлом n ;

$E_{kk} \cdot g_{kk}$ – алгебраїчна сума добутків ЕРС гілок, що примикають до вузла k , на їхні провідності; при цьому зі знаком "плюс" беруться ті ЕРС, що спрямовані до вузла k , і зі знаком мінус – якщо від нього;

J_{kk} – алгебраїчна сума струмів джерел струму, приєднаних до вузла k ; при цьому зі знаком "плюс" будуть ті струми, що спрямовані до вузла k , а зі знаком мінус – що спрямовані від вузла k .

Звичайно, якщо коло має гілки з ідеальними джерелами ЕРС (без опорів), то число рівнянь у системі зменшується на одиницю (коли нам відомий потенціал на одній клемі джерела ЕРС, то нам відомий потенціал на другій клемі). У цьому випадку краще за “0” всієї схеми взяти “мінус” такого джерела з самого початку розрахунку.

Потенціали вузлів визначаємо за матричною формулою:

$$[j] := [G]^{-1} \cdot [E \cdot q + J] \text{ (або за функцією } \phi := \text{lsolve}(G, E \cdot g + J)).$$

4.2.2 Струми гілок за законом Ома:

$$I_n = \frac{\varphi_k - \varphi_n \pm E_n}{R_n},$$

де n – вузол дерева графа, з якого виходить хорда за номером n ;

k – вузол дерева графа, де закінчується хорда за номером n ;

n – номер гілки електричного кола, де знаходимо струм;

E_n, R_n – ЕРС та опір гілки за номером n .

4.2.3 Приклад розв'язку.

Для кола, що зображене на рис. 4.1, система вузлових рівнянь (4.2) буде наступною:

$$\begin{cases} G_{11}\varphi_a - G_{12}\varphi_b - G_{13}\varphi_c - G_{14}\varphi_f = \frac{E_1}{R_1} \\ -G_{21}\varphi_a + G_{22}\varphi_b - G_{23}\varphi_c - G_{24}\varphi_f = -\frac{E_2}{R_4} - \frac{E_1}{R_1} + J_8 \\ -G_{31}\varphi_a - G_{32}\varphi_b + G_{33}\varphi_c - G_{34}\varphi_f = -\frac{E_3}{R_5} - J_8 \\ -G_{41}\varphi_a - G_{42}\varphi_b - G_{43}\varphi_c + G_{44}\varphi_f = 0 \end{cases} \quad (4.3)$$

Розв'яжемо цю систему засобами *MathCAD*

Збудуємо вузлову матрицю ($Y := [Ctrl] + [M]$ Rows:=4 Columns:=4 ОК) та заповнюємо її відповідно до системи (4.3).

Нехай $a:=1$ $b:=2$ $c:=3$ $f:=4$ – інтерпретація індексів.

$$G_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5}; \quad G_{22} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4};$$

$$G_{33} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_6}; \quad G_{44} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_6};$$

$$g_{12} = g_{21} = \frac{1}{R_1}; \quad g_{13} = g_{31} = \frac{1}{R_2};$$

$$g_{23} = g_{32} = 0;$$

$$g_{24} = g_{42} = 0;$$

$$g_{34} = g_{43} = \frac{1}{R_7};$$

$$g_{14} = g_{41} = \frac{1}{R_5}.$$

$$Y := \begin{bmatrix} G_{11} & -g_{12} & -g_{13} & -g_{14} \\ -g_{21} & G_{22} & -g_{23} & -g_{24} \\ -g_{31} & -g_{32} & G_{33} & -g_{34} \\ -g_{41} & -g_{42} & -g_{43} & G_{44} \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 0.217 & -0.1 & -0.067 & -0.05 \\ -0.1 & 0.35 & 0 & 0 \\ -0.067 & 0 & 0.41 & -0.143 \\ -0.05 & 0 & -0.143 & 0.36 \end{bmatrix}$$

Сформуємо з них *MathCAD* вектор - стовпець правих частин ($BY := [Ctrl] + [M]$ ОК).

$$BY := \begin{bmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \\ I_{44} \end{bmatrix}, \quad BY = \begin{bmatrix} \frac{24}{10} \\ -11.1 \\ -1.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

де праві частини системи вузлових рівнянь:

$$I_{11} := \frac{E_1}{R_1} \quad I_{22} := \frac{-E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} + J_8$$

$$I_{33} := \frac{-E_2}{R_2} - J_8 \quad I_{44} := 0$$

Знайдемо потенціали вузлів кола:

$$\varphi := Y^{-1} \cdot BY \qquad \varphi = \begin{bmatrix} -7.125 \\ -33.75 \\ -6 \\ -3.375 \end{bmatrix}$$

Тоді знайдена таким чином величина φ_1 відповідає потенціалу вузла a :

($\varphi_a = -7,125$ В), φ_2 – потенціалу вузла b ($\varphi_b = -33,75$ В), і так далі.

