

Міністерство освіти і науки України
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ЗАПОРІЗЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Індивідуальні завдання
до самостійної роботи з дисципліни
ВИЩА МАТЕМАТИКА.
ЛІНІЙНА АЛГЕБРА ТА АНАЛІТИЧНА
ГЕОМЕТРІЯ

для студентів денної форми навчання галузі знань
12 «Інформаційні технології»

2020

Індивідуальні завдання до самостійної роботи з дисципліни “Вища математика. Лінійна алгебра та аналітична геометрія” для студентів денної форми навчання галузі знань 12 «Інформаційні технології» / Укл. Коротунова О. В. – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2020. – 44 с.

Укладач: Коротунова О.В., доцент, к.т.н.

Експерт: Табунщик Г. В., доцент, к.т.н.

Рецензент: Мاستиновський Ю.В, професор, к.т.н.

Відповідальний за випуск: Коротунова О. В., доцент, к.т.н.

Затверджено на засіданні
кафедри прикладної математики
Протокол № 1 від 14.08.2020 р.

Рекомендовано до видання
НМК факультету комп’ютерних наук і технологій
Протокол № 2/1 від 15.09.2020 р.

ЗМІСТ

1. Лінійна алгебра	4
1.1. Завдання № 1.1	4
1.2. Завдання № 1.2	6
1.3. Завдання № 1.3	10
1.4. Завдання № 1.4	12
1.5. Завдання № 1.5	17
1.6. Завдання № 1.6	19
1.7. Завдання № 1.7	23
1.8. Завдання № 1.8	27
2. Векторна алгебра та аналітична геометрія	31
2.1. Завдання № 2.1	31
2.2. Завдання № 2.2	33
2.3. Завдання № 2.3	34
2.4. Завдання № 2.4	36
2.5. Завдання № 2.5	37
2.6. Завдання № 2.6	39
2.7. Завдання № 2.7	41
2.8. Завдання № 2.8	42
Література	44

1 ЛІНІЙНА АЛГЕБРА

1.1 Завдання № 1.1. Обчислити визначник визначник двома способами: а) отримавши нулі в якому-небудь рядку (стовбці); б) привести визначник до трикутного вигляду.

$$\text{№ 1.} \quad \begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 2.} \quad \begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 3.} \quad \begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 4.} \quad \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 5.} \quad \begin{vmatrix} 3 & -5 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 6.} \quad \begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 4 & -4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 7.} \quad \begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 8.} \quad \begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 & 7 \\ 4 & -8 & 2 & -3 \\ 10 & 1 & -5 & 4 \\ -8 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 9.} \quad \begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 10.} \quad \begin{vmatrix} 4 & 3 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & -2 \\ 5 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 11.} \quad \begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 12.} \quad \begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 13.} \quad \begin{vmatrix} 6 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 3 \\ 4 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 14.} \quad \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 15.} \quad \begin{vmatrix} 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 16.} \quad \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 17.} \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 18.} \quad \begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 19.} \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 20.} \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 21.} \quad \begin{vmatrix} 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & -6 \\ 3 & -2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 22.} \quad \begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}$$

№ 23.	$\begin{vmatrix} -1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}$	№ 27.	$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}$
№ 24.	$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$	№ 28.	$\begin{vmatrix} -4 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}$
№ 25.	$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix}$	№ 29.	$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$
№ 26.	$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & -6 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$	№ 30.	$\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix}$

1.2 Завдання № 1.2. Обчислити матрицю C , якщо відомі матриці A і B .

$$\text{№ 1. } A = \begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}, C = A \cdot B + 3B^T - 5E$$

$$\text{№ 2. } A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{pmatrix}, C = 2A + B \cdot A^T + 3E$$

$$\text{№ 3. } A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, C = A^T \cdot B + 3E - 2A$$

$$\text{№ 4. } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, C = 2E + A \cdot B^T - B$$

$$\text{№ 5. } A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & -7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}, C = A \cdot B + 3E^T + 4A$$

$$\text{№ 6. } A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}, C = 7A^T - A \cdot B + E$$

$$\text{№ 7. } A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}, C = A^T \cdot B^T + E - 5B$$

$$\text{№ 8. } A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}, C = B^T \cdot A^T - 3B + E$$

$$\text{№ 9. } A = \begin{pmatrix} 8 & 5 & -1 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -7 & -6 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, C = B \cdot A - 2A^T - E$$

$$\text{№ 10. } A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix}, B \cdot A^T - 4A + 6E$$

$$\text{№ 11. } A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 7 & 2 & 1 \\ 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}, C = A \cdot B + 3B^T - 5E$$

$$\text{№ 12. } A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 \\ 1 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, C = 2A + B \cdot A^T + 3E$$

$$\text{№ 13. } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, C = A^T \cdot B + 3E - 2A$$

$$\text{№ 14. } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}, C = 2E + A \cdot B^T - B$$

$$\text{№ 15. } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, C = A \cdot B + 3E^T + 4A$$

$$\text{№ 16. } A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 8 & 5 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}, C = 7A^T - A \cdot B + E$$

$$\text{№ 17. } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}, C = A^T \cdot B^T + E - 5B$$

$$\text{№ 18. } A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}, C = B^T \cdot A^T - 3B + E$$

$$\text{№ 19. } A = \begin{pmatrix} 5 & -8 & -4 \\ 7 & 0 & -5 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}, C = B \cdot A - 2A^T - E$$

$$\text{№ 20. } A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 0 \\ 4 & 5 & 1 \\ -2 & 3 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 0 & 2 & 6 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B \cdot A^T - 4A + 6E$$

$$\text{№ 21. } A = \begin{pmatrix} 8 & -1 & -1 \\ 5 & -5 & -1 \\ 10 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, C = A \cdot B + 3B^T - 5E$$

$$\text{№ 22. } A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, C = 2A + B \cdot A^T + 3E$$

$$\text{№ 23. } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & -4 \end{pmatrix}, C = A^T \cdot B + 3E - 2A$$

$$\text{№ 24. } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 2 & 5 & -3 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix}, C = 2E + A \cdot B^T - B$$

$$\text{№ 25. } A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}, C = A \cdot B + 3E^T + 4A$$

$$\text{№ 26. } A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}, C = 7A^T - A \cdot B + E$$

$$\text{№ 27. } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 4 & -9 & 3 \\ 2 & -7 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -4 \\ 5 & -6 & 4 \\ 7 & -4 & 1 \end{pmatrix}, C = A^T \cdot B^T + E - 5B$$

$$\text{№ 28. } A = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}, C = B^T \cdot A^T - 3B + E$$

$$\text{№ 29. } A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, C = B \cdot A - 2A^T - E$$

$$\text{№ 30. } A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B \cdot A^T - 4A + 6E$$

1.3 Завдання № 1.3. Дани матриці. Вказати всі випадки для яких можливий добуток двох матриць, а також записати розміри відповідних добутоків.

