

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

Радіoeлектроніки і телекомунікацій

(повне найменування інституту, факультету)

Мікро- та нанoeлектроніки

(повне найменування кафедри)

Пояснювальна записка
до магістерської роботи

магістр

(ступінь вищої освіти)

на тему Дослідження поверхневого плазмонного резонансу в асиметричних металевих нанотрубках

Виконав: студент ІІІ курсу, групи РТ-311м
Спеціальності 153 «Мікро- та наносистемна техніка»

(код і найменування спеціальності)

Освітня програма (спеціалізація)
«Мікро- та нанoeлектронні прилади і пристрої»

Малиш Р. О.

(прізвище та ініціали)

Керівник Коротун А. В.

(прізвище та ініціали)

Рецензент Сніжної В. Л.

(прізвище та ініціали)

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»
(повне найменування закладу вищої освіти)

Інститут, факультет Радіoeлектроніки та телекомунікації
Кафедра Мікро та нанoeлектроніки
Ступінь вищої освіти магістр
Спеціальність 153 «Мікро- та наносистемна техніка»»
(код і найменування)
Освітня програма (спеціалізація) «Мікро- та нанoeлектронні прилади і пристрої»
(назва освітньої програми (спеціалізації))

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри
мікро- та нанoeлектроніки
Геннадій СИНЖНОЙ
«31» 12 2022 року

**ЗАВДАННЯ
НА МАГІСТЕРСЬКУ РОБОТУ СТУДЕНТА**

Малиша Романа Олександровича
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема проекту (роботи) Дослідження поверхневого плазмонного резонансу в асиметричних металевих нанотрубках

керівник проекту (роботи) Коротун А.В., доцент, канд. фіз.-мат. наук
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом закладу вищої освіти від «13» листопада 2022 року №393

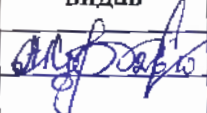
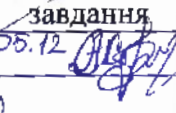
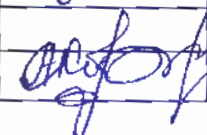
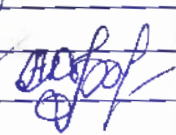
2. Строк подання студентом проекту (роботи) 10 грудня 2022 року

3. Вихідні дані до проекту (роботи) циліндричні металеві нанооболонки змінної товщини

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити) одержання 1Д структур складу діелектричне ядро-металева оболонка змінної товщини, розрахунки частотної залежності поляризованості та розмірних залежностей частот ППР та частот невидимості

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень)

6. Консультанти розділів проекту (роботи)

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	приймав виконання завдання
1-2	Коротун А.В., доцент, канд. фіз.-мат.наук		05.12 
3			
4			
Нормо-контроль	Коротун А.В., доцент, канд. фіз.-мат.наук		

7. Дата видачі завдання « 26 » жовтня 2022 року.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів дипломного проекту (роботи)	Строк виконання етапів проекту (роботи)	Примітка
1	Збір і аналіз інформації про сенсори на поверхневому плазмонному резонансі	26.10. – 31.11.	виконано
2	Систематизація літературних даних	01.11. – 06.11	виконано
3	Складання і затвердження наукового завдання	7.11. – 12.11.	виконано
4	Формування та уточнення наукового завдання	13.11. – 19.11.	виконано
5	Одержання розмірних залежностей спектральної чутливості	20.11. – 23.11.	виконано
6	Складання процедури розрахунку	24.11. – 27.11.	виконано
7	Одержання чисельних результатів та їх аналіз	27.11. – 30.11.	виконано
8	Оформлення графічної частини	30.11. – 02.12.	виконано
9	Оформлення ПЗ	02.12. – 05.12.	виконано

Студент(ка)


(підпис)

Роман МАЛИШ
(прізвище та ініціали)

Керівник проекту (роботи)


(підпис)

Андрій КОРОТУН
(прізвище та ініціали)

АНОТАЦІЯ

ПЗ: 77 с., 11 рис., 2 табл., 98 джерел.

Мета роботи: дослідження розмірної та частотної залежностей оптичних властивостей металевих нанооболонок змінної товщини.

Об'єкт та предмет дослідження: об'єктом дослідження виступають двошарові циліндричні структури типу «діелектричне ядро – металева оболонка змінної товщини».

Методи дослідження: розрахунково-аналітичний.

Результати: результатом дослідження є аналітичні вирази для поляризованості, частот ППР та невидимості циліндричних металевих нанооболонок змінної товщини.

Рекомендації щодо впровадження: робота носить фундаментальний характер, проте деякі її результати можуть бути використані при створенні металевих оболонкових провідників для застосування в оптоелектроніці і телекомунікації.

Практична цінність: досліджено вплив розміру і складу нанодротів «діелектричне ядро – металева оболонка» на їх оптичні і плазмонні властивості.

ЦИЛІНДРИЧНА ОБОЛОНКА ЗМІННОЇ ТОВЩИНИ, МОДЕЛЬ ДРУДЕ, ПОЛЯРИЗОВАНІСТЬ, ЧАСТОТА ПОВЕРХНЕВОГО ПЛАЗМОННОГО РЕЗОНАНСУ, ЧАСТОТА НЕВИДИМОСТІ, ЕФЕКТИВНА ШВИДКІСТЬ РЕЛАКСАЦІЇ.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	6
1. Циліндричні металеві нанооболонки.....	7
1.1 Плазмони в циліндричних металевих оболонках.....	7
1.1.1 Дисперсійне рівняння для плазмонів, що поширюються	7
1.1.2 Потік енергії, пов'язаний із поверхневими плазмонами	12
1.1.3 Локалізований поверхневий плазмонний резонанс	16
1.2 Поверхневі плазмонні моди двох коаксіальних циліндричних двовимірних шарів електронного газу та в багатошарових системах	19
1.3 Поверхневі плазмонні моди циліндричних двовимірних електронних газових шарів у діелектричних середовищах	25
1.4 Отримання металевих неспівосних наночастинок	29
2 Поляризованість двошарової циліндричної наноструктури	42
2.1 Загальні співвідношення.....	42
2.2 Процеси релаксації у циліндричних металевих нанооболонках постійної товщини.....	48
2.3 Процеси релаксації у металевих оболонках змінної товщини.....	52
2.4 Поздовжній та поперечний поверхневий плазмонний резонанс та частоти невидимості.....	55
2.5 Результати розрахунків та їх обговорення.....	60
ВИСНОВКИ.....	67
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ.....	68

ВСТУП

Сучасний рівень розвитку технологій дозволяє отримувати матеріали в наномасштабі із заданими структурою та властивостями [1-5].

Взаємодія електромагнітної хвилі з електронами в металі призводить до значного підсилення полів на поверхні та межі розділу [6], внаслідок збудження поверхневих плазмонів. Це явище широко використовується у фотокаталізі [7-10], поверхнево-підсиленої раманівської спектроскопії [11-13], біологічної візуалізації [14-16] та фототермічної терапії злоякісних новоутворень [17, 18].

Спектральне положення поверхневих плазмонних резонансів залежить від розміру, форми наночастинок, їх складу, наявності зазору між сусідніми частинками та діелектричної проникності навколишнього середовища [19-22]. Тому кількість і положення піків поверхневого плазмонного резонансу можна легко налаштовувати, маніпулюючи розміром та формою наночастинок, а також їх складом. Використання шаруватих структур типу «ядро – оболонка» ($A@B$), в яких ядро матеріалу А вкрито оболонкою матеріалу В, де як матеріал В може виступати як діелектрик, так і інший метал, є більш перспективним. Це пов'язано з тим, що в подібних системах положення та профіль плазмонного резонансу залежить також і від просторового розташування та впорядкування різних типів атомів.

Серед різних форм наночастинок велику увагу привертають нанострижні та циліндричні нанооболонки [23-30] через їх високу спектральну перебудову у вікнах біологічної прозорості, а також існування великої кількості нових методів синтезу, що дозволяють контролювати розмір, морфологію та площу поверхні таких структур. У зв'язку з цим дослідження оптичних властивостей метал-діелектричних циліндрів становить великий практичний інтерес і є актуальним завданням.

1 ЦИЛІНДРИЧНІ МЕТАЛЕВІ НАНООБОЛОНКИ

1.1 Плазмони в циліндричних металевих оболонках

1.1.1 Дисперсійне рівняння для плазмонів, що поширюються

Розглянемо циліндричний шар 2D-електронного газу (2D-ЕГ) радіусом a і припустимо, що електрони рівномірно розподілені по циліндричній поверхні з рівноважною густиною (на одиницю площі) n_0 . Скористаємось циліндричними полярними координатами $r = (\rho, \phi, z)$ для довільної точки простору. Прийmemo, що $n = n(\phi, z, t)$ – збурена густина (на одиницю площі) однорідної електронної рідини першого порядку на циліндричному шарі 2D-ЕГ, зумовлена поширенням електростатичної поверхневої хвилі, паралельно циліндричній поверхні $\rho = a$.

Електронні збудження 2D-ЕГ-поверхні можуть бути описані рівнянням руху Ньютона для електронів, пов'язаним із рівняннями нерозривності та Пуассона. У лінійному наближенні маємо

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{e}{m_e} \nabla_{\square} \phi \Big|_{\rho=a} - \frac{a^2}{n_0} \nabla_{\square} n, \quad (1.1)$$

$$n + n_0 \nabla_{\square} \cdot u = 0, \quad (1.2)$$

$$\Delta \phi(r) = \begin{cases} 0, & \rho \neq a, \\ \frac{en}{\epsilon_0}, & \rho = a, \end{cases} \quad (1.3)$$

де $u(\phi, z, t) = a\phi \mathbf{e}_{\phi} + z \mathbf{e}_z$ – збурення першого порядку зміщення електронів паралельно циліндричному шару 2D-ЕГ $\rho = a$, і $\nabla_{\square} = \mathbf{e}_z (\partial / \partial z) + a^{-1} \mathbf{e}_{\phi} (\partial / \partial \phi)$ диференціюється тільки відносно поверхні шару 2DEG.

У правій частині (1.1) перший член є сила, що діє на електрон, зумовлена тангенціальною складовою електричного поля, тобто, $\mathbf{E} = -\nabla\phi$ оцінюється на рівні 2D-ЕГ $\rho = a$, де ϕ – самоузгоджений електростатичний потенціал. Другий член є вимушеним через внутрішній взаємодії в 2D-ЕГ, з $\alpha = v_F / \sqrt{2}$ (v_F – швидкість Фермі), тобто швидкість поширення збурень густини в однорідній двовимірній електронній рідині.

Тепер після виключення зміщення $u(\phi, z, t)$ з (1.1) та (1.2) отримуємо

$$(\omega^2 + \alpha^2 \nabla_{\parallel}^2) n = \frac{en_0}{m_e} \Delta_{\parallel} \phi \Big|_{\rho=a}. \quad (1.4)$$

У силу циліндричної симетрії системи, що розглядається, величини n і ϕ в (1.3) і (1.4) можна представити у вигляді

$$\phi(\rho, \phi, z) = \tilde{\phi}(\rho) e^{iqz} e^{im\phi}, \quad (1.5)$$

$$n(\phi, z) = n e^{iqz} e^{im\phi}. \quad (1.6)$$

Тут m – азимутальне квантове число, а q – поздовжнє хвильове число в z -напрямку. Крім того, для простоти в (1.5) і (1.6) ми опустили явні залежності ϕ і n від q . Це означає, що власні моди можна класифікувати за неперервним індексом q та дискретним індексом m . Після підстановки (1.5) та (1.6) у (1.3) та (1.4) отримуємо

$$\frac{d^2 \Phi(\rho)}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d\Phi(\rho)}{d\rho} - \left(q^2 + \frac{m^2}{\rho^2} \right) \Phi(\rho) = 0 \quad (1.7)$$

$$n = -\frac{en_0}{m_e} \frac{\left(q^2 + \frac{m^2}{a^2}\right)}{\omega^2 - \alpha^2 \left(q^2 + \frac{m^2}{a^2}\right)} \Phi \Big|_{\rho=a}. \quad (1.8)$$

Розв'язок рівняння (1.7) має вигляд

$$\Phi(\rho) = \begin{cases} A_1 \frac{I_m(q\rho)}{I_m(qa)}, & \rho \leq a, \\ A_2 \frac{K_m(q\rho)}{K_m(qa)} & \rho \geq a \end{cases} \quad (1.9)$$

де A_1 і A_2 – константи, що підлягають визначенню за допомогою граничних умов

$$\Phi_1 \Big|_{\rho=a} = \Phi_2 \Big|_{\rho=a}, \quad (1.10, a)$$

$$\dot{\alpha}_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial \rho} \Big|_{\rho=a} - \dot{\alpha}_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial \rho} \Big|_{\rho=a} = \frac{en}{\dot{\alpha}_0}, \quad (1.10, б)$$

де нижній індекс 1 позначає область усередині циліндричного шару 2D-ЕГ, а нижній індекс 2 позначає область поза системою.

При записі (1.10, б) ми припускали, що відносна діелектрична проникність області всередині циліндричного шару 2D-ЕГ дорівнює $\dot{\alpha}_1$, а відносна діелектрична проникність оточуючого середовища дорівнює $\dot{\alpha}_2$. При застосуванні електростатичних граничних умов при $\rho = a$ закон дисперсії поверхневих плазмонів для системи має вигляд

$$\omega^2 = \alpha^2 \left(q^2 + \frac{m^2}{a^2} \right) - \frac{a\omega_p^2}{q} \left(q^2 + \frac{m^2}{a^2} \right) \frac{I_m(qa)K_m(qa)}{\dot{\omega}_2 I_m(qa)K'_m(qa) - \dot{\omega}_1 I'_m(qa)K_m(qa)}, \quad (1.11)$$

де $\omega_p^2 = e^2 n_0 / \dot{\omega}_0 m_e a$.

У випадку $\dot{\omega}_1 = \dot{\omega}_2 = 1$ (1.11) набуває вигляду [1]

$$\omega^2 = \alpha^2 \left(q^2 + \frac{m^2}{a^2} \right) + a^2 \omega_p^2 \left(q^2 + \frac{m^2}{a^2} \right) I_m(qa)K_m(qa). \quad (1.12)$$

Тут використано властивість вронскіана

$$I'_m(x)K_m(x) - I_m(x)K'_m(x) = \frac{1}{x}.$$

З (1.12) випливає, що закон дисперсії залежить від радіусу трубки a і поверхневої електронної густини n_0 . З (1.12) можна виділити два різні режими залежно від граничних випадків $qa \ll |m|$ і $qa \gg |m|$. Для $qa \ll |m|$ з формули (1.12) отримаємо у вигляді

$$\omega^2 = \alpha^2 q^2 + \frac{1}{2} qa \omega_p^2, \quad (1.13)$$

де використані асимптотичні вирази для функцій Бесселя $I_m(x) = e^x / \sqrt{2\pi x}$ і $K_m(x) = e^{-x} \sqrt{\pi / 2x}$ [2]. Другий член (1.13) пригнічує перший член для великих радіусів трубок 2D-ЕГ, і дисперсійне співвідношення в цьому випадку набуває вигляду

$$\omega^2 = \frac{1}{2} qa \omega_p^2, \quad (1.14)$$

що відповідає правильній двовимірній поведінці (а саме, енергія плазмона пропорційна квадратному кореню з q), оскільки поздовжній імпульс $\hbar q$ є неперервною змінною [3].

З іншого боку, для $qa \ll |m|$ скористаємося відомими виразами для функцій Бесселя $I_m(x) = a_m x^m$, $K_0(x) = \ln(1.123/x)$ і $K_m(x) = b_m x^{-m}$ ($m \neq 0$), де $a_m = 2^{-m} / \Gamma(m+1)$ і $b_m = 2^{m-1} \Gamma(m)$. Тоді отримуємо формулу при $m \neq 0$

$$\omega^2 = \alpha^2 \frac{m^2}{a^2} + \frac{\omega_p^2}{2} m, \quad m \neq 0, \quad (1.15)$$

яку можна розглядати як двовимірну за своїм характером, коли $m/a \ll 1$, оскільки тоді m/a є квазінеперервним ефективним хвильовим числом за периметром циліндра. Однак при малих значеннях азимутального квантового числа m права частина (1.15) залежить від радіусу трубки 2D-ЕГ, на відміну від випадку (1.13), коли частота поверхневого плазмона не залежить від розмірів системи. Цей останній випадок не може бути правильно охарактеризований як двовимірний, і тому називатимемо його одновимірним випадком. При формі $m=0$ і $qa \approx 0$ збудження ПП носять традиційний одновимірний характер, а саме частота (з точністю до множника квадратного кореня з логарифмічного члена, що повільно змінюється) лінійно залежить від q

$$\omega^2 = \omega_p^2 (qa)^2 \ln\left(\frac{1.123}{qa}\right), \quad m=0. \quad (1.16)$$

Для вивчення впливу міжзонних переходів на оптичні властивості системи в праву частину (1.1) можна додати член $-\omega_0^2 u$. Цей член з частотою ω_0 представляє відновлюючу силу, що виникає при зміщенні електронної рідини при $\rho=a$, і який враховує зонну структуру електронів шляхом,

аналогічним до того, що використовується при розробці діелектричної функції Друде – Лоренца для вуглецевих матеріалів [7–10]. Таким чином, міжзонні переходи можна описати за допомогою картини зв'язаного електрона з резонансною частотою ω_0 . У цьому випадку до правої частини (1.11) необхідно додати член ω_0^2 .

Для вивчення впливу градієнтної поправки або потенціалу Бома на оптичні властивості системи у праву частину (1.1) можна додати член $(\beta^2 / n_0) \nabla_{\square} \Delta_{\square} n$, де $\beta = v_F / 2k_F$. В цьому випадку (1.11) можна переписати у вигляді

$$\omega^2 = \left(q^2 + \frac{m^2}{a^2} \right) \left[\alpha^2 + \beta^2 \left(q^2 + \frac{m^2}{a^2} \right) \right] - \frac{a\omega_p^2}{q} \left(q^2 + \frac{m^2}{a^2} \right) \times$$

$$\times \frac{I_m(qa)K_m(qa)}{\partial_2 I_m(qa)K'_m(qa) - \partial_2 I'_m(qa)K_m(qa)}. \quad (1.17)$$

Чисельно легко визначити, що сила внутрішнього тиску електронів [член із α^2 в (1.17)] збільшує частоту, тоді як градієнтна поправка майже не впливає на поведінку дисперсії [член із β^2 у (1.17)].