Струми віток знайдемо за законом Ома:

$$I_1 := \frac{(\varphi_a - \varphi_b) - E_1}{R_1} \quad I_2 := \frac{\varphi_a - \varphi_c}{R_2} \quad I_3 := \frac{(\varphi_a - \varphi_f)}{R_3} \quad I_4 := \frac{\varphi_b - 0 + E_4}{R_4}$$

$$I_5 := \frac{\varphi_c - 0 + E_5}{R_5} \quad I_6 := \frac{\varphi_f - 0}{R_6} \quad I_7 := \frac{(\varphi_f - \varphi_c)}{R_7}$$

Відповіді: $I_1=0.262$ $I_2=-0.075$ $I_3=-0.188$ $I_4=0.563$
 $I_5=0$ $I_6=-0.563$ $I_7=0.375$

4.3 Метод контурних струмів

4.3.1 Метод контурних струмів полягає в тому, що із рівнянь, складених за другим законом Кірхгофа, спочатку визначають допоміжні величини (так звані *контурні струми*). *Власні струми* кожної гілки кола знаходимо за принципом *суперпозицій*: як алгебраїчну суму контурних струмів, що проходять через вітку кола.

При розрахунку цим методом будемо вважати, що у кожному незалежному контурі тече свій контурний струм. Тому кількість незалежних рівнянь за методом контурних струмів дорівнює кількості незалежних контурів (гілок зв'язку спрямованого графа).

Для зручності запису системи рівнянь рекомендуємо усі контурні струми та струм від джерел струму спрямувати у одному напрямку, наприклад за обігом годинникової стрілки.

У загальному випадку система контурних рівнянь має вигляд:

- Складаємо вектор-стовпець правих частин (вектор впливу):

$$b := \begin{bmatrix} (E_4 - E_5 - E_1) - J_8 \cdot (r_4 + R_5) \\ 0 \\ E_5 + J_8 \cdot R_5 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3.3 \\ 0 \\ 7.5 \end{bmatrix}$$

- Контурні струми: $I_k := \text{Isolve}(a, b)$

$$I_k = \begin{bmatrix} 0.262 \\ 0.187 \\ 0.563 \end{bmatrix}$$

- Власні струми гілок за принципом суперпозицій:

$$\begin{aligned} i1 &:= I_{k1} & i1 &= 0.263 \\ i2 &:= I_{k2} - I_{k1} & i2 &= -0.075 \\ i3 &:= -I_{k2} & i3 &= -0.188 \\ i4 &:= I_{k1} + J8 & i4 &= -0.563 \\ i5 &:= I_{k3} = -I_{k1} - J_8 & i5 &= 0 \\ i6 &:= -I_{k3} & i6 &= -0.563 \\ i7 &:= I_{k3} - I_{k2} & i7 &= 0.375 \end{aligned}$$

4.4 Способи перевірки правильності розв'язку рівнянь

4.4.1 Баланс потужностей

- Напруга на джерелі струму: $(\varphi_b - \varphi_c) = -27.75 \text{ В}$.
- Потужність джерел ЕРС:

$$E_1 \cdot (-I_1) = -6.3 \text{ ВА}; \quad E_4 \cdot I_4 = 20.25 \text{ ВА}; \quad E_5 \cdot I_5 = 0 \text{ ВА}.$$

- Потужність джерела струму:

$$(\varphi_b - \varphi_c) \cdot J_8 = -8.325 \text{ ВА.}$$

- Потужність джерел енергії усього кола:

$$S := E_1 \cdot (-I_1) + E_4 \cdot I_4 + E_5 \cdot I_5 + (\varphi_b - \varphi_c) \cdot J_8$$

$$S = 5.625 \text{ ВА}$$

- Потужність споживачів:

$$P := R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2 + \\ + R_5 \cdot I_5^2 + R_6 \cdot I_6^2 + R_7 \cdot I_7^2$$

$$P = 5.625 \text{ Вт.}$$

Оскільки $P=S$, баланс дотримано. Це означає, що розрахунки різними методами виконані правильно.

4.4.2 Потенціальна діаграма

Потенціальна діаграма – це графічне зображення розподілу потенціалів уздовж замкнутого контуру електричного кола.

Приклад розрахунку і побудови діаграми засобами *MathCAD* наведено на наступній сторінці.

Рекомендований порядок розрахунку:

– обираємо замкнутий контур із якомога більшою кількістю ЕРС;

– потенціал однієї точки контуру обираємо за нуль;

– знаходимо потенціали усіх точок контуру за законом Ома;

– обираємо напрямок (порядок) обходу контуру. Сформуємо вектор–стовпець потенціалів у контурі ($\psi := [\text{Ctrl}] + [\text{M}]$ Rows:=7 Columns:=1 OK), обов'язково дотримуючись порядку його обходу;

– сформуємо вектор із опорів контуру ($R_k := [\text{Ctrl}] + [\text{M}]$ Rows=7 Columns:=1 OK), обов'язково дотримуючись порядку його обходу і додаючи один до одного опори ділянок контуру;

– відкриємо шаблон графіків, натиснувши на піктограму *Graph Palette*, X–Y Plot (або $[\text{Shift}] + [\text{2}]$);

– на осі абсцис клавіатурою наберемо: R_k , на осі ординат – ψ ;

– вийдемо із графічного поля – отримаємо бажану діаграму;
 – зайдемо у графічне поле; подвійний "клік" лівою кнопкою "миша" відкриє меню формату (Formatting Currently Selected X-Y Plot). Зміною формату можна отримати бажану форму графіка.

