

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до лабораторної роботи №7.

ПОЛЕ ВИПРОМІНЮВАЧА ЗА НЕПРОЗОРИМ ЕКРАНОМ

з дисципліни

“Технічна електродинаміка, поширення радіо хвиль, антени”

для студентів спеціальності

G5 (172) Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та
радіотехніка

всіх форм навчання

Методичні вказівки для лабораторної роботи №7 «Поле випромінювача за непрозорим екраном» з дисципліни “Технічна електродинаміка, поширення радіо хвиль, антени” для студентів спеціальності G5 (172) Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та радіотехніка всіх форм навчання / Укл. Л. М. Логачова – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2025. – 14 с.

Укладачі:

Л.М. Логачова, ст. викладач

Рецензент:

С.С. Самойлик, доцент, к.ф.-м.н.

Відповідальний за випуск: Л.М. Логачова, ст. викладач

Затверджено
на засіданні кафедри
радіотехніки та телекомунікацій
Протокол № 2
від “28” серпня 2025 р.

Затверджено
на засіданні НМК ФІБЕК
Протокол № 2
від “23” вересня 2025 р.

ЗМІСТ

	стр.
Лабораторна робота № 7 Поле випромінювача за непрозорим екраном.....	4
1 Загальні положення.....	4
2 Розрахункове завдання.....	9
3 Експериментальна частина.....	10
4 Зміст звіту.....	11
5 Контрольні запитання.....	12
Перелік джерел посилань.....	13
Додаток А. Таблиці косинус - і синус - інтегралів Френеля.....	14

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №7

ПОЛЕ ВИПРОМІНЮВАЧА ЗА НЕПРОЗОРИМ ЕКРАНОМ

Мета роботи: вивчити моделювання явища дифракції на непрозорому екрані методом стаціонарної фази.

1 Загальні положення

Радіохвилі при поширенні вздовж траси взаємодіють з реальними перешкодами, розташованими на ній: горами, пагорбами, лісосмугами і т.п. При розрахунку таких радіотрас ці перешкоди часто замінюють непрозорим екраном і шукають поле в тіні екрану методом Гюйгенса – Френеля (методом фізичної оптики, який заснований на наближеннях Кірхгофа), запропонованим Френелем у 1819 році.

Геометрія задачі визначення поля за непрозорим екраном зображена на рис. 1.1.

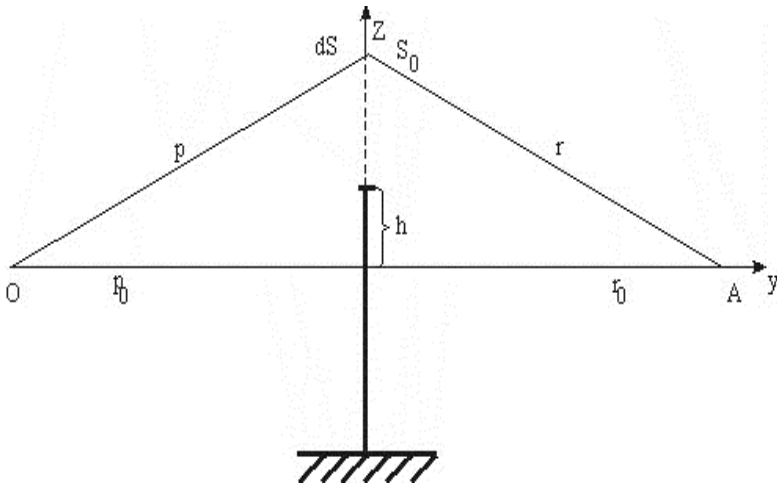


Рисунок 1.1 – Геометрія задачі

У скалярному наближенні поле над екраном беруть таким як і у вільному просторі, а поле за екраном на його поверхні беруть рівним нулю, нехтуючи струмами, які затікають за екран.

