

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Запорізький національний технічний університет

**ІНДИВІДУАЛЬНІ РОЗРАХУНКОВО-
ГРАФІЧНІ ЗАВДАННЯ**

з дисципліни « Вища математика»

для студентів економічних спеціальностей
денної форми навчання

2024

Індивідуальні розрахунково-графічні завдання з дисципліни
«Вища математика» для студентів економічних спеціальностей денної
форми навчання / Укл.: Нечипоренко Н.О. – Запоріжжя: НУ
“Запорізька політехніка”, 2024. – 54 с.

Укладач: Нечипоренко Н.О., доцент, к.ф.-м.н.

Рецензент: Левицька Т.І., доцент, к.т.н.

Експерт: Корольков В.В., професор, к.е.н.

Відповідальний за випуск: Нечипоренко Н.О.

Затверджено на засіданні кафедри
«Математика» НУ
«Запорізька політехніка»,
Протокол № 5 від 26.01.2024 р.

Рекомендовано до видання НМК
факультету економіки та управління,
Протокол № 1 від 1.02.2024 р.

ЗМІСТ

	с.
ЗАВДАННЯ №1.....	4
ЗАВДАННЯ №2.....	5
ЗАВДАННЯ №3.....	7
ЗАВДАННЯ №4.....	9
ЗАВДАННЯ №5.....	10
ЗАВДАННЯ №6.....	12
ЗАВДАННЯ №7.....	13
ЗАВДАННЯ №8.....	14
ЗАВДАННЯ №9.....	16
ЗАВДАННЯ №10.....	17
ЗАВДАННЯ №11.....	23
ЗАВДАННЯ №12.....	27
ЗАВДАННЯ №13.....	28
ЗАВДАННЯ №14.....	30
ЗАВДАННЯ №15.....	30
ЗАВДАННЯ №16.....	32
ЗАВДАННЯ №17.....	33
ЗАВДАННЯ №18.....	34
ЗАВДАННЯ №19.....	36
ЗАВДАННЯ №20.....	40
ЗАВДАННЯ №21.....	42
ЗАВДАННЯ №22.....	44
ЗАВДАННЯ №23.....	48
ЗАВДАННЯ №24.....	51
ЗАВДАННЯ №25.....	52
ЛІТЕРАТУРА.....	54

ЗАВДАННЯ 1

Задано наступні матриці:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 0 \\ 2 & -5 & 1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix};$$

$$D = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}; \quad H = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \\ 2 & 7 & 1 \end{pmatrix}; \quad M = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Обчислити матрицю X за вказаними формулами.

1. $X = A \cdot C + 3D$; 2. $X = C \cdot B - 2H$; 3. $X = B \cdot B^T + D$;
4. $X = (A + 2B) \cdot C$; 5. $X = C \cdot A + H^T$; 6. $X = D \cdot A + 3B$;
7. $X = C \cdot C^T - 2M$; 8. $X = (2H - M) \cdot C$; 9. $X = D \cdot B + 2A$;
10. $X = C \cdot B + M^T$; 11. $X = D^T \cdot B - 2A$; 12. $X = M \cdot C + B^T$;
13. $X = C \cdot D - A^T$; 14. $X = (A - B) \cdot H$; 15. $X = D \cdot C^T + 2B$;
16. $X = B \cdot C - 2D$; 17. $X = A^T \cdot B + 3H$; 18. $X = (A + B)^T \cdot D$;
19. $X = B^T \cdot A - 2M$; 20. $X = C^T \cdot C + 2H$; 21. $X = (M - H) \cdot B^T$;
22. $X = (3A + B) \cdot C$; 23. $X = C \cdot D + 4C$; 24. $X = H^T \cdot M - 2H$;
25. $X = M \cdot A^T - C$; 26. $X = 3D - B \cdot C$; 27. $X = C \cdot B + 2M$;
28. $X = H \cdot M - 2M$; 29. $X = (H + 2M) \cdot C$; 30. $X = (3A - B) \cdot H$.

ЗАВДАННЯ 2

Розв'язати систему: а) за формулами Крамера;
б) матричним методом;
в) методом Гауса.

$$1. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 2, \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 9. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3, \\ 3x_2 + 7x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 9. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 6. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 2, \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 3. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 2, \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 5. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} -2x_1 - x_2 - x_3 = 2, \\ 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 10, \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 3x - 5y + 3z = 1, \\ x + 2y + z = 4, \\ -x + y - 3z = -5. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 3x - 5y + 3z = 1, \\ x + 2y + z = 4, \\ 2x + 7y - z = 8. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} -6x - 14y + 12z = 2, \\ -4x + 2y + 9z = 28, \\ 9x + 7y - 9z = 5. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} -14x - 6y + 12z = 2, \\ 2x - 4y + 9z = 28, \\ 7x + 9y - 9z = 5. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} x - y + z = 9, \\ 2x + y + 6z = 6, \\ x + 2y + 4z = 0. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 3x + y + 4z = 19, \\ 2x - y + 2z = 11, \\ x + y + 2z = 9. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 12, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 2, \\ 4x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 9. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 2, \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 9. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19. \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 1, \\ -3x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 2, \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 9. \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 14, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -16, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -8. \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -4, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = -2, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = -6. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = -4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = -9. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 1, \\ -3x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 2, \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 9. \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 5. \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 12, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16, \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 8. \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -15, \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 13, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9. \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 2, \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 3. \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -9, \\ 4x_1 - x_2 + 4x_3 = -2, \\ 3x_2 - 7x_3 = -6. \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -16, \\ x_1 + 3x_3 = -6, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 33, \\ 7x_1 - 5x_2 = 24, \\ 4x_1 + 11x_3 = 39. \end{cases}$$

ЗАВДАННЯ 3

Розв'язати однорідну систему лінійних алгебраїчних рівнянь.

$$1. \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 8x_1 - x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 0, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 6x_3 = 0. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 5x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0, \\ 2x_1 - 9x_3 = 0. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 - 7x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 0. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 0, \\ 7x_1 - x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 5x_1 + x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 5x_1 + x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 7x_1 - 6x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 7x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} x_1 - 8x_2 + 7x_3 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - 5x_3 = 0, \\ 7x_1 + 5x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} 5x_1 + x_2 - 6x_3 = 0, \\ 4x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 0, \\ 7x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0, \\ 5x_1 - 4x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases}$$

ЗАВДАННЯ 4

Побудувати на площині вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ та за правилом паралелограма визначити вектор $\vec{c} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$.

№	α	β	$\vec{a}$	$\vec{b}$
1.	1	-2	(1,3)	(-2,1)
2.	-1	0.5	(-2,2)	(4,6)
3.	2	-1	(4,0)	(-3,3)
4.	-3	1	(2,3)	(4,8)
5.	0.5	2	(6,2)	(0,5)
6.	-2	4	(1,-1)	(2,1)
7.	3	1	(2,3)	(1,2)
8.	4	-2	(2,0)	(1,4)
9.	-5	0.5	(2,-1)	(4,10)

№	α	β	$\bar{a}$	$\bar{b}$
10.	-4	2	(3,1)	(1,2)
11.	2	1.5	(0,3)	(3,6)
12.	-1.5	-2	(3,6)	(1,4)
13.	3	-2	(2,-5)	(4,1)
14.	-1	5	(1,6)	(3,2)
15.	4	3	(-1,4)	(2,0)
16.	-1	2	(-1,-3)	(2,-1)
17.	1	-0.5	(2,-2)	(-4,-6)
18.	-2	1	(-4,0)	(3,-3)
19.	3	-1	(-2,-3)	(-4,-8)
20.	-0.5	-2	(-6,-2)	(0,-5)
21.	2	-4	(-1,1)	(-2,-1)
22.	-3	-1	(-2,3)	(-1,-2)
23.	-4	2	(-2,0)	(-1,-4)
24.	5	-0.5	(-2,1)	(-4,-10)
25.	4	-2	(-3,-1)	(-1,-2)
26.	-2	-1.5	(0,-3)	(-3,-6)
27.	1.5	2	(-3,-6)	(-1,4)
28.	-3	2	(-2,5)	(-4,-1)
29.	1	-5	(-1,-6)	(-3,-2)
30.	-4	-3	(1,-4)	(-2,0)

ЗАВДАННЯ 5

Визначити, при яких значеннях констант α та β вектори $\bar{a}$ і $\bar{b}$ колінеарні, а вектори $\bar{b}$ і $\bar{c}$ ортогональні.

$$1. \quad \bar{a} = (\alpha, 4); \quad \bar{b} = (2, 8); \quad \bar{c} = (\beta, -1).$$

$$2. \quad \bar{a} = (6, \alpha); \quad \bar{b} = (-3, 4); \quad \bar{c} = (4, \beta).$$

$$3. \quad \bar{a} = (\alpha, 9); \quad \bar{b} = (1, 3); \quad \bar{c} = (\beta, 2).$$

$$4. \quad \bar{a} = (10, \alpha); \quad \bar{b} = (-5, 2); \quad \bar{c} = (4, \beta).$$

$$5. \quad \bar{a} = (\alpha, -2); \quad \bar{b} = (4, 1); \quad \bar{c} = (-2, \beta).$$

- | | | |
|-------------------------------|-----------------------|--------------------------|
| 6. $\bar{a} = (4, \alpha);$ | $\bar{b} = (-2, 3);$ | $\bar{c} = (6, \beta).$ |
| 7. $\bar{a} = (\alpha, 2);$ | $\bar{b} = (6, -4);$ | $\bar{c} = (2, \beta).$ |
| 8. $\bar{a} = (-14, \alpha);$ | $\bar{b} = (7, 3);$ | $\bar{c} = (\beta, -7).$ |
| 9. $\bar{a} = (\alpha, -8);$ | $\bar{b} = (5, 4);$ | $\bar{c} = (-8, \beta).$ |
| 10. $\bar{a} = (\alpha, 15);$ | $\bar{b} = (2, -5);$ | $\bar{c} = (\beta, 4).$ |
| 11. $\bar{a} = (-4, \alpha);$ | $\bar{b} = (8, 3);$ | $\bar{c} = (-3, \beta).$ |
| 12. $\bar{a} = (1, \alpha);$ | $\bar{b} = (-3, 6);$ | $\bar{c} = (\beta, 2).$ |
| 13. $\bar{a} = (2, \alpha);$ | $\bar{b} = (-1, 4);$ | $\bar{c} = (8, \beta).$ |
| 14. $\bar{a} = (\alpha, -6);$ | $\bar{b} = (4, 2);$ | $\bar{c} = (\beta, -6).$ |
| 15. $\bar{a} = (\alpha, -4);$ | $\bar{b} = (-3, 12);$ | $\bar{c} = (2, \beta).$ |
| 16. $\bar{a} = (-6, \alpha);$ | $\bar{b} = (3, 2);$ | $\bar{c} = (\beta, 6).$ |
| 17. $\bar{a} = (-5, \alpha);$ | $\bar{b} = (10, -2);$ | $\bar{c} = (2, \beta).$ |
| 18. $\bar{a} = (\alpha, -2);$ | $\bar{b} = (9, 6);$ | $\bar{c} = (\beta, 3).$ |
| 19. $\bar{a} = (4, \alpha);$ | $\bar{b} = (2, -8);$ | $\bar{c} = (4, \beta).$ |
| 20. $\bar{a} = (-3, \alpha);$ | $\bar{b} = (6, 2);$ | $\bar{c} = (\beta, 3).$ |
| 21. $\bar{a} = (\alpha, 1);$ | $\bar{b} = (8, -4);$ | $\bar{c} = (2, \beta).$ |
| 22. $\bar{a} = (3, \alpha);$ | $\bar{b} = (12, 4);$ | $\bar{c} = (\beta, 3).$ |
| 23. $\bar{a} = (4, \alpha);$ | $\bar{b} = (-2, 5);$ | $\bar{c} = (10, \beta).$ |
| 24. $\bar{a} = (5, \alpha);$ | $\bar{b} = (10, 4);$ | $\bar{c} = (\beta, 2).$ |
| 25. $\bar{a} = (\alpha, 3);$ | $\bar{b} = (-3, 1);$ | $\bar{c} = (\beta, 18).$ |
| 26. $\bar{a} = (-6, \alpha);$ | $\bar{b} = (3, 8);$ | $\bar{c} = (\beta, -6).$ |
| 27. $\bar{a} = (2, \alpha);$ | $\bar{b} = (-4, -2);$ | $\bar{c} = (3, \beta).$ |
| 28. $\bar{a} = (\alpha, -2);$ | $\bar{b} = (3, 6);$ | $\bar{c} = (\beta, 4).$ |
| 29. $\bar{a} = (4, \alpha);$ | $\bar{b} = (1, 5);$ | $\bar{c} = (\beta, -2).$ |
| 30. $\bar{a} = (\alpha, 1);$ | $\bar{b} = (8, -2);$ | $\bar{c} = (4, \beta).$ |

ЗАВДАННЯ 6

Трикутник ABC задано координатами своїх вершин. Знайти внутрішній кут при вершині A .