Потенційна діаграма вздовж контуру $d-h-c-f-a-l-b-m-d$

$$\begin{aligned}\varphi_d &:= 0 & \varphi_h &:= \varphi_d + I_5 \cdot R_5 \\ \varphi_1 &:= \varphi_a - I_1 \cdot R_1 & \varphi_m &:= \varphi_b - I_4 \cdot R_4 \\ \text{Потенціали: } \psi &:= (\varphi_d \ \varphi_h \ \varphi_c \ \varphi_f \ \varphi_a \ \varphi_1 \ \varphi_b \ \varphi_m \ \varphi_d)^T\end{aligned}$$

Підрахунок опорів у контурі:

$$R_k := \begin{bmatrix} 0 \\ R_5 \\ R_5 \\ R_5 + R_7 \\ (R_5 + R_7) + R_3 \\ (R_5 + R_7 + R_3) + R_1 \\ (R_5 + R_7 + R_3) + R_1 \\ (R_5 + R_7 + R_3 + R_1) + R_4 \\ R_5 + R_7 + R_3 + R_1 + R_4 \end{bmatrix} \quad R_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 5 \\ 12 \\ 32 \\ 42 \\ 42 \\ 46 \\ 46 \end{pmatrix}$$

$$\text{Потенціали: } \psi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -6 \\ -3.375 \\ -7.125 \\ -9.75 \\ -33.75 \\ -36 \\ 0 \end{pmatrix}$$

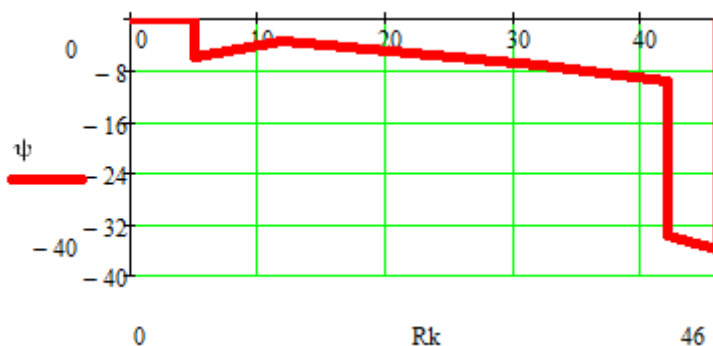


Рисунок 4.1 – Потенціальна діаграма

Діаграма почалась з “нульового” потенціалу і закінчилась ним, тобто сума напруг вздовж обраного кола дорівнює нулю, що відповідає другому закону Кірхгофа.

5 ПРИКЛАД АНАЛІЗУ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ СХЕМ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ ЗА ДОПОМОГОЮ ПАКЕТУ EWB

Для моделювання роботи електричного кола (рис.5.1) у середовищі *Electronics Workbench* запустимо її звичайним шляхом (Пуск – Програми - **Electronics Workbench**). Коли на екрані монітора з’явиться оболонка інтерфейсу *EWB* – можна почати роботу.

Стрілкою маніпулятора „миша” на панелі компонентів обираємо необхідне поле, натискаємо ліву кнопку - входимо у відповідне поле компонентів. Обираємо необхідний елемент (прилад), утримуючи ліву кнопку маніпулятора, перемістимо цей елемент на робоче поле.

Натиснувши праву кнопку маніпулятора, відкриємо додаткове вікно із властивостями елементу (Label, Value, Fault, Display, Analysis Setup), які можна заповнити у разі потреби (не обов’язково).

З’єднаємо всі елементи та вимірювальні прилади у робочу схему.

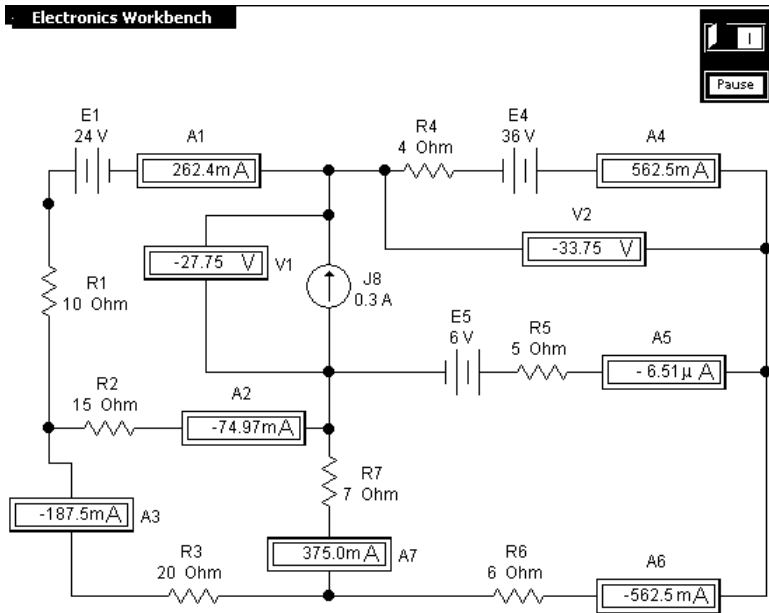


Рисунок 5.1 – Схема електричного кола у середовищі EWB

Аналіз роботи наданої схеми дає такі результати:

