

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет “Запорізька політехніка”

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ І ЗАВДАННЯ

до практичних робіт з курсу “Технічна механіка”
для студентів денної форми навчання спеціальностей:

141-3 «Електричні машини та апарати»

141-4 «Електромеханічні системи автоматизації та електропривод»

141-6 «Електричні та електронні апарати»

Методичні вказівки і завдання до практичних робіт з курсу «Технічна механіка» для студентів денної форми навчання спеціальностей 141-3 «Електричні машини та апарати»; 141-4 «Електромеханічні системи автоматизації та електропривод»; 141-6 «Електричні та електронні апарати» / Укл.: А. Д. Фурсіна, В. Г. Шевченко, С. Ю. Кружнова,

—
Запоріжжя: НУЗП, 2023. – 19 с.

Укладачі: *А. Д. Фурсіна*, доцент, к.т.н.

В. Г. Шевченко, доцент, к.т.н., зав. каф. механіки

С. Ю. Кружнова, ст. викл.

Рецензент: *В. І. Пожусь*, д.т.н., професор

Відповідальний

за випуск:

В. Г. Шевченко, доцент, к.т.н., зав. кафедри
механіки

Затверджено
на засіданні кафедри
механіки

Протокол № 1

від “21” серпня 2023 року

Рекомендовано до видання
НМК БАД факультету

Протокол № 3

від “16” вересня 2023 року

ЗМІСТ

ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ	4
1 КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ	5
1.1 Приклад розрахунку задачі 1	7
1.2 Приклад розрахунку задачі 2	8
1.3 Завдання 1 Визначення швидкостей та прискорень точок твердого тіла при поступальному та обертальному рухах.	11
ЛІТЕРАТУРА	16
Додаток А Кінематичні характеристики руху	17
Додаток Б Міжнародна метрична система одиниць	18
Додаток В Контрольні питання	19

ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ

Мета методичних вказівок – допомогти студентам оволодіти методами розв’язання задач, що складають розрахунково-графічні роботи, і набути необхідні навички розрахунку та проектування елементів механічних систем.

Зазвичай найбільші утруднення для студентів пов’язані з розв’язанням задач та виконанням розрахунково-графічних завдань (РГЗ). В той же час саме ця частина курсу сприяє придбанню знань, необхідних для свідомого вибору розрахункових схем, складанню алгоритмів обчислень та технічно грамотному оформленню отриманих результатів.

Перед рішенням задачі треба виписати її умову, зробити рисунок в масштабі та вказати на рисунку значення, які необхідні для розрахунку. Розрахунок спочатку треба зробити в загальному вигляді, тільки після цього підставити числові значення та знайти результат. Розрахунки повинні бути виконані у відповідній послідовності, теоретично обґрунтовані, з поясненнями. Пояснення мають бути короткими, послідовними, грамотними (без скорочення слів).

Розрахунково-графічні завдання треба виконувати на аркушах формату А4: графічну частину – олівцем, текстову – пастою чорного (синього) кольору, чітким почерком або в друкованому вигляді. Варіант РГЗ призначається викладачем. Титульна сторінка роботи повинна бути оформлена за діючими стандартами.

1 КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Курс „Технічна механіка” містить комплекс дуже важливих загальнотехнічних знань. Він включає в себе основні положення теоретичної механіки, опору матеріалів, теорії механізмів і машин та деталей машин. Задачі цього предмету можна поділити на такі основні групи:

- вивчення загальних законів рівноваги твердих тіл;
- вивчення законів руху твердих тіл;
- структура та синтез кінематичних ланцюгів;
- умови міцності, жорсткості та стійкості елементів конструкцій;
- вивчення устрою, області застосування та основ проектування деталей машин та механізмів.

Комплексне використання загальнотехнічних дисциплін дозволяє обґрунтовано вибрати, спроектувати, розрахувати, а також кваліфіковано експлуатувати різні технічні засоби промислових виробництв з урахуванням специфіки різних спеціальностей.

Аналіз руху деталей в машинах та механізмах, а також проектування нових машин неможливо без знання законів кінематики. В кінематиці вивчають рух матеріальних точок і твердих тіл без врахування причин, що викликали ці рухи. Тому кінематику часто називають геометрією руху, вона значною мірою оснований на геометричних уявленнях.