№ 1. $A(3 \times 4), B(2 \times 3), C(4 \times 5), F(3 \times 2)$

№ 2. $A(5 \times 4), B(4 \times 1), C(5 \times 2), F(2 \times 3)$

№ 3. $A(1 \times 6), B(8 \times 9), C(6 \times 9), F(9 \times 2)$

№ 4. $A(3 \times 4), B(2 \times 3), C(4 \times 5), F(3 \times 2)$

№ 5. $A(3 \times 2), B(2 \times 1), C(6 \times 7), F(1 \times 4)$

№ 6. $A(2 \times 9), B(3 \times 2), C(4 \times 5), F(5 \times 4)$

№ 7. $A(12 \times 1), B(5 \times 2), C(13 \times 3), F(2 \times 1)$

№ 8. $A(5 \times 1), B(1 \times 6), C(3 \times 4), F(5 \times 2)$

№ 9. $A(5 \times 7), B(1 \times 3), C(7 \times 10), F(15 \times 1)$

№ 10. $A(6 \times 5), B(8 \times 1), C(2 \times 3), F(1 \times 5)$

- № 11.** $A(5 \times 3), B(5 \times 1), C(1 \times 4), F(2 \times 2)$
- № 12.** $A(3 \times 4), B(2 \times 3), C(1 \times 5), F(3 \times 2)$
- № 13.** $A(4 \times 1), B(1 \times 6), C(2 \times 4), F(6 \times 2)$
- № 14.** $A(5 \times 1), B(1 \times 6), C(6 \times 4), F(4 \times 5)$
- № 15.** $A(6 \times 1), B(1 \times 6), C(2 \times 4), F(6 \times 2)$
- № 16.** $A(5 \times 1), B(5 \times 6), C(3 \times 1), F(1 \times 3)$
- № 17.** $A(5 \times 1), B(1 \times 9), C(3 \times 9), F(5 \times 3)$
- № 18.** $A(6 \times 1), B(1 \times 6), C(3 \times 4), F(1 \times 3)$
- № 19.** $A(2 \times 9), B(9 \times 6), C(6 \times 4), F(6 \times 2)$
- № 20.** $A(4 \times 1), B(1 \times 6), C(2 \times 6), F(4 \times 2)$
- № 21.** $A(13 \times 8), B(7 \times 6), C(8 \times 4), F(7 \times 13)$
- № 22.** $A(3 \times 1), B(2 \times 4), C(3 \times 4), F(1 \times 2)$
- № 23.** $A(4 \times 3), B(9 \times 4), C(3 \times 4), F(5 \times 9)$
- № 24.** $A(3 \times 2), B(2 \times 6), C(3 \times 4), F(6 \times 2)$
- № 25.** $A(3 \times 1), B(1 \times 5), C(3 \times 4), F(5 \times 3)$
- № 26.** $A(2 \times 1), B(1 \times 4), C(5 \times 4), F(5 \times 2)$
- № 27.** $A(6 \times 1), B(1 \times 6), C(3 \times 4), F(4 \times 3)$
- № 28.** $A(4 \times 1), B(1 \times 6), C(4 \times 6), F(6 \times 1)$
- № 29.** $A(7 \times 4), B(3 \times 7), C(3 \times 4), F(7 \times 4)$
- № 30.** $A(5 \times 2), B(3 \times 5), C(3 \times 2), F(5 \times 2)$

1.4 Завдання № 1.4. Обчислити ранг матриці A .

$$\text{№ 1. } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -3 \\ -4 & 3 & 2 & 5 \\ 5 & 5 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & 3 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 2. } A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 & -1 \\ 7 & 8 & 4 & 3 \\ 7 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 3. } A = \begin{pmatrix} 2 & 14 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ -2 & 6 & 9 & 1 \\ 0 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 4. } A = \begin{pmatrix} 3 & 10 & 1 & 5 \\ 1 & 15 & 2 & 15 \\ 8 & 17 & 2 & 11 \\ -8 & -22 & -3 & -20 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 5. } A = \begin{pmatrix} -2 & 6 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 10 & 9 & 7 \\ 0 & 8 & 9 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{N\text{ }6.} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & -5 & 7 \\ 3 & 1 & -4 & 6 \\ 1 & -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{N\text{ }7.} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 3 & 1 \\ 3 & 7 & -4 & -1 \\ 5 & -9 & 5 & 2 \\ 4 & -6 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{N\text{ }8.} \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 & 4 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \\ -3 & 1 & 2 & 5 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{N\text{ }9.} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{N\text{ }10.} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{N\text{ }11.} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -2 & 5 \\ 2 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 12. } A = \begin{pmatrix} 3 & -9 & 2 & 1 \\ 6 & 20 & 5 & -3 \\ 3 & 10 & -4 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 13. } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 3 & -2 \\ 3 & -3 & 6 & -9 \\ 1 & 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 14. } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & -3 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 15. } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 6 & 4 \\ 3 & 4 & 12 & 0 \\ 2 & 8 & 5 & 7 \\ 2 & 3 & 14 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 16. } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 17. } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 5 & -2 \\ 3 & 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 18. } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 3 & -1 & 4 & 6 \\ 1 & 5 & 6 & -1 \\ 7 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 19. } A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 & 7 \\ 5 & 2 & 3 & 6 \\ 1 & 5 & 9 & -4 \\ 8 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 20. } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 2 & -1 & 4 & 6 \\ 1 & 5 & 6 & -2 \\ 8 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 21. } A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 & 4 \\ 2 & -1 & 4 & 6 \\ 1 & 10 & 6 & -4 \\ 8 & 3 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 22. } A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 6 & 5 \\ 8 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 23. } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & 4 & 6 \\ 1 & 3 & 6 & 5 \\ 8 & -2 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 24. } A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 & 7 \\ -4 & -2 & 2 & 6 \\ 1 & -3 & 1 & -4 \\ 8 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 25. } A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 & 7 \\ 5 & 4 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 26. } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 6 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & 2 & -4 \\ 5 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 27. } A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 & 7 \\ 5 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 6 & -4 \\ 4 & 3 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 28. } A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 10 & 2 \\ 4 & 5 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -6 & 8 \\ -1 & -1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 29. } A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 & 1 \\ 5 & 6 & 3 & 6 \\ 1 & 2 & 9 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 30. } A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 2 & 3 \\ 5 & 3 & 4 & 2 \\ 4 & 6 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

1.5 Завдання № 1.5. Знайти матрицю, обернену до матриці A .

