

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕРХНІ ЗУБЧАТОГО РОБОЧОГО ОРГАНУ (ЗРО) ДЛЯ ОБРОБКИ ҐРУНТУ

Завдання проектування ЗРО зводиться до вибору такої математичної моделі, яка б забезпечувала всі критерії, що пред'являються до робочого органу в технологічному та економічному плані з урахуванням фізико-механічних властивостей ґрунту.

Форма робочого органу виконана у вигляді блоку зубів. Кожен окремих зуб представляє собою в горизонтальній площині западину, виконану по логарифмічній спіралі, і виступ, що є параболою четвертого степеня. У горизонтально-проекткових площинах переріз зуба є сімейством логарифмічних спіралей виду:

$$r_{\theta} = r_0 \cdot e^{\theta \operatorname{tg} \varphi},$$

де r_{θ} – змінний радіус-вектор;

$\operatorname{tg} \varphi$ – коефіцієнт внутрішнього тертя;

r_0 – початковий радіус-вектор;

θ – змінний кут радіус-вектора.

Геометрію поверхні ЗРО в загальному вигляді можна представити за допомогою матриці

$$A = \left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right),$$

де $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ – матриця, яка описує обертання в тривимірному просторі,

$\begin{pmatrix} a_{14} & a_{24} & a_{34} \end{pmatrix}^T$ – складові поступального переміщення.

Обертання точок спіралі навколо осі Ox на кут $\alpha = 90^\circ - \gamma$ (γ – кут розхилу лапи робочого органу) описується матрицею обертання:

$$A_{об} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Загальне переміщення точок твірної логарифмічної спіралі визначається за допомогою скалярного множення матриць

$$A = A_{\pi} \cdot A_{об},$$

де A_{π} – матриця переміщення:

$$A_{\pi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta x_1 \\ 0 & 1 & 0 & \Delta x_2 \\ 0 & 0 & 1 & \Delta x_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

де $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3$ – складові вектора.

Рівняння поверхні ЗРО в матричному вигляді може бути представлено як

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & \Delta x_1 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 & \Delta x_2 \\ 0 & 0 & 1 & \Delta x_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

де x_1, x_2, x_3 – координати точок твірної спіралі;

$\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3$ – координати точок ріжучого леза.

Дане рівняння описує поверхню зуба на ділянці западин і виступів.

Математична модель опису поверхні дозволяє для різних умов отримати сімейство ЗРО, яке буде працездатним для конкретних умов.