В кінематиці розрізняють два види найпростіших рухів твердого тіла – це поступальний рух та обертальний навколо нерухомої осі. При поступальному русі всі точки твердого тіла мають однакові траєкторії, швидкості та прискорення. А отже, поступальний рух твердого тіла повністю визначається рухом однієї з його точок. І кінематика твердого тіла зводиться до кінематики точки при поступальному русі. Поняття обертального руху відноситься тільки до тіла, але не до точки. Так, наприклад, рух точки по колу є не обертальним рухом, а криволінійним. Отже, при обертальному русі тіла його точки, що знаходяться на різній відстані від осі обертання, мають не однакові траєкторії, швидкості та прискорення. Лінійне переміщення (шлях), лінійні швидкості та прискорення не можуть характеризувати обертальний рух тіла в цілому. Обертальний рух тіла можна характеризувати кутом φ , на який повер-

нулось тіло за даний проміжок часу. Цей кут називається кутом переміщення тіла.

Кутова швидкість дорівнює першій похідній кутового переміщення за часом

$$\omega = d\varphi/dt.$$

Вимірюється кутова швидкість в рад/с.

Швидкість будь-якої точки тіла, що обертається визначається за формулою

$$\vec{v} = \vec{\omega} \cdot \vec{r}.$$

В техніці часто швидкість обертання виражають в обертах за хвилину, позначають буквою n та називають частотою обертання. Зв'язок між кутовою швидкістю та частотою обертання виражається залежністю

$$\omega = \pi \cdot n/30 \text{ рад/с.}$$

Для виконання технологічних процесів часто доводиться перетворювати обертальний рух від двигуна в поступальний або рух з зупинками, чи в обертальний рух з іншою кутовою швидкістю. При розв'язанні задач про рух механізмів, що перетворюють найпростіший рух, треба використовувати сумісно формули кінематики точки та формули кінематики твердого тіла, яке обертається навколо нерухомої осі.

Рекомендується така послідовність дій при розв'язанні задач на перетворення найпростіших рухів:

- виходячи із умов задачі, написати рівняння руху або інші кінематичні співвідношення для того твердого тіла, рух якого відомий;
- користуючись формулами кінематики точки та кінематики обертання твердого тіла навколо нерухомої осі, знайти рівняння руху іншого твердого тіла, якому передається рух, а також знайти швидкості та прискорення різних точок цього твердого тіла.

1.1 Приклад розрахунку задачі 1

Умова задачі:

Для опускання вантажу M , прив'язаного до кінця троса, намотаного на барабан III , тягнуть зі швидкістю v канат A , намотаний на барабан I . На одній осі з барабаном I радіусом r_1 насаджено зубчасте колесо I радіусом R_1 і жорстко зчеплене з ним. Зубчасте колесо I зчеплено з зубчастим колесом 2 радіусом r_2 , яке обертається як одне ціле разом з зубчастим колесом II радіусом R_2 . Останнє зчеплено з зубчастим колесом 3 радіусом r_3 , яке обертається як одне ціле з барабаном III радіусом R_3 .

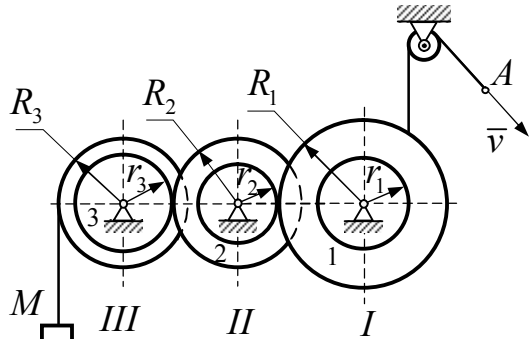


Рисунок 1.1

Зжорстко зчеплене з ним.

Зубчасте колесо I зчеплено з зубчастим колесом 2 радіусом r_2 , яке обертається як одне ціле разом з зубчастим колесом II радіусом R_2 . Останнє зчеплено з зубчастим колесом 3 радіусом r_3 , яке обертається як одне ціле з барабаном III радіусом R_3 .

Визначити швидкість, з якою спускається вантаж M , якщо осі усіх зубчастих коліс нерухомі.