Виконати перевірку, знайшовши добуток $A \cdot A^{-1}$ або $A^{-1} \cdot A$.

$$\text{№ 1. } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 6. } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 2. } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -5 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 7. } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 3. } A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 8. } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 4. } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 9. } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 5. } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 10. } A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & -11 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 11. } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 12. } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 13. } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 4 & -2 & 7 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 14. } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 15. } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 16. } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 4 & -9 & 3 \\ 2 & -7 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 17. } A = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 18. } A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 19. } A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 20. } A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 \\ 1 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 21. } A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 22. } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 23. } A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 24. } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 25. } A = \begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 26. } A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 29. } A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 27. } A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 30. } A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 28. } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

1.6 Завдання № 1.6. Розв'язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

а) за формулами Крамера; б) методом Гауса; в) матричним методом.

$$\text{№ 1. } \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 8 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 11 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 13 \end{cases}$$

$$\text{№ 2. } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + 6x_2 + x_3 = 10 \\ x_1 + x_2 + 6x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 3. } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 4.} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 8 \end{cases}$$

$$\text{№ 5.} \quad \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

$$\text{№ 6.} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 7.} \quad \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 9 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 8.} \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 3 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = -6 \end{cases}$$

$$\text{№ 9.} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 13 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7 \end{cases}$$

$$\text{№ 10.} \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = -7 \end{cases}$$

$$\text{№ 11.} \begin{cases} 4x_1 - x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -4 \end{cases}$$

$$\text{№ 12.} \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

$$\text{№ 13.} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -2 \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 6 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 14.} \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 15 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 15.} \begin{cases} -x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 7 \end{cases}$$

$$\text{№ 16.} \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 9 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -1 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$$

$$\text{№ 17.} \begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 = 8 \end{cases}$$

$$\text{№ 18.} \begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 9 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 6 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$$

$$\text{№ 19.} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 12 \\ -3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 20.} \quad \begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = 14 \\ -5x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$$

$$\text{№ 21.} \quad \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 22.} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -2 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + 5x_2 + 5x_3 = -3 \end{cases}$$

$$\text{№ 23.} \quad \begin{cases} -x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1 \\ -2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 2 \\ -3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 24.} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -17 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -24 \end{cases}$$

$$\text{№ 25.} \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 4 \\ -2x_1 + x_2 + 5x_3 = -3 \end{cases}$$

$$\text{№ 26.} \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 31 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$$

$$\text{№ 27. } \begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 11 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -3 \end{cases}$$

$$\text{№ 28. } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 + 5x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

$$\text{№ 29. } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases}$$

$$\text{№ 30. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 - 7x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$$

1.7 Завдання № 1.7. Знайти загальний розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

$$\text{№ 1. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 5 \end{cases}$$

$$\text{№ 2. } \begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5 \\ 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 + x_4 = 9 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 4 \end{cases}$$

$$\text{№ 3. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1 \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - x_4 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 4.} \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 5.} \quad \begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 4 \\ 2x_1 - 9x_2 + 2x_3 + x_4 = 7 \\ x_1 - 4x_2 - x_3 - 4x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 6.} \quad \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 2 \\ 3x_1 - 8x_2 + x_3 + 2x_4 = 5 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 7.} \quad \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 3 \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - x_4 = 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 8.} \quad \begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 4 \\ 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 7 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 9.} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 10.} \quad \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 11.} \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 1 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 12. } \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 2 \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 - 4x_4 = 5 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 13. } \begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 - 3x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 14. } \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 - x_4 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 15. } \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ 4x_1 - 3x_2 + 8x_3 - 9x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 16. } \begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 17. } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1 \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 = 3 \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 - 3x_4 = 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 18. } \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 3 \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - 3x_4 = 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 19. } \begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5 \\ 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 + x_4 = 9 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 4 \end{cases}$$

$$\text{№ 20. } \begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 - x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 21. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 5 \end{cases}$$

$$\text{№ 22. } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 1 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 23. } \begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 4 \\ 2x_1 - 9x_2 + 2x_3 + x_4 = 7 \\ x_1 - 4x_2 - x_3 - 3x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 24. } \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 2 \\ 3x_1 - 8x_2 + x_3 + 2x_4 = 5 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 - x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 25. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1 \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 + x_4 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 26. } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + 4x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 27. } \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 28. } \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 2 \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 - 4x_4 = 5 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 - 4x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 29. } \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 - x_4 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 4x_4 = 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 30. } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1 \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 = 3 \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$

1.8 Завдання № 1.8. Знайти фундаментальний розв'язок системи однорідних лінійних рівнянь.

$$\text{№ 1. } \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 2. } \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 3. } \begin{cases} x_1 + x_2 + 10x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 - 12x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 4. } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 3x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + 6x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 16x_2 - 6x_3 + 6x_4 + 7x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 5. } \begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0 \\ -4x_1 + 6x_2 - 14x_3 + 2x_4 + 8x_5 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 6. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 7. } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 10x_2 - 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0 \\ 4x_1 + 19x_2 - 4x_3 - 5x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 8. } \begin{cases} 8x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 9. } \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 9x_3 - 4x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0 \\ 6x_1 + 2x_2 + 11x_3 - 2x_4 - 6x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 10. } \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 12x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 10x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 11. } \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 12. } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 16x_3 + x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 13. } \begin{cases} 12x_1 - x_2 + 7x_3 + 11x_4 - x_5 = 0 \\ 24x_1 - 2x_2 + 14x_3 + 22x_4 - 2x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 14. } \begin{cases} 7x_1 - 14x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + 7x_5 = 0 \\ 5x_1 - 10x_2 + x_3 + 5x_4 - 13x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 15. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 - 5x_5 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 6x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 16. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 6x_3 - 4x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 17. } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 18. } \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 9x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + 7x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 19. } \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 20. } \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0 \\ 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 21.} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 10x_4 - x_5 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 10x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 6x_2 - 9x_3 + 30x_4 - 3x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 22.} \quad \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 + 4x_5 = 0 \\ 7x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 - 7x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 23.} \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 7x_4 + 5x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 - 7x_5 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 24.} \quad \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0 \\ 7x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 25.} \quad \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0 \\ x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 26.} \quad \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 9x_4 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 27.} \quad \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 - 5x_5 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 + x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 28.} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 + 3x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 29.} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 11x_3 - 6x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 30.} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$$

2 ВЕКТОРНА АЛГЕБРА ТА АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ

2.1 Завдання № 2.1. Для заданих точок A, B, C знайти:

- а) орт вектора $\vec{a} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$;
- б) кут між векторами $\overrightarrow{AB}$ та $\overrightarrow{AC}$;
- в) проекцію вектора $\overrightarrow{AB}$ на вектор $\vec{a}$;
- г) координати точки M , яка ділить відрізок BC у відношенні $2:3$.

