

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ
Запорізький національний технічний університет

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до курсової роботи з дисципліни

"ОСНОВИ ТЕОРІЇ КІЛ"

для студентів спеціальностей 6.170101 – «Системи технічного захисту інформації», 6.160102 – «Безпека інформаційних і комунікаційних систем» усіх форм навчання

2008

Методичні вказівки до курсової роботи з дисципліни «Основи теорії кіл» для студентів спеціальностей 6.170101 – “Системи технічного захисту інформації”, 6.160102 – “Безпека інформаційних і комунікаційних систем” усіх форм навчання /Укл.: Л.М. Карпуков, С.М. Романенко, А.О. Місюра. - Запоріжжя: ЗНТУ, 2008. - 50 с.

Укладачі: Л.М. Карпуков, професор, д.т.н.,
С.М. Романенко, доцент, к.ф.-м.н.,
А.О. Місюра, доцент, к.ф.-м.н.

Рецензент: Щекотіхін О.В., доцент, к.т.н..

Відповідальний
за випуск: А.О. Місюра, доцент, к.ф.-м.н.

Затверджено:
На засіданні кафедри
захисту інформації
Протокол № 4 від 5.12. 2007р.

ЗМІСТ

Загальна характеристика курсової роботи.....	4
1 Теоретичні основи синтезу електричних фільтрів.....	5
1.1 Класифікація та частотні характеристики електричних фільтрів.....	5
1.2 Загальна характеристика задачі синтезу електричних фільтрів.....	7
1.3 Фільтри з максимально - плоскою характеристикою.....	10
1.4 Фільтри з Чебишевською характеристикою.....	13
1.5 Реалізація драбинного реактивного кола.....	17
1.6 Розрахунок нормованих параметрів низькочастотних фільтрів - прототипів.....	19
1.7 Частотні перетворення.....	20
1.8 Алгоритм розрахунку параметрів фільтрів.....	23
2 Аналіз електричних фільтрів.....	28
2.1 Аналіз частотних характеристик.....	28
2.2 Аналіз передавальних функцій.....	32
2.3 Аналіз часових характеристик.....	35
3 Технічне завдання на проектування фільтру та графік виконання курсової роботи.....	41
4 Правила оформлення пояснювальної записки.....	45
5 Контрольні питання.....	48
Перелік посилань.....	50

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА КУРСОВОЇ РОБОТИ

Мета курсової роботи - освоєння теоретичних основ і оволодіння практичними навичками синтезу електричних фільтрів та аналізу частотних характеристик і передавальних функцій частотно-вибіркових електричних кіл.

Курсова робота складається з двох частин. У першій частині за даними технічного завдання здійснюється синтез фільтрів в результаті вирішення задачі апроксимації і реалізації. У курсовій роботі для апроксимації частотних характеристик фільтрів використовуються функції Баттерворту і Чебишева, а для вирішення задачі реалізації фільтрів використовуються драбинні структури. У другій частині роботи здійснюється аналіз структур синтезованих фільтрів різного типу з використанням методів контурних струмів і вузлових потенціалів. За технічним завданням необхідно виконати синтез і аналіз двох типів фільтрів: фільтру нижніх частот або верхніх частот, а також смугового або загороджувального фільтру.

Методичні вказівки до курсової роботи містять всі необхідні теоретичні відомості, приклади вирішення проектних і розрахункових завдань, MATHCAD-програми, що забезпечують основні обчислювальні задачі. Наведено графік виконання курсової роботи і правила оформлення пояснювальної записки.

1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ СИНТЕЗУ ЕЛЕКТРИЧНИХ ФІЛЬТРІВ

Електричні фільтри – це частотно-вибіркові лінійні чотириполосники, призначені для виділення або придушення частотних складових спектру вхідного сигналу, які розташовані в заданій смузі частот. Смуга частот, яка призначена для виділення частотних складових спектру сигналу, називається смугою пропускання фільтру. Смуга частот, в якій придушуються частотні складові спектру сигналу, називається смугою затримання.

1.1 Класифікація і частотні характеристики електричних фільтрів

Частотно-вибіркові властивості фільтру прийнято характеризувати частотною залежністю його комплексного коефіцієнта передавання за напругою:

$$\dot{K}(\omega) = \frac{\dot{U}_2(\omega)}{\dot{U}_1(\omega)}, \quad (1.1)$$

де $\dot{U}_1, \dot{U}_2$ – комплексні амплітуди напруги відповідно на вході і виході фільтру.

Частотна залежність комплексного коефіцієнта передавання за напругою характеризується амплітудно-частотною характеристикою (АЧХ) у вигляді $K(\omega) = |\dot{K}(\omega)|$ і зо-частотною характеристикою (ФЧХ) у вигляді $\varphi(\omega) = \arg \dot{K}(\omega)$.

Форма АЧХ коефіцієнта передавання фільтру визначається розташуванням по вісі частот смуг пропускання і затримання. По розташуванню смуг пропускання і загородження розрізняють: фільтри нижніх частот (ФНЧ), фільтри верхніх частот (ФВЧ), смугові фільтри

(СФ) і фільтри, що загороджують (ЗФ). На рис. 1.1 зображено АЧХ ідеальних фільтрів перерахованих типів.

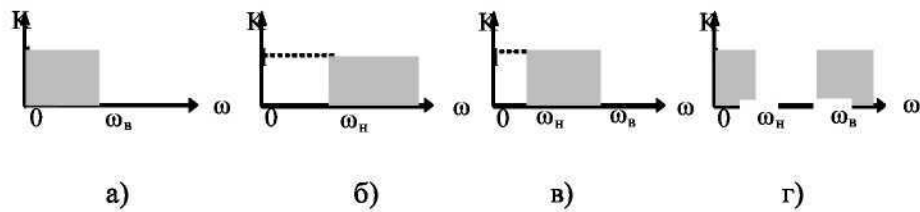


Рисунок 1.1 - Типи фільтрів: а - фільтр нижніх частот (ФНЧ),
б - фільтр верхніх частот (ФВЧ), в - смуговий фільтр (СФ);
г - загороджувальний фільтр (ЗФ)

Технічні вимоги до АЧХ проектованого фільтру прийнято формулювати у вигляді вимог до частотної залежності його робочого загасання, яке визначається співвідношенням:

$$A(\omega) = 10 \lg K_p(\omega) = 20 \lg \frac{1}{K(\omega)}, \text{ (дБ)}, \quad (1.2)$$

де K_p - коефіцієнт передавання за потужністю.

У технічних вимогах на АЧХ задаються наступні величини:

- A_n - максимально-допустиме значення затухання в межах смуги пропускання;
- A_z - мінімально-допустиме значення затухання в межах смуги загородження.

Між смугою пропускання і смугою загородження реального фільтру розташовується смуга переходу, значення загасання в якій не нормується. Чим вужче смуга переходу, тим складніше структура фільтру. Для прикладу на рис. 1.2 графічно наведено вимоги на АЧХ фільтру нижніх частот. Пунктирною лінією вказана можлива реалізація АЧХ фільтру, що задовольняє заданим вимогам.

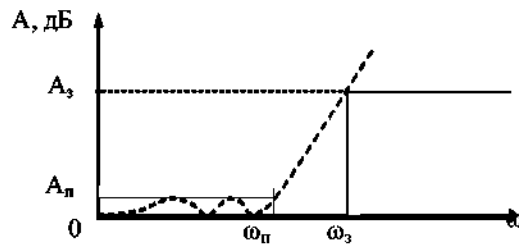


Рисунок 1.2 - Графічне зображення вимог на АЧХ фільтру нижніх частот

1.2 Загальна характеристика завдання синтезу електричних фільтрів

У загальному випадку синтез електричного кола - це визначення схеми електричного кола і параметрів складових її елементів, при яких частотні або часові характеристики кола задовольняють поставленим вимогам.

Завдання синтезу фільтрів за заданими частотними характеристиками включає завдання апроксимації і завдання реалізації. Завдання апроксимації полягає у виборі математичних функцій, за допомогою яких можуть бути наближені задані характеристики. Ці функції повинні задовольняти вимозі фізичної реалізації. Для фільтрів на зосереджених RCL-елементах вимога фізичної реалізації витікає з властивостей їх передавальних функцій

$$K(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)}, \quad (1.3)$$

де $p = j\omega$, j - уявна одиниця.

Передавальні функції складаються за функціями R , $1/pC$, pL повного опору RCL-елементів і формуються у вигляді дрібно-раціональної функції від комплексної частоти p :

$$K(p) = \frac{A(p)}{B(p)} = k \frac{p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \dots + a_1p + a_0}{p^m + b_{m-1}p^{m-1} + \dots + b_1p + b_0}, \quad (1.4)$$

де k - чисельний коефіцієнт.

Коефіцієнти a_i , b_i в цьому виразі дійсні числа, тому коренями поліномів $A(p)$, $B(p)$ у функції (1.4) є дійсні і комплексно-зв'язані числа. Корені поліномів $A(p)$, $B(p)$ називаються особливими точками функції $K(p)$, причому корені знаменника $B(p)$ - це полюси, а корені чисельника $A(p)$ - це нулі функції $K(p)$. Полюси функції $K(p)$ для позитивних значень параметрів RCL-елементів розташовуються в лівій напівплощині комплексної площини, тобто корені знаменника $B(p)$ або негативні дійсні числа або комплексно-зв'язані числа з негативною дійсною частиною. Таким чином, функції, що використовуються для апроксимації частотних характеристик, повинні відповідно до вимоги фізичної реалізації бути дрібно-раціональними функціями з дійсними коефіцієнтами і полюсами в лівій напівплощині комплексної площини. Цим вимогам задовольняє ряд функцій. Серед них для вирішення завдання синтезу фільтрів широко використовуються функції Баттерворту і Чебишева.