Розв'язок. Модуль швидкості точки на ободі барабана I радіусом r_1 дорівнює величині швидкості точок каната v . Визначимо швидкість точки на ободі зубчастого колеса I радіусом R_1 . Модуль кутової швидкості барабана I і зубчастого колеса 1 дорівнює

$$\omega_1 = \frac{v}{r_1}.$$

Величина швидкості точки на ободі зубчастого колеса радіусом R_1

$$v_1 = \omega_1 R_1 = \frac{v}{r_1} R_1.$$

Зубчасте колесо радіусом R_1 знаходиться в зачепленні з зубчастим колесом 2 радіусом r_2 . Отже, швидкості точок на ободі цих коліс однакові. Визначимо модуль кутової швидкості зубчастих коліс радіусом r_2 і радіусом R_2

$$\omega_2 = \frac{v_1}{r_2} \cdot \frac{vR_1}{r_1 r_2}.$$

А потім знаходимо величину швидкості точки на ободі зубчастого колеса II радіусом R_2

$$v_2 = \omega_2 R_2 = \frac{v_1}{r_2} R_2 = \frac{vR_1 R_2}{r_1 \cdot r_2}.$$

Це і є одночасно модуль швидкості точки на ободі зубчастого колеса 3 радіусом r_3 , зчепленого з зубчастим колесом II радіусом R_2 .

Отже, величина кутової швидкості зубчастого колеса 3 і барабана III дорівнює

$$\omega_3 = \frac{v_2}{r_3} = \frac{vR_1 R_2}{r_1 r_2 r_3}.$$

Модуль швидкості точки на ободі барабана III радіусом R_3 , який дорівнює шуканій величині швидкості вантажу M , дається формулою

$$v_3 = \omega_3 R_3 = \frac{vR_1 R_2 R_3}{r_1 r_2 r_3}.$$

1.2 Приклад розрахунку задачі 2

Умова задачі:

Дана схема механізму (рис. 1.2): $R_2=50$ см, $r_2=25$ см, $R_3=65$ см, $r_3=40$ см, $x_0=14$ см, $v_0=5$ см/с, $x_2=168$ см, $t_1=1$ с, $t_2=2$ с.

Знайти рівняння руху вантажу, а також швидкості та прискорення вантажу і точки M в момент часу $t=t_1$.

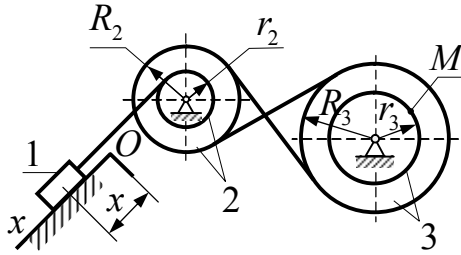


Рисунок 1.2

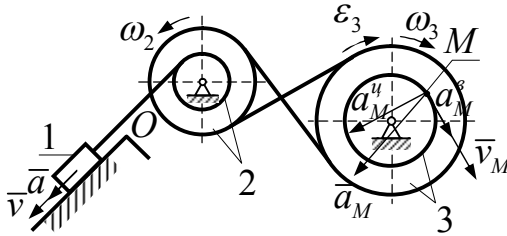


Рисунок 1.3

Розв'язок. Рівняння руху вантажу 1 має вигляд

$$x=c_2t^2+c_1t+c_0, \quad (1.1)$$

Коефіцієнти c_0 , c_1 і c_2 можна визначити із таких умов

$$\text{при } t=0 \quad x_0=14 \text{ см}, \quad \dot{x}_0=5 \text{ см/с}, \quad (1.2)$$

$$\text{при } t_2=2 \text{ с} \quad x_2=168 \text{ см}. \quad (1.3)$$

Швидкість вантажу 1

$$v=\dot{x}=2c_2t+c_1. \quad (1.4)$$

Підставляючи (1.2) і (1.3) в формули (1.1) і (1.4), знаходимо коефіцієнти

$$c_0=14 \text{ см}, \quad c_1=5 \text{ см/с}, \quad c_2=36 \text{ см/с}^2.$$

Таким чином, рівняння руху вантажу 1

$$x=36t^2+5t+14. \quad (1.5)$$

Швидкість вантажу 1

$$v=\dot{x}=72t+5. \quad (1.6)$$

Прискорення вантажу 1

$$a=\ddot{x}=72 \text{ см/с}^2.$$

Для визначення швидкості і прискорення точки M запишемо рівняння, яке пов'язує швидкість вантажу v і кутові швидкості коліс ω_2 і ω_3 .