1.1.2 Потік енергії, пов'язаний із поверхневими плазмонами

Розглянемо тепер поверхневу плазмонну моду, що поширюється вздовж осі z циліндричного шару 2D-ЕГ і є періодичною хвилею в азимутальному напрямку. Раніше використовувалося припущення, що всі фізичні величини змінюються згідно $\exp(iqz + im\phi - i\omega t)$. Проте, при розрахунку потоку потужності та густини енергії зручно працювати з дійсними функціями $\cos m\phi$ і $\sin m\phi$ [11,12]. Тому можна замінити величини n і ϕ у (1.3) та (1.4) виразами виду

$$\varphi(r) = \tilde{\varphi}(\rho) e^{iqz} \cos m\phi, \quad (1.18)$$

$$n(\phi, z) = n e^{iqz} \cos m\phi. \quad (1.19)$$

Тепер для густини потоку потужності, пов'язаної з поверхневим плазмоном у 2D-ЕГ, знаходимо

$$S_z = - \begin{cases} \varepsilon_0 \varepsilon_1 \Phi_1 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial z} \Phi_1, & \rho \leq a, \\ en_0 \Phi v_z - m_e \alpha^2 n v_z, & \rho = a, \\ \varepsilon_0 \varepsilon_2 \Phi_2 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial z} \Phi_2, & \rho \geq a. \end{cases} \quad (1.20)$$

де $\Phi = \Phi_1|_{\rho=a}$ або $\Phi = \Phi_2|_{\rho=a}$. Після виключення $v_z = \partial z / \partial t$, n , Φ_1 , Φ_2 і Φ усередненому за циклом рівнянню (1.20) надати вигляду

$$S_z = - \frac{\varepsilon_0 \omega q}{2} A_1^2 \cos^2 m\phi \left\{ \begin{array}{ll} \varepsilon_1 \frac{I_m^2(q\rho)}{I_m^2(qa)} & \rho \leq a, \\ \frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 m_e} \frac{\omega^2}{\left[\omega^2 - \alpha^2 \left(q^2 + \frac{m^2}{a^2} \right) \right]^2} & \rho = a, \\ \varepsilon_2 \frac{K_m^2(q\rho)}{K_m^2(qa)} & \rho \geq a. \end{array} \right. \quad (1.21)$$

Повний потік потужності, пов'язаний з режимами поверхневого плазмону, визначається інтегруванням за ϕ і ρ :

$$\begin{aligned}
\langle S_z \rangle = & \frac{-\dot{\omega}_0 \omega q}{2} A_1^2 \left\{ \int_0^a \int_0^{2\pi} \dot{\omega}_1 \frac{I_m^2(q\rho)}{I_m^2(qa)} \cos^2 m\phi \rho d\rho d\phi + \right. \\
& + \int_0^a \int_0^{2\pi} \dot{\omega}_2 \frac{K_m^2(q\rho)}{K_m^2(qa)} \cos^2 m\phi \rho d\rho d\phi - \\
& \left. - a \frac{n_0 e^2}{\dot{\omega}_0 m_e} \omega^2 \left[\omega^2 - \alpha^2 \left(q^2 + \frac{m^2}{a^2} \right) \right]^{-2} \int_0^{2\pi} \cos^2 m\phi d\phi \right\},
\end{aligned} \tag{1.22}$$

що дає

$$\begin{aligned}
\langle S_z \rangle = & \frac{\varepsilon_0 \omega q a^2}{4} \left(\pi + \frac{\sin 4m\pi}{4m} \right) A_1^2 \left\{ \varepsilon_1 \left[\left[\frac{I'_m(qa)}{I_m(qa)} \right]^2 - \left(1 + \frac{m^2}{q^2 a^2} \right) \right] \right. \\
& \left. - \varepsilon_2 \left[\left[\frac{K'_m(qa)}{K_m(qa)} \right]^2 - \left(1 + \frac{m^2}{q^2 a^2} \right) \right] + \frac{2\omega^2 \omega_p^2}{\left[\omega^2 - \alpha^2 \left(q^2 + \frac{m^2}{a^2} \right) \right]^2} \right\}
\end{aligned} \tag{1.23}$$

де в (1.23) використані наступні результати інтегрування:

$$\int_0^a I_m^2(q\rho) \rho d\rho = -\frac{a^2}{2} \left[[I'_m(qa)]^2 - \left(1 + \frac{m^2}{q^2 a^2} \right) I_m^2(qa) \right], \tag{1.24, а}$$

$$\int_a^\infty K_m^2(q\rho) \rho d\rho = \frac{a^2}{2} \left[[K'_m(qa)]^2 - \left(1 + \frac{m^2}{q^2 a^2} \right) K_m^2(qa) \right]. \tag{1.24, б}$$

Для усередненого за циклом розподілу густини енергії, пов'язаної із поверхневими плазмонними модами 2D-ЕГ-трубки, маємо у трьох середовищах

$$U = \frac{\varepsilon_0}{4} \begin{cases} \varepsilon_1 |\nabla \Phi_1|^2, & \rho \leq a, \\ \frac{m_e n_0}{\varepsilon_0} (|\mathbf{v}_\phi|^2 + |\mathbf{v}_z|^2) + \frac{m_e}{\varepsilon_0 n_0} \alpha^2 |n|^2, & \rho = a, \\ \varepsilon_2 |\nabla \Phi_2|^2 & \rho \geq a \end{cases} \quad (1.25)$$

Після виключення $\mathbf{v}_\phi, \mathbf{v}_z, n, \Phi_1, \Phi_2$ і Φ у наведеному вище рівнянні отримуємо

$$U = \frac{\varepsilon_0}{4} A_1^2 \begin{cases} \varepsilon_1 \left\{ q^2 \left[\left[\frac{I_m(q\rho)}{I_m(qa)} \right]^2 + \left[\frac{I'_m(q\rho)}{I'_m(qa)} \right]^2 \right] \cos^2 m\phi + \frac{m^2}{\rho^2} \left[\frac{I_m(q\rho)}{I_m(qa)} \right]^2 \sin^2 m\phi \right\}, \\ \frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 m_e} \frac{\omega^2 (q^2 \cos^2 m\phi + \frac{m^2}{a^2} \sin^2 m\phi) + \alpha^2 (q^2 + \frac{m^2}{a^2})^2 \cos^2 m\phi}{\left[\omega^2 - \alpha^2 \left(q^2 + \frac{m^2}{a^2} \right) \right]^2} & \begin{matrix} \rho \leq a, \\ \rho = a, \\ \rho \geq a. \end{matrix} \\ \varepsilon_2 \left\{ q^2 \left[\left[\frac{K_m(q\rho)}{K_m(qa)} \right]^2 + \left[\frac{K'_m(q\rho)}{K'_m(qa)} \right]^2 \right] \cos^2 m\phi + \frac{m^2}{\rho^2} \left[\frac{K_m(q\rho)}{K_m(qa)} \right]^2 \sin^2 m\phi \right\} \end{cases} \quad (1.26)$$

Повна густина енергії, пов'язана з поверхневими плазмонними модами, знову визначається інтегруванням за ϕ і ρ . Загалом інтегральну густину енергії $\langle U \rangle$ можна оцінити лише чисельно, але при $m=0$ можна знайти аналітичні вирази. Повна густина енергії (на одиницю довжини циліндра) основної моди ППР визначається виразом

$$\begin{aligned} \langle U \rangle = & \frac{\pi \varepsilon_0}{4} q^2 a^2 A_1^2 \left\{ -\varepsilon_1 \left[\left[\frac{I'_1(qa)}{I_0(qa)} \right]^2 - \frac{1}{q^2 a^2} \left[\frac{I_1(qa)}{I_0(qa)} \right]^2 - 1 \right] \right. \\ & \left. + \varepsilon_2 \left[\left[\frac{K'_1(qa)}{K_0(qa)} \right]^2 - \frac{1}{q^2 a^2} \left[\frac{K_1(qa)}{K_0(qa)} \right]^2 - 1 \right] + 2\omega_p^2 \frac{\omega^2 + \alpha^2 \omega^2}{[\omega^2 - \alpha^2 q^2]^2} \right\}. \end{aligned} \quad (1.27)$$

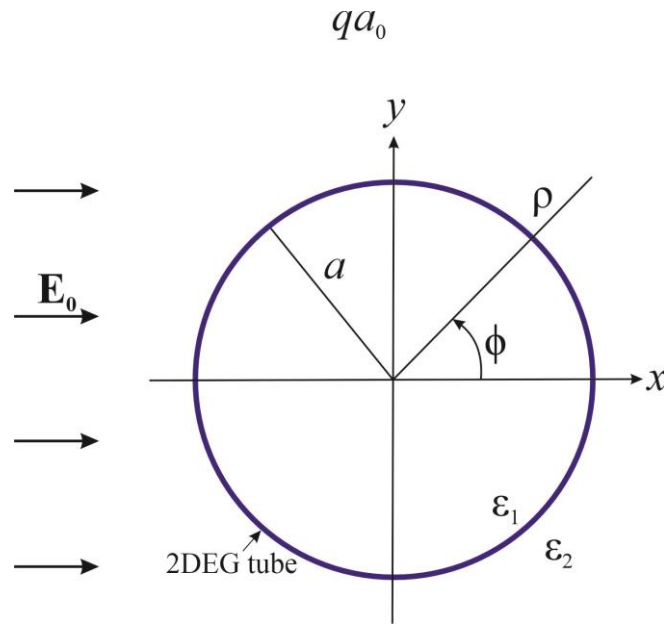


Рисунок 1.1 – Поперечний переріз нескінченно довгого циліндричного шару 2D-ЕГ, розміщеного в електростатичному полі.

При цьому швидкість густини мод ПП визначається як відношення повного потоку потужності до повної щільності енергії (на одиницю довжини циліндра), що знаходиться в кількісній згоді з груповою швидкістю, що знаходиться з відповідного дисперсійного співвідношення.

1.1.3 Локалізований поверхневий плазмонний резонанс

Локалізований ППР виникає на циліндричному 2D-ЕГ-шарі радіусом a і нескінченною довжиною в однорідному квазістатичному електричному полі $E = e_x E_0$, перпендикулярному його осі (рис. 1.1).

Для визначення поляризованості системи скористаємося моделлю SHD, використовуючи (1.1) – (1.3), де до правої частини (1.1) додамо демпфуючий член $-\gamma \partial u / \partial t$. У силу циліндричної симетрії аналізованої системи величини n і Φ (1.1) і (1.3) можна представити у вигляді

$$\Phi(\rho, \phi) = \Phi(\rho) \cos \phi, \quad (1.28)$$

$$n(\phi) = n \cos \phi \quad (1.29)$$

Таким чином, отримуємо

$$\left[\frac{d^2}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} - \frac{1}{\rho^2} \right] \Phi(\rho) = 0, \quad \rho \neq a, \quad (1.30)$$

$$n = -\frac{en_0}{m_e a^2} \frac{1}{\omega(\omega + i\gamma) - (\alpha^2 / a^2)} \Phi|_{\rho=a} \quad (1.31)$$

Шукатимемо розв'язок (1.30) у вигляді

$$\Phi(\rho) = \begin{cases} A_1 \rho & \rho \leq a, \\ -E_0 \rho + A_2 \rho^{-1}, & \rho \geq a. \end{cases} \quad (1.32)$$

Щоб визначити невідомі коефіцієнти A_1 і A_2 , необхідно застосувати граничні умови, тобто (1.10а) та (1.10б). Вихід БК

$$A_1 = \frac{-2\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma) - (\alpha^2 / a^2)}} E_0, \quad (1.33a)$$

$$A_2 = a^2 \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma) - (\alpha^2 / a^2)}}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma) - (\alpha^2 / a^2)}} E_0. \quad (1.33b)$$

Підставляючи величини коефіцієнтів A_1 і A_2 в (1.28) та (1.32), отримуємо

$$\Phi(\rho, \phi) = E_0 \rho \cos \phi \begin{cases} -\frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma) - (\alpha^2/a^2)}}, & \rho \leq a, \\ -1 + \frac{a^2}{\rho^2} \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma) - (\alpha^2/a^2)}}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma) - (\alpha^2/a^2)}} & \rho \geq a. \end{cases} \quad (1.34)$$

Електричне поле всередині системи $E_1 = -\nabla \Phi$ є однорідним і паралельним доданому полю і визначається виразом

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma) - (\alpha^2/a^2)}} E_0 \mathbf{e}_x = \\ &= E_0 \mathbf{e}_x - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma) - (\alpha^2/a^2)}}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma) - (\alpha^2/a^2)}} E_0 \mathbf{e}_x. \end{aligned} \quad (1.35)$$

У найпростішому випадку, коли $\gamma = 0$, $\varepsilon_1 = 1 = \varepsilon_2$, і $\omega^2 < \alpha^2/a^2 + \omega_p^2/2$, то $E_1 < E_0$. Зменшення E_0 всередині шару ДЕГ пов'язано із густиною наведеного заряду на його поверхні яка визначається співвідношенням

$$\sigma_{ind}(\phi) = -en(\phi) = -\varepsilon_0 \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - (\alpha^2/a^2) - (\omega_p^2/2)} E_0 \cos \phi. \quad (1.36)$$

Як і очікувалося, вона додатна в області $0 \leq \phi \leq \pi/2$ та від'ємна в області $\pi/2 \leq \phi \leq \pi$. Цей індукований заряд, що залежить від $\cos \phi$, створює однорідне

поле деполяризації у напрямку протилежному зовнішньому полю. Крім того, електричне поле поза системою

$$\begin{aligned}
 E_2 = E_0 \mathbf{e}_x + E_0 \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma) - (\alpha^2 / a^2)}}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma) - (\alpha^2 / a^2)}} \frac{a^2}{\rho^2} (1 - 2 \sin 2\phi) \mathbf{e}_x + \\
 + 2E_0 \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma) - (\alpha^2 / a^2)}}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma) - (\alpha^2 / a^2)}} \frac{a^2}{\rho^2} \sin \phi \cos \phi \mathbf{e}_y
 \end{aligned} \tag{1.37}$$

Зауважимо, що якщо $\omega^2 > \alpha^2 / a^2 + \omega_p^2 / 2$, то $E_1 > E_0$. У цьому випадку поле усередині циліндричного шару 2DEG посилюється.

Тепер, використовуючи (2.78), можна отримати вираз для нормованої поперечної поляризованості, як

$$\alpha_{pol} = 2 \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma) - (\alpha^2 / a^2)}}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma) - (\alpha^2 / a^2)}}. \tag{1.38}$$

1.2 Поверхневі плазмонні моди двох коаксіальних циліндричних двовимірних шарів електронного газу та в багатошарових системах

Розглянемо систему з двох нескінченно довгих коаксіально-циліндричних шарів 2DEG з радіусами $a_1 < a_2$. Припустимо, що густина електронної рідини над кожною циліндричною поверхнею (на одиницю площі) дорівнює n_{0j} при $j=1$ і 2 . Також для простоти вважаємо, що в областях $0 < \rho < a_1$, $a_1 < \rho < a_2$ і

$\rho > a_2$ матеріалу немає. Включення серцевини ізолятора та/або вбудованого середовища у модель не викликає труднощів. Вважаємо, що $n_j(a_j, \phi, z, t)$ збурена густина (на одиницю площі) однорідної електронної рідини на j -му шарі, що виникає за рахунок поширення електростатичної поверхневої хвилі з кутовою частотою ω , паралельною як осьовому, так і азимутальному напрямкам системи. Тут електричний потенціал також представляється як (1.5), тоді як (1.6) потрібно записати у вигляді

$$n_j(\phi, z) = n_j \exp(iqz) \exp(im\phi), \quad (1.71)$$

де

$$n_j = -\frac{en_{0j}}{m_e} \frac{\left(q^2 + \frac{m^2}{a_j^2}\right)}{\omega_2 - \alpha_j^2 \left(q^2 + \frac{m^2}{\alpha_j^2}\right)} \Phi|_{\rho=a_j}, \quad (1.72)$$

а $\alpha_j = v_{Fj} / 2$ (v_{Fj} – ферміївська швидкість електронів j -го шару 2DEG), а розв'язок (1.7) має вигляд

$$\Phi(\rho) = \begin{cases} A_1 I_m(q\rho), & \rho \leq a_1, \\ A_2 I_m(q\rho) + A_3 K_m(q\rho), & a_1 \leq \rho \leq a_2, \\ A_4 K_m(q\rho), & \rho \geq a_2. \end{cases} \quad (1.73)$$

Граничні умови

$$\Phi_1|_{\rho=a_1} = \Phi_2|_{\rho=a_1}, \quad (1.74, a)$$

$$\Phi_2 \Big|_{\rho=a_2} = \Phi_3 \Big|_{\rho=a_2} \quad (1.74, б)$$

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial \rho} \Big|_{\rho=a_1} - \frac{\partial \Phi_1}{\partial \rho} \Big|_{\rho=a_1} = \frac{en_1}{\varepsilon_0}, \quad (1.74, в)$$

$$\frac{\partial \Phi_3}{\partial \rho} \Big|_{\rho=a_2} - \frac{\partial \Phi_2}{\partial \rho} \Big|_{\rho=a_2} = \frac{en_2}{\varepsilon_0}, \quad (1.74, г)$$

де індекси 1 і 3 позначають області всередині та зовні циліндрів, що мають радіуси a_1 і a_2 відповідно, тоді як індекс 2 позначає область між двома циліндрами.

Використовуючи (1.73) та (1.74), можна отримати наступну однорідну лінійну систему рівнянь:

$$\begin{pmatrix} I_m(qa_1) & -I_m(qa_1) & -Km(qa_1) & 0 \\ 0 & Im(qa_2) & Km(qa_2) & -Km(qa_2) \\ M_{31} & qI'_m(qa_1) & qK'_m(qa_1) & 0 \\ 0 & -qI'_m(qa_2) & -qK'_m(qa_2) & M_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{pmatrix} = 0, \quad (1.75)$$

де

$$M_{31} = \frac{a_1 \omega_{p1}^2 (q^2 + \frac{m^2}{a_1^2}) I_m(qa_1)}{[\omega^2 - \alpha_1^2 (q^2 + \frac{m^2}{a_1^2})]} - qI'_m(qa_1),$$

$$M_{44} = \frac{a_2 \omega_{p2}^2 (q^2 + \frac{m^2}{a_2^2}) K_m(qa_2)}{[\omega^2 - \alpha_2^2 (q^2 + \frac{m^2}{a_2^2})]} + qK'_m(qa_2).$$

а $\omega_{pj}^2 = n_{0j}e^2/\varepsilon_0 m_e a_j$. Дисперсійне співвідношення мод ППР у системі двох коаксіальних шарів 2DEG може бути одержано шляхом розв'язання рівняння $\det \mathbf{M} = 0$, де $\mathbf{M}$ – матриця, задана в (1.75). Після деяких алгебраїчних перетворень можна одержати наступні дві гілки дисперсійних співвідношень для яких

$$\omega_{\pm}^2 = \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2}\right)^2 + \Delta^2}, \quad (1.76)$$

де

$$\omega_j^2 = \alpha_j^2 \left(q^2 + \frac{m^2}{a_j^2}\right) + a_j^2 \omega_{pj}^2 \left(q^2 + \frac{m^2}{a_j^2}\right) I_m(qa_j) K_m(qa_j), \quad (1.77)$$

а

$$\Delta = a_1 a_2 \omega_{p1} \omega_{p2} \left(q^2 + \frac{m^2}{a_1^2}\right)^{1/2} \left(q^2 + \frac{m^2}{a_2^2}\right)^{1/2} I_m(qa_1) K_m(qa_2) \quad (1.78)$$

описує електростатичну взаємодію між двома коаксіальними трубками 2DEG. Ця взаємодія або гібридизація призводить до поділу частот поверхневих плазмонних мод на високочастотну ω_+ (симетричну) моду та низькочастотну ω_- (антисиметричну) моду, як схематично показано на рис. 1.2 ($m=1$).