№ 1. $A(1, -2, 3), \quad B(0, -1, 2), \quad C(3, -4, 5)$

№ 2. $A(0, -3, 6), \quad B(-12, -3, -3), \quad C(-9, -3, -6)$

№ 3. $A(3, 3, -1), \quad B(5, 5, -2), \quad C(4, 1, 1)$

№ 4. $A(1, 0, -2), \quad B(2, -1, 3), \quad C(0, -3, 2)$

№ 5. $A(0, 0, 4), \quad B(-3, -6, 1), \quad C(-5, -10, -1)$

№ 6. $A(-1, 2, -3), \quad B(0, 1, -2), \quad C(-3, 4, -5)$

№ 7. $A(-4, -2, 0), \quad B(-1, -2, 4), \quad C(3, -2, 1)$

- № 8. $A(2, -8, -1)$, $B(4, -6, 0)$, $C(-2, -5, -1)$
- № 9. $A(0, 3, -6)$, $B(9, 3, 6)$, $C(12, 3, 3)$
- № 10. $A(5, 3, -1)$, $B(5, 2, 0)$, $C(6, 4, -1)$
- № 11. $A(3, -6, 9)$, $B(0, -3, 6)$, $C(9, -12, 15)$
- № 12. $A(3, -3, -1)$, $B(5, 1, -2)$, $C(4, 1, -3)$
- № 13. $A(-3, -7, -5)$, $B(0, -1, -2)$, $C(2, 3, 0)$
- № 14. $A(0, 2, -4)$, $B(8, 2, 2)$, $C(6, 2, 4)$
- № 15. $A(-2, 1, 1)$, $B(2, 3, -2)$, $C(0, 0, 3)$
- № 16. $A(2, -4, 6)$, $B(0, -2, 4)$, $C(6, -8, 10)$
- № 17. $A(0, -3, 5)$, $B(-7, 2, 6)$, $C(-3, 2, 4)$
- № 18. $A(1, 4, -1)$, $B(-2, 4, -5)$, $C(8, 4, 0)$
- № 19. $A(0, 1, -2)$, $B(3, 1, 2)$, $C(4, 1, 1)$
- № 20. $A(-4, 3, 0)$, $B(0, 1, 3)$, $C(-2, 4, -2)$
- № 21. $A(0, 1, 0)$, $B(0, 2, 1)$, $C(1, 2, 0)$
- № 22. $A(1, 9, -4)$, $B(5, 7, 1)$, $C(3, 5, 0)$
- № 23. $A(1, -1, 0)$, $B(-2, -1, 4)$, $C(8, -1, -1)$
- № 24. $A(-4, 0, 4)$, $B(-1, 6, 7)$, $C(1, 10, 9)$
- № 25. $A(2, 1, -1)$, $B(6, -1, -4)$, $C(4, 2, 1)$
- № 26. $A(7, 0, 2)$, $B(7, 1, 3)$, $C(8, -1, 2)$
- № 27. $A(-2, 4, -6)$, $B(0, 2, -4)$, $C(-6, 8, -10)$
- № 28. $A(-1, -2, 1)$, $B(-4, -2, 5)$, $C(-8, -2, 2)$
- № 29. $A(2, 3, 2)$, $B(-1, -3, -1)$, $C(-3, -7, -3)$
- № 30. $A(2, 2, 7)$, $B(0, 0, 6)$, $C(-2, 5, 7)$

2.2 Завдання № 2.2. Обчислити площу паралелограму,
побудованого на векторах $\bar{a}$ і $\bar{b}$.

- № 1. $\bar{a} = \bar{p} + 2\bar{q}$, $\bar{b} = 3\bar{p} - \bar{q}$, $|\bar{p}| = 1$, $|\bar{q}| = 2$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/6$.
- № 2. $\bar{a} = 3\bar{p} + \bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} - 2\bar{q}$, $|\bar{p}| = 4$, $|\bar{q}| = 1$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/4$.
- № 3. $\bar{a} = \bar{p} - 3\bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} + 2\bar{q}$, $|\bar{p}| = 1/5$, $|\bar{q}| = 1$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/2$.
- № 4. $\bar{a} = 3\bar{p} - 2\bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} + 5\bar{q}$, $|\bar{p}| = 4$, $|\bar{q}| = 1/2$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = 5\pi/6$.
- № 5. $\bar{a} = \bar{p} - 2\bar{q}$, $\bar{b} = 2\bar{p} + \bar{q}$, $|\bar{p}| = 2$, $|\bar{q}| = 3$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = 3\pi/4$.
- № 6. $\bar{a} = \bar{p} + 3\bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} - 2\bar{q}$, $|\bar{p}| = 2$, $|\bar{q}| = 3$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/3$.
- № 7. $\bar{a} = 2\bar{p} - \bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} + 3\bar{q}$, $|\bar{p}| = 3$, $|\bar{q}| = 2$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/2$.
- № 8. $\bar{a} = 4\bar{p} + \bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} - \bar{q}$, $|\bar{p}| = 7$, $|\bar{q}| = 2$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/4$.
- № 9. $\bar{a} = \bar{p} - 4\bar{q}$, $\bar{b} = 3\bar{p} + \bar{q}$, $|\bar{p}| = 1$, $|\bar{q}| = 2$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/6$.
- № 10. $\bar{a} = \bar{p} + 4\bar{q}$, $\bar{b} = 2\bar{p} - \bar{q}$, $|\bar{p}| = 7$, $|\bar{q}| = 2$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/3$.
- № 11. $\bar{a} = 3\bar{p} + 2\bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} - \bar{q}$, $|\bar{p}| = 10$, $|\bar{q}| = 1$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/2$.
- № 12. $\bar{a} = 4\bar{p} - \bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} + 2\bar{q}$, $|\bar{p}| = 5$, $|\bar{q}| = 4$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/4$.
- № 13. $\bar{a} = 2\bar{p} + 23\bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} - 2\bar{q}$, $|\bar{p}| = 6$, $|\bar{q}| = 7$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/3$.
- № 14. $\bar{a} = 3\bar{p} - \bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} + 2\bar{q}$, $|\bar{p}| = 3$, $|\bar{q}| = 4$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/3$.
- № 15. $\bar{a} = 2\bar{p} + 3\bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} - 2\bar{q}$, $|\bar{p}| = 2$, $|\bar{q}| = 3$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/4$.
- № 16. $\bar{a} = 2\bar{p} - 3\bar{q}$, $\bar{b} = 3\bar{p} + \bar{q}$, $|\bar{p}| = 4$, $|\bar{q}| = 1$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/6$.
- № 17. $\bar{a} = 5\bar{p} + \bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} - 3\bar{q}$, $|\bar{p}| = 1$, $|\bar{q}| = 2$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/3$.
- № 18. $\bar{a} = 7\bar{p} - 2\bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} + 3\bar{q}$, $|\bar{p}| = 1/2$, $|\bar{q}| = 2$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/2$.
- № 19. $\bar{a} = 6\bar{p} - \bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} + \bar{q}$, $|\bar{p}| = 3$, $|\bar{q}| = 4$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/4$.
- № 20. $\bar{a} = 10\bar{p} + \bar{q}$, $\bar{b} = 3\bar{p} - 2\bar{q}$, $|\bar{p}| = 4$, $|\bar{q}| = 1$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/6$.
- № 21. $\bar{a} = 6\bar{p} - \bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} + 2\bar{q}$, $|\bar{p}| = 8$, $|\bar{q}| = 1/2$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/3$.
- № 22. $\bar{a} = 3\bar{p} + 4\bar{q}$, $\bar{b} = \bar{q} - \bar{p}$, $|\bar{p}| = 2,5$, $|\bar{q}| = 2$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/2$.