№	A	B	C
1.	(1,3,6)	(2,2,1)	(-1,0,1)
2.	(-4,2,6)	(2,-3,0)	(-10,5,8)
3.	(7,2,4)	(7,-1,-2)	(3,3,1)
4.	(2,1,4)	(-1,5,-2)	(-7,-3,2)
5.	(-1,-5,2)	(-6,0,-3)	(3,6,-3)
6.	(0,-1,-1)	(-2,3,5)	(1,-5,-9)
7.	(5,2,0)	(2,5,0)	(1,2,4)
8.	(2,-1,-2)	(1,2,1)	(5,0,-6)
9.	(-2,0,-4)	(-1,7,1)	(4,-8,-4)
10.	(14,4,5)	(-5,-3,2)	(-2,-6,-3)
11.	(1,2,0)	(3,0,-3)	(5,2,6)
12.	(2,-1,2)	(1,2,-1)	(3,2,1)
13.	(1,1,2)	(-1,1,3)	(2,-2,4)
14.	(2,3,1)	(4,1,-2)	(6,3,7)
15.	(1,1,-1)	(2,3,1)	(3,2,1)
16.	(1,5,-7)	(-3,6,3)	(-2,7,3)
17.	(-3,4,-7)	(1,5,-4)	(-5,-2,0)
18.	(-1,2,-3)	(4,-1,0)	(2,1,-2)
19.	(4,-1,3)	(-1,2,0)	(0,-5,1)
20.	(1,-1,1)	(-2,0,3)	(2,1,-1)
21.	(1,2,0)	(1,-1,2)	(0,1,-1)
22.	(1,0,2)	(1,2,-1)	(2,-2,1)
23.	(1,2,-3)	(1,0,1)	(-2,-1,6)
24.	(3,10,-1)	(-2,3,-5)	(-6,0,-3)
25.	(-1,2,4)	(-1,-2,-4)	(3,0,-1)
26.	(0,-3,1)	(-4,1,2)	(2,-1,5)
27.	(1,3,0)	(4,-1,2)	(3,0,1)
28.	(-2,-1,-1)	(0,3,2)	(1,3,-4)
29.	(-3,-5,6)	(2,1,-4)	(0,-3,-1)
30.	(2,-4,-3)	(5,-6,0)	(-1,3,-3)

ЗАВДАННЯ 7

Задано вершини трикутника ABC : $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$. Знайти:

- рівняння сторони AB ;
 - рівняння висоти CH ;
 - довжину висоти CH ;
 - рівняння медіани AM ;
 - кут між висотою CH та медіаною AM ;
 - точку N перетину медіани AM та висоти CH ;
 - рівняння прямої, що проходить через вершину C паралельно стороні AB ;
 - площу трикутника ABC .
- Зробити малюнок.

№	A	B	C
1.	(-2, 4)	(3, 1)	(10, 7)
2.	(-3, -2)	(14, 4)	(6, 8)
3.	(1, 7)	(-3, -1)	(11, -3)
4.	(1, 0)	(-1, 4)	(9, 5)
5.	(1, -2)	(7, 1)	(3, 7)
6.	(-2, -3)	(1, 6)	(6, 1)
7.	(-4, 2)	(-6, 6)	(6, 2)
8.	(4, -3)	(7, 3)	(1, 10)
9.	(4, -4)	(8, 2)	(3, 8)
10.	(-3, -3)	(5, -7)	(7, 7)
11.	(1, -6)	(3, 4)	(-3, 3)
12.	(-4, 2)	(8, -6)	(2, 6)
13.	(-5, 2)	(0, -4)	(5, 7)
14.	(4, -4)	(6, 2)	(-1, 8)
15.	(-3, 8)	(-6, 2)	(0, -5)
16.	(6, -9)	(10, -1)	(-4, 1)
17.	(4, 1)	(-3, -1)	(7, -3)

№	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
18.	(3, -1)	(11, 3)	(-6, 2)
19.	(-4, 2)	(6, -4)	(4, 10)
20.	(-7, -2)	(-7, 4)	(5, -5)
21.	(-1, -4)	(9, 6)	(-5, 4)
22.	(10, -2)	(4, -5)	(-3, 1)
23.	(-3, -1)	(-4, -5)	(8, 1)
24.	(-2, -6)	(-3, 5)	(4, 0)
25.	(-7, -2)	(3, -8)	(-4, 6)
26.	(0, 2)	(-7, -4)	(3, 2)
27.	(7, 0)	(1, 4)	(-8, -4)
28.	(1, -3)	(0, 7)	(-2, 4)
29.	(-5, 1)	(8, -2)	(1, 4)
30.	(2, 5)	(-3, 1)	(0, 4)

ЗАВДАННЯ 8

Визначити, при яких значеннях констант m і n прямі l_1 та l_2 :

а) паралельні;

б) співпадають;

в) мають одну спільну точку.

1. $l_1 : mx + 4y + n = 0;$

$l_2 : x + my - 1 = 0.$

2. $l_1 : mx - y - 1 = 0;$

$l_2 : 3x - 2y - n = 0.$

3. $l_1 : mx - 2y + 1 = 0;$

$l_2 : 6x - 4y - n = 0.$

4. $l_1 : x + my + 2 = 0;$

$l_2 : 3x + 2y + n = 0.$

5. $l_1 : mx + 9y + n = 0;$

$l_2 : x + my + 2 = 0.$

6. $l_1 : 4x + 2y + n = 0;$

$l_2 : x + my - 3 = 0.$

- | | |
|-------------------------------|---------------------------|
| 7. $l_1 : 3x + my - 1 = 0;$ | $l_2 : 2x - 4y - n = 0.$ |
| 8. $l_1 : 4x + my + n = 0;$ | $l_2 : mx + y + 2 = 0.$ |
| 9. $l_1 : 5x + my - 1 = 0;$ | $l_2 : 2x + 4y + n = 0.$ |
| 10. $l_1 : x + my - 3 = 0;$ | $l_2 : mx + 4y + n = 0.$ |
| 11. $l_1 : 2x - my + 6 = 0;$ | $l_2 : 3x + y + n = 0.$ |
| 12. $l_1 : 5x + my + n = 0;$ | $l_2 : mx + 5y - 2 = 0.$ |
| 13. $l_1 : 4x + my + 5 = 0;$ | $l_2 : mx + 4y - n = 0.$ |
| 14. $l_1 : 2x - 7y + n = 0;$ | $l_2 : mx + 3y - 6 = 0.$ |
| 15. $l_1 : mx + 3y - 8 = 0;$ | $l_2 : 3x + my + n = 0.$ |
| 16. $l_1 : 2x - 4y - n = 0;$ | $l_2 : mx + 3y - 5 = 0.$ |
| 17. $l_1 : mx + 6y + 4 = 0;$ | $l_2 : 6x + my + n = 0.$ |
| 18. $l_1 : x - my - 2 = 0;$ | $l_2 : 3x + 5y + n = 0.$ |
| 19. $l_1 : mx + y - 4 = 0;$ | $l_2 : x + my + n = 0.$ |
| 20. $l_1 : 7x - 2y + n = 0;$ | $l_2 : mx + 3y + 4 = 0.$ |
| 21. $l_1 : 5x + y - 2n = 0;$ | $l_2 : mx + 4y + 8 = 0.$ |
| 22. $l_1 : 3x - my + 7 = 0;$ | $l_2 : mx - 3y - n = 0.$ |
| 23. $l_1 : mx + y - 6 = 0;$ | $l_2 : 6x + 3y - n = 0.$ |
| 24. $l_1 : 7x + my + n = 0;$ | $l_2 : mx + 7y - 5 = 0.$ |
| 25. $l_1 : 5x - my - 3n = 0;$ | $l_2 : 4x + 5y + 6 = 0.$ |
| 26. $l_1 : 2x + 5y + n = 0;$ | $l_2 : mx + 4y - 8 = 0.$ |
| 27. $l_1 : 8x + 2my + 1 = 0;$ | $l_2 : mx + 4y - n = 0.$ |
| 28. $l_1 : 8x + 2my + 1 = 0;$ | $l_2 : 2x + 8y + n = 0.$ |
| 29. $l_1 : 2x - my + 6 = 0;$ | $l_2 : 5x + 4y + 2n = 0.$ |
| 30. $l_1 : 4x + 2my + 3 = 0;$ | $l_2 : mx + 2y + n = 0.$ |

ЗАВДАННЯ 9

Привести рівняння лінії до канонічного виду та побудувати цю лінію.

1. $2x^2 - 4x + 2y - 6 = 0$.
2. $16x^2 + 25y^2 - 32x + 50y - 359 = 0$.
3. $x^2 - y^2 - 6x + 10 = 0$.
4. $\frac{1}{6}x^2 + 2x - y - 7 = 0$.
5. $x^2 + 4y^2 + 8y = 0$.
6. $9x^2 - 16y^2 + 90x + 32y - 367 = 0$.
7. $-y^2 + 2y - x - 1 = 0$.
8. $6y^2 + 9z^2 - 12y + 18z - 39 = 0$.
9. $16x^2 - 9y^2 + 64x + 108y - 116 = 0$.
10. $-2x^2 - 4x + 2y - 6 = 0$.
11. $16z^2 + 25x^2 - 32z + 50x - 359 = 0$.
12. $-4y^2 + 9z^2 + 64y - 18z - 211 = 0$.
13. $-\frac{1}{6}x^2 + 2x - y - 7 = 0$.
14. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 23 = 0$.
15. $16x^2 - 9z^2 + 64x - 18z + 199 = 0$.
16. $y^2 + 2y - x - 1 = 0$
17. $4y^2 + 9x^2 + 16y + 18x - 11 = 0$.
18. $y^2 - 2z^2 - 2y - 4z - 6 = 0$.
19. $\frac{1}{4}y^2 + y - x + 2 = 0$.
20. $4z^2 + 3y^2 - 8z - 12y - 32 = 0$.
21. $z^2 - 4x^2 + 2z + 8x - 19 = 0$.

