

Міністерство освіти і науки України
**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ЗАПОРІЗЬКА ПОЛІТЕХНІКА»**

**Індивідуальні завдання
для самостійної роботи з дисципліни
«Вища математика»**

**для студентів денної форми навчання спеціальності ФЗ
«Комп'ютерні науки»
(Частина 2)**

Індивідуальні завдання для самостійної роботи з дисципліни «Вища математика» для студентів денної форми навчання спеціальності F3 «Комп'ютерні науки» (Частина 2) / Укл. Коротунова О.В., Шишканова Г.А. Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2026. 56 с.

Укладачі: Коротунова О.В., доцент, к.т.н.
Шишканова Г.А., доцент, к.ф.-м.н.

Експерт: Табунщик Г. В., доцент, к.т.н.

Рецензент: Анпілогов Д.І., доцент, к.т.н.

Відповідальний за випуск: Коротунова О. В., доцент, к.т.н.

Затверджено на засіданні
кафедри «Математика»
Протокол № 3 від 28.10.2025 р.

Рекомендовано до видання
НМК Машинобудівного факультету
Протокол № 4 від 09.12.2025 р.

ЗМІСТ

	с.
1 Функції кількох змінних	4
1.1 Завдання № 1.1	4
1.2 Завдання № 1.2	5
1.3 Завдання № 1.3	8
1.4 Завдання № 1.4	10
1.5 Завдання № 1.5	11
1.6 Завдання № 1.6	13
1.7 Завдання № 1.7	15
1.8 Завдання № 1.8	16
1.9 Завдання № 1.9	18
1.10 Завдання № 1.10	19
2 Диференціальні рівняння	21
2.1 Завдання № 2.1	21
2.2 Завдання № 2.2	22
2.3 Завдання № 2.3	24
2.4 Завдання № 2.4	26
2.5 Завдання № 2.5	27
2.6 Завдання № 2.6	29
2.7 Завдання № 2.7	30
2.8 Завдання № 2.8	32
2.9 Завдання № 2.9	33
2.10 Завдання № 2.10	35
3 Ряди	38
3.1 Завдання № 3.1	38
3.2 Завдання № 3.2	43
3.3 Завдання № 3.3	44
3.4 Завдання № 3.4	45
3.5 Завдання № 3.5	46
3.6 Завдання № 3.6	48
3.7 Завдання № 3.7	49
3.8 Завдання № 3.8	52
Перелік джерел посилання	56

1 ФУНКЦІЇ КІЛЬКОХ ЗМІННИХ

1.1 Завдання № 1.1

Знайти та зобразити на площині область визначення функції $z = f(x, y)$ [5, 9].

$$\text{№ 1. } z = \sqrt{2x + y} + \sqrt{x - 2y}$$

$$\text{№ 2. } z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$$

$$\text{№ 3. } z = \ln(x^2 + y)$$

$$\text{№ 4. } z = \lg(x^2 - 4y^2) - \sqrt{x^2 + y^2 - 4}$$

$$\text{№ 5. } z = \arccos x + \arcsin y$$

$$\text{№ 6. } z = \sqrt{4x^2 + 9y^2 - 36}$$

$$\text{№ 7. } z = \arcsin \frac{x}{y}$$

$$\text{№ 8. } z = \frac{1}{\sqrt{y - \sqrt{x}}}$$

$$\text{№ 9. } z = \sqrt{x^2 - y^2 - 1}$$

$$\text{№ 10. } z = \ln(x + y) - \ln(x - y)$$

$$\text{№ 11. } z = \ln(xy)$$

$$\text{№ 12. } z = \sqrt{\sin(x^2 + y^2)}$$

$$\text{№ 13. } z = \frac{\sqrt{x - y}}{x + y}$$

$$\text{№ 14. } z = \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{y^2 - 4}$$

$$\text{№ 15. } z = \sqrt{-(x - y)^2}$$

$$\text{№ 16. } z = \lg(y - x - 2) + \sqrt{\frac{1}{x} - y}$$

$$\text{№ 17. } z = \arccos \frac{x}{x+y}$$

$$\text{№ 18. } z = \frac{x}{\ln(x^2 + y^2)}$$

$$\text{№ 19. } z = \operatorname{ctg}(\pi(x+y))$$

$$\text{№ 20. } z = \arccos\left(\frac{3x}{y}\right)$$

$$\text{№ 21. } z = \log_x y$$

$$\text{№ 22. } z = \sqrt{8x^2 - 2x - y}$$

$$\text{№ 23. } z = \ln(6 - 3x - 2y) + \sqrt{2x - y}$$

$$\text{№ 24. } z = \ln(-x^2 - y^2 - 2y)$$

$$\text{№ 25. } z = \frac{1}{\sqrt{4x^2 - y^2}}$$

$$\text{№ 26. } z = \lg(x^2 + y^2 - 2)$$

$$\text{№ 27. } z = \sqrt{2 - |x| - |y|}$$

$$\text{№ 28. } z = \ln\left(y - \frac{1}{x}\right) - \sqrt{y}$$

$$\text{№ 29. } z = \lg(4x^2 + 9y^2 - 36)$$

$$\text{№ 30. } z = \frac{1}{\sqrt{y^2 - |x|}}$$

1.2 Завдання № 1.2

Обчислити границю функції [7, 8].

$$\text{№ 1. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \left(1 + \frac{1}{x^2 + y^2}\right)^{xy}$$

$$\text{№ 2. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(x^2 + y^2) \cos(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$$

$$\text{№ 3. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

$$\text{№ 4. } \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow \infty}} \left(1 + \frac{1}{xy}\right)^{-\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\text{№ 5. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{2 \arcsin(x^2 - y^2)}{x + y}$$

$$\text{№ 6. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{x + y}{x^2 - xy + y^2}$$

$$\text{№ 7. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \left(\frac{xy}{x^2 + y^2}\right)^{x^2}$$

$$\text{№ 8. } \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\ln(x + e^y)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\text{№ 9. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow 3}} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{x^2}{x+y}}$$

$$\text{№ 10. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x + y) \sin \frac{1}{x} \sin \frac{1}{y}$$

$$\text{№ 11. } \lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow +\infty}} (x^2 + y^2) e^{-(x+y)}$$

$$\text{№ 12. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2} - 1 - 1}$$

$$\text{№ 13. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 2}} \frac{\sin(xy)}{x}$$

$$\text{№ 14. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{x^2 y^2 + 1} - 1}{x^2 + y^2}$$

$$\text{№ 15. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1 - \cos(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)x^2 y^2}$$

$$\text{№ 16. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (1 + 2xy)^{\frac{5}{xy}}$$

$$\text{№ 17. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (1 + x^2 y^2)^{\frac{1}{x^2 + y^2}}$$

$$\text{№ 18. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{xy} - x}{\sin(\sqrt{x} - \sqrt{y})}$$

$$\text{№ 19. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin 3x^2}{\sin 5y^2}$$

$$\text{№ 20. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{(x^2 - 1)(xy + 1)}{x^2 y^2}$$

$$\text{№ 21. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{\sqrt{xy + 1} - 1}$$

$$\text{№ 22. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow 2}} \left(1 + \frac{y}{x}\right)^x$$

$$\text{№ 23. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + 2x - xy - 2y}$$

$$\text{№ 24. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + x^2 y^2}}{x^2 + y^2}$$

$$\text{№ 25. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{(y^2 + 3x + 4)x}{y^2(2x^3 + 1 - x)}$$

$$\text{№ 26. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{xy} - 2\sqrt{x}}$$

$$\text{№ 27. } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{x+y}{x^2+y^2}$$

$$\text{№ 28. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{1+x+y}-1}{x+y}$$

$$\text{№ 29. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{e^{-\frac{1}{x^2+y^2}}}{x^4+y^4}$$

$$\text{№ 30. } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(x^2+y^2)}{x^2+y^2}$$

1.3 Завдання № 1.3

Побудувати лінії рівня функції $z = f(x, y)$ [6, 9].

$$\text{№ 1. } z = \sqrt{xy+2}$$

$$\text{№ 2. } z = x^2 - 2x + y^2$$

$$\text{№ 3. } z = x + y$$

$$\text{№ 4. } z = \frac{y}{x^2}$$

$$\text{№ 5. } z = x^2 - y^2$$

$$\text{№ 6. } z = 1 - |x| - |y|$$

$$\text{№ 7. } z = \frac{2x}{x^2+y^2}$$

$$\text{№ 8. } z = \ln(x^2+y)$$

$$\text{№ 9. } z = x^2 + y^2$$

$$\text{№ 10. } z = \arcsin(xy)$$

$$\text{№ 11. } z = \frac{1}{4-x^2-y^2}$$

$$\text{№ 12. } z = x \cdot y$$

$$\text{№ 13. } z = \frac{x}{y}$$

$$\text{№ 14. } z = 4x^2 - y$$

$$\text{№ 15. } z = x^2 \cdot y$$

$$\text{№ 16. } z = 2y^2 - x$$

$$\text{№ 17. } z = \frac{1}{(x-1)^2 + (y-1)^2}$$

$$\text{№ 18. } z = 2x + y$$

$$\text{№ 19. } z = y^2 + x - 2y + 1$$

$$\text{№ 20. } z = x^2 - 4x + 8y - 4$$

$$\text{№ 21. } z = \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4}$$

$$\text{№ 22. } z = \frac{\sqrt{x}}{y}$$

$$\text{№ 23. } z = \sqrt{xy}$$

$$\text{№ 24. } z = \frac{y^2}{25} - x^2$$

$$\text{№ 25. } z = x^2 + 2y + y^2$$

$$\text{№ 26. } z = x^2 - 4x + y$$

$$\text{№ 27. } z = \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9}$$

$$\text{№ 28. } z = x^2 + y^2 + 6x - 6y + 14$$

$$\text{№ 29. } z = \frac{x^2}{y}$$

$$\text{№ 30. } z = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}}$$

1.4 Завдання № 1.4

Знайти диференціали першого та другого порядків функції
 $z = f(x, y)$ [7, 9, 10].