- струм першої гілки дорівнює 262.4 mA, або 0.2624 A;
- струм другої гілки дорівнює -74.97 mA, або -0.075 A;
- струм третьої гілки дорівнює -187.5 mA, або -0.188 A;
- струм четвертої гілки дорівнює 562.5 mA, або 0.563 A;
- струм п'ятої гілки дорівнює -6.51 μ A, або -6.5 мкА. Отже його можна вважати таким, що дорівнює нулеві;
- струм шостої гілки дорівнює -562.5 mA, або -0.563 A;
- струм сьомої гілки дорівнює 375.0 mA, або 0.375 A;
- напруга на джерелі струму дорівнює -27.75 V;
- напруга між базовим вузлом (вузол *d*) та вузлом *b* електричного кола (рис.5.1) дорівнює -33.75 V.

Звичайно, якщо вимірювальний прилад показує від'ємне значення, то його треба “перевернути”, тобто підключити навпаки. Зауважимо, що на схемі одна обкладинка вимірювального приладу має жирну лінію – це “мінус” приладу.

За результатами моделювання роботи електричного кола (рис.5.1) можна зробити висновки, що результати розрахунку струмів та напруг, знайдені у за допомогою математичного пакету *MathCAD* відповідні до результатів аналізу у середовищі *Electronics Workbench*.

6 МЕТОДИ ТА ПРИКЛАДИ РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ СИНУСОЇДАЛЬНОГО СТРУМУ

6.1 Загальні відомості

Розрахунок електричних кіл змінного струму проводять у символічній (комплексній) формі. Усі методи (закони, формули), що були застосовані при розрахунках кіл постійного струму придатні для розрахунків гармонічного струму тільки за однієї умови: всі величини (струми, напруги, опори, потужності тощо) – це комплексні числа.

Комплексним називають число, що складаються із двох частин – дійсної та уявної – і має три форми запису:

алгебраїчна форма запису (має вигляд $a + j \cdot b$),

де a – дійсна частина комплексного числа;

b – уявна частина комплексного числа;

$j = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця;

показникова форма запису комплексного числа складається з двох величин (модуль $|M|$ і кут зсуву ψ) і має такий вигляд: $|M| \cdot e^{j\psi}$,

де: $|M| = \sqrt{a^2 + b^2}$ – модуль комплексного числа;

$\psi = \arg(M)$ – кут зсуву відносно вісі дійсних чисел на комплексній площині;

тригонометрична форма – допоміжна форма для переходу від показникової до алгебраїчної форми: $|M| \cdot \cos \psi + j \cdot |M| \cdot \sin \psi$.

Джерела енергії зображують, як правило, у показниковій формі. Наприклад, якщо миттєве значення ідеального джерела напруги $e(t) = E_m \sin(\omega t + \varphi)$, тоді комплекс діючого значення:

$$\underline{E} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}, \text{ або: } \underline{E} = E \cdot e^{j\varphi}.$$

Опір споживачів поділяють на активний, реактивний і повний:

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = R + jX = Z \cdot e^{jj},$$

де: активний опір R – це дійсна частина комплексного опору;
реактивний опір X – уявна частина комплексного опору;
повний опір є геометричною сумою активного і реактивного:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2};$$

кут зсуву фаз $\varphi = \arg(Z)$;

індуктивний опір $X_L = \omega L$;

ємнісний опір $X_C = \frac{1}{\omega C}$.

Наприклад, комплексний опір ідеальної котушки індуктивності:

$$\underline{Z}_L = j\omega L = X_L \cdot e^{j90^\circ}.$$

Комплексний опір ідеальної ємності:

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{X_C}{j} = -jX_C = X_C \cdot e^{-j90^\circ}.$$

Вимірювальні прилади електромагнітної системи вказують на діюче значення струмів та напруг в електричному колі змінного струму. Осцилограф призначено для досліджень миттєвих значень струму (напруги), форм кривих електричних величин. Осцилографом вимірюють також максимальні значення струмів та напруг, кути зсуву фаз між ними.

6.2 Особливості застосування пакету EWB під час моделювання електричних кіл синусоїдального струму

Вимірювальні прилади – амперметр та вольтметр – треба переключити з режиму вимірювання D- постійний струм - в режим А- асинхронний або змінний.