22. $4y^2 - 8y - x + 7 = 0.$
 23. $6z^2 + 9y^2 - 12z - 18y - 39 = 0.$
 24. $-9z^2 + 8x^2 + 18z - 16x + 71 = 0.$
 25. $3y^2 + 6y + 5z - 2 = 0.$
 26. $x^2 + 4y^2 - 8x + 8y + 12 = 0.$
 27. $4x^2 - z^2 + 8x + 2z + 7 = 0.$
 28. $-\frac{1}{4}y^2 + y - x + 2 = 0.$
 29. $z^2 + 4x^2 - 8z - 8x + 4 = 0.$
 30. $-4x^2 + 9y^2 + 64x - 36y - 184 = 0.$

ЗАВДАННЯ 10

Обчислити границі границі функцій, не користуючись правилом Лопітала:

1. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20};$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x};$
 в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}};$ г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4+x}{x+8} \right)^{-3x}.$
 2. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x^2 + 2x}{x^2 + x};$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 7x}{2x^3 - 4x^2 + 5};$
 в) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8};$ г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{2x-3}.$
 3. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{6+x-x^2}{x^3 - 27};$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 3x^2 + 7}{x^4 + 2x^3 + 1};$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{4-x}}{2x^2 - x - 21};$$

$$\text{r)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{1+2x} \right)^{-4x}.$$

$$4. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{3x^2 - x - 2};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 2x^2 + 4x}{2x^3 + 5};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{x+6}}{x^2 - x - 6};$$

$$\text{r)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x} \right)^{2-3x}.$$

$$5. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 7x + 4}{x^2 - 5x + 6};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x^2 + 28x}{5x^3 + 3x^2 + x - 1};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{4+x}}{3x^2 - 4x + 1};$$

$$\text{r)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x+1} \right)^{5x}.$$

$$6. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{12+x-x^2}{x^3 - 27};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 10x + 3}{2x^2 + 5x - 3};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x+1}};$$

$$\text{r)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x} \right)^{-5x}.$$

$$7. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x^2 + 2x - 1}{27x^3 - 1};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^4 + x^2 + x}{x^4 + 3x - 2};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x + 1}{\sqrt{x+3} - \sqrt{5+3x}};$$

$$\text{r)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^{1+2x}.$$

$$8. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 2x - 3};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 7x + 3}{5x^2 - 3x + 4};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}};$$

$$\text{r)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-1} \right)^{x-4}.$$

9. a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + x - 1}{-x^2 + x + 2};$

б) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{6+x}}{2x^2 - 7x - 15};$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 + 3x + 1}{3x^2 + x - 5};$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x-3} \right)^{3x}.$

10. a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 11x + 6}{2x^2 - 5x - 3};$

б) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{17+3x} - \sqrt{12+2x}}{x^2 + 8x + 15};$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x^2 + 10}{7x^3 + 2x + 1};$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-7}{x} \right)^{1+2x}.$

11. a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 + x - 6};$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + 1} - 1};$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 5x - 7}{3x^2 - x + 11};$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+4} \right)^{2+3x}.$

12. a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1};$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7-x} - \sqrt{7+x}}{\sqrt{7x}};$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x};$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{x+2}.$

13. a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + x - 20};$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}};$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x^2 + 3x + 4}{-2x^2 - 5x + 8};$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{2x-3}.$

14. a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2 + 11x - 3}{x^2 + 2x - 3};$

б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}};$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x - 7}{3x^2 + x + 1};$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x-3} \right)^{x-5}.$

15. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 7x - 6}{2x^2 - 7x + 3};$

б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+5} - 2}{\sqrt{8-x} - 3};$

16. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20};$

б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}};$

17. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x^2 + 2x}{x^2 + x};$

б) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8};$

18. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{6+x-x^2}{x^3-27};$

б) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{4-x}}{2x^2 - x - 21};$

19. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{3x^2 - x - 2};$

б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{x+6}}{x^2 - x - 6};$

20. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 7x + 4}{x^2 - 5x + 6};$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x - 2}{3x^3 - x - 4};$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{2x}.$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x};$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4+x}{x+8} \right)^{-3x}.$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 7x}{2x^3 - 4x^2 + 5};$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{2x-3}.$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 3x^2 + 7}{x^4 + 2x^3 + 1};$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{1+2x} \right)^{-4x}.$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 2x^2 + 4x}{2x^3 + 5};$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x} \right)^{2-3x}.$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x^2 + 28x}{5x^3 + 3x^2 + x - 1};$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{4+x}}{3x^2 - 4x + 1};$$

$$\text{r)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x+1} \right)^{5x}.$$

$$21. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{12+x-x^2}{x^3-27};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+10x+3}{2x^2+5x-3};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x+1}};$$

$$\text{r)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x} \right)^{-5x}.$$

$$22. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x^2+2x-1}{27x^3-1};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^4+x^2+x}{x^4+3x-2};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2+4x+1}{\sqrt{x+3}-\sqrt{5+3x}};$$

$$\text{r)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^{1+2x}.$$

$$23. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-4x-5}{x^2-2x-3};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+7x+3}{5x^2-3x+4};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2-9x+4}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x-3}};$$

$$\text{r)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-1} \right)^{x-4}.$$

$$24. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2+x-1}{-x^2+x+2};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2+3x+1}{3x^2+x-5};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+2x}-\sqrt{6+x}}{2x^2-7x-15};$$

$$\text{r)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x-3} \right)^{3x}.$$

$$25. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2-11x+6}{2x^2-5x-3};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3-3x^2+10}{7x^3+2x+1};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{17+3x}-\sqrt{12+2x}}{x^2+8x+15};$$

$$\text{r)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-7}{x} \right)^{1+2x}.$$

26. a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 + x - 6};$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + 1} - 1};$

27. a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1};$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7-x} - \sqrt{7+x}}{\sqrt{7}x};$

28. a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + x - 20};$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}};$

29. a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2 + 11x - 3}{x^2 + 2x - 3};$

б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}};$

30. a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 7x - 6}{2x^2 - 7x + 3};$

б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+5} - 2}{\sqrt{8-x} - 3};$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 5x - 7}{3x^2 - x + 11};$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+4} \right)^{2+3x}.$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x};$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{x+2}.$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x^2 + 3x + 4}{-2x^2 - 5x + 8};$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{2x-3}.$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x - 7}{3x^2 + x + 1};$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x-3} \right)^{x-5}.$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x - 2}{3x^3 - x - 4};$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{2x}.$

ЗАВДАННЯ 11

Знайти похідні функцій.

1. а) $y = (x^4 + 5\sqrt[3]{x} - \frac{2}{x} + 6)^3$;

в) $y = x \cdot \arcsin(x^2 + 3)$;

2. а) $y = (7x^5 - 2\sqrt[5]{x} + \frac{8}{x^4} + 2)^6$;

в) $y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$;

3. а) $y = (6\sqrt[4]{x^5} + 2x^4 - \frac{3}{x^2} + 1)^3$;

в) $y = e^{4x} \cdot \sin(x^2 + 2)$;

4. а) $y = (2x^4 + \frac{4}{x^2} - 7\sqrt[6]{x^5} + 1)^5$;

в) $y = 2^x \cdot \operatorname{ctg} \frac{x^3}{2}$;

5. а) $y = (3x^6 + \frac{8}{x^3} - 7\sqrt[3]{x^2} + 9)^2$;

в) $y = \sqrt{x} \cdot \operatorname{tg} 5x$;

6. а) $y = (15\sqrt{x^7} + \frac{3}{x^3} + 4x + 5)^4$;

в) $y = \frac{\arcsin 6x}{(6x-4)}$;

7. а) $y = (9x^5 - \frac{6}{x^7} + 3\sqrt[4]{x^3} + 2)^8$;

б) $y = \sin^4 x - \ln \sqrt{x}$;

г) $y = \frac{2x^3 + 9}{\operatorname{tg} 6x}$.

б) $y = \ln \sqrt{x} + \cos^3 5x$;

г) $y = 2x \cdot \ln(x^2 - 5x)$.

б) $y = e^{\cos x} + \ln^3 x$;

г) $y = \frac{1 + \operatorname{arctg} x}{\sqrt{1+x^2}}$.

б) $y = \operatorname{tg} \sqrt{x} + \sin^6 x$;

г) $y = \frac{\sin x + x^2}{5x-3}$.

б) $y = \operatorname{arctg} x^4 + \cos 8x$;

г) $y = \frac{\sin 4x}{\cos^2 x}$.

б) $y = \cos^3 x - \operatorname{ctg} \sqrt{x}$;

г) $y = \ln \sqrt{x} \cdot (x^2 + 5)$.

б) $y = e^{\operatorname{tg} x} + \sin x^5$;

$$\text{в) } y = \frac{1+x^4}{\operatorname{tg} 2x};$$

$$8. \text{ а) } y = (2\sqrt[9]{x^5} + 8x^3 - \frac{9}{x^4} + 10)^2;$$

$$\text{в) } y = \operatorname{tg} 7x \cdot \sqrt{x^3 + 1};$$

$$9. \text{ а) } y = (5x^3 + \frac{4}{x^6} + 9\sqrt[6]{x} + 15)^3;$$

$$\text{в) } y = \sin^2 3x \cdot \cos 2x;$$

$$10. \text{ а) } y = (5x^6 + 4\sqrt[3]{x^7} + \frac{10}{x^6} - 8)^4;$$

$$\text{в) } y = \frac{\ln 6x^4}{3 - 4 \cos x};$$

$$11. \text{ а) } y = (\sqrt[7]{x^4} + 2x^5 - \frac{8}{x^3} + 1)^6;$$

$$\text{в) } y = \sqrt[3]{81 + x^3} \cdot \arcsin 2x;$$

$$12. \text{ а) } y = (10x^2 - \frac{1}{x^9} + 7\sqrt[5]{x} + 8)^9;$$

$$\text{в) } y = (5x - 8) \cdot e^{\sin x};$$

$$13. \text{ а) } y = (3\sqrt[5]{x^4} - 12x^6 + \frac{4}{x^9} - 5)^3;$$

$$\text{в) } y = \frac{\sin(x+1)}{\cos x^4};$$

$$14. \text{ а) } y = (7x^3 - 5\sqrt[3]{x^8} - \frac{1}{x^4} + 3)^5;$$

$$\text{в) } y = 3\sin^3 x \cdot (\cos x + 1);$$

$$\text{г) } y = (e^{5x} + x) \cdot x^2.$$

$$\text{б) } y = \arctg 5x + \cos^3 x;$$

$$\text{г) } y = \frac{\sin 2x}{3 + 2 \cos x}.$$

$$\text{б) } y = \lg^2 x + \operatorname{ctg} x^5;$$

$$\text{г) } y = \frac{2x + 3}{\sqrt{5x^2 - 4x + 1}}.$$

$$\text{б) } y = \sqrt{\sin 6x} + \operatorname{tg}^8 2x;$$

$$\text{г) } y = x^5 \cdot \lg(9x + 7).$$

$$\text{б) } y = e^{\operatorname{ctg} x} + \cos^4 7x;$$

$$\text{г) } y = \frac{\arccos x}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