- № 23. $\bar{a} = 7\bar{p} + \bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} - 3\bar{q}$, $|\bar{p}| = 3$, $|\bar{q}| = 1$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = 3\pi/4$.
- № 24. $\bar{a} = \bar{p} + 3\bar{q}$, $\bar{b} = 3\bar{p} - \bar{q}$, $|\bar{p}| = 3$, $|\bar{q}| = 5$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/3$.
- № 25. $\bar{a} = 3\bar{p} + \bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} - 3\bar{q}$, $|\bar{p}| = 7$, $|\bar{q}| = 2$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/4$.
- № 26. $\bar{a} = 5\bar{p} - \bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} + \bar{q}$, $|\bar{p}| = 5$, $|\bar{q}| = 3$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = 5\pi/6$.
- № 27. $\bar{a} = 3\bar{p} - 4\bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} + 3\bar{q}$, $|\bar{p}| = 2$, $|\bar{q}| = 3$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/4$.
- № 28. $\bar{a} = 6\bar{p} - \bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} + 5\bar{q}$, $|\bar{p}| = 1/2$, $|\bar{q}| = 4$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = 5\pi/6$.
- № 29. $\bar{a} = 2\bar{p} + 3\bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} - 2\bar{q}$, $|\bar{p}| = 2$, $|\bar{q}| = 1$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/3$.
- № 30. $\bar{a} = 2\bar{p} - 3\bar{q}$, $\bar{b} = 5\bar{p} + \bar{q}$, $|\bar{p}| = 2$, $|\bar{q}| = 3$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/2$.

2.3 Завдання № 2.3. Довести, що вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ утворюють базис. Знайти координати вектора $\vec{d}$ у цьому базисі.

- № 1. $\vec{a} = (2, 3, 1)$, $\vec{b} = (0, 3, 3)$, $\vec{c} = (0, 2, -4)$, $\vec{d} = (-2, 1, 2)$
- № 2. $\vec{a} = (-1, 5, 2)$, $\vec{b} = (3, -1, 0)$, $\vec{c} = (5, 4, 0)$, $\vec{d} = (0, 1, 7)$
- № 3. $\vec{a} = (-2, 0, 4)$, $\vec{b} = (3, 4, 3)$, $\vec{c} = (1, 0, 3)$, $\vec{d} = (-1, -1, 4)$
- № 4. $\vec{a} = (0, -4, 3)$, $\vec{b} = (-2, -3, 1)$, $\vec{c} = (0, 2, 3)$, $\vec{d} = (-2, -3, 0)$
- № 5. $\vec{a} = (5, 2, 1)$, $\vec{b} = (1, 0, 1)$, $\vec{c} = (-2, 0, 2)$, $\vec{d} = (4, 1, 2)$
- № 6. $\vec{a} = (2, 0, 8)$, $\vec{b} = (1, 0, 1)$, $\vec{c} = (-4, 5, 1)$, $\vec{d} = (2, -2, 1)$
- № 7. $\vec{a} = (1, 0, -3)$, $\vec{b} = (6, 0, -1)$, $\vec{c} = (5, 4, -1)$, $\vec{d} = (3, 1, -1)$
- № 8. $\vec{a} = (1, 0, -1)$, $\vec{b} = (-2, 0, -1)$, $\vec{c} = (2, 2, 4)$, $\vec{d} = (1, -4, 0)$
- № 9. $\vec{a} = (2, 2, -2)$, $\vec{b} = (1, 0, 8)$, $\vec{c} = (-4, 0, 1)$, $\vec{d} = (-3, -1, 3)$
- № 10. $\vec{a} = (1, -4, 0)$, $\vec{b} = (1, 2, 4)$, $\vec{c} = (3, -3, 0)$, $\vec{d} = (0, 2, 5)$