У відповідності зі схемою механізму

$$\left. \begin{aligned} v &= r_2 \omega_2; \\ R_2 \omega_2 &= R_3 \omega_3; \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

звідки

$$\omega_3 = v R_2 / (r_3 R_3),$$

або, з урахуванням (1.7), після підстановки, маємо

$$\omega_3 = 2.215t + 0.154.$$

Кутове прискорення колеса 3

$$\varepsilon_3 = \dot{\omega}_3 = 2.215 \text{ рад/с}^2.$$

Швидкість точки M , її тангенціальне, нормальне та повне прискорення визначаються за формулами

$$v_M = r_3 \omega_3; \quad a_M^e = r_3 \varepsilon_3; \quad a_M^y = r_3 \omega_3^2;$$

$$a_M = \sqrt{(a_M^y)^2 + (a_M^e)^2}.$$

Результати розрахунків для заданого моменту часу $t_1 = 1$ с приведені в таблиці 1.1.

Швидкості та прискорення тіла 1 і точки M показані на рис. 1.3.

Таблиця 1.1

v , см/с	a , см/с ²	ω_3 , рад/с	ε_3 , рад/с ²	v_M , см/с	a_M^y , см/с ²	a_M^e , см/с ²	a_M , см/с ²
77	72	2.37	2.22	94.8	224	88.6	241

1.3 Завдання 1

Визначення швидкостей та прискорень точок твердого тіла при поступальному та обертальному рухах

Рух вантажу 1 повинен описуватись рівнянням

$$x = c_2 t^2 + c_1 t + c_0, \quad (1.1)$$

де t – час; c , c_0 , c_1 , c_2 – деякі сталі.

В початковий момент часу ($t=0$) положення вантажу визначається координатою x_0 , і він має швидкість v_0 . Врахувати, що в момент часу $t=t_2$ координата вантажу дорівнює x_2 .

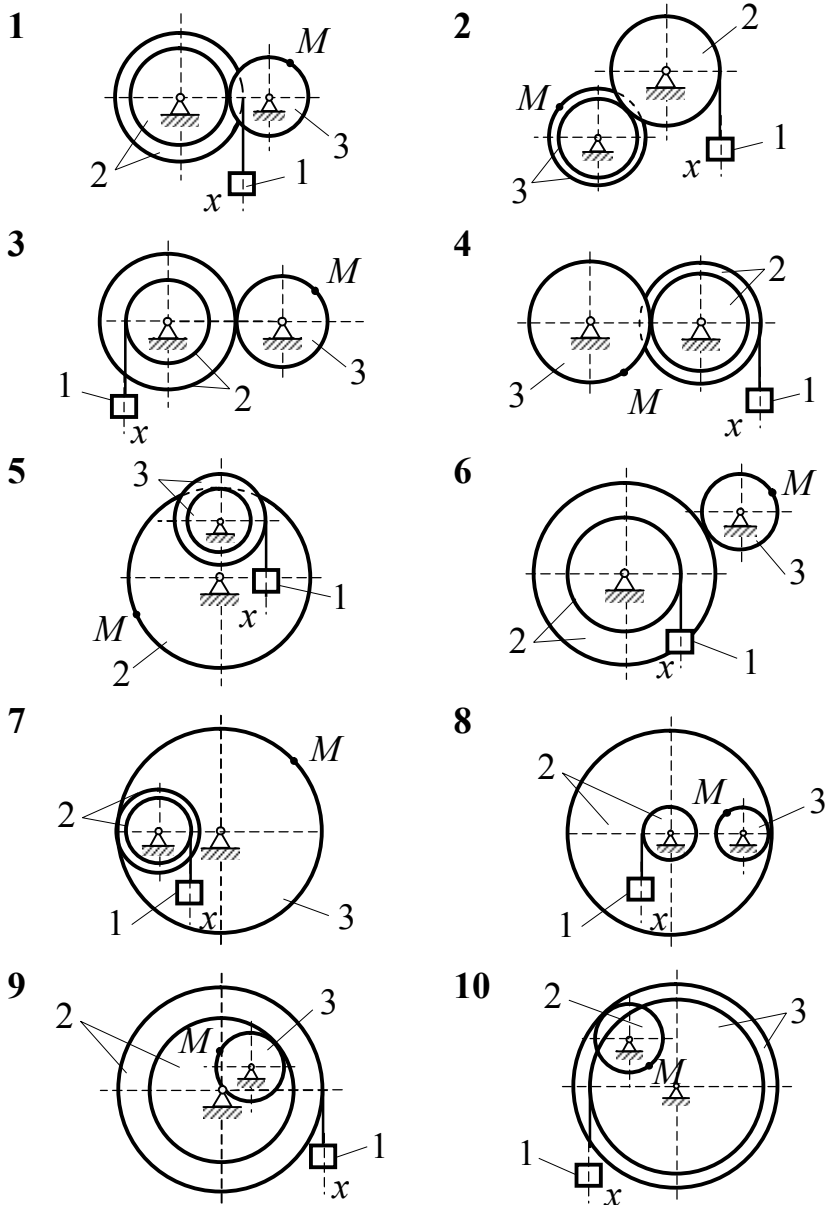
Визначити коефіцієнти c_0 , c_1 і c_2 , при яких здійснюється вказаний рух вантажу 1. Визначити також в момент часу $t=t_1$ швидкість і прискорення вантажу і точки M одного із коліс механізму.