$$\text{б) } y = \ln^2 x^4 + \operatorname{tg} 9x^2;$$

$$\text{г) } y = \frac{\arctg 4x}{1 - x^2}.$$

$$\text{б) } y = \cos x^4 + \operatorname{ctg}^2 4x;$$

$$\text{г) } y = 2x \cdot \ln(3x^2 - 4x).$$

$$\text{б) } y = \sqrt{\operatorname{ctg} 3x} + 2^{\sin 5x};$$

$$\text{г) } y = \frac{1 - \cos 8x}{\operatorname{tg} 2x}.$$

$$15. \text{ a) } y = (9\sqrt[6]{x^5} + 2x^7 + \frac{14}{x^3} + 7)^4;$$

$$\text{b) } y = \frac{\ln(x+7)}{\sqrt[7]{x-3}};$$

$$16. \text{ a) } y = (4x^2 - \frac{7}{x^9} + 2\sqrt[7]{x^6} + 5)^5;$$

$$\text{b) } y = \frac{\arcsin 4x}{5 - 5e^{-3x}};$$

$$17. \text{ a) } y = (4x^9 + 8\sqrt[5]{x^3} - \frac{6}{x^2} - 5)^7;$$

$$\text{b) } y = \frac{e^{\operatorname{tg} x} - 1}{\cos x - x};$$

$$18. \text{ a) } y = (6\sqrt[6]{x^7} - 12x^5 + \frac{4}{x^8} + 9)^5;$$

$$\text{b) } y = \left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \operatorname{tg} x^2;$$

$$19. \text{ a) } y = (3x^9 + 4\sqrt[5]{x^8} + \frac{9}{x^2} - 3)^3;$$

$$\text{b) } y = (x + \cos 2x) \cdot \ln x^3;$$

$$20. \text{ a) } y = (15x^3 + \frac{3}{x^6} + 8\sqrt[5]{x^4} - 2)^4;$$

$$\text{b) } y = \frac{\ln(\cos x)}{x};$$

$$21. \text{ a) } y = (5\sqrt[4]{x^5} - 7x^4 + \frac{4}{x^8} - 3)^2;$$

$$\text{b) } y = \frac{e^{\sin x} - 1}{\operatorname{tg}(3x)};$$

$$\text{б) } y = e^{\cos 6x} + \sin^2 3x;$$

$$\text{r) } y = (1 - \cos 2x) \cdot \operatorname{ctg} x^6.$$

$$\text{б) } y = \lg^3 4x + \operatorname{tg} x^4;$$

$$\text{r) } y = (x-1)^4 \cdot 6^{-2x}.$$

$$\text{б) } y = \sin \sqrt{x} + \operatorname{ctg}^5 2x;$$

$$\text{r) } y = x \cdot \sin \frac{1}{6x}.$$

$$\text{б) } y = \operatorname{arctg} 7x + \sin^3 2x$$

$$\text{r) } y = \frac{1 - 2 \sin x^3}{\cos 3x}.$$

$$\text{б) } y = \lg \sqrt{x} + \operatorname{tg}^5 7x;$$

$$\text{r) } y = \frac{\operatorname{tg} x - x^4}{2 \sin 4x}.$$

$$\text{б) } y = e^{\operatorname{tg} 2x} + \ln^2 6x;$$

$$\text{r) } y = \operatorname{arc} \cos 6x \cdot (x^2).$$

$$\text{б) } y = \sqrt{\cos 5x} + 7^{\operatorname{ctg} 8x};$$

$$\text{r) } y = 7x^5 \cdot \ln(3x+4).$$

$$22. \text{ a) } y = (8x^3 - 10\sqrt[3]{x^5} - \frac{5}{x^6} - 9)^7;$$

$$\text{b) } y = x^4 \cdot \cos \frac{5}{x};$$

$$23. \text{ a) } y = (4x^9 - \frac{7}{x^4} + 8\sqrt[3]{x^2} + 12)^5;$$

$$\text{b) } y = \frac{e^{x^2} - 1}{\cos 3x};$$

$$24. \text{ a) } y = (7\sqrt[4]{x^5} - 6x^9 + \frac{8}{x^4} + 4)^6;$$

$$\text{b) } y = \frac{x - \arctg x^2}{x^3};$$

$$25. \text{ a) } y = (12x^2 + 9\sqrt[7]{x^4} + \frac{3}{x^5} - 8)^5;$$

$$\text{b) } y = x^2 \cdot tg \frac{1}{x};$$

$$26. \text{ a) } y = (2x^7 - \frac{9}{x^6} - 3\sqrt[7]{x^2} + 2)^3;$$

$$\text{b) } y = \frac{4x + \arcsin x^2}{x^3};$$

$$27. \text{ a) } y = (5\sqrt[4]{x^9} + 2x^6 - \frac{3}{x^5} + 1)^7;$$

$$\text{b) } y = \frac{e^{7x} + 6}{\ln(1 - 4x^2)};$$

$$28. \text{ a) } y = (3x^8 - 9\sqrt[3]{x^4} - \frac{4}{x^2} - 7)^3;$$

$$\text{b) } y = \frac{\ln(x+5)}{\sqrt[4]{x+3}};$$

$$\text{б) } y = \ln^4 x^2 + ctgx^3;$$

$$\text{г) } y = \frac{e^{7x} + 6}{\ln(1 - 4x^2)}.$$

$$\text{б) } y = \arccos 6x + \lg^3 x;$$

$$\text{г) } y = (x^2 - \ln 2x) \cdot tg 8x.$$

$$\text{б) } y = e^{2x-6} + \sin^2 6x;$$

$$\text{г) } y = (x^2 + \cos 4x) \cdot \ln x.$$

$$\text{б) } y = \sqrt[3]{tg x} + 5^{\ln 8x};$$

$$\text{г) } y = \frac{e^x - e^{\sin x}}{x^3}.$$

$$\text{б) } y = \ln 5x^2 + tg \sqrt{4x};$$

$$\text{г) } y = 4x^5 \cdot \sin(3x^4 - 4).$$

$$\text{б) } y = \lg^5 x + 4^{2x-3};$$

$$\text{г) } y = (x + \cos 2x) \cdot x^3.$$

$$\text{б) } y = \arcsin^2 x + tg x^5;$$

$$\text{г) } y = (x+6)^4 \cdot \cos \sqrt{x}.$$

$$29. \text{ а) } y = (3x^9 + \frac{5}{x^4} + 6\sqrt[5]{x^2} - 12)^4;$$

$$\text{в) } y = (5x + 6)^4 \cdot e^{-2x};$$

$$\text{б) } y = e^{\sin 5x} + \cos^3 2x;$$

$$\text{г) } y = \frac{2 \ln x}{\operatorname{ctg} x^3}.$$

$$30. \text{ а) } y = (9\sqrt[3]{x^2} - 7x^9 + \frac{5}{x^6} - 10)^6;$$

$$\text{в) } y = \frac{\arccos 9x}{1 + 5e^{-3x}};$$

$$\text{б) } y = \sqrt[5]{\lg x} + 6^{\operatorname{tg} 4x};$$

$$\text{г) } y = \operatorname{ctg} 3x \cdot \operatorname{arctg} x^3.$$

ЗАВДАННЯ 12

Обчислити границі функції за правилом Лопіталя:

$$1. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x+5)}{\sqrt[4]{x+3}}.$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{1 - \cos x}.$$

$$3. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x - \sin x}.$$

$$4. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 e^{-x}.$$

$$5. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{1 + 2 \ln \sin x}.$$

$$6. \quad \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\operatorname{ctg} x - 1}{\sin 4x}.$$

$$7. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\cos 3x - e^{-x}}.$$

$$8. \quad \lim_{x \rightarrow \pi/2} (x - \pi/2) \operatorname{tg} x.$$

$$9. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{1 - \cos 4x}.$$

$$10. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}.$$

$$11. \quad \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}.$$

$$12. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin 3x \cos x}.$$

$$13. \quad \lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x}.$$

$$14. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{-2x}.$$

$$15. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln^2 x}{x}.$$

$$16. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\ln(1+x)}.$$

$$17. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}.$$

$$18. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^3 - 7x + 6}.$$

$$19. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x+7)}{\sqrt[7]{x-3}}.$$

$$20. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}.$$

$$21. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^4}.$$

$$22. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x}.$$

$$23. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\ln(\sin x)}.$$

$$24. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{c^x - 1};$$

$$25. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\operatorname{ctg} x}.$$

$$26. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(1+2x)}.$$

$$27. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x} \right).$$

$$28. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right).$$

$$29. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 e^{-10x}.$$

$$30. \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos 2x) \operatorname{ctg} 4x.$$

ЗАВДАННЯ 13.

Підприємство за місяць виготовляє x одиниць продукції. Сумарні витрати виробництва описуються функцією $V = V(x)$, а $p = p(x)$ - залежність між ціною і кількістю одиниць продукції x , яку можна продати за цією ціною. Розрахувати, при яких умовах прибуток буде максимальним. Визначити маржинальні і сумарні витрати, а також прибуток при цих умовах.

1. $V(x) = \frac{1}{15}x^2 + 13x + 400$; $p(x) = 44 - \frac{1}{16}x$;
2. $V(x) = \frac{1}{50}x^2 + 15x + 400$; $p(x) = 51 - \frac{1}{10}x$;
3. $V(x) = \frac{1}{54}x^2 + 15x + 80$; $p(x) = 47 - \frac{1}{10}x$;
4. $V(x) = \frac{1}{30}x^2 + 8x + 300$; $p(x) = 40 - \frac{1}{10}x$;
5. $V(x) = \frac{1}{50}x^2 + 20x + 400$; $p(x) = 50 - \frac{1}{10}x$;
6. $V(x) = \frac{1}{50}x^2 + 12x + 400$; $p(x) = 33 - \frac{1}{12}x$;
7. $V(x) = \frac{1}{50}x^2 + 15x + 200$; $p(x) = 50 - \frac{1}{20}x$;
8. $V(x) = \frac{1}{40}x^2 + 20x + 400$; $P(x) = 50 - \frac{1}{20}x$;
9. $V(x) = \frac{1}{50}x^2 + 19x + 200$; $p(x) = 50 - \frac{1}{12}x$;
10. $V(x) = \frac{1}{30}x^2 + 15x + 200$; $p(x) = 50 - \frac{1}{5}x$;
11. $V(x) = \frac{1}{50}x^2 + 20x + 600$; $p(x) = 50 - \frac{1}{10}x$;
12. $V(x) = \frac{1}{36}x^2 + 16x + 300$; $P(x) = 50 - \frac{1}{22}x$;
13. $V(x) = \frac{1}{22}x^2 + 14x + 200$; $p(x) = 30 - \frac{1}{10}x$;
14. $V(x) = \frac{1}{12}x^2 + 5x + 400$; $p(x) = 25 - \frac{1}{8}x$;
15. $V(x) = \frac{1}{20}x^2 + 8x + 200$; $p(x) = 24 - \frac{1}{12}x$;
16. $V(x) = \frac{1}{22}x^2 + 6x + 300$; $p(x) = 23 - \frac{1}{12}x$;
17. $V(x) = \frac{1}{16}x^2 + 12x + 150$; $p(x) = 43 - \frac{1}{15}x$;
18. $V(x) = \frac{1}{14}x^2 + 18x + 400$; $p(x) = 32 - \frac{1}{10}x$;
19. $V(x) = \frac{1}{12}x^2 + 12x + 200$; $p(x) = 32 - \frac{1}{8}x$;
20. $V(x) = \frac{1}{18}x^2 + 14x + 400$; $p(x) = 24 - \frac{1}{12}x$;
21. $V(x) = \frac{1}{12}x^2 + 24x + 300$; $p(x) = 48 - \frac{1}{24}x$;
22. $V(x) = \frac{1}{14}x^2 + 5x + 200$; $p(x) = 37 - \frac{1}{18}x$;
23. $V(x) = \frac{1}{40}x^2 + 14x + 200$; $p(x) = 27 - \frac{1}{12}x$;
24. $V(x) = \frac{1}{12}x^2 + 8x + 200$; $p(x) = 30 - \frac{1}{10}x$;
25. $V(x) = \frac{1}{12}x^2 + 6x + 100$; $p(x) = 42 - \frac{1}{12}x$;

26. $V(x) = \frac{1}{14}x^2 + 18x + 100$; $p(x) = 41 - \frac{1}{8}x$;
 27. $V(x) = \frac{1}{12}x^2 + 5x + 300$; $p(x) = 26 - \frac{1}{16}x$;
 28. $V(x) = \frac{1}{14}x^2 + 9x + 600$; $p(x) = 36 - \frac{1}{13}x$;
 29. $V(x) = \frac{1}{12}x^2 + 5x + 500$; $p(x) = 38 - \frac{1}{15}x$;
 30. $V(x) = \frac{1}{14}x^2 + 8x + 300$; $p(x) = 40 - \frac{1}{18}x$.