Метод Кірхгофа [1] на великих відстанях r_0 за екраном співпадає з методом Френеля, при чому поле в точці А визначається, якщо просумувати поля, які утворюються елементами Гюйгенса ds , які лежать у площині S_0 над екраном. При цьому

$$\dot{E}(A) = \int_{S_0} j \frac{\dot{E}_s dS}{\lambda r} e^{-jkr} \cos^2 \frac{\theta}{2} dS, \quad (1.1)$$

де $E_s = \sqrt{\frac{60 \cdot PD}{\rho}} \cdot e^{-jk\rho} \cdot F_E$, - поле випромінювання елемента

Гюйгенса;

F_E – діаграма спрямованості антени передавача;

P, D – потужність та ККД антени передавача;

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – стала поширення у вільному просторі;

ρ, r – поточні координати.

Обчислимо інтеграл в (1.1). Введемо прямокутну систему координат x, y, z з площиною YOZ, яка співпадає з S_0 , і вісі OX, яка співпадає з лінією спостереження OA. Можна вважати, що

$$\rho = \sqrt{\rho_0^2 + y^2 + z^2} \approx \rho_0 + \frac{y^2 + z^2}{2\rho_0},$$

$$r = \sqrt{r_0^2 + y^2 + z^2} \approx r_0 + \frac{y^2 + z^2}{2r_0},$$

через те, що $y^2 + z^2 \ll \rho_0^2 \cdot r_0^2$ у межах декількох зон Френеля.

Тоді з (1.1) отримаємо

$$\dot{E}(A) = \int_{S_0} j \frac{\sqrt{60PD}}{\rho r} e^{-jk(\rho+r)} F_E dS, \quad (1.2)$$

де

$$k(\rho + r) = k(\rho_0 + r_0) + \frac{\pi y^2}{R_{\phi 1}^2} + \frac{\pi z^2}{R_{\phi 1}^2}. \quad (1.3)$$

Тут $R_{\phi 1} = \sqrt{\frac{\lambda \rho_0 r_0}{\rho_0 + r_0}}$ - радіус першої зони Френеля.

Швидко змінний у (1.2) фазовий множник

$$e^{-j\pi \cdot \left(\frac{y^2}{R_{\phi 1}^2} + \frac{z^2}{R_{\phi 1}^2} \right)}$$

дозволяє обчислити інтеграл методом стаціонарної фази. [6]

При цьому

$$E = j \frac{\sqrt{60PD}}{\rho_0 r_0} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\frac{\pi y^2}{R_{\phi 1}^2}} dY \int_h^{\infty} e^{-j\frac{\pi z^2}{R_{\phi 1}^2}} dz = \frac{\sqrt{60PD}}{\rho_0 + r_0} e^{-jk(\rho_0+r_0)} \cdot \dot{V}, \quad (1.4)$$

де

\dot{V} - множник послаблення траси.

У (1.4) позначено:

$$\dot{V} = j \frac{\rho_0 + r_0}{\rho_0 \cdot r_0} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\frac{\pi y^2}{R_{\phi 1}^2}} dy \int_h^{\infty} e^{-j\frac{\pi z^2}{R_{\phi 1}^2}} dz. \quad (1.5)$$

У виразах (1.4), (1.5) невласний інтеграл по y визначається тривіально

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j \frac{\pi y^2}{R_{\phi 1}^2}} dy = \frac{R_{\phi 1}^2}{\sqrt{j}}, \quad (1.6)$$

а визначений інтеграл по z знаходиться за допомогою спеціальних функцій – синус – та косинус-інтегралів Френеля

$$S(U_0) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{U_0} \cos U^2 dU, \quad (1.7)$$

$$C(U_0) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{U_0} \sin U^2 dU.$$

Ці функції табульовані.