№ 1. $z = \sin^2(2x + y)$

№ 2. $z = 3 \sin(x^3 + y^2) - 5x^3y - 7$

№ 3. $z = 8 \ln(xy^2) + 10xy^2 - 8x$

№ 4. $z = 2e^{3x+y^2} - 2x^2y^2 + 9y$

№ 5. $z = 8 \cos(xy) - 3x - 12x^4y$

№ 6. $z = 3\sqrt{x^2 + y^2} - 5xy^3 + 8y$

№ 7. $z = x \sin(xy) + 5x^2y^2 - 7x$

№ 8. $z = 0,5 \ln(x^3 + y^2) - 9x^3y + 2x$

№ 9. $z = 8e^{x+y^3} - 3xy^3 + 7x - 3$

№ 10. $z = 8 \ln(x^2 + y^2) - 6x^2y^3 + 8x - 1$

№ 11. $z = \frac{x-y}{x+y}$

№ 12. $z = \frac{x^2}{y^2}$

№ 13. $z = x^2 \cdot \ln(x+y)$

№ 14. $z = (x+2y)^2$

№ 15. $z = e^{x+y^2}$

№ 16. $z = \sin(xy^2)$

№ 17. $z = 3xy^3 + \sqrt{xy}$

№ 18. $z = \sqrt{\frac{2x^3}{y}}$

№ 19. $z = \sqrt[3]{x^2 + 2y^2}$

$$\text{№ 20. } z = (\sqrt{x} - 2y)^2$$

$$\text{№ 21. } z = \frac{x + y}{x + y + 1}$$

$$\text{№ 22. } z = x^2 y^3 - \sqrt{x + y}$$

$$\text{№ 23. } z = \ln(2x^2 - y^2)$$

$$\text{№ 24. } z = x \cdot e^{\frac{\sin x}{y}}$$

$$\text{№ 25. } z = \operatorname{arctg} \frac{x + y}{1 - xy}$$

$$\text{№ 26. } z = e^{xe^y}$$

$$\text{№ 27. } z = \arcsin\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$\text{№ 28. } z = y^{\ln x}$$

$$\text{№ 29. } z = \frac{1}{3} \sqrt{(x^2 + y^2)^3}$$

$$\text{№ 30. } z = \operatorname{Intg} \left(\frac{x}{y} \right)$$

1.5 Завдання № 1.5

Знайти частинні похідні z'_x , z'_y неявно заданої функції [9].

$$\text{№ 1. } x^2 + z^2 - 2y^2 - 5x^z + 10z^3 - 5 = 0$$

$$\text{№ 2. } x^3 + 2y^3 + z^3 - 3xy - 2y + 3 = 0$$

$$\text{№ 3. } x \cos y + y \cos z + z \cos x = 1$$

$$\text{№ 4. } x^2 + y^2 - z^2 - xy = 0$$

$$\text{№ 5. } x + y + z = \operatorname{tg} \frac{z}{x^2 - y^2}$$

$$\text{№ 6. } x + y + z = e^{-(x+y+z)}$$

$$\text{№ 7. } z^2 = \sqrt{x^2 - y^2} \cdot e^z$$

$$\text{№ 8. } z^3 - 3xyz = x^3$$

$$\text{№ 9. } z = x + \operatorname{arctg} \frac{y}{z-x}$$

$$\text{№ 10. } \frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y} + 1$$

$$\text{№ 11. } x^3 - 2x^2y + 4x^3z + z^2 + 4 = 0$$

$$\text{№ 12. } x^2 - y^2 + xy^2 - xz^2 + z^3 - 1 = 0$$

$$\text{№ 13. } xz + xy - yz + xyz + 8 = 0$$

$$\text{№ 14. } \ln(z+3) = xz - yx^2 + 3z$$

$$\text{№ 15. } x^3y + 3xyz - z^3 = 27$$

$$\text{№ 16. } e^{xy-1} = y \ln z - z^2x + 2y$$

$$\text{№ 17. } \sqrt{x^2 + y^2 + 2z^2} - y^3z - \frac{x^2}{z} = 0$$

$$\text{№ 18. } 2x^2 - y^2 + z^2 - 4z + y - 12 = 0$$

$$\text{№ 19. } x^2 - y^3 + z^2 - 2xy - 2xz - yz - 15 = 0$$

$$\text{№ 20. } 3x^2y^2 + 2xyz^2 - 2x^3z + 4y^3z - 4 = 0$$

$$\text{№ 21. } x^3 + y^3 + z^3 + xyz - 6 = 0$$

$$\text{№ 22. } x^2 + y^2 - z^2 + 6xy - z - 8 = 0$$

$$\text{№ 23. } xyz^2 + 2y^2 + 3yz + 4 = 0$$

$$\text{№ 24. } x^2 + z^2 - xz - yz + 5 = 0$$

$$\text{№ 25. } x^3 + 5y^2 - xy + 2z^2 + xz = 29$$

$$\text{№ 26. } 6xy^4z^2 - yzx^4 - 2xyz - 7 = 0$$

$$\text{№ 27. } \frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y} + 1$$

$$\text{№ 28. } z = x + \operatorname{arctg} \frac{y}{z-x}$$

$$\text{№ 29. } x^2 y z + 2x^2 z - 3x y z^2 - 5y^2 z^3 + 2 = 0$$

$$\text{№ 30. } xz = ye^{\frac{x}{z}}$$

1.6 Завдання № 1.6

Користуючись правилом диференціювання складної функції, знайти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, якщо $z = z(u; v)$, $u = u(x; y)$, $v = v(x; y)$ [5].

$$\text{№ 1. } z = u^2 \cdot \ln v; \quad u = 2x + y; \quad v = x - y^3.$$

$$\text{№ 2. } z = \frac{u^2}{v}; \quad u = \sqrt{x} + 2y; \quad v = xy.$$

$$\text{№ 3. } z = \frac{v^2}{u}; \quad u = \sqrt{x} + 2y; \quad v = x^2 y.$$

$$\text{№ 4. } z = \ln \frac{u}{v}; \quad u = x + \sqrt[3]{y}; \quad v = x^2 y.$$

$$\text{№ 5. } z = e^{u+v}; \quad u = \sin x + \sqrt[3]{y}; \quad v = xy.$$

$$\text{№ 6. } z = \ln \frac{u^2}{v}; \quad u = xy; \quad v = x^2 + y^3.$$

$$\text{№ 7. } z = \cos \frac{u^3}{v}; \quad u = xy; \quad v = 3x + y^4.$$

$$\text{№ 8. } z = \ln(u^2 + v^2); \quad u = x^3 y^2; \quad v = 6x + 2y.$$

$$\text{№ 9. } z = \sin \frac{u^2}{v}; \quad u = xy; \quad v = x^2 + 2y.$$

$$\text{№ 10. } z = \ln(u^2 + v^2); \quad u = \frac{x}{2y}; \quad v = x^2 + 2y.$$

$$\text{№ 11. } z = e^{uv}; \quad u = x^3 + \cos y; \quad v = xy^2.$$

$$\text{№ 12. } z = 2^{u+v}; \quad u = \sin(xy); \quad v = \cos(xy).$$

$$\text{№ 13. } z = \arctg \frac{u}{v}; \quad u = x^2 - y; \quad v = y^2 - x.$$

$$\text{№ 14. } z = u^2 v - v^2 u; \quad u = x \sin y; \quad v = y \cos x.$$

$$\text{№ 15. } z = u^2 \ln v; \quad u = \frac{y}{x}; \quad v = x^2 + y^2.$$

$$\text{№ 16. } z = e^{u-v}; \quad u = \frac{2y}{x+y}; \quad v = x^2 - 3y.$$

$$\text{№ 17. } z = u^3 v - v^2 u; \quad u = x \cdot \operatorname{tg} y; \quad v = \operatorname{ctg}(x+y).$$

$$\text{№ 18. } z = u^2 + \ln(u + v^2); \quad u = \cos x \cdot \sin y; \quad v = e^{x^2 - y^2}.$$

$$\text{№ 19. } z = \frac{v}{u^2}; \quad u = \cos y \cdot \sin x; \quad v = x e^{y^2}.$$

$$\text{№ 20. } z = \arctg(3uv - 5u); \quad u = \frac{x}{y}; \quad v = 5 - 2xy.$$

$$\text{№ 21. } z = \ln(uv^2 - u + 1); \quad u = \cos x \cdot y^2; \quad v = 3xy - 5.$$

$$\text{№ 22. } z = \sqrt{u^3 + v^2 - 3}; \quad u = \arcsin(3x - y); \quad v = 5x^2 - y^3.$$

$$\text{№ 23. } z = \arcsin \frac{u}{v^2}; \quad u = e^{x^2 - y^2}; \quad v = \arctg(xy).$$

$$\text{№ 24. } z = \frac{uv}{v+1}; \quad u = x^2 \sin y; \quad v = \ln(x+y).$$

$$\text{№ 25. } z = \cos u \cdot \sin v + v \cdot u^2; \quad u = e^{2x+y}; \quad v = x^2 + y^2.$$

$$\text{№ 26. } z = \arccos(3u - 4v); \quad u = e^{xy}; \quad v = 3x^2 + \sqrt{2y}.$$

$$\text{№ 27. } z = \frac{u+v}{\sin u+1}; \quad u = \frac{x}{y}; \quad v = x^2 + y.$$

$$\text{№ 28. } z = 2u^2 - \sqrt{v}; \quad u = \arccos(x+y) + y^2; \quad v = e^{3xy}.$$

$$\text{№ 29. } z = 5u^2 - v^2; \quad u = xy + \sqrt{y}; \quad v = y^3 + \arcsin x.$$

$$\text{№ 30. } z = \ln^2(4u-5v); \quad u = \sin^2 x \cdot \cos y; \quad u = \cos^2 y \cdot \sin x.$$

1.7 Завдання № 1.7

Скласти рівняння дотичної площини та нормалі до поверхні

$$z = f(x, y) \text{ в точці } A. \text{ Знайти } \frac{\partial z(A)}{\partial l}, \text{ grad } z(A), |\text{grad } z(A)| \text{ [6].}$$

$$\text{№ 1. } z = x^2 - xy + 2y^2 + 3x + 2y + 1; \quad A(1; 2); \quad \vec{l} = 2\vec{i} + \vec{j}.$$

$$\text{№ 2. } z = x^2 + xy + y^2; \quad A(1; 1); \quad \vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j}.$$

$$\text{№ 3. } z = 2x^2 + 3xy + y^2; \quad A(2; 1); \quad \vec{l} = 3\vec{i} - \vec{j}.$$

$$\text{№ 4. } z = \ln(5x^2 + 3y^2); \quad A(1; 1); \quad \vec{l} = 3\vec{i} + 2\vec{j}.$$

$$\text{№ 5. } z = 3x^2y^2 + 5xy^2; \quad A(1; 1); \quad \vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j}.$$

$$\text{№ 6. } z = 5x^2 + 6xy; \quad A(2; 1); \quad \vec{l} = \vec{i} + 2\vec{j}.$$

$$\text{№ 7. } z = \text{arctg}(xy^2); \quad A(2; 3); \quad \vec{l} = 4\vec{i} - 3\vec{j}.$$

$$\text{№ 8. } z = \arcsin\left(\frac{x^2}{y}\right); \quad A(1; 2); \quad \vec{l} = 5\vec{i} - 12\vec{j}.$$

$$\text{№ 9. } z = \ln(3x^2 + 4y^2); \quad A(1; 3); \quad \vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j}.$$

$$\text{№ 10. } z = 3x^4 + 2x^2y^3; \quad A(-1; 2); \quad \vec{l} = 4\vec{i} - 3\vec{j}.$$

$$\text{№ 11. } z = \ln(5x^2 + 4y^2); \quad A(1; 1); \quad \vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j}.$$

$$\text{№ 12. } z = \text{arctg}\frac{x}{y}; \quad A(1; 1); \quad \vec{l} = -4\vec{i} + 3\vec{j}.$$

$$\text{№ 13. } z = \arcsin\frac{x}{x+y}; \quad A(1; 1); \quad \vec{l} = 4\vec{i} + 3\vec{j}.$$

$$\text{№ 14. } z = \ln(8x^2 + 3y); \quad A(1; 4); \quad \vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j}.$$

$$\text{№ 15. } z = 3xy^3 + 5y^2x^2; A(1;1); \bar{l} = \bar{i} + 2\bar{j}.$$

$$\text{№ 16. } z = 2y^4 + 6y^2x^3; A(-2;0); \bar{l} = -2\bar{i} - 2\bar{j}.$$

$$\text{№ 17. } z = \arctg(x^2 + y^2); A(1;-1); \bar{l} = -5\bar{i} + 3\bar{j}.$$

$$\text{№ 18. } z = \arcsin \frac{x}{y^2}; A(1;2); \bar{l} = -\bar{i} - \bar{j}.$$

$$\text{№ 19. } z = \ln(x^2 - y^2); A(5;1); \bar{l} = 2\bar{i} - 3\bar{j}.$$

$$\text{№ 20. } z = \ln(x^2 y^2); A(1;2); \bar{l} = 2\bar{i} + 4\bar{j}.$$

$$\text{№ 21. } z = x^2 + xy + y^3; A(1;1); \bar{l} = 2\bar{i} - \bar{j}.$$

$$\text{№ 22. } z = \ln(x^2 + 2y^3); A(1;1); \bar{l} = 2\bar{i} - 3\bar{j}.$$

$$\text{№ 23. } z = 2x^2 + 5xy - y^3; A(2;1); \bar{l} = 3\bar{i} - 4\bar{j}.$$

$$\text{№ 24. } z = \ln(5x^2 + 4y^2); A(1;1); \bar{l} = 2\bar{i} + \bar{j}.$$

$$\text{№ 25. } z = 5x^2 + 6xy + y; A(2;1); \bar{l} = \bar{i} - \bar{j}.$$

$$\text{№ 26. } z = \arctg(xy)^3; A(2;3); \bar{l} = 3\bar{i} + 4\bar{j}.$$

$$\text{№ 27. } z = x^2 + 4xy + 2y^3; A(1;1); \bar{l} = \bar{i} + \bar{j}.$$

$$\text{№ 28. } z = \ln(3x^2 + 4y^3); A(2;1); \bar{l} = 2\bar{i} - \bar{j}.$$

$$\text{№ 29. } z = 3x^4 + 2x^2y^3; A(-1;1); \bar{l} = 3\bar{i} + 4\bar{j}.$$

$$\text{№ 30. } z = 3x^2y^2 + 5xy^3; A(1;-1); \bar{l} = 2\bar{i} + 3\bar{j}.$$

1.8 Завдання № 1.8

Дослідити на екстремум функцію $z = f(x, y)$ [7, 9, 10].