Допустимі частоти залежать від хвильового числа q , квантового азимутального числа m і радіусів трубки a_1 і a_2 . Більш того, бачимо, що зв'язок між обома шарами 2DEG відіграє важливу роль у частоті низькочастотного діапазону q . В окремому випадку, коли $q=0$ і $m \neq 0$, (1.76) можна звести до наступного рівняння:

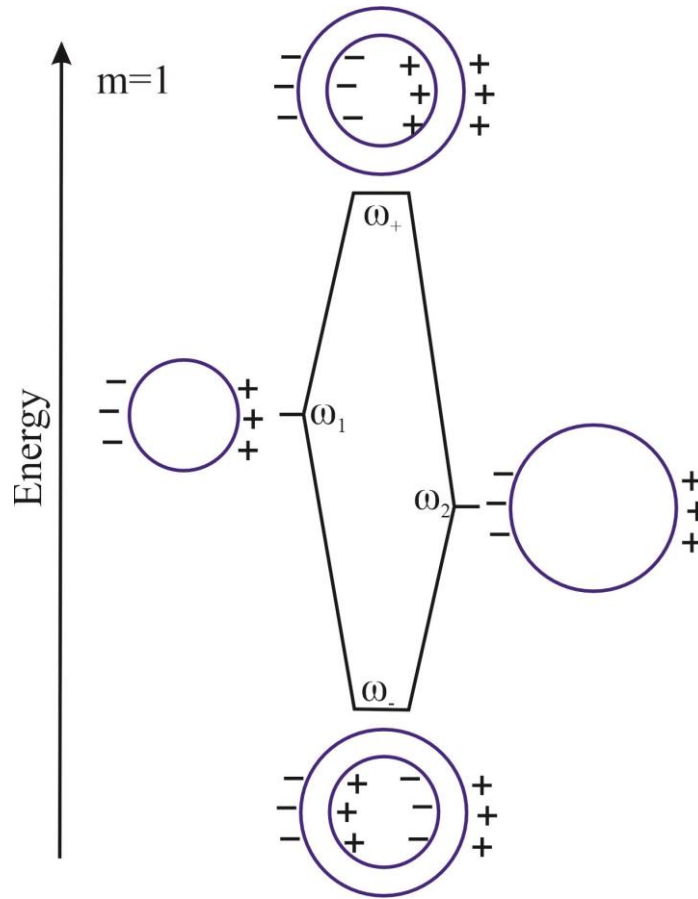


Рисунок 1.2 – Енергетична діаграма в теорії плазмонної гібридизації системи двох коаксіально-циліндричних шарів 2DEG, коли $m=1$ [16,20,21]

Енергетичні рівні відзначені частотами ω_1 та ω_2 двох окремих 2DEG-шарів з радіусами 1 та $2 > a_1$ відповідно. Рівні енергії, позначені ω_+ і ω_- , являють симетричну та антисиметричні режими поверхневих плазмонів системи, відповідно, отримані з розподілу поверхневих зарядів, індукованих на двох поверхнях системи.

$$\omega_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left[m^2 \left(\frac{\alpha_1^2}{a_1^2} + \frac{\alpha_2^2}{a_2^2} \right) + \frac{m}{2} (\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2) \right] \pm \sqrt{ \left[m^2 \left(\frac{\alpha_1^2}{a_1^2} - \frac{\alpha_2^2}{a_2^2} \right) + \frac{m}{2} (\omega_{p1}^2 - \omega_{p2}^2) \right] + m^2 \omega_{p1}^2 \omega_{p2}^2 \left(\frac{a_1}{a_2} \right)^{2m} } \right\}^{1/2}. \quad (1.79)$$

Припустимо, що багат шарова 2ДЕГ-система складається з N коаксіальних шарів 2ДЕГ з радіусами $a_1 < a_2 < \dots < a_N$. Для знаходження закону дисперсії поверхневих плазмонних мод системи відповідний розв'язок (1.7) у просторі над та під j -ю трубкою 2DEG можна записати у вигляді

$$\Phi_j(\rho) = A_j \begin{cases} K_m(qa_j)I_m(q\rho), & \rho \leq a_j, \\ I_m(qa_j)K_m(q\rho), & \rho \geq a_j, \end{cases} \quad (1.80)$$

де A_j при $1 \leq j \leq N$ – константи, що підлягають визначенню. Для цього випадку граничні умови

$$\Phi_j \Big|_{\rho > a_j} = \Phi_j \Big|_{\rho < a_j}, \quad (1.81a)$$

$$\frac{\partial \Phi_j}{\partial \rho} \Big|_{\rho > a_j} - \frac{\partial \Phi_j}{\partial \rho} \Big|_{\rho < a_j} = - \frac{\omega_{pj}^2 a_j (q^2 + \frac{m^2}{a_j^2})}{\omega^2 - \alpha_j^2 (q^2 + \frac{m^2}{a_j^2})} \sum_{i=1}^N \Phi_i, \quad (1.81b)$$

де символи мають ті самі значення, що й у попередньому випадку. Підстановка (1.80) (1.81) призводить до системи лінійних однорідних рівнянь з невідомим A_j . Ця система має нетривіальні розв'язки, які можна встановити, розв'язуючи дисперсійне рівняння

$$\det \mathbf{M} = 0, \quad (1.82)$$

де елемент M_{ji} матриці $N \times N$ визначається виразом

$$M_{ji} = \begin{cases} I_m(qa_i)K_m(qa_j), j > i, \\ I_m(qa_j)K_m(qa_i) j < i, \\ \frac{\omega_j^2 - \omega^2}{\omega_{pj}^2 a_j^2 \left(q^2 + \frac{m^2}{a_j^2} \right)} j = i, \end{cases} \quad (1.83)$$

а ω_j визначається (1.77). З (1.82) отримуємо N додатних коренів для частот ПП, чітко розділених на високочастотну ω_+ та низькочастотну ω_- групи для кожного m. Зауважимо, що (1.82) дозволяє довільно варіювати кількість шарів. Наприклад, для системи із двох коаксіальних 2DEG-трубок, тобто N=2, маємо

$$\begin{vmatrix} \frac{\omega_1^2 - \omega^2}{\omega_{p1}^2 a_1^2 \left(q^2 + \frac{m^2}{a_1^2} \right)} & I_m(qa_1)K_m(qa_2) \\ I_m(qa_1)K_m(qa_2) & \frac{\omega_2^2 - \omega^2}{\omega_{p2}^2 a_2^2 \left(q^2 + \frac{m^2}{a_2^2} \right)} \end{vmatrix} = 0 \quad (1.84)$$

що співпадає з (1.76).

1.3 Поверхневі плазмонні моди циліндричних двовимірних електронних газових шарів у діелектричних середовищах

Розглянемо дисперсійні співвідношення для поверхневих плазмонів циліндричного шару 2DEG, який або інкапсульований в EG-канал, або інкапсульований в EG-провід. В цьому випадку можна очікувати на нові збудження для нової конфігурації. Внутрішня область має відносну

діелектричну проникність ε_{wire} для $0 < \rho < a_1$, а зовнішня область має відносну діелектричну проникність ε_{chan} для $\rho > a_3$. Знову розглянемо поширення електростатичної поверхневої хвилі паралельно до поверхонь системи, тому електричний потенціал представляється у вигляді (1.5). Тоді розв'язки (1.7) для кожної області простору 2DEG-трубки, що герметизує EG-провід, має вигляд

$$\Phi(\rho) = \begin{cases} A_1 I_m(q\rho), & \rho \leq a_1, \\ A_2 I_m(q\rho) + A_3 K_m(q\rho), & a_1 \leq \rho \leq a_2, \\ A_4 K_m(q\rho), & \rho \geq a_2. \end{cases} \quad (1.105)$$

Аналогічно для трубки 2DEG, вкладеної в канал EG, маємо

$$\Phi(\rho) = \begin{cases} B_1 I_m(q\rho), & \rho \leq a_1, \\ B_2 I_m(q\rho) + B_3 K_m(q\rho), & a_1 \leq \rho \leq a_2, \\ B_4 K_m(q\rho), & \rho \geq a_2. \end{cases} \quad (1.106)$$

Щоб розв'язати рівняння (1.105) та (1.106), потрібно записати відповідні граничні умови. Для 2DEG трубки з наведеною густиною n , вкладеною у капсулу проводу EG, ці граничні умови можуть бути записані як

$$\Phi_1|_{\rho=a_1} = \Phi_2|_{\rho=a_1}, \quad (1.107a)$$

$$\Phi_2|_{\rho=a_2} = \Phi_3|_{\rho=a_2}, \quad (1.107b)$$

$$\varepsilon_{wire} \frac{\partial \Phi_1}{\partial \rho} \Big|_{\rho=a_1} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial \rho} \Big|_{\rho=a_1}, \quad (1.107b)$$

$$\frac{\partial \Phi_3}{\partial \rho} \Big|_{\rho=a_2} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial \rho} \Big|_{\rho=a_2} = \frac{en}{\varepsilon_0}, \quad (1.107г)$$

де нижній індекс 1 позначає область всередині дроту ЕГ, а нижні індекси 2 і 3 позначають області всередині та зовні циліндричного шару 2ДЕГ відповідно. Також у випадку, коли трубка 2ДЕГ інкапсульована ЕГ каналом, маємо

$$\Phi_1|_{\rho=a_1} = \Phi_2|_{\rho=a_1} \quad (1.108a)$$

$$\Phi_2|_{\rho=a_2} = \Phi_3|_{\rho=a_2} \quad (1.108б)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi_2}{\partial \rho} \right|_{\rho=a_1} = \left. \frac{\partial \Phi_1}{\partial \rho} \right|_{\rho=a_1} = \frac{en}{\epsilon_0}, \quad (1.108в)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi_2}{\partial \rho} \right|_{\rho=a_2} = \epsilon_{chan} \left. \frac{\partial \Phi_3}{\partial \rho} \right|_{\rho=a_2}, \quad (1.108г)$$

де нижні індекси 1 і 2 позначають області всередині та поза циліндричного шару 2ДЕГ відповідно, а нижній індекс 3 позначає область усередині каналу ЕГ.

Після деяких розрахунків і використання для проводу ЕГ та каналу формули Друде з $\epsilon(\omega) = 1 - \Omega_p^2 / \omega^2$ (Ω_p – електронна плазмова частота проводу/каналу ЕГ) із наведених вище рівнянь для 2ДЕГ, що інкапсулює провід ЕГ або інкапсульованого каналом ЕГ, отримуємо дві гілки для ω , що визначають дисперсійні співвідношення для поверхневої плазмонної моди, які чітко розділені на високочастотну, ω_+ , і низькочастотну, ω_- , а саме:

$$\omega_{\pm}^2 = \frac{\omega_{tube}^2 + \omega_{wire/chan}^2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_{tube}^2 - \omega_{wire/chan}^2}{2}\right)^2 + \Delta_{wire/chan}^2}, \quad (1.109)$$

де

$$\omega_{wire}^2 = \Omega_p^2(qa_1)I'_m(qa_1)K_m(qa_1), \quad (1.110)$$

Електронна пламова частота проводу/каналу ЕГ

$$\omega_{chan}^2 = -\Omega_p^2(qa_3)I_m(qa_3)K'_m(qa_3) \quad (1.111)$$

– квадрати частот поверхневих плазмонів проводу ЕГ та каналу ЕГ відповідно, і

$$\omega_{tube}^2 = \alpha^2(q^2 + \frac{m^2}{a_2^2}) + a_2^2\omega_p^2(q^2 + \frac{m^2}{a_2^2})I_m(qa_2)K_m(qa_2) \quad (1.112)$$

– квадрат частоти SP трубки 2DEG, та

$$\Delta_{wire} = a_2\omega_p\omega_{wire}(q^2 + \frac{m^2}{a_2^2})^{1/2}K_m(qa_2)[\frac{I_m(qa_1)}{K_m(qa_1)}]^{1/2}, \quad (1.113)$$

і

$$\Delta_{chan} = a_2\omega_p\omega_{chan}(q^2 + \frac{m^2}{a_2^2})^{1/2}I_m(qa_2)[\frac{K_m(qa_3)}{I_m(qa_3)}]^{1/2} \quad (1.114)$$

дають взаємодію між ПП трубки 2ДЕГ та проводом/каналом ЕГ. Дисперсійні характеристики ПП трубки 2ДЕГ у присутності діелектричного середовища тепер можна розуміти як взаємодію ПП трубки 2ДЕГ та дроту/каналу ЕГ.

1.4 Отримання металевих неспівосних наночастинок

Несферичні наночастинок благородних металів становлять великий інтерес через їх унікальні оптичні властивості, зумовлені налаштованим поперечним плазмонним резонансом [56-58]. Залежність частоти плазмонного резонансу від діелектричного оточення лежить в основі біомедичних застосувань золотих і срібних наночастинок, що розвиваються в даний час, як елементарних оптичних біосенсорів, що перетворюють ефекти специфічних взаємодій закріплених на частинках молекул-зондів з молекулами мішенями в детектований оптичний сигнал [59, 60]. Внаслідок високої яскравості [61, 62] і підвищеної чутливості резонансного розсіювання до діелектричного оточення (порівняно з еквівалентними сферами [63, 64]) несферичні наночастинок мають багатообіцяючі перспективи використання у біомедичних застосуваннях та світловій мікроскопії темного поля [65, 66-68]. Треба відмітити, що існуючі проблеми з функціонацією нанострижнів біомолекулами в останній час почали успішно вирішуватися [69-71].

Утворення несферичних частинок в ізотропному середовищі—нетипове явище, тому для спрямованого синтезу нанострижнів створюють штучно анізотропні умови зростання. Зокрема, було запропоновано метод електрохімічного осадження металів у матеріалах з циліндричними порами (жорстких матрицях), таких як оксиди кремнію або алюмінію [72, 73, 74].

Іншим методом отримання нанострижнів є відновлення ЗХВК у присутності так названих м'яких матриць, що є міцелярним розчином іонних поверхнево-активних речовин (ПАР) [75, 76]. Відомо, що в певних умовах водні розчини іонних ПАР здатні утворювати несферичні міцелі [77]. Принцип методу м'яких матриць полягає у дифузійно-контрольованому зростанні частинок з використанням несферичних міцел як анізотропної фазової межі. Найбільш популярним ПАР, що використовується для цього, є цетилтриметиламонійбромід (ЦТАБ) [75]. У концентрованих розчинах ЦТАБ

можуть формуватися циліндричні міцелі, які, можливо, беруть участь і у формуванні нанострижнів, і їх стабілізації [75].

Зародковий метод отримання нанострижнів був запропонований групою К. Мерфі [75], а потім удосконалень цими ж авторами [77], і в групі М Ель-Сайєда [76]. Даний підхід дозволив розвинути ефективну технологію для синтезу стрижне подібних наночастинок з керованими геометричними параметрами [78, 76, 77, 79].

Відповідно до [76], один із можливих механізмів зростання нанострижнів у присутності ПАР полягає в наступному. У розчині ПАР формуються анізотропні міцелі, розміри яких залежать від концентрації ПАР та іонної сили розчину. При додаванні зародкових частинок до ростового розчину вони покриваються молекулами ПАР і включаються до міцелів. Відновлення ЗХВК на зародках призводить до формування нанострижнів з геометрією, що визначається анізотропією міцелі. Мерфі та ін [80] розробили механізм зростання, заснований на переважній адсорбції молекул ПАР на бічних сторонах стержня, внаслідок чого дифузійне зростання можливе тільки з боку торців. У роботі [81] аналізувався електрохімічний механізм зростання нанострижнів, у якому істотна роль відводиться електричним силам, обумовленим анізотропією підвійного електричного шару в околі зростаючої несферичної частинки. Моніторинг росту нанострижнів проводиться за допомогою атомно-силової мікроскопії [82].

У роботі [80] використовували процедуру синтезу нанострижнів, аналогічну [76]. Оскільки вихід нанострижнів був досить низьким, то в методику [76] запровадили новий етап, заснований на поділі наночастинок градієнту концентрації гліцерину. Така процедура видається ефективнішою, ніж звичайне центрифугування, що використовується для концентрування нанострижнів та видалення надлишку ПАР [75, 83]. Особлива увага приділяється також аналізу фізико-хімічних параметрів, які керують морфологією синтезованих частинок. Зокрема, важлива роль іонів срібла, що

визначальних форму частинок, залишалася нез'ясованою. Проте публікації [84-85] дозволяють сформулювати цілком правдоподібні гіпотези.

На відміну від звичайного зеленого 520-мм резонансу золотих наносфер у воді, спектри поглинання стрижнеподібних наночастинок мають чітко виражений довгохвильовий резонанс у червоній та ближній ІЧ області [56, 73, 75, 86]. Спектральне положенням довгохвильового (поздовжнього) резонансу майже лінійно залежить від відношення довжини до діаметра нанострижнів (аспектрального відношення) [91-93], тоді як поперечний поверхневий плазмонний резонанс трохи зміщується в короткохвильову область спектра більш довгих частинок. За даними кількох груп дослідників продольний резонанс згодом зміщується в короткохвильову область. Ця важлива проблема була нещодавно вирішена [79] додаванням Na_2S у ростовий розчин.

Au-Ag нанострижні синтезуються методом, описаним в роботі [76] з незначними модифікаціями, що стосуються концентрацій деяких реагентів та умов реакції. На етапі формування зародків ультрадисперсні золоті золі з частинками діаметром 4-6 нм [76] синтезувалися у присутності ЦТАБ. На іншому етапі ці, покриті ПАР, частинки були використані як зародки для росту нанострижнів.

Приготування зародкового розчину:

1 мл 0,1 М водного розчину ЦТАБ був змішаний з 25 мкл 0,01 М ЗХВК у воді; до цього розчину додавали 100 мкл свіжовиготовленого у крижаній воді, NaBH_4 і інтенсивно перемішували не більше 1 хв.

Після додавання NaBH_4 колір зародкового розчину змінювався від трохи жовтого до жовтувато-коричневого. Отримані зародки використовували протягом 2—3 годин, оскільки надалі має місце "старіння" зародків, що виявляється у зміні кольору розчину на розовий.

Вирощування Au-Ag нанострижнів:

9,5 мл водного розчину ПАР (0,1 М ЦТАБ або 0,075 М бензилдиметилгексадециламмонійхлорид (БДАХ) / 0,055 М ЦТАБ)

змішували з варіюваним об'ємом 0,004 М водного розчину AgNO_3 (від 50 мкл до 2; ,01 М ЗХВК, потім, при інтенсивному перемішуванні, якнайшвидше додавали 100 мкл 0,08 М аскорбінової кислоти, у цей ростовий розчин додавали свіжовиготовлений зародковий розчин (від 6 до 18 мкл).

Аскорбінова кислота як помірний відновник у присутності бромід-іонів ЦТАБ змінює колір ростового розчину від темно-жовтого до безбарвного. Після додавання зародків колір розчину поступово змінюється протягом 5-15 хв. Повна година синтезу нанострижнів займає кілька годин. Фінальний колір системи залежить від розміру (осьового відношення) нанострижнів. Отримані зразки позначаються далі відповідно до положення довгохвильового піку екстинкції (продольного плазмонного резонансу нанострижнів), наприклад, NR-655.

Для попереднього концентрування наночастинок (15000 г, 3 хв) використовували центрифугу Type 320a (Mechanika Precyzyjna, Польща). Час центрифугування підбирали таким чином, щоб основна смуга осідаючих частинок знаходилася у зоні ЗОІ гліцерину, а приблизний час осідання розраховували за формулою

$$t = \sum_{i=1}^n t_i, \quad (1.115)$$

де n – кількість ступенів градієнта, i

$$t_i = \frac{9\eta_i \ln(x_i / x_{0i})}{2R_{ev}^2 (p - p_{0i}) w^2}, \quad (1.116)$$

А де X_i відстань від осі ротора до дальньої межі i -ї зони постійної концентрації гліцерину, X_{0i} відстань від осі ротора до ближньої межі цієї зони, η в'язкість відповідного розчину гліцерину, ρ його густина, r , радіус частинок золота (сфери еквівалентного обсягу), ρ густина золота, w – кутова швидкість

обертання ротора. Щоб уникнути коагуляції наночастинок у процесі центрифугування, використовували розчини гліцерину з невеликим вмістом ПАР (0,001 М ЦТАБ).

Контрольоване управління геометричними параметрами нанострижнів передбачає розуміння основних механізмів зростання частинок у міцелярних системах. На сьогодні досягнутий певний прогрес у такому розумінні для двох істотно різних випадків: зростання частинок без додавання і з додаванням іонів срібла в реакційну суміш. У першому випадку (без іонів срібла) однією з моделей є механізм електрично-спрямованого зростання [87], згідно з яким іони Au^{3+} зв'язуються з міцелами ЦТАБ, що відновлюються аскорбіновою кислотою від Au^{3+} до Au^{0} формують міцелі типу Au^{0} -ЦТАБ. Дифузійне зростання частинок контролюється швидкістю зіткнення зародків (захищених ПАР) та комплексів Au^{0} -ЦТАБ. На думку авторів [87], ця швидкість більша на кінцях комплексів за рахунок анізотропії електричного поля,

В роботах [80, 85] розроблено модель, в якій переважне зростання з боку торців пояснювалося переважною адсорбцією молекул ПАР на бічних гранях частинок, внаслідок чого зародки можуть дифундувати тільки до торцевих ділянок стрижня, що зростає. Обґрунтування цієї моделі було дано в роботі [88], де було показано внутрішній структурний механізм порушення симетрії на початковій стадії зростання (здвоювання зародків), який потім посилюється за рахунок зовнішнього механізму зростання. Рушійною силою зовнішнього анізотропного зростання є відмінність у кристалічній структурі бокових і торцевих пентагональних $\{111\}$ граней, у результаті стрижнелі зростає вдоль загальної $\{110\}$ осі.

Механізм зростання у присутності іонів срібла досі залишається предметом дослідження. Зокрема, в [79] було показано, що з відсутності іонів срібла поряд зі стрижнями формуються частинки різної форми з явно вираженими гранями. Крім того, на ранніх етапах зростання не утворюються стрижні з потовщеними кінцями, які спостерігаються при синтезі з додаванням Ag .

Найбільш правдоподібний механізм, був запропонований у роботі [84]. Методом просвічуваючої електронної мікроскопії високого дозволу (hlf, TEM) було показано, що методика синтезу зародків, розроблена в групі Ель-Сайєда [76], дає монокристалічні зародки (порядку 1,5 нм), у той час як методика групи Мерфі [77] (twinned)-кристали (розмір близько 3 нм), що мають пентагональну симетрію. Саме цим, на думку авторів [84], пояснюється загадкова відмінність впливу іонів срібла на подальше зростання частинок у двох методиках. Золоті нанострижні зростають на зародках першого типу, тоді як інші призводять до формування біпірамід. Принциповою відмінністю від моделі зростання без іонів срібла [85] полягає в тому, що у разі монокристалічних зародків формуються бічні грані типу $\{110\}$ і торці типу $\{100\}$. Механізм зростання пов'язаний зі зниженням потенціалу відновлення (ППВ) срібла на золотій поверхні (тобто відновлення до Ag відбувається на субстраті, що має менший поверхневий потенціал, ніж стандартний потенціал відновлення Ag^+). Анізотропія зростання обумовлена тим, що позитивний зсув ППВ срібла виявляється більшим для торцевих граней, ніж для бокових поверхонь типу $\{110\}$ або $\{111\}$. Це дозволяє припустити швидше відновлення срібла на бічних гранях зародка, зв'язування молекул ПАР з бічними гранями та інгібування дифузного зростання частинок у напрямку бічних граней. У свою чергу такий механізм узгоджується з експериментальним спостереженням, що збільшення концентрації іонів срібла призводить до формування більш витягнутих частинок.