7 ПРИКЛАД АНАЛІЗУ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ СХЕМ СИНУСОЇДАЛЬНОГО СТРУМУ ЗА ДОПОМОГОЮ ПАКЕТУ EWB.

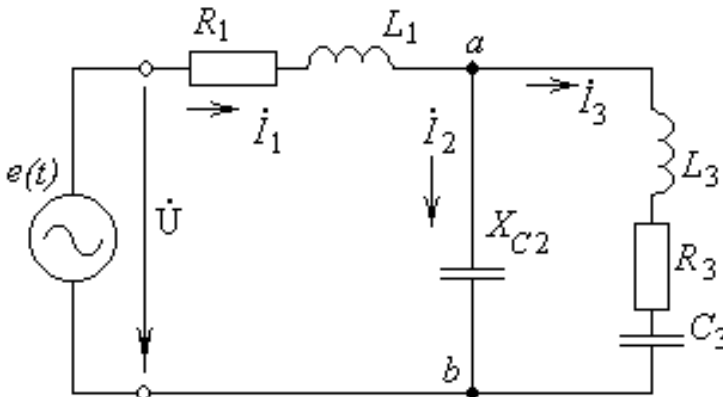


Рисунок 7.1 – Схема електричного кола змінного струму

Надано електричне коло (рис.7.1) та його параметри:

а) джерело живлення – ідеальне джерело напруги

$e(t) = 17 \cdot \sin(\omega \cdot t + 90^\circ)$ В, частотою $f = 6$ КГц ;

б) величини активних опорів $R1$ та $R3$, індуктивного опору котушки $L1$ та опір конденсатора $C3$ (в Омах):

$R1 = 30$; $XL1 = 113.1$; $XC3 = 26.53$; $R3 = 15$;

в) величини ємності $C2=0.47$ мкФ та індуктивності $L3=3.12$ мГн.

Треба визначити струми кожної гілки кола, напругу на окремих елементах, кут зсуву фаз між двома електричними величинами.

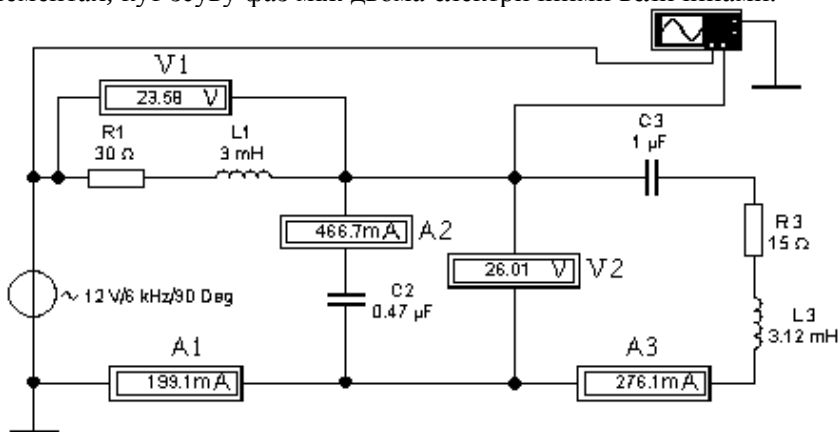


Рисунок 7.2- Модель кола у середовищі EWB

Попередніми розрахунками визначаємо ємності всіх конденсаторів та індуктивності всіх котушок, якщо їх не надано у вихідних даних у явному вигляді.

Складемо віртуальне електричне коло за допомогою панелі компонентів (рис.7.2), змінимо їх властивості, ввімкнемо його до роботи, натиснувши на вмикач (O/I), занотуємо результати вимірів на приладах.

Ввійдемо до робочого поля осцилографа, зробимо відповідні зміни його параметрів, що забезпечать необхідну якість і зручність його вимірів, занотуємо у бланк звіту результати роботи.

Як бачимо (на рис.7.3) різниця у часі $T2-T1$ між гармонічними функціями становить 30,2579 мікросекунд. Оскільки період коливань наданих функцій становить:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{6000} = 167 \cdot 10^{-6} \text{ (с)} = 167 \text{ (нс)},$$