ЗАВДАННЯ 14.

При відомій функції попиту $Q = Q(p)$ і функції пропозиції $S = S(p)$, де Q та S - кількість товару, p - ціна товару, знайти:

- а) рівноважну ціну;
 б) еластичність попиту і пропозиції для рівноважної ціни;
 в) зміну доходу при підвищенні ціни на 5% від рівноважної.

$$Q(p) = \frac{Np+1}{Np-1}, \quad S(p) = \frac{Np+2}{Np-1}, \quad \text{де } N - \text{номер варіанту.}$$

ЗАВДАННЯ 15

Дослідити функцію та побудувати її графік.

1. $y = \frac{x}{x^2 - 1}$. 2. $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$.
 3. $y = \frac{x^3 - 1}{4x^2}$. 4. $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$.
 5. $y = \frac{3(x^2 - x + 1)}{x^2 + x + 1}$. 6. $y = \frac{4 - x^3}{x^2}$.
 7. $y = \frac{x}{(x+2)^2}$. 8. $y = \frac{x^2}{x^2 - 4}$.

$$9. \quad y = \frac{(x-1)^2}{(x+1)^2}.$$

$$11. \quad y = \frac{x^2}{x^2 - 16}.$$

$$13. \quad y = \frac{x}{x^2 - 4}.$$

$$15. \quad y = \frac{5x}{4 - x^2}.$$

$$17. \quad y = \frac{12 - 3x^2}{x^2 - 12}.$$

$$19. \quad y = \frac{x-1}{x^2 + 1}.$$

$$21. \quad y = \frac{1 - 2x^3}{x^2}.$$

$$23. \quad y = \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^2.$$

$$25. \quad y = \frac{x^2 + 6}{x^2 + 1}.$$

$$27. \quad y = \frac{x^2}{(x+2)^2}.$$

$$29. \quad y = \frac{x^4}{x^3 - 1}.$$

$$10. \quad y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}.$$

$$12. \quad y = \frac{x^2}{x^2 + 9}.$$

$$14. \quad y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}.$$

$$16. \quad y = \frac{2 + x}{(x+1)^2}.$$

$$18. \quad y = \frac{3x^4 + 1}{x^3}.$$

$$20. \quad y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}.$$

$$22. \quad y = \frac{x^3 - 32}{x^2}.$$

$$24. \quad y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}.$$

$$26. \quad y = \frac{x^5}{x^4 - 1}.$$

$$28. \quad y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1}.$$

$$30. \quad y = \frac{(x+3)^2}{x - 4}.$$

ЗАВДАННЯ 16

Знайти найменше та найбільше значення функції на замкненому проміжку.

$$1. y = \frac{3x}{x^2 + 1}, \quad x \in [0, 3].$$

$$2. y = \frac{x}{9 - x^2}, \quad x \in [-2, 2].$$

$$3. y = \frac{x^3 + 4}{x^2}, \quad x \in [1, 2].$$

$$4. y = \sqrt[3]{x - x^3}, \quad x \in [-2, 2]$$

$$5. y = 4 - e^{-x^2}, \quad x \in [0, 1].$$

$$6. y = \frac{x+1}{x^3}, \quad x \in [1, 2].$$

$$7. y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}, \quad x \in \left[-\frac{1}{2}, 0\right].$$

$$8. y = x \ln x, \quad x \in [1/e^2, 1].$$

$$9. y = (x-1)e^{-x}, \quad x \in [0, 3].$$

$$10. y = (3-x)e^{-x}, \quad x \in [0, 5].$$

$$11. y = \ln(x^2 - 2x + 2), \quad x \in [0, 3].$$

$$12. y = \frac{e^{2x} + 1}{e^x}, \quad x \in [-1, 2].$$

$$13. y = \frac{1 + \ln x}{x}, \quad x \in \left[\frac{1}{e}, e\right].$$

$$14. y = \frac{x^5 - 8}{x^4}, \quad x \in [-3, -1]$$

$$15. y = (x-2)e^x, \quad x \in [-2, 1].$$

$$16. y = x^3 e^{x+1}, \quad x \in [-4, 0].$$

$$17. y = \frac{\ln x}{x}, \quad x \in [1, 4].$$

$$18. y = 4 - e^{-x^2}, \quad x \in [0, 1].$$

$$19. y = \left(\frac{x+1}{x}\right)^3, \quad x \in [1, 2].$$

$$20. y = (x-1)e^{-x}, \quad x \in [0, 3].$$

$$21. y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}, \quad x \in \left[-\frac{1}{2}, 0\right].$$

$$22. y = \frac{\ln x}{x}, \quad x \in [1, 4].$$

$$23. y = \frac{1 + \ln x}{x^2}, \quad x \in \left[\frac{1}{e}, e \right].$$

$$24. y = e^{4x-x^2}, \quad x \in [1, 3].$$

$$25. y = (2x-3)e^{-3x}, \quad x \in [1, 6].$$

$$26. y = \frac{x}{9-x^2}, \quad x \in [-2, 2].$$

$$27. y = 3x^4 - 16x^3 + 2, \quad x \in [-3, 1]$$

$$28. y = e^{6x-x^2}, \quad x \in [-3, 4].$$

$$29. y = \ln(x^2 - 2x + 4), \quad x \in [-1, \frac{3}{2}].$$

$$30. y = \frac{x^3}{x^2 - x + 1}, \quad x \in [-1, 1].$$

ЗАВДАННЯ 17

Для функції $z = f(x, y)$:

а) знайти частині похідні I-го порядку;

б) знайти градієнт у точці M_0 .

$$1. z = \ln(y^2 - e^{-x}), \quad M_0(1, -2).$$

$$2. z = \arcsin(xy^2), \quad M_0\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right).$$

$$3. z = \arctg(x^2 + y^2), \quad M_0(0, 1).$$

$$4. z = \cos(x^3 - 2xy), \quad M_0(3, -1).$$

$$5. z = \sin \frac{y}{x^3}, \quad M_0(1, 1).$$

$$6. z = \operatorname{tg}(x^3 + y^2), \quad M_0(-1, 2).$$

$$7. z = \operatorname{ctg}(xy^3), \quad M_0(2, 1).$$

$$8. z = e^{-x^2+y^2}, \quad M_0(2, 1).$$

$$9. z = \ln(3x^2 - y^4), \quad M_0(1, 1).$$

$$10. z = \arccos\left(\frac{y}{x}\right), \quad M_0(4, 2).$$

$$11. z = \operatorname{arcctg}(xy^2), \quad M_0(1, 2).$$

$$12. z = \cos(x^2 + y^3), \quad M_0(-2, 2).$$

$$13. z = \sin(x - y^3), \quad M_0(2, 1).$$

$$14. z = \operatorname{tg}(x^3 y^4), \quad M_0(3, -1).$$

$$15. z = \operatorname{ctg}(3x - 2y), \quad M_0(1, 3).$$

$$16. z = e^{2x^2-y^5}, \quad M_0(1, -2).$$

$$17. z = \ln(\sqrt{xy} - 1), M_o(1,4).$$

$$18. z = \arcsin(2x^3y), M_o\left(\frac{1}{2}, 1\right).$$

$$19. z = \arctg\left(\frac{x^2}{y^3}\right), M_o(2,3).$$

$$20. z = \cos(x - xy^3), M_o(1,2).$$

$$21. z = \sin \frac{x+y}{x-y}, M_o(3,2).$$

$$22. z = \tg \frac{2x-y^2}{x}, M_o(3,2).$$

$$23. z = \ctg \frac{x}{x-y}, M_o(4,2).$$

$$24. z = e^{-\sqrt{x^2-y^2}}, M_o(2,1).$$

$$25. z = \ln(3x^2 - y^2), M_o(2,1).$$

$$26. z = \arccos(x - y^2), M_o\left(1, \frac{1}{2}\right).$$

$$27. z = \arcctg \frac{x^2}{y}, M_o(1,3).$$

$$28. z = \cos \frac{x-y}{x^2+y^2}, M_o(1,2).$$

$$29. z = \sin \frac{y^2}{x+y}, M_o(4,2).$$

$$30. z = e^{-x}(y^3 + x), M_o(-2,3).$$

ЗАВДАННЯ 18

Сумарний прибуток підприємства залежить від витрат двох видів ресурсів x та y і виражається функцією $z = z(x, y)$. Визначити витрати ресурсів x та y , що забезпечують максимальний прибуток підприємства та знайти його.

$$1. z(x, y) = -800 - x^2 - y^2 + 40x + 60y.$$

$$2. z(x, y) = 250 - x^2 - y^2 + 20x + 100y.$$

$$3. z(x, y) = -1800 - x^2 - y^2 + 80x + 60y.$$

$$4. z(x, y) = -2100 - x^2 - y^2 + 40x + 100y.$$

$$5. z(x, y) = -2100 - x^2 - y^2 + 60x + 80y.$$

$$6. z(x, y) = -1700 - x^2 - y^2 + 40x + 80y.$$

7. $z(x, y) = -1500 - x^2 - y^2 + 20x + 80y$.
8. $z(x, y) = -400 - x^2 - y^2 + 40x + 20y$.
9. $z(x, y) = -2000 - x^2 - y^2 + 100x + 40y$.
10. $z(x, y) = -3800 - x^2 - y^2 + 120x + 60y$.
11. $z(x, y) = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 20x + 60y - 600$.
12. $z(x, y) = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 100x - 800$.
13. $z(x, y) = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 100y - 1200$.
14. $z(x, y) = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 100x + 100y - 3100$.
15. $z(x, y) = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 80x + 140y - 4200$.
16. $z(x, y) = -2x^2 - 3y^2 + 2xy + 60x + 20y - 600$.
17. $z(x, y) = -2x^2 - 3y^2 + 2xy + 100y - 800$.
18. $z(x, y) = -2x^2 - 3y^2 + 2xy + 100x - 1200$.
19. $z(x, y) = -2x^2 - 3y^2 + 2xy + 100x + 100y - 3100$.
20. $z(x, y) = -2x^2 - 3y^2 + 2xy + 140x + 80y - 4200$.
21. $z(x, y) = -4x^2 - 2y^2 + 2xy + 40x + 60y - 700$.
22. $z(x, y) = -4x^2 - 2y^2 + 2xy + 140x - 1200$.
23. $z(x, y) = -4x^2 - 2y^2 + 2xy + 20x + 100y - 1300$.
24. $z(x, y) = -4x^2 - 2y^2 + 2xy + 160x + 100y - 4000$.
25. $z(x, y) = -4x^2 - 2y^2 + 2xy + 140x + 140y - 5100$.
26. $z(x, y) = -4x^2 - 2y^2 + 2xy + 200x + 20y - 2800$.
27. $z(x, y) = -2x^2 - 4y^2 + 2xy + 60x + 40y - 700$.
28. $z(x, y) = -2x^2 - 4y^2 + 2xy + 140y - 1200$.
29. $z(x, y) = -2x^2 - 4y^2 + 2xy + 100x + 20y - 1300$.
30. $z(x, y) = -2x^2 - 4y^2 + 2xy + 140x + 140y - 5100$.