Тепер легко знайти множник послаблення поля за екраном [2]

$$\dot{V}(U_0) = \sqrt{\left[\frac{1}{2} - C(U_0) \right]^2 - j \left[\frac{1}{2} - S(U_0) \right]}, \quad (1.8)$$

де

$$U_0 = \frac{h \cdot \sqrt{2}}{R_{\phi 1}}.$$

Залежність модуля множника послаблення від висоти екрану зображена на рис. 4.2

$$|\dot{V}(U_0)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\left[\frac{1}{2} - C(U_0) \right]^2 + \left[\frac{1}{2} - S(U_0) \right]^2}. \quad (1.9)$$

При $U_0 > 1$, тобто, коли $\frac{h}{R_{\phi 1}} > 1$, шляхом розкладення (1.9) у

асимптотичний ряд для висот перешкод, які перевищують радіус першої зони Френеля, можна використовувати простий вираз для модуля множника послаблення

$$V\left(\frac{h}{R_{\phi 1}}\right) = \frac{0,16R_{\phi 1}}{h}. \quad (1.10)$$

Розклад в ряд (1.8) при $U_0 > 1$ дає комплексний вираз \dot{V}

$$\dot{V} = \frac{0,16R_{\phi 1}}{h} \cdot e^{-j\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi h^2}{R_{\phi 1}^2}\right)}.$$

З рисунка 1.2 видно, що при наявності перешкод поле може виявитися більшим, ніж у вільному просторі, так як модуль множника послаблення $|\dot{V}|$ може виявитися більшим одиниці. Має місце так званий “ефект підсилення поля перешкодою”. [3]

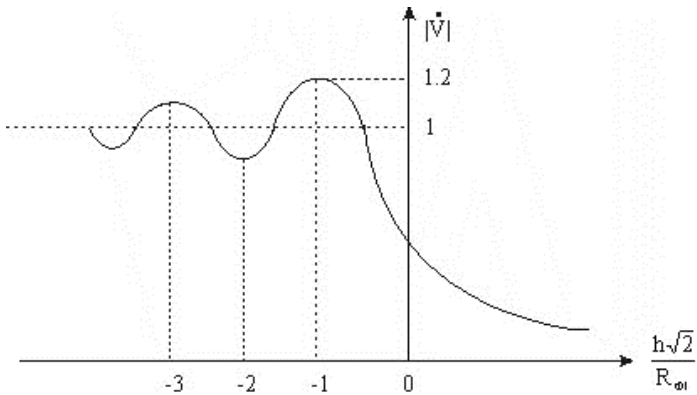


Рисунок 1.2 – Залежність модуля множника ослаблення від відносної висоти екрану

2 Розрахункове завдання

2.1 За заданою геометрією радіотраси для значень $\lambda=0,01$ м, $\lambda=0,03$ м, $\lambda=0,06$ м розрахувати множник послаблення $|\dot{V}(U_0)|$ при зміні h від $-0,3$ м до $+0,2$ м в точках $\rho_0=(0,3+N\cdot 0,04)$ м, $N=0, 1, 2, \dots, 25$.

2.2 За результатами розрахунків побудувати графіки залежностей множника послаблення від висоти екрану для різних значень λ і при фіксованому значенні ρ_0 .

3 Експериментальна частина

3.1 Зняти залежність $V(h)$ при розміщенні екрана всередині траси ($\rho_0 = r_0$).

3.2 Зняти залежність $V(\rho_0)$, при постійній висоті екрана $h=0,05$ м.

3.3 По експериментальним точкам побудувати графік.

4 Зміст звіту

- 4.1 Результати теоретичних та експериментальних досліджень.
- 4.2 Короткі висновки про виконану роботу.
- 4.3 Пояснення розбіжностей між теорією та експериментом.

5 Контрольні запитання

- 5.1 Як формулюється принцип Гюйгенса – Френеля?
- 5.2 Як розраховується поле за непрозорим екраном? У чому суть Гюйгенса – Френеля?
- 5.3 Що таке дифракція Френеля і Фраунгофера?
- 5.4 У чому суть метода Кирхгофа?
- 5.5 Що таке множник послаблення радіотраси?
- 5.6 Яка висотна залежність множника послаблення на трасі з екраном?
- 5.7 У чому суть ефекту підсилення поля перешкодою?
- 5.8 Яка залежність множника послаблення на трасі з екраном від довжини хвилі?
- 5.9 Яка роль зон Френеля у формуванні поля за екраном?
- 5.10 У чому суть метода стаціонарної фази?