В процесі синтезу необхідно від функції $K_p(\omega)$, що апроксимує частотну залежність коефіцієнта передавання за потужністю, перейти до передавальної функції $K(p)$ за напругою. Коефіцієнт передавання за потужністю у формулі (1.2) речовинною функцією:

$$K_p(\omega) = K_p(j\omega) \cdot K_p^*(j\omega) = K_p(j\omega) \cdot K_p(-j\omega). \quad (1.5)$$

Функція ця парна і тому може бути надана у вигляді відношення двох поліномів від змінної ω^2 :

$$K_p(\omega) = \frac{M(\omega^2)}{N(\omega^2)} = k \frac{\omega^{2n} + \alpha_{n-1}\omega^{2(n-1)} + \dots + \alpha_1\omega^2 + \alpha_0}{\omega^{2m} + \beta_{m-1}\omega^{2(m-1)} + \dots + \beta_1\omega^2 + \beta_0}. \quad (1.6)$$

Для комплексної змінної $p = j\omega$ функція $K_p(\omega)$ аналітично продовжується з уявної вісі $j\omega$ на всю комплексну площину:

$$K_p(p) = K(p) \cdot K(-p). \quad (1.7)$$

Тому, якщо $p' + jp''$ особлива точка передавальної функції $K(p)$, то у передавальній функції $K_p(p)$ будуть дві особливі: $p' + jp''$ і $-p' - jp''$. Отже, для складання функції $K(p)$ по заданій функції $K_p(p)$ необхідно з усіх пар особливих точок функції $K_p(p)$ вибрати особливі з від'ємною дійсною частиною, що належать функції $K(p)$.

Завдання синтезу має, як правило, неоднозначне рішення, тобто необхідні характеристики фільтру можуть бути реалізовані за допомогою різних схем. Наприклад, фільтр може бути реалізований у вигляді зображеного на рис. 1.3 драбинного кола, навантаженого з обох боків на активні опори.

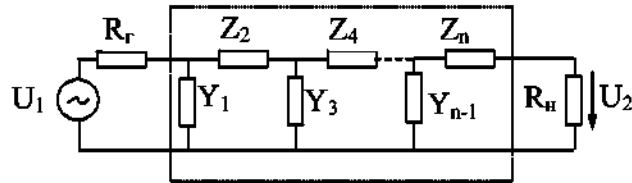


Рисунок 1.3 - Фільтр із драбинною структурою

Для мінімізації витрат використовується драбинне реактивне коло (коло без втрат), що складається з L і C елементів. Драбинне реактивне коло відноситься до класу мінімально-фазових кіл. У таких кіл не тільки корені знаменника, але і корені чисельника передавальної функції $K(p)$ розташовуються в лівій напівплощині комплексної площини.

Процедура синтезу фільтра із драбинною структурою складається з двох етапів. На першому етапі по заданих вимогах на характеристики фільтру проводиться синтез його НЧ прототипу з

нормованою до одиниці смугою пропускання. Синтез схеми НЧ прототипу полягає у визначенні структури (схеми фільтру) і нормованих параметрів, відповідних елементам L і C фільтру. Другий етап пов'язаний з частотним перетворенням і полягає у визначенні типу і значень елементів фільтру, що синтезується, по нормованих значеннях елементів фільтру-прототипу.

1.3 Фільтри з максимально-плоскою характеристикою

Максимально плоска характеристика описується функцією Баттерворту:

$$K_p(\omega) = \frac{1}{1 + \omega^{2n}}. \quad (1.8)$$

Дана функція виходить з функції (1.6) при $K_p(0)=1$ і при прирівнюванні нулю максимального числа похідних як на частоті $\omega=0$, так і на частоті $\omega=\infty$. Графік цієї функції наведено на рис. 1.4. Фільтри з такою характеристикою називаються фільтрами Баттерворту.

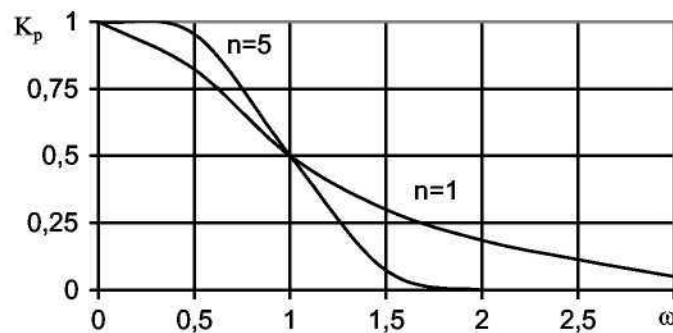


Рисунок 1.4 - Частотні характеристики фільтру Баттерворту

Ціле число n в (1.8) - порядок фільтру. Чим вище порядок, тим ближче частотна характеристика до ідеальної прямокутної форми. Частота $\omega = \omega_c = 1$ - частота зрізу. На частоті зрізу:

$$K_p(1) = 0.5;$$

$$A = 10 \lg 0.5 \approx -3 \text{ дБ.}$$

Порядок фільтру визначається заданим значенням загасання A_n на межі смуги пропускання ω_n і значенням загасання A_z на межі смуги загородження ω_z (див. рис. 1.2). У випадку $\omega_n = \omega_c = 1$ має місце:

$$A_c = A_n = -3 \text{ дБ;}$$

$$A_z = -10 \lg(1 + \omega_z^{2n}), \text{ дБ.}$$

Звідси витікає формула для визначення порядку фільтру:

$$n = \frac{\lg(10^{A_z/10} - 1)}{2 \lg \omega_z}. \quad (1.9)$$

Число n округляється до найближчого більшого цілого числа. Наприклад, для $A_z = -25$ дБ, $\omega_z = 3$ отримаємо

$$n = \frac{\lg(10^{25/10} - 1)}{2 \lg 3} = 2,618.$$

Беремо $n = 3$ та забезпечуємо загасання більше 25 дБ.

Функції (1.8) на підставі (1.5), (1.7) відповідає передавальна функція за потужністю

$$K_p(p) = K(p) \cdot K(-p) = \frac{1}{1 + (-1)^n p^{2n}}. \quad (1.10)$$

Для складання передавальної функції $K(p)$ за напругою вибираються корені рівняння

$$N(p) = 1 + (-1)^n p^{2n} = 0, \quad (1.11)$$

які лежать в лівій напівплощині комплексної площини. Наприклад, при $n = 3$ розрахунок за допомогою Mathcad-програми дає наступний набір коренів:

$$N := 1 + (-j \cdot p)^{2 \cdot n} \text{ coeffs, } p \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{polyroots} (N) = \begin{pmatrix} -1 \\ -0.5 - 0.866i \\ -0.5 + 0.866i \\ 0.5 - 0.866i \\ 0.5 + 0.866i \\ 1 \end{pmatrix}$$

Тут вектор N складений з коефіцієнтів b_i полінома 6-го порядку:

$$B(p) = b_0 + b_1 p + \dots + b_5 p^5 + b_6 p^6.$$

Функція **polyroots** знаходить корені цього полінома. Ці корені розташовуються на колі одиничного радіусу через рівні кутові інтервали. Передаткову функцію за напругою складаємо з коренів із від'ємною дійсною частиною:

$$K(p) = \frac{1}{p - (-1)} \cdot \frac{1}{p - (-0.5 - j0.866)} \cdot \frac{1}{p - (-0.5 + j0.866)}.$$

На рис.1.5 наведено АЧХ низькочастотного фільтру-прототипу, побудована Mathcad-програмою за даною передавальною функцією.

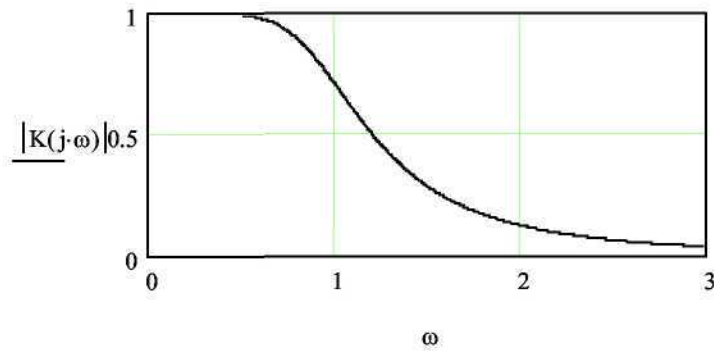


Рисунок 1.5 - АЧХ низькочастотного фільтру-прототипу Баттерворту 3-го порядку

1.4 Фільтри з Чебишевською характеристикою

Характеристика Чебишева описується функцією

$$K_p(\omega) = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 T_n^2(\omega)}, \quad (1.12)$$

де $\varepsilon^2 \leq 1$ - коефіцієнт нерівномірності характеристики в смузі пропускання, $T_n(\omega)$ - поліном Чебишева першого роду n-го порядку, що визначається за формулою

$$T_n(\omega) = \begin{cases} \cos(n \arccos(\omega)) & \text{при } 0 \leq \omega \leq 1, \\ \operatorname{ch}(n \operatorname{arcch}(\omega)) & \text{при } \omega > 1. \end{cases} \quad (1.13)$$

На інтервалі $0 \leq \omega \leq 1$ поліноми Чебишева мають осцилюючий характер, рівномірно відхиляючись від нуля на величину ± 1 .

У явній формі поліноми Чебишева записуються наступним чином:

$$T_1(\omega) = \cos \arccos \omega = \omega;$$

$$T_2(\omega) = \cos 2 \arccos \omega = 2 \cos^2 \arccos \omega - 1 = 2\omega^2 - 1.$$

При $n \geq 3$ використовується рекурентна формула

$$T_{n+1}(\omega) = 2\omega T_n(\omega) - T_{n-1}(\omega). \quad (1.14)$$

У інтервалі $\omega > 1$ поліноми Чебишева монотонно зростають. Графік функції (1.12) для різного порядку n наведено на рис 1.6.

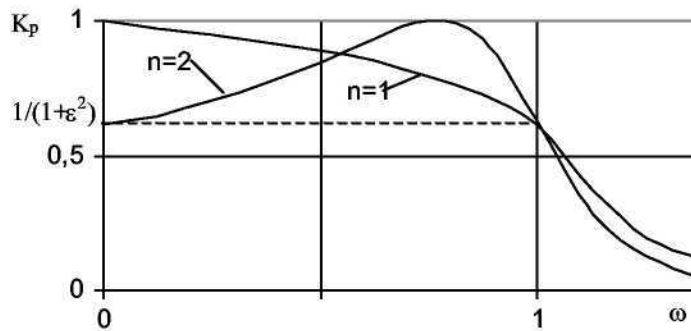


Рисунок 1.6 - Частотні характеристики фільтру Чебишева

На частоті зрізу $\omega_c = 1$ має місце $T_n(1) = 1$, тому

$$K_p(1) = \frac{1}{1 + \varepsilon^2}; \quad (1.15)$$

$$A_c = -10 \lg(1 + \varepsilon^2). \quad (1.16)$$

Для визначення порядку фільтру при $\omega_{\Pi} = \omega_c = 1$ і заданому значенні $A_{\Pi} = A_c$, а також при заданому значенні A_3 на частоті ω_3 , використовується формула, що витікає з (1.12) - (1.16):

$$n = \frac{\operatorname{arcch} \sqrt{\frac{10^{A_3/10} - 1}{10^{A_c/10} - 1}}}{\operatorname{arcch}(\omega_3)} . \quad (1.17)$$

Наприклад, для $A_c = -0,5$ дБ, $A_3 = -25$ дБ, $\omega_3 = 3$ отримаємо

$$n = \frac{\operatorname{arcch} \sqrt{\frac{10^{25/10} - 1}{10^{0,5/10} - 1}}}{\operatorname{arcch}(3)} = 2,622 .$$

Беремо $n = 3$, забезпечуючи загасання A_3 , більше 25 дБ.