Таким чином, у системі з єдиною ПАР золоті нанострижні необхідної довжини можуть бути одержані зміною вмісту срібла в ростовому розчині. Цей прийом дає зростання нанострижнів з аспектним відношенням у межах 1,5-4,5 [76]. Однак збільшення концентрації іонів срібла вище певної межі може призводити до формування зіркоподібних частинок [89] (такі частинки можуть бути також отримані при використанні 10-нм золотих зародків [90]).

Отримання золотих колоїдів відбувається наступним чином

Дипергування розчину призводить спочатку до формування веретеноподібних частинок, які поступово перетворюються на нанострижні з аспектним відношенням аж до 70. Розглядаємо однокрокові методики, рахуючи з моменту поєднання ростового та зародкового розчинів. Кількісні співвідношення сурфактантів і косурфактантів також відіграють роль параметра, що керує формою нанострижні.

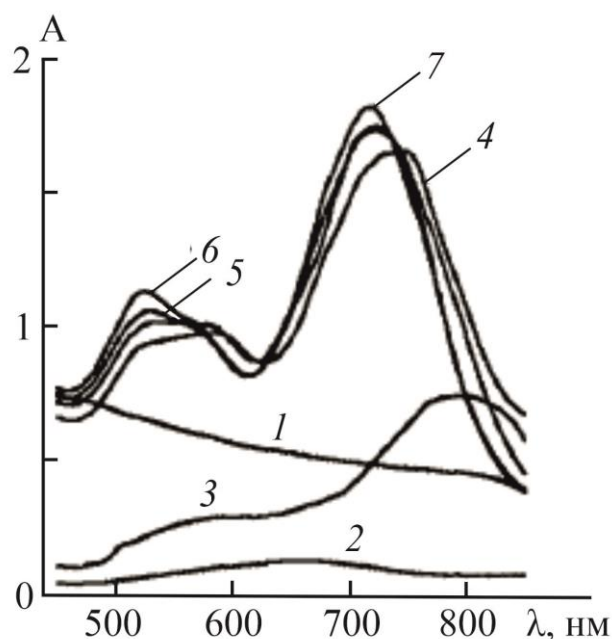
На рис. 1.3 представлено зміну в часі спектрів екстинкції нанострижнів, що зростають Au-/Ag. Також показано спектри екстинкції зародкового (1) та ростового (2) розчинів. Спектри екстинкції Au-Ag нанострижні були вимірювані через 2, 5, 30 та 60 хв після додавання зародків до ростового розчину і за кілька годин, коли зростання частинок вже зупинилося. Ці спектри дозволяють простежити тимчасову динаміку зростання частинок. Формування несферичних наночастинок, як і передбачалося, відбувається у перші п'ять хвилин після додавання зародків, що відповідає зміні кольору розчину з безбарвного до синьово-сирьового. З рис. 1.3 також видно, що істотні зміни спектрів (і пов'язані з ними зміни розмірів п концентрації нанострижнів) спостерігаються в перші 20-40 хв, після чого процес зростання виходить на насичення.

Хоча кінетичні зміни у спектрах перебувають у загальній згоді зі спостереженнями [76], можна відзначити деякі відтінки. Саме в початковий інтервал години ми реєстрували довгохвильовий резонанс, який поступово зміщувався у синій бік. На противагу цьому, автори робіт [76] та [81] спостерігали безперервне зміщення, поздовжнього резонансу у червоний бік. Крім того, їх спектри не мали слабого синього плеча, яке явно помітне у у спектрах роботи [81]. Нижче показано, що це плече пов'язане із присутністю сферичних та кубічних частинок, які формуються як побічні продукти синтезу.

Синій дрейф поздовжнього резонансу на кінцевих стадіях синтезу (спектри 4-7, рис. 1.3) є цікавою особливістю наших спектральних вимірювань

[91, 92], що узгоджуються з даними робіт [79, 93]. Теоретично [94] такий дрейф можна пояснити зменшенням аспектного відношення за рахунок збільшення товщини наностержнів (при незмінній довжині), зменшенням довжини (при незмінній товщині) або латеральною агрегацією певної частинки частинок. Нещодавні ретельні дослідження [79] показали, що у присутності іонів

Нано частинок



500 600 700 800 х, пд,

Рис. 1.3. Оптичний контроль кінетики синтезу нанострижнів за спектрами екстинкції розчину зародків (1), ростового розчину (2) та суспензії Au-Ag наночастинок (5), 60 хв (6) та 17 (7) після додавання зародків

срібла на першому етапі формуються частинки з невеликими потовщеннями на кінцях, які потім доростають до частинок, схожих на циліндри. Крім того, нанострижні, покриті ЦТАБ, кінетично нестабільні, а довжина поступово зменшується з часом. Обидва ці фактори зумовлюють синій дрейф поздовжнього резонансу.

Як зазначалося вище, величина мольного відношення срібла до золота є важливим керуючим параметром синтезу золотосрібних стрижнів. За даними

[263] зі зростанням частки срібла відбувається збільшення довжини нанострижнів, але при значеннях мольного відношення Ag до Au більше 1/6 аспектне відношення наночастинок зменшується.

На рис. 1.4 представлені спектри нанострижнів, одержаних при різних значеннях відношення Ag/Au у ростовому розчині (від 1/25 до 1/3).

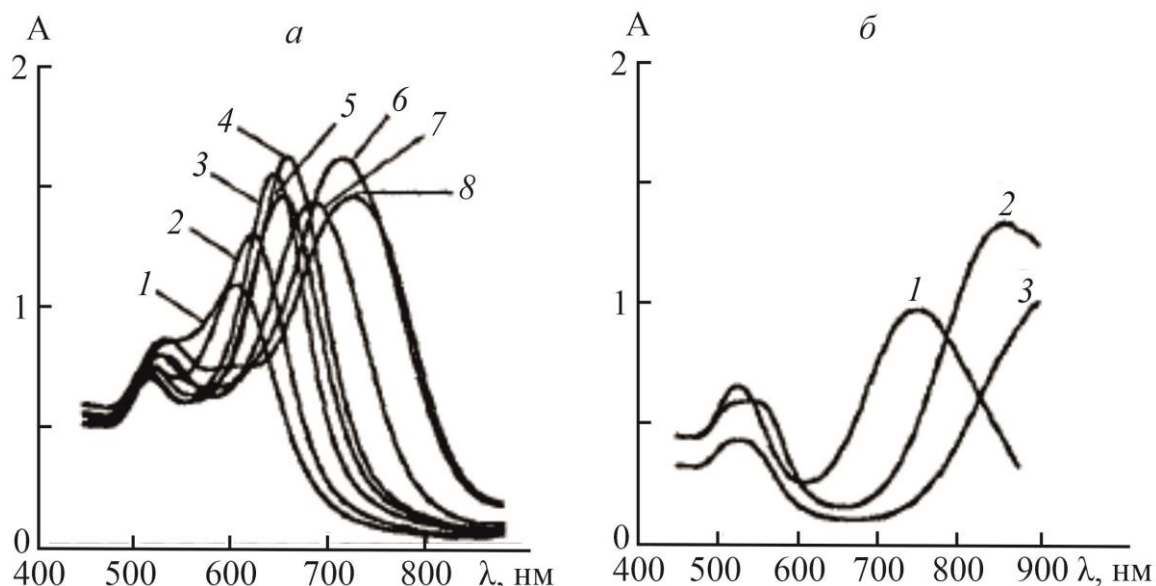


Рис. 1.4 Спектри екстинкції нанострижнів, одержаних з єдиною ПАР (а) при значеннях мольного відношення Ag/Au у ростовому розчині 1/25(1), 1/12(2), 1/8(3), 1/6(4), 1/5(5), 1/4(6), 1/3(8) та в суміші ЦТАБ/БДАХ 0,7 (6) при 1/6(2), 1/5(3)

Як бачимо з даних графіків збільшенням цього відношення до 1/6 включно (криві 1 – 4) продольний резонанс зміщується в червоний бік, що відповідає збільшенню аспектного відношення частинок. Проте при подальшому збільшенні частки срібла спостерігається поперемінно синій, то червоний зсув максимуму (криві 5-8). Можливо, це пов'язано з конкуренцією двох факторів, що впливають на положення максимуму: частинки срібла у складі наночастинок та довжини нанострижнів. Срібні наночастки мають спектр поглинання, суттєво зсунутий у короткохвильову область порівняно з аналогічними золотими частинками. За даними атомно-абсорбційної спектроскопії [85, відношення молярного вмісту срібла та золота в частинках

може становити від 0,02 (короткі стрижні) до 0,05 (довгі стрижні з аспектним відношенням порядку 5), тому синій зсув за рахунок збільшення частки срібла у складі частинки може бути цілком ймовірним. З іншого боку, продольний резонанс дуже чутливий до осьового відношення. Тому при подальшому збільшенні концентрації іонів срібла, збільшення довжини нанострижнів буде призводити до звичайного червоного зсуву поздовжнього резонансу. Звичайно, для підтвердження такої гіпотетичної моделі потрібні ретельні морфологічні виміри ЕМ на етапах синтезу нанострижнів.

Для синтезу золотосрібних нанострижнів з великими значеннями фактора форми (довжина хвилі поздовжнього резонансу понад 850 нм) автори [76] запропонували використовувати суміш ПАР (ЦТАБ та БДАХ). В цьому випадку керуючим параметром форми є відношення концентрацій цих двох ПАР (мольна відношення ЦТАБ/БДАХ від 1/25 до 2/5 при постійному мольному відношенні $\text{Ag}/\text{Au} = 1/6$). Експерименти показали, що для синтезу нанострижнів з великими значеннями фактора форми використання як керуючого параметра мольного відношення срібла до золота при постійному значенні мольного відношення двох ПАР також ефективно. На рис. 1.5 представлені спектри поглинання нанострижнів, синтезованих у присутності двох ПАР (ЦТАБ/БДАХ 0,7) при різних значеннях відношення Ag/Au (1/8, 1/6, 1/5). Зі збільшенням частки має місце збільшення аспектного відношення нанострижнів.

Ефективним керуючим параметром фактора форми нанострижнів є кількість зародків, що додаються в ростовий розчин. У роботі [81] відзначалася зворотня залежність довжини золотих нанострижнів від кількості зародків. Однак, за нашими даними, представленими на рис. 1.5 збільшення кількості зародків, що додається, призводить до зсуву поздовжнього резонансу в довгохвильову область і, отже, до збільшення осьового відношення нанострижнів. Для випадку суміші двох ПАР при постійному значенні мольного відношення срібла до золота має місце та ж тенденція: зі збільшенням

кількості зародків, що додається, відбувається червоний зсув поздовжнього резонансу.

Для відокремлення Au-Ag нанострижнів від побічних частинок та надлишку ЦТАБ ми використовується процедура седиментаційного поділу. Свіжевикотовлені нанострижні розділяли градієнтним центрифугуванням, як зазначено вище. В результаті центрифугування у пробірках утворювалися три різні фракції. Верхня (перша) фракція мала темно-синій колір, середня – фіолетовий і нижня – рожевий.

Якісне уявлення про усереднену дисперсну структуру всіх трьох фракцій можна отримати із спектрів екстинкції, наведених на рис. 1.6. Очевидно, що перша (верхня) фракція містила найбільше кількість нанострижнів, оскільки спектр цієї фракції добре узгоджується з теоретичними розрахунками для таких систем [86, 95]. У другій фракції містилися як нанострижні, так і частинки інших форм, на що вказує виражене плече області 570 нм. Зіставляючи спектр 2 на рис. 1.6 з даними роботи [96], можна вважати, що фракція 2 містила суміш частинок стрижнеподібної, кубічної та сферичної форми, і, нарешті, чіткий плазмонний резонанс третьої фракції близько 570 нм відповідає розрахункам роботи [96] для кубічних частинок. Таким чином, зникнення плеча в спектрі першої фракції пов'язане з істотним зменшенням кількості кубічних і сферичних частинок, які перейшли до другої та третьої фракції. Зазначимо, що седиментаційний розподіл зменшує, але не усуває наявність частинок із седиментаційними параметрами, близькими до нанострижнів. Наприклад, на рис. 1.6 наводиться ЕМ фотографію сепарованого препарату NR-655, де стрілками показано кілька частинок, схожих на куби та сфери. Проте оптичні спектри (разом з ЕМ даними) однозначно свідчать про покращення якості препаратів після градієнтного сепарування. Наприклад, ми наводимо на рис. 2.10 ЕМ фотографію сепарованого препарату NR-655, де стрілками показано кілька частинок, схожих на куби та сфери. Проте оптичні спектри (разом з ЕМ даними) однозначно свідчать про покращення якості препаратів після градієнтного сепарування.

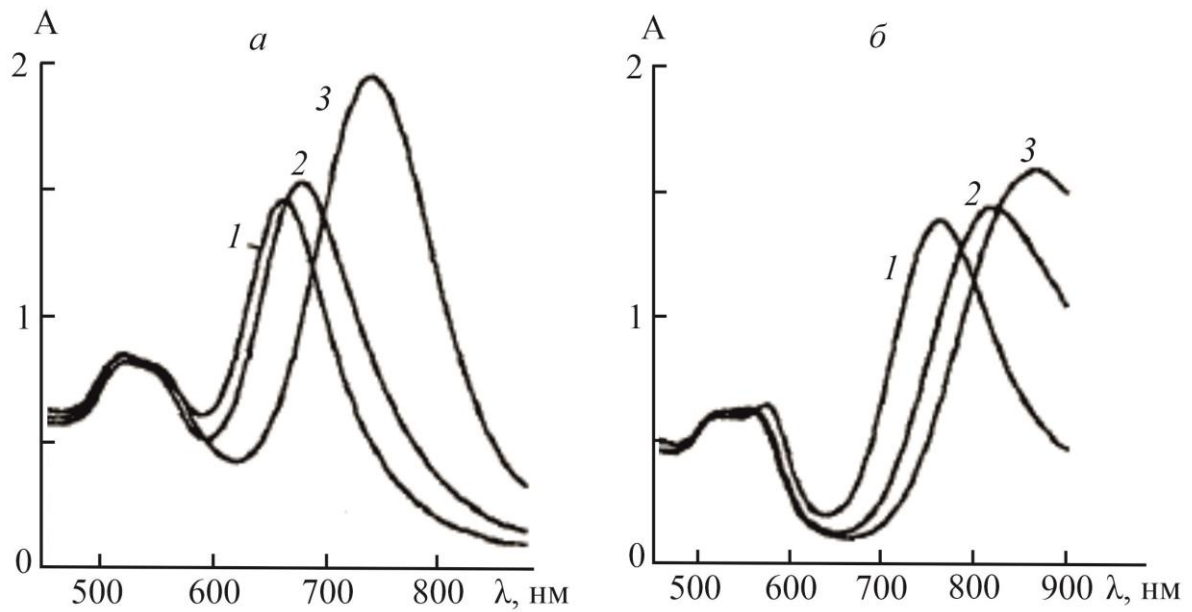


Рис. 1.5. Спектри екстинкції нанострижнів синтезованих при єдиному ПАР(а), двох ПАР(б) (ЦТАБ/БДАХ=0,7) та різних кількостях зародків, що додаються: 6(1), 1'2(2) і 18(3) мкл

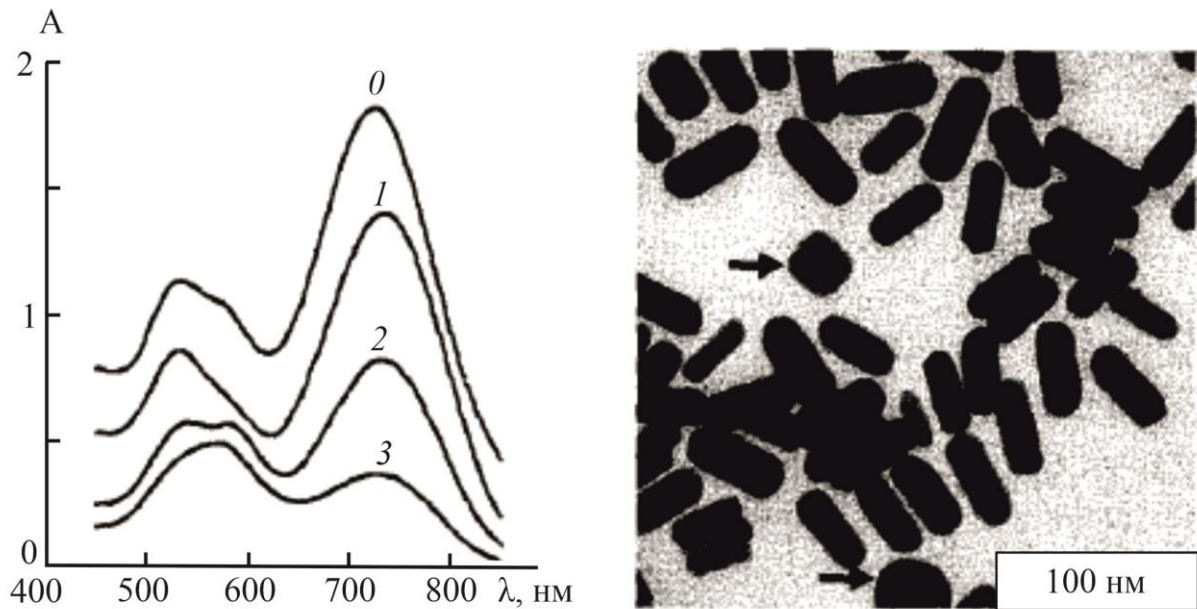


Рис. 1.6. Спектри екстинкції суспензії наночастинок NR-7.33 до (0) та після фракціонування (цифри у кривих 1-3 відповідають номерам фракцій). ЕУГ фотографія відповідає нефракціонованого зразка NR-655. Стрілками

показані сферичні та кубічні частинки, що залишилися після седиментаційного поділу.

Поряд із наностержнями значний інтерес для біосенсорики, імунодетекції, оптичної візуалізації біооб'єктів та лазерної фотодеструкції ракових клітин становлять золоті "нанооболонки", "нанозірки", "наноклітки" та ін. [97, 90, 98].

Найбільш зручним способом контролю процесів утворення металоколлоїдів є методи спектроскопії поглинання та розсіювання світла.

2 ПОЛЯРИЗОВАНІСТЬ ДВОШАРОВОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ НАНОСТРУКТУРИ

2.1 Загальні співвідношення

Розглянемо взаємодію світла з двошаровою циліндричною наноструктурою, розміщеною в діелектричному середовищі з проникністю ϵ_m , причому ця структура складається з двох неспівосних циліндрів, радіусами a та b (відстань між центрами циліндрів дорівнює d , а діелектричні проникності матеріалів ядра й оболонки дорівнюють ϵ_c і ϵ_s). Для кожного з циліндрів введемо локальні полярні системи координат: для зовнішнього (ρ, ϕ) і для внутрішнього (ρ', ϕ') .