$$\text{№ 1. } z = 2xy - 6x^2 - y^2 + 4y$$

$$\text{№ 2. } z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y - 2$$

$$\text{№ 3. } z = 3x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 2y + 3$$

$$\text{№ 4. } z = 2x^2 + xy + y^2 - 7x + 5y + 2$$

$$\text{№ 5. } z = x^2 - 3xy + y^2 - 4x + 6y + 1$$

$$\text{№ 6. } z = 3x^2 + xy + 6y^2 - 6x - y + 9$$

$$\text{№ 7. } z = x^2 - 3xy + 2y^2 - 4x + 6y - 2$$

- № 8.** $z = 4x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 4y + 1$
- № 9.** $z = 0,5x^2 + xy + y^2 - x - 2y + 8$
- № 10.** $z = 8x^2 - xy + 2y^2 - 16x + y - 1$
- № 11.** $z = 2x^2 + 3y^2 - 2xy + 2x - 16y + 3$
- № 12.** $z = 6xy - 2x^2 - y^2 - 14x + 5$
- № 13.** $z = 2x^2 + y^2 + 3xy - 2x + 7y + 6$
- № 14.** $z = 10xy - 3x^2 - 2y^2 - 26x + 18y - 1$
- № 15.** $z = 3x^2 + 2y^2 - 2xy - 14x + 8y - 1$
- № 16.** $z = 3 - 3x^2 - 5y^2 - 8xy + 4x + 26$
- № 17.** $z = 2x^2 + 3y^2 - 2xy + 8x + 10y - 6$
- № 18.** $z = 5x^2 + 3y^2 + 2xy - 18x - 10y + 4$
- № 19.** $z = 5 - 7x^2 - 5y^2 + 2xy - 34x + 34y$
- № 20.** $z = 2x^2 + 3y^2 + 2xy - 10x + 16y - 7$
- № 21.** $z = x^2 - xy + y^2 - 9x - 6y + 20$
- № 22.** $z = x^2 - xy + y^2 - 2x + y$
- № 23.** $z = x^2 - 2y^3 - 2x + 6y$
- № 24.** $z = x^2 + y^2 + xy - 6x - 9y$
- № 25.** $z = x^2 - 2xy + y^2 + 4x + 5$
- № 26.** $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$
- № 27.** $z = x^3 - 3xy + y^2 + 4$
- № 28.** $z = 2x^3 - 6xy + 2y^3 + 5$
- № 29.** $z = x^3 - 6xy + 8y^3 - 2$
- № 30.** $z = 3x^3 - xy^2 - y^2$

1.9 Завдання № 1.9

Знайти найбільше та найменше значення функції $z = f(x, y)$ на замкненій множині D . Зробити рисунок заданої області [5, 9].

№ 1. $z = (x - 2)^2 + 2y^2$; $D: \{x \geq 0, y \leq 2 - x, y \geq 0, y \leq 1\}$

№ 2. $z = 1 + x + 12y$; $D: \{x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$

№ 3. $z = x^2 y$; $D: \{x^2 + y^2 \leq 1\}$

№ 4. $z = x^3 + y^3 - 3xy$; $D: \{0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 2\}$

№ 5. $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$; $D: \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$

№ 6. $z = x^2 + y^2 - 12x + 16y$; $D: \{x^2 + y^2 \leq 25\}$

№ 7. $z = x^2 - xy + y^2$; $D: \{|x| + |y| \leq 1\}$

№ 8. $z = x^2 - y^2$; $D: \{x^2 + y^2 \leq 4\}$

№ 9. $z = e^{-x^2 - y^2} (2x^2 + 3y^2)$; $D: \{x^2 + y^2 \leq 4\}$

№ 10. $z = x^2 y (2 - x - y)$; $D: \{x \geq 0, x + y \leq 6, y \geq 0\}$

№ 11. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x$; $D: \{x \leq 3, y \leq x + 1, y \geq 0\}$

№ 12. $z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4$; $D: \{x \geq -1, x + y \leq 1, y \geq -1\}$

№ 13. $z = x^2 + 2y^2 + 4xy + 1$; $D: \{-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$

№ 14. $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x + 5$; $D: \{x \geq 0, x + y \leq 3, y \geq 0\}$

№ 15. $z = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8$; $D: \{x \geq 0, x + y \leq 1, y \geq 0\}$

№ 16. $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$; $D: \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$

№ 17. $z = 3x + 6y - x^2 - xy - y^2$; $D: \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$

№ 18. $z = \frac{1}{2}x^2 - xy$; $D: \{y \leq 8, y \geq 2x^2\}$

№ 19. $z = xy - 3x - 2y$; $D: \{0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 4\}$

№ 20. $z = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy$; $D: \{x \geq 0, y \leq 4, y \geq x^2\}$

№ 21. $z = x^2 + y^2 - 9xy + 27$; $D: \{0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3\}$

$$\text{№ 22. } z = x^2 + 2y^2; \quad D: \{x \geq 0, x + y \leq 3, y \geq 0\}$$

$$\text{№ 23. } z = 3 - 2x^2 - y^2 - xy; \quad D: \{x \leq 1, y \leq x, y \geq 0\}$$

$$\text{№ 24. } z = x^2 + 3y^2 + x - y + 2; \quad D: \{x \geq 1, x + y - 1 \leq 0, y \geq -1\}$$

$$\text{№ 25. } z = x^2 + 2y^2 + 2xy; \quad D: \{-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$$

$$\text{№ 26. } z = 6 - 3x^2 + x - 3xy; \quad D: \{x \leq 2, xy \geq 2, y \leq 2\}$$

$$\text{№ 27. } z = -x^2 + 2xy + 10; \quad D: \{0 \leq y \leq 4 - x^2\}$$

$$\text{№ 28. } z = x^2 + xy; \quad D: \{-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3\}$$

$$\text{№ 29. } z = x^2 - y^2 + 2xy + 4x; \quad D: \{x \leq 0, x + y + 2 \geq 0, y \leq 0\}$$

$$\text{№ 30. } z = x^2 + xy - 2; \quad D: \{4x^2 - 4 \leq y \leq 0\}$$

1.10 Завдання № 1.10

Знайти екстремуми функції $z = f(x, y)$ за умови, що $g(x, y) = 0$ [8, 10].

$$\text{№ 1. } z = e^{xy}; \quad g = x + y - 1.$$

$$\text{№ 2. } z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}; \quad g = x + y - 2.$$

$$\text{№ 3. } z = x + y; \quad g = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} - \frac{1}{2}.$$

$$\text{№ 4. } z = x + 2y; \quad g = x^2 + y^2 - 5.$$

$$\text{№ 5. } z = xy; \quad g = x + y - 1.$$

$$\text{№ 6. } z = x^2 + 12xy + 2y^2; \quad g = 4x^2 + y^2 - 25.$$

$$\text{№ 7. } z = x^2 + y^2; \quad g = \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1.$$

$$\text{№ 8. } z = xy; \quad g = x^2 + y^2 - 2.$$

$$\text{№ 9. } z = x^2 + y^2; \quad g = x^2 + y^2 - 6y.$$

$$\text{№ 10. } z = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}; \quad g = x + y - 12.$$

№ 11. $z = x^2 + 2y^2$; $g = x^2 + y^2 - 2y$.

№ 12. $z = 2x^2 + y - y^2$; $g = x - y + 1$.

№ 13. $z = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8$; $g = y + x - 1$.

№ 14. $z = xy - \frac{x^2}{2}$; $g = y - 2x^2$.

№ 15. $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1$; $g = y + x - 3$.

№ 16. $z = x^2 + xy - 2$; $g = y - 4x^2 + 4$.

№ 17. $z = x^2 + 2xy + 5$; $g = y - x^2 + 4$.

№ 18. $z = 3x^2 + 3y^2 - 2x - 2y - 2$; $g = y + x - 1$.

№ 19. $z = x^2 - 2xy - y^2 + 4x + 1$; $g = y + x + 1$.

№ 20. $z = x^2 - y^2 + 2xy - 4x$; $g = y - x - 1$.

№ 21. $z = 4 - 2x^2 + y^2$; $g = y + x - 1$.

№ 22. $z = x^2 + 2xy - y^2 + 4x$; $g = y + x + 2$.

№ 23. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 2x + 2y$; $g = y - x$.

№ 24. $z = 4x - 4y - x^2 - y^2$; $g = x - 2y - 4$.

№ 25. $z = 4x - 4y - x^2 - y^2$; $g = x + 2y - 4$.

№ 26. $z = 2x^2 + 2xy - 4x - \frac{y^2}{2}$; $g = y - 2x$.

№ 27. $z = xy^2$; $g = x + 2y - 1$.

№ 28. $z = 4x - 2y$; $g = x^2 + xy + 3$.

№ 29. $z = x + y - 3$; $g = 2x^2 + y^2 - 6$.

№ 30. $z = 7 - x^2 - 2y^2$; $g = x - y - 3$.

2 ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ

2.1 Завдання № 2.1

Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння [1, 3].