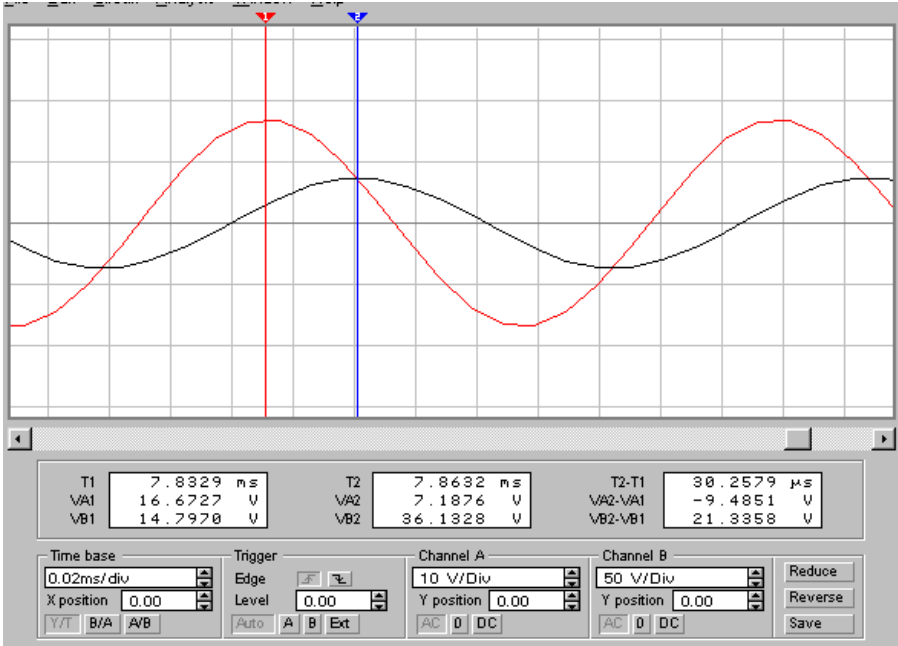


Рисунок 7.3- Показання на осцилографі у середовищі EWB

зсув фаз між джерелом і падінням напруги у першій гілці складає

$$\Delta\varphi = 2\pi \times (T2-T1)/T = 1.138 \text{ радіан або } 65.227^\circ.$$

Результати вимірів занотуємо у бланк звіту контрольної роботи, збережемо результат роботи у своїй теці. Завершуємо сеанс роботи середовищі *Electronics Workbench* звичайним шляхом.

8 КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ПРО ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ У НАЙПРОСТІШИХ ЛАНЦЮГАХ

Процес переходу електричного кола з одного встановленого режиму до іншого називають перехідним процесом. Перехідні процеси виникають у колах з елементами, які можуть накопичувати електричну енергію у магнітному або електричному полі при різноманітних комутаціях: ввімкненнях, вимиканнях, обривах, коротких замиканнях та інших стрибкоподібних змінах конфігурації або параметрів кола.

8.1 RL-ланцюг

На рис. 8.1 подана схема електричного кола з резистором R та котушкою індуктивності L , причому активний опір котушки додано до опору резистора.

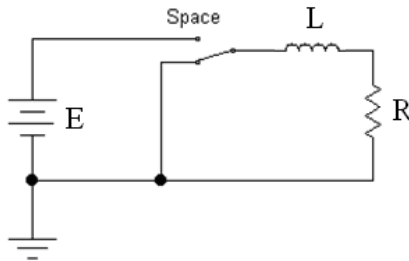


Рисунок 8.1 – Схема електричного кола з резистором та котушкою індуктивності.

При ввімкненні тумблера S у колі виникає струм i , а на елементах утворюються спади напруг:

$$U_R = R \cdot i \quad \text{та} \quad U_L = L \frac{di}{dt}$$

Згідно з другим законом Кірхгофа рівняння електричної рівноваги для миттєвих значень записується:

$$L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i = E \quad (8.1)$$

Отримано неоднорідне диференціальне рівняння першого порядку, рішенням якого являється сума двох складових струму:

$$i(t) = i_B + i_{np}$$

де $i(t)$ - перехідний струм;

i_B - вільна складова струму;

i_{np} - примушена складова струму.

Для знаходження вільної складової струму розв'язують однорідне диференціальне рівняння:

$$L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i = 0.$$

Замінив d/dt на p , записуємо характеристичне рівняння:

$$Lp + R = 0,$$

звідки його корінь дорівнює $p = -R/L$.

Після цього можна записати вільну складову перехідного струму:

$$i_B = Ae^{pt} = Ae^{-(R/L)t},$$

де A - стала інтегрування, яку розраховують використовуючи початкові умови.

Примушена складова перехідного струму – це струм при усталеному становищі після закінчення перехідного процесу. Її розраховують з рівняння (8.1) при похідних, які дорівнюють нулеві (приватне рішення неоднорідного диференційного рівняння):

$$i_{np} = E/R$$

З урахуванням вільної та примушеної складових перехідний струм:

$$i(t) = i_{np} + i_{\epsilon} = \frac{E}{R} + A \cdot e^{pt} \quad (8.2)$$

У цьому рівнянні сталу інтегрування визначають, використовуючи початкові умови для часу $t = 0(+)$, та перший закон комутації, який затверджує, що струм у котушці індуктивності до комутації дорівнює струму у котушці безпосередньо після комутації $i(0+) = i(0-)$. Струм у котушці індуктивності до ввімкнення джерела постійної ЕРС був відсутній, тому початкова умова нульова:

$$i(0+) = 0.$$

Перепишемо рівняння (8.2) з урахуванням цієї початкової умови:

$$i(0+) = \frac{E}{R} + A \cdot e^{p \cdot 0} \quad 0 = \frac{E}{R} + A.$$

Звідки стала інтегрування дорівнює: $A = -E/R$.