ЗАВДАННЯ 19

Знайти невизначений інтеграл.

1. а) $\int (x^4 - 5\sqrt[3]{x^2} + \frac{7}{4x-3} - 9)dx$; б) $\int \frac{5dx}{3x^2 - 7}$;
 в) $\int e^{\sin 3x} \cos 3x dx$; г) $\int x \sin 3x dx$.
2. а) $\int ((2x+6)^3 + \sqrt[4]{x^7} - \frac{9}{x} + 4)dx$; б) $\int \frac{3dx}{8x^2 + 5}$;
 в) $\int \sqrt[6]{3-4\cos 3x} \cdot \sin 3x dx$; г) $\int x e^{-2x} dx$.
3. а) $\int (5x^8 + \sqrt[3]{(4x+3)^2} + \frac{2}{x} - 5)dx$; б) $\int \frac{9dx}{\sqrt{5x^2 - 6}}$;
 в) $\int \frac{x dx}{(x^2 + 1)^2}$; г) $\int x \sin 8x dx$.
4. а) $\int (3x^4 + \sqrt[6]{x^5} + \frac{2}{9x+5} - 3)dx$; б) $\int \frac{8dx}{\sqrt{5-3x^2}}$;
 в) $\int \frac{\sin x}{\sqrt[3]{\cos^2 x}} dx$; г) $\int \arctg x dx$.
5. а) $\int ((9x-6)^8 + \sqrt{x^3} - \frac{5}{x} + 4)dx$; б) $\int \frac{2dx}{7x^2 - 1}$;
 в) $\int \sqrt[5]{3-5\cos 7x} \cdot \sin 7x dx$; г) $\int x \ln x dx$.
6. а) $\int (5 + \sqrt[9]{(7x-5)^2} - \frac{4}{x} - 3x^4)dx$; б) $\int \frac{6dx}{3x^2 + 2}$;
 в) $\int 3x^2 e^{-x^3} dx$; г) $\int (5x-7)e^x dx$.

7. a) $\int (8x^5 + 2\sqrt{x^5} - \frac{4}{3x+5} + 7)dx$; б) $\int \frac{7dx}{\sqrt{2x^2-3}}$;
 в) $\int \frac{e^{\operatorname{ctg} 3x}}{\sin^2 3x} dx$; г) $\int x \cos 5x dx$.
8. a) $\int ((7-5x)^3 - \sqrt{x^5} - \frac{9}{4x} + 3)dx$; б) $\int \frac{3dx}{\sqrt{2-8x^2}}$;
 в) $\int \sqrt[3]{2+e^{3x}} \cdot e^{3x} dx$; г) $\int (1-4x) \sin 2x dx$.
9. a) $\int (1 - \sqrt[6]{(4x-7)^5} + \frac{6}{5x} - 7x^9)dx$; б) $\int \frac{4dx}{6x^2-5}$;
 в) $\int \frac{e^x dx}{e^{2x}+1}$; г) $\int \operatorname{arctg} 2x dx$.
10. a) $\int (3x^4 - 7\sqrt{x^9} + \frac{5}{3-9x} + 4)dx$; б) $\int \frac{3dx}{\sqrt{8x^2+7}}$;
 в) $\int \sqrt{3-5\cos 2x} \cdot \sin 2x dx$; г) $\int x e^{7x} dx$.
11. a) $\int ((3x+1)^4 + 5\sqrt[5]{x^3} + \frac{2}{7x} + 3)dx$; б) $\int \frac{7dx}{5x^2+2}$;
 в) $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$; г) $\int e^x 5x dx$.
12. a) $\int (8 + \sqrt[3]{(2x+9)^7} + \frac{1}{6x} - 5x^2)dx$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{10-3x^2}}$;
 в) $\int \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$; г) $\int x \ln 3x dx$.
13. a) $\int (9x^6 + 7\sqrt{x^3} - \frac{10}{3x+7} + 2)dx$; б) $\int \frac{2dx}{\sqrt{8x^2+3}}$;

B) $\int \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \cos x}} dx;$

г) $\int \arccos x dx$.

14. а) $\int (4 + \sqrt[4]{(3x-8)^5} - \frac{7}{2x} - x^3) dx$; б) $\int \frac{15dx}{2x^2-7}$;

$$6) \int \frac{15dx}{2x^2 - 7};$$

B) $\int \sin^{13} x \cos x dx$;

Г) $\int x e^{-x} dx$.

15. а) $\int ((6-3x)^4 - 9\sqrt{x^3} - \frac{1}{4x} + 8)dx$; б) $\int \frac{9dx}{2x^2+5}$;

$$6) \int \frac{9dx}{2x^2 + 5};$$

B) $\int \frac{(x+2)^3}{\sqrt{x}} dx;$

г) $\int x \sin 7x dx$.

16. а) $\int (4x^7 + \sqrt[4]{(3+8x)^3} + \frac{9}{5x} - 8) dx$; б) $\int \frac{5dx}{\sqrt{7-9x^2}}$;

$$6) \int \frac{5dx}{\sqrt{7-9x^2}};$$

B) $\int \frac{\sin \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2}} dx ;$

Г) $\int x^2 \ln x dx$.

17. а) $\int (6x^3 - 12\sqrt{x^3} + \frac{8}{3x-2} + 2)dx$; б) $\int \frac{9dx}{\sqrt{5x^2-7}}$;

$$6) \int \frac{9dx}{\sqrt{5x^2 - 7}};$$

B) $\int 7^x (7^x + 3)^4 dx;$

г) $\int (x-1) \ln x dx$.

18. а) $\int (5 - \sqrt[7]{(2x+9)^5} - \frac{4}{7x} - 5x^4) dx$; б) $\int \frac{9dx}{\sqrt{5+3x^2}}$;

$$6) \int \frac{9dx}{\sqrt{5+3x^2}};$$

B) $\int \frac{e^{2x} dx}{e^{4x} + 5};$

г) $\int (1-4x) \sin 2x dx.$

19. а) $\int ((6x-3)^9 + 9\sqrt[3]{x^5} - \frac{7}{4x} - 1)dx$; б) $\int \frac{4dx}{3x^2+10}$;

$$6) \int \frac{4dx}{3x^2 + 10};$$

B) $\int \frac{e^{tg3x}}{\cos^2 3x} dx ;$

г) $\int x e^{2x} dx.$

20. а) $\int (7x^5 + 3\sqrt{x^3} - \frac{6}{2-5x} + 9)dx$; б) $\int \frac{5dx}{8x^2-1}$;
 в) $\int (2\ln x + 3)^2 \frac{dx}{x}$; г) $\int (2 - xe^{-3x})dx$.
21. а) $\int (8x^5 - \sqrt[5]{(5-4x)^7} + \frac{2}{3x} + 4)dx$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{10x^2+7}}$;
 в) $\int \frac{\sin x dx}{1+\cos x}$; г) $\int \frac{x dx}{\sin^2 x}$.
22. а) $\int ((6+7x)^6 - 2\sqrt[9]{x^5} + \frac{4}{3x} + 9)dx$; б) $\int \frac{4dx}{\sqrt{2x^2-8}}$;
 в) $\int \frac{x^2 dx}{x^6+1}$; г) $\int \sqrt{x} \cdot \ln x dx$.
23. а) $\int (1 - \sqrt[3]{(4x-5)^5} + \frac{15}{8x} - 9x^7)dx$; б) $\int \frac{4dx}{\sqrt{7-10x^2}}$;
 в) $\int \frac{e^{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx$; г) $\int (x+3)\cos 2x dx$.
24. а) $\int (3x^4 - \sqrt[9]{(4+6x)^5} - \frac{1}{3x} - 2)dx$; б) $\int \frac{3dx}{8x^2+7}$;
 в) $\int \frac{\ln^2 x + 1}{x} dx$; г) $\int (x-2) \cdot \cos x dx$.
25. а) $\int (9x^3 + 2\sqrt{x^7} - \frac{5}{7x+9} - 6)dx$; б) $\int \frac{5dx}{4x^2-11}$;
 в) $\int \frac{(x-1)^2}{x^2+1} dx$; г) $\int x \cdot (\ln x^2 - 1)dx$.
26. а) $\int ((6-2x)^8 + 7\sqrt[3]{x^5} - \frac{2}{5x} - 1)dx$; б) $\int \frac{15dx}{\sqrt{3x^2+15}}$;

$$\text{в)} \int \frac{\sin 2x}{\sqrt{\sin^2 x + 4}} dx;$$

$$\text{г)} \int \frac{x dx}{\cos^2 x}.$$

$$27. \text{ а)} \int (10 + \sqrt[8]{(4-5x)^7} + \frac{9}{5x} - x^3) dx; \text{ б)} \int \frac{6dx}{\sqrt{4-5x^2}};$$

$$\text{в)} \int \frac{\sqrt{\arctg x}}{1+x^2} dx;$$

$$\text{г)} \int x^2 \cdot e^{-x} dx.$$

$$28. \text{ а)} \int (4x^5 - 8\sqrt{x^7} + \frac{9}{7-x} - 2) dx; \text{ б)} \int \frac{7dx}{3x^2 + 9};$$

$$\text{в)} \int \frac{(x^4 + 1)dx}{x^5 + 5x - 8};$$

$$\text{г)} \int \ln(x+2) dx.$$

$$29. \text{ а)} \int ((5+3x)^7 - 3\sqrt[9]{x^5} + \frac{8}{3x} - 6) dx; \text{ б)} \int \frac{7dx}{\sqrt{8x^2 - 9}};$$

$$\text{в)} \int \frac{(\ln x - 3)^2}{x} dx;$$

$$\text{г)} \int x \cdot 3^x dx.$$

$$30. \text{ а)} \int (2 + \sqrt[5]{(9-7x)^3} + \frac{3}{5x} - 6x^4) dx; \text{ б)} \int \frac{12dx}{3x^2 - 5};$$

$$\text{в)} \int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos^2 x + 4}} dx;$$

$$\text{г)} \int \arcsin 3x dx.$$

ЗАВДАННЯ 20.

Знайти площу фігури, обмежену заданими лініями.

$$1. \quad y = -x^2; y = x^2 - 2x - 4.$$

$$2. \quad y = x^2 - 2x + 3; y = 4 - 2x.$$

$$3. \quad y = x^3; y = x^2.$$

4. $y = x; y = -x + 2; y = 0.$
5. $y = x^2; y = 2\sqrt{2x}.$
6. $y^2 = 8x; 2x - 3y + 8 = 0.$
7. $y = \sqrt{x}; y = 2 - x; y = 0.$
8. $y^2 = 9x; y = x + 2.$
9. $y = e^x; y = 0; x = 0; x = 1.$
10. $y = x^2 + 1; y = 0; x = 1; x = 2.$
11. $y = x^3; y = 1; x = 0.$
12. $y = \frac{1}{x}; x = 2; y = x.$
13. $y = 2\sqrt{x}; y - 6 = 0; x = 0.$
14. $y = -x^2 + 6x - 5; y = x - 5.$
15. $y = x; y = x^2.$
16. $y = \frac{6}{x}; y = 5 - x.$
17. $y = \sin x; x = 0; x = \pi; y = 0.$
18. $y = \cos x; x = 0; x = \frac{\pi}{2}; y = 0.$
19. $y = \frac{5}{x}; y = 6 - x.$
20. $xy = 2; x + 2y = 5.$
21. $y = x^2 - 5x + 6; y = x.$
22. $y = x^2 + x; y = x + 1.$
23. $y = x^3; y = \sqrt{x}.$
24. $y = \sqrt{x}; y = \sqrt{4 - 3x}.$
25. $y = x^2 + 2; y = 1 - x^2; x = 0; x = 1.$
26. $xy = 3; x + y = 4.$

$$27. \quad y = \sqrt{x}; \quad y = \sqrt{1-x}; \quad y = 0.$$

$$28. \quad y = x^2 - 4; \quad y = 4 - x^2.$$

$$29. \quad y = \frac{4}{x}; \quad x = 2; \quad y = x.$$

$$30. \quad y = x^2 + 5; \quad y = x + 5.$$

ЗАВДАННЯ 21.