№ 1. $\sqrt{4 + y^2} dx - y dy = x^2 y dy$

№ 2. $2x dx - 2y dy = x^2 y dy - 2xy^2 dx$

№ 3. $x\sqrt{5 + y^2} dx + y\sqrt{4 + x^2} dy = 0$

№ 4. $x\sqrt{3 + y^2} dx + y\sqrt{2 + x^2} dy = 0$

№ 5. $(e^{2x} + 5)dy + ye^{2x} dx = 0$

№ 6. $2x dx - 2y dy = x^2 y dy - 2xy^2 dx$

№ 7. $4x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dx$

№ 8. $y(4 + e^x)dy - e^x dx = 0$

№ 9. $x\sqrt{4 + y^2} dx + y\sqrt{1 + x^2} dy = 0$

№ 10. $(e^x + 8)dy - ye^x dx = 0$

№ 11. $xyy' = 1 - x^2$

№ 12. $yy' = \frac{1 - 2x}{y}$

№ 13. $y' = 10^{x+y}$

№ 14. $2yy' = \cos x$

№ 15. $xy' + 1 = y^2$

№ 16. $y' + \sqrt{\frac{1 - y^2}{1 - x^2}} = 0$

№ 17. $y' = \frac{y^2}{x^2}$

№ 18. $y' + \frac{1 - 2x}{x^2} y = 0$

$$\text{№ 19. } y' = \frac{1 + y^2}{1 - x^2}$$

$$\text{№ 20. } y' = \frac{y + 1}{x}$$

$$\text{№ 21. } (\sqrt{xy} - \sqrt{x})dy + ydx = 0$$

$$\text{№ 22. } y' = y^2 - 7$$

$$\text{№ 23. } y' + x^2 y = x^2$$

$$\text{№ 24. } \cos^2 x \cdot y' = 2y^3$$

$$\text{№ 25. } 2xydx + (1 - 3x^2)dy = 0$$

$$\text{№ 26. } y' = \sqrt{x} \sin^2 y$$

$$\text{№ 27. } y' \cos x = (y + 1) \sin x$$

$$\text{№ 28. } x + xy + y'(y + xy) = 0$$

$$\text{№ 29. } yy' = 2y - 3$$

$$\text{№ 30. } (x^2 + 1)dy = 2xydx$$

2.2 Завдання № 2.2

Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння [1,4].

$$\text{№ 1. } y' = \frac{x + 8y}{8x + y}$$

$$\text{№ 2. } (x - 2y)y' = x + y$$

$$\text{№ 3. } y' = \frac{x + y}{x - y}$$

$$\text{№ 4. } xy' + x \operatorname{tg} \frac{y}{x} = y$$

$$\text{№ 5. } xy' + y \ln \frac{y}{x} = 0$$

$$\text{№ 6. } y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}$$

$$\text{№ 7. } xyy' = x^2 - y^2$$

$$\text{№ 8. } (x - y)y' = 2x + y$$

$$\text{№ 9. } (3x + y)y' = x + 3y$$

$$\text{№ 10. } xy' \ln \frac{y}{x} = x + y \ln \frac{y}{x}$$

$$\text{№ 11. } xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\text{№ 12. } y' = \frac{x + 2y}{2x - y}$$

$$\text{№ 13. } xyy' = 2x^2 + y^2$$

$$\text{№ 14. } x^2 y' = y^2 + xy + x^2$$

$$\text{№ 15. } y' = \frac{y}{x} + \sqrt{1 - \frac{y^2}{x^2}}$$

$$\text{№ 16. } xy' = y + 2x \operatorname{ctg} \frac{y}{x}$$

$$\text{№ 17. } y' = y \ln \frac{y}{x}$$

$$\text{№ 18. } xy' + y \ln^2 \frac{y}{x} = 0$$

$$\text{№ 19. } xy' = y + 3x \sin \frac{y}{x}$$

$$\text{№ 20. } xy' = y + y \ln \frac{y}{x}$$

$$\text{№ 21. } y' = \frac{y^2}{x^2} - 2$$

$$\text{№ 22. } xyy' = x^2 + y^2$$

$$\text{№ 23. } y' = \frac{y^2}{xy - x^2}$$

$$\text{№ 24. } y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$$

$$\text{№ 25. } \left(y' - \frac{y}{x} \right) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = 1$$

$$\text{№ 26. } y' = \frac{y^2}{x^2} + 5 \frac{y}{x} + 4$$

$$\text{№ 27. } xy' - x \cos^2 \frac{y}{x} = y$$

$$\text{№ 28. } (2x + y)y' = x + 2y$$

$$\text{№ 29. } xy' - y = (x + y) \ln \frac{x + y}{x}$$

$$\text{№ 30. } y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{9y}{x} + 12$$

2.3 Завдання № 2.3

Розв'язати задачу Коші для диференціального рівняння [3,7].

$$\text{№ 1. } y' + 2xy = 3x^2 e^{-x^2}; \quad y(0) = 0$$

$$\text{№ 2. } y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}; \quad y(1) = 1$$

$$\text{№ 3. } y' + 2xy = x \ln x e^{-x^2}; \quad y(1) = 0$$

$$\text{№ 4. } y' - y \operatorname{ctg} x = \frac{1}{\sin x}; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$\text{№ 5. } xy' - y = x^2 \cdot \sin x; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{№ 6. } y' \cos^2 x + y = \operatorname{tg} x; \quad y(0) = -1$$

$$\text{№ 7. } xy' + 3y = \frac{1}{x^3}; \quad y(1) = 0$$

$$\text{№ 8. } xy' = y - \frac{3}{x}; \quad y(0) = 1$$

$$\text{№ 9. } y' + 3x^2 y = x^3 e^{-x^3}; \quad y(0) = 0$$

$$\text{№ 10. } xy' - y = x^2 \cdot \cos x; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{№ 11. } y' \sin^2 x + y = \operatorname{ctg} x; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$\text{№ 12. } y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}; \quad y(1) = 0$$

$$\text{№ 13. } y' - \frac{2x}{1+x^2} y = \operatorname{arctg}^2 x; \quad y(0) = 0$$

$$\text{№ 14. } y' + 3y \operatorname{tg} 3x = \sin 6x; \quad y(0) = \frac{1}{3}$$

$$\text{№ 15. } (1+x^2)y' + y = \operatorname{arctg} x; \quad y(0) = 1$$

$$\text{№ 16. } y' - \frac{y}{1-x^2} = x+1; \quad y(1) = 0$$

$$\text{№ 17. } y' \sin x + y \cos x = 2x; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi^2}{4}$$

$$\text{№ 18. } (3+x)y' + y = 3x^2; \quad y(1) = 0$$

$$\text{№ 19. } y' + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}; \quad y(0) = -1$$

$$\text{№ 20. } y' - y = e^x x; \quad y(0) = 0$$

$$\text{№ 21. } y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x; \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\text{№ 22. } y' + \frac{y}{x} = \sin x; \quad y(\pi) = \frac{1}{\pi}$$

$$\text{№ 23. } y' - \frac{y}{x} = x^2; \quad y(1) = 0$$

$$\text{№ 24. } y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}; \quad y(1) = 4$$

$$\text{№ 25. } y' + 2xy = -2x^3; \quad y(1) = \frac{1}{e}$$

$$\text{№ 26. } y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x; \quad y(0) = 0$$

$$\text{№ 27. } y' + \frac{y}{2x} = x^2; \quad y(1) = 1$$

$$\text{№ 28. } y' - \frac{y}{x} = x \sin x; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$\text{№ 29. } y' + \frac{2y}{x} = x^3; \quad y(1) = -\frac{5}{6}$$

$$\text{№ 30. } y = x(y' - x \cos x); \quad y(0) = 1$$

2.4 Завдання № 2.4

Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння [3, 6].

$$\text{№ 1. } xy' - y = y^2 \cdot \sin x$$

$$\text{№ 2. } y' + \frac{3x^2 y}{x^3 + 1} = y^2(x^3 + 1) \sin x$$

$$\text{№ 3. } (1 + x^2)y' + y = y^2 \operatorname{arctg} x$$

$$\text{№ 4. } \sqrt{1 - x^2} y' + y = y^2 \arcsin x$$

$$\text{№ 5. } y' = y^4 \cos x + y \operatorname{tg} x$$

$$\text{№ 6. } 4xy' + 3y + e^x y^5 = 0$$

$$\text{№ 7. } y' + \frac{2}{x} y = x^2 y^2$$

$$\text{№ 8. } y' \cos^2 x + y = y^2 \operatorname{tg} x$$

$$\text{№ 9. } y' + \frac{y}{x} - x^2 y^4 = 0$$

$$\text{№ 10. } y^2 \ln x - y - xy' = 0$$

$$\text{№ 11. } y' + \frac{1}{\sin^2 x} \cdot y = y^2 \frac{\operatorname{ctg} x}{\sin^2 x}$$

$$\text{№ 12. } y' + \frac{2y}{x} = \frac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x}$$

$$\text{№ 13. } xy' + y + x^2 y^2 = 0$$

$$\text{№ 14. } y' + \frac{1}{x} y = xy^2$$

$$\text{№ 15. } y' - e^{\frac{x}{2}} \sqrt{y} + y = 0$$

$$\text{№ 16. } y' - 2ytgx = -y^2 \sin^2 x$$

$$\text{№ 17. } y' + 2y = y^2 e^x$$

$$\text{№ 18. } y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 4 \frac{\operatorname{arctg} x}{\sqrt{1+x^2}} \sqrt{y}$$

$$\text{№ 19. } xy' + 2y + x^5 y^3 e^x = 0$$

$$\text{№ 20. } xy' - 2x^2 \sqrt{y} = 4y$$

$$\text{№ 21. } x^2 y' - 2xy + y^2 = 0$$

$$\text{№ 22. } x^2 + 2x + y^2 + 2xy' = 0$$

$$\text{№ 23. } xy' + y = y^2(2x^3 + x)$$

$$\text{№ 24. } y' + 4xy = 2xe^{-x^2} \sqrt{y}$$

$$\text{№ 25. } y' - 7y - e^{3x} y^2 = 0$$

$$\text{№ 26. } 2x^3 y \cdot y' + 3x^2 y^2 + 7 = 0$$

$$\text{№ 27. } xy' = x^5 y^2 - 2y$$

$$\text{№ 28. } (1+x^2)y' = xy + x^2 y^2$$

$$\text{№ 29. } xy' = y + xy^2$$

$$\text{№ 30. } xy' + y - xy^2 \ln x = 0$$

2.5 Завдання № 2.5

Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння [1, 5].

$$\text{№ 1. } (3x^2 y + 2) dx + (x^3 + 3y^2) dy = 0$$

$$\text{№ 2. } (ctgy + 2x)dx - \left(\frac{x}{\sin^2 y} + 4y^3 \right) dy = 0$$

$$\text{№ 3. } (x^2 + y^2 + 2x)dx + 2xydy = 0$$

$$\text{№ 4. } (x^3 - 3xy^2 + 2)dx + (y^2 - 3x^2y)dy$$

$$\text{№ 5. } (xdx + ydy)(x^2 + y^2) = xdy - ydx$$

$$\text{№ 6. } \left(y^3 - \frac{4}{x^2} \right) dx + (3xy^2 - \sin y)dy = 0$$

$$\text{№ 7. } (10xy - 8y + 1)dx + (5x^2 - 8x + 3)dy = 0$$

$$\text{№ 8. } 3x^2e^y dx + (x^3e^y - 1)dy = 0$$

$$\text{№ 9. } e^{-y} dx + (1 - xe^{-y})dy = 0$$

$$\text{№ 10. } 2x \cos^2 y dx + (2y - x^2 \sin 2y)dy = 0$$

$$\text{№ 11. } (3x^2 + 2y)dx + (2x - 3)dy = 0$$

$$\text{№ 12. } (x \cos 2y + 1)dx - x^2 \sin 2y dy = 0$$

$$\text{№ 13. } (3x^2 + 3xy^2)dx + (3x^2y + 4y^3)dy = 0$$

$$\text{№ 14. } xdy = (y - x^2 - y^2)dx$$

$$\text{№ 15. } e^y dx = (2y + xe^y)dy$$

$$\text{№ 16. } \left(1 + x\sqrt{x^2 + y^2} \right) dx + \left(\sqrt{x^2 + y^2} - 1 \right) y dy = 0$$

$$\text{№ 17. } \left(\frac{1}{x} + \frac{y}{\cos^2 xy} \right) dx + \left(\frac{x}{\cos^2 xy} + 2y \right) dy = 0$$

$$\text{№ 18. } 3^{xy} y \ln 3 dx + (x3^{xy} \ln 3 - 3) dy = 0$$

$$\text{№ 19. } \left(x + e^{\frac{x}{y}} \right) dx + e^{\frac{x}{y}} \left(1 - \frac{x}{y} \right) dy = 0$$

$$\text{№ 20. } (e^x + y^4) dy = (1 - ye^x) dx$$

$$\text{№ 21. } \left(3x^2y - \frac{4}{x^2} \right) dx + (\cos y + x^3) dy = 0$$

$$\text{№ 22. } (\cos^2 y + 6x) dx + (1 - x \sin 2y) dy = 0$$

$$\text{№ 23. } \left(\operatorname{arctg} y + \frac{y}{1+x^2} \right) dx + \left(\frac{x}{1+y^2} + \operatorname{arctg} x \right) dy = 0$$

$$\text{№ 24. } (\cos 2y + 8x) dx - 2x \sin 2y dy = 0$$

$$\text{№ 25. } (\arcsin y + 2y e^{2x}) dx + \left(\frac{x}{\sqrt{1-y^2}} + e^{2x} \right) dy = 0$$

$$\text{№ 26. } (e^{x-y} + 3x^2 + y^2) dx + (2xy - e^{x-y}) dy = 0$$

$$\text{№ 27. } (\sin^2 x + 2xy^2) dx + (2x^2 y - \cos^2 y) dy = 0$$

$$\text{№ 28. } \left(\frac{y}{x} + \ln y + 2x \right) dx + \left(\ln x + \frac{x}{y} + 2y \right) dy = 0$$

$$\text{№ 29. } (2xe^y + y^3 e^x + 2) dx + (x^2 e^y + 3y^2 e^x) dy = 0$$

$$\text{№ 30. } (y^2 + 3x^2 y^4 + 2x) dx + (2xy + 4x^3 y^3 - 3y^2) dy = 0$$

2.6 Завдання № 2.6

Знайти загальні або частинні розв'язки диференціальних рівнянь

[3, 4].