Функції (1.12) на підставі (1.5), (1.7) відповідає передавальна функція

$$K_p(p) = K(p) \cdot K(-p) = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 T_n^2(p)} . \quad (1.18)$$

Для складання передавальної функції $K(p)$ беруться корені рівняння

$$N(p) = 1 + \varepsilon^2 T_n^2(p) = 0 , \quad (1.19)$$

що лежать в лівій напівплощині комплексної площини. Наприклад, при $n = 3$ і $\varepsilon^2 = 0,122$ ($A_c = -5$ дБ) рівняння (1.19) на підставі (1.14) запишеться у вигляді

$$1 + 0,122(4p^3 - 3p)^2 = 0,122 \cdot 16 \cdot \left[\frac{1}{0,122 \cdot 16} + \left(p^3 - \frac{3}{4}p \right)^2 \right] = 0.$$

Розрахунок за допомогою Mathcad-програми дає записані у векторі N коефіцієнти полінома, вказаного в квадратних дужках, і набір коренів цього рівняння, отриманий за допомогою функції **polyroots**:

$$N := \frac{1}{\epsilon^2 \cdot 4^2} + \left[(-j \cdot p)^3 - \frac{3}{4} \cdot (-j \cdot p) \right]^2 \text{ coeffs } , p \rightarrow \begin{pmatrix} .51229508196721311475 \\ 0 \\ \frac{-9}{16} \\ 0 \\ \frac{-3}{2} \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{polyroots}(N) = \begin{pmatrix} -0.626 \\ -0.313 - 1.022i \\ -0.313 + 1.022i \\ 0.313 - 1.022i \\ 0.313 + 1.022i \\ 0.626 \end{pmatrix}$$

Ці корені розташовуються на еліпсі через рівні кутові інтервали. Передавальну функцію за напругою складаємо з коренів із дійсною частиною

$$K(p) = \frac{k}{(p - (-0,313 + j1,022)) \cdot (p - (-0,626)) \cdot (p - (-0,313 - j1,022))},$$

де $k = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^2 4^2}}$.

На рис 1.7 наведено АЧХ низькочастотного фільтру-прототипу, що побудована за допомогою Mathcad-програми за даною передавальною функцією.

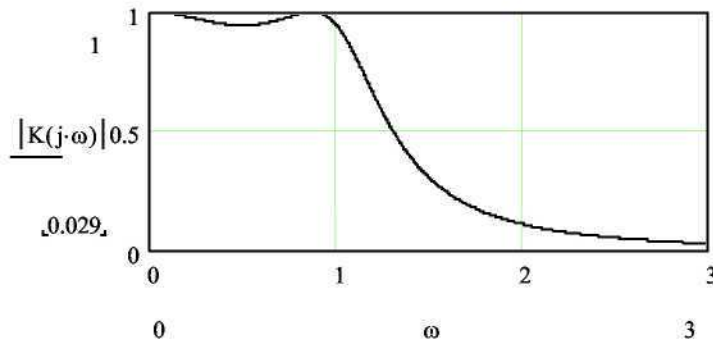


Рисунок 1.7 - АЧХ низькочастотного фільтру-прототипу Чебишева 3-го порядку

1.5 Реалізація драбинного реактивного кола

За передавальною функцією $K(p)$ низькочастотного фільтру-прототипу визначаються число ланок і параметри елементів драбинного кола. Для драбинної реалізації фільтру можуть бути використані кола на рис. 1.8.

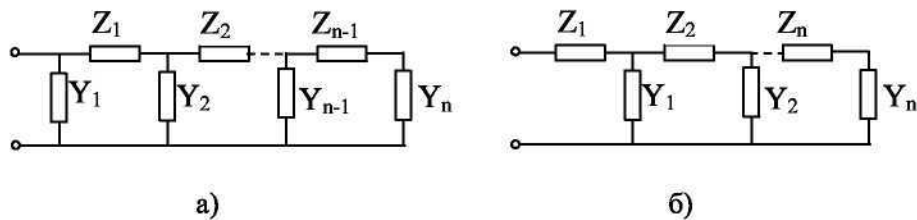


Рисунок 1.8 - Різновиди драбинних кіл

Вхідний опір $Z(p)$ або вхідна провідність $Y(p)=1/Z(p)$ драбинних кіл надається безперервним дробом. Для кола на рис. 1.8, а, складеного з П-подібних каскадів:

$$Y(p) = Y_1(p) + \frac{1}{Z_1(p) + \frac{1}{Y_2(p) + \frac{1}{Z_2(p) + \dots}}} \quad (1.20)$$

Для кола на рис. 1.8, б, складеного з Т-подібних каскадів:

$$Z(p) = Z_1(p) + \frac{1}{Y_1(p) + \frac{1}{Z_2(p) + \frac{1}{Y_2(p) + \dots}}} \quad (1.21)$$

Тут при реалізації НЧ фільтру беруться: $Y_i(p) = pC_i$,
 $Z_i(p) = pL_i$

Синтез драбинного кола проводиться шляхом безпосереднього ділення чисельника на знаменник дрібно-раціональної функції вхідного опору або вхідної провідності, складеної з передавальної функції $K(p)$ фільтру. Наприклад, для функції

$$Z(p) = \frac{9p^3 + 3,6p^2 + 5,5p + 1}{3p^2 + 1,2p + 1}$$

діленням чисельника на знаменник отримаємо наступний безперервний дріб:

$$Z(p) = 3p + \frac{1}{1,2p + \frac{1}{2,5p + \frac{1}{1}}}$$

На рис. 1.9 наведено коло, що відповідає даному дробу

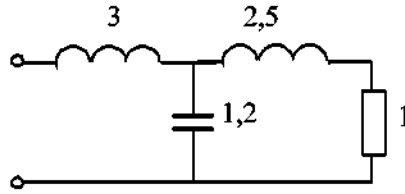


Рисунок 1.9 - Триланкове драбинне коло, навантажене на провідність в 1 См

1.6 Розрахунок нормованих параметрів низькочастотних фільтрів - прототипів

Перший етап синтезу фільтру полягає в побудові його низькочастотного фільтру - прототипу. Фільтр - прототип характеризується частотою зрізу $\omega_c = 1$ і нормованими g -параметрами, які відповідають опору генератора R_g , опору навантаження R_n , параметрам LC-елементів драбинного кола (див. рис. 1.3). Розрахунок нормованих g -параметрів проводиться за наступними формулами.

При апроксимації за Баттервортом:

$$g_0 = g_{n+1} = 1; \quad g_k = 2 \sin \left[\frac{(2k-1)\pi}{2n} \right]; \quad k = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (1.22)$$

При апроксимації за Чебишевим:

$$g_0 = 1; \quad g_1 = \frac{2a_1}{\gamma}; \quad g_{n+1} = \begin{cases} 1, & \text{при } n - \text{непарному,} \\ \operatorname{cth}^2 \left(\frac{\beta}{4} \right), & \text{при } n - \text{парному;} \end{cases} \quad (1.23)$$

$$g_k = \frac{4a_{k-1} \cdot a_k}{b_{k-1} \cdot g_{k-1}}.$$

$$\text{Тут } a_k = \sin\left[\frac{(2k-1)\pi}{2n}\right]; \quad b_k = \gamma^2 + \sin^2\left(\frac{k\pi}{n}\right); \quad k = 2, 3, \dots, n;$$

$$\gamma = \operatorname{sh}\left(\frac{\beta}{2n}\right); \quad \beta = \ln\left[\operatorname{cth}\left(\frac{A_c}{17,37}\right)\right].$$

У наведених співвідношеннях g_0 відповідає опору генератора, R_L , g_{n+1} відповідає опору навантаження R_n , n – порядок фільтру (кількість ланок драбинного кола), A_c – амплітуда осциляцій в смузі пропускання в дБ.

1.7 Частотні перетворення

На другому етапі синтезу параметри НЧ фільтру-прототипу перераховуються в параметри проектного фільтру при відповідних перетвореннях комплексної частоти.

Мають місце наступні формули перетворення комплексної частоти p' для НЧ фільтру - прототипу в комплексну частоту p для проектного фільтру.

Для перетворення НЧ фільтру-прототипу в НЧ фільтр зграничною частотою смуги пропускання ω_B (див. рис.1.1,а):

$$p' = \frac{p}{\omega_B}. \quad (1.24)$$

Ця формула забезпечує зміну значень індуктивності та ємності.

Для перетворення НЧ фільтру-прототипу у ВЧ фільтр зграничною частотою смуги пропускання ω_H (див. рис 1.1,б):

$$p' = \frac{\omega_H}{p}. \quad (1.25)$$

Ця формула забезпечує перетворення індуктивності в ємність, а ємності в індуктивність.

Для перетворення НЧ фільтру-прототипу в смуговий фільтр зграничними частотами смуги пропускання ω_H , ω_B (див. рис. 1.1,в):

$$p' = \frac{\omega_0 (p/\omega_0 - \omega_0/p)}{\Delta\omega}, \quad (1.26)$$

де $\omega_0 = \sqrt{\omega_H \omega_B}$ - середня частота смуги пропускання; $\Delta\omega = \omega_B - \omega_H$ - ширина смуги пропускання.

Ця формула забезпечує перетворення індуктивності в послідовне з'єднання індуктивності і ємності, а ємності - в паралельне з'єднання індуктивності і ємності.

Для перетворення НЧ фільтру-прототипу у загороджувальний фільтр з граничними частотами смуги загородження ω_H , ω_B (див. рис. 1.1,г):

$$p' = \frac{1}{\frac{\omega_0}{\Delta\omega} (p/\omega_0 + \omega_0/p)}, \quad (1.27)$$

де $\omega_0 = \sqrt{\omega_H \omega_B}$ - середня частота смуги загородження; $\Delta\omega = \omega_B - \omega_H$ - ширина смуги загородження.