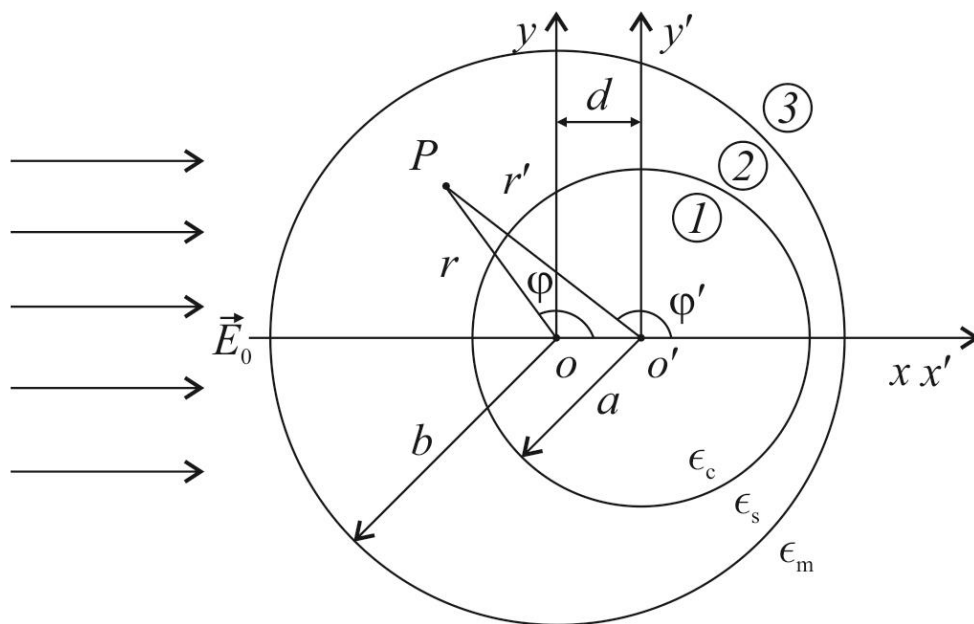


Рисунок 2.1 – Геометрія задачі

Внаслідок того, що довжина хвилі падаючого світла набагато більша за розміри системи ($a, b, d \gg \lambda$), задачу можна розглядати в квазістатичному наближенні. У вказаному наближенні потенціали електричних полів у кожній із областей (1 – ядро (с), 2 – оболонка (s), 3 – оточуюче діелектричне середовище (m)) визначаються з рівняння Лапласа:

$$\Delta\varphi_i = 0 \quad (i = c, s, m) \quad (2.1)$$

з граничними умовами на межах поділу областей

$$\begin{aligned} \varphi_c|_{r'=a} &= \varphi_s|_{r'=a}; \\ \dot{\varphi}_c \frac{\partial \varphi_c}{\partial r'} \Big|_{r'=a} &= \dot{\varphi}_s \frac{\partial \varphi_s}{\partial r'} \Big|_{r'=a}; \\ \varphi_s|_{r=b} &= \varphi_m|_{r=b}; \\ \dot{\varphi}_s \frac{\partial \varphi_s}{\partial r} \Big|_{r=b} &= \dot{\varphi}_m \frac{\partial \varphi_m}{\partial r} \Big|_{r=b}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Розв'язки рівнянь (2.1) мають вигляд

$$\begin{aligned} \varphi_c &= \sum_{n=1}^{\infty} D_n \left(\frac{r'}{a} \right)^n \cos n\phi'; \\ \varphi_s &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[B_n \left(\frac{a}{r'} \right)^n + C_n \left(\frac{r'}{a} \right)^n \right] \cos n\phi'; \\ \varphi_m &= -\mathcal{E}_0 r \cos \phi + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \left(\frac{b}{r} \right)^n \cos n\phi. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Підставляючи розв'язки (2.3) рівняння Лапласа в граничні умови (2.2), отримуємо:

$$\sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos n\phi' = \sum_{n=1}^{\infty} (B_n + C_n) \cos n\phi'; \quad (2.4)$$

$$-\mathcal{E}_0 b \cos \phi + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n\phi = \sum_{n=1}^{\infty} \left[B_n \left(\frac{a}{r'} \right)^n + C_n \left(\frac{r'}{a} \right)^n \right] \cos n\phi' \Big|_{r=b}; \quad (2.5)$$

$$\dot{\circ}_c \sum_{n=1}^{\infty} n D_n \cos n\phi' = \dot{\circ}_s \sum_{n=1}^{\infty} n (-B_n + C_n) \cos n\phi'; \quad (2.6)$$

$$-\dot{\circ}_m \left[\mathcal{E}_0 b \cos \phi + \sum_{n=1}^{\infty} n A_n \cos n\phi' \right] = \dot{\circ}_s b \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial}{\partial r} \left(B_n \left(\frac{a}{r'} \right)^n + C_n \left(\frac{r'}{a} \right)^n \right) \cos n\phi' \Big|_{r=b}. \quad (2.7)$$

З урахуванням того, що

$$\int_0^{2\pi} \cos k\phi' \cos n\phi' d\phi' = \pi \delta_{kn}, \quad (2.8)$$

матимемо наступну систему рівнянь для визначення коефіцієнтів A_n , B_n , C_n і D_n :

$$\left\{ \begin{array}{l} D_k = B_k + C_k; \\ \dot{\circ}_c D_k = \dot{\circ}_s (-B_k + C_k); \\ -\mathcal{E}_0 b \delta_{1k} + A_k = \sum_{n=1}^{\infty} F_{kn} B_n + \sum_{n=1}^{\infty} G_{kn} C_n; \\ -\dot{\circ}_m (\mathcal{E}_0 b \delta_{1k} + k A_k) = \dot{\circ}_s \left(\sum_{n=1}^{\infty} H_{kn} B_n + \sum_{n=1}^{\infty} I_{kn} C_n \right). \end{array} \right. \quad (2.9)$$

В двох останніх співвідношеннях системи (2.9)

$$F_{kn} = \frac{a^n}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos n\phi'}{r'^n} \Big|_{r=b} \cos k\phi d\phi; \quad (2.10)$$

$$G_{kn} = \frac{a^{-n}}{\pi} \int_0^{2\pi} r'^n \cos n\phi' \Big|_{r=b} \cos k\phi d\phi; \quad (2.11)$$

$$H_{kn} = \frac{ba^n}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\cos n\phi'}{r'^n} \right) \Big|_{r=b} \cos k\phi d\phi; \quad (2.12)$$

$$I_{kn} = \frac{ba^{-n}}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial r} (r'^n \cos n\phi') \Big|_{r=b} \cos k\phi d\phi; \quad (2.13)$$

За теоремою додавання циліндричних функцій

$$r'^n \cos n\phi' = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{n-k} \frac{n!}{k!(n-k)!} d^{n-k} r^k \cos k\phi; \quad (2.14)$$

$$\frac{\cos n\phi'}{r'^n} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k-1)!}{(n-1)!(k-n)!} d^{k-n} \frac{\cos k\phi}{r^k}. \quad (2.15)$$

Підставляючи вирази (2.14) і (2.15) в (2.10) – (2.13), отримуємо

$$F_{kn} = \frac{a^n}{b^k} \frac{(k-1)!}{(n-1)!(k-n)!} d^{k-n}; \quad (2.16)$$

$$G_{kn} = \frac{b^k}{a^{kn}} \frac{1}{b} \frac{(-1)^{n-k} n!}{k!(n-k)!} d^{n-k}; \quad (2.17)$$

$$H_{kn} = -k \frac{a^n}{b^k} \frac{(k-1)! d^{k-n}}{(n-1)!(k-n)!}; \quad (2.18)$$

$$I_{kn} = \frac{(-1)^{n-k} kn! b^k}{k!(n-k)! a^n} d^{k-n}. \quad (2.19)$$

З виразів (2.16) – (2.19) випливає, що

$$H_{kn} = -kF_{kn}; \quad I_{kn} = -kG_{kn}, \quad (2.20)$$

тому система рівнянь (2.9) набуває вигляду

$$\left\{ \begin{array}{l} D_k = B_k + C_k; \\ \dot{\partial}_c D_k = \dot{\partial}_s (-B_k + C_k); \\ \sum_{n=1}^{\infty} F_{kn} B_n + \sum_{n=1}^{\infty} G_{kn} C_n = -\mathcal{E}_0 b \delta_{1k} + A_k; \\ m \dot{\partial}_s \left(-\sum_{n=1}^{\infty} F_{kn} B_n + \sum_{n=1}^{\infty} G_{kn} C_n \right) = -\dot{\partial}_m (\mathcal{E}_0 b \delta_{1k} + k A_k). \end{array} \right. \quad (2.21)$$

Відмітимо, що коли $k < n$, то $F_{kn} = 0$, а якщо $k > n$, $G_{kn} = 0$.

Виключаючи з рівнянь системи (2.21) коефіцієнти B_k і D_k , отримуємо наступну систему рівнянь

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\dot{\partial}_s - \dot{\partial}_c}{\dot{\partial}_s + \dot{\partial}_c} F_{kn} + G_{kn} \right] C_n = -\mathcal{E}_0 b \delta_{1k} + A_k; \\ m \dot{\partial}_s \sum_{n=1}^{\infty} \left[-\frac{\dot{\partial}_s - \dot{\partial}_c}{\dot{\partial}_s + \dot{\partial}_c} F_{kn} + G_{kn} \right] C_n = -\dot{\partial}_m (\mathcal{E}_0 b \delta_{1k} + k A_k). \end{array} \right. \quad (2.22)$$

Оскільки ми розглядаємо плазмонні явища в дипольному наближенні, то запишемо систему рівнянь для $n, k = 1, 2$

$$\left\{ \begin{array}{l} -A_1 + \left(\frac{\dot{\varrho}_s - \dot{\varrho}_c}{\dot{\varrho}_s + \dot{\varrho}_c} F_{11} + G_{11} \right) C_1 + G_{12} C_2 = -\mathcal{E}_0 b; \\ \frac{\dot{\varrho}_m}{\dot{\varrho}_s} A_1 + \left(\frac{\dot{\varrho}_s - \dot{\varrho}_c}{\dot{\varrho}_s + \dot{\varrho}_c} F_{11} + G_{11} \right) C_1 + G_{12} C_2 = -\frac{\dot{\varrho}_m}{\dot{\varrho}_s} \mathcal{E}_0 b; \\ A_2 = \frac{\dot{\varrho}_s - \dot{\varrho}_c}{\dot{\varrho}_s + \dot{\varrho}_c} F_{21} C_1 + \left(\frac{\dot{\varrho}_s - \dot{\varrho}_c}{\dot{\varrho}_s + \dot{\varrho}_c} F_{22} + G_{22} \right) C_2; \\ A_2 = \frac{\dot{\varrho}_s}{\dot{\varrho}_m} \left[\frac{\dot{\varrho}_s - \dot{\varrho}_c}{\dot{\varrho}_s + \dot{\varrho}_c} F_{21} C_1 + \left(\frac{\dot{\varrho}_s - \dot{\varrho}_c}{\dot{\varrho}_s + \dot{\varrho}_c} F_{22} - G_{22} \right) C_2 \right], \end{array} \right. \quad (2.23)$$

де

$$F_{11} = \frac{a}{b}, \quad F_{22} = \frac{a^2}{b^2}, \quad F_{21} = \frac{ad}{b^2}, \quad G_{11} = \frac{b}{a}, \quad G_{22} = \frac{b^2}{a^2}, \quad G_{12} = -2 \frac{bd}{a^2}. \quad (2.24)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (2.23), матимемо

$$\begin{aligned} A_1 = \mathcal{E}_0 b & \left\{ 1 - 2 \frac{\dot{\varrho}_m - \dot{\varrho}_s}{\dot{\varrho}_m} \frac{\dot{\varrho}_s - \dot{\varrho}_c}{\dot{\varrho}_s + \dot{\varrho}_c} F_{21} G_{12} + 2 \left(\frac{\dot{\varrho}_m - \dot{\varrho}_s}{\dot{\varrho}_m} \frac{\dot{\varrho}_s - \dot{\varrho}_c}{\dot{\varrho}_s + \dot{\varrho}_c} F_{22} + \frac{\dot{\varrho}_m - \dot{\varrho}_s}{\dot{\varrho}_m} G_{22} \right) \times \right. \\ & \times \left. \left(\frac{\dot{\varrho}_s - \dot{\varrho}_c}{\dot{\varrho}_s + \dot{\varrho}_c} F_{11} + G_{11} \right) \right\} \left\{ \frac{\dot{\varrho}_s - \dot{\varrho}_c}{\dot{\varrho}_s + \dot{\varrho}_c} \frac{\dot{\varrho}_m^2 - \dot{\varrho}_s^2}{\dot{\varrho}_m^2} F_{21} G_{12} - \left(\frac{\dot{\varrho}_m - \dot{\varrho}_s}{\dot{\varrho}_m} \frac{\dot{\varrho}_s - \dot{\varrho}_c}{\dot{\varrho}_s + \dot{\varrho}_c} F_{22} + \frac{\dot{\varrho}_m + \dot{\varrho}_s}{\dot{\varrho}_m} G_{22} \right) \times \right. \\ & \times \left. \left(\frac{\dot{\varrho}_m - \dot{\varrho}_s}{\dot{\varrho}_m} \frac{\dot{\varrho}_s - \dot{\varrho}_c}{\dot{\varrho}_s + \dot{\varrho}_c} F_{11} + \frac{\dot{\varrho}_m - \dot{\varrho}_s}{\dot{\varrho}_m} G_{11} \right) \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Співвідношення дипольної поляризованості має вигляд

$$\alpha = \frac{A_1}{2 \mathcal{E}_0 b} = \frac{\Lambda}{Z}, \quad (2.26)$$

Вираз (2.26) надалі використовуватиметься для розрахунків розмірних залежностей частот поверхневого плазмонного резонансу і частот невидимості.

2.2 Процеси релаксації у циліндричних металевих нанооболонках постійної товщини

Відомо, що процеси релаксації в металевих наночастинках різної геометрії характеризуються такими параметрами як ефективна швидкість релаксації, в яку адитивний внесок роблять об'ємна і поверхнева релаксація та радіаційне загасання:

$$\gamma_{\text{eff}} = \gamma_{\text{bulk}} + \gamma_s + \gamma_{\text{rad}}.$$

Якщо швидкість об'ємної релаксації є сталою величиною, то швидкість поверхневої релаксації та радіаційного загасання є розмірно і частотнозалежними функціями та визначаються дійсною частиною електричної провідності:

$$\gamma_s^\perp = \frac{\mathcal{L}_\perp^{(2)} \sigma_\perp(\omega)}{\dot{\omega}_m + \mathcal{L}_\perp^{(2)} (1 - \dot{\omega}_m)}, \quad (2.27)$$

$$\gamma_{\text{rad}}^\perp = \frac{2}{3} V \frac{\mathcal{L}_\perp^{(2)}}{\sqrt{\dot{\omega}_m \left[\dot{\omega}^\infty + \left(\frac{1}{\mathcal{L}_\perp^{(2)}} - 1 \right) \dot{\omega}_m \right]}} \left(\frac{\omega_p}{c} \right)^3 \sigma_\perp(\omega). \quad (2.28)$$

В свою чергу, з точки зору класичної електродинаміки, провідність є коефіцієнтом пропорційності між густиною струму, що виникає в наночастиці

та напруженістю електричного поля падаючої на частинку електромагнітної хвилі

$$j_{\alpha}(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{\beta=1}^3 \sigma_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \omega) E_{\beta} = 2e \left(\frac{m}{2\pi\hbar} \right)^3 \int v_{\alpha} f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}) d^3\mathbf{v}.$$

Причиною виникнення струму є те, що однорідне періодичне в часі електричне поле хвилі впливає на електрони провідності в наночастинці та викликає відхилення f_1 їх функції розподілу f від рівноважного ферміївського розподілу f_0 :

$$f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) - f_0(\varepsilon), \quad (2.29)$$

де

$$f_0(\varepsilon) = \Theta(\varepsilon_F - \varepsilon) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_F; \\ 0, & \varepsilon_F < \varepsilon, \end{cases} \quad (2.30)$$

а енергія Фермі

$$\varepsilon_F = \frac{mv_F^2}{2}. \quad (2.31)$$

У цьому випадку співвідношення для густини струму має вигляд:

$$\mathbf{j} = ze \left(\frac{m}{z\bar{n}\hbar} \right)^3 \int \mathbf{v} f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}) d^3\mathbf{v}. \quad (2.32)$$

Функцію $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ визначимо розв'язуючи лінеаризоване за зовнішнім електричним полем $\mathbf{E}$ кінетичне рівняння Больцмана

$$(\nu - i\omega) f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}) + \mathbf{v} \frac{\partial f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})}{\partial \mathbf{r}} + e(\mathbf{v}, \mathbf{E}) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = 0 \quad (2.33)$$

з граничними умовами на поверхні (поверхнях) наночастинки

$$f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})|_s = 0, \quad v_n < 0, \quad (2.34)$$

де v_n – нормальна до поверхні складова швидкості електронів.

Умова (2.34) відповідає дифузному механізму розсіяння електрона на поверхні металевої наночастинки.

Циліндрична металева нанооболонка має дві межі поділу ($r = a$) і ($r = b$), тому аналогічних (2.34) граничних умов будуть дві:

$$f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})|_{r=a} = 0, \quad f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})|_{r=b} = 0. \quad (2.35)$$

Розв'язок рівняння (2.33) шукатимемо методом характеристики. Внаслідок наявності двох меж поділу таких характеристик меж буде дві $t_{\pm}(\mathbf{r}, \mathbf{v})$:

$$t_{\pm} = \frac{\mathbf{r}_{\perp} \cdot \mathbf{v}_{\perp} \pm \sqrt{(\mathbf{r}_{\perp} \cdot \mathbf{v}_{\perp})^2 + (R_{\pm}^2 - r_{\perp}^2)v_{\perp}^2}}{v_{\perp}^2}, \quad (2.36)$$

де $R_+ = b$, а $R_- = a$, знак «+» відноситься до відбиття від зовнішньої межі оболонки, а «-» – до відбиття від внутрішньої межі.

З урахуванням виразів (2.36) відхилення f_1 функції розподілу від ферміївської має вигляд:

$$f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = -e(\mathbf{v}, \mathbf{E}) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \frac{1 - e^{-(v-i\omega)t_{\pm}(\mathbf{r}_{\perp}, \mathbf{v}_{\perp})}}{v - i\omega}, \quad (2.37)$$

де

$$\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = -\delta(\varepsilon_F - \varepsilon),$$

$\delta(x)$ – дельта-функція Дірака.

Тоді потужність електричних втрат визначається співвідношенням

$$W_e = \frac{1}{2} \text{Re} \int \mathbf{j}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} = A \text{Re} \frac{F(a, b, \omega)}{\tilde{v}}, \quad (2.38)$$

де $\tilde{v} = v - i\omega$, $A = eE^2 \left(\frac{m}{2\pi\hbar} \right)^3$, а розмірно і частотно залежна функція

$F(a, b, \omega)$ є шестикратним інтегралом у звичайному тривимірному просторі та у просторі швидкостей, який після тривіального інтегрування за кутами і довжиною циліндра перетворюється на трьохкратний інтеграл

$$F(a, b, \omega) = 4\pi L \int_a^b r_{\perp} dr_{\perp} \int_0^{v_F} \sqrt{v_F^2 - v_{\perp}^2} v_{\perp} dv_{\perp} \times \\ \times \left\{ \int_0^{\theta^*} \left(1 - e^{-\tilde{v}t_{-}(r_{\perp}, v_{\perp}, \theta)} \right) d\theta + \int_{\theta^*}^{\pi} \left(1 - e^{-\tilde{v}t_{+}(r_{\perp}, v_{\perp}, \theta)} \right) d\theta \right\}. \quad (2.39)$$

У формулі (2.39) $\theta^* = \arctg \left(2 \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{L} \right)$ – критичний кут розсіювання, а

рівняння характеристик набудуть вигляду

$$\begin{aligned}
t_+(r_\perp, v_\perp, \theta) &= \frac{1}{v_\perp} \left(r_\perp \cos \theta + \sqrt{b^2 - r_\perp^2 \sin^2 \theta} \right); \\
t_-(r_\perp, v_\perp, \theta) &= \frac{1}{v_\perp} \left(r_\perp \cos \theta - \sqrt{a^2 - r_\perp^2 \sin^2 \theta} \right)
\end{aligned}
\tag{2.40}$$

Вводячи нові змінні інтегрування $\xi = r_\perp/b$ та $u = v_\perp/v_F$, одержимо вираз для $F(a, b, \omega)$ зручний для проведення чисельних експериментів

$$\begin{aligned}
F(a, b, \omega) &= 4\pi L b^2 v_F^3 \int_{\kappa}^1 \xi d\xi \int_0^1 u \sqrt{1-u^2} du \times \\
&\times \left\{ \int_0^{\theta^*} \left(1 - e^{-\frac{\tilde{v}b}{uv_F} \left(\xi \cos \theta - \sqrt{\kappa^2 - \xi^2 \sin^2 \theta} \right)} \right) d\theta + \int_{\theta^*}^{\pi} \left(1 - e^{-\frac{\tilde{v}b}{uv_F} \left(\xi \cos \theta + \sqrt{1 - \xi^2 \sin^2 \theta} \right)} \right) d\theta \right\}.
\end{aligned}
\tag{2.41}$$

де $\kappa^2 = (a/b)^2$ – об’ємний вміст діелектрика в досліджуваній наносистемі.

Наприкінці відмітимо, що вираз для шуканої електричної провідності матиме вигляд

$$\sigma_\perp(\omega) = e \left(\frac{m}{2\pi\hbar} \right)^3 \text{Re} \frac{F(a, b, \omega)}{\tilde{v}},
\tag{2.42}$$

де $F(a, b, \omega)$ визначається виразом (2.42).