$$\text{№ 1. } (1 - x^2) \cdot y'' - xy' = 2.$$

$$\text{№ 2. } y'' = \frac{1}{x^2}; \quad y(1) = 3; \quad y'(1) = 1.$$

$$\text{№ 3. } y'' - y' \frac{1}{x} = 0.$$

$$\text{№ 4. } y'' - 2y' \operatorname{tg} x = \sin x.$$

$$\text{№ 5. } y'' = \cos x; \quad y(1) = 3; \quad y'(1) = 1.$$

$$\text{№ 6. } y''' = 6x; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 0; \quad y''(0) = 0.$$

$$\text{№ 7. } y'' = x \sin x.$$

$$\text{№ 8. } y'' = 4e^{2x}; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 2.$$

$$\text{№ 9. } y'' - y' = x.$$

№ 10. $xy'' - y' = 2x$.

№ 11. $xy'' - 2y' = \frac{1}{x}$.

№ 12. $y'' + y' \operatorname{ctg} x = \operatorname{ctg} x$.

№ 13. $xy'' + y' = 1$; $y(1) = 0$; $y'(1) = 1$.

№ 14. $y'' - y = 0$.

№ 15. $y'' + 2y' + y = 0$.

№ 16. $y'' - 2y^3 = 0$; $y(-1) = 1$; $y'(-1) = 1$.

№ 17. $y'' + y = 0$.

№ 18. $y'' - y + 2y^3 = 0$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 0$.

№ 19. $y'' = x + \sin x$.

№ 20. $y''' = e^{2x} + x^3$.

№ 21. $y'' = (x^2 + 3x + 1)e^x$.

№ 22. $y''' = 2 \ln x + x + 2$.

№ 23. $x^2 y'' + xy' = 1$.

№ 24. $y'' - \frac{y'}{x-1} = x(x-1)$; $y(0) = 0$; $y'(0) = 0$.

№ 25. $y''(x^2 + 1) = 2xy'$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 3$.

№ 26. $y'' \operatorname{ctg} x + y' = 2$; $y(0) = 0$; $y'(0) = 2$.

№ 27. $y'' = 2 - y$; $y(0) = 2$; $y'(0) = 2$.

№ 28. $y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x$.

№ 29. $y'' - 2y' \operatorname{ctg} x = \sin^3 x$.

№ 30. $y'' + \frac{y'}{x+1} = 3x - 1$.

2.7 Завдання № 2.7

Розв'язати задачу Коші для диференціального рівняння [1,6].

№ 1. $y'' - 7y' + 10y = 0$; $y(0) = 2$; $y'(0) = -1$.

- № 2. $y'' + 2y' + 10y = 0$; $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$; $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.
- № 3. $y'' - 6y' + 9y = 0$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 0$.
- № 4. $y'' + 8y' + 7y = 0$; $y(0) = 2$; $y'(0) = 1$.
- № 5. $y'' + 9y = 0$; $y(\pi) = 0$; $y'(\pi) = 1$.
- № 6. $y'' - 7y' + 12y = 0$; $y(0) = 2$; $y'(0) = -2$.
- № 7. $y'' + 9y' = 0$; $y(0) = 1$; $y'(0) = -3$.
- № 8. $y'' - 3y' + 2y = 0$; $y(0) = 0$; $y'(0) = 1$.
- № 9. $y'' - 5y' + 6y = 0$; $y(0) = 5$; $y'(0) = 0$.
- № 10. $y'' - 2y' + 5y = 0$; $y(0) = -1$; $y'(0) = 0$.
- № 11. $y'' + 16y = 0$; $y(\pi) = -1$; $y'(\pi) = 0$.
- № 12. $y'' + 10y' + 25y = 0$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 1$.
- № 13. $y'' - 6y' = 0$; $y(0) = 2$; $y'(0) = -2$.
- № 14. $y'' - 4y' + 4y = 0$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 3$.
- № 15. $y'' - 8y' + 15y = 0$; $y(0) = 1$; $y'(0) = -2$.
- № 16. $y'' - 4y' + 5y = 0$; $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$; $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.
- № 17. $y'' - 2y' + y = 0$; $y(1) = 0$; $y'(1) = 2$.
- № 18. $y'' + y = 0$; $y(\pi) = -1$; $y'(\pi) = -4$.
- № 19. $y'' - 7y' + 6y = 0$; $y(0) = 2$; $y'(0) = 0$.
- № 20. $y'' + 8y' + 16y = 0$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 0$.
- № 21. $3y'' + 7y' - 10y = 0$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 2$.
- № 22. $3y'' - 27y = 0$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 2$.
- № 23. $4y'' + 64y = 0$; $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$; $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$.
- № 24. $y'' + y' = 0$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 1$.

№ 25. $5y'' - 3y' - 2y = 0$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 3$.

№ 26. $y'' - y' = 0$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 1$.

№ 27. $6y'' - 216y = 0$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 0$.

№ 28. $y'' - 4y' + 4y = 0$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 1$.

№ 29. $y'' + 4y = 0$; $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$; $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$.

№ 30. $y'' - 8y' + 16y = 0$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 2$.

2.8 Завдання № 2.8

Знайти розв'язок диференціального рівняння [3, 6].

№ 1. $y'' - 2y' = 3x^2 + 1$

№ 2. $y'' - 5y' + 6y = 2x e^{-x}$

№ 3. $y'' + 8y' = (x - 1) e^{2x}$

№ 4. $y'' - 6y' + 8y = 3e^{4x}$

№ 5. $y'' - 2y' - 3y = x e^{-x}$

№ 6. $y'' + y' - 2y = (x + 2) e^{-2x}$

№ 7. $y'' + 2y' - 8y = (3x + 1) e^{2x}$

№ 8. $y'' + 7y' = 2x^2 + x$

№ 9. $y'' - y' = 8x^2 e^x$

№ 10. $y'' + 3y' - 10y = 2x^2 e^x$

№ 11. $y'' + 2y' = x^2 - 3x + 1$

№ 12. $y'' - 5y' - 24y = (2x + 3) e^x$

№ 13. $y'' - 2y' - 3y = 8 e^{3x}$

№ 14. $y'' + 2y' - 3y = -2 e^{3x}$

№ 15. $y'' + 8y' = (x^2 + 1) e^{-x}$

№ 16. $y'' + 4y' + 3y = -x e^{-x}$

№ 17. $y'' - 2y' - 3y = (x + 2) e^{-x}$

$$\text{№ 18. } y'' + y' - 6y = 2(x-1)e^{2x}$$

$$\text{№ 19. } y'' - 4y' = 2x^2 - 3x + 1$$

$$\text{№ 20. } y'' - 5y' + 6y = 2xe^{3x}$$

$$\text{№ 21. } 3y'' - 27y = e^{2x}$$

$$\text{№ 22. } 3y'' + 7y' - 10y = x + 1$$

$$\text{№ 23. } y'' + 8y' + 16y = e^x$$

$$\text{№ 24. } 4y'' + 64y = 2x$$

$$\text{№ 25. } y'' + y' = \sin 2x$$

$$\text{№ 26. } 5y'' - 3y' - 2y = e^x$$

$$\text{№ 27. } y'' - y' = x + 1$$

$$\text{№ 28. } 6y'' - 216y = x^2$$

$$\text{№ 29. } y'' - 4y' + 4y = x - 1$$

$$\text{№ 30. } y'' + 4y = \cos 3x$$

2.9 Завдання № 2.9

Розв'язати диференціальне рівняння методом варіації довільних сталих [4].

$$\text{№ 1. } y'' + 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\text{№ 2. } y'' + y = \frac{1}{\sin x}$$

$$\text{№ 3. } y'' + y' = \frac{1}{1 + e^x}$$

$$\text{№ 4. } y'' + 16y = \frac{1}{\cos 4x}$$

$$\text{№ 5. } y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\text{№ 6. } y'' - y = \frac{e^x}{e^x + 1}$$

$$\text{№ 7. } y'' + y = \frac{2}{\sin^2 x}$$

$$\text{№ 8. } y'' + 2y' + 2y = \frac{e^x}{\cos x}$$

$$\text{№ 9. } y'' + y = -\operatorname{ctg}^2 x$$

$$\text{№ 10. } y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2}$$

$$\text{№ 11. } y'' - y' = e^{2x} \sin(e^x)$$

$$\text{№ 12. } y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{x^3}$$

$$\text{№ 13. } y'' + 9y = \operatorname{tg} 3x$$

$$\text{№ 14. } y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2 + 1}$$

$$\text{№ 15. } y'' + y = \operatorname{tg}^2 x$$

$$\text{№ 16. } y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$$

$$\text{№ 17. } y'' + y = \frac{1}{\cos^3 x}$$

$$\text{№ 18. } y'' - y' = \frac{e^{-x}}{2 + e^{-x}}$$

$$\text{№ 19. } y'' + 5y' + 6y = \frac{1}{1 + e^{2x}}$$

$$\text{№ 20. } y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x$$

$$\text{№ 21. } y'' - 3y' = \frac{e^{-3x}}{1 + e^{-3x}}$$

$$\text{№ 22. } y'' + 4y = \operatorname{ctg} 2x$$

$$\text{№ 23. } y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}$$

$$\text{№ 24. } y'' + y = \operatorname{ctg} x$$

$$\text{№ 25. } y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x}$$

$$\text{№ 26. } y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{3 + e^{-x}}$$

$$\text{№ 27. } y'' - y = \frac{2e^x}{e^x - 1}$$

$$\text{№ 28. } y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{4 - x^2}}$$

$$\text{№ 29. } y'' + 4y = \frac{1}{\sin 3x}$$

$$\text{№ 30. } y'' - 4y' + 4y = \frac{e^{2x}}{x^2}$$

2.10 Завдання № 2.10

Розв'язати систему диференціальних рівнянь [4].