- № 11. $\vec{a} = (0, 1, 2)$, $\vec{b} = (1, 0, 1)$, $\vec{c} = (-1, 2, 4)$, $\vec{d} = (-2, 4, 7)$
- № 12. $\vec{a} = (4, 1, 1)$, $\vec{b} = (2, 0, -3)$, $\vec{c} = (-1, 2, 1)$, $\vec{d} = (-9, 5, 5)$
- № 13. $\vec{a} = (1, 3, 0)$, $\vec{b} = (2, -1, 1)$, $\vec{c} = (0, -1, 2)$, $\vec{d} = (6, 12, -1)$
- № 14. $\vec{a} = (-2, 0, 1)$, $\vec{b} = (1, 3, -1)$, $\vec{c} = (0, 4, 1)$, $\vec{d} = (-5, -5, 5)$
- № 15. $\vec{a} = (1, 0, 2)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$, $\vec{c} = (2, -1, 4)$, $\vec{d} = (3, -3, 4)$
- № 16. $\vec{a} = (2, 1, -1)$, $\vec{b} = (0, 3, 2)$, $\vec{c} = (1, -1, 1)$, $\vec{d} = (1, -4, 4)$
- № 17. $\vec{a} = (5, 1, 0)$, $\vec{b} = (2, -1, 3)$, $\vec{c} = (1, 0, -1)$, $\vec{d} = (13, 2, 7)$
- № 18. $\vec{a} = (3, 1, 0)$, $\vec{b} = (-1, 2, 1)$, $\vec{c} = (-1, 0, 2)$, $\vec{d} = (3, 3, -1)$
- № 19. $\vec{a} = (-1, 2, 1)$, $\vec{b} = (2, 0, 3)$, $\vec{c} = (1, 1, -1)$, $\vec{d} = (-1, 7, -4)$
- № 20. $\vec{a} = (1, 2, -1)$, $\vec{b} = (3, 0, 2)$, $\vec{c} = (-1, 1, 1)$, $\vec{d} = (8, 1, 12)$
- № 21. $\vec{a} = (1, -1, 2)$, $\vec{b} = (3, 2, 0)$, $\vec{c} = (-1, 1, 1)$, $\vec{d} = (11, -1, 4)$
- № 22. $\vec{a} = (1, -1, 2)$, $\vec{b} = (3, 0, 2)$, $\vec{c} = (-1, 1, 1)$, $\vec{d} = (11, -1, 4)$
- № 23. $\vec{a} = (0, 1, 3)$, $\vec{b} = (1, 2, -1)$, $\vec{c} = (2, 0, -1)$, $\vec{d} = (3, 1, 8)$
- № 24. $\vec{a} = (2, 1, 0)$, $\vec{b} = (1, 0, 1)$, $\vec{c} = (4, 2, 1)$, $\vec{d} = (3, 1, 3)$
- № 25. $\vec{a} = (2, 0, 1)$, $\vec{b} = (1, 1, 0)$, $\vec{c} = (4, 1, 2)$, $\vec{d} = (8, 0, 5)$
- № 26. $\vec{a} = (1, 0, 2)$, $\vec{b} = (-1, 0, 1)$, $\vec{c} = (2, 5, -3)$, $\vec{d} = (11, 5, -3)$
- № 27. $\vec{a} = (1, 0, 1)$, $\vec{b} = (1, -2, 0)$, $\vec{c} = (0, 3, 1)$, $\vec{d} = (2, 7, 5)$
- № 28. $\vec{a} = (1, 0, 1)$, $\vec{b} = (0, -2, 1)$, $\vec{c} = (1, 3, 0)$, $\vec{d} = (8, 9, 4)$
- № 29. $\vec{a} = (1, 1, 0)$, $\vec{b} = (0, 1, -2)$, $\vec{c} = (1, 0, 3)$, $\vec{d} = (2, -1, 11)$
- № 30. $\vec{a} = (1, 0, 5)$, $\vec{b} = (-1, 3, 2)$, $\vec{c} = (0, -1, 1)$, $\vec{d} = (5, 15, 0)$

2.4 Завдання № 2.4. В трикутнику ABC , що заданий координатами вершин, знайти:

- а) рівняння сторони AB ;
- б) рівняння висоти CH та її довжину;
- в) рівняння прямої, яка проходить через точку C параллельно AB ;
- г) рівняння медіани BM та її довжину.

№ 1. $A(3; -6)$, $B(0; -2)$, $C(9; 5)$

№ 2. $A(2; -4)$, $B(8; 2)$, $C(6; 4)$

№ 3. $A(3; -1)$, $B(5; -2)$, $C(4; 1)$

№ 4. $A(-4; 3)$, $B(0; 1)$, $C(-2; 4)$

№ 5. $A(1; 0)$, $B(-2; 4)$, $C(8; -1)$

№ 6. $A(7; 2)$, $B(1; 3)$, $C(8; -1)$

№ 7. $A(3; 2)$, $B(-1; -3)$, $C(-3; -7)$

№ 8. $A(2; 7)$, $B(0; 6)$, $C(-2; 5)$

№ 9. $A(2; -3)$, $B(1; -2)$, $C(4; -5)$

№ 10. $A(0; -6)$, $B(3; 6)$, $C(-3; 3)$

№ 11. $A(3; -1)$, $B(5; 1)$, $C(4; -3)$

№ 12. $A(-2; 1)$, $B(2; -3)$, $C(0; 3)$

№ 13. $A(4; -1)$, $B(-2; -5)$, $C(8; 0)$

№ 14. $A(0; 1)$, $B(2; -1)$, $C(1; -2)$

№ 15. $A(-4; 4)$, $B(-1; 6)$, $C(1; 9)$

№ 16. $A(-2; 3)$, $B(-1; 2)$, $C(3; -4)$

№ 17. $A(-3; 6)$, $B(-12; -3)$, $C(-9; -6)$

№ 18. $A(3; -1)$, $B(5; -2)$, $C(4; 1)$

№ 19. $A(-1; 2)$, $B(3; 4)$, $C(1; -1)$

№ 20. $A(-4; 0)$, $B(-1; 4)$, $C(3; -2)$

№ 21. $A(5; 3)$, $B(2; 0)$, $C(6; 4)$

№ 22. $A(-3; -7)$, $B(-1; -2)$, $C(2; 3)$

№ 23. $A(2; 6)$, $B(-2; 4)$, $C(-8; 10)$

№ 24. $A(-1; -2)$, $B(-1; 2)$, $C(4; 1)$

№ 25. $A(-3; -1)$, $B(5; -2)$, $C(4; 2)$

№ 26. $A(-2; 1)$, $B(6; -4)$, $C(4; 2)$

№ 27. $A(-1; 1)$, $B(-2; 5)$, $C(-8; -2)$

№ 28. $A(0; 4)$, $B(-3; -6)$, $C(-5; -10)$

№ 29. $A(2; -8)$, $B(4; -6)$, $C(-2; -7)$

№ 30. $A(2; -4)$, $B(6; -2)$, $C(7; -3)$

2.5 Завдання № 2.5. В піраміді $A_1A_2A_3A_4$, яка задана координатами вершин, знайти:

а) рівняння ребра A_2A_4 ;

б) рівняння грані $A_1A_2A_3$ та її площу;

в) об'єм піраміди;

г) довжину висоти, проведеної з вершини A_4 до грані $A_1A_2A_3$;

д) кут між гранню $A_1A_2A_3$ та ребром A_2A_4 .