2.3 Процеси релаксації у металевих оболонках змінної товщини

Відмітимо, що підхід, описаний вище у випадку оболонки змінної товщини стикається з великими труднощами. Більш просто вирази для провідності $\sigma_\perp(\omega)$, а, відповідно, і для швидкостей поверхневої релаксації і

радіаційного загасання, можна отримати з виразу для $\sigma_{\perp}(\omega)$ для випадку неконцентричної еліпсоїдальної оболонки, наведеного в роботі:

$$\sigma_{\perp}(\omega) = \frac{32e^2}{\pi^3 \hbar V_s} d^2 \left(\sqrt{\xi_2^2 - 1} - \sqrt{\xi_1^2 - 1} \right)^2 \frac{g(v)}{v^3}, \quad (2.43)$$

де V_s – об'єм оболонки; $v = \hbar\omega/\varepsilon_F$ – безрозмірна частота, а частотно-залежна функція $g(v)$ має вигляд

$$g(v) = \frac{1}{3} \left(\sqrt{1+v} - \sqrt{1-v} \right) \left(2 + \sqrt{1-v^2} \right) + \frac{v^3}{8} \ln \frac{1 + \sqrt{1+v}}{1 + \sqrt{1-v}} - \frac{v}{8} \left[(2+v)\sqrt{1+v} - (2-v)\sqrt{1-v} \right], \quad (2.44)$$

$$\xi_1 d = R_{\square}^{(1)}, \quad d\sqrt{\xi_1^2 - 1} = R_{\perp}^{(1)}, \quad \xi_2 d = R_{\square}^{(2)}, \quad d\sqrt{\xi_2^2 - 1} = R_{\perp}^{(2)}, \quad d^2 = R_{\square}^{(2)2} - R_{\perp}^{(2)2} \quad (2.45)$$

а $R_{\square}^{(1)}$, $R_{\square}^{(2)}$, $R_{\perp}^{(1)}$, $R_{\perp}^{(2)}$ – великі і малі напівосі внутрішнього та зовнішнього еліпсоїдів.

Роблячи граничний перехід від неконцентричної еліпсоїдальної оболонки до циліндричної відповідно до формул

$$R_{\square}^{(1)} = R_{\square}^{(2)} = \frac{L}{2}, \quad R_{\perp}^{(1)} = a, \quad R_{\perp}^{(2)} = b,$$

де a і b – радіуси основ внутрішнього і зовнішнього циліндрів, одержимо:

$$V_s = \pi L (b^2 - a^2) = \pi L (b - a)(b + a),$$

$$d^2 = \left(\sqrt{\xi_2^2 - 1} - \sqrt{\xi_1^2 - 1} \right) = \left(R_{\perp}^{(2)} - R_{\perp}^{(1)} \right) \left(R_{\perp}^{(2)} + R_{\perp}^{(1)} \right), \quad (2.46)$$

$$R_{\perp}^{(1)} + R_{\perp}^{(2)} = a + b, \quad R_{\perp}^{(2)} - R_{\perp}^{(1)} = b - a - l \cos \theta = t(\theta),$$

де l – відстань між центрами основ циліндрів, $t(\theta)$ – кутова залежність товщини оболонки, а також вираз для провідності

$$\sigma_{\perp}(\omega) = \frac{32e^2}{\pi^4 \hbar L(a+b)} (b-a-l \cos \theta) \frac{g(v)}{v^3}. \quad (2.47)$$

Усереднюючи цей вираз за кутами θ , остаточно отримуємо

$$\sigma_{\perp}(\omega) = \frac{64e^2}{\pi^4 \hbar L(a+b)} (\pi(b-a) - 2d) \frac{g(v)}{v^3}. \quad (2.48)$$

Перейдемо тепер до визначення $\gamma_s^{\perp}$ і $\gamma_{\text{rad}}^{\perp}$ для неспівосної металевої оболонки. Для цього підставимо вираз (2.48) у формулу (2.27) – (2.28) та отримаємо з урахуванням того, що фактор деполяризації $\mathcal{L}_{\perp}^{(2)} = \frac{1}{2}$

$$\gamma_s^{\perp} = \frac{64e^2}{\pi^3 \hbar (\dot{\omega}_m + 1)} \frac{\pi(b-a) - 2d}{L(a+b)} \frac{g(v)}{v^3}, \quad (2.49)$$

$$\gamma_{\text{rad}}^{\perp} = \frac{64e^2(b-a)}{3\pi^3 \hbar \sqrt{\dot{\omega}_m (\dot{\omega}^{\infty} + \dot{\omega}_m)}} \frac{\pi(b-a) - 2d}{L(a+b)} \frac{g(v)}{v^3}. \quad (2.50)$$

2.4 Поздовжній та поперечний поверхневий плазмонний резонанс та частоти невидимості

Умова ППР (у бездисипативному наближенні) має вигляд

$$Z = \frac{\dot{\omega}_s - \dot{\omega}_c}{\dot{\omega}_s + \dot{\omega}_c} \frac{\dot{\omega}_m^2 - \dot{\omega}_s^2}{\dot{\omega}_m^2} F_{21} G_{12} - \left(\frac{\dot{\omega}_m - \dot{\omega}_s}{\dot{\omega}_m} \frac{\dot{\omega}_s - \dot{\omega}_c}{\dot{\omega}_s + \dot{\omega}_c} F_{22} + \frac{\dot{\omega}_m + \dot{\omega}_s}{\dot{\omega}_m} G_{22} \right) \times$$

$$\times \left(\frac{\dot{\omega}_m - \dot{\omega}_s}{\dot{\omega}_m} \frac{\dot{\omega}_s - \dot{\omega}_c}{\dot{\omega}_s + \dot{\omega}_c} F_{11} + \frac{\dot{\omega}_m - \dot{\omega}_s}{\dot{\omega}_m} G_{11} \right) = 0. \quad (2.51)$$

Після деяких перетворень отримуємо рівняння

$$\frac{b^3}{a^3} \left[\frac{(\dot{\omega}_s + \dot{\omega}_c)(\dot{\omega}_s + \dot{\omega}_m)}{(\dot{\omega}_s - \dot{\omega}_c)(\dot{\omega}_s - \dot{\omega}_m)} \right]^2 - \frac{a^2 + b^2 + 2d^2}{ab} \frac{(\dot{\omega}_s + \dot{\omega}_c)(\dot{\omega}_s + \dot{\omega}_m)}{(\dot{\omega}_s - \dot{\omega}_c)(\dot{\omega}_s - \dot{\omega}_m)} + \frac{a^3}{b^3} = 0, \quad (2.52)$$

яке після заміни змінних

$$x = \frac{\dot{\omega}_s + \dot{\omega}_c}{\dot{\omega}_s - \dot{\omega}_c} \frac{\dot{\omega}_s + \dot{\omega}_m}{\dot{\omega}_s - \dot{\omega}_m}. \quad (2.53)$$

набуває вигляду

$$\frac{b^3}{a^3} x^2 - \frac{a^2 + b^2 + 2d^2}{ab} x + \frac{a^3}{b^3} = 0. \quad (2.54)$$

Рівняння (2.30) має розв'язки

$$x_{1,2} = \frac{a^2}{2b^4} \left[a^2 + b^2 + 2d^2 \pm \sqrt{(a^2 - b^2)^2 + 4d^2(a^2 + b^2 + d^2)} \right]. \quad (2.55)$$

Розглядатимемо металеву оболонку змінної товщини, тобто ядро наноструктури, що розглядається, є діелектриком, а оболонка – металом. У цьому випадку $\dot{\epsilon}_c = \text{const}$, а $\dot{\epsilon}_s = \dot{\epsilon}_s(\omega)$. Для $\dot{\epsilon}_s(\omega)$ із (2.29) і (2.31) матимемо рівняння

$$(1 - x_{1,2})\dot{\epsilon}_s^2 + (\dot{\epsilon}_c + \dot{\epsilon}_m)(1 + x_{1,2})\dot{\epsilon}_s + (1 - x_{1,2})\dot{\epsilon}_c\dot{\epsilon}_m = 0. \quad (2.56)$$

яке має наступні розв'язки

$$\dot{\epsilon}_s^{(1,2)(\pm)} = \frac{-(\dot{\epsilon}_c + \dot{\epsilon}_m)(1 + x_{1,2}) \pm \sqrt{(\dot{\epsilon}_c^2 + \dot{\epsilon}_m^2)(1 + x_{1,2})^2 - 2\dot{\epsilon}_c\dot{\epsilon}_m(1 - 6x_{1,2} + x_{1,2}^2)}}{2(1 - x_{1,2})}. \quad (2.57)$$

Відмітимо, що $x_{1,2}$ є дійсними величинами, оскільки $D = (a^2 - b^2)^2 + 4d^2(a^2 + b^2 + d^2) > 0$ завжди (за довільних значень a , b і d). Випишемо всі корені $\dot{\epsilon}_s^{(1,2)(\pm)}$:

$$\dot{\epsilon}_s^{(1+)} = \frac{-(\dot{\epsilon}_c + \dot{\epsilon}_m)(1 + x_1) + \sqrt{(\dot{\epsilon}_c^2 + \dot{\epsilon}_m^2)(1 + x_1)^2 - 2\dot{\epsilon}_c\dot{\epsilon}_m(1 - 6x_1 + x_1^2)}}{2(1 - x_1)}; \quad (2.58, a)$$

$$\dot{\epsilon}_s^{(1-)} = \frac{-(\dot{\epsilon}_c + \dot{\epsilon}_m)(1 + x_1) - \sqrt{(\dot{\epsilon}_c^2 + \dot{\epsilon}_m^2)(1 + x_1)^2 - 2\dot{\epsilon}_c\dot{\epsilon}_m(1 - 6x_1 + x_1^2)}}{2(1 - x_1)}; \quad (2.58, б)$$

$$\dot{\epsilon}_s^{(2+)} = \frac{-(\dot{\epsilon}_c + \dot{\epsilon}_m)(1 + x_2) + \sqrt{(\dot{\epsilon}_c^2 + \dot{\epsilon}_m^2)(1 + x_2)^2 - 2\dot{\epsilon}_c\dot{\epsilon}_m(1 - 6x_2 + x_2^2)}}{2(1 - x_2)}; \quad (2.58, в)$$

$$\dot{\epsilon}_s^{(2-)} = \frac{-(\dot{\epsilon}_c + \dot{\epsilon}_m)(1+x_2) - \sqrt{(\dot{\epsilon}_c^2 + \dot{\epsilon}_m^2)(1+x_2)^2 - 2\dot{\epsilon}_c\dot{\epsilon}_m(1-6x_2+x_2^2)}}{2(1-x_2)}. \quad (2.58, z)$$

У загальному випадку частотна дисперсія діелектричної проникності оболонки описується формулою Друде

$$\dot{\epsilon}_s(\omega) = \dot{\epsilon}^\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma_{\text{eff}})},$$

або окремо для її дійсної та уявної частин

$$\text{Re}\dot{\epsilon}_s(\omega) = \dot{\epsilon}^\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma_{\text{eff}}^2}; \quad \text{Im}\dot{\epsilon}_s(\omega) = \frac{\omega_p^2\gamma_{\text{eff}}}{\omega(\omega^2 + \gamma_{\text{eff}}^2)}. \quad (2.59)$$

У виразі (2.35) $\dot{\epsilon}^\infty$ – доданок, що визначає внесок кристалічної ґратки в діелектричну функцію металу; ω_p – плазмова частота; γ_{eff} – ефективна швидкість релаксації.

У випадку, коли $\gamma_{\text{eff}} \ll \omega_p, \omega$, можна вважати, що $\text{Im}\dot{\epsilon}_s = 0$, а

$$\text{Re}\dot{\epsilon}_s(\omega) = \dot{\epsilon}^\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega_{sp}^2}.$$

Тоді маємо чотири гілки частот ППР з умови

$$\dot{\epsilon}^\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega_{sp}^2} = \dot{\epsilon}_s^{(1,2)(\pm)},$$

отримаємо

$$\omega_{sp}^{(1,2)(\pm)} = \frac{\omega_p}{\sqrt{\dot{\omega}^\infty - \dot{\omega}_s^{(1,2)(\pm)}}}. \quad (2.60)$$

Оскільки $\dot{\omega}_s^{(1,2)(\pm)}$ є розмірнозалежною функцією, то відповідні частоти ППР також будуть розмірнозалежними.

Знайдемо тепер частоти невидимості з умови, яка випливає з рівняння (2.26)

$$\Lambda = (F_{11} + G_{11}y)(F_{22} + G_{22}x) - yF_{21}G_{12} = 0, \quad (2.61)$$

де F_{ij} та G_{ij} визначаються виразами (2.24), x – виразом (2.31), а

$$y = \frac{\dot{\omega}_m - \dot{\omega}_s}{\dot{\omega}_m + \dot{\omega}_s} \frac{\dot{\omega}_s + \dot{\omega}_c}{\dot{\omega}_s - \dot{\omega}_c}. \quad (2.62)$$

Розв'язуючи рівняння (2.37), матимемо

$$y = \frac{F_{11}(F_{22} + G_{22}x)}{F_{21}G_{12} - G_{11}(F_{22} - G_{22}x)}, \quad (2.63)$$

або з урахуванням (2.24)

$$y_{1,2} = \frac{\frac{b}{a}x_{1,2} - \frac{a^3}{b^3}}{\frac{2d}{ab} + \frac{a}{b} - \frac{b^3}{a^3}x_{1,2}}. \quad (2.64)$$

Таким чином, відносно $\dot{\omega}_s(\omega)$ з рівняння (2.38) отримуємо квадратне рівняння

$$(1 + y_{1,2})\dot{\omega}_s^{(1,2)^2} - (1 - y_{1,2})(\dot{\omega}_m - \dot{\omega}_c)\dot{\omega}_s^{(1,2)} - (1 + y_{1,2})\dot{\omega}_c\dot{\omega}_m = 0, \quad (2.65)$$

яке має розв'язки

$$\tilde{\omega}_s^{(1,2)(\pm)} = \frac{(\dot{\omega}_m - \dot{\omega}_c)(1 - y_{1,2}) \pm \sqrt{(\dot{\omega}_m + \dot{\omega}_c)^2(1 + y_{1,2}^2) - 2y_{1,2}(\dot{\omega}_m^2 + \dot{\omega}_c^2 - 6\dot{\omega}_c\dot{\omega}_m)}}{2(1 + y_{1,2})}. \quad (2.66)$$

Враховуючи, що

$$\tilde{\omega}_s^{(1,2)(\pm)} = \omega^\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega_\#^2},$$

Отримаємо вирази для розмірних залежностей частот невидимості

$$\omega_\#^{(1,2)(\pm)} = \frac{\omega_p}{\sqrt{\omega^\infty - \tilde{\omega}_s^{(1,2)(\pm)}}}. \quad (2.67)$$

Таким чином, частот невидимості також буде чотири. Надалі вирази (2.36) і (2.43) використовуватимуться для розрахунків розмірних залежностей частот ППР і частот невидимості для металевої оболонки змінної товщини.

2.5 Результати розрахунків та їх обговорення

Розрахунки розмірних залежностей частот ППР і невидимості проводилися для неспівосних циліндричних двошарових наноструктур, в яких внутрішній циліндр, виготовлений із SiO_2 ($\epsilon_c = 2,25$), а оболонка – з благородних металів. Параметри матеріалів наведено у табл. 2.1 і 2.2.

На рис. 2.2 наведено залежності частот ППР для структур $\text{SiO}_2 @ \text{Au}$ і $\text{SiO}_2 @ \text{Ag}$ від відстані між осями циліндрів, радіуси яких $a = 10$ нм, $b = 40$ нм. Якісно характер залежностей для наноструктур із різними оболонками подібний. Так, розщеплення плазмонних резонансів, які відповідають значенню $x = x_1$ ($\Delta\omega_{sp}^{(1)(\pm)} = \omega_{sp}^{(1)(+)} - \omega_{sp}^{(1)(-)}$) є більш суттєвим, ніж для плазмонних резонансів із $x = x_2$ ($\Delta\omega_{sp}^{(2)(\pm)} = \omega_{sp}^{(2)(+)} - \omega_{sp}^{(2)(-)}$). Цей факт пояснюється тим, що $x_1 > x_2 \cong 0$. Крім того, в обох випадках $\omega_{sp}^{(1)(+)}$ збільшується, а $\omega_{sp}^{(1)(-)}$ зменшується зі збільшенням відстані між осями циліндрів, тобто розщеплення зростає зі збільшенням відстані між осями циліндрів. Що стосується частот $\omega_{sp}^{(2)(\pm)}$, то треба відмітити, що вони практично не залежать від відстані між осями циліндрів, а тому й їх розщеплення є постійною величиною. Кількісна відмінність у залежностях $\omega_{sp}^{(1,2)(\pm)}(d)$ для випадків оболонок Ag і Au полягає в тому, що відповідні $\omega_{sp}^{\text{Au}} < \omega_{sp}^{\text{Ag}}$, а тому і $\Delta\omega_{sp}^{\text{Au}} < \Delta\omega_{sp}^{\text{Ag}}$. Цей факт пов'язаний із тим, що $\epsilon_{\text{Ag}}^\infty < \epsilon_{\text{Au}}^\infty$.

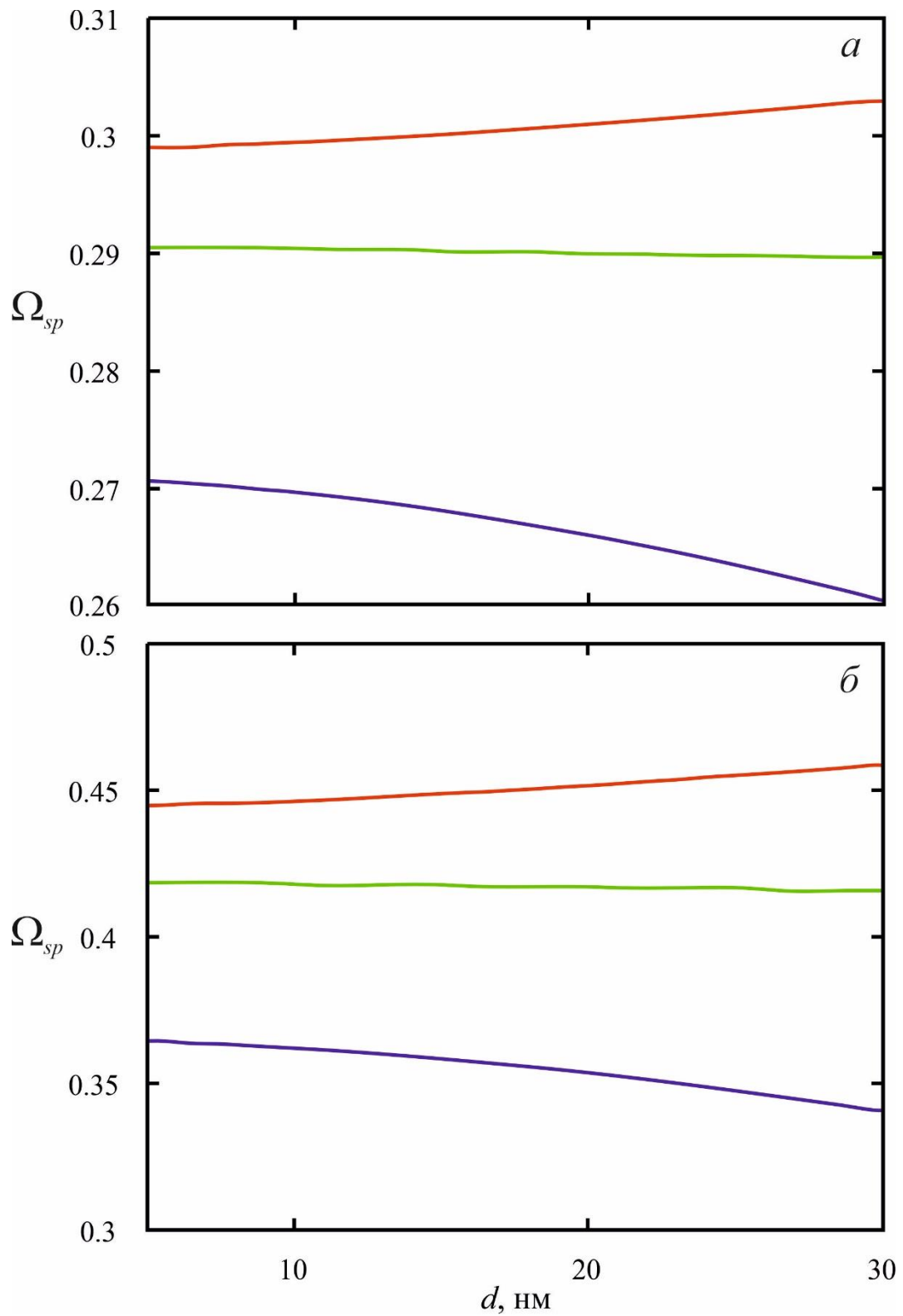
Таблиця 2.1 – Параметри металів

Матеріали Параметри	Au	Ag	Cu
$\hbar\omega_p$, eV	9,07	9,17	12,60
δ^∞	9,84	3,70	12,03

Таблиця 2.2 – Параметри діелектриків ядра (δ_c) і матриці (δ_m)