Схеми механізмів показані в таблиці 1.3, а необхідні дані наведені в таблиці 1.2.

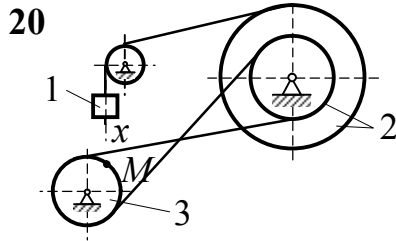
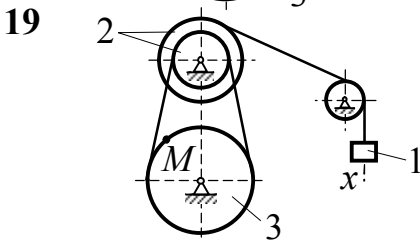
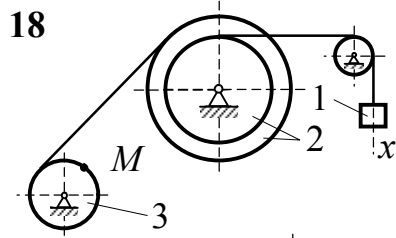
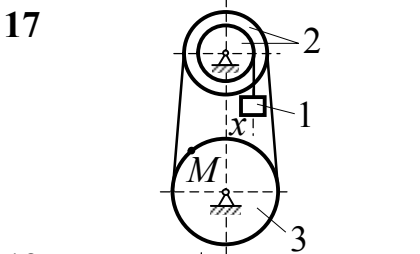
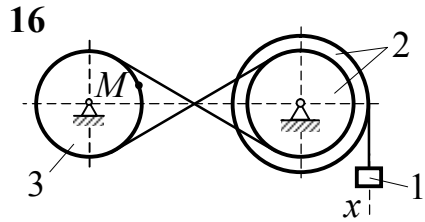
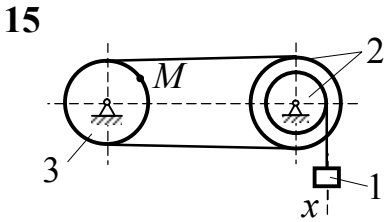
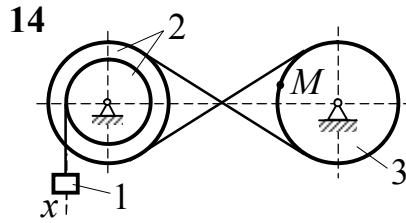
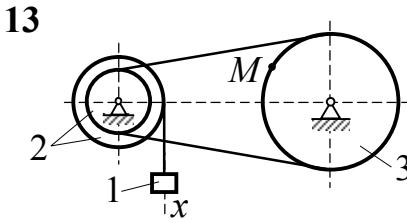
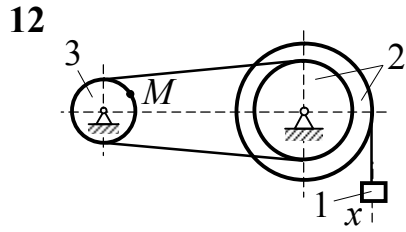
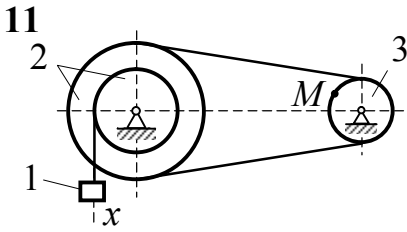
Таблиця 1.2