Остаточний вираз функції перехідного струму у колі з резистором та котушкою індуктивності буде:

$$i(t) = \frac{E}{R} - \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{E}{R} \cdot (1 - e^{-\frac{R}{L}t}), \quad (8.3)$$

$$t = \frac{1}{|p|},$$

де τ - стала часу.

Коли підставити у рівняння (8.3) час від нуля до нескінченності, одержимо графік перехідного струму (дивись рис. 8.2).

Перехідний процес вважають закінченим, коли помилка δ дорівнює:

$$d = \frac{i_{np} - i(t)}{i_{np}} \cdot 100\% = (5 \dots 1,5\%).$$

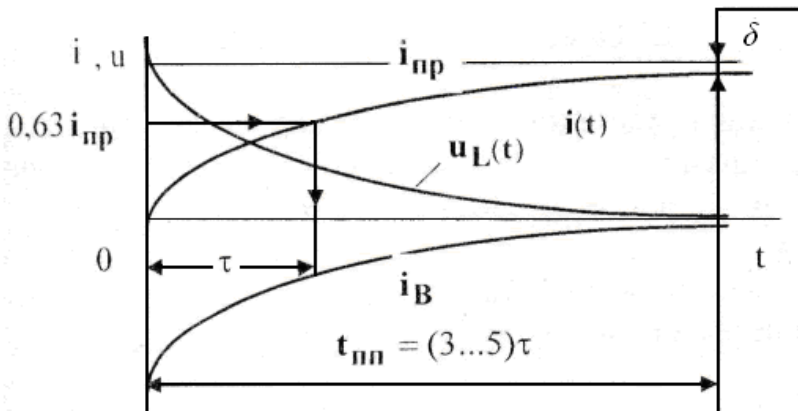


Рисунок 8.2 – Графіки перехідних процесів у колі з резистором та котушкою індуктивності

причому 3τ при 5% -ої помилці, а 5τ при 1,5% -ої помилці.

Сталу часу можна визначити з графіка перехідного процесу, коли відкласти на вісі ординат величину $0,63 i_{np}$ і визначити час, відповідний цьому значенню струму.

Для визначення спаду напруги на котушці індуктивності можна взяти похідну перехідного струму, яку помножити на індуктивність:

$$U_L(t) = L \frac{di}{dt} = E \cdot e^{-\frac{R}{L}t}.$$

Графік перехідної напруги $U_L(t)$ подано на рис. 8.2.

8.2 RC-ланцюг

На рис. 8.3 подана схема електричного кола, яка складається з резистору, конденсатору та джерела ЕРС.

При вмиканні тумблера у колі виникає перехідний струм, а на елементах спади напруг Ri та U_C .

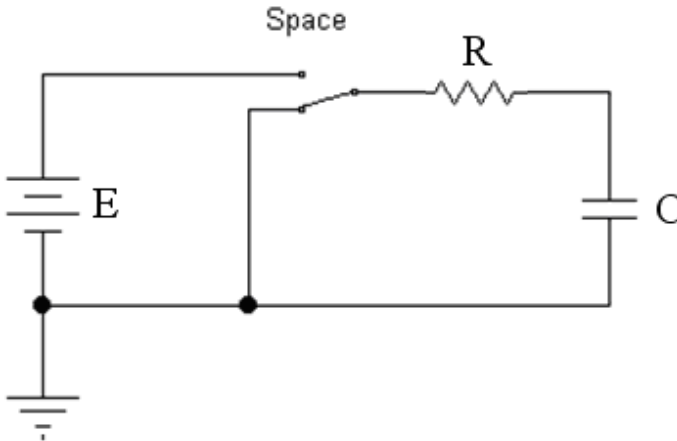


Рисунок 8.3 – Схема електричного кола з резистором та конденсатором.

Струм крізь конденсатор дорівнює: $i = C \cdot \frac{dU_C}{dt}$, після закінчення заряду він припиняється. Рівняння за другим законом Кірхгофа записується так:

$$Ri + U_C = E \Rightarrow RC \cdot \frac{dU_C}{dt} + U_C = E \quad (8.4)$$

Отримано диференціальне рівняння першого порядку, розв'язування якого дає перехідну напругу на конденсаторі $U_C(t)$:

$$U_C(t) = U_{C\epsilon} + U_{Cnp},$$

де $U_{C\epsilon}$ – вільна складова перехідної напруги (загальне рішення однорідного диференціального рівняння);

U_{Cnp} – примушена складова перехідної напруги (приватне рішення диференціального рівняння).

Для визначення вільної складової перехідної напруги прирівнюють рівняння (8.4) нулевій та змінюють d/dt на p , отримують характеристичне рівняння:

$$RCp + 1 = 0.$$

Звідки корінь характеристичного рівняння дорівнює:

$$p = -1/RC,$$

тоді вільна складова перехідної напруги на конденсаторі запишеться:

$$U_{C\epsilon}(t) = Be^{pt} = Be^{-t/RC}.$$

де B – стала інтегрування (буде визначена пізніше).