$$\text{№ 1. } \begin{cases} \dot{x} = -x + y + t \\ \dot{y} = x - y + 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 2. } \begin{cases} \dot{x} = 2x - y + e^t \\ \dot{y} = -x + 2y - 4 \end{cases}$$

$$\text{№ 3. } \begin{cases} \dot{x} = 2x + 3y + t^2 \\ \dot{y} = 3x + 2y - t \end{cases}$$

$$\text{№ 4. } \begin{cases} \dot{x} = -2x + y - e^t \\ \dot{y} = x - 2y + 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 5. } \begin{cases} \dot{x} = 3x - y + t + 1 \\ \dot{y} = -x + 3y - t^2 \end{cases}$$

$$\text{№ 6. } \begin{cases} \dot{x} = 2x + 4y - t^2 \\ \dot{y} = 4x + 2y + 5 \end{cases}$$

$$\text{№ 7. } \begin{cases} \dot{x} = -3x + 2y + 1 + t \\ \dot{y} = 2x - 3y - 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 8. } \begin{cases} \dot{x} = 5x + 4y + 2e^{-t} \\ \dot{y} = 4x + 5y - 4 \end{cases}$$

$$\text{№ 9. } \begin{cases} \dot{x} = 5x + y - 3e^{2t} \\ \dot{y} = x - 5y + 4e^{2t} \end{cases}$$

$$\text{№ 10. } \begin{cases} \dot{x} = 3x - 4y + 1 \\ \dot{y} = 4x + 3y - 2e^t \end{cases}$$

$$\text{№ 11. } \begin{cases} \dot{x} = -4x + 3y - 3e^t \\ \dot{y} = 3x - 4y + 7 \end{cases}$$

$$\text{№ 12. } \begin{cases} \dot{x} = 3x - 5y + t \\ \dot{y} = x + y + e^t \end{cases}$$

$$\text{№ 13. } \begin{cases} \dot{x} = 4x - y + 2e^{3t} \\ \dot{y} = -x + 2y - 4 \end{cases}$$

$$\text{№ 14. } \begin{cases} \dot{x} = -x + 5y + 4t + 3 \\ \dot{y} = 5x - y + 7 \end{cases}$$

$$\text{№ 15. } \begin{cases} \dot{x} = 2x + y - 4 \\ \dot{y} = x + 2y + e^{2t} \end{cases}$$

$$\text{№ 16. } \begin{cases} \dot{x} = -2x + y - 3e^{-t} \\ \dot{y} = x - 2y + t \end{cases}$$

$$\text{№ 17. } \begin{cases} \dot{x} = 3x + 2y + e^t \\ \dot{y} = 2x + 3y - 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 18. } \begin{cases} \dot{x} = -7x + 3y + 5e^t \\ \dot{y} = 3x - 7y + 4 \end{cases}$$

$$\text{№ 19. } \begin{cases} \dot{x} = 2x + e^t \\ \dot{y} = 3x + y + 1 \end{cases}$$

- № 20. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 3y \\ \dot{y} = 3x + 2y - e^t \end{cases}$
- № 21. $\begin{cases} \dot{x} = 2y - 2t - 1 \\ \dot{y} = x + y \end{cases}$
- № 22. $\begin{cases} \dot{x} = x - 2y + t \\ \dot{y} = -2x + y + 1 \end{cases}$
- № 23. $\begin{cases} \dot{x} = x + 3y - e^{2t} \\ \dot{y} = 3x + y \end{cases}$
- № 24. $\begin{cases} \dot{x} = 4x + y \\ \dot{y} = x + 4y - e^t \end{cases}$
- № 25. $\begin{cases} \dot{x} = x + 3y + 3 \\ \dot{y} = 3x + y - 4e^t \end{cases}$
- № 26. $\begin{cases} \dot{x} = y - \cos t \\ \dot{y} = -x + \sin t \end{cases}$
- № 27. $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y \\ \dot{y} = x - 5 \sin t \end{cases}$
- № 28. $\begin{cases} \dot{x} = x - y + 18t \\ \dot{y} = 5x - y \end{cases}$
- № 29. $\begin{cases} \dot{x} = 5x - 3y + 2e^t \\ \dot{y} = x + y + 5e^{-t} \end{cases}$
- № 30. $\begin{cases} \dot{x} = x - 3y \\ \dot{y} = 3x + y + t \end{cases}$

3 РЯДИ

3.1 Завдання № 3.1

Дослідити на збіжність ряди з додатними членами [1, 2].

$$\text{№ 1. а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(n+1)!};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n+5} \right)^n$$

$$\text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^4+4};$$

$$\text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)[\ln(n+1)]^3}$$

$$\text{№ 2. а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{4n-1};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{15n^2+6n+4}{3n+2+12n^2} \right)^n$$

$$\text{в) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \sqrt[3]{\ln^2 n}};$$

$$\text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$$

$$\text{№ 3. а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{5+n};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+4}{2n+1} \right)^n$$

$$\text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(3n)}{5n};$$

$$\text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{4n-3}}$$

$$\text{№ 4. а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-7}{n^4+2};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$$

$$\text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{2n+1} \right)^{2n^2};$$

$$\text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^{n^2}}$$

$$\text{№ 5. а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+6}{(n+3)(n^2+2)};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{2n+1}$$

$$\text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{n-1} \right)^{n-1};$$

$$\text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n(\ln^2 n + 1)}$$

$$\text{№ 6. а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n-2}{3n+1} \right)^n;$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{4^n}$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}};$$

$$\text{№ 7. a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n}{n^3 + 5};$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^{n^2};$$

$$\text{№ 8. a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+4}{2n+1} \right)^n;$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n+1};$$

$$\text{№ 9. a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n^2 + 6n + 7};$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n^2};$$

$$\text{№ 10. a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)};$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n-1} \right)^n;$$

$$\text{№ 11. a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)3^n};$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+5}{2n} \right)^n;$$

$$\text{№ 12. a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!};$$

$$\text{r) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+4n^2}$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(3n-1)!}$$

$$\text{r) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^n(1-e^{-n})}$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)!}{6^n}$$

$$\text{r) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n^2+1)\arctg n}$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n)!}$$

$$\text{r) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\cos^2 n}$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 2^n}{3^n}$$

$$\text{r) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{\ln^5 n}}{n}$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^3+1}$$

$$\text{r) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2\ln^2(n-1)}{n-1}$$

$$\text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2\pi}{n \ln n}$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+5}{n+2} \right)^n ;$$

$$\text{№ 13. a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (n+1)!}{(2n)!} ;$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2} ;$$

$$\text{№ 14. a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n^n} ;$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{3n-1} \right)^n ;$$

$$\text{№ 15. a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{2^n} ;$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+5} \right)^n ;$$

$$\text{№ 16. a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \sqrt[3]{n}}{3^n} ;$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \cdot \sqrt{n}} ;$$

$$\text{№ 17. a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n} ;$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 - 2}{n^4 + 5n} ;$$

$$\text{№ 18. a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} ;$$

$$\text{r) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2 + 1}$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{1+n^2}}$$

$$\text{r) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{1}{n}}{n^2}$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 4}$$

$$\text{r) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \sqrt{n}}{\sqrt{n}}$$

$$\text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$$

$$\text{r) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}}$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \cdot 3^{n-1}}$$

$$\text{r) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{n^2 + 1}$$

$$\text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$$

$$\text{r) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+5}{4n+3} \right)^{2n}$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{n^2 - 2}$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n+1};$$

$$\text{№ 19. a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{n!};$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4+n^2}{4n^2+1} \right)^{\frac{n}{2}};$$

$$\text{№ 20. a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2}}{3n \cdot 5^n};$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+5}{3n^2} \right)^n;$$

$$\text{№ 21. a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n2^n}{n!};$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+6}{3n} \right)^n;$$

$$\text{№ 22. a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n};$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2};$$

$$\text{№ 23. a) } \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n+5}{n^3+10n+20}};$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^5};$$

$$\text{№ 24. a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}};$$

$$\text{r) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+2n+1}{5n^2+2n+1} \right)^n$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+3}}$$

$$\text{r) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot (\ln n + \ln^2 n)}$$

$$\text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^3 \sqrt{\ln n}}$$

$$\text{r) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^5+4n+1}}$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\operatorname{arctg} n}}{n^2+1}$$

$$\text{r) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2(n+1)}$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} 3^n \left(\frac{n+2}{n+3} \right)^{n^2}$$

$$\text{r) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n \cos \sqrt{n}}}$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+1}{n^2+2n+1} \right)^n$$

$$\text{r) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sin^2 n}$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{2n^n}$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+1)!};$$

$$\text{№ 25. a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n^2)^n};$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^5 + 2n}{3 + n^6} \right)^n;$$

$$\text{№ 26. a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+2} \right)^{\frac{n}{2}};$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)(n+2)};$$

$$\text{№ 27. a) } \sum_{n=1}^{\infty} 3^n \left(\frac{n+2}{n+3} \right)^{n^2};$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n-1) \cdot 5^n};$$

$$\text{№ 28. a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2} \cdot 3^{-n};$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{n}}{n^2};$$

$$\text{№ 29. a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \right)^{n^2};$$

$$\text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+4}{2n^3 - 3};$$

$$\text{№ 30. a) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \sqrt{\ln n}};$$

$$\text{r) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n^2 + 4) \arctg^3 \frac{n}{2}}$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 1}$$

$$\text{r) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{\ln(n+2)}}{n+2}$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n}}{(n+1)\sqrt{n}}$$

$$\text{r) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot (1 + \ln n)}$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n}{n^4 + 1}}$$

$$\text{r) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln^5 n}$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{2^n n!}$$

$$\text{r) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-2}{n^2 + 1}$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n^n}$$

$$\text{r) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+3) \cdot \ln(n+3)}$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^{2n}$$

$$b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n(n+1)}{5^n};$$

$$r) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n-2}{3n^3+1}$$

3.2 Завдання № 3.2

Дослідити на абсолютну та умовну збіжність знакозмінний ряд [1, 8].

$$\text{№ 1. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)!}$$

$$\text{№ 2. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 2^n}{3n+1}$$

$$\text{№ 3. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2+5}$$

$$\text{№ 4. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot (2n+1)!}$$

$$\text{№ 5. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot 6^n}$$

$$\text{№ 6. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{4n^2-6}$$

$$\text{№ 7. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{5^n}$$

$$\text{№ 8. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{3n-4}$$

$$\text{№ 9. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 2^n}{3n+1}$$

$$\text{№ 10. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{4n+1}}$$

$$\text{№ 11. } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

$$\text{№ 12. } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n-1}{3n}$$

$$\text{№ 13. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1) \ln(n+1)}$$

$$\text{№ 14. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5^{n+1} n!}$$

$$\text{№ 15. } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n+1}{n+2} \right)^n$$

$$\text{№ 16. } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{(n+1)!}$$

$$\text{№ 17. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{5^n}$$

$$\text{№ 18. } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$$

$$\text{№ 19. } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n-1}{3^n n}$$

$$\text{№ 20. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!}$$

$$\text{№ 21. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln n}{n}$$

$$\text{№ 22. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{n^2+1}$$

$$\text{№ 23. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (-1)^{n+1}}{n!}$$

$$\text{№ 24. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n}}$$

$$\text{№ 25. } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{2^n}$$

$$\text{№ 26. } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n+1}{3n+1} \right)^n$$

$$\text{№ 27. } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{n!}$$

$$\text{№ 28. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{n^2 + 3n + 2}$$

$$\text{№ 29. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{3^n}$$

$$\text{№ 30. } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n\sqrt{n-1}}$$

3.3 Завдання № 3.3

Знайти область збіжності степеневого ряду [1, 7].