Перелік джерел посилань

1. Рубан А. І., Гогоці Ю. Г., Гусак О. Г. Теорія поля : підручник. Суми : Сумський державний університет, 2023. – 279 с.
2. Пілінський В.В., Швайченко В.Б. Технічна електродинаміка та поширення радіохвиль: навч. посіб. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. 343 с. URL: <https://ela.kpi.ua/items/2df0ef72-19a8-4865-89d5-420ef55ccb19> (дата звернення 15.04.2026)
3. Логачова Л. М. Бугрова Т.І. Поширення земних радіохвиль та мобільний зв'язок : навч. посіб. Запоріжжя: ЗНТУ, 2019. 236 с.
4. Герасимчук В.С., Васильченко Г.С., Кравцов В.І. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах. навч. посіб. К.: Книги України ЛТД, 2010. 470 с.
5. Ільїнов М.Д., Гурський Т.Г., Борисов І.В., Гриценко К.М. Лінії радіозв'язку та антенні пристрої. Навчальний посібник. К.: ВІПІ, 2018. 250 с.

Додаток А [4]

Таблиці косинус- і синус- інтегралів Френеля

 $R=0, \dots, 3.25$

$$C(R) = \int_0^R \cos\left[\frac{\pi}{2} \cdot U^2\right] dU$$

$$S(R) = \int_0^R \sin\left[\frac{\pi}{2} \cdot U^2\right] dU$$

R	C(R)	S(R)
0	0.0000000	0.0000000
0.5	0.0499999	0.0000654
0.1	0.0999975	0.0005236
0.15	0.1499813	0.001767
0.2	0.1999211	0.0041876
0.25	0.2497592	0.0081756
0.3	0.299401	0.014117
0.35	0.3487063	0.02239
0.4	0.3974808	0.0333594
0.45	0.4454682	0.0473692
0.5	0.4923442	0.0647324
0.55	0.5377111	0.0857189
0.6	0.5810954	0.1105402
0.65	0.6219488	0.1393324
0.7	0.6596523	0.1721364
0.75	0.693526	0.2088771
0.8	0.7228442	0.2493413
0.85	0.7468577	0.2931575
0.9	0.7648231	0.3397762
0.95	0.7760395	0.3884568
1.0	0.7798936	0.438259
1.05	0.7759098	0.4880459
1.1	0.7638071	0.5364978
1.15	0.7435566	0.5821423
1.2	0.7154384	0.623401
1.25	0.6800916	0.6586558
1.3	0.6385515	0.6863339
1.35	0.5922678	0.7050108
1.4	0.5430967	0.7135268
1.45	0.4932593	0.7111118
1.5	0.4452612	0.697508
1.55	0.4017716	0.6730791
1.6	0.3654593	0.6388918

R	C(R)	S(R)
1.65	0.338794	0.596755
1.7	0.3238206	0.5491994
1.75	0.3219265	0.4993865
1.8	0.3336223	0.4509379
1.85	0.3583658	0.4076833
1.9	0.3944586	0.3733375
1.95	0.4390467	0.3511261
2.0	0.4882481	0.3433943
2.05	0.5374219	0.3512427
2.1	0.5815767	0.3742451
2.15	0.6158948	0.4103026
2.2	0.6363245	0.4556856
2.25	0.6401743	0.5052971
2.3	0.6266184	0.5531669
2.35	0.5970233	0.5931492
2.4	0.5550034	0.6196941
2.45	0.5061459	0.6289442
2.5	0.4573894	0.619188
2.55	0.4181432	0.5915369
2.6	0.3889302	0.5499935
2.65	0.3804562	0.5010901
2.7	0.3924835	0.452662
2.75	0.4232547	0.4139823
2.8	0.4674864	0.3915152
2.85	0.5170743	0.3900195
2.9	0.5623856	0.4101248
2.95	0.5942435	0.4481093
3.0	0.6057438	0.4963104
3.05	0.5941194	0.5444698
3.1	0.5616131	0.5818378
3.15	0.5154127	0.5996474
3.2	0.4661592	0.5933846
3.25	0.4263098	0.56425