Ця формула забезпечує перетворення індуктивності в паралельне з'єднання індуктивності і ємності, а ємності - в послідовне з'єднання індуктивності і ємності.

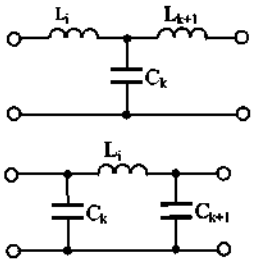
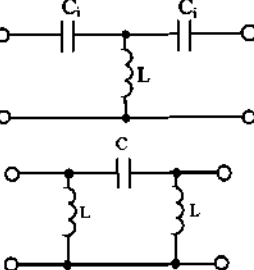
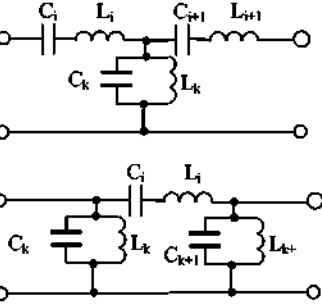
У табл. 1.1 наведено схеми Т-подібних і П-подібних каскадів драбинного кола і формули перерахунку g-параметрів НЧ фільтру-прототипу в параметри елементів проектованого фільтру.

Розрахунок значень активних опорів виконується за формулами:

$$R_\Gamma = R_H \cdot g_0; \quad R'_H = R_H \cdot g_{n+1}. \quad (1.28)$$

Тут R'_H - скоректоване значення навантаження для фільтру Чебишева парного порядку (див. формулу (1.23)).

Таблиця 1.1 – Схеми фільтрів та формули перерахунку їх параметрів

	Схема фільтру	Формули перерахунку
ФНЧ		$L_i = \frac{g_i R_H}{\omega_B}; \quad C_k = \frac{g_k}{\omega_B R_H};$ $C_k = \frac{g_k}{\omega_B R_H}; \quad L_i = \frac{g_i R_H}{\omega_B}.$
ФВЧ		$C_i = \frac{1}{g_i \omega_H R_H}; \quad L_k = \frac{R_H}{g_k \omega_H};$ $L_k = \frac{R_H}{g_k \omega_H}; \quad C_i = \frac{1}{g_i \omega_H R_H}.$
СФ		$L_i = \frac{g_i R_H}{\Delta \omega}; \quad C_i = \frac{\Delta \omega}{g_i \omega_0^2 R_H};$ $L_k = \frac{\Delta \omega R_H}{g_k \omega_0^2}; \quad C_k = \frac{g_k}{\Delta \omega R_H};$ $L_i = \frac{g_i R_H}{\Delta \omega}; \quad C_i = \frac{\Delta \omega}{g_i \omega_0^2 R_H};$ $L_k = \frac{\Delta \omega R_H}{g_k \omega_0^2}; \quad C_k = \frac{g_k}{\Delta \omega R_H}.$

Продовження табл.1.1

3Ф		$L_i = \frac{g_i \Delta \omega R_H}{\omega_0^2}; \quad C_i = \frac{1}{g_i \Delta \omega R_H};$ $C_k = \frac{g_k \cdot \Delta \omega}{\omega_0^2 R_H}; \quad L_k = \frac{R_H}{g_k \Delta \omega};$ $L_i = \frac{g_i \Delta \omega R_H}{\omega_0^2}; \quad C_i = \frac{1}{g_i \Delta \omega R_H};$ $C_k = \frac{g_k \cdot \Delta \omega}{\omega_0^2 R_H}; \quad L_k = \frac{R_H}{g_k \cdot \Delta \omega}.$
----	--	---

1.8 Алгоритм розрахунку параметрів фільтрів

Початковими даними для розрахунку фільтру граничні частоти смуг пропускання і загородження і значення на цих частотах робочого загасання. Розрахунок фільтру проводиться в наступному порядку:

а) за заданими значеннями загасання визначається за формулами (1.9) або (1.17) порядок (число LC-елементів) НЧ фільтру-прототипу;

б) за формулами (1.22) або (1.23) розраховуються нормовані g-параметри фільтру-прототипу;

в) за даними табл. 1.1 і формулами (1.28) проводиться перерахунок g-параметрів фільтру-прототипу в параметри проектного фільтру.

Приклад 1. Розрахувати Т- і П-подібний фільтри нижніх частот з характеристикою Баттерворту. Гранична частота смуги пропускання $F_B = F_C = 10$ МГц, гранична частота смуги загородження $F_3 = 3F_C$. Загасання на цих частотах $A_C = -3$ дБ, $A_3 = -25$ дБ. Опори генератора і навантаження $R_r = 50$ Ом, $R_H = 50$ Ом.

З (1.9) при $\omega_C = 1, \omega_3 = 3$ знаходимо $n = 2,618$. Беремо $n = 3$. З (1.22) визначаємо g-параметри:

$$g_0 = 1, g_1 = 2 \sin \left[\frac{(2 \cdot 1 - 1) \cdot \pi}{2 \cdot 3} \right] = 1, g_2 = 2 \sin \left[\frac{(2 \cdot 2 - 1) \cdot \pi}{2 \cdot 3} \right] = 2 ;$$

$$g_3 = 2 \sin \left[\frac{(2 \cdot 3 - 1) \cdot \pi}{2 \cdot 3} \right] = 1, g_4 = 1.$$

З табл. 1.1 знаходимо параметри триланкового Т-подібного ФНЧ:

$$R_{\Gamma} = 50 \text{ Ом}, R_H = 50 \text{ Ом}, L_1 = \frac{g_1 R_H}{\omega_B} = 0,7958 \cdot 10^{-6} \text{ Гн};$$

$$C_1 = \frac{g_2}{\omega_B R_H} = 636,6 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}, L_2 = \frac{g_3 R_H}{\omega_B} = 0,7958 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}.$$

З табл. 1.1 знаходимо параметри триланкового П-подібного ФНЧ:

$$\text{Ом}, R_H = 50 \text{ Ом}, R_{\Gamma} = 50 \text{ Ом}, C_1 = \frac{g_1}{\omega_B R_H} = 318,3 \cdot 10^{-12} \text{ Ф},$$

$$L_1 = \frac{g_2 R_H}{\omega_B} = 1,592 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}, C_2 = \frac{g_3}{\omega_B R_H} = 318,3 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}.$$

На рис. 1.10 наведено схеми розрахованих фільтрів.

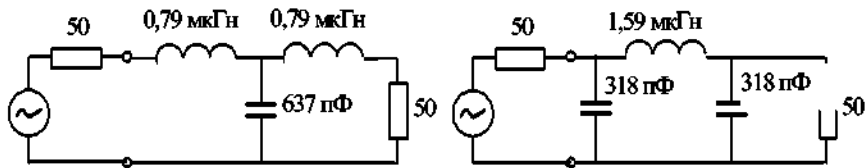


Рисунок 1.10 - Фільтр нижніх частот: а) - Т-подібна схема
б) - П-подібна схема

Приклад 2. Розрахувати Т-подібний фільтр верхніх частот з характеристикою Баттерворту. Гранична частота смуги пропускання

$F_H = F_C = 10$ МГц, гранична частота смути загородження $F_3 = 3F_C$. Загасання на цих частотах $A_C = -3$ дБ, $A_3 = -25$ дБ. Опори генератора і навантаження $R_r = 50$ Ом, $R_H = 50$ Ом.

прикладу 1 беремо g-параметри НЧ фільтру-прототипу.

З табл. 1.1 знаходимо параметри триланкового Т-подібного ФВЧ:

$$R_r = 50 \text{ Ом}, R_H = 50 \text{ Ом}, C_1 = \frac{1}{g_1 \omega_H R_H} = 318,3 \cdot 10^{-12} \text{ Ф};$$

$$L_1 = \frac{R_H}{\omega_H g_2} = 39,79 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}, C_2 = \frac{1}{g_3 \omega_H R_H} = 318,3 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}.$$

Приклад 3. Розрахувати П-подібний фільтр нижніх частот з характеристикою Чебишева. Гранична частота смути пропускання $F_B = F_C = 10$ МГц, гранична частота смути загородження $F_3 = 3F_C$. Загасання в смузі пропускання $A_C = -0,5$ дБ, на частоті загородження $A_3 = -25$ дБ. Опори генератора і навантаження $R_r = 50$ Ом, $R_H = 50$ Ом.

З (1.17) при $\omega_c = 1$, $\omega_3 = 3$ знаходимо $n = 2,618$ Беремо $n = 3$. З (1.23) визначаємо g-параметри:

$$\beta = \ln \left[\operatorname{cth} \left(\frac{0,5}{17,37} \right) \right] = 3,548; \quad \gamma = \operatorname{sh} \left(\frac{\beta}{2 \cdot 3} \right) = 0,626;$$

$$a_1 = \sin \left(\frac{\pi}{2 \cdot 3} \right) = 0,5; \quad a_2 = \sin \left(\frac{3 \cdot \pi}{2 \cdot 3} \right) = 1; \quad a_3 = \sin \left(\frac{5 \cdot \pi}{2 \cdot 3} \right) = 0,5;$$

$$b_1 = \gamma^2 + \sin^2 \left(\frac{\pi}{3} \right) = 1,142; \quad b_2 = \gamma^2 + \sin^2 \left(\frac{2\pi}{3} \right) = 1,142; \quad g_0 = 1;$$

$$g_1 = \frac{2a_1}{\gamma} = 1,596; \quad g_2 = \frac{4a_1 a_2}{b_1 g_1} = 0,996; \quad g_3 = \frac{4a_2 a_3}{b_2 g_2} = 1,596, \quad g_4 = 1.$$

З табл. 1.1 знаходимо параметри триланкового П-подібного ФНЧ:

$$R_{\Gamma} = 50 \text{ Ом}, R_{\text{H}} = 50 \text{ Ом}, C_1 = \frac{g_1}{\omega_{\text{B}} R_{\text{H}}} = 508,1 \cdot 10^{-12} \text{ Ф};$$

$$L_1 = \frac{g_2 R_{\text{H}}}{\omega_{\text{B}}} = 79,22 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}, C_2 = \frac{g_3}{\omega_{\text{B}} R_{\text{H}}} = 508,1 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}.$$

Приклад 4. Розрахувати Т-подібний смутовий фільтр з характеристикою Чебишева. Граничні частоти смуги пропускання $F_{\text{H}} = 8 \text{ МГц}$, $F_{\text{B}} = 12 \text{ МГц}$. Загасання в смузі пропускання $A_{\text{c}} = -0,5 \text{ дБ}$. На частоті загородження $F_3 = 3F_{\text{c}}$ загасання $A_3 = -25 \text{ дБ}$. Опори генератора і навантаження $R_{\Gamma} = 50 \text{ Ом}$, $R_{\text{H}} = 50 \text{ Ом}$.