$$\text{№ 1. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n x^n}{6^n \sqrt[3]{n}}$$

$$\text{№ 2. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2 + 1}$$

$$\text{№ 3. } \sum_{n=1}^{\infty} 3^{n^2} x^n$$

$$\text{№ 4. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n+1} 2^n$$

$$\text{№ 5. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2} \right)^n$$

$$\text{№ 6. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^5 x^n}{2n+1}$$

$$\text{№ 7. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n (x+1)^n}{\sqrt{n}}$$

$$\text{№ 8. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+1)^n}{5^n}$$

$$\text{№ 9. } \sum_{n=1}^{\infty} 5^n n! x^n$$

$$\text{№ 10. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \sqrt{n} x^n}{4^n}$$

$$\text{№ 11. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^n}{n!}$$

$$\text{№ 12. } \sum_{n=1}^{\infty} n! (x+2)^n$$

$$\text{№ 13. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n!} \cdot (x-4)^n$$

$$\text{№ 14. } \sum_{n=1}^{\infty} 9^n (n+2)! x^n$$

$$\text{№ 15. } \sum_{n=1}^{\infty} n^n (x+3)^n$$

$$\text{№ 16. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt{(3n-2)2^{2n}}}$$

$$\text{№ 17. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n\sqrt{n}}$$

$$\text{№ 18. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n n!}$$

$$\text{№ 19. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-6)^n}{5^n}$$

$$\text{№ 20. } \sum_{n=1}^{\infty} 3^n (x-2)^n$$

$$\text{№ 21. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+3)^n}{5^n}$$

$$\text{№ 22. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2 \cdot n!}$$

$$\text{№ 23. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{2n4^n}$$

$$\text{№ 24. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-2)^n}{n9^n}$$

$$\text{№ 25. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)^{2n} (x-1)^n}{(3n-2)^{2n}}$$

$$\text{№ 26. } \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} (x-1)^n$$

$$\text{№ 27. } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^{2n-1} x^n$$

$$\text{№ 28. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-2)(x-3)^n}{(n+1)^2 2^{n+1}}$$

$$\text{№ 29. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(x+2)^n}{n^n}$$

$$\text{№ 30. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n+2}(x-2)^n}{n+1}$$

3.4 Завдання № 3.4

Розкласти функцію $f(x)$ в ряд Маклорена [1, 2].

$$\text{№ 1. } f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$$

$$\text{№ 2. } f(x) = x \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$$

$$\text{№ 3. } f(x) = \ln(1 + 2\sqrt{x})$$

$$\text{№ 4. } f(x) = x \cdot \cos \sqrt{x}$$

$$\text{№ 5. } f(x) = \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

$$\text{№ 6. } f(x) = x \cdot \ln(1 + x^2)$$

$$\text{№ 7. } f(x) = \frac{\ln(1 + x^2)}{x}$$

$$\text{№ 8. } f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$\text{№ 9. } f(x) = \sqrt{1 + x^3}$$

$$\text{№ 10. } f(x) = \frac{1}{x} \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{4}$$

$$\text{№ 11. } f(x) = x \cdot \sin \sqrt{x}$$

$$\text{№ 12. } f(x) = \frac{x}{2} \cdot \cos \sqrt[3]{x}$$

$$\text{№ 13. } f(x) = \operatorname{arctg} x^2$$

$$\text{№ 14. } f(x) = \sqrt{1 + x^2}$$

$$\text{№ 15. } f(x) = x^2 \sin x^2$$

$$\text{№ 16. } f(x) = \frac{e^{2x^2}}{x}$$

$$\text{№ 17. } f(x) = \frac{1}{1+x^3}$$

$$\text{№ 18. } f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \cos \sqrt[3]{x}$$

$$\text{№ 19. } f(x) = \sqrt{x} \cdot e^{-x}$$

$$\text{№ 20. } f(x) = \frac{1}{1-x^4}$$

$$\text{№ 21. } f(x) = e^{-\frac{2}{x^2}}$$

$$\text{№ 22. } f(x) = x^3 \cdot \operatorname{arctg} x$$

$$\text{№ 23. } f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^3}}$$

$$\text{№ 24. } f(x) = \frac{1-\cos 3x}{x^2}$$

$$\text{№ 25. } f(x) = e^{\frac{x^3}{4}}$$

$$\text{№ 26. } f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$\text{№ 27. } f(x) = \frac{\sin x^2}{x^3}$$

$$\text{№ 28. } f(x) = \frac{\ln(1-2x^3)}{x}$$

$$\text{№ 29. } f(x) = \frac{2x}{1+x^4}$$

$$\text{№ 30. } f(x) = \frac{\ln(1+\sqrt{x})}{x}$$

3.5 Завдання № 3.5

За допомогою розкладання функції в ряд обчислити інтеграл з похибкою 0,0001 [2, 5].

$$\text{№ 1. } \int_{0,3}^{0,5} \frac{1+\cos x}{x^2} dx$$

$$\text{№ 2. } \int_0^1 \frac{\sin x}{\sqrt[3]{x}} dx$$

$$\text{№ 3. } \int_0^{0,5} x \cdot \cos \sqrt{2x} dx$$

$$\text{№ 4. } \int_0^{0,5} \frac{\operatorname{arctg} x^2}{x^2} dx$$

$$\text{№ 5. } \int_0^{\frac{1}{4}} x^2 \ln(1+x) dx$$

$$\text{№ 6. } \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sin x^2}{x} dx$$

$$\text{№ 7. } \int_0^1 \cos \sqrt[3]{x} dx$$

$$\text{№ 8. } \int_0^1 \cos \frac{x^2}{4} dx$$

$$\text{№ 9. } \int_0^1 \sqrt{x} e^{-x^2} dx$$

$$\text{№ 10. } \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1+x^3} dx$$

$$\text{№ 11. } \int_0^{\frac{1}{2}} x \ln(1+x^2) dx$$

$$\text{№ 12. } \int_0^1 x^4 e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$$

$$\text{№ 13. } \int_0^{\frac{1}{9}} \sqrt{x} e^{-\sqrt{x}} dx$$

$$\text{№ 14. } \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sin x^2}{x^2} dx$$

$$\text{№ 15. } \int_0^{\frac{1}{3}} x \ln(1+\sqrt{x}) dx$$

$$\text{№ 16. } \int_0^{\frac{1}{4}} x^2 e^{-\sqrt{x}} dx$$

$$\text{№ 17. } \int_0^1 \sqrt{x} e^{-x^3} dx$$

$$\text{№ 18. } \int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{x} \cos 2x dx$$

$$\text{№ 19. } \int_0^{\frac{1}{5}} x^3 e^{-x^3} dx$$

$$\text{№ 20. } \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{\sin \frac{x}{2}}{\sqrt{x}} dx$$

$$\text{№ 21. } \int_0^{\frac{1}{8}} \frac{\sin x^2}{2x} dx$$

$$\text{№ 22. } \int_0^{\frac{1}{9}} \sqrt{x} \cos \frac{x}{3} dx$$

$$\text{№ 23. } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{x} dx$$

$$\text{№ 24. } \int_0^1 \sin x^2 dx$$

$$\text{№ 25. } \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

$$\text{№ 26. } \int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{x} \sin \sqrt{x} dx$$

$$\text{№ 27. } \int_0^{\frac{1}{2}} x^2 \cos \sqrt{x} dx$$

$$\text{№ 28. } \int_0^{\frac{1}{4}} x e^{-\frac{1}{2}x^3} dx$$

$$\text{№ 29. } \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{\sin 4x}{4\sqrt{x}} dx$$

$$\text{№ 30. } \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{\sin 2x}{\sqrt{x}} dx$$

3.6 Завдання № 3.6

Знайти перші п'ять відмінних від нуля членів розвинення в ряд розв'язку диференціального рівняння з початковими умовами [2, 6].

$$\text{№ 1. } y' - e^{-x}y = 2x; \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 2. } y' + x \cdot y = 2e^y; \quad y(0) = 0.$$

$$\text{№ 3. } y' + 3x \cdot y^3 = x^3; \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 4. } y' - x \cdot y = y^2; \quad y(0) = 0,1.$$

$$\text{№ 5. } y' + x \cdot y^2 = 2 \cos x; \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 6. } y' - x^2 = y^2x; \quad y(0) = 0,1.$$

$$\text{№ 7. } y' - e^x y^2 = 0; \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 8. } y' - e^{-x}y = 2x \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 9. } y' - x \cdot y = 2x^2; \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 10. } y' - 2x \cdot y = 3x^2 - 2x^4; \quad y(1) = 1.$$

$$\text{№ 11. } y' + x^2y = y^3; \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 12. } x \cdot y' - 2y = 2x^4; \quad y(1) = 0.$$

$$\text{№ 13. } y' + y \cdot \cos x = e^{\cos x}; \quad y(0) = 0.$$

$$\text{№ 14. } y' + 2y = e^x \cdot y^2; \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 15. } y' + y = x \cdot y^2; \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 16. } x \cdot y' + y = y^2 \cdot \ln x; \quad y(1) = 1.$$

$$\text{№ 17. } y' - y \cdot \operatorname{tg} x = \cos x; \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 18. } x \cdot y' + y = -x^2 \cdot y^2; \quad y(1) = 1.$$

$$\text{№ 19. } x \cdot y' + y = y^2x; \quad y(1) = 1.$$

$$\text{№ 20. } y' = 2e^y + xy; \quad y(0) = -1.$$

$$\text{№ 21. } y' = x^2y + y^3; \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 22. } y' = 3y - xy^2; \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 23. } y' = 5e^x + xy; \quad y(0) = 0.$$

$$\text{№ 24. } y' = xy + y^2 + x^2; \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 25. } y' = x^2 y^2 - 1; \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 26. } y' = y \sin x + 3y^2; \quad y(0) = 0,5.$$

$$\text{№ 27. } y' = e^{xy} + y^2; \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 28. } y' = xy^2 + 1; \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 29. } y' = e^y - 2xy + x; \quad y(0) = 0.$$

$$\text{№ 30. } y' = \sin x - 2xy^2; \quad y(0) = -1.$$

3.7 Завдання № 3.7

Розвинути періодичну з періодом $2l$ функцію $f(x)$ в ряд Фур'є в інтервалі $[-l; l]$ $[1, 7]$.

$$\text{№ 1. } f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}, & -\pi \leq x \leq 0 \\ 1, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

$$\text{№ 2. } f(x) = \begin{cases} 0, & -3 < x < 0 \\ x, & 0 \leq x < 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 3. } f(x) = \begin{cases} \pi, & -\pi < x < 0 \\ \pi - x, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

$$\text{№ 4. } f(x) = \begin{cases} -x, & -1 < x < 0 \\ 0, & 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 5. } f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0 \\ \frac{1}{4}\pi x, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

$$\text{№ 6. } f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x \leq 0 \\ x, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 7. } f(x) = \begin{cases} -x, & -\pi \leq x \leq 0 \\ \frac{x^2}{\pi} & 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

$$\text{№ 8. } f(x) = \begin{cases} 1, & -2 < x < 0 \\ 3, & 0 \leq x < 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 9. } f(x) = \begin{cases} x-1, & -\pi < x < 0 \\ \pi-x, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

$$\text{№ 10. } f(x) = \begin{cases} x, & -2 \leq x < 0 \\ 2-x, & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 11. } f(x) = \begin{cases} 2x+1, & -3 < x \leq 0 \\ x, & 0 < x < 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 12. } f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 13. } f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & -1 \leq x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 14. } f(x) = \begin{cases} 0, & -3 < x \leq 0 \\ x, & 0 < x < 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 15. } f(x) = \begin{cases} x-1, & -\pi \leq x < 0 \\ 1+2x, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

$$\text{№ 16. } f(x) = \begin{cases} 1, & -2 < x \leq 0 \\ -1, & 0 < x < 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 17. } f(x) = \begin{cases} 3-2x, & -\pi \leq x < 0 \\ 1, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

$$\text{№ 18. } f(x) = \begin{cases} x, & -3 \leq x \leq 0 \\ 3-x, & 0 < x \leq 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 19. } f(x) = \begin{cases} -2x, & -\pi \leq x \leq 0 \\ 3x, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

$$\text{№ 20. } f(x) = \begin{cases} 1, & -3 < x \leq 0 \\ x-1, & 0 < x < 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 21. } f(x) = \begin{cases} 5x, & -\pi \leq x < 0 \\ x-1, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

$$\text{№ 22. } f(x) = \begin{cases} -x, & -4 < x \leq 0 \\ 2, & 0 < x < 4 \end{cases}$$

$$\text{№ 23. } f(x) = \begin{cases} -2x, & -2 < x \leq 0 \\ 4, & 0 < x < 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 24. } f(x) = \begin{cases} -1, & -2 < x < 0 \\ \frac{x}{2}, & 0 \leq x < 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 25. } f(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{2}, & -1 \leq x \leq 0 \\ x, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 26. } f(x) = \begin{cases} 3, & -3 < x < 0 \\ -x, & 0 \leq x < 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 27. } f(x) = \begin{cases} -x, & -4 < x \leq 0 \\ 2, & 0 < x < 4 \end{cases}$$