№ 1. $A_1(1; 3; 0)$, $A_2(4; -1; 2)$, $A_3(3; 0; 1)$, $A_4(-4; 3; 5)$

№ 2. $A_1(-2; -1; -1)$, $A_2(0; 3; 2)$, $A_3(3; 1; -4)$, $A_4(-4; 7; 3)$

№ 3. $A_1(-3; -5; 6)$, $A_2(2; 1; -4)$, $A_3(0; -3; -1)$, $A_4(-5; 2; -8)$

№ 4. $A_1(2; -4; -3)$, $A_2(5; -6; 0)$, $A_3(-1; 3; -3)$, $A_4(-10; -8; 7)$

№ 5. $A_1(1; -1; 2)$, $A_2(2; 1; 2)$, $A_3(1; 1; 4)$, $A_4(6; -3; 8)$

№ 6. $A_1(9; 5; 5)$, $A_2(-3; 7; 1)$, $A_3(5; 7; 8)$, $A_4(6; 9; 2)$

№ 7. $A_1(0; 7; 1)$, $A_2(4; 1; 5)$, $A_3(4; 6; 3)$, $A_4(3; 9; 8)$

- № 8. $A_1(5;5;4), A_2(3;8;4), A_3(3;5;10), A_4(5;8;2)$
- № 9. $A_1(6;1;1), A_2(4;6;6), A_3(4;2;0), A_4(1;2;6)$
- № 10. $A_1(7;5;3), A_2(9;4;4), A_3(4;5;7), A_4(7;9;6)$
- № 11. $A_1(1;3;2), A_2(4;0;2), A_3(2;0;0), A_4(3;2;5)$
- № 12. $A_1(2;2;5), A_2(1;-3;2), A_3(3;0;6), A_4(-3;2;4)$
- № 13. $A_1(1;2;3), A_2(-2;0;-1), A_3(0;0;-4), A_4(3;2;-8)$
- № 14. $A_1(2;4;-1), A_2(1;-2;1), A_3(1;4;2), A_4(-1;3;0)$
- № 15. $A_1(3;2;7), A_2(-2;1;0), A_3(2;-1;4), A_4(6;1;5)$
- № 16. $A_1(1;3;6), A_2(2;2;1), A_3(-1;0;1), A_4(-4;6;-3)$
- № 17. $A_1(2;-4;-3), A_2(-4;-1;-5), A_3(5;-6;0), A_4(-1;3;-3)$
- № 18. $A_1(2;1;4), A_2(-3;-5;6), A_3(-3;5;0), A_4(-5;-8;2)$
- № 19. $A_1(-2;-1;-1), A_2(0;3;2), A_3(3;1;-4), A_4(-4;7;3)$
- № 20. $A_1(1;3;0), A_2(3;4;-4), A_3(4;-1;2), A_4(0;1;6)$
- № 21. $A_1(10;-3;0), A_2(-4;1;2), A_3(3;1;-4), A_4(2;-1;5)$
- № 22. $A_1(1;2;-1), A_2(2;-2;1), A_3(3;1;0), A_4(-1;0;2)$
- № 23. $A_1(-1;2;-3), A_2(4;-1;0), A_3(2;1;-2), A_4(3;4;5)$
- № 24. $A_1(2;-7;-3), A_2(5;-3;2), A_3(-1;5;7), A_4(-3;6;3)$
- № 25. $A_1(1;1;2), A_2(2;-2;4), A_3(-1;-1;3), A_4(0;-3;-3)$
- № 26. $A_1(5;2;0), A_2(3;5;-1), A_3(1;2;4), A_4(-1;1;2)$
- № 27. $A_1(-3;-7;4), A_2(-2;7;5), A_3(-3;6;3), A_4(-1;0;-2)$
- № 28. $A_1(2;-1;4), A_2(1;2;-4), A_3(3;2;1), A_4(-5;4;2)$

№ 29. $A_1(-2;1;1), A_2(4;3;-3), A_3(1;2;0), A_4(-1;-2;6)$

№ 30. $A_1(-1;5;-3), A_2(2;4;4), A_3(4;1;-1), A_4(2;5;-6)$

2.6 Завдання № 2.6. Знайти точку N , яка симетрична точці M відносно заданої прямої або відносно заданої площини.

№ 1. $M(0, -3, -2), \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z}{1}$

№ 2. $M(-1, 0, 1), \quad 2x + 4y - 3 = 0$

№ 3. $M(2, -2, -3), \quad \frac{x-1}{-1} = \frac{y+0,5}{0} = \frac{z+1,5}{0}$

№ 4. $M(2, -2, -3), \quad y + z + 2 = 0$

№ 5. $M(2, -1, 1), \quad \frac{x-4,5}{1} = \frac{y+3}{-0,5} = \frac{z-2}{1}$

№ 6. $M(-2, 0, 3), \quad 2x - 2y + 10z + 1 = 0$

№ 7. $M(-1, 0, 1), \quad \frac{x+0,5}{0} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-4}{2}$

№ 8. $M(-2, -3, 0), \quad x + 5y + 4 = 0$

№ 9. $M(1, 1, 1), \quad \frac{x-2}{1} = \frac{y+1,5}{-2} = \frac{z-1}{1}$

№ 10. $M(3, -3, -1), \quad 2x - 4y - 4z - 13 = 0$

№ 11. $M(0, -3, -2), \quad \frac{x-0,5}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z-1,5}{1}$

№ 12. $M(1, 0, -1), \quad 2y + 4z - 1 = 0$

№ 13. $M(1, 2, 3), \quad \frac{x-0,5}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z-1,5}{1}$

№ 14. $M(0, -3, -2), \quad 2x + 10y + 10z - 1 = 0$

$$\text{№ 15. } M(1, 0, -1), \quad \frac{x-0,5}{0} = \frac{y-1,5}{2} = \frac{z}{0}$$

$$\text{№ 16. } M(1, 2, 3), \quad 2x+10y+10z-1=0$$

$$\text{№ 17. } M(2, 1, 0), \quad \frac{x-2}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z+0,5}{1}$$

$$\text{№ 18. } M(1, 1, 1), \quad x+4y+3z+5=0$$

$$\text{№ 19. } M(-2, -3, 0), \quad \frac{x+0,5}{1} = \frac{y+1,5}{0} = \frac{z-0,5}{1}$$

$$\text{№ 20. } M(2, -1, 1), \quad x-y+2z-2=0$$

$$\text{№ 21. } M(-1, 0, -1), \quad \frac{x}{-1} = \frac{y-1,5}{0} = \frac{z-2}{1}$$

$$\text{№ 22. } M(-1, 2, 0), \quad 4x-5y-z-7=0$$

$$\text{№ 23. } M(0, 2, 1), \quad \frac{x-1,5}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$$

$$\text{№ 24. } M(2, 1, 0), \quad y+z+2=0$$

$$\text{№ 25. } M(3, -3, -1), \quad \frac{x-6}{5} = \frac{y-3,5}{4} = \frac{z+0,5}{0}$$

$$\text{№ 26. } M(0, 2, 1), \quad 2x+4y-3=0$$

$$\text{№ 27. } M(3, 3, 3), \quad \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1,5}{0} = \frac{z-3}{1}$$

$$\text{№ 28. } M(-1, 0, -1), \quad 2x+6y-2z+11=0$$

$$\text{№ 29. } M(-1, 2, 0), \quad \frac{x+0,5}{1} = \frac{y+0,75}{-0,2} = \frac{z-2}{2}$$

$$\text{№ 30. } M(1, 0, 1), \quad 4x+6y+4z-25=0$$

2.7 Завдання № 2.7. Привести рівняння до канонічного вигляду, визначити тип кривої, знайти її основні параметри, зробити рисунок.