Швидкості зміни витрат і доходу підприємства після початку його діяльності визначались формулами $V'(t)$ і $D'(t)$. $V(t)$ і $D(t)$ вимірюються у мільйонах гривень, а t – у роках. Визначити тривалість прибуткового існування підприємства і зйти загальний прибуток, що одержали за цей час.

$$1. \quad V'(t) = 4 + \sqrt[3]{t^2}, \quad D'(t) = 16 - 2\sqrt[3]{t^2}.$$

$$2. \quad V'(t) = 1 + 2\sqrt[3]{t^2}, \quad D'(t) = 17 - 2\sqrt[3]{t^2}.$$

$$3. \quad V'(t) = 2 + 2\sqrt[3]{t^2}, \quad D'(t) = 10 - 2\sqrt[3]{t^2}.$$

$$4. \quad V'(t) = 5 + 2\sqrt[4]{t^3}, \quad D'(t) = 45 - 3\sqrt[4]{t^3}.$$

$$5. \quad V'(t) = 3 + 4\sqrt{t}, \quad D'(t) = 13 - \sqrt{t}.$$

$$6. \quad V'(t) = 14 + \sqrt[4]{t^3}, \quad D'(t) = 38 - 2\sqrt[4]{t^3}.$$

$$7. \quad V'(t) = 7 + \sqrt{t}, \quad D'(t) = 27 - 3\sqrt{t}.$$

$$8. \quad V'(t) = 7 + 5\sqrt[3]{t^2}, \quad D'(t) = 31 - \sqrt[3]{t^2}.$$

$$9. \quad V'(t) = 11 + 3\sqrt[3]{t^2}, \quad D'(t) = 18 - 4\sqrt[3]{t^2}.$$

$$10. \quad V'(t) = 15 + 3\sqrt[3]{t^2}, \quad D'(t) = 20 - 2\sqrt[3]{t^2}.$$

$$11. \quad V'(t) = 22 + 2\sqrt[4]{t^3}, \quad D'(t) = 27 - 3\sqrt[4]{t^3}.$$

12. $V'(t) = 13 + 2\sqrt[3]{t^2}$, $D'(t) = 17 - 2\sqrt[3]{t^2}$.
13. $V'(t) = 4 + 3\sqrt{t}$, $D'(t) = 9 - \sqrt{t}$.
14. $V'(t) = 1 + 2\sqrt{t}$, $D'(t) = 7 - \sqrt{t}$.
15. $V'(t) = 2 + 4\sqrt[4]{t^3}$, $D'(t) = 58 - 4\sqrt[4]{t^3}$.
16. $V'(t) = 5 + \sqrt[4]{t^3}$, $D'(t) = 21 - \sqrt[4]{t^3}$.
17. $V'(t) = 1 + 4\sqrt[4]{t^3}$, $D'(t) = 57 - 3\sqrt[4]{t^3}$.
18. $V'(t) = 6 + \sqrt[4]{t^3}$, $D'(t) = 22 - \sqrt[4]{t^3}$.
19. $V'(t) = 8 + 3\sqrt[3]{t^2}$, $D'(t) = 28 - 2\sqrt[3]{t^2}$.
20. $V'(t) = 10 + \sqrt[4]{t^3}$, $D'(t) = 12 - \sqrt[4]{t^3}$.
21. $V'(t) = 9 + 2\sqrt[3]{t^2}$, $D'(t) = 29 - 3\sqrt[3]{t^2}$.
22. $V'(t) = 13 + 2\sqrt[3]{t^2}$, $D'(t) = 18 - 3\sqrt[3]{t^2}$.
23. $V'(t) = 12 + \sqrt[4]{t^3}$, $D'(t) = 14 - \sqrt[4]{t^3}$.
24. $V'(t) = 10 + 2\sqrt[4]{t^3}$, $D'(t) = 14 - 2\sqrt[4]{t^3}$.
25. $V'(t) = 3 + \sqrt[4]{t^3}$, $D'(t) = 57 - \sqrt[4]{t^3}$.
26. $V'(t) = 1 + 3\sqrt[4]{t^3}$, $D'(t) = 57 - 4\sqrt[4]{t^3}$.
27. $V'(t) = 9 + 4\sqrt[3]{t^2}$, $D'(t) = 14 - \sqrt[3]{t^2}$.
28. $V'(t) = 7 + \sqrt[3]{t^2}$, $D'(t) = 12 - 4\sqrt[3]{t^2}$.
29. $V'(t) = 2 + 2\sqrt[3]{t^2}$, $D'(t) = 10 - 2\sqrt[3]{t^2}$.
30. $V'(t) = 5 + 2\sqrt[3]{t^2}$, $D'(t) = 10 - 3\sqrt[3]{t^2}$.

ЗАВДАННЯ 22.

а) знайти частинний розв'язок диференціального рівняння

1. $y' \ln y \cos x = y;$ $y(0) = 1.$

2. $(1 + x^2)dy - ydx = 0;$ $y(1) = 1.$

3. $yy' + xe^{y^2} = 0;$ $y(1) = 0.$

4. $3e^x \operatorname{tg} y dx + (1 + e^x) \sec^2 y dy = 0;$ $y(0) = \frac{\pi}{4}.$

5. $ydx - (\ln y)^2 dy = 0;$ $y(0) = e.$

6. $(1 + e^{2x})y^2 dy = e^x dx;$ $y(0) = 0.$

7. $y' + \cos(x + 2y) = \cos(x - 2y);$ $y(0) = \frac{\pi}{4}.$

8. $y \ln^3 y + y' \sqrt{x+1} = 0;$ $y(-\frac{15}{16}) = e.$

9. $y = y' \ln y;$ $y(2) = 1.$

10. $y' = e^{x+y} + e^{x-y};$ $y(0) = 0.$

11. $(x^2 + 1)y' + 2xy^2 = 0;$ $y(0) = 1.$

12. $xy' + y = y^2;$ $y(1) = 0,5.$

13. $x^2 y^2 y' + 1 = y;$ $y(1) = 2.$

14. $\frac{dx}{x(y-1)} + \frac{dy}{y(x+2)} = 0;$ $y(1) = 1.$

15. $x(y^6 + 1)dx + y^2(x^4 + 1)dy = 0;$ $y(0) = 1.$

16. $(1 + e^{2x})y'y^2 = e^x;$ $y(0) = 0.$

17. $(xy + y)dx + (xy + x)dy = 0;$ $y(1) = 1.$

18. $xy' = y^2 + 1;$ $y(1) = 1.$

19. $(x^2 y - x^2)dy = (xy^2 + y^2)dx;$ $y(1) = 1.$

20. $(1 - e^{y^2})dy = \frac{dx}{2y};$ $y(0) = 0.$

21. $y'(1+x^2)=1+y^2$; $y(0)=1$.
22. $\sqrt{1-y^2}dx+y\sqrt{1-x^2}dy=0$; $y(0)=1$.
23. $6xdx-6ydy=2x^2ydy-3xy^2dx$; $y(2)=0$.
24. $(x^2+x)ydx+(y^2+1)dy=0$; $y(0)=1$.
25. $(xy^2+x)dx+(y-x^2y)dy=0$; $y(2)=0$.
26. $(e^{2x}+5)dy+ye^{2x}dx=0$; $y(0)=1$.
27. $\sqrt{y^2+1}dx=xydy$; $y(1)=0$.
28. $y'+2y-y^2=0$; $y(0)=3$.
29. $(1+e^{2x})y^2y'=e^x$; $y(0)=1$.
30. $(x+xy)dy+(y-xy)dx=0$; $y(1)=1$.

б) знайти загальний розв'язок диференціального рівняння

1. $2x^2y'=x^2+y^2$.
2. $y'=\frac{y}{x}+\sin\frac{y}{x}$.
3. $x\sin\frac{y}{x}y'+x=y\sin\frac{y}{x}$.
4. $xy+y^2=(2x^2+xy)y'$.
5. $xy'\ln\frac{y}{x}=x+y\ln\frac{y}{x}$.
6. $xyy'=y^2+2x^2$.
7. $xy'-y=xtg\frac{y}{x}$.
8. $y'=\frac{y}{x}+\cos\frac{y}{x}$.
9. $y'=4+\frac{y}{x}+(\frac{y}{x})^2$.
10. $(x^2+y^2)dx-xydy=0$.

11. $xy' = xe^{\frac{y}{x}} + y.$
12. $\operatorname{tg} \frac{y}{x} (xy' - y) = x.$
13. $xy' = y - \sqrt{xy}.$
14. $(y^2 - 2xy)dx + x^2 dy = 0.$
15. $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}.$
16. $xy' - y = (x + y) \ln \frac{x + y}{x}.$
17. $xy'y - y^2 = y'x^2.$
18. $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y.$
19. $3xyy' + x^2 = 3y^2.$
20. $xy' - x \cos^2 \frac{y}{x} = y.$
21. $y^2 + x^2 y' = xy y'.$
22. $3y' = \frac{y^2}{x^2} + 9 \frac{y}{x} + 9.$
23. $xy' = x \sin \frac{y}{x} + y .$
24. $xy' = y(1 + \ln y - \ln x).$
25. $x dy = (2y - x) dx .$
26. $xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}.$
27. $2x^3 y' = y(2x^2 - y^2) .$
28. $xy' + y(\ln \frac{y}{x} - 1) = 0.$
29. $(2x - y)dx + (x + y)dy = 0.$
30. $(x^2 - 2xy)y' = xy - y^2.$

в) знайти загальний розв'язок диференціального рівняння

1. $y' + y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}.$
2. $y' + \frac{xy}{1-x^2} = \arcsin x + x.$
3. $xy' - y = x^2 \cos x.$
4. $y' + 2xy = xe^{-x^2}.$
5. $y' - 3y = e^{-2x}.$
6. $y' + 5y = e^{4x}.$
7. $y' + 2y = e^{3x}.$
8. $y' - \frac{y}{x \ln x} = x \ln x.$
9. $y' \sin x - y \cos x = 1.$
10. $y' - \frac{y}{x} = 1 + 2 \ln x.$
11. $xy' - 2y = 2x^4.$
12. $(2x+1)y' = 4x + 2y.$
13. $(xy + e^x)dx - xdy = 0.$
14. $x^2 y' + xy + 1 = 0.$
15. $y = x(y' - x \cos x).$
16. $y'x = x \ln x + y.$
17. $(xy' - 1) \ln x = 2y.$
18. $xy' + (x+1)y = 3x^2 e^{-x}.$
19. $y' = \frac{y}{x} + \frac{1}{x}.$
20. $y' = (x+1)^3 + \frac{2y}{x+1}.$
21. $(x^2 + 1)y' + 4xy = 3.$
22. $xy' + y + xe^{-x^2} = 0.$

23. $x^3 y' = 1 - 2x^2 y.$
24. $y' \cot gx + y = 2 \cos^2 x \cot gx.$
25. $(x^2 - 1)y' - xy = x^3 - x.$
26. $y' + y \tan x = \cos^2 x.$
27. $(2xy + 3)dx - x^2 dy = 0.$
28. $(x^4 + 2y)dx = x dy.$
29. $\cos x dy = (y + 2 \cos x) \sin x dx.$
30. $x^2 y' = xy + 1.$

ЗАВДАННЯ 23.