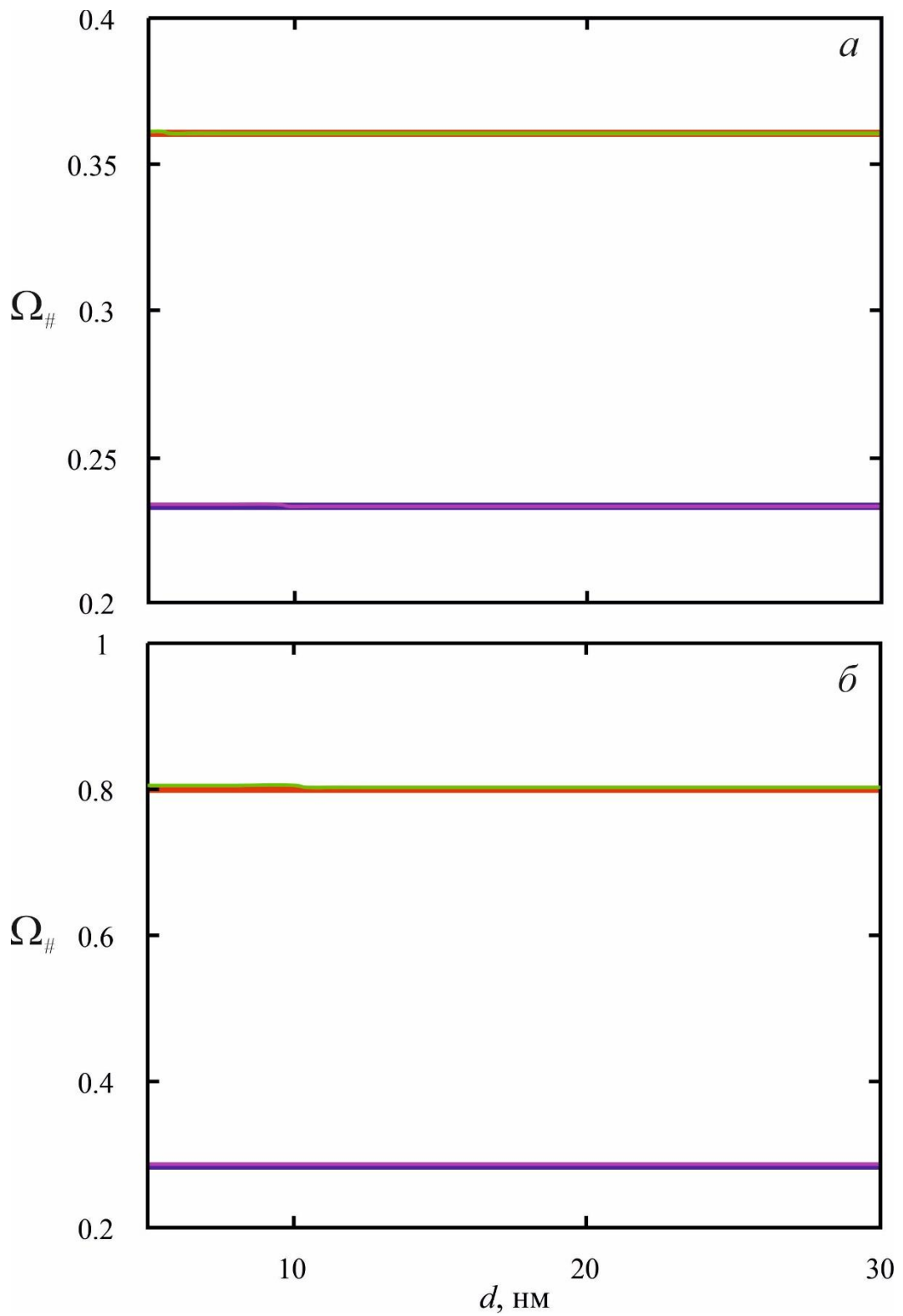
Ядро	Матриця
δ_c	δ_m
2,25	2,30

Результати розрахунків розмірних залежностей частот невидимості для двошарових циліндрів із $a = 10$ нм, $b = 40$ нм з оболонками Au і Ag наведено на рис. 2.3, а і рис. 2.3, б, відповідно. Відмітимо, що як у випадку оболонок Au, так і Ag частота невидимості практично не залежить від відстані між осями циліндрів. Крім того, має місце співпадання частот $\omega_{\#}^{(1)(+)}$ і $\omega_{\#}^{(2)(+)}$, а також $\omega_{\#}^{(1)(-)}$ і $\omega_{\#}^{(2)(-)}$, що пов'язане з тим, що $y_1 \cong y_2 \cong 0$.



a – оболонка Au; *b* – оболонка Ag

Рисунок 2.2 – Залежність частот поверхневих плазмонів у наноциліндрах $\text{SiO}_2 @ \text{Au}$ від відстані між осями циліндрів

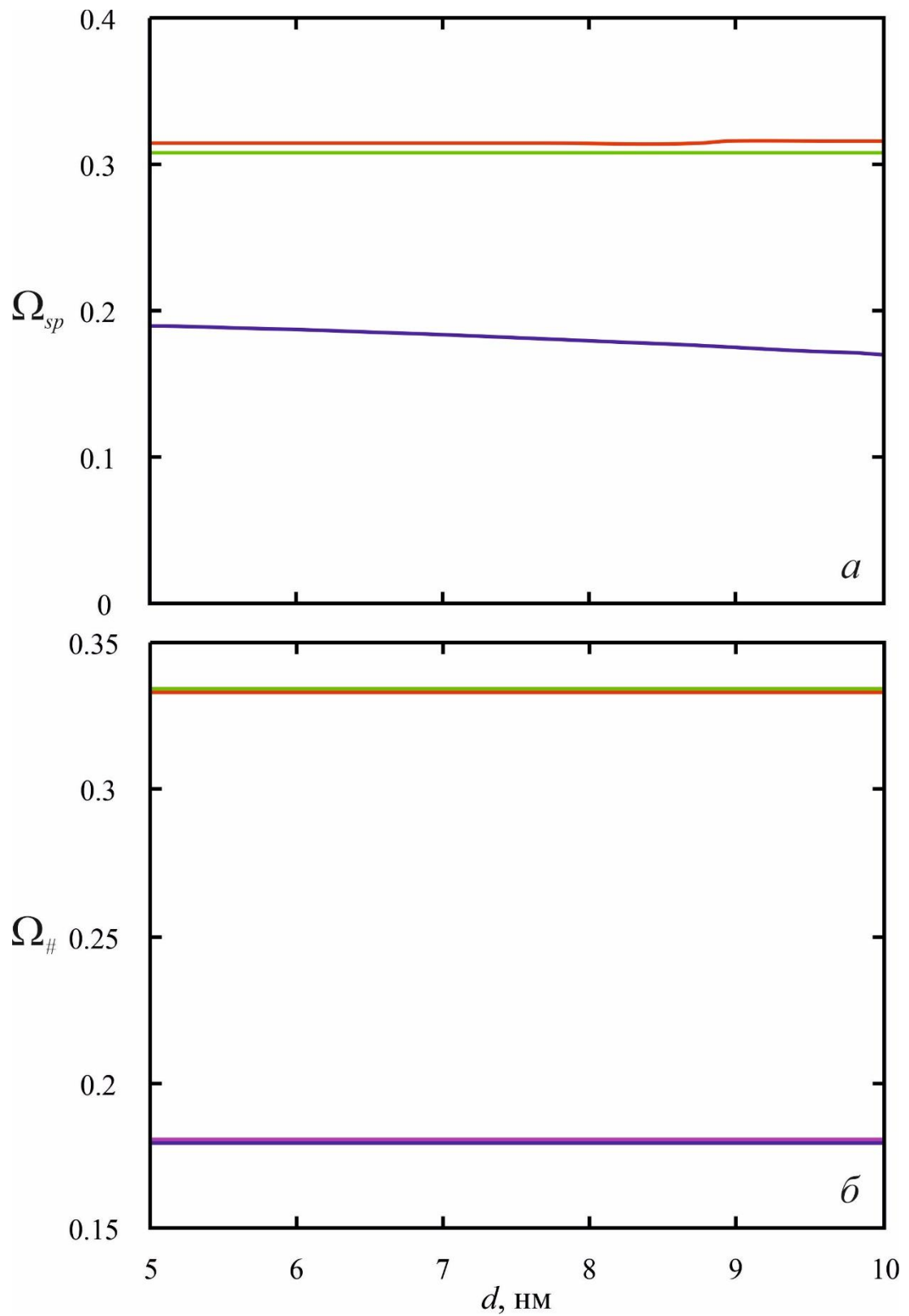


a – оболонка Au; *b* – оболонка Ag

Рисунок 2.3 – Залежність частот невидимості у наноциліндрах $\text{SiO}_2 @ \text{Au}$ від відстані між осями циліндрів

На рис. 2.4 показано результати розрахунків розмірних залежностей частот ППР і невидимості для структури з $a = 30$ нм, $b = 40$ нм та оболонкою Au. Відмітимо, що у цьому випадку також $\omega_{sp}^{(2)(\pm)}$ практично не залежить від відстані між осями циліндрів, а $\Delta\omega_{sp}^{(1)} > \Delta\omega_{sp}^{(2)}$. Проте, на відміну від випадку з внутрішнім циліндром малого радіусу зростання $\omega_{sp}^{(1)(+)}$ та зменшення $\omega_{sp}^{(1)(-)}$ є незначним (рис. 2.4, а). Стосовно розмірної залежності частоти невидимості, потрібно відмітити, що ситуація аналогічна випадку внутрішнього циліндра малого радіусу. Отже, збільшення радіусу внутрішнього діелектричного циліндра якісно не змінює характер кривих $\omega_{\#}^{(1,2)(\pm)}$ (слабку залежність від відстані між осями циліндрів та співпадіння частот $\omega_{\#}^{(1)(+)}$ і $\omega_{\#}^{(2)(+)}$ та $\omega_{\#}^{(1)(-)}$ і $\omega_{\#}^{(1)(-)}$), проте $\omega_{\#}^{(1,2)(+)}$ збільшується, а $\omega_{\#}^{(1,2)(-)}$ зменшується (рис. 2.4, б).

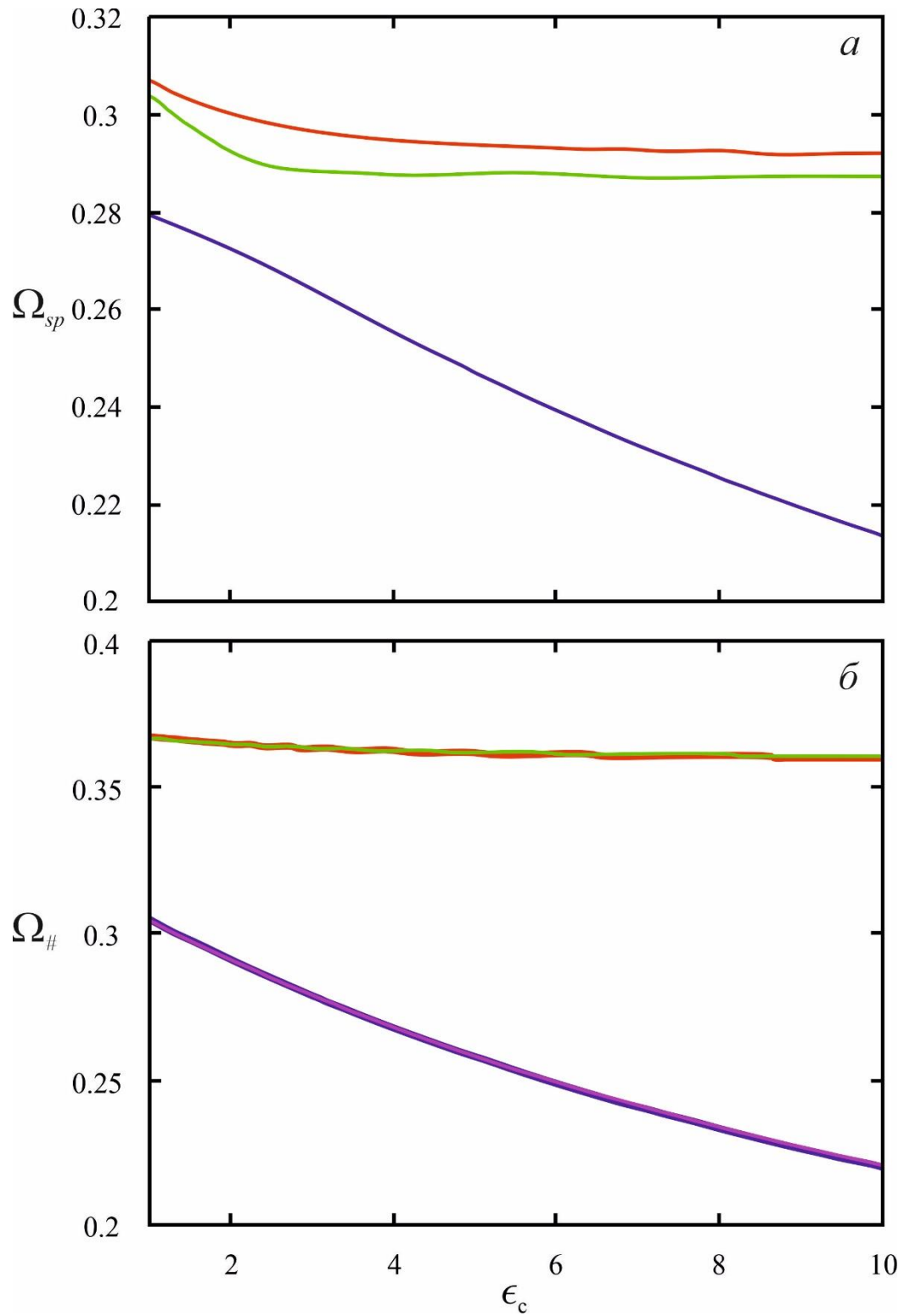
Криві залежностей частот поверхневого плазмонного резонансу і невидимості від діелектричної проникності внутрішнього циліндра, коли $a = 10$ нм, $b = 40$ нм, а речовиною оболонки є Au зображено на рис. 2.5. Результати розрахунків свідчать про те, що всі частоти ППР (рис. 2.5, а) та невидимості (рис. 2.5, б) зменшуються зі збільшенням ϵ_c , проте, якщо $\omega_{sp}^{(1,2)(-)}$ і $\omega_{\#}^{(1,2)(-)}$ зменшуються слабо. Крім того, як і у попередніх розрахунках є співпадіння частот невидимості $\omega_{\#}^{(1)(+)} = \omega_{\#}^{(2)(+)}$ і $\omega_{\#}^{(1)(-)} = \omega_{\#}^{(2)(-)}$.



а – частоти ППР;

б – частоти невидимості

Рисунок 2.4 – Криві розмірних залежності частот ППР і невидимості для структури з оболонкою SiO₂ @ Au



а – частоти ППР;

б – частоти невидимості

Рисунок 2.5 – Криві залежності діелектричної проникності внутрішнього циліндра, оболонки D@A $a = 10$, $b = 40$

ВИСНОВКИ

В класичному наближенні розглянуто задачу про оптичні явища в двошаровій 1D-структурі з неспівосними циліндрами, де внутрішній циліндр є діелектриком, а оболонка – металом. Отримано вирази для поперечної поляризованості, частот поверхневого плазмонного резонансу та невидимості.

Встановлено, що, на відміну від випадку металевої нанотрубки, де існують дві гілки частот ППР і невидимості, у випадку оболонки змінної товщини існують чотири гілки цих частот за рахунок розщеплення внаслідок неспівосності циліндрів. Проте, для частот невидимості у всіх розглянутих випадках характерна дуже слабка залежність від відстані між осями циліндрів та співпадання верхніх і нижніх гілок (виродження).

Показано, що для однієї пари частот ППР має місце збільшення розщеплення зі зростанням відстані між осями циліндрів, тоді як для другої пари це розщеплення є постійною величиною. Крім того, характер розмірних залежностей частот ППР і невидимості для оболонок різних металів якісно подібний, а відмінності є кількісними.

Доведено, що вплив зміни розмірів внутрішнього циліндру зводиться до коригування зменшення величини розщеплення частот ППР зі збільшенням відстані між осями циліндрів та зміни величин частот невидимості.

Продемонстровано, що всі частоти ППР та невидимості зменшуються зі збільшенням діелектричної проникності внутрішнього циліндра, але виродження частот невидимості зберігається.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. **Lee, H.-E.** Amino-acid- and peptide-directed synthesis of chiral plasmonic gold nanoparticles [Text] / H.-E. Lee, H.-Y. Ahn, J. Mun, Y. Y. Lee, M. Kim, N. H. Cho, K. Chang, W. S. Kim, J. Rho, and K. T. Nam // *Nature*, –2018, Vol. 556, pp. 360-365.
2. **Fenton J. L.**, “Tunable intraparticle frameworks for creating complex heterostructured nanoparticle libraries” [Text] / J. L. Fenton, B. C. Steimle, and R. E. Schaak // *Science*, vol. 360, pp. 513–517 May 2018.
3. **D. Kim D.**, “Synthesis and Biomedical Applications of Multifunctional Nanoparticles” [Text] / D. Kim, K. Shin, S. G. Kwon, and T. Hyeon // *Adv. Mater.*, –2018, Vol. 30, p. 1802309.
4. **Chen P.-C.**, “Polyelemental nanoparticle libraries” [Text] / P.-C. Chen, X. Liu, J. L. Hedrick, Z. Xie, S. Wang, Q.-Y. Lin, M. C. Hersam, V. P. Dravid, and C. A. Mirkin // *Science*, –2016, vol. 352, pp. 1565–1569.
5. **Chen H.**, “Gold nanorods and their plasmonic properties” [Text] / H. Chen, L. Shao, Q. Li, and J. Wang // *Chem. Soc. Rev.*, –2013, Vol. 42, pp. 2679–2724.
6. **M. Galanty M.**, “Second harmonic generation hotspot on a centrosymmetric smooth silver surface” [Text] / M. Galanty, O. Shavit, A. Weissman, H. Aharon, D. Gachet, E. Segal, and A. Salomon // *Light Sci. Appl.*, –2018, Vol. 7, p. 49.
7. **Jia H.**, “Site-Selective Growth of Crystalline Ceria with Oxygen Vacancies on Gold Nanocrystals for Near-Infrared Nitrogen Photofixation” [Text] / H. Jia, A. Du, H. Zhang, J. Yang, R. Jiang, J. Wang, and C.-y. Zhang // *J. Am. Chem. Soc.*, –2019, Vol. 141, pp. 5083–5086.
8. **Zhan C.**, “From plasmon-enhanced molecular spectroscopy to plasmon-mediated chemical reactions” [Text] / C. Zhan, X.-J. Chen, J. Yi, J.-F. Li, D.-Y. Wu, and Z.-Q. Tian // *Nat. Rev. Chem.*, –2018, Vol. 2, pp. 216–230.
9. **Liu X.**, “Noble metal–metal oxide nanohybrids with tailored nanostructures for efficient solar energy conversion, photocatalysis and environmental remediation” [Text] / X. Liu, J. Iocozzia, Y. Wang, X. Cui, Y. Chen, S. Zhao, Z. Li, and Z. Lin

- // *Energ. Environ. Sci.*, –2016, Vol. 10, pp. 402–434.
10. **Zhang N.**, “Near-field dielectric scattering promotes optical absorption by platinum nanoparticles” [Text] / N. Zhang, C. Han, Y.-J. Xu, J. J. Foley IV, D. Zhang, J. Codrington, S. K. Gray, and Y. Sun // *Nat. Photon.*, –2016, Vol. 10, pp. 473–482.
 11. **Langer J.**, “Present and Future of Surface-Enhanced Raman Scattering” [Text] / J. Langer, and D. Jimenez de Aberasturi et al., // *ACS Nano*, –2020, Vol. 14, pp. 28–117.
 12. **Ding S.-Y.**, “Electromagnetic theories of surface-enhanced Raman spectroscopy” [Text] / S.-Y. Ding, E.-M. You, Z.-Q. Tian, and M. Moskovits // *Chem. Soc. Rev.*, –2017, Vol. 46, pp. 4042–4076.
 13. **Lim D.-K.**, “Highly uniform and reproducible surface-enhanced Raman scattering from DNA-tailorable nanoparticles with 1-nm interior gap” [Text] / D.-K. Lim, K.-S. Jeon, J.-H. Hwang, H. Kim, S. Kwon, Y. D. Suh, and J.-M. Nam // *Nat. Nanotechnol.*, –2011, Vol. 6, pp. 452–460.
 14. **Liu Y.**, “Photothermal therapy and photoacoustic imaging via nanotheranostics in fighting cancer” [Text] / Y. Liu, P. Bhattarai, Z. Dai, and X. Chen // *Chem. Soc. Rev.*, –2019, Vol. 48, pp. 2053–2108.
 15. **Gao A.**, “Controllable Fabrication of Au Nanocups by Confined-Space Thermal Dewetting for OCT Imaging” [Text] / A. Gao, W. Xu, Y. Ponce de León, Y. Bai, M. Gong, K. Xie, B. H. Park, and Y. Yin // *Adv. Mater.*, –2017, Vol. 29, p. 1701070.
 16. **Guerrini L.**, “Cancer characterization and diagnosis with SERS-encoded particles” [Text] / L. Guerrini, N. Pazos-Perez, E. Garcia-Rico, and R. Alvarez-Puebla // *Cancer Nano.*, –2017, Vol. 8, p. 5.
 17. **Kim M.**, “Plasmonic Photothermal Nanoparticles for Biomedical Applications,” [Text] / M. Kim, J.-H. Lee, and J.-M. Nam // *Adv. Sci.*, –2019, Vol. 6, p. 1900471.
 18. **Park J.-E.**, “Golden Opportunities: Plasmonic Gold Nanostructures for Biomedical Applications based on the Second Near-Infrared Window” [Text] /