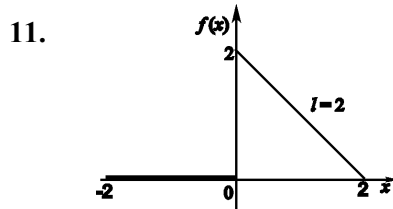
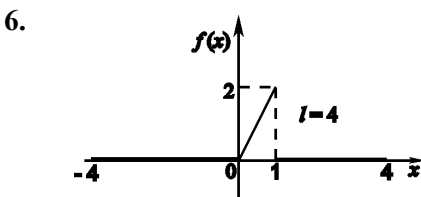
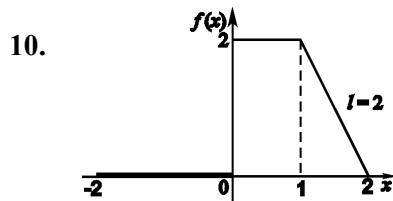
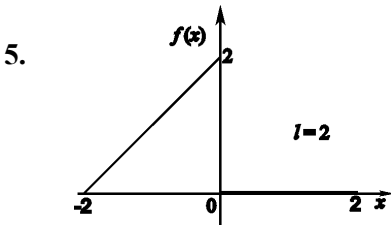
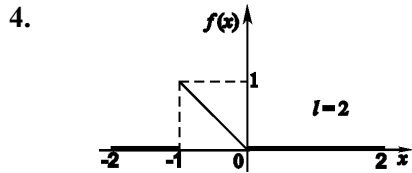
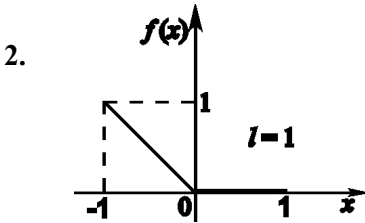
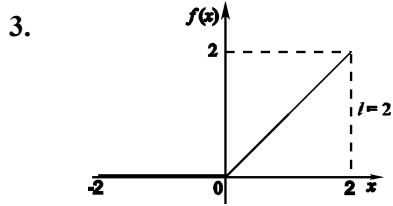
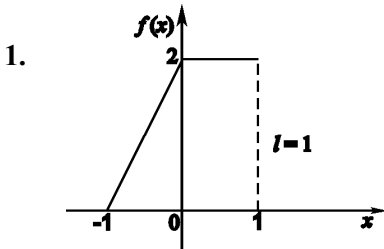
$$\text{№ 28. } f(x) = \begin{cases} -2, & -4 < x \leq 0 \\ 1+x, & 0 < x \leq 4 \end{cases}$$

$$\text{№ 29. } f(x) = \begin{cases} x+2, & -2 < x \leq 0 \\ 2-x, & 0 < x < 2 \end{cases}$$

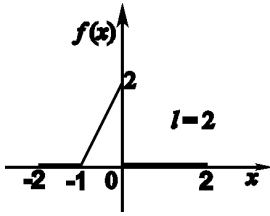
$$\text{№ 30. } f(x) = \begin{cases} -2x, & -2 < x < 0 \\ 4, & 0 \leq x < 2 \end{cases}$$

3.8 Завдання № 3.8

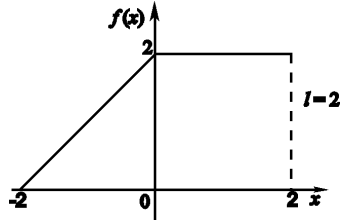
Розвинути в ряд Фур'є функцію, що задана графічно [5, 8].



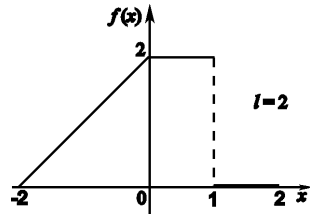
7.



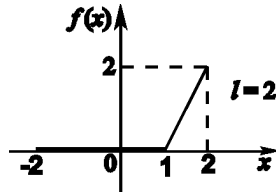
12.



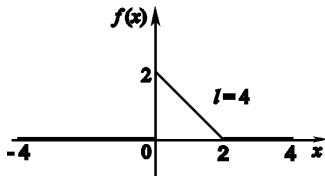
8.



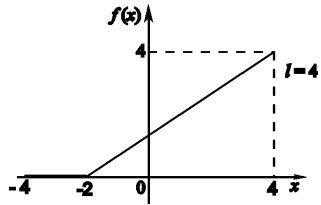
13.



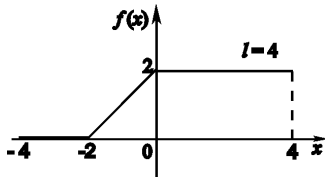
9.



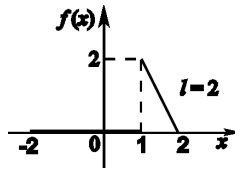
14.



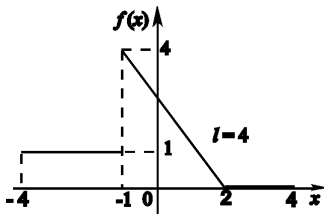
15.



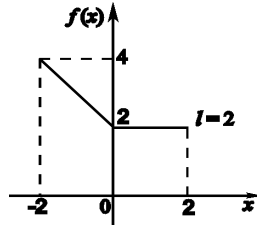
20.



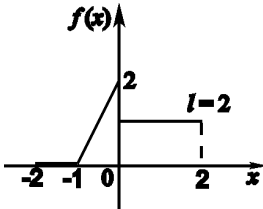
16.



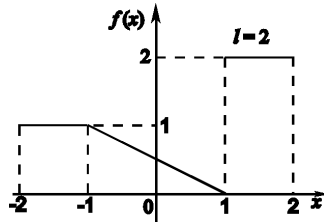
21.



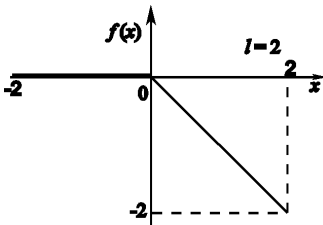
17.



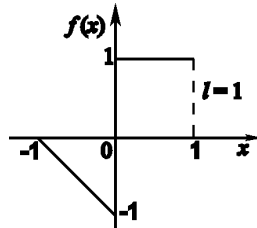
22.



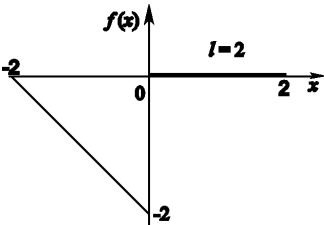
18.



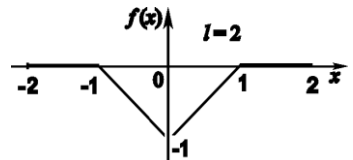
23.



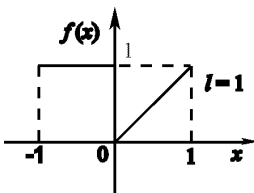
19.



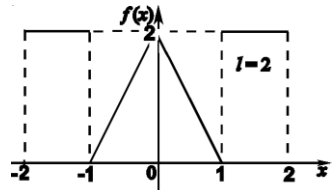
24.



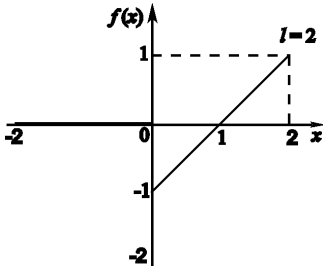
25.



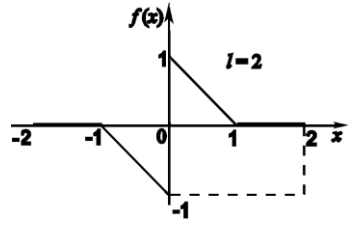
28.



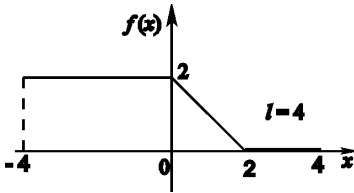
26.



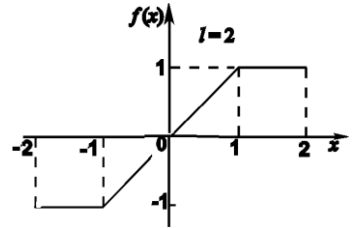
29.



27.



30.



ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Андрощук Л. В., Ковтун О. І., Олешко Т. І. Вища математика: навч. посібник. Модуль 7. Ряди. Диференціальні рівняння / За заг. ред. Т. І. Олешко. Київ : Книжкове вид-во НАУ, 2005. 104 с.
2. Анпілогов Д. І., Сніжко Н. В. Ряди: навч. Посібник. Запоріжжя : ЗНТУ, 2018. 124 с.
3. Анпілогов Д. І., Сніжко Н. В. Диференціальні рівняння: навч. посібник. Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка», 2019. 175 с.
4. Вища математика: Підручник. Кн. 2. Спеціальні розділи / За ред. Г. Л. Кулініча. Київ : Либідь, 2003. 368 с.
5. Герасимчук В. С., Васильченко Г. С., Кравцов В. І. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: навчальний посібник для студ. технічних і технологічних спец. вищих навч. закладів : затв. МОНУ. Київ : Книги України ЛТД, 2009. 577 с.
6. Денесюк В. П., Репета В. К. Вища математика. Модульна технологія навчання: навчальний посібник у 4-х частинах. Ч. 3. Київ : Вид-во нац. Авіац. Ун-ту., 2009. 444 с.
7. Дубовик В. П., Юрик І. І. Вища математика: Навч. посібник Київ : «А.С.К.», 2005. 648 с.
8. Клепко В. Ю., Голець В. Л. Вища математика в прикладах і задачах: навчальний посібник для студ. вищих навч. закл. Київ : Центр учбової літератури, 2009. 594 с.
9. Литвин І. І., Конончук О. М., Желізняк Г. О. Вища математика: навч. посібник: рек. МОНУ. Київ : Центр учбової літератури, 2009. 368 с.
10. Мазур К. І., Олешко Т. І., Трофименко В. І. Вища математика: навчальний посібник. Модуль 5. Диференціальне числення функцій багатьох змінних / за заг. ред. Т. І. Олешко. Київ : Книжкове вид-во НАУ, 2005. 104 с.