Номер варіанта	Радіуси, см				Координати і швидкості вантажу 1			Розрахункові моменти часу, с	
	R_2	r_2	R_3	R_3	x_0 , см	v_0 , см/3	x_2 , см	t_2	t_1
1	60	45	36	-	2	12	173	3	2
2	80	-	60	45	5	10	41	2	1
3	100	60	75	-	8	6	40	4	2
4	58	45	60	-	4	4	172	4	3
5	80	-	45	30	3	15	102	3	2
6	100	60	30	-	7	16	215	4	2
7	45	35	105	-	8	5	124	4	3
8	35	10	10	-	6	2	111	3	2
9'	40	30	15	-	10	7	48	2	1
10	15	-	40	35	5	3	129	4	3
11	40	25	20	-	9	8	65	2	1
12	20	15	10	-	5	10	179	3	2
13	30	20	40	-	7	0	557	5	2
14	15	10	15	-	6	3	80	2	1
15	15	10	15	-	5	2	189	4	2
16	20	15	15	-	4	6	220	4	3
17	15	10	20	-	8	4	44	2	1
18	20	15	10	-	3	12	211	4	1
19	15	10	20	-	5	10	505	5	3
20	25	15	10	-	10	8	277	3	1
21	20	10	30	10	6	5	356	5	2
22	40	20	35	-	7	6	103	2	1
23	40	30	30	15	5	9	194	3	2
24	30	15	40	20	9	8	105	4	2
25	50	20	60	-	8	4	119	3	2
26	32	16	32	16	6	14	862	4	2
27	40	18	40	18	5	10	193	2	1
28	40	20	40	15	8	5	347	3	2
29	25	20	50	25	4	6	32	2	1
30	30	15	20	-	10	7	128	2	1