Визначити та записати у загальному вигляді структуру частинного розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння по виду правої частини $f(x)$. Записати загальний розв'язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння.

1. $y'' - 6y' + 9y = f(x)$; а) $f(x) = e^{3x}(x+5)$;
б) $f(x) = e^{3x} \cos x + x - 3$.
2. $y'' - 2y' + 5y = f(x)$; а) $f(x) = e^x \sin 2x$;
б) $f(x) = e^x(2x+1) + e^{2x} \cos x$.
3. $y'' - 2y' - 8y = f(x)$; а) $f(x) = e^{4x}(3x-1)$;
б) $f(x) = e^{4x} \sin 2x + e^x(1-2x)$.
4. $y'' - 12y' + 36y = f(x)$; а) $f(x) = e^{-6x} \cdot x^2$;
б) $f(x) = e^{6x}(1-x) + e^{6x} \sin 3x$.
5. $2y'' + 7y' + 3y = f(x)$; а) $f(x) = e^{-3x} \cos x$;
б) $f(x) = \cos 3x + e^{-\frac{x}{2}}(3x^2 + 5)$.

6. $6y'' - y' - y = f(x)$; a) $f(x) = 5e^{-\frac{x}{3}}$;
б) $f(x) = e^{\frac{x}{2}} \cos \frac{x}{3} + x^2 e^{3x}$.
7. $y'' - 8y' + 16y = f(x)$; a) $f(x) = 7e^{4x}$;
б) $f(x) = 2 \cos 4x + e^{4x} \sin x$.
8. $y'' - 9y' + 20y = f(x)$; a) $f(x) = xe^{5x}$;
б) $f(x) = e^{4x} \cos 5x + x^2$.
9. $y'' - 6y' + 10y = f(x)$; a) $f(x) = e^{3x} \sin x$;
б) $f(x) = x^2 e^{3x} + e^x \sin 3x$.
10. $y'' + 5y' = f(x)$; a) $f(x) = x^3 + 8$;
б) $f(x) = e^{-5x} \cos x - 5xe^x$.
11. $y'' + 10y' + 25 = f(x)$; a) $f(x) = \cos 5x$;
б) $f(x) = 10e^{-5x} + 1 - 5x$.
12. $y'' + y = f(x)$; a) $f(x) = e^x \sin x$;
б) $f(x) = \cos x + x^3$.
13. $y'' + 2y' - 24y = f(x)$; a) $f(x) = x^2 e^{4x}$;
б) $f(x) = e^{-6x} \cos x + e^x$.
14. $y'' + 2y' + y = f(x)$; a) $f(x) = e^{-x} \sin 3x$;
б) $f(x) = 5e^{-x} + \cos x$.
15. $y'' - 3y' + 2y = f(x)$; a) $f(x) = (x+1)e^{2x}$;
б) $f(x) = e^x \cos 2x + 3x^2$.
16. $y'' + 2y' + 37y = f(x)$; a) $f(x) = e^{-x} \sin 6x$;
б) $f(x) = e^{-x} (6x-1) + 2x$.
17. $y'' - 14y' + 49 = f(x)$; a) $f(x) = e^x \cos 7x$;
б) $f(x) = (1-x)e^{7x} + 7x^2$.

- 18.** $y'' + 2y' - 3y = f(x)$; а) $f(x) = (x+3)e^{-3x}$;
 б) $f(x) = e^x \cos x + e^{3x}$.
- 19.** $y'' + 6y' + 10y = f(x)$; а) $f(x) = x^3 e^x$;
 б) $f(x) = e^x \cos 3x + e^{-3x} \sin x$.
- 20.** $y'' - 10y + 25 = f(x)$; а) $f(x) = 3e^{5x}$;
 б) $f(x) = 7 \cos 5x + e^{5x} \sin x$.
- 21.** $y'' + y' - 6y = f(x)$; а) $f(x) = e^{-3x} \cos 2x$;
 б) $f(x) = (1-2x)e^{2x} + x^3$.
- 22.** $y'' + 6y' + 13y = f(x)$; а) $f(x) = e^{-3x} \sin 2x$;
 б) $f(x) = (1-2x)e^{-3x} + e^{2x} \cos 3x$.
- 23.** $y'' + 4y' + 4y = f(x)$; а) $f(x) = 5e^{-2x}$;
 б) $f(x) = \cos 2x + e^{-2x} \sin x$.
- 24.** $y'' + 3y' + 2y = f(x)$; а) $f(x) = e^{-x} \cos 2x$;
 б) $f(x) = (x-2)e^{-x} + \sin 2x$.
- 25.** $y'' - 12y' + 40y = f(x)$; а) $f(x) = e^{2x} \sin 6x$;
 б) $f(x) = e^{6x} \cos 2x + (1+6x)e^{2x}$.
- 26.** $y'' + 6y' + 9y = f(x)$; а) $f(x) = e^{-3x} \cos 3x$;
 б) $f(x) = 7e^{-3x} + \sin 3x$.
- 27.** $y'' - 8y' + 12y = f(x)$; а) $f(x) = e^{2x} \sin 6x$;
 б) $f(x) = 5e^{6x} + 7 \cos 2x$.
- 28.** $y'' - 6y' + 13y = f(x)$; а) $f(x) = e^{3x} \cos 2x$;
 б) $f(x) = (1+2x)e^{3x} + 2 \sin 3x$.
- 29.** $y'' + 8y' + 16 = f(x)$; а) $f(x) = 5e^{-4x}$;
 б) $f(x) = \cos 4x + e^{-4x} \sin x$.
- 30.** $y'' - 6y' + 34y = f(x)$; а) $f(x) = e^{3x} \sin 5x$;
 б) $f(x) = e^{5x} \sin 3x + 5xe^{3x}$

ЗАВДАННЯ 24.

Дослідити збіжність ряду.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+2}{2n^2-1}.$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{3n-1}{4n+2} \right)^{2n}.$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n!}{\sqrt{2^n+3}}.$

7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2-n}{2n^3+3n+4}.$

9. $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sin^n \frac{\pi}{2n}.$

11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+2)! \cdot 4^n}.$

13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n(n+2)}.$

15. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+2}{3n+1} \right)^n (n+1)^3.$

17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+2)!}.$

19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}.$

21. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n} \right)^n \frac{n}{5^n}.$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n-1} \sqrt{n^2+5}}{(n-1)!}.$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6n-3}{2n^2+3n-1}.$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 3^n}{(2n+1)^n}.$

8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(3n)!}.$

10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+5}{3n^2-6n-1}.$

12. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{3n-1} \right)^{n^2}.$

14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^{2n}}{(2n-1)!}.$

16. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n.$

18. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{2n+1} \right)^{n^2}.$

20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n (n^2-1)}{n!}.$

22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}.$

$$23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n \cdot 2n!}{(2n)!}.$$

$$25. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1} \right)^{\frac{n}{2}}.$$

$$27. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^{2n+1}.$$

$$29. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+2}{4n-1} \right)^n (n-1)^2.$$

$$24. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1} \right)^{n^3}.$$

$$26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 3^n}.$$

$$28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (n+1)!}{(2n)!}.$$

$$30. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{4n+3} \right)^{n^2}.$$

ЗАВДАННЯ 25.

Знайти область збіжності функціонального ряду.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-2)^3 (x+3)^{2n}}{2n+3}.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{5^n (x+4)^n}.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n n^2 (x+2)^n}.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 (x+5)^{2n+1}}{(n+1)!}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n(x-2)^{3n}}{(5n-8)^3}.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{x^n}.$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 (x-3)^n}{(n^4+1)^2}.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (x+1)^{2n}}{n}.$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{(n+4) \ln(n+4)}.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\sqrt{n}}{n^2+1} (x-2)^n.$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^{2n-1}}{(2n^2-5n)4^n}.$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^{2n+1}}{3n+8}.$$

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{(n+1)^5 x^{2n}}.$$

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(2n+1)3^n}.$$

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{3^n (x+3)^n}.$$

$$19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n9^n (x-1)^{2n}}.$$

$$21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(3n+1)2^n}.$$

$$23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+1}{3^n (x-2)^n}.$$

$$25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)(x-1)^n}{(n+3)^2 2^n}.$$

$$27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot 3^n}{(2n+1)^n}.$$

$$29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n!}{(x+1)^n}.$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-3)^n}{(n+1)5^n}.$$

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+5}{(2n+9)^5 (x+2)^{2n}}.$$

$$18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-2)(x-3)^n}{(n+1)^2 2^{n+1}}.$$

$$20. \sum_{n=1}^{\infty} (x+5)^n \operatorname{tg} \frac{1}{3^n}.$$

$$22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{4^n (2n-1)}.$$

$$24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n9^n}.$$

$$26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^5 x^{2n}}{2n+1}.$$

$$28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4n+1)(x-1)^n}{(n+1)^2 5^n}.$$

$$30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+3}}{8^n (x+1)^{2n}}.$$

ЛІТЕРАТУРА

1. Андрощук Л. В. Вища математика: Навч. посібник. Модуль 7. Ряди. Диференціальні рівняння / Л. В. Андрощук, О. І. Ковтун, Т. І. Олешко; За заг. ред. Т.І.Олешко. – Київ : Книжкове вид-во НАУ, 2005. – 104 с.
2. Антоненко В. Ф. Вища математика: Навч. посібник. Модуль 1. Лінійна алгебра / В. Ф. Антоненко, Т. І. Олешко, Ю. А. Паламарчук; За заг. ред. Т.І.Олешко. – Київ : Книжкове вид-во НАУ, 2005. – 140 с.
3. Барковський В. В. Вища математика для економістів: навчальний посібник / В. В. Барковський, Н. В. Барковська.- 5-те вид. – Київ : Центр навч. літератури, 2010. – 448 с.
4. Васильченко І. П. Вища математика для економістів: основні розділи: підручник для студ. вищ. навч. закл.: затв. МОНУ / І. П. Васильченко.- 2-ге вид. – Київ : Кондор, 2012. – 608 с.
5. Васильченко І. П. Вища математика для економістів: спеціальні розділи: підручник для студ. вищ. навч. закл.: затв. МОНУ / І. П. Васильченко.- 2-ге вид. – Київ : Кондор, 2012. – 352 с.
6. Грисенко М.В. Математика для економістів. Методи й моделі, приклади й задачі: Навч. посіб.для студ. екон. спец. вищ. навч. закл. /М.В. Грисенко. — К.: Либідь,2007. — 720 с.
7. Денисюк В. П. Вища математика: Модульна технологія навчання: навч. посібник : у 4 ч. / В. П. Денисюк, В. К. Репета. – Київ : НАУ, 2005. – 276 с.
8. Ковтонюк І. Ю. Вища математика: навч. посібник: рек. МОНУ. Модуль 6. Інтегральне числення функцій однієї змінної / І. Ю. Ковтонюк, Є. Ю. Корнілович, Т. І. Олешко; за заг. ред. Т.І.Олешко. – Київ : Книжкове вид-во НАУ, 2005. –112 с.
9. Макаренко В. О. Вища математика для економістів: навчальний посібник : рек. МОНУ / В. О. Макаренко.– Київ : Знання, 2008. – 517 с.