Значення g-параметрів НЧ фільтру-прототипу для $\omega_{\text{c}} = 1$, $A_{\text{c}} = -0,5 \text{ дБ}$, $\omega_3 = 3$, $A_3 = -25 \text{ дБ}$, отримані у прикладі 3.

Визначаємо середню частоту смуги пропускання і ширину смуги пропускання: $F_0 = \sqrt{F_{\text{H}} F_{\text{B}}} = 9,798 \text{ МГц}$, $\Delta F = F_{\text{B}} - F_{\text{H}} = 4 \text{ МГц}$.

З табл. 1.1 знаходимо параметри Т-подібного СФ:

$$R_{\Gamma} = 50 \text{ Ом}, R_{\text{H}} = 50 \text{ Ом};$$

$$L_1 = \frac{g_1 R_{\text{H}}}{\Delta \omega} = 3,176 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}, C_1 = \frac{\Delta \omega}{g_1 \omega_0^2 R_{\text{H}}} = 83,08 \cdot 10^{-12} \text{ Ф};$$

$$L_2 = \frac{\Delta \omega R_{\text{H}}}{g_2 \omega_0^2} = 33,3 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}, C_2 = \frac{g_2}{\Delta \omega R_{\text{H}}} = 792,2 \cdot 10^{-12} \text{ Ф};$$

$$L_3 = \frac{g_3 R_{\text{H}}}{\Delta \omega} = 3,176 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}, C_3 = \frac{\Delta \omega}{g_3 \omega_0^2 R_{\text{H}}} = 83,08 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}.$$

Приклад 5. Розрахувати Т-подібний загороджувальний фільтр з характеристикою Чебишева. Граничні частоти смуги загородження $F_{\text{H}} = 8 \text{ МГц}$, $F_{\text{B}} = 12 \text{ МГц}$. Загасання в смузі загородження $A_3 = -25 \text{ дБ}$. На частоті $F_{\text{H}} = 3F_{\text{c}}$ загасання $A_{\text{c}} = -0,5 \text{ дБ}$. Опори генератора і навантаження $R_{\Gamma} = 50 \text{ Ом}$, $R_{\text{H}} = 50 \text{ Ом}$.

Значення g-параметрів НЧ фільтру-прототипу для $\omega_{\text{c}} = 1$, $A_{\text{c}} = -0,5 \text{ дБ}$, $\omega_3 = 3$, $A_3 = -25 \text{ дБ}$ отримані у прикладі 3.

Визначаємо середню частоту: $F_0 = \sqrt{F_H F_B} = 9,798 \text{ МГц}$,
 $\Delta F = F_B - F_H = 4 \text{ МГц}$.

За табл. 1.1 знаходимо параметри Т-подібного ЗФ:

$$R_r = 50 \text{ Ом}, R_H = 50 \text{ Ом};$$

$$L_1 = \frac{g_1 \Delta \omega R_H}{\omega_0^2} = 52,93 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}, C_2 = \frac{1}{g_1 \Delta \omega R_H} = 498,5 \cdot 10^{-12} \text{ Ф};$$

$$L_2 = \frac{R_H}{g_2 \Delta \omega} = 1,998 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}, C_2 = \frac{g_2 \Delta \omega}{\omega_0^2 R_H} = 132 \cdot 10^{-12} \text{ Ф};$$

$$L_3 = \frac{g_3 \Delta \omega R_H}{\omega_0^2} = 52,93 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}, C_3 = \frac{1}{g_3 \Delta \omega R_H} = 498,5 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}.$$

2 АНАЛІЗ ЕЛЕКТРИЧНИХ ФІЛЬТРІВ

Основною метою аналізу фільтру є розрахунок амплітудно і фазочастотної характеристик його комплексного коефіцієнту передавання (1.1) за напругою, а також дослідження полюсів і нулів його передавальної функції (1.4).

2.1 Аналіз частотних характеристик

Частотні характеристики (АЧХ і ФЧХ) можуть бути отримані з математичної моделі електричної схеми фільтру. Математична модель є системою рівнянь, складених відносно струмів і напруги в елементах схеми. Математична модель складається за допомогою законів Кірхгофу і Ома.

Закон Кірхгофу для напруги використовується в методі контурних струмів. Математична модель в цьому випадку формується наступним чином:

$$Z \cdot I = E, \quad (2.1)$$

де Z - матриця контурних опорів, I - вектор шуканих контурних струмів, E - вектор, складений алгебраїчних сум електрорушійних сил (Е.Р.С.) у контурах схеми.

Елементами головної діагоналі матриці Z є суми опорів контурів. Зовнішні діагональні елементи - це загальні для дотичних контурів опори, узяті зі знаком мінус, якщо контурні струми, що протікають через опори, мають протилежний напрям

Закон Кірхгофу для струмів використовується у методі вузлових потенціалів. Математична модель у цьому випадку формується наступним чином:

$$Y \cdot \Phi = J, \quad (2.2)$$

де Y - матриця вузлової провідності, Φ - вектор шуканих вузлових потенціалів, J - вектор вузлових задаючих струмів, складений з

алгебраїчної суми струмів джерел струму, які підключаються до вузлів схеми.

Елементи головної діагоналі матриці Y дорівнюють сумі провідностей, що підключаються до вузлів. Зовнішні діагональні елементи - це узяті зі знаком мінус провідності, які включені між вузлами. Для аналізу схеми вибирається той метод, який дає менше число рівнянь. Наприклад, для схеми на рис. 1.10,а слід використовувати метод контурних струмів, а для схеми на рис. 1.10,б - метод вузлових потенціалів.

Для схеми на рис 1.10, а Mathcad-програма рішення рівняння (2.1) і визначення комплексного коефіцієнту передавання фільтру може бути складена таким чином:

$$\begin{aligned}
 &\underline{\text{ORIGIN}} := 1 \\
 &\underline{Z}(\omega) := \begin{pmatrix} R_a + j \cdot \omega \cdot L_1 + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_1} & \frac{-1}{j \cdot \omega \cdot C_1} \\ \frac{-1}{j \cdot \omega \cdot C_1} & R_1 + j \cdot \omega \cdot L_2 + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_1} \end{pmatrix} \\
 &\underline{E} := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &\underline{K}(F) := R_1 \cdot I(2 \cdot \pi \cdot F)_2 \\
 &\underline{I}(\omega) := \underline{Z}(\omega)^{-1} \cdot \underline{E} \\
 &\underline{Y}(\omega) := \begin{pmatrix} \frac{1}{R_a} + j \cdot \omega \cdot C_1 + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot L_1} & \frac{-1}{j \cdot \omega \cdot L_1} \\ \frac{-1}{j \cdot \omega \cdot L_1} & \frac{1}{R_1} + j \cdot \omega \cdot C_2 + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot L_1} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Для схеми на рис 1.10,б програма рішення рівняння (2.2) і визначення $\dot{K}(F)$ має вигляд:

$$\underline{J} := \begin{pmatrix} \frac{1}{R_g} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\Phi}(\omega) := \underline{Y}(\omega)^{-1} \cdot \underline{J}$$

$$\underline{K}(F) := \underline{\Phi}(2 \cdot \pi \cdot F)_2$$

Тут амплітуда вхідної напруги визначена як $\dot{U}_1 = 1$ В, тому комплексний коефіцієнт передавання дорівнює падінню напруги $\dot{U}_2$ на опорі навантаження R_H . При побудові АЧХ і ФЧХ фільтру його комплексний коефіцієнт передавання нормується до максимального значення. Нормований коефіцієнт передавання записується у вигляді $\dot{N}(F) = \frac{\dot{K}(F)}{K_{\max}}$. (2.3)

Значення $K_{\max}$ визначається коефіцієнтом передавання подільника напруги, складеного резисторів R_r , R_H :

$$K_{\max} = \frac{R_H}{R_r + R_H}. \quad (2.4)$$

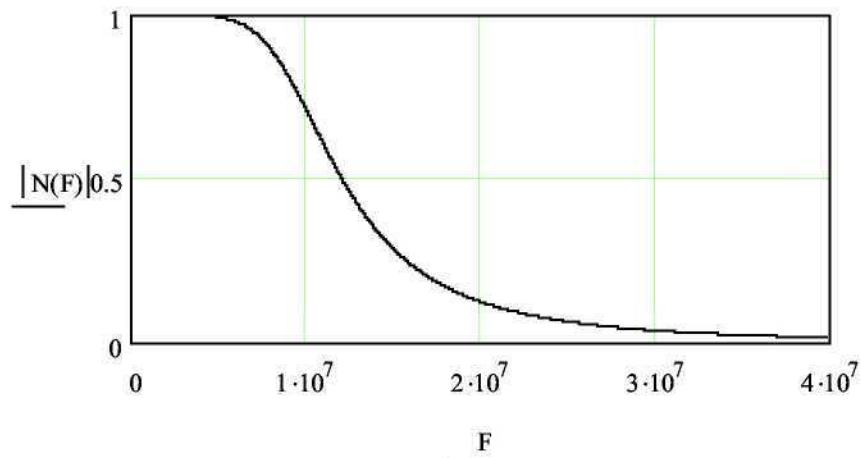
Для даних з прикладу 1 має місце $K_{\max} = K(0) = 0.5$ Mathcad-програма розрахунку $\dot{N}(F)$:

$$K_0 = 0.5$$

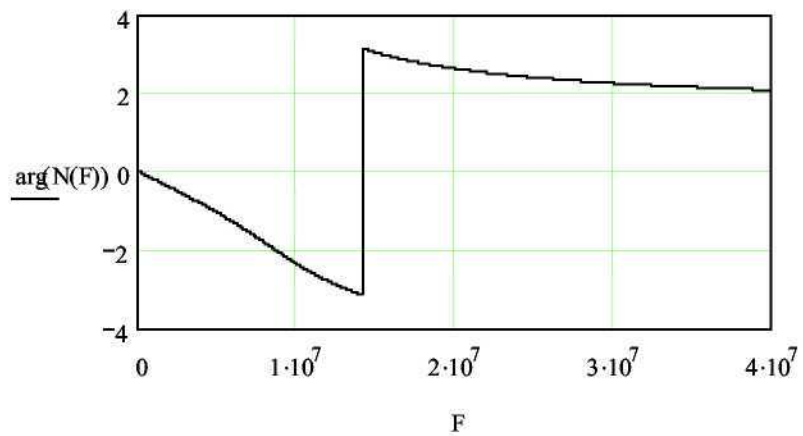
$$\underline{N}(F) := \frac{\underline{K}(F)}{K_0}$$

$$\underline{K}_0 := K(0.0001)$$

На рис. 2.1 наведено графіки АЧХ і ФЧХ ФНЧ, розраховані за даними прикладу 1 за допомогою Mathcad-програми.