Для визначення примушеної складової напруги в рівняння (8.4) підставляють $d/dt = 0$, так як це є напруга після закінчення перехідного процесу:

$$U_{Cnp} = E.$$

Загальна перехідна напруга на конденсаторі запишеться:

$$U_C(t) = U_{Cnp} + U_{C\epsilon} = E + Be^{-t/RC}.$$

Тепер визначимо сталу інтегрування, для цього використовуємо початкові умови (напруги або струми у момент комутації) та другий закон комутації (напруга на конденсаторі до комутації дорівнює напрузі безпосередньо після комутації). Для нашого конденсатора

другий закон комутації запишеться : $U_C(0+) = U_C(0-)$. Початкова умова називається незалежною, тому що до комутації і після комутації її значення не змінюється. Так як до комутації конденсатор був незаряджений, то і після комутації його напруга дорівнює нулеві:

$$U_C(0+) = U_C(0-) = 0.$$

З урахуванням початкових умов перехідна напруга на конденсаторі для часу $t = 0+$ запишеться:

$$U_C(0+) = E + Be^{-0/RC}, \text{ або } 0 = E + B.$$

Звідки визначиться стала інтегрування: $B = -E$.

Після завершення розв'язування диференційного рівняння (8.4) одержимо функцію перехідної напруги на конденсаторі:

$$U_C(t) = E - E e^{-t/RC} = E(1 - e^{-t/\tau}) \quad (8.5)$$

де $\tau = RC$ – стала часу електричного кола.

На рис. 8.4 задані графіки перехідних напруг : $U_C(t)$, U_{Cnp} , U_{CB} , які побудовані за виразом (8.5). Вважають, що перехідний процес закінчився, коли похибка $\delta = (U_{Cnp} - U_C(t))100\% / U_{Cnp}$ досягне 5...-1,5%, причому $\delta = 5\%$ відповідає $t_{nn} = 3\tau$, а $\delta = 1,5\%$ - 5τ .

Сталу часу можна визначити за графіком (див. рис. 8.4), коли відкласти на вісі ординат значення напруги $0,63 U_{Cnp}$ й знайти час, який відповідає цій напрузі.

Струм крізь конденсатор дорівнює похідної напруги на конденсаторі:

$$i_C(t) = C \cdot \frac{dU_C}{dt} = C \cdot (-E) \cdot \left(-\frac{1}{R \cdot C}\right) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Його графік подано на рис. 8.4. Як бачимо, спочатку струм стрибає до максимального значення, потім зменшується до нуля. Конденсатор не пропускає постійний струм.

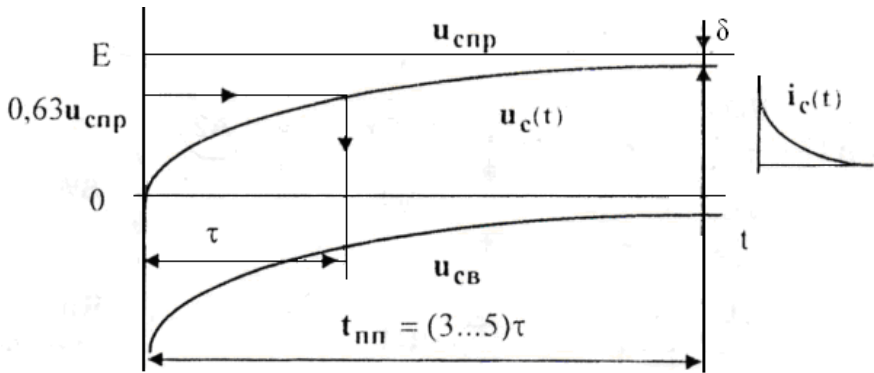


Рисунок 8.4 – Графіки перехідних процесів у колі з резистором та конденсатором

9 ЛІТЕРАТУРА

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. – М.: Высш. Школа, 1984. – 528 с.
2. Шебес М.Р. Задачник по теории линейных электрических цепей. – М.: Высш. Школа, 1982. – 488 с.
3. В.П. Дьяконов. Энциклопедия Mathcad 2001i и Mathcad 11. – М.: СОЛОН – Пресс, 2004.- 832 с.
4. Карлашук В.И. Электронная лаборатория на IBM PC . Программа Electronics Workbench и ее применение. – М.: «Солон – Р», 2001. – 726 с.
5. Костенко В.О., Ключко В.В. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт за допомогою програми «Electronic Workbench» для студентів спеціальностей 8.090701 «Радіотехніка», 7.160103 «Системи захисту від несанкціонованого доступу», 7.160105 «Захист інформації в комп'ютерних мережах», 7.092402 «Інформаційні мережі зв'язку» всіх форм навчання. Частина 1. Контрольно-вимірювальні прилади та складання електричних схем на EWB. – Запоріжжя, ЗНТУ, 2004. – 24 с.
6. Паначевний Б.І., Свергун Ю.Ф. Загальна електротехніка: теорія і практикум. – К.: Каравела, 2003. – 440 с.