- J.-E. Park, M. Kim, J.-H. Hwang, and J.-M. Nam // *Small Meth.*, –2017, Vol. 1, p. 1600032.
19. **Oldenburg S.**, “Nanoengineering of Optical Resonances” [Text] / S. Oldenburg, R. Averitt, S. Westcott, and N. Halas // *Chem. Phys. Lett.*, vol. 288, pp. 243–247, June 1998.
 20. **Kelly K. L.**, “The Optical Properties of Metal Nanoparticles: The Influence of Size, Shape, and Dielectric Environment” [Text] / K. L. Kelly, E. Coronado, L. L. Zhao, and G. C. Schatz // *J. Phys. Chem. B*, –2003, Vol. 107, pp. 668–677.
 21. **Liz-Marzán L. M.**, “Tailoring Surface Plasmons Through the Morphology and Assembly of Metal Nanoparticles” / L. M. Liz-Marzán // *Langmuir*, –2006, Vol. 22, pp. 32–41.
 22. **Wang F.**, General Properties of Local Plasmons in Metal Nanostructures [Text] / F. Wang, and Y. R. Shen // *Phys. Rev. Lett.*, –2006, Vol. 97, p. 206806.
 23. **Capretti A.**, Size-dependent second-harmonic generation from gold nanoparticles [Text] / A. Capretti, E.F. Pecora, C. Forestiere, L.D. Negro, and G. Miano // *Phys. Rev. B*, –2014, Vol. 89, p. 125414.
 24. **ZhiBo L.**, Nonlinear optical properties of graphene-based materials [Text] / L. ZhiBo, Z. XiaoLiang, Y. XiaoQing, C. YongSheng, and T. JianGuo // *Chin. Sci. Bull.*, –2012, Vol. 57, pp. 2971–2982.
 25. **Bao Q.**, Graphene Photonics, Optoelectronics, and Plasmonics [Text] / Q. Bao, H. Y. Hoh, and Y. Zhang // USA: Pan Stanford Publishing Pte. Ltd, –2017.
 26. **Butet J.**, Interference between Selected Dipoles and Octupoles in the Optical Second-Harmonic Generation from Spherical Gold Nanoparticles [Text] / J. Butet, G. Bachelier, I. Russier-Antoine, C. Jonin, E. Benichou, and P.-F. Brevet // *Phys. Rev. Lett.*, –2010, Vol. 105, p. 077401.
 27. **Butet J.**, Effect of the Dielectric Core and Embedding Medium on the Second Harmonic Generation from Plasmonic Nanoshells: Tunability and Sensing [Text] / J. Butet, I. Russier-Antoine, C. Jonin, N. Lascoux, E. Benichou, and P.-F. Brevet // *J. Phys. Chem. C*, –2013, Vol. 117, pp. 1172–1177.
 28. **Yildiz B. C.**, Enhanced second harmonic generation from coupled asymmetric

- plasmonic metal nanostructures [Text] / B. C. Yildiz, M. E. Tasgin, M. K. Abak, S. Coskun, H. E. Unalan, and A. Bek // J. Opt., –2015, Vol. 17, p. 125005.
29. Scherbak S. A., Understanding the Second-Harmonic Generation Enhancement and Behavior in Metal Core–Dielectric Shell Nanoparticles [Text] / S. A. Scherbak, and A. A. Lipovskii // J. Phys. Chem. C, –2018, Vol. 122, pp. 15635–15645.
 30. **Reddy K. N.**, Surface second-harmonic generation from metallic-nanoparticle configurations: A transformation-optics approach [Text] // K. N. Reddy, P. Y. Chen, A. I. Fernandez-Dominguez, and Y. Sivan // Phys. Rev. B, –2019, Vol. 99, p. 235429.
 31. **Wang Y.-N.** Interactions of fast ions with carbon nanotubes: self-energy and stopping power [Text] / Wang Y.-N., Miškovic' Z.L. // Phys. Rev., –2004, A 69, 022901.
 32. **Abramowitz M.** Handbook of mathematical functions [Text] / Abramowitz M., I.A. Stegun // Dover, New York, –1965.
 33. **Yannouleas C.** Collective excitations of multishell carbon microstructures: multishell fullerenes and coaxial nanotubes [Text] / C. Yannouleas, E.N. Bogachek, U. Landman // Phys. Rev., –1996, B 53, pp. 10225-10236.
 34. **Iijima S.** Helical microtubules of graphitic carbon [Text] / Iijima S. // Nature (London), –1991, 354, pp. 56-58.
 35. **Mowbray D.J.**, Interactions of fast ions with carbon nanotubes: two-fluid model [Text] / Mowbray D.J., Z.L. Miškovic', F.O. Goodman, Y.-N. Wang // Phys. Rev., –2004, A 70, p. 195418.
 36. **Longe P.** Collective excitations in metallic graphene tubules [Text] / P. Longe, S. M. Bose // Phys. Rev., –1993, B 48, pp. 18239–18243.
 37. **Barton G.**, Plasma spectroscopy proposed for C60 and C70 [Text] / G. Barton, C. Eberlein // J. Chem. Phys., –1991, 95, pp. 1512–1517.
 38. **Jiang X.**, Collective plasmon excitations in graphene tubules [Text] / X. Jiang // Phys. Rev., –1996, B 54, pp. 13487–13490.
 39. **Calliari L.**, Plasmon features in electron energy loss spectra from carbon

- materials [Text] / L. Calliari, S. Fanchenko, M. Filippi // Carbon, –2007, 45, pp. 1410–1418.
40. **Mišković Z.L.**, Energy losses and transition radiation produced by the interaction of charged particles with a graphene sheet [Text] / Z.L. Mišković, S. Segui, J.L. Gervasoni, N.R. Arista // Phys. Rev., –2016, B 94, p. 125414.
 41. **Khosravi H.** Surface polaritons in cylindrical optical fibers [Text] / H. Khosravi, D.R. Tilley, R. Loudon // J. Opt. Soc. Am., –1991, A 8, pp. 112–122.
 42. **Moradi A.**, Theory of energy and power flow of plasmonic waves on single-walled carbon nanotubes [Text] / A. Moradi // J. Appl. Phys., –2017, 122, p. 133103.
 43. **Bohren C.F.**, Absorption and Scattering of Light by Small Particles [Text] / C.F. Bohren, D.R. Huffman // Wiley, –1983, New York.
 44. **Maxwell-Garnett J.C.**, Colours in metal glasses and in metallic films [Text] / J.C. Maxwell-Garnett // Philos. Trans. R. Soc. London, –1904, Ser. B 203, pp. 385–420
 45. **Moradi A.**, Plasmon hybridization in tubular metallic nanostructures [Text] / A. Moradi // Physica, –2010, B 405, pp. 2466– 2469.
 46. **Prodan E.** A hybridization model for the plasmon response of complex nanostructures [Text] / E. Prodan, C. Radloff, N.J. Halas, P. Nordlander // Science, –2003, 302, pp. 419–422.
 47. **Mowbray D.J.**, Dynamic interactions of fast ions with carbon nanotubes [Text] / D.J. Mowbray, S. Chung, Z.L. Mišković, F.O. Goodman, Y.-N. Wang // Nucl. Instrum. Methods, –2005, B 230, pp. 142–147.
 48. **Gumbs G.**, Effects of coupling on plasmon modes and drift-induced instabilities in a pair of cylindrical nanotubes [Text] / G. Gumbs, A. Balassis // Phys. Rev., – 2003, B 68, 075405.
 49. **Moradi A.**, Electron-hole plasma excitations in single-walled carbon nanotubes [Text] / A. Moradi // Phys. Lett., –2008, A 372, pp. 5614–5616.
 50. **Moradi A.**, Plasmon hybridization in coated metallic nanowires [Text] / A. Moradi // J. Opt. Soc. Am., –2012, B 29, pp. 625– 629.

51. **Moradi A.**, Geometrical tunability of plasmon excitations of double concentric metallic nanotubes [Text] / A. Moradi // Phys. Plasmas, –2012, 19, 062102.
52. **Moradi A.**, Plasma wave propagation in a pair of carbon nanotubes [Text] / A. Moradi // JETP Lett., –2008, 88, pp. 795–798.
53. **Andersen K.**, Visualizing hybridized quantum plasmons in coupled nanowires: from classical to tunneling regime [Text] / K. Andersen, K.L. Jensen, N.A. Mortensen, K.S. Thygesen // Phys. Rev., –2013, B 87, 235433.
54. **Schmeits M.**, Surface-plasmon coupling in cylindrical pores [Text] / M. Schmeits // Phys. Rev., –1989, B 39, pp. 7567–7577.
55. **Moradi A.**, Plasmon hybridization in parallel nano-wire systems [Text] / A. Moradi // Phys. Plasmas, –2011, 18, 064508.
56. **Yu Y.-Y.**, Gold nanorods: Electrochemical synthesis and optical properties[Text] / Y.-Y. Yu, S. Chang, C.-L. Lee, C.R.C. Wang // J. Phys. Chem. B. – 1997. – 101. – pp. 661-661.
57. **Chang, S.-S.** The shape transition of gold nanorods [Text] / S.-S Chang., C.-W. Shih, C.-D. Chen et al. // Langmuir. – 1999. - 15. - pp. 701-709.
58. **Link S.** Optical properties and ultrafast dynamics of metallic nanocrystals[Text] / Link S., El-Sayed M.A.// Amm. Rev. Phys. Chem. - 2003. - 54. – pp.331-346.
59. **McFarland A.D.** Single silver nanoparticles as real-time optical sensors with zeptomole sensitivity [Text] / McFarland A.D. Van Duyne R.P. // Amm. Rev. Phys. Chem. – 2003. - 3. - pp. 1057-1062.
60. **Stuart D.A.** Biological applications of localised surface plasmonic phenomenae [Text] / D.A.Stuart, A.J. Haes, C.R. Yonzon et al// IEE Proc. Nanobiotechnol. – 2005. - 152. – pp. 13-32.
61. **Yguerabide J.**, Light-scattering submicroscopic particles as highly fluorescent analogs and their use as tracer labels in clinical and biological applications [Text] / Yguerabide J., Yguerabide E. // Anal. Biochem., –1998, Vol. 262, pp. 137-156.
62. **Mohamed M.B.**, The ‘lightning’ gold nanorods: Fluorescence enhancement of over a million compared to the gold metal [Text] / Mohamed M.B., Volkov V.,

- Link S., El-Sayed M.A. // Chem. Phys. Lett. –2000, Vol. 317, pp. 517-523
63. **Schultz D.A.** Plasmon resonant particles for biological detection [Text] / D.A. Schultz // Curr. Opin. Biotechnol. - 2003. - 14. - pp. 13-22.
 64. **Sonnichsen C.** Gold nanorods as novel nonbleaching plasmon-based orientation sensors for polarized single-particle microscopy[Text] / C. Sonnichsen, A.P. Alivisatos // Nano Lett. - 2005. - 5. - pp. 301-304.
 65. **Dietrich H.R.C.,** Gold nanoparticles: A novel application of spectral imaging in proteomics - preliminary results [Text] / H.R.C. Dietrich, I. T. Y. Ymmg, Carini // I Proc. SPIE. – 2005. – 5694. – pp. 82-89.
 66. **Bogatyrev V.A.,** Observation of time-dependent single-particle light scattering from gold nanorods and nanospheres by using unpolarized dark-field microscopy [Text] / V.A. Bogatyrev, L.A. Dykman, A. V. Alekseeva // Ibid. – 2006. - 1664. – pp. 1-10.
 67. **Chang J.- Y.,** Oriented assembly of Au nanorods using biorecognition system [Text] / J.- Y. Chang, H. Wu, H. Chen et al. // Chem. Commun. - 2005. - 8. - pp. 1092-1094.
 68. **Salem A.K.,** Multi-component nanorods for vaccination applications [Text] / A.K. Salem, C.F. Hung, T. W. Kim et al. // Nanotechnology. - 2005. – 16. – pp. 484-487. DOI 10.1088/0957-4484/16/4/025
 69. **Liao H.,** Gold nanorod bioconjugates [Text] / H. Liao, J.H. Hafner // Chem. Mater. - 2005. - 17. - pp. 4636-4641.
 70. **Chen W.** Sonochemical processes and formation of gold nanoparticles within pores of mesoporous silica [Text] / W. Chen, W. Cai, L. Zhang et al. // J. Colloid Interface Sci. - 2001. -238. - pp. 291-295.
 71. **Pan S.L.,** Aqueous gold sols of rod-shaped particles prepared by the template method[Text] / S.L. Pan, M. Chen, H.I. Li // J. Colloids Surface A. - 2001. -180. – pp. 55-62.
 72. **Van der Zande H.M.I.** Colloidal dispersions of gold rods: Synthesis and optical properties [Text] / H.M.I. Van der Zande, M.R. Bohmer, L.G.J. Fokkink, C.Schonenberger // Langmuir. – 2000. – 16. – pp. 451-458.

73. **Jana N.R.**, Wet chemical synthesis of high aspect ratio cylindrical gold nanorods[Text] / N.R. Jana, L. Gearheart, C.J. Murphy //J. Phys. Chem. – 2001. – 105. – pp. 4065-4067.
74. **Nikoobakht B.**, Preparation and growth mechanism of gold nanorods (NRs) using seed-mediated growth method[Text] / B. Nikoobakht, M.A. El-Sayed // Chem. Mater. - 2003. -15. – pp. 1957-1962.
75. **Jana N.R.**, Seed-mediated growth approach for shape-controlled synthesis of spheroidal and rodlike gold nanoparticles using a surfactant tern [Text] / N.R. Jana, L.Gearheart, C.J. Murphy // Adv. Mater. - 2001. - 13. - pp. 1389-1393.
76. **Daniel M. C.**, Gold Nanoparticles: Assembly, Supramolecular Chemistry, Quantum-Size-Related Properties, and Applications toward Biology, Catalysis, and Nanotechnology [Text] / M. C.Daniel, D Astruc // Chem. Rev. -2004. - 104. -pp. 293-346.
77. **Zweifel D.A.**, Sulfide-arrested growth of gold nanorods[Text] / D.A. Zweifel, A. Wei // Chem. Mater. - 2005. - 17. - pp. 4256-4261.
78. **Gao J.**, Dependence of the gold nanorod aspect ratio on the nature of the directing surfactant in aqueous solution [Text] / J. Gao, C.M. Bender, C.J. Murphy // Langmuir. - 2003. - 19. – pp. 9065-9070.
79. **Purez-Juste J.**, Electric-field directed growth of gold nanorods in aqueous surfactant solutions[Text] / J. Purez-Juste, L.M. Liz-Marzán, S.Carnie et al. // Adv. Fune. Mater. - 2004. -14. - pp. 571-579.
80. **Wei Z.**, Directly monitoring the growth of gold nanoparticle seeds into gold nanorods [Text] / Z. Wei, F.P. Zamborini // Langmuir. - 2004. - 20. – pp. 11301-11304.
81. **Jana N.R.**, Anisotropic chemical reactivity of gold spheroids and nanorods[Text] / N.R. Jana, L. Gearheart, S.O. Obare, C.J. Merphy // Ibid. - 2002. - 18. - pp. 922-927.
82. **Lin M.**, Mechanism of silver(I)-assisted growth of gold nanorods and bi pyramids[Text] / M. Lin, P. Gnyot-Sionnest //J. Phys. Chem. B. - 2005. - 109. - pp. 22192-22200.

83. **Orendorff C.J.** Quantitation of metal content in the silver-assisted growth of gold nanorods[Text] / C.J. Orendorff, C.J. Murphy // J. Phys. Chem. B. - 2006. – 110. – pp.3990–3994
84. **Link S.**, Spectral properties and relaxation dynamics of surface plasmon electronic oscillations in gold and silver nanodots and nanorods[Text] / S. Link, M.A. El-Sayed // J. Phys. Chem. B. - 1999. – 103. -pp. 8410-8426.
85. **Perez-Juste J.**, Gold nanorods: Synthesis, characterization and applications [Text] / J. Perez-Juste, I.Pastoriza-Santos, L.M. Liz-Marzan, P.Mulvaney // Chem. Rev. - 2005. - 219. – pp. 1870-1901.
86. **Johnson C.J.**, Growth and form of gold nanorods prepared by seed-mediated, surfactant-directed synthesis[Text] / C.J. Johnson, E. Dujardin, S.A. Davis et al. // J. Chem. Mater. - 2002. - 12. – pp . 1765-1770.
87. **Chen H.M.**, Controlling the length and shape of gold nanorods[Text] / H.M. Chen, H.-C. Peng, R.-S. Liu et al. // J. Phys. Chem. B. -2005. - 109. - pp. 19553-19555.
88. **Nehl C.L.**, Optical properties of star-shaped gold nanoparticles[Text] / C.L. Nehl, H.Liao, J.H. Hafner // Nano Lett. - 2006. - 6. -pp. 683-688.
89. **Alekseeva A. V.**, Preparation and optical scattering characterization of Au nanorods and their application to a dot-immunogold assay [Text] / A. V.Alekseeva, V.A. Bogatyrev, L.A. Dykman et al. / Appl. Opt. - 2005. - 44. – pp. 6285-6295.
90. **Alekseeva A. V.**, Synthesis, fractionation and optical characterization of Au-Ag composite nanorods [Text] / A. V. Alekseeva, V.A. Bogatyrev, L.A.Trachuk, NG.Khlebtsov //I Proc. SPIE. - 2005.- 5772. – pp. 18-32.
91. **Al-Sherbini A.-S.A.-M.** Thermal instability of gold nanorods in micellar solution of water/ glycerol mixtures[Text] / A.-S.A.-M. Al-Sherbini A.-S.A.-M. / Colloids Surface A. - 2004. – 246. – pp. 61-69.
92. **Khlebtsov N.G.**, Plasmon resonances of silver and gold nanorods[Text] // NG. Khlebtsov, L.A.Tkachuk, A.G Melnikov /Proc. SPIE. - 2004. - 5475. - pp. 1-11.

93. **Khlebtsov N.G.**, Can the light scattering depolarization ratio of small particles be greater than 1/3[Text] / N.G. Khlebtsov, A.G. Melnikov, V.A. Bogatyrev et al. // J. Phys. Chem. B. - 2005. -109. – pp. 13578-13584. DOI: 10.1021/jp0521095
94. **Jiang X.C.**, Gold nanorods: Limitations on their synthesis and optical properties[Text] / X.C. Jiang, A. Brioude, M.P. Pileni // Colloids Surface A. - 2006. - 277. - pp. 201-206.
95. **Loo C.**, Nanoshell-enabled photonics-based imaging and therapy of cancer[Text] / C. Loo, A. Lin, L. Hirsch // Technol. Cancer Res. Treatment. – 2004. – 3. -pp. 33-40. DOI: 10.1177/153303460400300104
96. **Hirsch L.R.**, Metal nanoshells [Text] / L.R. Hirsch, A.M. Gobin, A.R. Lowery et al. // Ann. Biomed. Eng. – 2006. – 34. – pp. 15-22. DOI: 10.1007/s10439-005-9001-8
97. **Khlebtsov B.N.**, A solid-phase dot assay using silica/gold nanoshells [Text] / B.N. Khlebtsov, L.A. Dykman, V.A. Bogatyrev et al. // Nanoscale Res. Lett. – 2007. – 2. – pp. 6-11.
98. **Hu M.**, Gold nanostructures: Engineering their plasmonic properties for biomedical applications[Text] / M. Hu, J. Chen, Z.-Y. Li et al. // Chem. Soc. Rev. -2006. - 35. – pp. 1084-1094.