а)



б)

Рисунок 2.1 - Частотні характеристики ФНЧ: а - АЧХ, б - ФЧХ

Розрахунок за Mathcad-програмою загасання на частотах, дас наступні результати:

$$|N(F_{\hat{a}})| = 0.707$$

$$A_c := 10 \cdot \log \left[\left(|N(F_{\hat{a}})| \right)^2 \right]$$

$$A_c = -3.01$$

$$|N(3 \cdot F_{\hat{a}})| = 0.037$$

$$A_{3\text{дв}} := 10 \cdot \log \left[\left(|N(3 \cdot F_{\hat{a}})| \right)^2 \right]$$

Отримані результати задовольняють умовам на проектування ФНЧ з прикладу 1.

2.2 Аналіз передавальних функцій

Передавальні функції $K(p)$ комплексної частоти $p = j\omega$ можуть бути складені при вирішенні системи рівнянь математичної моделі схеми фільтру методом Крамера. Наприклад, для схеми на рис.1.10,а, розв'язуванням системи рівнянь (2.1) даним методом, отримаємо:

$$K(p) = R_H I_2 = \frac{\begin{vmatrix} R_r + pL_1 + \frac{1}{pC_1} & 1 \\ \frac{-1}{pC_1} & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_r + pL_1 + \frac{1}{pC_1} & \frac{-1}{pC_1} \\ \frac{-1}{pC_1} & R_H + pL_2 + \frac{1}{pC_1} \end{vmatrix}}.$$

Після розкриття визначників і перетворень:

$$K(p) = k \frac{1}{b_0 + p b_1 + p^2 b_2 + p^3};$$

$$k = \frac{R_H}{L_1 L_2 C_1}, \quad b_0 = \frac{R_H + R_r}{L_1 L_2 C_1};$$

$$b_1 = \frac{L_1 + L_2 + R_H R_r C_1}{L_1 L_2 C_1}, \quad b_2 = \frac{R_r L_2 + R_H L_1}{L_1 L_2}.$$

Подальші перетворення і розрахунки виконаємо за допомогою Mathcad-програми.

$$\begin{aligned}
 & \text{ORIGIN} := 0 \\
 & k := \frac{R_1}{L_1 \cdot L_2 \cdot C_1} \\
 & K(p) := \frac{k}{b_0 + p \cdot b_1 + p^2 \cdot b_2 + b_3 \cdot p^3} \\
 & N(p) := \frac{K(p)}{K_0} \\
 & b_0 := \frac{R_a + R_1}{L_1 \cdot L_2 \cdot C_1} \\
 & b_1 := \frac{L_1 + L_2 + R_a \cdot R_1 \cdot C_1}{L_1 \cdot L_2 \cdot C_1} \\
 & b_2 := \frac{R_a \cdot L_2 + R_1 \cdot L_1}{L_1 \cdot L_2} \\
 & b_3 := 1
 \end{aligned}$$

Розрахунок АЧХ і ФЧХ ФНЧ з прикладу 1 за нормованою передавальною функцією дає графіки, які повністю співпадають з рис 2.1. Для прикладу на рис. 2.2 наведено АЧХ, що побудована за функцією $N(p)$.

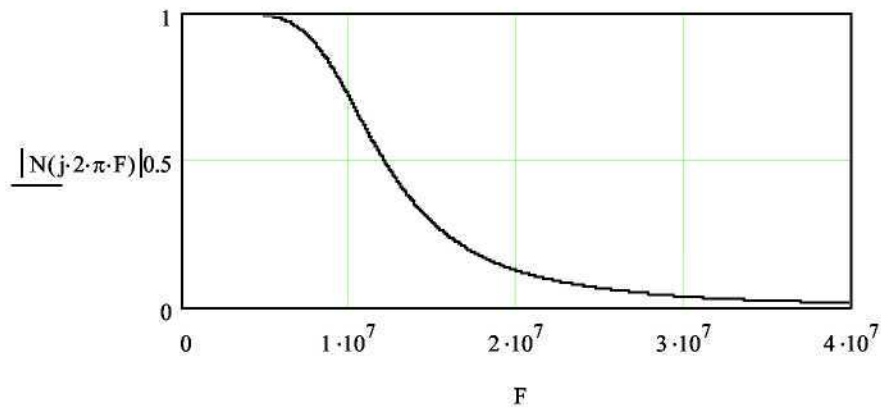


Рисунок 2.2 – АЧХ фільтру нижніх частот

Для визначення коренів знаменника передавальної функції $K(p)$ фільтру скористаємося Mathcad-програмою:

$$\begin{aligned}
 \beta &:= \text{polyroots}(b) \\
 \omega_a &:= 2 \cdot \pi \cdot F_a \\
 \beta_n &:= \frac{\beta}{\omega_a} \\
 \beta &= \begin{pmatrix} -6.283 \times 10^7 \\ -3.142 \times 10^7 + 5.441i \times 10^7 \\ -3.142 \times 10^7 - 5.441i \times 10^7 \end{pmatrix} \\
 \beta_n &= \begin{pmatrix} -1 \\ -0.5 + 0.866i \\ -0.5 - 0.866i \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Ці корені збіглися з коренями передавальної функції НЧ фільтру-прототипу третього порядку з характеристикою Баттерворту, яку складено в п. 1.3.

2.3 Аналіз часових характеристик

Основними часовими характеристиками кола є перехідна і імпульсна характеристики. Ці характеристики визначаються за нульових початкових умов на реактивних елементах кола, тобто при нульовій початковій напрузі на конденсаторах і нульовому початковому струмі в катушках індуктивності.

Перехідна характеристика $g(t)$ - це реакція кола на сигнал у вигляді одиничної ступінчатої функції (функції Хевісайду)

$$1_0(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases} \quad (2.5)$$

Імпульсна характеристика $h(t)$ - це реакція кола на сигнал у вигляді імпульсної функції (дельта - функції Дірака). Імпульсна функція є вузьким прямокутним імпульсом, тривалість якого прямує до нуля, висота - до нескінченності, а площа залишається рівною одиниці. Імпульсна функція володіє властивістю фільтрування:

$$\int_{-\infty}^{\infty} u(t) \delta(t - \tau) dt = u(\tau). \quad (2.6)$$

За відомими перехідною або імпульсною характеристиками можна за допомогою інтеграла згортки знайти реакцію кола на вхідний сигнал довільної форми. Наприклад, з імпульсної характеристики реакція на вхідний сигнал $u_1(t)$ обчислюється за формулою:

$$u_2(t) = \int_0^t u_1(\tau) h(t - \tau) d\tau. \quad (2.7)$$

Аналіз часових характеристик можна здійснити операторним методом на основі інтегральних перетворень Лапласа. Зображення за Лапласом одиничної функції

$$L[l_0(t)] = \frac{1}{p}, \quad (2.8)$$

зображення за Лапасом імпульсної функції

$$L[\delta(t)] = 1. \quad (2.9)$$

Звідси зображення за Лапасом перехідної і імпульсної характеристик:

$$L[g(t)] = \frac{1}{p} K(p); \quad (2.10)$$

$$L[h(t)] = K(p). \quad (2.11)$$

де L – оператор прямого перетворення Лапласа, $K(p)$ – передавальна функція кола, p – комплексна частота.

Для знаходження залежності характеристик від часу необхідно виконати зворотнє перетворення Лапласа:

$$g(t) = L^{-1} \left[\frac{1}{p} K(p) \right]; \quad (2.12)$$

$$h(t) = L^{-1} [K(p)]. \quad (2.13)$$

Це перетворення можна здійснити шляхом розкладання передавальної функції на прості дроби, оригінали від зображення яких відомі. Розкладання передавальної функції (1.4) на прості дроби записується у вигляді

$$K(p) = \sum_{i=1}^m \frac{v_i}{p - p_i}, \quad (2.14)$$

де $v_i = \frac{A(p)}{B'(p)}$ при $p = p_i$.

Оригінал від членів ряду відомий:

$$L^{-1}\left[\frac{v_i}{p-p_i}\right] = v_i e^{p_i t}. \quad (2.15)$$

Тому на підставі (2.13), (2.15) функції (2.14) відповідатиме імпульсна характеристика вигляду

$$h(t) = \sum_{i=1}^m v_i e^{p_i t}. \quad (2.16)$$

Для отримання перехідної характеристики використовується співвідношення:

$$L^{-1}\left[\frac{v_i}{p-p_i} \cdot \frac{1}{p}\right] = L^{-1}\left[\frac{v_i}{p_i} \left(\frac{1}{p-p_i} - \frac{1}{p}\right)\right] = \frac{v_i}{p_i} (e^{p_i t} - 1). \quad (2.17)$$

Тому на підставі (2.12), (2.14), (2.17) перехідна характеристика записується у вигляді

$$h(t) = \sum_{i=1}^m \frac{v_i}{p_i} (e^{p_i t} - 1). \quad (2.18)$$

Реакція кола на вхідний сигнал довільної форми може бути розрахована з (2.7). Зокрема, реакція кола на синусоїдальний вхідний сигнал обчислюється за формулою

$$u_2(t) = \int_0^t U_{1m} \sin(\omega_1 \tau) h(t-\tau) d\tau, \quad (2.19)$$

де U_{1m} - амплітуда вхідного коливання, ω_1 - його частота.

У сталому режимі вихідний сигнал при вхідному синусоїдальному сигналі буде також синусоїдальним, причому його амплітуда і фаза визначатимуться відповідними значеннями амплітудно-частотної і фазо-частотної характеристик на частоті ω_1 .

Нижче наведено фрагменти програми часового аналізу.