Таблица 1.3

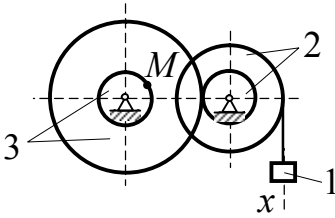


Продовження таблиці 1.3

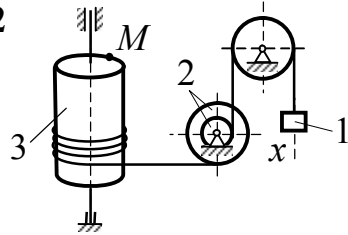


Продовження таблиці 1.3

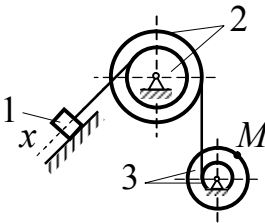
21



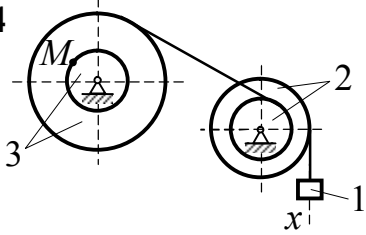
22



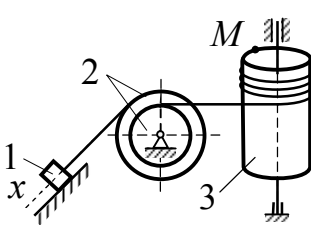
23



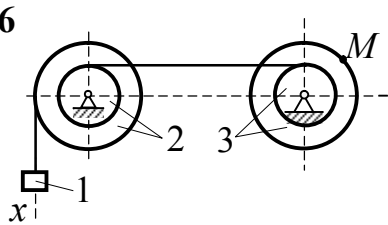
24



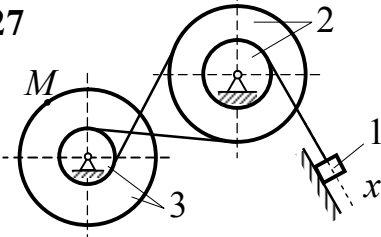
25



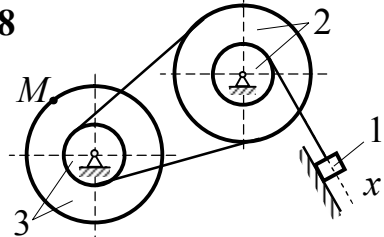
26



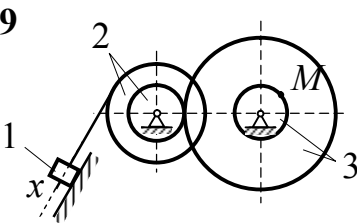
27



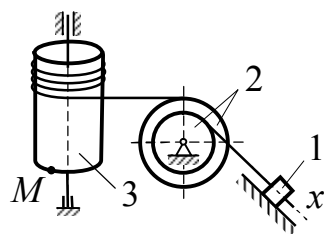
28



29



30



ЛІТЕРАТУРА

1. Булгаков В. М., Яременко В. В., Черниш О. М., Теоретична механіка. К.: Центр учбової літератури, 2021. – 640 с.
2. Кузьо І. Теоретична механіка. Підручник для вузів. К.: Фоліо, 2017. – 780 с.
3. Бать М. І., Джанелидзе Г. Ю., Кельзон А. С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Т. 1 (Статика и кинематика). М., Наука, 1972. – 512 с.
4. Збірник завдань для курсових робіт з теоретичної механіки. Під загальною редакцією Яблонського А. А. К.: Центр учбової літератури, 2002. – 384 с.

Додаток А

Кінематичні характеристики руху

Кінематична міра руху	Характер руху	Вид руху	
		поступальний	обертальний
Переміщення	нерівномірне	$s = f(t)$	$\varphi = f(t)$
	рівномірне	$s = vt$	$\varphi = \omega t$
	рівнозмінне	$s = v_0 t + at^2/2$	$\varphi = \omega_0 t + \alpha t^2/2$
Швидкість	нерівномірна	$v = \frac{ds}{dt}$	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
	рівномірна	$v = const$	$\omega = const$
	рівнозмінна	$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
Прискорення дотичне	нерівномірне	$a_t = \frac{dv}{dt}$	$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$
	рівномірне	$a_t = 0$	$\alpha = 0$
	рівнозмінне	$a_t = const$	$\alpha = const$
Прискорення нормальне		$a_n = v^2/\rho$	$\alpha_n = \omega^2 r$

Додаток Б

Міжнародна метрична система одиниць Міри довжини

Назва	Скорочене позначення	Величина	Відношення до см	Відношення до основної одиниці (м)
Пікометр	пм; pm	0.001 нм	10 ⁻¹⁰	10 ⁻¹²
Нанометр	нм; nm	0.001 мк	10 ⁻⁷	10 ⁻⁹
Мікрон (мікрометр)	мк; mk	0.000001 м=0.001 мм	10 ⁻⁴	10 ⁻⁶
Міліметр	мм; mm	1000 мк	10 ⁻¹	10 ⁻³
Сантиметр	см; cm	0.01 м=10 мм	1	10 ⁻²
Дециметр	дм; dm	0.1 м=10 см=100 мм	10	10 ⁻¹
Метр	м; m	100 см=1000 мм	10 ²	1
Кілометр	км; km	1000 м=1000000 мм	10 ⁵	10 ³
Мегаметр	Мм; Mm	1000000 м	10 ⁸	10 ⁶

Додаток В

Контрольні питання

1. Дайте визначення кінематики.
2. Що таке механічний рух ?
3. За якими формулами визначаються швидкості і прискорення точки ?
4. Що називається траєкторією ?
5. Що означає задати рух точки ?
6. Які способи задавання руху точки використовуються в кінематиці?
7. Записати формули для визначення лінійної швидкості при обертальному русі твердого тіла.
8. Що називається законом або рівнянням руху точки по даній траєкторії?
9. Що називається середньою і швидкістю в даний момент часу змінного руху ?
10. Яке прискорення називається дотичним та як визначається його величина і напрям при криволінійному русі точки ?
11. Яке прискорення називається нормальним та як визначається його величина і напрям при криволінійному русі точки ?
12. Охарактеризуйте рух точки, якщо вона має тільки нормальне прискорення.
13. Які прискорення має точка, якщо вона рухається по колу зі змінною швидкістю ?
14. Дайте визначення рівнозмінного руху точки..
15. Напишіть формули для визначення швидкості, прискорення та пройденого шляху при рівнозмінному русі