№ 1. $x^2 - y^2 + 4x - 6y - 30 = 0$

№ 2. $x^2 - 4x - y - 5 = 0$

№ 3. $3x^2 + y^2 - 12x + 6y - 13 = 0$

№ 4. $2y^2 + 4x - 4y - 6 = 0$

№ 5. $3x^2 - y^2 + 6x - 4y - 2 = 0$

№ 6. $3x^2 + 5y^2 + 18x - 10y - 13 = 0$

№ 7. $-2x^2 + y^2 - 4x + 2y - 5 = 0$

№ 8. $6x^2 + y^2 + 24x + 2y = 0$

№ 9. $x^2 - 6x + y - 1 = 0$

№ 10. $5x^2 + 2y^2 + 30x - 8y - 7 = 0$

№ 11. $x^2 + 4y^2 - 12x - 6y + 36 = 0$

№ 12. $x^2 - 4y^2 + 8x + 32y - 52 = 0$

№ 13. $y^2 - x - 4y + 5 = 0$

№ 14. $4x^2 + y^2 - 48x - 4y + 132 = 0$

№ 15. $x^2 - 4y^2 + 8x + 32y - 44 = 0$

№ 16. $y^2 - 4x - 4y + 8 = 0$

№ 17. $4x^2 - y^2 - 24x - 2y + 31 = 0$

№ 18. $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 9 = 0$

№ 19. $4x^2 - y^2 - 16x - 4y + 16 = 0$

№ 20. $9x^2 + y^2 - 54x - 2y + 72 = 0$

№ 21. $y^2 + x - 2y + 3 = 0$

№ 22. $4x^2 - y^2 - 16x - 4y + 8 = 0$

№ 23. $x^2 + 4x + 4y - 8 = 0$

№ 24. $9x^2 - y^2 - 8y - 25 = 0$

№ 25. $x^2 - 6x - y + 8 = 0$

№ 26. $4x^2 + y^2 + 8x + 12 = 0$

№ 27. $y^2 + x - 4y + 2 = 0$

№ 28. $x^2 + y^2 + 8y + 7 = 0$

№ 29. $y^2 - x + 2y - 1 = 0$

№ 30. $4x^2 + 25y^2 + 40x = 0$

2.8 Завдання № 2.8. Визначити тип поверхні.

№ 1. $x^2 + 2y^2 + 6y - 2z = 0$

№ 2. $x^2 + 3y^2 - z^2 + 2z = 0$

№ 3. $2x^2 - 4y^2 + z^2 - 2z = 0$

№ 4. $x^2 - y^2 + 5z - 4 = 0$

№ 5. $x^2 + 2y^2 - 4z^2 - 4x + 4 = 0$

№ 6. $-x^2 + y^2 - z^2 - 2y = 0$

№ 7. $x^2 + 2y^2 - 4y - 2z = 0$

№ 8. $2x^2 - y^2 - 4y - z = 0$

№ 9. $9x^2 + 4y^2 - 36z^2 + 8y - 32 = 0$

№ 10. $x^2 - y^2 + 8z^2 + 4x = 0$

№ 11. $x^2 + y^2 - 2x - z + 2 = 0$

№ 12. $x^2 + 2y^2 + 4z^2 + 2x = 0$

№ 13. $x^2 + y^2 + 4z^2 - 4y = 0$

№ 14. $2y^2 + z^2 - x + 2z - 1 = 0$

№ 15. $9x^2 + 4y^2 - z^2 - 8y - 32 = 0$

№ 16. $x^2 - 2y^2 + z^2 + 2z = 0$

№ 17. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 4z = 0$

№ 18. $x^2 + 2y^2 - 4z + 8 = 0$

№ 19. $36x^2 + 16y^2 - 9z^2 + 18z = 0$

№ 20. $x^2 - y^2 - z^2 + 2z - 1 = 0$

№ 21. $x^2 + 2y^2 - 2x + z - 5 = 0$

№ 22. $x^2 - y^2 + z^2 + 4z = 0$

№ 23. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2z = 0$

№ 24. $x^2 + 2y^2 - z^2 + 2z + 1 = 0$

№ 25. $x^2 + 2z^2 - 4x + y - 4 = 0$

№ 26. $x^2 + y^2 + 4x + 2z = 0$

№ 27. $x^2 - 4y^2 + z^2 - 8y - 4 = 0$

№ 28. $4x^2 - 2y^2 - 4z^2 - 8x = 0$

№ 29. $5x^2 + 15y^2 - 4z^2 + 8z - 24 = 0$

№ 30. $x^2 + 2y^2 + 4z^2 - 6x - 4y - 16z - 21 = 0$

ЛІТЕРАТУРА

1. Андрощук Л. В. Вища математика: Навч. посібник. Модуль 7. Ряди. Диференціальні рівняння / Л. В. Андрощук, О. І. Ковтун, Т. І. Олешко ; За заг. ред. Т. І. Олешко. – Київ : Книжкове вид-во НАУ, 2005. – 104 с.
2. Вища математика: Підручник. У 2 ч. Ч. 2: Диференціальні рівняння. Операційне числення. Ряди та їх застосування. Стійкість за Ляпуновим. Рівняння математичної фізики. Оптимізація і керування. Теорія ймовірностей. Числові методи / П. П. Овчинников [та ін.] – К. : Техніка, 2000. – 792 с.
3. Герасимчук В. С. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: навчальний посібник для студ. технічних і технологічних спец. вищих навч. закладів : затв. МОНУ / В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. – К. : Книги України ЛТД, 2009. – 577 с.
4. Дубовик В. П. Вища математика: Навч. посібник / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – К. : «А.С.К.», 2005. – 648 с.
5. Клепко В. Ю. Вища математика в прикладах і задачах: навчальний посібник для студ. вищих навч. закл. / В. Ю. Клепко, В. Л. Голець. – 2-ге вид. – К. : Центр учбової літератури, 2009. – 594 с.
6. Литвин І. І. Вища математика: навч. посібник: рек. МОНУ / І. І. Литвин, О. М. Конончук, Г. О. Желізняк. – 2-ге вид. – К. : Центр учбової літератури, 2009. – 368 с.
7. Мазур К. І. Вища математика: навчальний посібник. Модуль 5. Диференціальне числення функцій багатьох змінних / К. І. Мазур, Т. І. Олешко, В. І. Трофименко ; за заг. ред. Т. І. Олешко. – Київ : Книжкове вид-во НАУ, 2005. – 104 с.