Розкладання передавальної функції на прості дробі наступне

$$k = 1.24 \times 10^{23}$$

$$b_0 = 2.48 \times 10^{23} \quad b_1 = 7.895 \times 10^{15} \quad b_2 = 1.257 \times 10^8 \quad b_3 = 1$$

$$\tilde{K}(p) := \frac{k}{b_0 + p \cdot b_1 + p^2 \cdot b_2 + b_3 \cdot p^3}$$

$$\beta := \text{polyroots}(b)$$

$$\beta = \begin{pmatrix} -6.283 \times 10^7 \\ -3.141 \times 10^7 + 5.441i \times 10^7 \\ -3.141 \times 10^7 - 5.441i \times 10^7 \end{pmatrix}$$

$$B(p) := (p - \beta_0) \cdot (p - \beta_1) \cdot (p - \beta_2) \quad \tilde{K}(p) := \frac{k}{B(p)}$$

$$dB(p) := \frac{d}{dp} B(p)$$

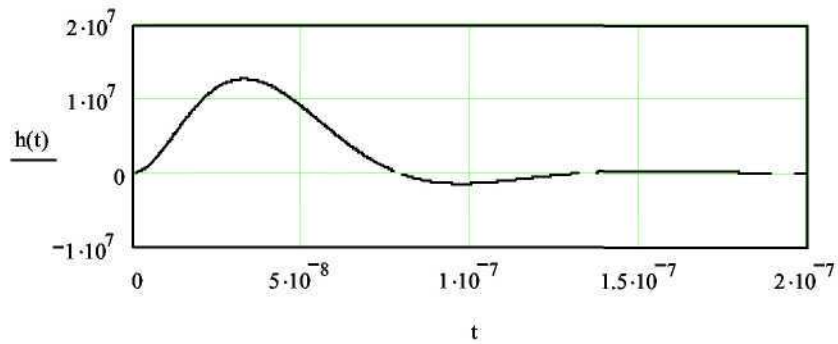
$$i := 0..2 \quad v_i := \frac{k}{dB(\beta_i)}$$

$$\underline{K(p)} := \left(\frac{v_0}{p - \beta_0} + \frac{v_1}{p - \beta_1} + \frac{v_2}{p - \beta_2} \right)$$

Імпульсна характеристика

$$h(t) := v_0 \cdot e^{\beta_0 t} + v_1 \cdot e^{\beta_1 t} + v_2 \cdot e^{\beta_2 t}$$

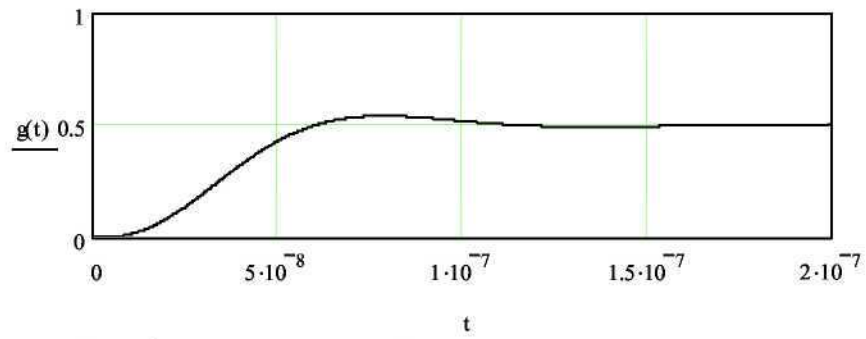
$$tk := \frac{2}{F_a} \quad dt := tk \cdot 10^{-3} \quad t := 0, dt.. tk$$



Перехідна характеристика

$$\underline{g(p)} := \frac{v_0}{\beta_0} \cdot \left(\frac{1}{p - \beta_0} - \frac{1}{p} \right) + \frac{v_1}{\beta_1} \cdot \left(\frac{1}{p - \beta_1} - \frac{1}{p} \right) + \frac{v_2}{\beta_2} \cdot \left(\frac{1}{p - \beta_2} - \frac{1}{p} \right)$$

$$\underline{g(t)} := \frac{v_0}{\beta_0} \cdot (e^{\beta_0 t} - 1) + \frac{v_1}{\beta_1} \cdot (e^{\beta_1 t} - 1) + \frac{v_2}{\beta_2} \cdot (e^{\beta_2 t} - 1)$$

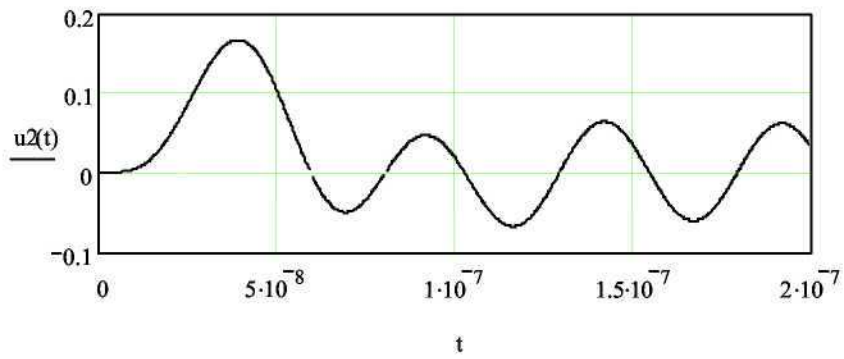


Реакція на синусоїдальний сигнал

$$F_c = 1 \times 10^7 \quad F2 := 2 \cdot F_c$$

$$u1(t) := 1 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot F2 \cdot t)$$

$$u2(t) := \int_0^t u1(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau$$



3 ТЕХНІЧНЕ ЗАВДАННЯ НА ПРОЕКТУВАННЯ ФІЛЬТРУ І ГРАФІК ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Варіанти завдань наведено в табл. 3.1. У наведеній таблиці в колонці "Загасання A_3 на частоті загородження F_3 для обох видів апроксимації. Цифра в дужках відповідає загасанню A_c , яке визначається величиною осциляцій АЧХ при апроксимації за Чебишевим. У колонці "Граничні частоти, МГц" обидва значення частоти беруться для смутового фільтру (СФ) або загороджувального фільтру (ЗФ). Для фільтру нижніх частот (ФНЧ) береться перше значення, а для фільтру верхніх частот (ФВЧ) береться друге значення з вказаних частот.

Вибір варіанту проводиться по чотирьох останніх цифрах номера студентського квитка. Наприклад, для 8-значного номеру квитка ($n=8$) варіант визначається по 8-ій, 7-ій, 6-ій і 5-ій цифрам номеру. Данні беруться на перетині стовпця, який відповідає порядковому номеру цифри в номері квитка, і рядка, який відповідає значенню цифри. Наприклад, для номеру 23678924: $n=8 \rightarrow 4$ – "ФНЧ, СФ"; $(n-1)=7 \rightarrow 2$ – "8,6 12,6"; $(n-2)=6 \rightarrow 9$ – "Чебишева, П - подібна"; $(n-3)=5 \rightarrow 8$ – "27 (0,7)". Таким чином, потрібно спроектувати П - подібні ФНЧ і СФ з характеристикою Чебишева при загасанні $A_3=27$ дБ на частоті загородження і загасання в смузі пропускання $A_c=0,7$ дБ. Граничні частоти смути пропускання СФ 8,6 МГц і 12,6 МГц. Гранична частота смути пропускання ФНЧ 8,6 МГц.

У курсовій роботі потрібно виконати розрахунок двох типів фільтрів: ФНЧ або ФВЧ і СФ або ЗФ. Етапи і графік виконання курсової роботи наведено в табл. 3.2. Робота складається з двох частин. У першій частині проводиться і дослідження характеристик апроксимуючих функцій. У другій частині здійснюється частотний та часовий аналіз синтезованих фільтрів. В процесі аналізу за схемою фільтру розраховуються:

- амплітудно-частотна (АЧХ) і фазо-частотна (ФЧХ) характеристики;
- передавальна функція $K(p)$;
- полюси передавальної функції;
- перехідна і імпульсна характеристики;
- реакція на синусоїдальний сигнал з одиничною амплітудою та різною частотою коливань.

Результати частотного аналізу і аналізу передавальних функцій повинні повністю співпасти з початковими даними і характеристиками, використаними в процесі синтезу. Результати розрахунку реакції фільтру на синусоїдальний сигнал повинні в сталому режимі давати значення амплітуди коливань, які співпадають із значенням АЧХ на частоті коливань.

Таблиця 3.1 - Варіанти завдань

Значення цифри	Порядкові номери останніх чотирьох цифр номеру студентського квитка			
	(n-3)-я	(n-2)-я	(n-1)-я	n-я
	Загасання, дБ	Вид апроксимації, структура фільтру	Граничні частоти, МГц	Тип фільтру
1	2	3	4	5
0	25 (0,5)	Баттерворту П-подібна	8,2 12,2	ФНЧ СФ
1	26 (0,5)	Чебишева П-подібна	8,4 12,4	ФВЧ СФ
2	27 (0,5)	Баттерворту Т-подібна	8,2 12,6	ФНЧ ЗФ
3	28 (0,5)	Чебишева Т-подібна	8,8 12,8	ФВЧ ЗФ
4	25 (0,6)	Баттерворту П-подібна	9,0 13,0	ФНЧ СФ

Продовження табл. 3.1

1	2	3	4	5
5	26 (0,6)	Чебишева П-подібна	9,2 13,2	ФВЧ СФ
6	27 (0,6)	Баттерворту Т-подібна	9,4 12,4	ФНЧ ЗФ
7	28 (0,6)	Чебишева Т-подібна	9,6 12,6	ФВФ ЗФ
8	27 (0,7)	Баттерворту П-подібна	9,8 12,8	ФНЧ СФ
9	28 (0,7)	Чебишева П-подібна	10, 12,10	ФВЧ СФ

Додаткові дані: гранична частота смуги загородження $F_3 = 3F_c$;
опори генератора і навантаження $R_r = 50 \text{ Ом}$, $R_n = 50 \text{ Ом}$.

Таблиця 3.2 - Етапи і графік виконання курсової роботи

Номер етапу	Найменування етапу	Вид звітності	Строк виконання
1	2	3	4
1	Ознайомлення із завданням, підбір літератури	Дані варіанту	1 тиж.
2	Визначення порядку фільтру і побудова графіку частотної залежності апроксимуючої функції	Порядок фільтру, графік АЧХ за потужністю	2 тиж.
3	Розрахунок полюсів апроксимуючої функції, складання передавальної функції за напругою, побудова графіку АЧХ	Передавальна функція, графік АЧХ за напругою	3 тиж.

Продовження табл. 3.2

1	2	3	4
4	Розрахунок g-параметрів НЧ фільтру-прототипу	Параметри фільтру-прототипу	4 тиж.
5	Визначення параметрів LC-елементів фільтрів заданого типу і заданої структури	Схеми і параметри елементів фільтрів	5 тиж.
6	Складання і вирішення системи рівнянь для схеми ФНЧ або ФВЧ, розрахунок АЧХ і ФЧХ	Графіки АЧХ і ФЧХ	6 тиж.
7	Складання і вирішення системи рівнянь для схеми СФ або ЗФ, розрахунок АЧХ і ФЧХ	Графіки АЧХ і ФЧХ	7 тиж.
8	Складання передавальної функції для ФНЧ або ФВЧ, визначення її полюсів, розрахунок АЧХ і ФЧХ	Передавальна функція, її полюси і графіки АЧХ і ФЧХ	8 тиж.
9	Розрахунок перехідної та імпульсної характеристик ФНЧ та ФВЧ	Перехідна та імпульсна характеристики	9 тиж.
10	Розрахунок реакції фільтра НЧ або ВЧ на синусоїдальний вплив з одиничною амплітудою для 3 значень частоти коливаний: $F_c/2$, F_c , $2F_c$	Часові характеристики	10 тиж.
11	Оформлення пояснювальної записки	Пояснювальна записка	11,12 тиж.
12	Захист курсової роботи		13,14 тиж.

4 ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ ПОЯСНЮВАЛЬНОЇ ЗАПИСКИ

Пояснювальна записка (ПЗ) повинна оформлятися у відповідності зі стандартом підприємства, що діє в університеті, СТП 15-96 і містити вступну частину, основну частину та додатки.

Вступна частина містить такі структурні елементи:

- титульний лист;
- технічне завдання;
- реферат;
- зміст;
- перелік умовних позначень, символів, одиниць, скорочень, термінів.

Вимоги до елементів вступної частини – відповідні розділу 3 СТП 15-96.

Технічне завдання. У технічному завданні повинні вказуватися:

- тема курсового проекту;
- вихідні дані;
- дата видачі завдання;
- дата захисту курсового проекту.

Наприкінці технічного завдання повинні бути проставлені підписи студента й керівника і дати підписання.

Реферат. Реферат будується за наступною схемою:

- відомості про обсяг ПЗ, кількості ілюстрацій і таблиць, додатків, кількості джерел згідно з переліком посилань;
- текст реферату;
- перелік ключових слів.

Заголовком реферату повинне бути слово “РЕФЕРАТ”, яке поміщене в окремому рядку.

Перелік ключових слів (ключове слово - це слово або словосполучення, що виражає окреме поняття істотне для розкриття змісту тексту) включає від 5 до 15 слів, розміщених у рядок через коми.

Текст реферату включає: відомості про об'єкт дослідження чи розрахунку, мету проекту, отримані результати, рекомендації. Обсяг реферату – не більше 500 слів.

Реферат виконується, як правило, на одній сторінці формату А4.

До змісту включають: перелік умовних позначень, символів, одиниць, скорочень і термінів; вступ; послідовно перелічені назви всіх розділів, підрозділів, пунктів та підпунктів (якщо останні мають висновки; рекомендації (якщо є у складі ПЗ); перелік посилань; назви додатків і номери сторінок, які містять початок матеріалу.

Основна частина ПЗ містить такі структурні елементи:

- вступ;
- сутність ПЗ;
- висновки;
- рекомендації;
- перелік посилань

Вимоги до елементів основної частини – відповідно розділу 4 СТП 15-96.

Частина, яка відповідає суті ПЗ повинна містити наступні розділи:

- синтез фільтрів;
- аналіз фільтрів.

Підрозділи повинні відповідати суті етапів виконання роботи.

Вступ повинний коротко характеризувати сучасний стан проектування електричних фільтрів. Заголовком служить слово “ВСТУП”, написане на окремому рядку.

Висновок повинний містити оцінку результатів проектування з погляду відповідності отриманих результатів вимогам завдання. Заголовком служить слово “ВИСНОВКИ”, що написане на окремому рядку.

Додатки розміщують після основної частини ПЗ. Вимоги до додатків – відповідно до розділів 5 та 7 СТП 15-96.

Розділи повинні бути пронумеровані арабськими цифрами в межах всієї ПЗ. Структурні елементи “РЕФЕРАТ”, “ЗМІСТ”, “ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ”, “ВИСНОВКИ” та “ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ” не нумеруються як розділи. Після номера розділу крапка не ставиться.

Заголовки структурних елементів та розділів слід розташовувати посередині рядка і друкувати великими літерами без крапки в кінці, не підкреслюючи.

Інші правила оформлення – відповідно до СТП 15-96.

Нумерація сторінок ПЗ повинна бути наскрізною. Першою сторінкою є титульний аркуш, але на ньому номер сторінки не вказують. На всіх наступних аркушах номер сторінки проставляють арабськими цифрами в правому верхньому куті.

Ілюстрації (креслення, малюнки, графіки, схеми, діаграми, фотознімки) слід розміщувати безпосередньо після тексту, де вони згадуються вперше, або на наступній сторінці. На всі ілюстрації повинні бути посилання в тексті ПЗ.

Ілюстрації повинні бути виконані у відповідності до вимог “Єдиної системи конструкторської документації” та “Єдиної системи програмної документації”. Інші правила виконання ілюстрацій – відповідно до розділу 7 СТП 15-96.

Правила виконання таблиць, переліків, приміток, виносок, формул та рівнянь, посилань – відповідно до розділу 7 СТП 15-96.

Перелік посилань виконується починаючи з нової сторінки і розміщується в кінці тексту ПЗ. Порядкові номери бібліографічних описів із переліку є посиланнями в тексті. Бібліографічні описи посилань у переліку наводять відповідно до чинних стандартів з бібліотечної та видавничої справи (ГОСТ 7.1-84).

5 КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Визначення і призначення електричних фільтрів.
2. Різновиди електричних фільтрів і їх частотні характеристики.
3. Визначення АЧХ, ФЧХ і робочого загасання фільтру.
4. Графічне представлення вимог на АЧХ ФНЧ.
5. Основні завдання синтезу фільтрів.
6. Передавальна функція за напругою, визначення, форма запису, полюси і нулі передавальної функції.
7. Вимоги, що накладаються на передавальну функцію відповідно з умовами фізичної реалізації.
8. Властивості передавальної функції за потужністю.
9. Метод переходу від передавальної функції за потужністю до передавальної функції за напругою.
10. Мінімально-фазові кола, визначення, приклад.
11. Функція Баттерворту, властивості, графік функції.
12. Частота зрізу, коефіцієнт передавання за потужністю і загасання на частоті зрізу для фільтру Баттерворту.
13. Методика розрахунку порядку фільтру Баттерворту.
14. Перехід від передавальної функції за потужністю до передавальної функції за напругою для фільтру Баттерворту, розташування полюсів на комплексній площині.
15. Чебишева характеристика фільтру, властивості, графік функції.
16. Поліноми Чебишева, властивості, рекурентна формула.
17. Частота зрізу, коефіцієнт передавання потужності і загасання на частоті зрізу для фільтру Чебишева.
18. Методика розрахунку порядку фільтру Чебишева.
19. Перехід від передавальної функції потужності до передавальної функції напруги для фільтру Чебишева, розташування полюсів на комплексній площині.
20. Формула перетворення комплексної частоти при переході від фільтру-прототипу до ФНЧ.
21. Формула перетворення комплексної частоти при переході від фільтру-прототипу до ФВЧ.
22. Формула перетворення комплексної частоти при переході від

фільтру-прототипу до СФ.

23. Формула перетворення комплексної частоти при переході від фільтру-прототипу до ЗФ.

24. Намалюйте Т- і П-подібні схеми каскадів ФНЧ.

25. Намалюйте Т- і П-подібні схеми каскадів ФВЧ.

26. Намалюйте Т- і П-подібні схеми каскадів СФ.

27. Намалюйте Т- і П-подібні схеми каскадів ЗФ.

28. Приклад складання системи рівнянь фільтру по методу контурних струмів і знаходження комплексного коефіцієнта передавання.

29. Приклад складання системи рівнянь фільтру по методу вузлових потенціалів і знаходження комплексного коефіцієнта передавання.

30. Максимальний і нормований коефіцієнт передавання фільтру.

31. Вигляд АЧХ і ФЧХ для ФНЧ з характеристиками Баттерворту і Чебишева.

32. Вигляд АЧХ і ФЧХ для ФВЧ з характеристиками Баттерворту і Чебишева.

33. Вигляд АЧХ і ФЧХ для ПФ з характеристиками Баттерворту і Чебишева.

34. Вигляд АЧХ і ФЧХ для ЗФ з характеристиками Баттерворту і Чебишева.

35. Алгоритм складання передавальної функції фільтру методом Крамера сумісно з методом контурних струмів.

36. Алгоритм складання передавальної функції фільтру методом Крамера сумісно з методом вузлових потенціалів.

37. Алгоритм розрахунку за передавальною функцією фільтру його АЧХ, ФЧХ і координат полюсів передавальної функції.

38. Визначення перехідної і імпульсної характеристик.

39. Зображення за Лапласом функції одиничної і імпульсної функції.

40. Алгоритм розрахунку перехідної характеристики за передавальною функцією кола.

41. Алгоритм розрахунку імпульсної характеристики за передавальною функцією кола.

42. Інтеграл згортки. Розрахунок реакції кола на довільну дію.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Терещук Р.М., Терещук К.М., Седов С.А. Полупроводниковые приемно-усилительные устройства: Справочник. — Киев: Наукова думка. 1989. - 640 с.
2. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. - М.: Высшая школа. 2000. - 486 с.
3. Ш. Карни Теория цепей. Анализ и синтез. Пер. с англ./ Под ред. С.Е. Лондона. - М.: Связь. 1973. - 369 с.
4. Современная теория фильтров и их проектирование. Пер. с англ./ Под ред. И.Н. Теплока. - М.: Мир. 1973. - 560 с.
5. Роудз Дж. Д. Теория электрических фильтров. Пер. с англ./ Под ред. А.М. Трахмана. - М.: Сов. радио. 1980. - 240 с.